

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, EXTENSÃO E PÓS-GRADUAÇÃO - PROPEX  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –  
PPGECE  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA VISANDO A UMA  
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE FUNÇÕES AFINS, FAZENDO  
USO DO COMPUTADOR COMO FERRAMENTA DE ENSINO

Rosane Fátima Postal

UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, EXTENSÃO E PÓS-GRADUAÇÃO - PROPEX  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –  
PPGECE  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA VISANDO A UMA  
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE FUNÇÕES AFINS, FAZENDO  
USO DO COMPUTADOR COMO FERRAMENTA DE ENSINO

Rosane Fátima Postal

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientador: Claus Haetinger

Co-orientador(a): Maria Madalena Dullius

Lajeado, abril de 2009

Centro Universitário Univates

Pró-Reitoria de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação - PROPEX

Programa de Pós-Graduação em Ensino em Ciências Exatas - PPGECE

Declaração

Declaramos, para os devidos fins, que a dissertação da mestrandia Rosane Fátima Postal, de título ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA VISANDO A UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE FUNÇÕES AFINS, FAZENDO USO DO COMPUTADOR COMO FERRAMENTA DE ENSINO está de acordo com as alterações sugeridas pela banca.

Lajeado, .....

-----  
Prof. Dr. Claus Haetinger  
Orientador

## DEDICATÓRIA

PARA O ORIENTADOR: Professor, Dr. Claus Haetinger e Pró-Reitor de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação do Centro Universitário Univates.

A você, professor Claus, grande mestre, que com toda sua sabedoria soube me ouvir desde as primeiras intenções deste trabalho, durante sua realização e finalização, fazendo com que em minha simplicidade me sentisse grandiosa. Grande incentivador, que em nossas conversas usou de todo seu conhecimento para mediar meu aprendizado fazendo-me mais feliz. Durante o tempo que me acompanhou mostrou-se sempre disponível, auxiliando e indicando o caminho a ser percorrido para alcançar os objetivos a que nos propomos. Agradeço toda sua dedicação e sensibilidade ao enxergar o ser humano além do conhecimento científico e tecnológico. A atenção, o carinho e a amizade solidificados nesta caminhada são sentimentos verdadeiros que ficarão para sempre. Toda minha admiração e profundo desejo de grande sucesso.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que de alguma forma estiveram envolvidos com a realização deste trabalho:

A Deus que é a luz interior que me dá forças para buscar novos conhecimentos e trilhar novos caminhos.

Ao meu marido Luís Carlos Postal por incentivar-me a prosseguir os estudos.

Aos meus filhos: Eduardo, Luís Amadeu e Lorenzo que permitiram minha caminhada mesmo sentindo a falta da mãe.

Aos meus colegas que muito contribuíram nesta caminhada e me apoiaram em especial durante a gravidez.

A todos os mestres que mediaram a construção de nossos conhecimentos deixando a saudade e a mais profunda admiração.

A todos os colegas de trabalho e aos alunos da turma 102 da Escola Estadual de Educação Básica Érico Veríssimo que permitiram a realização desta proposta de trabalho.

Em especial a Prof<sup>a</sup> Dra. Maria Madalena Dullius pela dedicação e apoio recebido.

Minha profunda gratidão.

## RESUMO

O presente estudo descreve o resultado de um trabalho fundamentado nos pressupostos teóricos da Aprendizagem Significativa, com a utilização da metodologia da Modelagem Matemática, incluindo o computador como ferramenta de ensino. Estabelecemos previamente um conjunto de aspectos que caracterizam a ocorrência da Aprendizagem Significativa quando as atividades de ensino e aprendizagem compõem uma proposta que considera o ambiente de Modelagem Matemática. O assunto proposto refere-se a funções afins, que desenvolvemos em uma turma de primeiro ano de trinta e dois estudantes do Ensino Médio da Escola Estadual de Educação Básica Érico Veríssimo – Lajeado/RS. O tema de estudo foi a telefonia celular. Aplicamos funções afins nos planos de telefonia celular oferecidos pelas operadoras, trabalhamos com estas funções e chegamos a conclusões sobre vantagens e desvantagens de optar por determinado plano. As informações provenientes das produções dos estudantes no decorrer das aulas provêm de instrumentos elaborados para este fim: como ficha de levantamento, diagramas, trabalhos em grupos e outros. As contribuições deste estudo mostram que há um grande envolvimento dos estudantes quando o assunto é do seu próprio interesse. O trabalho privilegiou a colaboração e a cooperação entre os estudantes na realização das atividades. Como resultados, podemos destacar a utilização da Modelagem Matemática como uma alternativa viável e eficiente estratégia de ensino e aprendizagem que atende aos anseios da Educação Matemática para a formação do cidadão.

**PALAVRAS-CHAVES:** Modelagem Matemática. Aprendizagem Significativa. Tecnologias. Funções.

## ABSTRACT

The present work describes the results of a study based on the theoretical presuppositions of the Meaningful Learning Theory through the Mathematical Modeling methodology including the computer as teaching tool. Previously, was established a set of aspects which characterize the occurrence of the Meaningful Learning when the teaching and learning activities present a proposal that considers the context of Mathematical Modeling. The proposed subject refers to lineages functions, that were developed with a group of thirty two students in the public High School Érico Veríssimo, in Lajeado, RS. The study was about the cellular telephony offered by the different operators. Linear functions were applied through the plans offered by them. The results show that there are advantages and disadvantages in choosing one or another plan. The productions of the students along the classes came out from instruments prepared for this purpose, such as schemes, group work and others. The study shows that there is a great engagement of the students when it is of their own interest. The study favored the collaboration and cooperation of the students in the accomplishment of the activities. We might conclude that using the Mathematical Modeling as a viable teaching learning alternative responds to the desires of Mathematical Education in the formation of the citizen.

KEY WORDS: Mathematical Modeling. Meaningful Learning. Technologies. Functions.

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 01 - Estatística de aproveitamento final por série da E.E.E.B. Érico Veríssimo.....	12
QUADRO 02 – Três planos de telefonia.....	47
QUADRO 03 – Preço do minuto das ligações.....	53
QUADRO 04 – Três planos diferentes de telefonia .....	55
QUADRO 05 – Planos de telefonia com respectivos preços de acordo com o tempo e serviços utilizados.....	57
QUADRO 06 – Exercício A.....	57
QUADRO 07 – Exercício B.....	57
QUADRO 08 – Exercício C.....	58
QUADRO 09 – Exercício D.....	58
QUADRO 10 – Exercício E.....	58
QUADRO 11 – Exercício F.....	58
QUADRO 12 – Exercício G.....	58
QUADRO 13 – Planos da operadora Claro.....	61
QUADRO 14 – Valor das chamadas fora da área de cobertura da Operadora Vivo.....	63
QUADRO 15 – Preço do minuto das ligações de uma operadora para ligações fora da área de cobertura.....	71
QUADRO 16 – Uso dos conceitos.....	73



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 01 – <i>Software Graphmatica</i> .....	75
FIGURA 02 – Retas representando planos de telefonia celular.....	76
FIGURA 03 - Retas representando planos de telefonia celular com taxa fixa de R\$5,00.....	77
FIGURA 04 – Comparação de gráficos desenhados.....	78
FIGURA 05- Gráfico para $x > 0$ .....	75

UNIVATES

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	11
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	17
2.1 Aprendizagem Significativa .....	17
2.1.1 Aprendizagem Significativa e Aprendizagem Automática .....	20
2.1.2 Condições para uma Aprendizagem Significativa .....	21
2.1.3 Organizando Substantiva e Programaticamente o Ensino .....	23
2.1.4 A Aprendizagem Significativa na Visão de Novak.....	24
2.1.5 Mapas Conceituais.....	26
2.2 A Inclusão da Tecnologia na Educação .....	27
2.2.1 O professor no Contexto da Tecnologia.....	28
2.2.2 Concepções Construcionista.....	30
2.2.3 A Tecnologia como Recurso para Aumentar o Interesse dos Estudantes .....	31
2.2.4 Avaliação de <i>Softwares</i> Educativos .....	32
2.3 Modelagem Matemática .....	35
2.3.1 Modelagem Matemática em Vários Olhares .....	35
2.3.2 A Modelagem Matemática na Matemática Aplicada.....	36
2.3.3 Definição de Modelo Matemático .....	36
2.3.4 Etapas do Processo de Modelagem.....	37
2.3.5 Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem .....	37
2.3.6 Um Caminho para a Efetivação de uma Proposta em Sala de Aula .....	38
3 OBJETIVO .....	41
3.1 Objetivo Geral .....	41
3.2 Objetivos Específicos .....	41
4 METODOLOGIA .....	42
4.1 Contextos da Escola.....	42
4.2 O Contexto Investigado.....	43
4.3 A Proposta de Ensino.....	43
4.4 Planejamento das Aulas e Elaboração do Material.....	45

5 A PROPOSTA DESENVOLVIDA .....	49
5.1 Considerações Iniciais .....	49
5.1.1 Estrutura da Proposta .....	<u>50</u>
6 RESULTADOS OBTIDOS .....	65
6.1 Considerações Iniciais .....	65
7 CONCLUSÕES.....	80
REFERÊNCIAS.....	83
ANEXOS .....	89

## 1 INTRODUÇÃO

Ao elaborar esta dissertação pensamos em contemplar um tema específico em Matemática do primeiro ano do Ensino Médio: o ensino de funções.

Como integrante do corpo docente da Escola Estadual de Educação Básica (E.E.E.B) Érico Veríssimo – Lajeado/RS, convivi por dez anos numa engrenagem escolar, de professores, estudantes, funcionários e famílias, cada um com sua bagagem cultural e sua história de vida, onde todos trabalham na tentativa de alcançar seus sonhos e desejos.

Vivemos numa sociedade em que a Ciência e a Tecnologia estão avançando a passos galopantes, trazendo mudanças muito rápidas para a vida do cidadão. Questionar e refletir sobre estes avanços que envolvem o planeta é quase uma exigência. Numa sociedade cada vez mais competitiva e avançada, a educação constitui um instrumento indispensável para que a humanidade possa progredir para os ideais de paz, liberdade e justiça social. Nesta realidade não há espaço para meros espectadores, que não questionam, não refletem sobre a interferência dessas mudanças. Neste contexto é preciso, também, dar um enfoque diferenciado para as práticas pedagógicas.

Cabe também à educação escolar em todos os níveis de ensino, a função de preparar indivíduos críticos, conscientes e integrados à sociedade. O ensino deve, portanto, dar-se em ambientes nos quais a aprendizagem aconteça de forma

significativa, em contato com a tecnologia, não perdendo a dimensão do desenvolvimento científico e tecnológico. O ensino da Matemática, nestas dimensões, significa oportunizar situações para o estudante experimentar, modelar, analisar, pesquisar e desenvolver um espírito crítico diante das respostas encontradas.

Deste modo, inseridos neste contexto, como profissional que busca uma educação crítica, não podemos nos conformar diante do fracasso, mas devemos sim buscar algo novo no sentido de contribuir significativamente com o sistema educacional.

Num ambiente escolar convivemos com muitas preocupações e dúvidas, em especial, o que fazer em sala de aula e como trabalhar com os estudantes para obter o sucesso. E no desenvolver das práticas educativas, ao longo dos anos letivos, este sucesso muitas vezes não ocorre, provocando inquietudes. Diante disto surgem as questões: é possível fazer algo para mudar a situação? O que fazer em sala de aula e como trabalhar com os estudantes para que ao longo do ano não desistam e abandonem a escola?

Quando trabalhamos e chegamos a um envolvimento percebemos muitas dificuldades, especialmente em turmas de primeiros anos aonde os estudantes vem de muitas escolas diferentes, com os quais há dificuldade de adaptação, carência afetiva, falta de integração, falta de conteúdos básicos, pouco espaço para falarem e serem ouvidos em suas habilidades e dificuldades. Esta realidade nos remete a resultados preocupantes conforme constatamos no Quadro 01.

QUADRO 01 - Estatística de aproveitamento final por série da E.E.E.B. Érico Veríssimo

ANO	MATRICULADOS (1º ANOS)	APROVADOS	REPROVADOS	EVADIDOS	CANCELADOS	TRANSFERIDOS
2005	248	128	46	14	44	16
2006	229	094	62	13	51	09
2007	257	145	41	45	18	08
Total	734	367	149	72	113	33

Fonte: Secretaria da Escola, 2008.

Estamos diante de uma realidade preocupante, com diversos estudantes desmotivados, sem interesse, sem objetivo de estudo e sem perspectiva de um futuro promissor. Nos anos de 2006, 2007 e 2008 tivemos 122 estudantes da primeira série do Ensino Médio reprovados em Matemática. As turmas são numerosas no início do ano letivo, mas no decorrer do tempo vão reduzindo consideravelmente. Alguns estudantes evadem pelos mais diversos motivos, outros têm número muito grande de faltas. Os que estão em sala de aula muitas vezes apresentam comportamentos não desejáveis, tais como: esquecem o material em casa, ou nem o tiram da mochila, debruçam-se sobre a mesa e não realizam nenhuma atividade ou apresentam problemas de disciplina. A conversa é sobre assuntos fora da aula, nada voltado ao que estão fazendo. Alguns não copiam do quadro e a maioria não realiza atividades de casa. Os trabalhos frequentemente não são entregues e os estudantes faltam nas avaliações e não justificam. Estudar para avaliações, refazer questões, complementar com leituras afins, fazer temas de casa, são práticas pouco comuns. E a grande constatação dos professores é que os estudantes não possuem base, ou seja, conceitos básicos para poder prosseguir com conteúdos de Ensino Médio. Dentre todos os fatores o que mais se evidencia é a desmotivação dos estudantes.

Como estamos vivendo hoje em plena era da comunicação eletrônica e da informação, é fundamental que os estudantes se familiarizem com o computador e com programas específicos. A partir deste contexto elaboramos uma proposta de ensino baseada nos pressupostos teóricos da Aprendizagem Significativa, com a utilização da metodologia da Modelagem Matemática, incluindo o computador como ferramenta de ensino, na tentativa de auxiliar professores e estudantes do primeiro ano do Ensino Médio a sanarem dificuldades no conteúdo de funções afins.

Escolhemos uma turma de primeiro ano do Ensino Médio Diurno para desenvolver o presente trabalho, baseados nos aspectos seguintes:

- por ter trabalhado durante muitos anos, como professora de Matemática, em classes deste nível de ensino.
- por acreditar que tanto estudantes como professores enfrentam dificuldades no processo ensino-aprendizagem de Matemática.

- por encontrar diversos estudantes desmotivados, sem interesse, sem objetivo de estudo e sem perspectiva de um futuro promissor.

Diante dessas razões, buscar e propor um estudo diferenciado do habitualmente utilizado em sala de aula é um grande desafio para todos. Isso significa buscar novos significados para o conteúdo a ser desenvolvido com os estudantes, a fim de propiciar-lhes oportunidades de Aprendizagem Significativa.

Para “um fazer Matemática” com esse enfoque, adotamos neste estudo a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem e suas contribuições para uma Aprendizagem Significativa. Para conhecer melhor esta metodologia estudamos autores como: D’Ambrósio (1986 e 2002), Biembengut & Hein (2002), Bassanezi (2002). Para que os estudantes compreendam os conceitos relacionados a funções afins e deem significado a estes conceitos, estamos relacionando duas importantes teorias: Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa, além de incluirmos a tecnologia como recurso pedagógico.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001), a atividade matemática escolar não é “olhar para coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo estudante, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade. Seguimos em busca de uma metodologia que pudesse oportunizar ao estudante uma aprendizagem mais significativa e atraente. Com este propósito, o presente trabalho está sendo fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa, nos pressupostos teóricos da Modelagem Matemática e na inclusão de recursos tecnológicos. Pensando em criar situações de ensino-aprendizagem que possibilitem ao educando construir a sua aprendizagem, propomos um trabalho que leva em conta o que o estudante já sabe para ir agregando novos conhecimentos. Este trabalho propõe atividades de Modelagem Matemática construindo as Funções Afins. O tema escolhido foi “O uso da telefonia celular”, visando a economia, o uso racional e a sustentabilidade. Ao trabalhar com uma proposta de Modelagem Matemática o estudante pode vir a desenvolver a criatividade e apresentar uma motivação maior pelas aulas de Matemática. Além disso, o professor consegue envolver aspectos sociais, culturais e econômicos, ajudando a formar um cidadão mais consciente dos problemas da sociedade.

Em aulas tradicionais onde os estudantes realizam listas de exercícios, simplesmente repetindo o exemplo apresentado pelo professor, recebendo tudo pronto, criam dificuldade de formular problemas, lançar hipóteses e aventurar-se na investigação das mesmas. Ao fazer os exercícios de forma mecânica, o estudante, segundo Piaget (1958), não assimila, apenas estoca conhecimento.

Para formar sujeitos críticos, autônomos e conscientes, a escola pode desenvolver a educação pela pesquisa, onde a prática da mesma seja uma atitude cotidiana tanto do professor como do estudante. Segundo SACRISTÁN (2007):

A educação deveria ser reinventada sem fantasias futuristas nem olhares saudosistas, impulsionada com o que sabemos sobre como atingir com qualidade seus objetivos em experiências pontuais, com bons e dedicados professores, apoio das administrações e das famílias, sem se deixar levar pelo caminho sem solidariedade do mercado (SACRISTÁN, 2007, p. 11).

Sendo a Educação um processo de formação da competência humana, cabem algumas perguntas:

- Diante da realidade vivenciada pelos estudantes, no contexto apresentado, como a Modelagem Matemática pode contribuir para uma Aprendizagem Significativa?
- Como os recursos tecnológicos utilizados podem dar maior significância à aprendizagem de funções lineares realizadas pelos estudantes da turma 102, do turno da manhã, do primeiro ano do Ensino Médio, da E. E. E. B. Érico Veríssimo?
- Como ensinar e aprender funções afins num ambiente de Modelagem Matemática?
- O tema escolhido pela turma: “O uso da telefonia celular” irá ser atrativo durante todo o processo?

A organização escrita desta dissertação compreende sete capítulos. No primeiro fazemos uma introdução do trabalho, com a problematização e a contextualização. No segundo capítulo apresentamos uma fundamentação teórica, dividida em três partes: Teoria da Aprendizagem Significativa, Modelagem Matemática e a inclusão da Tecnologia como ferramenta de ensino. No capítulo 3 apresentamos os objetivos. A opção metodológica está no capítulo 4. No capítulo 5



apresentamos a proposta desenvolvida. O capítulo 6 os resultados obtidos. No capítulo 7 temos as conclusões e por último encontramos as referências bibliográficas.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Aprendizagem Significativa

Esta dissertação está fundamentalmente embasada na Teoria da Aprendizagem Significativa. Esta teoria formulada por D. Ausubel, na década de 1960, é uma proposta psicoeducativa, com um enfoque cognitivista e depois, seguida por Joseph Novak na década de 1980, com um enfoque mais humanista. Na sequência desta fundamentação teórica fizemos a leitura de vários autores sobre a definição de aprendizagem: Ausubel (1978), Machado (1995), Coll (1998), Masetto (2000), Mauri (2001).

A Teoria da Assimilação, descrita por Ausubel (1978), é uma profunda reflexão sobre o que é ensinar e aprender, particularmente em contextos escolares, de sala de aula, em que a aprendizagem verbal é dominante, mas não exclusiva. Ausubel defende que o principal processo de aprendizagem se dá por recepção, num processo ativo, que exige ação e reflexão do aprendiz e que é facilitada pela organização cuidadosa das matérias e das experiências de ensino.

Ausubel descreve as condições em que a Aprendizagem Significativa pode ocorrer dando especial importância ao papel da linguagem e da estrutura conceitual das matérias, bem como os conhecimentos e competências que o estudante já possui. Este conhecimento prévio é, para Ausubel, o fator determinante do processo de aprendizagem. A construção do conhecimento é complexa, apreendida em longo

prazo de forma significativa e organizada. A aquisição de novos significados por parte do aprendiz se dá a partir da interação deste com os materiais potencialmente significativos apresentados e relacionados na própria estrutura cognitiva. É importante a estrutura cognitiva do estudante na aquisição, retenção e transformação de novos significados. Este é um processo de Aprendizagem Significativa (não memorizada) de onde emergem novos significados, que são os produtos substantivos da interação entre significados potenciais no material de instrução e as ideias “ancoradas” relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz e que, acabam por se tornar, de forma sequencial e hierárquica, parte de um sistema organizado, relacionado com outras organizações de ideias (conhecimento), tópicos semelhantes da estrutura cognitiva. O próprio processo de Aprendizagem Significativa é necessariamente complexo.

Para tanto, a utilização de organizadores prévios é potencialmente eficaz visto que os subsunçores existentes na estrutura cognitiva são normalmente gerais e não possuem particularidades de conteúdo necessárias para funcionarem como ideias ancoradas eficientes para uma Aprendizagem Significativa. Subsunçores: são ideias, conceitos ou proposições existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, mas de onde eles vêm?

Segundo Moreira (1999) a origem dos conceitos subsunçores pode ser explicada sob dois aspectos: quando são apresentados ao indivíduo proposições ou conceitos em uma nova área de conhecimento ocorre a aprendizagem mecânica, até que alguns destes elementos tornem-se relevantes a novas informações na mesma área e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados. À medida que a aprendizagem torna-se significativa estes subsunçores vão sendo aperfeiçoados, tornando-se capazes de ancorar novas informações.

O segundo aspecto relaciona-se ao processo de formação de conceitos - que ocorre em crianças pequenas - que envolve generalizações de áreas específicas. Para ocorrência da aprendizagem significativa é necessária a formação de um conjunto adequado de conceitos, o qual está presente na maioria das crianças quando estas atingem a idade escolar.

A Aprendizagem Significativa relaciona-se diretamente com dois processos:

- Diferenciação progressiva: modificação de um subsunçor através do processo de interação e ancoragem, quando um novo conceito ou proposição é aprendido. Os conceitos e proposições mais gerais do conteúdo devem ser apresentados no início da instrução e diferenciados em termos de detalhe e especificidade (MOREIRA, 1999).

- Reconciliação integrativa: novas informações são adquiridas e as ideias estabelecidas na estrutura cognitiva, no curso de novas aprendizagens, podem ser reconhecidas como relacionáveis e reorganizar-se, adquirindo novos significados. A relação entre as ideias deve ser explorada durante a instrução, apontando aspectos comuns e diferenças relevantes (MOREIRA, 1999).

Ausubel entende a aprendizagem como um processo de modificação do conhecimento e para tanto reconhece a importância dos processos cognitivos dos estudantes, que ocorrem em uma interação entre as informações novas e a estrutura cognitiva de cada um. A estrutura cognitiva representa um dos principais fatores que influenciam a Aprendizagem Significativa. Esta estrutura compreende um complexo organizado de informações presentes na mente de quem aprende, e dependendo de como se encontra organizada, a aprendizagem pode ser mais, ou menos facilitada.

A Aprendizagem Significativa pode ser definida como um processo por meio do qual o sujeito que aprende relaciona, de maneira não-arbitrária e substantiva, uma nova informação a um aspecto relevante de sua estrutura cognitiva (MOREIRA, 1999).

A não-arbitrariedade e a substantividade são conceitos básicos que caracterizam a Aprendizagem Significativa. A não-arbitrariedade indica que o relacionamento de uma nova informação deve se dar com um conhecimento especificamente relevante da estrutura cognitiva de quem aprende, não com um aspecto qualquer, arbitrário, da mesma. A substantividade significa que o que é essencial na nova informação é que deve ser interiorizado pela estrutura cognitiva, não as palavras ou símbolos específicos usados para expressá-la (MOREIRA, 1997).

### 2.1.1 Aprendizagem significativa e aprendizagem automática

No âmbito escolar a Aprendizagem Significativa e a Aprendizagem Automática estão entre os principais tipos de aprendizagem. Numa aprendizagem automática não há nenhum esforço para integrar o novo conhecimento a conceitos existentes na estrutura cognitiva do estudante. Nenhum compromisso afetivo de relacionar novos conhecimentos a conhecimentos prévios. Existe a incorporação não-substantiva, arbitrária, literal de um novo conhecimento à estrutura cognitiva. Na Aprendizagem Significativa há um esforço deliberado para ligar o novo conhecimento a conceitos de ordem superior, mais inclusivos na estrutura cognitiva. Existe o compromisso afetivo de relacionar novos conhecimentos a conhecimentos prévios. Há a incorporação substantiva, não arbitrária, não literal de novo conhecimento à estrutura cognitiva. Estudos de Ausubel *et al.* (1980), Moreira (1999), Coll *et al.* (2000), para diferenciá-las, propõem que se faça distinção entre dois processos de aprendizagem, denominados aprendizagem receptiva e aprendizagem por descoberta. Na aprendizagem receptiva o conteúdo do qual o estudante deve tomar conhecimento e aprender lhe é disponibilizado de forma acabada. No processo de aprendizagem por descoberta, não se apresenta o conteúdo a ser aprendido de forma sistematizada, mas este deve ser descoberto pelo estudante antes e, só depois, incorporado significativamente por sua estrutura cognitiva.

A via de acesso à Aprendizagem Significativa não é necessariamente o processo de aprendizagem por descoberta, assim como uma aprendizagem automática não é necessariamente resultado de um processo de aprendizagem receptiva. A aprendizagem é, em parte, consequência da estratégia de ensino. Assim, tanto a aprendizagem receptiva, como a aprendizagem por descoberta podem ser significativa ou automática, dependendo das condições em que ocorrem. Essas condições não se referem apenas à estratégia de ensino adotada pelo professor, mas envolvem também aspectos específicos de cada sujeito e, dentre esses, os aspectos motivacionais. Todavia, a maneira como os conteúdos são disponibilizados aos estudantes em uma situação de ensino pode levar a uma aprendizagem mais significativa ou mais automática. Embora a aprendizagem por descoberta e a aprendizagem receptiva sejam dois processos bastante distintos,

tanto um quanto o outro podem levar a uma Aprendizagem Significativa ou Automática.

### 2.1.2 Condições para uma Aprendizagem Significativa

Pensar em uma educação que promova uma Aprendizagem Significativa requer levar em conta o processo de construção de significados como elemento central do processo de ensino e aprendizagem. Para que o ensino conduza a uma Aprendizagem Significativa, Ausubel indica as condições básicas, de grande influência para esse processo (MOREIRA, 1999; COLL *et al.* 2000):

- a) O material organizado para o ensino deve ser potencialmente significativo;
- b) A estrutura cognitiva do estudante deve dispor de conhecimentos prévios que permitam o relacionamento do que o aluno já sabe com os conhecimentos novos;
- c) O estudante deve apresentar uma predisposição positiva para aprender de maneira significativa, ou seja, para relacionar o conhecimento que já tem com o que deve aprender.

De acordo com Ausubel *et al.* (1980), Moreira (1999) e Coll *et al.* (2000), as duas primeiras condições (a e b) estão associadas a dois fatores principais, sendo eles, a natureza do material em si e a natureza da estrutura cognitiva do estudante. A esses dizem respeito, respectivamente, o significado lógico e o significado psicológico. Para que o material seja potencialmente significativo ele deve ser relacionável à estrutura cognitiva do estudante de maneira não-arbitrária e substantiva. Há diferença entre um material ser potencialmente significativo em si, e ser potencialmente significativo para um determinado estudante. O significado lógico, diz respeito à estrutura interna do material, à sua natureza. Um material logicamente significativo requer que a estrutura do material, não seja arbitrária nem confusa, a fim de que se estabeleçam relações substantivas com os conhecimentos prévios, relacionáveis às novas informações. O significado psicológico é uma experiência idiossincrática, diz respeito ao relacionamento substantivo e não-arbitrário do material, que é logicamente significativo, com a estrutura cognitiva de cada estudante. Nas palavras de Moreira,

[...] o significado real (significado psicológico) emerge quando o significado potencial (significado lógico) do material de aprendizagem converte-se em conteúdo cognitivo e idiossincrático por ter sido relacionado, de maneira substantiva e não-arbitrária, e por ter *interagido* com idéias relevantes existentes na estrutura cognitiva do indivíduo (MOREIRA, 1999, p. 55).

A condição referente à disposição do estudante em aprender significativamente requer que ele manifeste uma disposição para relacionar, de forma não arbitrária e substantiva, o novo material à sua estrutura cognitiva. Para Moreira (1999) a predisposição para aprender e a Aprendizagem Significativa tem uma relação cíclica: “[...] a Aprendizagem Significativa requer predisposição para aprender e, ao mesmo tempo, gera esse tipo de experiência afetiva” (COLL et al., 2000), ao enfatizar o que Ausubel já mencionava, sugerem que se volte a atenção também a aspectos motivacionais do estudante. Não basta que o material, ou as atividades de aprendizagem sejam potencialmente significativos, se o estudante não estiver motivado ou não dispuser de características cognitivas adequadas, ou ainda, se ele se satisfaz adquirindo conhecimentos vagos ou difusos, sem a significância devida, ao adotar estratégias que o levam a internalizar o conteúdo de forma literal e arbitrária.

Para Moreira (1997), é importante que na avaliação da Aprendizagem Significativa busquemos evidências de que o estudante, cada vez mais, use os significados compartilhados no contexto da matéria de ensino. Pretendemos levar o estudante a uma compreensão e utilização conceitual através da Aprendizagem Significativa e não por memorização.

O ensino deve agir no sentido de que os estudantes aprofundem e ampliem os significados que constroem ou adquirem por meio da participação nas atividades de aprendizagem. Em uma pesquisa desenvolvida com estudantes a respeito de fatores que influenciaram para a ocorrência da Aprendizagem Significativa, Buchweitz (2001) destaca a participação ativa dos estudantes nas atividades de aprendizagem. De acordo com a pesquisa, os próprios estudantes consideram sua Aprendizagem Significativa por representar aquisição de valores ou reflexos na mudança de comportamentos e também citaram a aplicação dos conhecimentos em novas situações, a retenção do conhecimento e a satisfação em aprender, como motivos para considerar significativa a aprendizagem descrita.

### 2.1.3 Organizando Substantiva e Programaticamente o Ensino

O professor tem um importante papel no processo de ensino e aprendizagem, pois cabe a ele organizar o material de ensino. Embasado em seu conhecimento, deve demonstrar habilidade para identificar os conceitos fundamentais do conteúdo e organizá-los hierarquicamente, partindo dos de maior generalização de forma que esses possam ser relacionáveis e capazes de integrar o maior número de conceitos.

Para que a Aprendizagem Significativa aconteça, é necessário pensar em estratégias que facilitem aos estudantes a aquisição de uma estrutura cognitiva que seja adequada, já que esta é a variável mais importante neste processo de aprendizagem.

A estrutura cognitiva pode ser influenciada de duas formas para fins pedagógicos:

Substantivamente, com propósitos organizacionais e integrativos, usando as proposições e conceitos unificadores do conteúdo, que têm maior poder explanatório, inclusividade, generalidade e relacionabilidade; e programaticamente, empregando princípios programáticos para ordenar seqüencialmente o conteúdo a ser disponibilizado ao estudante, respeitando sua organização e lógica internas e planejando a realização de atividades adequadas (AUSUBEL *et al.*, 1980, p. 138, MOREIRA, 1997, p. 36).

Neste sentido, segundo Moreira (1999), alguns procedimentos são importantes para proporcionar a facilitação da Aprendizagem Significativa. A primeira orientação é de que se faça uma análise conceitual do conteúdo a fim de identificar conceitos e procedimentos básicos, para neles concentrar o empenho na organização do material com as atividades de aprendizagem. Outra orientação é de não sobrecarregar o estudante de informações desnecessárias que possam dificultar a organização cognitiva. Por fim, é importante buscar a melhor maneira de relacionar, explicitamente, os aspectos mais importantes do conteúdo a ser desenvolvido, aos aspectos especificamente relevantes da estrutura cognitiva do estudante.

Levando em conta os fatores expostos anteriormente o papel do professor, atuando como facilitador da Aprendizagem Significativa envolve alguns aspectos



fundamentais (MOREIRA, 1999) como identificar, em cada matéria do ensino, as estruturas conceitual e proposicional organizando-as de maneira sequencial de modo que, a partir de conceitos e princípios unificadores, ocorra a adequação necessária para o estabelecimento das particularidades específicas de cada conteúdo. Determinar quais os subsunçores mais adequados (ideias, proposições e conceitos) são necessários para a Aprendizagem Significativa dos conteúdos. Verificar quais dos subsunçores necessários para o desenvolvimento de cada conteúdo estão presentes na estrutura cognitiva dos estudantes.

#### 2.1.4 A Aprendizagem Significativa na visão de Novak

Joseph Novak é considerado um dos principais responsáveis por divulgar e refinar a teoria da Aprendizagem Significativa. Foi colaborador de Ausubel em diversos trabalhos, dentre os quais a obra “Psicologia Educacional” de Ausubel, Novak e Hanesian (1980). Elaborou uma teoria, que tem como elemento central a Aprendizagem Significativa, inculcida de uma conotação humanista, superando a característica cognitivista enfatizada por Ausubel.

Para Novak, a Aprendizagem Significativa compreende a integração construtiva entre pensamento, sentimento e ação que conduz ao engrandecimento humano.

Levando em consideração que os seres humanos pensam, sentem e agem, Novak propõe que uma teoria de Educação deva compreender estes três componentes.

Deste modo, Novak & Gowin (1988), acreditam que em um evento educacional, um ser humano (estudante) adquire um conhecimento em um determinado contexto, interagindo com um professor (ou algo que o substitua); a avaliação também se inclui no evento porque muito do que acontece no processo ensino-aprendizagem-conhecimento-contexto, depende da avaliação, ou, como coloca Novak, “muito do que acontece na vida das pessoas depende também da avaliação”.

Levando em consideração estes cinco elementos, Novak propõe como fundamental em sua teoria a ideia de que todo evento educativo implica em ação para trocar significados entre professor e estudante cujo objetivo é a Aprendizagem Significativa de um novo conhecimento contextualmente aceito.

Segundo Novak & Gowin (1988, p. 136), o interesse na captação dos significados, em sua reorganização por meio da Aprendizagem Significativa e na interpretação compartilhada dos significados nas interações entre professores e estudantes se resume na definição de governos: o controle dos significados controla o esforço. Para eles, as boas experiências educativas deveriam ajudar a controlar o significado de maneira a levar tanto a um esforço como a uma satisfação humana apropriados.

Os princípios pertinentes à teoria de Novak, segundo organização de Moreira (1999), permitem uma visão de seu trabalho teórico.

1. Todo evento educativo envolve cinco elementos: aprendiz, professor, conhecimento, contexto e avaliação.
2. Pensamentos, sentimentos e ações estão interligados, positiva ou negativamente.
3. Aprendizagem significativa requer:
  - a) disposição para aprender;
  - b) materiais potencialmente significativos;
  - c) algum conhecimento relevante.
4. Atitudes e sentimentos positivos em relação à experiência educativa têm suas raízes na aprendizagem significativa e, por sua vez, a facilitam.
5. O conhecimento humano é construído; a aprendizagem significativa subjaz a essa construção.
6. O conhecimento prévio do aprendiz tem grande influência sobre a aprendizagem significativa de novos conhecimentos.
7. Significados são contextuais; aprendizagem significativa não implica aquisição de significados “corretos”.
8. Conhecimentos adquiridos por aprendizagem significativa são muito resistentes a mudanças.
9. O ensino deve ser planejado de modo a facilitar a aprendizagem significativa e a ensejar experiências afetivas positivas.
10. A avaliação da aprendizagem deve procurar evidências de aprendizagem significativa.
11. O ensino, o currículo e o contexto também devem ser avaliados.
12. Mapas conceituais podem ser representações válidas da estrutura conceitual/ proposicional de conhecimento de um indivíduo; podem ser instrumentos de meta-aprendizagem (MOREIRA, 1999, p. 41, 42).

Os Mapas Conceituais são considerados um importante recurso pedagógico para facilitar a Aprendizagem Significativa e segundo Novak (2003) ele serve como um tipo de modelo para ajudar a organizar o conhecimento e a estruturá-lo. Segundo

ele, muitos estudantes e professores são surpreendidos por ver que como essa simples ferramenta facilita a Aprendizagem Significativa e a criação de uma poderosa estrutura cognitiva que não apenas permite a utilização do conhecimento em novo contexto, mas também a retenção do conhecimento por longo período de tempo.

#### 2.1.5 Mapas Conceituais

Os Mapas Conceituais são definidos como um recurso didático que enfatiza conceitos e relações entre conceitos, de acordo com os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora (MOREIRA & BUCHEWEITZ, 1987).

De acordo com Moreira & Buchewitz (1987) os Mapas Conceituais não são únicos, tendo em vista que existem diversas maneiras de dispor conceitos e suas relações em um diagrama e comumente pessoas distintas apresentam disposições distintas e diversas dos conceitos e suas relações. Dessa forma cada um deve ser entendido como uma possível representação de certa estrutura conceitual.

Os Mapas Conceituais podem ser obtidos de variadas formas. O professor pode solicitar que os estudantes os construam, ou ainda, podem ser obtidos indiretamente por meio das respostas destes em testes escritos ou entrevistas orais (MOREIRA & BUCHWEITZ, 1987). Quanto à sua construção, não existem regras fixas, mas usualmente o procedimento consta de identificar os conceitos, listá-los em uma ordem hierárquica, distribuí-los em duas dimensões (vertical e horizontal), traçar linhas que indiquem as relações entre eles e escrever a natureza de cada relação. As linhas que ligam um conceito a outro podem ou não permitir uma seta em um dos extremos, esta serve para indicar o sentido da leitura. A natureza da relação a que nos referimos, compreende o uso de conectivos (uma ou duas palavras) que unem dois conceitos, seu uso não é indispensável, porém, contribui para uma melhor compreensão do mapa.

Conforme MOREIRA & BUCHWEITZ, (1987) e NOVAK & GOWIN (1988), os Mapas Conceituais constituem uma representação explícita e ao menos aproximada da estrutura conceitual que o estudante possui, permitindo ao professor avaliar o

que o educando sabe em termos conceituais. Ou seja, o professor pode observar como o estudante estrutura, hierarquiza, diferencia, relaciona, discrimina e integra conceitos de um determinado assunto. Além disso, os mapas são instrumentos auxiliares para determinar o conhecimento prévio do educando e para investigar mudanças em sua estrutura cognitiva durante as aulas.

Os mapas fornecem informações qualitativas que permitem ao professor e aos estudantes discutirem os seus pontos de vista sobre a validade de suas representações e avaliar o processo de aprendizagem. Porém, se houver necessidade de atribuir valor aos mapas, é sugerido estabelecer critérios para quantificá-los. Novak & Gowin (1988), sugerem que a pontuação seja atribuída sobre: as relações ou conexões válidas entre conceitos; os níveis válidos de hierarquia estabelecidos; as conexões cruzadas válidas entre segmentos distintos da hierarquia conceitual, e, em alguns casos, os exemplos válidos apresentados. Os autores acreditam que sempre que esses critérios forem aplicados levando em conta os princípios da Aprendizagem Significativa, os mapas podem servir para avaliar a aprendizagem, pelo menos de uma maneira tão eficiente quanto à maioria das outras formas de avaliação de determinado assunto. A partir de um conceito central, o indivíduo (ou grupo) coloca as palavras e as ideias que se relacionam com este conceito.

## 2.2 A Inclusão da Tecnologia na Educação

A principal questão relacionada à inserção da Informática na Educação é a distinção entre o uso do computador para ensinar ou para promover a aprendizagem (VALENTE, 1998).

A análise desta questão nos possibilita entender que a utilização do computador como ferramenta auxiliar para o desenvolvimento de atividades didáticas não é um atributo inerente ao mesmo, mas está relacionado à forma como é concebida a tarefa na qual ele será utilizado, ou seja, deve proporcionar uma integração conveniente ao enfoque educacional adotado: a tecnologia deve se adequar à educação e não o contrário (VALENTE, 1997).

Segundo Valente (1997), se o objetivo de sua utilização for passar informações para o estudante, administrando e avaliando as atividades que o mesmo desenvolve o computador exerce a mesma função que o professor tradicional, a de transmissor do conhecimento. Para possibilitar mudanças no sistema atual de ensino, o computador deve ser usado como um recurso no qual o estudante possa criar, pensar e manipular as informações, ações estas que auxiliam na construção do conhecimento.

[...] o uso inteligente do computador na educação é justamente aquele que tenta provocar mudanças na abordagem pedagógica vigente ao invés de colaborar com o professor para tornar mais eficiente a transmissão do conhecimento (VALENTE, 1997, p. 2).

A linha construcionista de Papert (1986) nos mostra uma nova visão que oferece aos estudantes uma postura de investigação, de compartilhamento, que o leva a posicionar-se criticamente sobre a realidade em que está inserido. A preparação de educadores para desempenhar essas novas funções é outro grande desafio a ser enfrentado.

O computador, em particular permite novas formas de trabalho, possibilitando a criação de ambientes de aprendizagem em que os alunos possam pesquisar fazer antecipações e simulações, confirmar idéias prévias, experimentar, criar soluções e construir novas formas de representação mental (Brasil, 1999, p.141).

### 2.2.1 O professor no Contexto da Tecnologia

Segundo D'Ambrósio (1998) a relação educacional passará de professor-aluno para professor-aluno-computador. A implantação de recursos tecnológicos nas escolas deve associar a instalação de laboratórios com computadores com a capacitação de professores, para que aqueles sejam utilizados adequadamente como recurso pedagógico. Muitas escolas dispõem de computadores, no entanto, sua utilização restringe-se ao navegar livremente na *internet*. Os professores mostram-se resistentes à inserção da tecnologia, devido ao fato de estarem acomodados em suas salas de aula, ministrando suas aulas de forma tradicional, onde o estudante é o sujeito receptor. Passando a utilizar o computador em suas aulas, haverá grande possibilidade do estudante ser sujeito ativo na busca do conhecimento. O estudante poderá ter uma grande interatividade com os *softwares*

utilizados. O professor será o orientador do processo. Essa desacomodação, ou seja, esta nova situação levará escola, professores e estudantes a um novo paradigma educacional.

Valente (1999) argumenta que é preciso investir na formação efetiva do professor para o uso pedagógico da informática, não somente torná-lo apto a utilizar a máquina. Assim, se faz necessário distinguir entre capacitação através de cursos de treinamento (resume-se a adição de conhecimentos e técnicas de informática às atividades já realizadas pelo professor em sala de aula) e capacitação através de cursos de formação (propiciam condições para que ocorra uma mudança na forma com que o professor vê a sua prática assumindo uma nova postura, a partir da compreensão de como ocorre o processo de ensino e aprendizagem através da utilização desta tecnologia).

Ainda, segundo Valente (1999), a inserção da Informática na Educação requer o conhecimento simultâneo das partes técnica e pedagógica, pois uma fornece suporte à outra. No momento em que o professor sentir segurança com as questões técnicas necessárias, poderá avançar de forma expressiva na exploração do desenvolvimento de atividades pedagógicas mais elaboradas.

[...] mesmo dispendo de uma gama imensa de possibilidades oferecidas pelos novos recursos de informática, deparamos com os usos banais de tecnologia, indicando uma falta de articulação entre o pedagógico e o técnico (VALENTE, 1999, p. 21).

Assim, o papel do professor é redesenhado dentro do processo de ensino-aprendizagem: ele deixa de ser um transmissor de conhecimento, transformando-se no organizador de ambientes de aprendizagem e assumindo o papel de mediador no processo de desenvolvimento da estrutura cognitiva do estudante. Pois “é o professor, através de suas concepções sobre o que é ensinar e aprender, quem determina as possibilidades de uso dos *softwares* na Educação” (SETTE, 1998, apud VIEIRA, 2004).

## 2.2.2 Concepções Construcionista

Segundo Papert (1986), a construção do conhecimento através do computador tem sido denominada por construcionismo. Esta construção do conhecimento acontece quando o estudante constrói um objeto de seu interesse, como uma obra de arte, um relato de experiência ou um programa de computador. Existem duas ideias que contribuem para este tipo de construção do conhecimento: o aprendiz constrói alguma coisa através do fazer, do colocar a “mão na massa” e para este fazer ele deve estar envolvido afetivamente. O envolvimento afetivo torna a aprendizagem mais significativa.

Ainda, o estudante está inserido em um ambiente social e pode usar todos os elementos provenientes deste como fonte de conhecimento, ampliando o campo de ideias e estratégias a serem utilizadas na resolução dos problemas, através do computador (VALENTE, 1998). Desta forma, o processo de ensino-aprendizagem tendo como ferramenta o computador subentende que o estudante, através de aplicativos computacionais, possa adquirir ou aprimorar conceitos sobre os mais variados domínios do conhecimento.

Quando o computador, através de *softwares* ensina o estudante, o processo continua ocorrendo de forma tradicional. O computador nada mais é do que uma máquina de ensinar, ancorada por programas tutoriais, onde os estudantes seguem instruções programáticas direcionadas que não exigem dele habilidade de raciocínio, não propiciando assim o desenvolvimento da sua estrutura cognitiva e muito menos do senso crítico necessário para a sua formação, isto é, o computador simplesmente substitui os livros didáticos convencionais. No segundo polo, quando o estudante “ensina” o computador através da utilização de *softwares*, o computador passa a ser utilizado como uma ferramenta que proporciona ao estudante a oportunidade de resolver problemas, escrever, desenhar, simular situações teóricas, recriar projeções tridimensionais de objetos, ou seja, o aprendiz tem a oportunidade de manipular a informação, analisá-la e formular suas próprias conclusões. As possibilidades de uso do computador como ferramenta educacional está crescendo e os limites dessa expansão são desconhecidos. Cada dia, surgem novas maneiras de usar o computador como um recurso para enriquecer e favorecer o processo de aprendizagem. Isso nos mostra que é possível alterar o paradigma educacional;

hoje, centrado no ensino, para algo que seja centrado na aprendizagem (VALENTE, 1998, p.18). Sob este aspecto o computador não é mais um instrumento utilizado para ensinar o aprendiz, mas uma ferramenta com a qual o estudante desenvolve algo, e, portanto, o aprendizado ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa por intermédio do computador (VALENTE, 1998).

### 2.2.3 A Tecnologia como Recurso para Aumentar o Interesse dos Estudantes

A utilização da tecnologia em sala de aula trouxe a esperança de ajudar a resolver a questão de reter o interesse dos estudantes. Mas, o recurso por si só não é suficiente para atingir este grande objetivo. Para acompanhar todo o processo de ensino e aprendizagem é necessário que o estudante esteja envolvido em uma Aprendizagem Significativa.

(...) para que os estudantes aprendam significativamente, eles devem estar voluntariamente engajados numa tarefa significativa (...) o objetivo ou intenção da tarefa deveria requerer atividades de aprendizagem cooperativas, autênticas, intencionais, construtivas e ativas (JONASSEN, 2003, p.20).

O que conduzirá os estudantes a novas aprendizagens é a natureza da tarefa ou da atividade na qual estão envolvidos. Sendo assim, a elaboração das propostas metodológicas nas escolas deve contemplar atividades que levem a uma Aprendizagem Significativa. E uma dessas opções é a Modelagem Matemática que muitas vezes é associada a outras estratégias pedagógicas, como o uso da Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC). Para tentar expandir as investigações em sala de aula em direção a temas mais gerais, buscamos integrar a experimentação com tecnologia ao trabalho de modelagem. Os recursos tecnológicos permitem, segundo Borba (1999), que os processos de experimentação sejam explorados de maneira mais dinâmica. Ele destaca que o papel do professor é de extrema importância durante todo o processo. Também é enfatizado que os temas ou problemas sejam oriundos da realidade do estudante, e salienta que os mesmos devem escolher o tema a ser estudado.



#### 2.2.4 Avaliação de *Softwares* Educativos

O computador pessoal é uma ferramenta que veio para facilitar a vida das pessoas. No contexto da Educação, veio para colaborar com o processo ensino-aprendizagem, ajudar no processo de conceituação e no desenvolvimento de habilidades para que estes participem da sociedade do conhecimento. No que se refere aos computadores e sua utilização para aprender Matemática, cada vez há mais *softwares* de domínio público ou de baixo custo disponíveis (HAETINGER, 2002). Algumas das novas habilidades a serem desenvolvidas pelo professor referem-se à avaliação criteriosa de *software* e seu adequado uso em sala de aula.

Avaliar um *software* educativo, segundo Valente (1994, 1999) significa analisar como ele pode ter um uso educacional, como pode ajudar o aprendiz a produzir seu conhecimento e a modificar sua realidade. Também deverá ser avaliado dentro de uma proposta pedagógica. O *software* para ser educativo deve ser pensado segundo uma teoria sobre como o sujeito aprende, como ele se apropria e constrói seu conhecimento. O *software* para ser autônomo, deve ter como fundamento o ensino programático, onde as informações por si só promovem o ensino de qualquer conteúdo, independente das condições específicas da realidade educacional de uma escola. Qualquer *software* que se propõe a ser educativo deve permitir a intervenção do professor.

Na sociedade da informação cresce a oferta de produtos, dentre eles os que tiram partido das tecnologias *online*. Assim, são cada vez maiores os desafios com que se defrontam os professores que desejam incorporar a TIC nas suas práticas profissionais e de seus estudantes. Tomando em consideração o importante papel que os computadores desempenham na sociedade, cresce a importância dos professores participarem da avaliação de *softwares* multimídia. Esta habilidade para ser desenvolvida deveria ser considerada como eixo principal do seu processo de formação, tendo em vista a preparação para o uso da TIC. Com o grande desenvolvimento tecnológico assistido nos últimos anos e as novas exigências sociais que a nova TIC veio trazer, cabe a pergunta: em que medida a escola tira partido do seu enorme potencial, e em que medida está preparando os jovens para serem bem sucedidos num mundo tecnológico?

A realidade de nossas escolas mostra a escassez de estudos sistemáticos sobre a utilização pedagógica de *softwares* educativos, associada a sua fraca utilização e também à quase ausência de padrões de qualidade pedagógica.

A avaliação de qualidade do *software* educativo deve ser sobre o produto em si mesmo, forçando a análise das características intrínsecas de forma a poder concluir sobre o seu “valor absoluto”, a sua utilização e exploração pedagógica, ou seja, o seu valor enquanto meio, recurso ou ferramenta ao serviço do processo de ensino e de aprendizagem e as aquisições que proporciona, de forma a poder concluir-se sobre o tipo e a qualidade da aprendizagem que permite. Os *softwares* devem fornecer pistas aos professores sobre seu potencial de uso, sem prescrever, mas proporcionando informações sobre uma adequada integração ao currículo. O resultado da avaliação terá, pois, a função central de ajudar o professor no conhecimento e na utilização dos programas, enfatizando o conhecimento sobre os aspectos pedagógicos, metodológicos e culturais que esses programas encerram.

Segundo Valente (1994 e 1999), um bom *software* deve desenvolver o raciocínio e facilitar situações de resolução de problemas, favorecer a interação, permitir ao estudante agir sobre os resultados fornecidos pelo computador. Deve fazer uma abordagem construcionista (Papert, 1986), e não apenas instrucionista, facilitando a interação do professor. Ter a capacidade de motivar e despertar a curiosidade dos estudantes. Sua linguagem deve ser simples, precisa e formal. Deve permitir ao aprendiz a execução de procedimentos, a reflexão do que foi executado e também a depuração dos procedimentos quando os resultados não são os esperados.

O *software* a ser trabalhado, segundo Costa (2005), deve seguir as seguintes recomendações:

- ter uma perspectiva multidimensional, conjugando diferentes vertentes normalmente associadas ao processo educativo;
- articular as dimensões psicológica, curricular, didática e tecnológica;
- ser avaliado em três planos: sobre o produto propriamente dito, sua utilização em contextos concretos e sobre os resultados por eles mediados.

Desta forma, para um *software* ser educativo ele deve ser um ambiente interativo que proporcione ao estudante a possibilidade de investigar, refletir sobre as informações apresentadas e resultados obtidos, levantar hipóteses e testá-las com o objetivo de aprimorar as ideias iniciais referentes ao problema a ser resolvido. Para tanto, Papert (1986) e Valente (1998) sugerem a realização do ciclo descrição-execução-reflexão-depuração-descrição:

- Descrição do problema: representação (inserção) dos dados referentes ao problema usando os recursos disponíveis no *software*.

- Execução dessa descrição pelo software.

- Reflexão sobre os resultados apresentados: o processo de reflexão implica na abstração dos resultados obtidos, acarretando uma das seguintes ações alternativas:

1. A resolução corresponde às ideias iniciais, logo não são necessárias modificações no procedimento;

2. O resultado apresentado não corresponde às ideias iniciais, assim são necessárias modificações no procedimento.

- Depuração: necessária quando os resultados apresentados pelo computador não correspondem às ideias iniciais e acontece através da busca de novas informações que serão utilizadas para modificar a descrição anteriormente definida.

- Descrição do problema: refeita através da depuração, reiniciando o ciclo interativo.

Na concepção construcionista (Papert, 1986), o estudante constrói, através do computador, o seu próprio conhecimento (computador como ferramenta), isto é, quando o aprendiz está interagindo com o computador ele está manipulando conceitos e isso contribui para o seu desenvolvimento mental (VALENTE, 1998).

## 2.3 Modelagem Matemática

Nesta seção vamos descrever as diferentes formas de uso da Modelagem Matemática, mencionaremos a Modelagem Matemática na Matemática Aplicada, definiremos o modelo matemático e descreveremos as etapas da Modelagem Matemática, enfatizando-a como metodologia de ensino e aprendizagem, caracterizando-a como tal.

### 2.3.1 Modelagem Matemática em Vários Olhares

Modelagem Matemática pode ser assumida de maneiras distintas em atividades profissionais.

Chevallard *et al.* (2001), entendem que grande parte da atividade matemática pode ser identificada como uma atividade de Modelagem. Em sua concepção, um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (Matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, para responder as questões inicialmente apresentadas (CHEVALLARD *et al.* 2001, p. 50). Para estes autores a atividade matemática contempla tanto questões não matemáticas, como também questões que surgem dentro do trabalho do matemático, que denominamos questões intramatemáticas.

Ao discorrer sobre aplicações da Matemática, Bassanezi (2002) aborda dois aspectos da atividade da Matemática Aplicada, que estão em consonância com o Chevallard *et al.* (2001). Segundo ele, o primeiro aspecto consiste em adaptar conceitos, configurações ou estruturas matemáticas aos fenômenos da realidade. No segundo aspecto, as situações da realidade aparecem como motivo para formulação de novos conceitos e estruturas matemáticas. Em trabalhos de investigação em Matemática não é incomum estes dois aspectos serem combinados, culminando em novos métodos e técnicas.

Bassanezi (2002) faz menção ao uso da Matemática em uma colocação em que substancialmente se refere à Modelagem Matemática:

O objetivo fundamental do “uso” de Matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma, a Matemática pode ser vista como instrumento intelectual capaz de sintetizar idéias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camufladas num emaranhado de variáveis de menor importância (BASSANEZI, 2002, p. 18).

Conforme a definição apresentada por Bassanezi, Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2002, p. 24).

### 2.3.2 A Modelagem Matemática na Matemática Aplicada

De acordo com Bassanezi (2002), “A *Matemática Aplicada* é essencialmente interdisciplinar e sua atividade consiste em tornar aplicável alguma estrutura Matemática fora do seu campo estrito; a modelagem, por sua vez, é um instrumento indispensável da Matemática Aplicada.”

A área de pesquisa denominada Matemática Aplicada incumbe-se normalmente de questões provenientes de problemas não matemáticos. O papel do profissional desta área consiste em estudar a situação-problema e propor uma solução. A fim de lidar com a situação, um procedimento comum, se não necessário, é selecionar fatores que são representativos no problema, abordando-o de maneira a trabalhar com uma simplificação da realidade. Desta forma, apenas as variáveis mais relevantes são consideradas na elaboração do modelo matemático. O processo de obtenção do modelo constitui a Modelagem Matemática.

### 2.3.3 Definição de Modelo Matemático

O modelo, por outra parte, pode ser entendido como um sistema artificial, uma formalização de uma porção da realidade, de um sistema do qual se seleciona aspectos essenciais como argumentos ou parâmetros.

Bassanezi (2002) descreve de uma forma simplificada que um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado cuja aceitação depende da necessidade de quem está envolvido na construção do modelo e de seus fins.

Em menção à Modelagem Matemática, Davis & Hersh (1995) descrevem-na como a arte de adotar a estratégia adequada face às dificuldades próprias da Matemática.

A constatação de que a obtenção do modelo, ou dos modelos, depende das hipóteses escolhidas, apresentamos a seguinte definição de modelo matemático: modelo matemático é um conjunto completo e consistente de equações matemáticas que são concebidas de modo a corresponderem a uma outra entidade, o seu protótipo. O protótipo poderá ser uma entidade física, biológica, social, psicológica ou conceptual, porventura até mesmo outro modelo matemático (DAVIS & HERSH, 1995, p. 84).

#### 2.3.4 Etapas do Processo de Modelagem

O procedimento de um modelador envolve várias etapas que invariavelmente ocorrem na prática. As etapas que apresentamos aqui são possíveis de serem encontradas na literatura. Há muita similaridade entre elas, algumas são mais sucintas, outras mais detalhadas, mas todas são representações simplificadas e explicativas do processo de Modelagem Matemática. As etapas características de um processo de Modelagem Matemática, conforme (BIEMBENGUT, 2002, p. 44) são, pois:

- Identificação do problema real.
- Formulação do modelo matemático.
- Obtenção da solução matemática do modelo.
- Interpretação da solução.
- Comparação com a realidade.
- Escrita do relatório e apresentação dos resultados.

#### 2.3.5 Modelagem Matemática como Metodologia de Ensino e Aprendizagem

Uma característica que, em geral, o processo de Modelagem Matemática adquire em um enfoque educacional é de que algumas etapas do esquema de modelagem podem ser menos enfatizadas, em relação ao trabalho de um

profissional da Matemática Aplicada. O grau de rigor com os modelos também não é o mesmo. Segundo Bassanezi (2002, p. 38), “Mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural”.

É desejável que durante a modelagem, ocorra a aprendizagem de conceitos e técnicas do conteúdo que está sendo estudado. Assim o objeto de estudo pode contribuir como agente motivador da aprendizagem e dar suporte para a ocorrência da mesma. Neste sentido, encontramos em D’Ambrósio (1986) um forte argumento, que vem corroborar esta expectativa:

[...] o ponto de vista que me parece de fundamental importância e que representa o verdadeiro espírito da Matemática é a capacidade de modelar situações reais, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em outro contexto, novo, isto é, a transferência de aprendizado resultante de uma certa situação para a situação nova é um ponto crucial do que se poderia chamar aprendizado da Matemática, e talvez o objetivo maior do seu ensino (p.44).

Assumimos a Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem por reconhecermos que o uso da mesma em um ambiente escolar traz a possibilidade de desenvolver nos sujeitos, participantes do processo, inúmeros aspectos importantes e requeridos pela Educação Matemática, como colocam os trabalhos de Clements (1989), Blum & Niss (1991), Moscardini & Ersoy(1994), Bassanezi (2002), D’ambrósio (2002), Almeida (2003a, 2003b), entre outros.

Neste contexto, consideramos a Modelagem Matemática como uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação ou problema da realidade, configurando uma atividade que se desenvolve segundo um esquema – “um ciclo de modelagem” – no qual a escolha do assunto tem a participação direta dos sujeitos envolvidos.

#### 2.3.6 Um Caminho para a Efetivação de uma Proposta em Sala de Aula

De forma geral o ambiente a que nossos estudantes estão habituados é característico das aulas discursivas e expositivas, com pouco espaço para interação

(ALMEIDA, 2002a; FERRUZZI, 2003). Deste modo, é adequado que a integração das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula seja um processo gradativo, permitindo ao estudante a familiarização com o ambiente nesta perspectiva. Com a expressão “processo gradativo”, queremos dizer que a participação dos estudantes em termos de grau de envolvimento na atividade deve aumentar no decorrer do desenvolvimento da mesma.

Os estudantes devem perceber desde o princípio a importância e a utilidade do processo de modelagem. Então é sugerido que as atividades de ensino ponderem três diferentes momentos (ALMEIDA, 2002a, 2002b).

Em um primeiro momento sugere-se desenvolver com os estudantes um trabalho de modelagem já estruturado. Este deve contemplar todas as etapas do processo e não ser muito complexo para que os estudantes tenham uma compreensão significativa do mesmo.

No segundo momento o professor sugere aos estudantes uma situação problema já estabelecida, juntamente com um conjunto de informações, e os estudantes participem da formulação das hipóteses, da dedução do modelo e de sua posterior validação.

No terceiro momento os estudantes são incentivados a conduzirem um processo de modelagem a partir de um problema escolhido por eles e devidamente assessorados pelo professor.

Como já nos referimos, há indícios de que a aquisição do conhecimento se dá a partir de fatos da realidade. Entendemos que a Modelagem Matemática em sala de aula viabiliza a interação da Matemática escolar com a Matemática fora do ambiente da sala de aula. No entanto, segundo Niss (1992), não é suficiente que o contato com o processo se dê apenas quanto aos aspectos puramente matemáticos do trabalho. Para que o estudante saia da posição passiva, onde apenas recebe informações, e se torne um sujeito ativo e participante, é necessário que ele participe do desenvolvimento de todo o processo de modelagem.

Neste sentido, ressaltamos ainda, que, no que diz respeito ao fator motivação dos estudantes, melhores resultados podem ser esperados se as atividades de



modelagem eleitas pelo professor para serem trabalhadas nos primeiros momentos tiverem relação com a área de interesse dos estudantes, ou seja, que a realidade não seja qualquer, mas sim a realidade na qual eles estejam inseridos.



## 3 OBJETIVO

### 3.1 Objetivo Geral

Desenvolver uma proposta de Modelagem Matemática, utilizando como ferramenta auxiliar o *software* de domínio público *Graphmatica*<sup>1</sup>, e através dela verificar se os materiais didáticos propostos foram potencialmente significativos e se contribuíram para uma Aprendizagem Significativa de funções afins.

### 3.2 Objetivos Específicos

- Identificar, nas produções dos estudantes, evidências de uma Aprendizagem Significativa do conteúdo de funções afins.
- Oportunizar aos estudantes materiais com potencial para que possam construir conceitos cientificamente aceitos como corretos.
- Utilizar a Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem para facilitar a Aprendizagem Significativa.
- Analisar de que modo os estudantes percebem a importância do uso do *software* *Graphmatica* para a realização de atividades didáticas.

---

<sup>1</sup> ® <ftp://ftp.ufv.br/dma/graphmatica/grmat16w.zip>

## 4 METODOLOGIA

Nesta seção descrevemos as opções metodológicas adotadas para o desenvolvimento do trabalho, que estão fundamentadas nos pressupostos teóricos da Aprendizagem Significativa, com a utilização da metodologia da Modelagem Matemática, incluindo o computador como ferramenta de ensino.

### 4.1 Contexto da Escola

A Escola Estadual de Educação Básica Érico Veríssimo – Lajeado/RS - há 30 anos desenvolve atividades educacionais. A mesma está localizada no bairro São Cristóvão, o qual se encontra próximo ao centro do município de Lajeado, na Região Central do Estado do Rio Grande do Sul. Quanto ao aspecto físico, a escola possui 1720 m<sup>2</sup> de área construída, situada num terreno de dois hectares na principal rua do bairro. A mesma possui 14 salas de aula, uma sala de professores, auditório, biblioteca, sala de coordenação pedagógica, sala de orientação, sala de direção, sala de vice-direção, secretaria, Laboratório de Informática, cozinha, cantina e banheiros. Quanto aos recursos humanos possui um diretor, 3 vice-diretores, 62 professores, 3 coordenadores pedagógicos, 4 serventes e 2 monitores. Atende estudantes do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos, com funcionamento em três turnos. O número de estudantes matriculados em 2008 foi de 847. A escola possui 8 turmas de primeiro ano, sendo 5 diurnas e 3 noturnas; 5 turmas de segundo ano, sendo 3 diurnas e 2 noturnas e 4 turmas de terceiro ano, sendo 2 diurnas e 2 noturnas (Secretaria da Escola, novembro de 2008)

## 4.2 O Contexto Investigado

O trabalho proposto envolveu a turma 102, do primeiro ano, do Ensino Médio diurno da Escola Estadual de Educação Básica Érico Veríssimo- Lajeado, RS, no ano de 2008.

A turma investigada é composta de 16 meninos e 16 meninas. A faixa etária dos estudantes é de 15 a 18 anos. Temos dois estudantes repetentes. A maioria das mães exerce a função do lar e os pais são funcionários de empresas. Temos 12 estudantes que concluíram o Ensino Fundamental na nossa escola, sendo que os demais são estudantes novos vindos de oito escolas diferentes. Quanto à organização do trabalho do professor, no que refere à parte didático-pedagógica, a turma trabalha em duplas, recebendo folhas fotocopiadas ou utilizando o quadro-verde. As aulas, em grande parte das vezes são expositivo-dialogadas. A metodologia de trabalho é usualmente composta de: a) explicações do conteúdo ao quadro; b) exemplos que servem para mostrar aos estudantes o que e como devem executar as tarefas; c) correção dos exercícios ao quadro-verde, tanto pelo professor quanto pelo estudante. O professor, em certos casos, caminha pela sala de aula e atende às solicitações dos estudantes, mas, geralmente, está em frente à classe e dificilmente percebe quem realmente fez os exercícios ou problemas propostos, ou se simplesmente copiou do quadro-verde ou do colega ao lado.

A escola não adota livro-texto, todos os materiais de aprendizagem são elaborados pelos professores.

## 4.2 A Proposta de Ensino

Este estudo foi elaborado considerando pressupostos teóricos da Aprendizagem Significativa, aspectos que caracterizam a Modelagem Matemática e o uso da tecnologia como recurso pedagógico.

Após escolhida a turma, mantivemos o primeiro contato através de uma conversa informal. Nesta conversa colocamos nossa intenção de trabalho, conversamos sobre as aulas de Matemática e foram propostos alguns temas de interesse dos adolescentes. O tema escolhido pela maioria foi “O uso da telefonia celular”. Este tema, a partir deste momento, passou a fazer parte de nossas

pesquisas. Logo após, foi elaborada a entrevista com o objetivo de coletar dados sobre como é o uso da telefonia celular pelos integrantes desta turma. Estes dados coletados serviram para elaborar exercícios, detectar conceitos subsunçores existentes na estrutura cognitiva dos estudantes, referentes ao assunto de funções. Estes conhecimentos prévios, ou seja, aquilo que o estudante já sabe sobre funções afins, teve papel de destaque na elaboração de materiais. Em seguida, elaboramos o problema a ser estudado: é possível utilizar o telefone celular de maneira mais econômica, pensando na sustentabilidade do planeta?

O próximo passo foi elaborar um esquema sobre todos os assuntos diretamente envolvidos com o tema escolhido. A partir deste esquema passamos a pesquisar os assuntos para a coleta de dados. Com estes dados construímos os modelos matemáticos, através de atividades com potencial de serem significativas para que os estudantes possam chegar a conceitos relevantes de funções afins. Para resolver as atividades propostas, os estudantes tiveram acesso a computadores onde utilizaram o *software Graphmatica*. Esta ferramenta foi utilizada para facilitar a construção dos gráficos e auxiliar nas respostas e interpretação das questões propostas. O *software* utilizado foi o *Graphmatica* for Windows (Version 1.60), tendo em vista, inicialmente, dois aspectos de sua estrutura: é um *software* que permite a resolução de situações que envolvam funções afins e podemos considerá-lo um *software* educativo, pois ele não é simplesmente uma moderna máquina de calcular, é um programa para desenhar funções, comporta gráficos cartesianos, permite calcular zeros da função e intervalos.

Ao final fizemos uma análise das respostas obtidas, onde novas atividades foram propostas para verificar se o estudante foi capaz de aplicar os conceitos construídos. Investigamos se a proposta que faz uso da Modelagem Matemática pode ser facilitadora da Aprendizagem Significativa.

Acreditamos que as características que emergem num ambiente de Modelagem Matemática, em uma proposta organizada com potencial de ser significativa, fazendo uso da tecnologia, levam o estudante a manifestar uma predisposição positiva para relacionar substantivamente, as novas informações com a sua estrutura cognitiva, podendo conduzir a uma Aprendizagem Significativa.

A proposta de ensino foi planejada após termos conhecimento dos interesses da turma e esteve sujeita a modificações durante sua aplicação, devido ao fato de as atividades de modelagem, contarem com a contribuição dos estudantes.

Levantamos com antecedência os conteúdos contemplados no programa da disciplina a fim de preparar as aulas. Organizamos uma proposta para 20 aulas, sendo três horas semanais, dois períodos geminados na terça-feira e um na quinta-feira, número definido previamente de acordo com nossa necessidade e com a possibilidade do calendário escolar.

A coleta de dados e análises de informações foi feita através de: observação direta, análise das produções individuais e em grupo, análise das tarefas avaliativas e análise de depoimentos.

#### 4.3 Planejamento das Aulas e Elaboração do Material

Esta proposta foi desenvolvida na disciplina de Matemática e a delimitação da carga horária foi realizada em conjunto com a professora titular, após análise dos planos. Foram elaborados vinte períodos de aula, com três períodos semanais de cinquenta minutos cada. O primeiro encontro foi em sala de aula, com uma conversa inicial, onde os estudantes tomaram conhecimento da proposta. Neste primeiro encontro os educandos da turma 102 também responderam a um questionário sobre o uso de aparelhos celulares. O segundo e terceiro encontros foram utilizados para leitura de textos sobre o celular, tais como: Qual o destino dos celulares? Para que servem? O que fazer com os celulares antigos? Destino das pilhas, tecnologia 3G, e vantagens dos novos modelos, com o objetivo de colher dados para nossa proposta de modelagem. No quarto e quinto períodos aconteceram exposições orais com troca de experiências e vivências e relatório escrito sobre as leituras realizadas. No quinto período construiu-se um esquema com o objetivo de organizar e estruturar as pesquisas sobre celulares, envolvendo: aplicabilidade da tecnologia, evolução da comunicação sem fio, principais funções, aspectos de segurança, funcionamento básico, problemas, sigilo e segurança, reciclagem, evolução, descarte da bateria e do aparelho, meio ambiente, operadoras e planos.

O esquema foi construído pelo professor e pelos estudantes, partindo do conhecimento de cada um e ampliando para a pesquisa de novos conhecimentos de acordo com os interesses da turma. Do sexto ao décimo quinto períodos os estudantes tiveram a oportunidade de desenvolver conceitos e noções sobre a função afins. Os conceitos construídos foram: definição de função, gráficos, função crescente e decrescente, taxa de variação, sinal da função, análise do gráfico, taxa de variação e valor inicial e interpretação de situações envolvendo funções. O preparo das aulas contou com dados de planos das diversas operadoras, obtidos através da busca em *sites* próprios. Os estudantes receberam questionários para responder a partir da interpretação dos dados fornecidos e aplicação dos conceitos de funções afins. Sendo que no décimo sexto e décimo sétimo períodos eles resolveram os exercícios propostos em um laboratório de informática, utilizando o *software Graphmatica*. Os educandos construíram gráficos, no mesmo plano cartesiano, com diferentes coeficientes e, a partir das representações gráficas, fizeram a interpretação do plano mais vantajoso, efeito da variação dos coeficientes no gráfico, se a função é crescente ou decrescente e pontos em que o gráfico intercepta os eixos. A tarefa avaliativa, onde os estudantes descreveram estratégias de resolução utilizadas, serão apresentadas ao longo da dissertação.

Para que os estudantes tivessem a noção dos conceitos desenvolvidos em cada aula, a professora trabalhou as ideias intuitivamente, utilizando situações relacionadas à telefonia celular. Desenvolveu-se uma noção mais geral do conceito para chegar às particularidades, com características de diferenciação progressiva. Podemos citar um exemplo utilizado para desenvolver a noção de função:

1 - O valor a ser pago, de uma determinada conta telefônica, é dado em função dos minutos (tempo) utilizado mais um valor fixo pelo cliente. No quadro abaixo são apresentados três planos de telefonia celular. A partir destas informações, responda:

## QUADRO 02 – Três planos de telefonia

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por min
A	R\$35,00	R\$0,50
B	R\$20,00	R\$0,80
C	0	R\$1,20

Fonte: <<http://www.vivo.com.br>> Acesso em 26/08/08.

a) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utilize 25 min por mês?

b) A partir de quantos minutos de uso mensal o plano A é mais vantajoso do que os outros dois?

c) Escreva a lei de formação dos três planos.

d) Monte a tabela de acordo com a lei.

e) Construa os gráficos das funções.

Cabe salientar que o preço não é exatamente uma função afim da quantidade de minutos utilizados, pois em geral, cada plano contempla uma quantidade de minutos (franquia) e o cliente paga, por minuto utilizado, o que ultrapassar esta quantidade.

Após este trabalho intuitivo utilizamos o quadro-verde para fazer uma representação simbólica dos conceitos, utilizando linguagem matemática. Na sequência forneceu-se aos estudantes um material fotocopiado contendo tabelas com dados das operadoras de telefonia celular e atividades propostas, onde puderam descobrir e expressar ideias do assunto em questão.

As atividades iniciais foram elaboradas partindo do princípio de que os estudantes já construíram conceitos básicos e necessários para agregar os novos conhecimentos, tais como: o que são variáveis, ideia de relação de dependência, representação gráfica, equações, operações fundamentais. Através da realização das atividades propostas obtivemos dados para analisar se o conteúdo trabalhado foi significativo, se os conhecimentos básicos considerados inicialmente foram



suficientes para alcançarmos os objetivos propostos. Ao realizar as atividades os estudantes organizaram seus registros e os apresentaram de forma adequada, partindo de situações mais simples e, de acordo com as dificuldades encontradas, procuraram chegar a situações mais complexas. Nas últimas três aulas foram retomados os conceitos que não alcançaram os objetivos propostos, e apresentamos atividades complementares, com características de reconciliação integrativa. Após análise dos resultados obtidos no desenvolvimento das atividades, novo material foi construído e oferecido aos estudantes a fim de refazer procedimentos, desenvolver habilidades e construir conceitos anteriormente propostos.

## 5 A PROPOSTA DESENVOLVIDA

Neste capítulo apresentamos a estrutura da proposta desenvolvida, descrevendo as atividades com seus respectivos objetivos.

### 5.1 Considerações Iniciais

Um dos temas de Matemática para o Ensino Médio (BRASIL, 1998) é o estudo de funções. Dentre seus objetivos está o de identificar fenômenos naturais ou grandezas em dado domínio do conhecimento científico, estabelecer relações, identificar regularidades, invariantes e transformações. Por exemplo, perceber que todas as funções afins possuem como gráfico uma reta.

A proposta foi estruturada visando a proporcionar uma Aprendizagem Significativa, conforme pressupostos teóricos apresentados no Capítulo 2 e, para isto, algumas reflexões estiveram presentes:

- O que concebemos como Matemática?
- O que queremos com a Matemática?
- Como podemos aprender e ensinar Matemática?

Levamos em consideração que a Matemática é uma Ciência,

(...),contudo a Matemática, no Ensino Médio não possui apenas o caráter formativo ou instrumental, mas também deve ser vista como Ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o estudante perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas (BRASIL, 1999, p. 82-83).

### 5.1.1 Estrutura da Proposta

Nosso trabalho faz uso da Modelagem Matemática, incluindo o computador para buscar proporcionar aos estudantes uma aprendizagem mais significativa. Nesta proposta, organizamos tarefas com potencial de serem significativas, que visam ao estudante relacionar as novas informações com sua estrutura cognitiva de maneira substantiva e não- arbitrária. A não- arbitrariedade e a substantividade são conceitos básicos que caracterizam a Aprendizagem Significativa, conforme podemos conferir no Capítulo 2.

Estamos aplicando uma prática como alternativa pedagógica com o objetivo de desencadear processos de Aprendizagem Significativa. Elaboramos materiais próprios que possuam potencial de serem significativos e que têm o objetivo de evidenciar a importância da aplicação de modelos matemáticos para a representação de situações reais, estimularem o interesse do estudante pelo conteúdo matemático escolar, por intermédio de atividades significativas e permitir a ele uma atitude de investigação, possibilitando-lhe enxergar matemática em situações cotidianas.

A partir deste momento, a pesquisa foi dividida em três partes: sensibilização ao tema, desenvolvimento dos conceitos de funções afins através de atividades associadas ao tema e atividades realizadas com o auxílio do computador.

A seguir descrevemos estas três partes do trabalho:

## 1 - Sensibilização ao tema

Considerando a experiência afetiva, ou seja, o envolvimento ativo na realização das atividades de aprendizagem, as primeiras seis aulas foram dedicadas às atividades de Modelagem Matemática com o objetivo de sensibilizar os estudantes, despertar o interesse e motivá-los. Na primeira aula foi apresentada a proposta de trabalho enfatizando a Modelagem Matemática. Na segunda e terceira aulas elaboramos uma entrevista (ANEXO A) com o objetivo de coletar dados sobre como é o uso da telefonia celular pelos integrantes desta turma. A seguir, conversamos sobre celulares e montamos um esquema (ANEXO E) em grande grupo, onde partimos da palavra celular e fomos completando com assuntos relacionados ao tema principal. Na quarta aula montamos uma caixa de leitura com textos informativos sobre questões relacionadas à telefonia celular. Os primeiros textos foram obtidos da *internet* e alguns retirados da revista Veja. Os textos tratavam dos seguintes temas: o Celular e a saúde, o descarte de pilhas e o meio ambiente, o descarte do aparelho, utilidade do celular, a tecnologia 3G e o custo de ter um celular. Os textos inicialmente foram levados pela professora e os estudantes motivados a pesquisar e continuar montando a caixa de leitura conforme o interesse de cada um. Esta atividade veio contemplar um projeto de leitura da escola, já em andamento, onde semanalmente todos paravam trinta minutos para leitura. Cada estudante lia o texto de seu interesse durante o período de leitura e, posteriormente, eram feitos comentários das leituras e dos textos novos trazidos pelos estudantes. Nas duas aulas seguintes um novo esquema (ANEXO F) foi construído, sendo a palavra central “tecnologia”, e novos assuntos foram incluídos, tais como: TV digital, internet sem fio, a tecnologia dos veículos e câmeras digitais. Com esta nova construção abordamos novos temas de estudo, os quais foram divididos em oito grupos de quatro componentes cada um, sendo que cada grupo escolheu uma palavra relacionada a celular para representar o nome do grupo. A primeira letra de cada palavra juntamente com um número representando a ordem alfabética dos nomes dos componentes do grupo foi usada para identificá-los. As letras de cada grupo foram respectivamente: grupo Mensagem (M1, M2, M3, M4), grupo Ligação (L1, L2, L3, L4), grupo Contato (C1, C2, C3, C4), grupo Agenda (A1, A2, A3, A4), grupo Foto (F1, F2, F3, F4), grupo Design (D1, D2, D3, D4), grupo Tecnologia (T1, T2, T3, T4), grupo Gravação de Voz (G1, G2, G3, G4).

Nesta parte foi avaliado o envolvimento dos estudantes nas atividades de pesquisa e leitura, bem como comentários das mesmas.

2 – Desenvolvimento dos conceitos de funções afins através de atividades associadas ao tema

Logo após ter trabalhado várias atividades para a sensibilização e a conscientização do tema “Uso consciente dos celulares”, vem este trabalho que descreve atividades de Modelagem Matemática construindo os conceitos de Função Afins. Para a elaboração destas atividades foram considerados alguns aspectos da Teoria da Aprendizagem Significativa descrita no Capítulo 2.

Os aspectos inicialmente considerados foram: a compreensão conceitual e a aplicação dos conceitos a situações novas.

- Compreensão conceitual: para a resolução de situações-problema é necessária a compreensão conceitual dos aspectos envolvidos, ou seja, deve ocorrer a interação entre a nova informação e a estrutura conceitual já existente na estrutura cognitiva do indivíduo, o que influenciará diretamente na capacidade do estudante em adotar estratégias e tomar decisões. Desta forma, a compreensão de conceitos é fator determinante para que ocorra o sucesso do processo de ensino e aprendizagem, pois no caso da não ocorrência, provavelmente a determinação das variáveis envolvidas e das hipóteses não será adequada, tornando-se necessária a sua reformulação (AUSUBEL *et al.*, 1980, 2003; MOREIRA, 1999; COLL *et al.*, 2000; BORSSOI, 2004).

- Aplicação dos conceitos a situações novas: uma das evidências da ocorrência de uma Aprendizagem Significativa é a capacidade do indivíduo de utilizar os novos conceitos formados na resolução de diferentes situações-problema (MOREIRA, 1999; COLL *et al.*, 2000; AUSUBEL, 2003; BORSSOI, 2004).

Foram elaboradas situações-problema sobre o tema em estudo e apresentadas aos estudantes que, por sua vez, pensavam os planos de ação em grupos. Para esta ação ser possível era necessário um conjunto de conceitos já construídos na estrutura cognitiva do estudante. Considerando que trabalhamos um conteúdo que já estava em andamento e não conhecendo a construção conceitual

de cada estudante, foi feita uma retomada de conceitos envolvidos para a elaboração do modelo. As concepções que os estudantes possuíam inferidas a partir de suas expressões orais, escritas, suas descrições e suas ações, serviram de suporte para nossas construções. Só após serem retomados os conhecimentos matemáticos necessários para escrever o modelo matemático que relacionava preço e tempo de uso do celular é que foi construído o modelo da função. Este modelo foi elaborado pelos grupos e, em grande grupo, chegava-se a um modelo único. A seguir era apresentado um questionário relacionado ao problema onde dentre as questões estava a construção do gráfico e da tabela e também um questionário sobre a conscientização do uso do celular. Para isto utilizava-se em média três períodos/aula.

Dois princípios instrucionais também foram largamente utilizados:

a) Diferenciação Progressiva: depois de revisados os conhecimentos prévios necessários para chegar ao modelo matemático que relacionava preço e tempo de uso do celular, onde o estudante já havia construído o conceito de função, passamos a realizar atividades que envolviam conceitos específicos da Função Polinomial do 1º grau.

b) Reconciliação Integrativa: Durante a realização das atividades, constantemente relacionamos, buscamos vínculos com atividades anteriores, buscando aspectos comuns e as diferenças relevantes entre os conceitos em estudo.

Atividade 1

Em um dos textos pesquisados constava a informação do preço do minuto das ligações de uma operadora para ligações fora da área de cobertura:

QUADRO 03 – Preço do minuto das ligações

Fora da área de cobertura
Para qualquer telefone: R\$1,39/min
Adicional por chamada: R\$1,39

Fonte: <<http://www.vivo.com.br>> Acesso em 18/08/08.

A partir da informação acima foi apresentado aos estudantes o seguinte problema:

1 – Escreva o modelo matemático que representa a relação entre as variáveis tempo (min) e o preço (R\$) a ser pago para ligações fora da área de cobertura \_\_\_\_\_

2 - Função Afim

Lembrando que a função afim é da forma  $y = ax + b$ , onde  $a$  é chamado de taxa de variação e  $b$  de valor inicial.

a) O preço que irei pagar ao final de cada ligação, fora da área de cobertura, é dado em função \_\_\_\_\_

b) Identifique a taxa de variação \_\_\_\_\_

c) Identifique o valor inicial \_\_\_\_\_

d) Qual a taxa fixa paga em qualquer ligação \_\_\_\_\_

e) Se minha ligação for de 30s, o preço pago será de \_\_\_\_\_

f) Se minha ligação for de 1min e 50s, o preço pago será de \_\_\_\_\_

g) Se pagar R\$6,18 por uma ligação, quanto tempo poderei falar \_\_\_\_\_

3 - Construa uma tabela a partir da função formulada.

4 - Construa o gráfico da função.

5 - Faça um comentário sobre ligações fora da área de cobertura.

---



---

Nesta atividade foram revisados conceitos de Função Afim, variável dependente e independente, taxa de variação e valor inicial, construção de tabelas, construção de gráficos. Ao resolver as atividades os estudantes tiveram que fazer uso de conhecimentos prévios, tais como: transformação de medidas, regra de três e operações fundamentais.

O objetivo desta atividade foi avaliar os conceitos já construídos, bem como dificuldades encontradas.

Além dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos, trabalhamos a conscientização sobre o uso do telefone celular fora da área de cobertura.

#### Atividade 2

Nesta atividade foram apresentados três planos diferentes de telefonia celular.

QUADRO 04 – Três planos diferentes de telefonia

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por min
A	R\$35,00	R\$0,50
B	R\$20,00	R\$0,80
C	0	R\$1,20

Fonte: <<http://www.vivo.com.br>> Acesso em 18/08/08.

A partir da informação acima foram apresentados aos estudantes os seguintes problemas:

1 - Em que condições é possível afirmar que o plano A é mais econômico, o plano B é mais econômico ou o plano C é mais econômico ou os três planos são equivalentes?

2 - Se o cliente utilizar 25 min qual o preço que irá pagar ao final das ligações:

- No plano A
- No plano B
- No plano C



b) Se o cliente optar pelo plano A e ao final dos serviços utilizados pagar R\$50,00, qual foi o tempo utilizado? \_\_\_\_\_

c) Se o cliente optar pelo plano B e ao final dos serviços utilizados pagar R\$50,00, qual foi o tempo utilizado? \_\_\_\_\_

d) Se o cliente optar pelo plano C e ao final dos serviços utilizados pagar R\$50,00, qual foi o tempo utilizado? \_\_\_\_\_

Lembrando que o conjunto de todos os elementos de  $x$  chama-se domínio da função e o conjunto de todos os elementos de  $y$  chama-se imagem da função  $f$  e é indicado por  $\text{Im}(f)$ .

O objetivo desta atividade foi comparar os planos para poder optar por um ou outro de acordo com as vantagens de preço e com o tempo de utilização. Esta comparação foi feita através da construção dos gráficos no mesmo plano cartesiano e através da montagem das tabelas.

### Atividade 3

O quadro a seguir apresenta planos de A a G com seus respectivos preços de acordo com o tempo e os serviços utilizados.

QUADRO 05 – Planos de telefonia com respectivos preços de acordo com o tempo e serviços utilizados

	PREÇO	MINUTOS	TORPEDOS	MIN. LIVRE DE VIVO PRA VIVO	SMS + MMS+ MB DADOS	DDD + ROAMING
A	43,42	50		50	50 + 50	5 + 30
B	63,24	90	50	50	100 + 100 + 500	15 + 100
C	98,16	180	50	150	100 + 100 + 500	15 + 100
D	149,14	350	100	150	300 + 300 + 2	15 + 100
E	234,09	650	100	300	300 + 300 + 2	30 + 200
F	302,06	900	100	300	300 + 300 + 2	30 + 200
G	457,81	1.400	100	300	300 + 300 + 2	30 + 200

Fonte: <<http://www.vivo.br>> Acesso em 18/08/08.

1 - Dentre os planos apresentados, por qual deles você optaria? Justifique o motivo pelo qual ele seria mais vantajoso.

2 - Ainda de acordo com os planos apresentados preencha os quadros:

QUADRO 06 – Exercício A

A) Minutos	1	5	25	30	50	Lei de formação
Preços						

Fonte: elaborado pela autora.

QUADRO 07 – Exercício B

B) Minutos	0,5	6	9	15	30	Lei de formação
Preços						

Fonte: elaborado pela autora.

QUADRO 08 – Exercício C

C) Minutos	0,4	3	17	35	100	Lei de formação
Preços						

Fonte: elaborado pela autora.

QUADRO 09 – Exercício D

D) Minutos	0,1	1	7	60	150	Lei de formação
Preços						

Fonte: elaborado pela autora.

QUADRO 10 – Exercício E

E) Minutos	1,5	3,8	19	200	270	Lei de formação
Preços						

Fonte: elaborado pela autora.

QUADRO 11 – Exercício F

F) Minutos	2,5	7	12	129	298	Lei de formação
Preços						

Fonte: elaborado pela autora.

QUADRO 12 – Exercício G

G) Minutos	0,9	11,5	29	200	300	Lei de formação
Preços						

Fonte: elaborado pela autora.

O objetivo desta atividade foi fazer com que os estudantes percebessem que se o cliente optar por um plano de mais tempo, menor será o valor do minuto falado.

Novamente, na realidade as operadoras cobram um valor para cada minuto adicional aos planos citados. Contudo, considerando o estágio inicial do estudo de funções afins, optamos por não inserir esta condição neste trabalho.

#### Atividade 4

Esta atividade compreendeu um trabalho de revisão bibliográfica a ser apresentado oralmente e por escrito. Os estudantes buscaram elaborar três gráficos que representassem funções afins relacionados ao tema em estudo. Em seguida, os gráficos foram expostos para explicação das informações dos mesmos. Por último, realizaram o trabalho escrito, identificando as variáveis, o domínio e a imagem, crescimento e decrescimento, o zero da função e a lei de formação da mesma. Esta questão foi avaliada da seguinte maneira: nas questões 1 e 2, o envolvimento dos estudantes em relação ao tema estudado, o quanto eles foram sensibilizados e sabem buscar conhecimento. Será avaliado também a construção do gráfico que pode ser manual ou no computador. E por fim será avaliado o uso correto dos conceitos nas questões resolvidas.

1 - Escolher e ler sobre três temas relacionados ao tema central “CELULAR”.

a) Tema 1

b) Tema 2

c) Tema 3

2 - Apresentar um resumo (10 linhas) sobre cada tema escolhido.

3 - Para cada tema escolhido escrever uma situação que represente função.

4 - Construir um gráfico para cada função.

5 - Os grupos poderão optar por construir os gráficos manualmente e apresentar em cartazes ou construir com auxílio do computador e apresentar no Data-show.

6 - Na apresentação deverão identificar:

- a) as variáveis;
- b) o domínio e a imagem;
- c) se é crescente ou decrescente;
- d) os zeros da função;
- e) e a lei de formação.

A atividade teve por objetivo levar o estudante a construir por si próprio o conhecimento, através da busca, seleção de material e exposição de ideias.

### 3 - Atividades realizadas com o auxílio do computador

Nesta parte é preciso considerar que o Laboratório de Informática da escola ainda não está em funcionamento, portanto o trabalho foi desenvolvido num dos Laboratórios de Informática do Centro Universitário UNIVATES, que fica a 1 km de distância da escola, de modo que os estudantes puderam se deslocar a pé. Após escolhida a turma para desenvolver o trabalho, e sabendo da intenção de incluir recursos computacionais, esta turma teve uma primeira experiência num Laboratório de Informática da UNIVATES. Esta experiência ocorreu no primeiro semestre e fazia parte de um Projeto de Extensão da Universidade, denominado “Explorando Softwares Matemáticos no Ensino Médio” (DULLIUS *et al.*, 2008).

Antes, porém, de iniciar a proposta incluindo o computador como ferramenta de ensino, procurou-se saber qual o tipo de interação existente entre os estudantes e os computadores, uma vez que grande parte deles não possui computador em casa e, os que possuem, não tem acesso à internet. Verificou-se que todos os estudantes têm acesso a computador: alguns o possuem em casa, outros em casa de amigos, em Laboratórios da Univates, *cyber* cafés ou *lan houses*. Eles o utilizam para fazer trabalhos escolares, para diversão (jogos), acessar internet (navegar), enviar e-mails, e outros para atividades de relacionamento como ORKUT/MSN/ICQ/CHATS. A maioria deles já realizou curso básico de informática, aprendendo a utilizar editores de texto, planilhas de cálculo e *internet*, outros realizaram curso de montagem de computadores.

Utilizamos o computador para auxiliar a formalização do conceito de funções, especialmente das funções Tempo e Preço das ligações telefônicas. Pensamos em um *software* onde os estudantes pudessem resolver os exercícios propostos de maneira agradável e interessante a eles.

Em relação às atividades desenvolvidas no Laboratório pretendíamos que os estudantes:

- fizessem as construções propostas;
- que nestas construções fossem capazes de remanipular conceitos já desenvolvidos;
- que estas construções ocorressem de maneira prazerosa, fazendo uso dos recursos do *software*;
- que o estudante refletisse sobre suas construções e as refizesse caso não concordasse com suas construções;
- realizassem a translação dos gráficos, modificando o coeficiente linear.

As atividades foram desenvolvidas em duplas, sendo que as mesmas foram entregues as duplas através de fotocópias.

#### ATIVIDADES

A operadora Claro oferece planos com diversas faixas de minutos mensais, conforme Quadro 13.

QUADRO 13 – Planos da operadora Claro

Planos	A	B	C	D	E
Minutos	40	70	100	200	300
Mensalidade	R\$38,90	R\$59,90	R\$70,90	R\$148,90	143,90
Preço adicional do minuto	R\$0,97	R\$0,85	R\$0,71	R\$0,74	R\$0,48

Fonte: <<http://www.claro.com.br>> Acesso em 26/09/08.

Considerando apenas o preço do minuto adicional em cada plano temos:

$$Y = 0.97x$$

$$Y = 0.85x$$

$$Y = 0.71x$$

$$Y = 0.74x$$

$$Y = 0.48x$$

1 - Construa no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções e responda:

a) Por que todas passam pela origem? \_\_\_\_\_

b) Se eu falar 60 minutos, qual o plano mais vantajoso? \_\_\_\_\_

c) Identifique as taxas de variação \_\_\_\_\_

2 - Troque os coeficientes angulares por:

0.5	1	2	2.5	3
-----	---	---	-----	---

e faça a construção dos respectivos gráficos de preço(y) em função dos minutos(x).

a) Escreva qual o efeito que causa esta variação. \_\_\_\_\_

---

3 - Voltando ao Quadro 13 atribua uma taxa fixa de R\$5,00 às funções e construa os gráficos; posteriormente, atribua uma nova taxa fixa de R\$10,00 e construa os gráficos.

a) Descreva o efeito destas variações no gráfico. \_\_\_\_\_

---

b) Identifique o ponto em que cada gráfico corta o eixo vertical (y). \_\_\_\_\_

---

#### 4 - Chamadas fora da área de cobertura da Operadora Vivo.

QUADRO 14 – Valor das chamadas fora da área de cobertura da Operadora Vivo

Para qualquer telefone: R\$1,40/minuto
Adicional por minuto: R\$1,40/minuto

Fonte: <<http://www.vivo.com.br>> Acesso em 26/09/08.

A lei de formação do preço em função dos minutos falados é:

$$y = 1,40 + 1,40x$$

Construa este gráfico

Determine:

- Ponto de intercepto no eixo vertical (Y) \_\_\_\_\_
- Ponto de intercepto no eixo horizontal (x) \_\_\_\_\_
- Se a função é crescente ou decrescente \_\_\_\_\_
- Para que valores de x,  $f(x) = 0$  \_\_\_\_\_

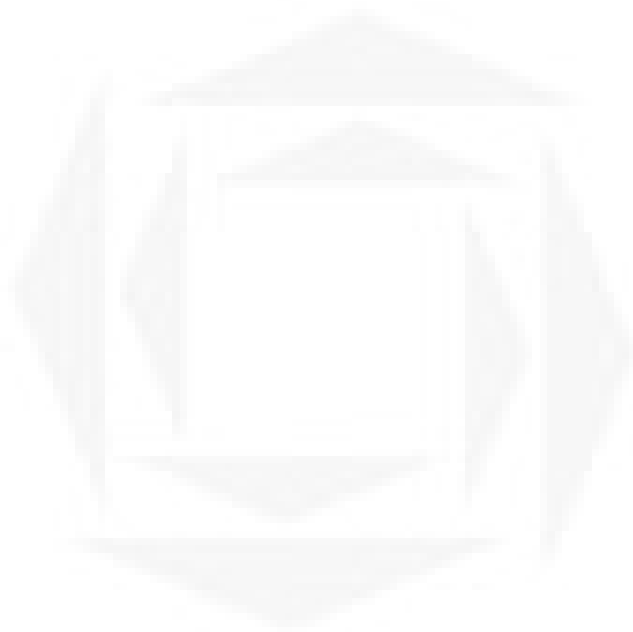
$$f(x) < 0 \text{ _____}$$

$$f(x) > 0 \text{ _____}$$

5 - Uma cidade é servida por duas empresas de telefonia. A empresa X cobra, por mês, uma assinatura de R\$35,00, mais R\$0,50 por minuto utilizado. A empresa Y cobra, por mês uma assinatura de R\$26,00, mais R\$0,65 por minuto utilizado. A partir de quantos minutos de utilização o plano da empresa X passa a ser mais vantajoso para os clientes do que o plano da empresa Y?



As atividades descritas neste capítulo demonstram como se desenvolveu a proposta de ensino que organizamos a fim de investigar a Aprendizagem Significativa dos estudantes. No próximo capítulo, confrontamos nossas impressões a respeito da aprendizagem dos estudantes no decorrer do estudo de funções lineares com os pressupostos teóricos com os quais nos apoiamos para a investigação.



UNIVATES

## 6 RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo apresentamos a análise dos resultados obtidos no decorrer do trabalho, argumentando se os instrumentos utilizados foram suficientes para a constatação dos objetivos estabelecidos no Capítulo 3.

### 6.1 Considerações Iniciais

Este trabalho teve por objetivo investigar se as atividades propostas e desenvolvidas com os estudantes de primeiro ano de Ensino Médio favoreceram condições para uma aprendizagem significativa, considerando os pressupostos teóricos da Aprendizagem Significativa, com a utilização da metodologia de Modelagem Matemática, incluindo o computador como ferramenta de ensino.

Levamos em conta os aspectos teóricos abordados no Capítulo 2, procurando verificar se as estratégias didáticas utilizadas foram suficientes para a ocorrência de uma aprendizagem significativa do conteúdo de funções afim.

Segundo Ausubel, existem três condições para que ocorra uma Aprendizagem Significativa (MOREIRA, 1999)

- o material didático utilizado deve ser *potencialmente significativo*;

- o estudante deve ter disponíveis em sua estrutura cognitiva os *subsunçores* adequados;

- o estudante deve manifestar predisposição positiva para relacionar o conhecimento que possui com os novos conceitos a serem aprendidos.

Para Ausubel (1978) e Baraldi (1999), há ocorrência de Aprendizagem Significativa quando o indivíduo consegue estabelecer significados entre as novas ideias e as que já têm. Mas, para que isto aconteça, é necessário:

A apresentação de um material potencial significativo, ou seja, um material que apresenta possibilidades de o indivíduo estabelecer relações não-arbitrárias e substantivas aos aspectos relevantes de sua estrutura cognitiva, e mais, que este esteja disposto a estabelecer tais relações (BARALDI, 1999, p. 38-39).

Ao construirmos o material apresentado pensamos que ele deveria possibilitar a interligação daquilo que os estudantes já sabem com aquilo que almejam aprender, considerando os conhecimentos prévios necessários. A abordagem de conteúdos, que segue a sequência natural da disciplina, não pretende levar o estudante à memorização, mas possibilitar a construção de estrutura de pensamento e, conseqüentemente, sua autonomia.

Nas atividades desenvolvidas foram avaliadas as estratégias de resolução adotadas pelos estudantes. No processo de Modelagem foi possível evidenciar essa situação na resolução das questões propostas.

#### 6.1.1 Considerando os conhecimentos prévios

Uma das tarefas dos professores, de acordo com Ausubel, é verificar aquilo que o estudante já sabe sobre os conteúdos a serem ensinados. Considerando este pressuposto teórico fizemos estudos preliminares sobre o que os estudantes já sabiam sobre funções (ANEXO D). Através destes estudos verificamos que a grande maioria já sabia fazer gráficos e construir tabelas. Constatamos que poucos (8 estudantes) sabiam encontrar a lei de formação e por isso nossas atividades elaboradas contemplam questões onde o estudante irá modelar as leis das funções apresentadas em planos de telefonia celular. Mais ou menos a metade da turma tinha dificuldade em identificar o domínio e a imagem e identificar os coeficientes da

função, sendo que estas questões também foram reforçadas em nossas atividades. Apenas 1 estudante relatou que sabia relacionar as variáveis. Esta questão também está bem evidenciada em nossas modelagens. Todos nossos materiais elaborados foram pensados a partir destas informações iniciais e de conversas com o professor titular sobre o envolvimento dos estudantes nas aulas de Matemática.

A análise descrita segue a estrutura da proposta desenvolvida, que foi dividida em três partes: sensibilização, desenvolvimento dos conceitos de função linear através de atividades associadas ao tema e atividades realizadas com o auxílio do computador.

#### 1 - Sensibilização ao tema

Uma condição importante para que ocorra a Aprendizagem Significativa é a predisposição positiva do educando para aprender o que está relacionado com aspectos motivacionais e características do ambiente de ensino e aprendizagem. Esta predisposição foi criada envolvendo os estudantes em atividades relacionadas ao tema em questão.

A primeira parte do trabalho caracteriza-se pela sensibilização ao tema em estudo, onde foi avaliada a aprendizagem sob o contexto da Modelagem, a habilidade de coletar dados e expor o tema, e a aprendizagem de valores, tais como: respeito para com os colegas do grupo, saber ouvir e respeitar opiniões, bem como respeitar as datas de entrega e apresentação de trabalhos. A avaliação levou em conta questões atitudinais relacionadas à motivação dos estudantes e ao envolvimento destes nas atividades desenvolvidas, demonstrando uma predisposição para aprender.

A primeira atividade foi a entrevista (ANEXO A) sobre como era o uso do celular pelos estudantes da turma. Alguns resultados foram lhes repassados, o que os deixou bem motivados para novos conhecimentos sobre telefonia móvel.

Com a realização da primeira entrevista, concluímos que apenas dois estudantes da turma não possuíam telefone celular. Oito estudantes já possuem telefone celular entre dois e três anos. Onze estudantes já possuíam três aparelhos. Sete estudantes não tiveram nenhuma participação na escolha do celular e nove

tiveram total participação. Vinte e três estudantes usam o aparelho celular para finalidades pessoais. As marcas dos aparelhos mais utilizadas são Motorola e Nokia. Dezesete estudantes utilizam a operadora Vivo. Vinte e seis estudantes utilizam o plano pré-pago. O critério mais observado na hora da compra é se o aparelho possui câmera fotográfica. Nove estudantes tiveram seu primeiro telefone com nove anos. Apenas um estudante já fez entrega da bateria em postos de coleta. Vinte e dois estudantes utilizam o celular para falar com os amigos. Quinze estudantes utilizam um cartão por mês.

A próxima atividade foi a construção de um esquema, em grande grupo, onde os estudantes estavam altamente empolgados, dando sugestões de temas de estudo. A construção foi proposta aos estudantes para que, em conjunto, pudessem organizar temas de estudo relacionados ao tema principal, que era “celular” (ANEXO E). Cabe ressaltar que os estudantes não estavam familiarizados com esta prática, de modo que o esquema foi construído em conjunto. Com esta construção foi possível verificar a coerência dos temas estudados e a relação existente entre eles. Com as informações do primeiro esquema sentimos a necessidade de ampliar nossos conhecimentos, o que foi sugerido por um estudante:

Acho que devemos mudar a palavra central do nosso esquema, trocar por “tecnologia” para incluir outros assuntos. Porque tudo está relacionado com tecnologias (C1).

Um novo esquema foi construído e os estudantes demonstravam motivação e confiança na sugestão de temas. Esta motivação foi constatada na atividade de comentários das leituras e dos textos novos trazidos por cada um, onde somente um grupo não apresentou e, ao ser questionado, um estudante relatou:

Pesquisar é muita “mão”. (D1)

Durante o período de desenvolvimento das atividades, os estudantes me procuravam fora do horário para falar de assuntos pesquisados, comentarem notícias sobre celular, mostrarem revistas que tratavam do assunto em questão ou ainda falarem de *sites* que abordavam assuntos relacionados a celulares, além de comentarem o assunto em outras disciplinas.

Após a leitura dos textos, os estudantes davam muitos depoimentos sobre o que cada um tinha lido e discutiam, surgindo muitas ideias subjacentes.

Ao serem questionados sobre a metodologia de trabalho e o assunto envolvido, encontramos algumas respostas, tais como:

É interessante, nova opção de trabalho, conhecimento e informações. (L3)  
Não podíamos ter escolhido tema melhor. (T1)  
Eu penso que é um ótimo tema, pois trabalhar coisas novas de vez em quando é bom. (G3)  
Legal, interessante, até porque celular é uma tecnologia que evolui cada vez mais. (F4)  
Gostei, pois é um trabalho diferente que geralmente interessa todo mundo. (A4)

Este trabalho inicial aproveita a questão dos celulares, que é um assunto de conhecimento e interesse dos estudantes, abordando a facilidade e comodidade de sua utilização em contraponto com o uso consciente. Outro aspecto abordado é a troca dos aparelhos e das baterias em contraponto com o meio ambiente e sua preservação.

Resumindo esta etapa, podemos dizer que os estudantes partiram de suas vivências, do que sabiam sobre celulares e ampliaram seus conhecimentos através da leitura e da busca de novas informações. Enfim, concluímos com a visão de Ausubel no que se refere ao processo de ensino-aprendizagem: [...] o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; descubra isso e ensine-o de acordo (AUSUBEL apud MOREIRA, 1999, p. 163).

2 - Desenvolvimento dos conceitos de função afim através de atividades associadas ao tema

Logo após ser trabalhada a parte da sensibilização, foi dada continuidade ao conteúdo de funções afins, utilizando as informações de planos de operadoras, fazendo a leitura do preço e do tempo de utilização, e chegando a um modelo de relação entre estas variáveis.

Escolhemos como foco deste estudo o conteúdo de funções, desenvolvido na primeira série do Ensino Médio, diurno. O enfoque dado compreende conceituação, identificação da função afins e aplicações.

As funções são:

Instrumentos por excelência para estudar problemas de variação. Uma grandeza pode variar no tempo, variar no espaço, variar segundo outras grandezas, e mesmo variar simultaneamente em diversas dimensões. Essa variação pode ser mais rápida ou mais lenta, pode desaparecer de todo, pode em suma, obedecer as mais diversas leis ou constrangimentos (PONTE, 1990, p. 15).

Conforme o que diz Jonassen (2003), a natureza da tarefa ou a atividade na qual os estudantes estão envolvidos, mais do que qualquer coisa, é que pode conduzir à aprendizagem.

(...) para que os estudantes aprendam significativamente, eles devem estar voluntariamente engajados numa tarefa significativa (...) o objetivo ou intenção da tarefa deveria requerer atividades de aprendizagem cooperativas, autênticas, intencionais, construtivas e ativas (JONASSEN, 2003, p. 20).

A observação, investigação e análise do desenvolvimento das atividades propostas podem nos fornecer os indícios necessários para a verificação da ocorrência de compreensão significativa, pois permitem checar se os estudantes efetuaram corretamente a identificação das variáveis envolvidas, a determinação de estratégias para a resolução do problema, a análise dos resultados, a tomada de decisão, a elaboração de conclusões e ainda, se evidenciaram o erro em caso de existência, com o conseqüente reconhecimento da sua origem, realizando a reformulação das estratégias para nova tentativa de resolução.

No entender de Coll e Sole (2001), fatores como afetividade, disposição e interesse para aprender, o ambiente social, as interações com os outros, a relação entre a teoria formada pelos conceitos a serem aprendidos, e a realidade concreta, mais os conhecimentos prévios trazidos pelos estudantes, são favorecedores da aquisição da aprendizagem.

Este trabalho permitiu determinar a relação entre o preço e os minutos falados no celular, desenvolver o conteúdo de funções afins e estabelecer metas de consumo. Para que os estudantes pudessem interpretar a situação-problema apresentada e chegar a um modelo matemático, era necessário ter presente os conceitos de função, variável dependente e independente, variável discreta e contínua, representação gráfica, domínio e imagem. Estes conceitos foram desenvolvidos pela professora titular e, para que pudessemos sentir o quanto os estudantes sabiam, foi feita uma revisão.

Em um dos textos pesquisados constava a informação do preço do minuto das ligações de uma operadora para ligações fora da área de cobertura.

QUADRO 15 – Preço do minuto das ligações de uma operadora para ligações fora da área de cobertura

Fora da área de cobertura
Para qualquer telefone: R\$1,39/min
Adicional por chamada: R\$1,39

Fonte: <<http://www.vivo.br>> Acesso em 18/08/08.

A partir da informação acima foi apresentado aos estudantes o seguinte problema:

1 - Escreva o modelo matemático que representa a relação entre as variáveis tempo (min) e o preço (R\$) a ser pago para ligações fora da área de cobertura \_\_\_\_\_

Para Polya (1978), são quatro as etapas principais para a resolução do problema:

- 1) Compreender o problema.
- 2) Elaborar um plano.
- 3) Executar o plano.
- 4) Fazer uma retrospectiva ou verificação do que foi realizado.

Os estudantes tinham a possibilidade de prever uma resposta para o problema, pois tinham os conhecimentos prévios necessários e puderam utilizar esses conhecimentos. Como construir um modelo matemático não fazia parte das práticas didáticas, inicialmente foram muito resistentes. Esta resistência foi sendo diminuída com questionamentos realizados pela professora titular.

Dos oito grupos formados, sete apresentaram corretamente a resposta. Os estudantes tiveram a capacidade de identificar uma relação de função, capacidade de chegar a uma representação algébrica que satisfizesse às condições do



problema. E também, ao chegar a este modelo, os estudantes identificaram a relação de dependência entre as variáveis. Os estudantes tiveram que fazer vínculos entre conceitos já desenvolvidos e a nova situação descrita no problema. Sendo assim, podemos dizer que está havendo uma Aprendizagem Significativa dos conteúdos apresentados.

[...] a repetição facilita a disponibilidade, a estabilidade, a clareza e a capacidade de discriminação do conteúdo anteriormente apreendido, que serve agora quer como idéias ancoradas, quer como variáveis da estrutura cognitiva (estabilidade, etc.), para toda a passagem de aprendizagem (AUSUBEL, 2003, p. 185).

Durante o desenvolvimento das atividades, muitas vezes foi necessário retomar conceitos das aulas anteriores e também de séries anteriores, conforme as necessidades e dificuldades surgidas. Um exemplo a ser considerado foi a questão de ser dado o preço do minuto falado e terem que calcular o preço do segundo falado. A revisão de conteúdos anteriormente estudados, através da inserção de questões referentes a estes, além de objetivar a introdução de *organizadores prévios*, possui um efeito facilitador sobre a aprendizagem e retenção significativas (AUSUBEL, 2003).

Segundo Ausubel (2003) em resultado à tentativa ou ao fracasso de lembrar os conteúdos estudados anteriormente, o indivíduo toma consciência dos fatores negativos da situação da aprendizagem e retenção que originam o esquecimento – áreas de instabilidade, de ambiguidade e de falta de capacidade de discriminação – podendo apropriar-se dos procedimentos necessários durante a sessão de reaprendizagem para fortalecer os componentes deficientes da tarefa de aprendizagem, resolvendo a confusão e ambiguidade existentes e aumentando a capacidade de discriminação entre as ideias anteriormente apreendidas e as novas proposições relacionadas.

A questão 4 do plano de trabalho foi considerada o principal instrumento de avaliação da proposta desenvolvida. Sendo que nas questões 1 e 2 avaliamos o envolvimento dos estudantes em relação ao tema estudado. Os relatos oral e escrito deveriam contemplar o tema escolhido. Foi avaliada também a construção do gráfico, sendo que esta poderia ser feita manualmente ou com auxílio do computador. E, por fim, foi avaliado o uso correto dos conceitos nas questões

resolvidas. O trabalho foi desenvolvido em grupos, sendo que cinco grupos utilizaram o *software* já conhecido e três construíram o gráfico manualmente. Os principais temas estudados foram: preço dos aparelhos celulares, MP3, Wimax: a *internet* sem fio do futuro, TV Digital, 3G, Câmeras fotográficas digitais, *internet* e a *Microsoft*. O uso dos conceitos foi avaliado da seguinte maneira: uso correto, parcialmente correto, e incorreto, conforme Quadro 16.

QUADRO 16 – Uso dos conceitos

	USO CORRETO	PARCIALMENTE CORRETO	USO INCORRETO
Variáveis	6	2	0
Domínio	5	2	1
Imagem	7	1	0
Zeros da função	6	1	1
Crescente/decrescente	7	0	1
Lei de formação	8	0	0

Fonte: elaborado pela autora, com base em estudo realizado.

Podemos evidenciar, através do quadro 16, que a grande maioria dos grupos usou corretamente os conceitos avaliados, e aplicaram os conceitos construídos numa nova situação. Atribuímos isto às características do material elaborado, às estratégias didáticas utilizadas durante os encontros visando à compreensão conceitual e ao aprimoramento da capacidade de interpretação, e à utilização do *software Graphmatica*, conforme considerações tecidas anteriormente.

### 3 - Atividades realizadas com o auxílio do computador

A primeira observação feita na chegada dos estudantes ao Laboratório de Informática foi em relação ao ambiente: os estudantes ficaram encantados, pois a

sala é ampla e arejada, com quarenta máquinas de última geração bem distribuídas, ar condicionado e muito bem limpa.

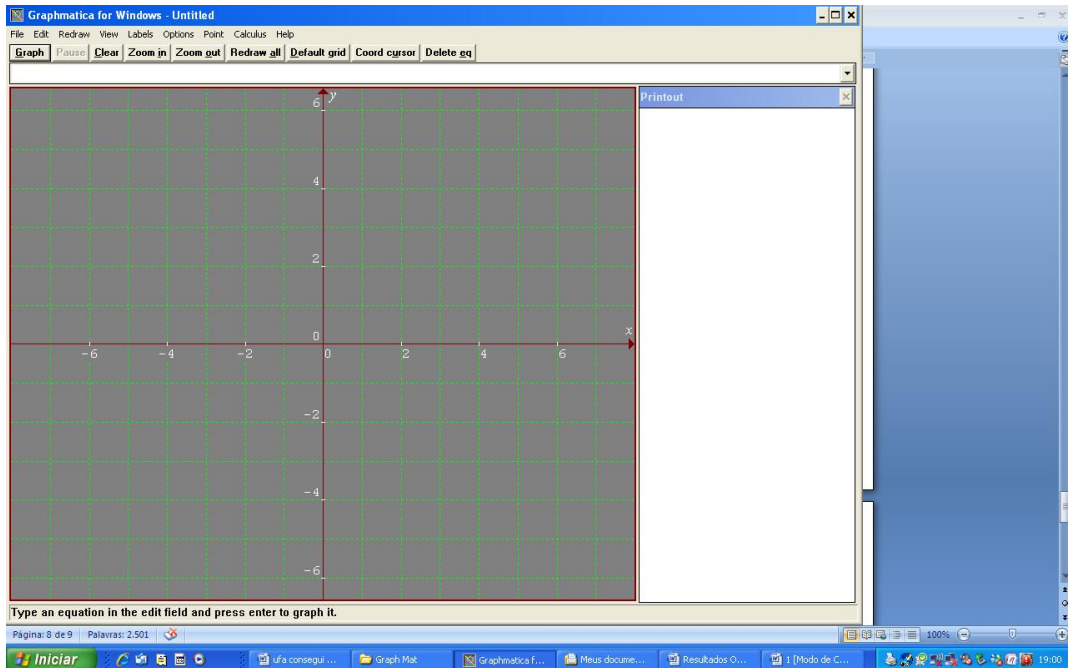
Quanto ao manuseio dos equipamentos, os estudantes não encontraram dificuldades, ainda mais porque foram auxiliados pelo monitor, por mim (pesquisadora), pela professora titular e pelo professor orientador que se encontrava presente durante este primeiro contato.

Durante a realização das atividades, os estudantes ajudavam-se mutuamente. Aqueles que sabiam um pouco mais juntamente com monitor, professores e orientador ajudavam aqueles que a todo o momento necessitavam de auxílio, apresentando assim as características da aprendizagem ativa, construtiva, colaborativa e reflexiva.

Todos os estudantes mostravam interesse e faziam comentários sobre o que estavam realizando, também comentavam os resultados obtidos enquanto realizavam as atividades.

Quanto ao conteúdo, função afim, continuou sendo o mesmo da sala de aula. O que mudou foi o uso do *software Graphmatica*, (conforme FIGURA 01), como ferramenta de ensino. Nestas atividades o professor deixou de ser o centro da informação para ser o orientador e o norteador das construções dos estudantes.

O uso do computador na Educação tem como objetivo promover a aprendizagem dos estudantes e ajudar na construção do processo de conceituação e no desenvolvimento de habilidades importantes para que ele participe da sociedade do conhecimento, e não simplesmente facilitar o seu processo de aprendizagem. Para que ocorra esta construção é importante saber avaliar o *software* e analisar como ele pode ter um uso educacional, como pode ajudar o aprendiz a construir seu conhecimento e a modificar sua compreensão do mundo, elevando sua capacidade de participar da comunidade em que está vivendo. Um *software* para se adaptar a uma visão construcionista (PAPERT, 1986) deve propiciar ao estudante que ele aprenda com seus próprios erros e favorecer a intervenção do professor como agente de aprendizagem, como desencadeador e construtor de uma prática específica e qualificada que objetiva a promoção do estudante.

FIGURA 01 – *Software Graphmatica*

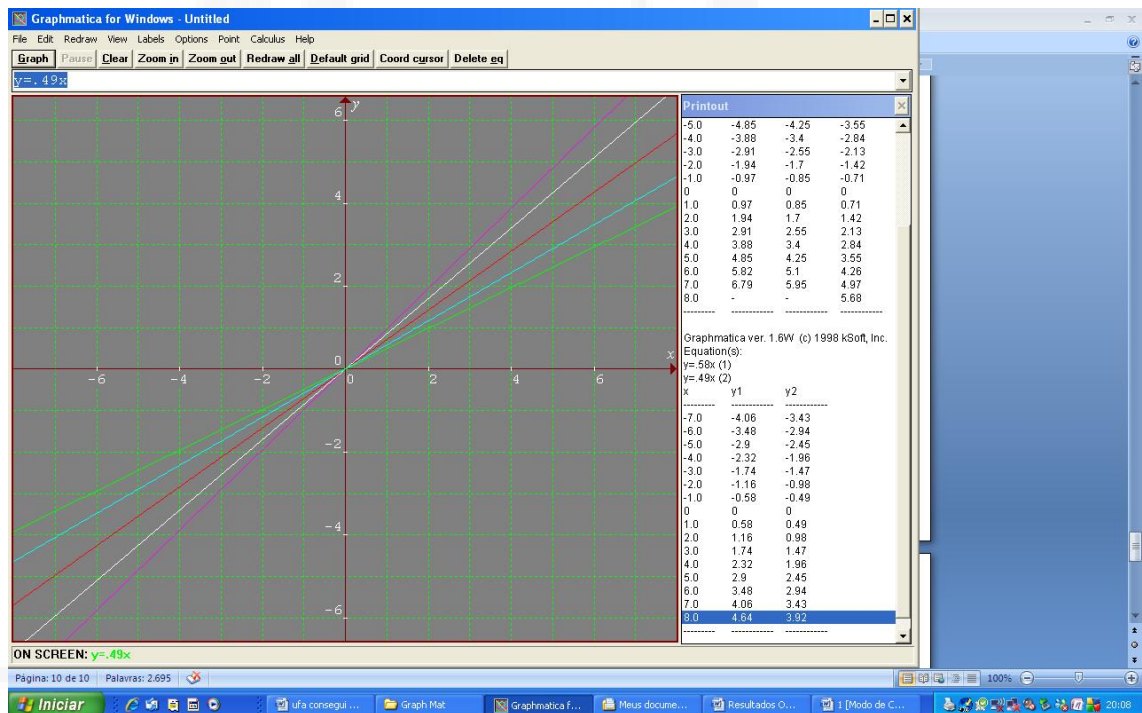
Fonte: *software Graphmatica*.

Conforme Valente (1999, p. 22), “o uso do computador permite a realização do ciclo descrição – execução – reflexão – depuração – descrição, no qual novos conhecimentos podem ser adquiridos na fase de depuração.” Segundo ele, quando determinada ideia não produz os resultados esperados, deve ser depurada ou acrescida de novos conceitos ou novas estratégias, os quais se constituem nos novos conhecimentos que estão construídos pelos estudantes. Utilizamos como ferramenta didática este *software* por ser específico para a área, apresentado em uma linguagem simples, precisa e formal, e tendo em foco que o mesmo está fundamentado em uma abordagem construcionista - devido às suas características estruturais – o que favorece a integração, permitindo a ação do estudante sobre o computador. Estas características estruturais propiciam o surgimento de circunstâncias apropriadas para que ocorra a aprendizagem, pois permitem a reflexão sobre o resultado apresentado pelo computador, criando condições para descoberta e correção do erro (em caso de existência), possibilitando uma grande interação com os conceitos e ideias em estudo. Estes fatores despertam a curiosidade dos estudantes, aumentando a motivação para a aprendizagem. Em outras palavras, favorece o aprender através do fazer (VALENTE, 1998).

Nas construções que os estudantes realizaram o que mais chamou atenção foram os aspectos visuais, tais como: a inclinação da reta, a troca de quadrantes, o ponto de intersecção, as várias retas construídas no mesmo plano com cores diferentes. Tudo construído com facilidade, tendo a opção de fazer e refazer.

Conforme questão 1, das atividades realizadas com o auxílio do computador, cada reta da construção da FIGURA 02 representa um plano de telefonia celular com diversas faixas de minutos. Os estudantes responderam à pergunta: Se eu falar 60 minutos, qual plano será mais vantajoso? Todos conseguiram chegar à resposta correta interpretando o gráfico e também conferindo os dados na tabela ao lado.

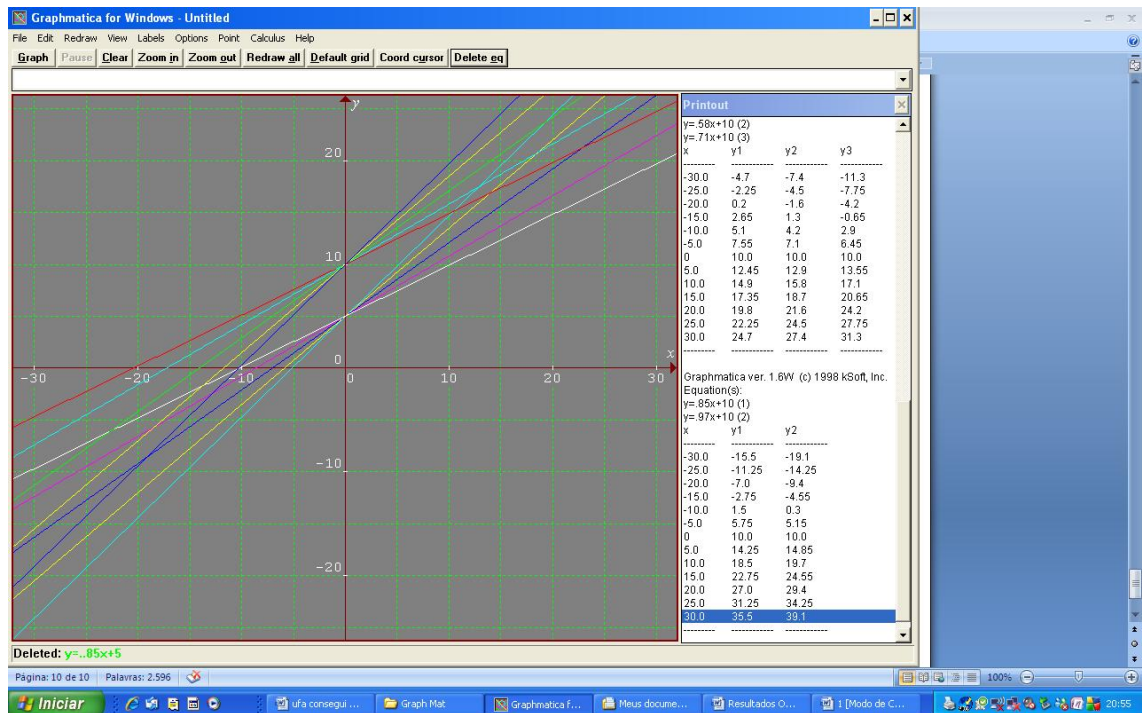
FIGURA 02 – Retas representando planos de telefonia celular



Fonte: exercício realizado pelos alunos.

Conforme FIGURA 03 os estudantes construíram as mesmas retas da questão 1, porém atribuíram uma taxa fixa de R\$5,00 e posteriormente uma taxa fixa de R\$10,00 às funções. Analisando o gráfico, os estudantes concluíram que o ponto de partida é atribuído à taxa fixa.

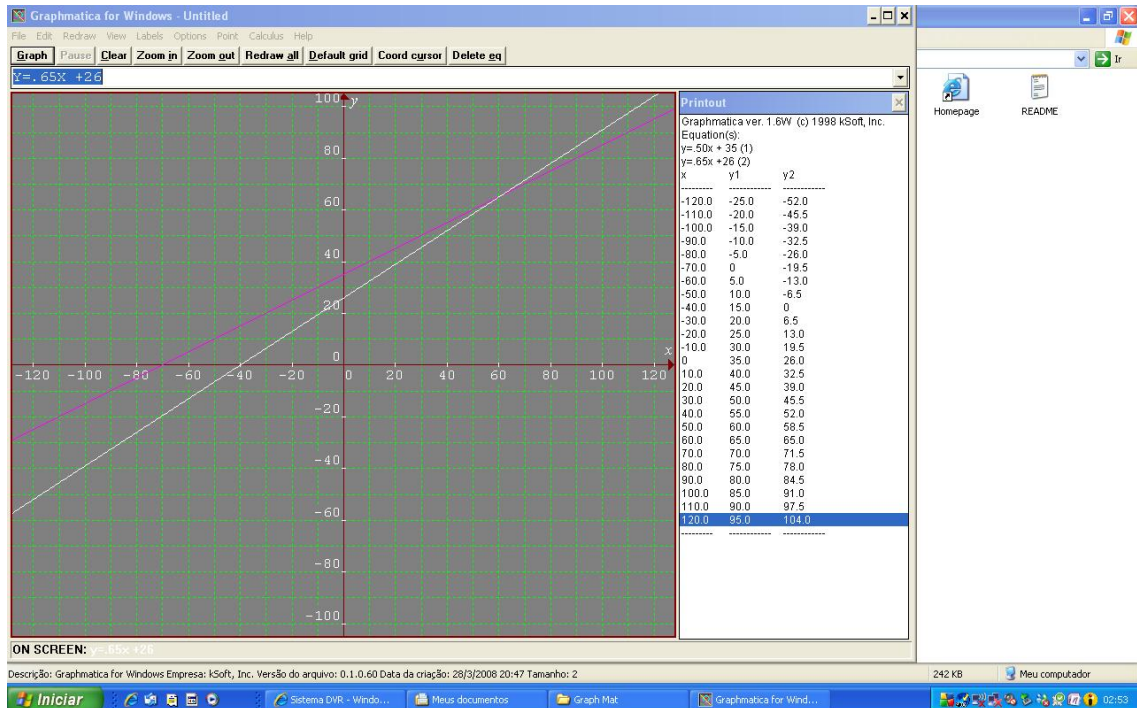
FIGURA 03 - Retas representando planos de telefonia celular com taxa fixa de R\$5,00



Fonte: exercício realizado pelos alunos.

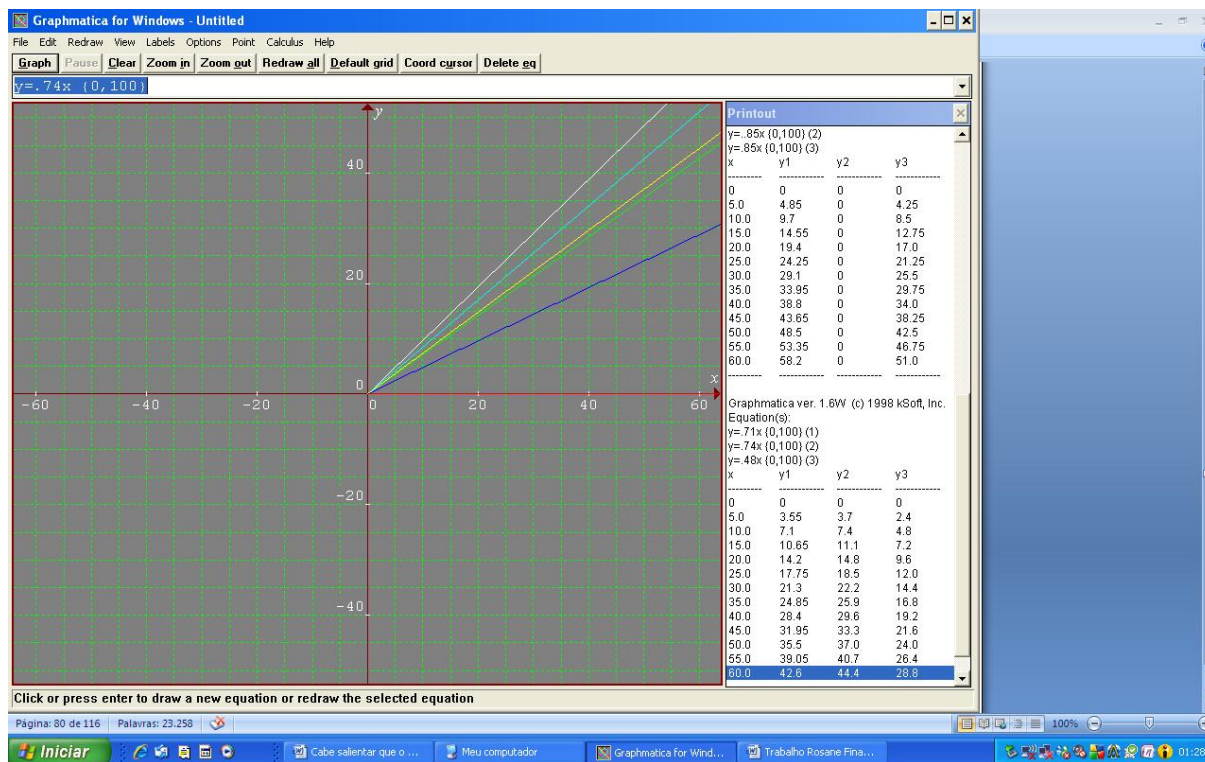
Com o uso do *software Graphmatica* os estudantes podem desenhar vários gráficos para analisar o que acontece com eles quando modificarmos os coeficientes da lei da equação da função em estudo. Os estudantes podem também optar por um ou outro plano de telefonia celular comparando os gráficos desenhados, conforme FIGURA 04.

FIGURA 04 – Comparação de gráficos desenhados



Fonte: exercício realizado pelos alunos.

Em seguida comentamos com os estudantes que para  $x < 0$  o gráfico não tem sentido porque num plano de telefonia celular não teremos valores negativos a pagar. Mostramos como fazer a restrição do domínio no *Graphmatica*, conforme FIGURA 05

FIGURA 05 – Gráfico para  $x > 0$ 

Ao desenvolverem as situações-problema propostas nesta atividade os estudantes tiveram a oportunidade de interagir com o computador tendo o professor como orientador e, como diz Valente:

O educador que dispuser dos recursos da informática terá muito mais chance de entender os processos mentais, os conceitos e as estratégias utilizadas pelo aluno e, com essa informação, poderá intervir e colaborar de modo mais efetivo nesse processo de construção do conhecimento. (VALENTE, 1999, p. 22).

O que apresentamos neste capítulo mostra como se desenvolveu uma proposta de Modelagem Matemática, que sugere a utilização de computadores, para auxiliar a dar sentido à construção de conhecimentos com significação.

Enfim, consideramos que os resultados obtidos ao final desta análise constituem indícios positivos da ocorrência de Aprendizagem Significativa promovida através da aplicação de estratégias didáticas ancoradas na utilização de materiais



próprios que possuem potencial de serem significativos desenvolvidos com o auxílio de aplicativos.



## 7 CONCLUSÕES

O presente estudo desenvolveu-se na perspectiva de oferecer contribuições para a melhoria da proposta pedagógica de Matemática em classe de primeiro de Ensino Médio diurno. Relatamos as possíveis contribuições que este estudo possa ter produzido.

O objetivo principal foi o de verificar como ocorre a aprendizagem e a compreensão de funções matemáticas, com a utilização da metodologia de Modelagem Matemática e a utilização do computador como objeto de aprendizagem, pelos estudantes da turma 102, da Escola Érico Veríssimo- Lajeado.

Trabalhamos com o *Graphmatica* que é um *software* educativo, autônomo, de livre acesso, que pode ser reutilizado tanto por professores como por estudantes. Este *software* permite a construção ou exploração de um modelo matemático de forma dinâmica e interativa e a manipulação de dados em tabelas e a construção de gráficos. Na abordagem de atividades o professor tem a oportunidade de explorar com os alunos, conceitos matemáticos na medida em que o aluno vai passo a passo construindo o modelo e estabelecendo relações entre os conceitos. Assim, consideramos que as atividades desenvolvidas ilustram as contribuições que as tecnologias podem trazer para a compreensão dos conceitos de funções na abordagem de várias situações.

O estudo de teorias de aprendizagem demonstra a importância da utilização de conhecimentos prévios em situações relevantes, para promover a construção da

aprendizagem significativa. Os conhecimentos prévios foram sendo percebidos nas discussões, reflexões e conceitos expressos pelos estudantes durante o desenvolvimento da proposta.

Ao trabalhar uma proposta de Modelagem Matemática o estudante desenvolve a criatividade e apresenta uma motivação maior pelas aulas de Matemática. Além disso, o professor consegue envolver os aspectos sociais, culturais e econômicos, ajudando a formar um cidadão mais consciente dos problemas da sociedade.

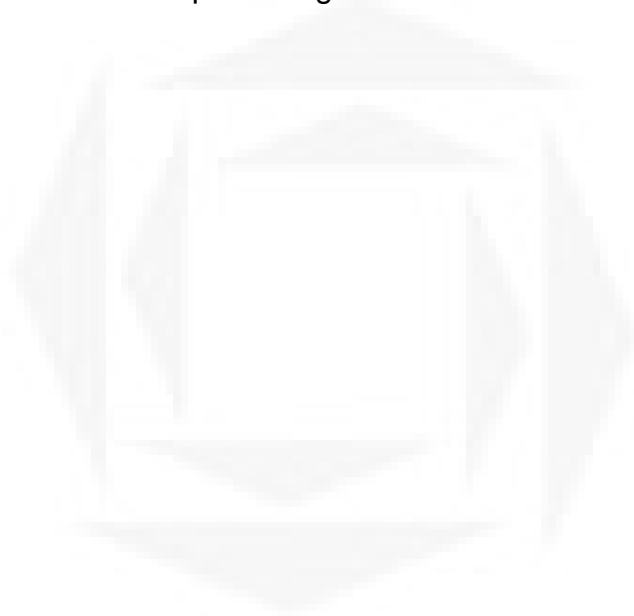
Esta dissertação permitiu determinar a relação entre o preço e o tempo de uso do celular, desenvolveu o conteúdo de função afim e viabilizou a compreensão para uma possível racionalização de seu uso.

As contribuições que este estudo oferece são:

- A metodologia alternativa proporcionou maior interação dos estudantes, no sentido de realizarem as atividades, refletirem sobre o tema “o uso consciente dos celulares”, e assim construírem o conceito de função de forma significativa.
- A possibilidade dos estudantes serem os condutores da construção do seu conhecimento, participando na escolha do tema a ser estudado, buscando leituras complementares, elaborando problemas e buscando soluções para eles.
- O desenvolvimento de uma proposta alternativa que privilegiou a colaboração e a cooperação entre os estudantes, para dar sentido a sua aprendizagem. E também entre estudantes e professores.
- A percepção, pelos estudantes de que a Matemática não é somente algo abstrato, mas parte integrante da sociedade.
- O vislumbre dos estudantes em utilizar o computador como objeto de ensino, podendo construir e reconstruir os gráficos com tanta facilidade.

Acreditamos que a metodologia de trabalho com funções em Matemática, através da Modelagem Matemática e com o uso do computador como objeto de aprendizagem, proposta neste trabalho, possibilita a conquista, pelos estudantes, de

Aprendizagem Significativa, uma vez que propicia a eles um maior envolvimento, por conseguirem perceber onde a Matemática é aplicada. E é nessa perspectiva que entendemos uma abordagem por meio da Modelagem Matemática: de articulação com a realidade. O caráter aplicativo da Modelagem em problemas não essencialmente matemáticos pode contribuir para o estudo dos conceitos de funções no Ensino Médio. Além disso, a Modelagem destaca-se por proporcionar aos alunos a atribuição de sentido e a construção de significados de conceitos matemáticos, possibilitando com isso a sua aprendizagem.



UNIVATES

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Introdução à Modelagem Matemática. Notas de aula. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. UEL. Londrina - PR, 2002a.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática na sala de aula: um estudo. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2002. Anais eletrônicos do VII EPREM. Foz do Iguaçu: Unioeste, 2002b. 1 CD.

ALMEIDA, L. M. W; BRITO, D.S. Modelagem Matemática na Sala de Aula: algumas implicações para o ensino e a aprendizagem da Matemática. In: CONFERÊNCIA IBEROAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Blumenau, 2003.

AUSUBEL, D. P; NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. Psicologia Educacional. Trad. Eva Nick. 2ª edição. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

\_\_\_\_\_. Psicologia Educacional. 2. Ed. 1 ed. Em Português. São Paulo: Interamericana, 1978.

AUSUBEL, D. P. Aquisição e Retenção de Conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 226 p., 2003.

BARALDI, I. M. Matemática na Escola: Que Ciências é esta? Bauru: Edusc, 1998.

BASSANEZI, R. C. Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M.S; HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino. São Paulo:Contexto,2002.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem matemática no ensino. São Paulo. Contexto. 2002.

BLUM W; NISS, M. Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, Links to other Subjects – **State, Trends and Issues in Mathematics Instruction**. *Educational Studies in Mathematics*, v. 22. n. 1, p. 37-68, 1991.

BORBA, M. C. O Computador é a Solução: mas qual é o problema. Unesp-Rio Claro/Gpimen - Grupo de pesquisa em informática, outras mídias educação matemática. Disponível em: <<http://www.igce/pgem/gpimem.html>> Acesso em 18 de agosto de 2008.

BORBA, Marcelo C. Lo que debemos llevar para el siglo XXI: el caso de las funciones. *UNO - Revista de Didáctica de las Matemáticas*, Barcelona, v. 22, p. 45-54, 1999.

BORSSOI, A.H. A Aprendizagem Significativa em Atividades de Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino. 2004. 140f. **Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática)** – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. As Novas Diretrizes Curriculares que Mudam o Ensino Médio Brasileiro. **Brasília, 1998.**

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. 3. Ed. Brasília: A Secretaria, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília, 1999.

BUCHWEITZ, B. Aprendizagem Significativa: idéias de estudantes concluintes de curso superior. *Investigação em Ensino de Ciências*. Porto Alegre, Brasil. v. 06, n. 02, p. 1-10, ago. 2001. Disponível em <[http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol6/n2/v6\\_n2\\_a2.htm](http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol6/n2/v6_n2_a2.htm)>. Acesso em março de 2008.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M. e GASCÓN, J. Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed, 2001.

CLEMENTS, D. *Mathematical Modelling: A case study approach*. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.

COLL, C. *et al.* *Psicologia do Ensino*. Trad. Cristiana Maria de Oliveira. Porto Alegre: Artes Medicas Sul, 2000.

COLL, C. EDWARDS, D. *Ensino, Aprendizagem e Discurso em Sala de Aula. Aproximações ao estudo do discurso educacional*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

COLL, C. SOLÉ I. Os Professores e a Concepção Construtivista. In: Coll, C. *et al.* O Construtivismo na Sala de Aula. São Paulo: Ática, 2001.

COSTA, F. Avaliação de *Software* Educativo: *Ensine-me a pescar!* Cadernos SACAUSEF, 45-51, 2005.

D'AMBROSIO, U. A Matemática nas Escolas, Educação Matemática em Revista. Ano 9, n. 11, p. 29-33, 2002.

\_\_\_\_\_. Da Realidade à Ação: *Reflexões sobre Educação e Matemática*. São Paulo: Summus; Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

\_\_\_\_\_. Educação Matemática: da teoria à prática. 4ª edição. Campinas: Papirus, 1998.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. A Experiência Matemática. Lisboa: Gradiva, 1995.

FERRUZZI, E. C. A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia. Florianópolis, 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) – universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

HAETINGER, C., DULLIUS, M. M., QUARTIERI, M. T. “Grupo de Estudos no Uso de Aplicativos Matemáticos Computacionais de Baixo Custo Ensino da Graduação”. Disponível em <<http://ensino.univates.br/~chaet/grupo%20>> de Estudos .html. Acesso em outubro de 2008.

JONASSEN, D. HOLEND, J.; MOORE, J.; MARRA, R. M. Learning to Solve Problems Technology. A Constructivist Perspective Upper Saddle River. New Jersey Columbus, Ohio. Merrill Prentice Hall, Second Edition, 2003.

MACHADO, N.J. Epistemologia e Didática. São Paulo: Cortez, 1995.

MASETTO, M. T. Mediação Pedagógica e o Uso da Tecnologia. In: MORAN, J.M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M.A. Novas tecnologias e mediação pedagógica. Campinas: Papirus, 2000.

MAURI, T. O. O que faz com que o aluno e a aluna aprendam os conteúdos escolares? A natureza ativa do conhecimento. In: COOL, C *et al.* O Construtivismo na Sala de Aula. São Paulo: Ática, 2001.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa. Fórum Permanente de professores. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1999.

\_\_\_\_\_. Aprendizagem Significativa: um Conceito Subjacente. ENCUESTRO INTERNACIONAL SOBRE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO, 1997, Burgos. Actas do Encontro Internacional sobre Aprendizaje Significativo. Burgos, Espana: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Burgos, 1997. p. 19-44.

\_\_\_\_\_. Linguagem e Aprendizagem Significativa. Conferência de encerramento do IV Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Maragogi, AL, Brasil, set.2003. Disponível em <<http://www.if.ufrgs.br/~moreira/>>. Acesso em dezembro de 2008.

MOREIRA, M. A; BUCHWEITZ, B. Mapas Conceituais: instrumentos didáticos, de avaliação e de análise de currículo. São Paulo: Moraes, 1987. 83 p.

MOSCARDINI, A. O; ERSOY, Y. Mathematical Modelling Courses for Engineering Education. Berlin: Springer Verlag, 1994.

NISS, M. O Papel das Aplicações e da Modelação na Matemática Escolar. Trad. Paulo Abrantes. Educação e Matemática, n. 23, 3º trimestre, 1992.

NOVAK, J. D. The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct Them. Disponível em: <<http://cmap.coginst.uwf.edu/info/>>. Acesso em novembro de 2003.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. Aprendiendo a Aprender. Tradução: J.M. Campanario & E. Campanario, Barcelona: Martinez Roca. 1988.

PAPERT, S. Constructionism: A New Opportunity for Elementary Science Education. A proposal to the National Science Foundation, Massachusetts Institute of Technology, Media Laboratory, Epistemology and Learning Group, Cambridge, Massachusetts. 1986.

PIAGET, Jean. Psicologia da Inteligência. Rio de Janeiro: Fundo de Cultura, 1958.

PONTE, P.J. O conceito de função no currículo de Matemática. Educação e Matemática. N.15. Lisboa: 1990.

POLYA, G. A Arte de Resolver Problemas. Rio de Janeiro: Interciências, 1978.

SACRISTÁN, G. J. A Educação que ainda é possível. Ensaio sobre uma cultura para a educação. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SETTE, S. Metodologia para Avaliação de *Software* de Autoria como uma ferramenta Computacional para Auxílio no Desenvolvimento de Conteúdos Didáticos Pedagógicos. Disponível em <[http://www.cefetpi.br/eventos/infocefet/paginas/2004/arquivos/palestras/metodologia\\_esoftware\\_autoria.pdf](http://www.cefetpi.br/eventos/infocefet/paginas/2004/arquivos/palestras/metodologia_esoftware_autoria.pdf)>, 1998.

SLOCZINSKI, H.; CHIARAMONTE, M. S. Aprender e desafiar a aprender em ambiente híbrido. In: VALENTINI, C. B.; SOARES, E. M. S. DO (Org). Aprendizagem ambiente virtuais compartilhando idéias e construindo cenários. Caxias do Sul: Educus, 2005.

*Software Graphmatica*. 1.6 . ® <ftp://ftp.ufv.br/dma/graphmatica/grmat16w.zip>

VALENTE, J. A. e VALENTE, A. B. Logo: Conceitos, Aplicações e Projetos. Editora McGraw-Hill, São Paulo. 1998

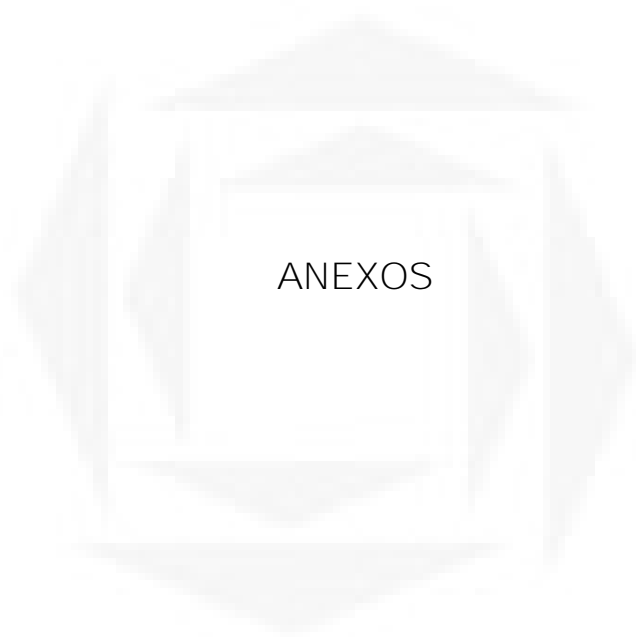


VALENTE, J. A. Informática na Educação: **uma questão técnica ou pedagógica?** Revista Pátio, Ano 3, N° 9, maio/junho. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

\_\_\_\_\_. A Intransigência da Transferência de Conhecimento. São Paulo: FDE, 1993.

\_\_\_\_\_. O Uso Inteligente do Computador na Educação. Revista Pátio, Ano I, N° 1, PP.19-21. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

\_\_\_\_\_. Diferentes Usos do Computador na Educação. Em aberto. Ministério da Educação e Desportos. V12, N°57, 1994.



ANEXOS

UNIVATES

## LISTA DE ANEXOS

ANEXO A - Entrevista I para estudantes da turma deste estudo .....	90
ANEXO B - Resultados da entrevista I.....	96
ANEXO C - Questionário I para estudantes da turma deste estudo.....	99
ANEXO D - O que os alunos dizem.....	101
ANEXO E - FIGURA I -Esquema.....	102
ANEXO F - FIGURA II -Esquema.....	103
ANEXO G - Atividade 1.....	104
ANEXO H - Atividade 2.....	106
ANEXO I - Atividade 3.....	108
ANEXO J - Atividade 4.....	111
ANEXO L - Atividades realizadas no Laboratório de Informática.....	112

ANEXO A - Entrevista I para estudantes da turma deste estudo



Estamos realizando um estudo sobre O uso de celulares pelos alunos do ensino médio diurno da escola Érico Veríssimo e gostaríamos de contar com sua colaboração. Pedimos que respondam com atenção a uma série de perguntas que serão realizadas. Suas informações serão extremamente valiosas para o sucesso desta pesquisa.

1-Gênero:

masculino  feminino

2-Série

primeiro ano do Ensino Médio

segundo ano do Ensino Médio

terceiro ano do Ensino Médio

3-Idade.....anos.

4-Você possui telefone celular

sim  não

5- Caso você possua telefone celular há quanto tempo você o utiliza?

até seis meses  entre três e quatro anos

entre sete meses e um ano  mais de quatro anos

entre um e dois anos

entre dois e três anos



Claro  Vivo

11-Qual seu plano?

somente pré-pago  planos pré e pós-pagos

somente pós-pago  plano empresarial

12-Quais os critérios de escolha de seu celular?

desing

marca do aparelho

marca da operadora (Brasil Telecom, Claro, Tim ou Vivo)

tipo de tecnologia (GSM, TDMA, CDMA)

preço do aparelho

ser pré-pago

ser pós-pago

ter câmera fotográfica

área de cobertura

tamanho do aparelho

acesso á internet

visor colorido

Mp3 Player

agenda telefônica

despertador

envio de SMS(mensagem de texto)

calendário

vibracall

outro.....

13- Marque quais das funções abaixo o seu celular possui.

- Calculadora
- Calendário
- Câmera fotográfica
- Conexão / sincronização com PC
- Controle de chamadas
- Cronômetro
- Despertador / alarme
- Discagem por voz
- Escrita inteligente
- Foto torpedo
- Funções de PDA
- GPRS Conexão rápida com a Internet
- Gravação de vídeo
- Gravação de voz Jogos
- Lista de tarefas e bloco de notas
- Mixagem de sons eletrônicos
- Personalização perfil
- Rádio FM
- Relógio
- Reprodução de arquivos mp3
- Reprodução de vídeos
- Segurança e configurações do sistema
- Tons polifônicos
- Torpedo MMS
- Torpedo SMS
- Transmissão de dados via Bluetooth

- Transmissão de dados via infravermelho
- Vibracall
- Vídeo mensagem
- Viva-voz integrado
- WAP (Minibrowser)

14-Com que idade você obteve o seu primeiro celular?

- com menos de 8anos       com 11 anos
- com 8 anos                 com 12 anos
- com 9 anos                 com 13 anos
- com 10 anos               com 14 anos
- com mais de 14 anos

15-Qual o destino que você dá às suas baterias?

- nunca troquei de bateria
- coloco no lixo comum
- entrego nos pontos de coleta disponibilizados pelas operadoras

16-Qual a principal utilidade de seu telefone celular

- conversar com amigos       conversar com namorado(a)
- trabalho                       mandar mensagens
- conversar com parentes     uso despertador

17-Caso seu plano seja pré-pago, quantos cartões você utiliza por mês.

- um cartão de R\$.....
- dois cartões de R\$.....cada
- mais que dois cartões de R\$.....cada



8-Qual o valor que você paga por minuto falado.

- até R\$0,30
- entre R\$0,30 e R\$0,50
- mais de R\$0,50
- outro valor

19-Quais as vantagens oferecidas pelo plano que você utiliza atualmente?

- minutos grátis
- SMS grátis
- minutos mais baratos
- outros.....
- aparelho grátis

20-Entre as promoções oferecidas pela sua operadora,você está cadastrado em alguma delas?

- sim
- não

Caso você esteja, descreva as promoções.....

## ANEXO B - Resultados da entrevista I

Resultado da entrevista realizada com os alunos da turma 102 sobre o uso da telefonia celular pelos alunos.

## 1) Gênero

Masculino	Feminino
14	17

## 2) Idade

Idade	14 anos	15 anos	16 anos	17 anos	18 anos
Nº alunos	5	18	6	1	1

## 3) Possui telefone celular?

Sim	Não
29	2

## 4) Há quanto tempo possui telefone celular?

Tempo	Até seis meses	Entre sete e um ano	Entre um e dois anos	Entre dois e três anos	Entre três e quatro anos	Mais de quatro anos
Nº alunos	5	2	6	8	5	3

## 5) Quantos aparelhos já possuiu, incluindo o atual?

Nº telefone	1	2	3	4	5 ou mais
Nº aluno	5	10	11	2	1

## 6) Grau de participação na escolha do celular

Participação na escolha	Nenhuma	Pequena	Média	Grande	Total
Nº de alunos	7	6	3	4	9

## 7) Principal finalidade do uso do celular

Finalidade	Pessoal	Pessoal maior que no trabalho	Pessoal e trabalho igual	Trabalho maior que pessoal	Somente para trabalho
Nº alunos	23	2	2	1	0

## 8) Marca do aparelho

Marca	Motorola	Nokia	Siemens	LG	Samsung	Ericsson	Gradiente	Outras
Nº alunos	8	10	1	6	1	2	0	1

## 9) Operadora

Operadora	Br Telecom	Claro	TIM	Vivo
Nº alunos	0	4	6	17

## 10) Plano

Plano	Somente pago	Pré-pago	Somente pós-pago	Planos pré e pós-pagos	Plano empresarial
Nº aluno	26	0	0	1	0

**11) Critérios na escolha**

Critérios	Design	Marca	Operadora	Tecnologia	Preço	Pré-pago	Câmera	Área de cobertura	Tamanho
Nº alunos	11	13	12	9	13	18	23	8	6
Acesso à internet	Visor colorido	Mp3	Agenda telefônica	Despertador	SMS	Calendário	vibracall	outros	
3	15	11	7	6	11	4	9	1	

**12) Idade do primeiro telefone**

Idade	9	10	11	12	13	14	Mais que 14
Nº alunos	9	1	6	8	5	4	2

**13) Destino das baterias**

Destino	Nunca troquei	Entrega nos pontos de coleta
Nº alunos	21	1

**14) Principal utilidade do telefone celular**

Utilidade	Conversar com amigos	Trabalho	Conversar com parentes	Conversar com namorado(a)	Mandar mensagens	Uso despertador
Nº alunos	22	0	5	3	6	2

**15) Quantos cartões utiliza por mês**

Quantidade	1	2	Mais que 2
Nº alunos	15	10	3

**16) Valor pago por minuto**

Valor	Até R\$0,30	Entre R\$0,30 e R\$0,50	Mais de R\$0,50	Outro valor
Nº alunos	8	5	3	11

**17) Vantagens oferecidas pelo plano**

Vantagens	Minutos grátis	Minutos mais baratos	Aparelho grátis	SMS grátis	Outros
Nº alunos	7	13	2	13	0

**18) Cadastro em promoções fornecidas pela operadora**

Sim	12
Não	15

### Promoções oferecidas:

- De TIM para TIM, pago R\$0,07 o minuto. E se forem usados R\$25,00 em um mês ganha mais R\$25,00.
- R\$0,05 por minuto;
- TIM 10;
- R\$0,06 por minuto;
- A cada 5 minutos falados recebo R\$1,00 de bônus em ligação, para a mesma operadora;
- Cada minuto recebido, ganho R\$1,00 para falar de Vivo pra Vivo;

### Funções de seu celular

Funções	Calculadora	Calendário	Câmera	Conexão com PC	Controle de chamada	Cronômetro	Despertador	Escrita inteligente
Nº alunos	28	26	17	10	23	26	27	8

Foto torpedo	Funções de PDA	GPRS	Gravação de vídeo	Gravador de voz	Lista de tarefas	Mixagem de sons eletrônicos	Personalização perfil	Rádio FM	Relógio
14	3	7	15	15	17	6	14	12	28

Mp3	Reprodução de vídeos	Segurança e configuração do sistema	Tons polifônicos	SMS	MMS	Bluetooth	Infravermelho	Vibracall	WAP
10	13	14	15	24	13	11	6	24	13

Vídeo mensagem	Viva-voz integrado
7	17

ANEXO C - Questionário I para estudantes da turma deste estudo

Questionário I

1-O que você já sabe sobre funções?

- fazer gráficos
- construir tabelas
- encontrar a lei da função
- identificar as variáveis
- encontrar o domínio e a imagem
- identificar os coeficientes: angular e linear
- outros.....
- não sei nada

2-Você está gostando desta proposta de trabalho com nosso tema escolhido “CELULARES”?

- sim
- não

3- Se sim, opte por uma das afirmativas?

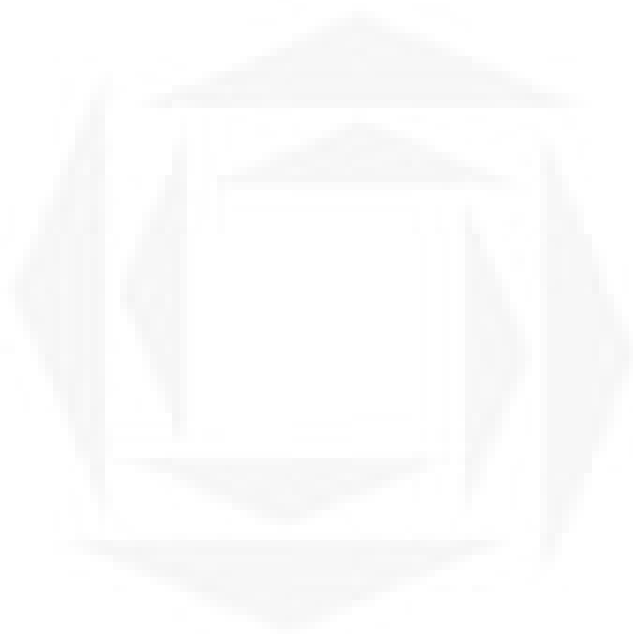
- É interessante, nova opção de trabalho, conhecimento e informações.
- Não podíamos ter escolhido tema melhor.
- Eu penso que é um ótimo tema, pois trabalhar coisas novas de vez enquanto é bom.
- Legal, interessante, até porque celular é uma tecnologia que evolui cada vez mais.
- Gostei, pois é um trabalho diferente que geralmente interessa todo mundo.

4- Você tem acesso a computador?

sim

não

5- Se sim, onde?

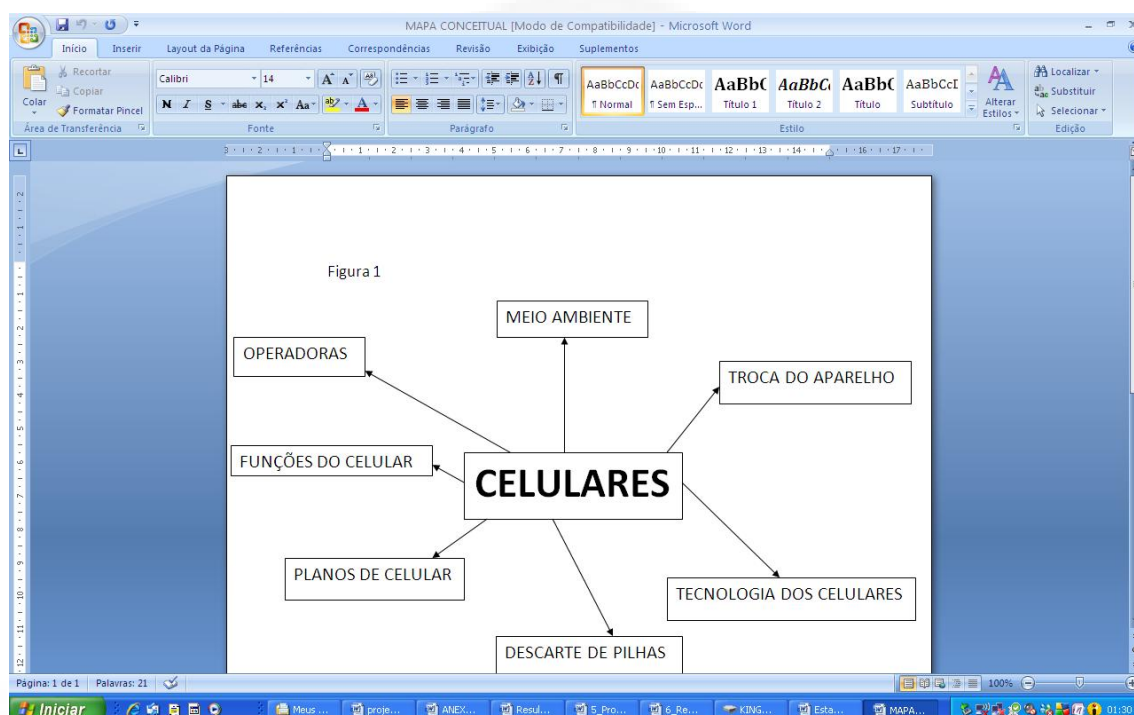


UNIVATES

ANEXO D - O que os alunos dizem

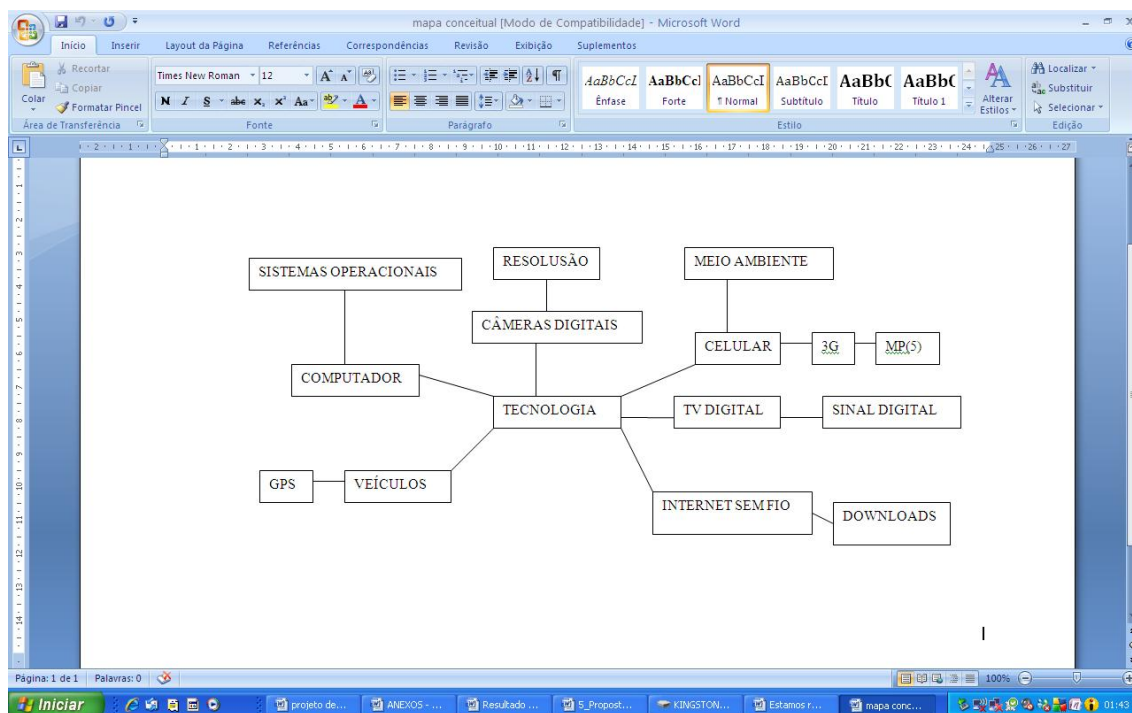
<p>1-O que você já sabe sobre funções?</p>	<p>Fazer gráficos. ( 19 estudantes)</p> <p>Construir tabelas. ( 22 estudantes )</p> <p>Encontrar a lei da função. (8 estudantes)</p> <p>Identificar as variáveis. (11 estudantes)</p> <p>Encontrar o domínio e a imagem. (15 estudantes)</p> <p>Identificar os coeficientes: angular e linear. (18 estudantes)</p> <p>Outros..( relacionar variáveis). (1 estudante)</p> <p>Não sei nada. (3 estudantes)</p>
<p>2-O que você pensa sobre o nosso tema de estudo "CELULARES"?</p>	<p>É interessante, nova opção de trabalho, conhecimento e informações. (4 estudantes)</p> <p>Não podíamos ter escolhido tema melhor. (11 estudantes)</p> <p>Eu penso que é um ótimo tema, pois trabalhar coisas novas de vez enquanto é bom. (10 estudantes)</p> <p>Legal, interessante, até porque celular é uma tecnologia que evolui cada vez mais. (3 estudantes)</p> <p>Gostei, pois é um tema que interessa todo mundo. (4 estudantes )</p>
<p>3- Você tem acesso a computador?</p>	<p>Sim (32 estudantes)</p>
<p>4- Se sim, onde?</p>	<p>Em casa. (8 estudantes)</p> <p>Casa de amigos. (6 estudantes)</p> <p>Laboratórios da Univates. (10 estudantes)</p> <p>Cyber cafés. (4 estudantes )</p> <p>Lan houses. (4 estudantes)</p>

## ANEXO E - FIGURA I – ESQUEMA





## ANEXO F - FIGURA II – ESQUEMA



UNIVATES

ANEXO G - Atividade 1



PPGECE

ATIVIDADE VINCULADA AO PROJETO DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Professora: Rosane Fátima Postal

E. E. E. B. ÉRICO VERÍSSIMO

Nome do aluno:

Data:

Atividade 1

Fora da área de cobertura
Para qualquer telefone: R\$1,39/min
Adicional por chamada: R\$1,39

Fonte: <<http://www.vivo.br>> Acesso em 18/08/08.

A partir da informação acima responda:

1 - Escreva o modelo matemático que representa a relação entre as variáveis tempo (min) e o preço (R\$) a ser pago para ligações fora da área de cobertura \_\_\_\_\_

## 2 – Funções afins

Lembrando que a função linear é da forma  $y = ax + b$ , onde  $a$  é chamado de taxa de variação e o  $b$  de valor inicial.

- a) O preço que irei pagar ao final de cada ligação, fora da área de cobertura, é dado em função \_\_\_\_\_
- b) Identifique a taxa de variação \_\_\_\_\_
- c) Identifique o valor inicial \_\_\_\_\_
- d) Qual a taxa fixa paga em qualquer ligação \_\_\_\_\_
- e) Se minha ligação for de 30s, o preço pago será de \_\_\_\_\_
- f) Se minha ligação for de 1min e 50s, o preço pago será de \_\_\_\_\_
- g) Se pagar R\$6,18 por uma ligação, quanto tempo poderei falar \_\_\_\_\_

3 - Construa uma tabela a partir da função formulada.

4 - Construa o gráfico da função.

5 - Façam um comentário sobre ligações fora da área de cobertura

---

ANEXO H - Atividade 2



PPGECE

ATIVIDADE VINCULADA AO PROJETO DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Professora: Rosane Fátima Postal

E. E. E. B. ÉRICO VERÍSSIMO

Nome do aluno:

Data:

Atividade 2

Nesta atividade foram apresentados três planos diferentes de telefonia celular.

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por min
A	R\$35,00	R\$0,50
B	R\$20,00	R\$0,80
C	0	R\$1,20

Fonte: <<http://www.vivo.br>> Acesso em 18/08/08.

A partir da informação acima responda:

1 - Em que condições é possível afirmar que o plano A é mais econômico, o plano B é mais econômico ou o plano C é mais econômico ou os três planos são equivalentes?

2 - Se o cliente utilizar 25 min qual o preço que irá pagar ao final das ligações:

- No plano A

-No plano B

-No plano C

a) Se o cliente optar pelo plano A e ao final dos serviços utilizados pagar R\$50,00, qual foi o tempo utilizado? \_\_\_\_\_

b) Se o cliente optar pelo plano B e ao final dos serviços utilizados pagar R\$50,00, qual foi o tempo utilizado? \_\_\_\_\_

c) Se o cliente optar pelo plano C e ao final dos serviços utilizados pagar R\$50,00, qual foi o tempo utilizado? \_\_\_\_\_

Lembrando que o conjunto de todos os elementos de  $x$  chama-se domínio da função e o conjunto de todos os elementos de  $y$  chama-se imagem da função  $f$  e é indicado por  $\text{Im}(f)$ .

ANEXO I - Atividade 3



PPGECE

ATIVIDADE VINCULADA AO PROJETO DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Professora: Rosane Fátima Postal

E. E. E. B. ÉRICO VERÍSSIMO

Nome do aluno:

Data:

Atividade 3

O quadro a seguir apresenta planos de A a G com seus respectivos preços de acordo com o tempo e os serviços utilizados.

	PREÇO	MINUTOS	TORPEDOS	MIN. LIVRE DE VIVO PRA VIVO	SMS + MMS+ MB DADOS	DDD + ROAMING
A	43,42	50		50	50 + 50	5 + 30
B	63,24	90	50	50	100 + 100 + 500	15 + 100
C	98,16	180	50	150	100 + 100 + 500	15 + 100
D	149,14	350	100	150	300 + 300 + 2	15 + 100
E	234,09	650	100	300	300 + 300 + 2	30 + 200
F	302,06	900	100	300	300 + 300 + 2	30 + 200
G	457,81	1.400	100	300	300 + 300 + 2	30 + 200

1-Dentre os planos apresentados, por qual deles você optaria? Justifique o motivo pelo qual ele seria mais vantajoso.

2-Ainda de acordo com os planos apresentados preencha as tabelas:

A) Minutos	1	5	25	30	50	Lei de formação
Preços						

B) Minutos	0,5	6	9	15	30	Lei de formação
Preços						

C) Minutos	0,4	3	17	35	100	Lei de formação
Preços						

D) Minutos	0,1	1	7	60	150	Lei de formação
Preços						

E) Minutos	1,5	3,8	19	200	270	Lei de formação
Preços						

F) Minutos	2,5	7	12	129	298	Lei de formação
Preços						

G) Minutos	0,9	11,5	29	200	300	Lei de formação
Preços						



ANEXO J - Atividade 4

- 1) Escolher e ler sobre três temas relacionados ao tema central “CELULAR”.
  - a) Tema 1
  - b) Tema 2
  - c) Tema 3
- 2) Apresentar um resumo (10 linhas) sobre cada tema escolhido.
- 3) Para cada tema escolhido escrever uma situação que represente função.
- 4) Construir um gráfico para cada função.
- 5) Os grupos poderão optar por construir os gráficos manualmente e apresentar em cartazes ou construir com auxílio do computador e apresentar no Data-show.
- 6) Na apresentação deverão identificar:
  - a) as variáveis;
  - b) o domínio e a imagem;
  - c) se é crescente ou decrescente;
  - d) os zeros da função;
  - e) e a lei de formação.

ANEXO L - Atividades realizadas no Laboratório de Informática

ATIVIDADES

A operadora Claro oferece planos com diversas faixas de minutos mensais, conforme Tabela 1.

Planos	A	B	C	D	E
Minutos	40	70	100	200	300
Mensalidade	R\$38,90	R\$59,90	R\$70,90	R\$148,90	143,90
Preço adicional do minuto	R\$0,97	R\$0,85	R\$0,71	R\$0,74	R\$0,48

Fonte: <<http://www.claro.com.br>> Acesso em 26/09/08.

Considerando o preço em função dos minutos temos as seguintes leis de formação:

$$Y = 0.97x$$

$$Y = 0.85x$$

$$Y = 0.71x$$

$$Y = 0.74x$$

$$Y = 0.48x$$

1 - Construa no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções e responda:

- Por que todas passam pela origem? \_\_\_\_\_
- Se eu falar 60 minutos, qual o plano mais vantajoso? \_\_\_\_\_
- Identifique os coeficientes angulares. \_\_\_\_\_

2 - Troque os coeficientes angulares por:

0.5	1	2	2.5	3
-----	---	---	-----	---

e faça a construção dos respectivos gráficos de preço(y) em função dos minutos(x).

a) Escreva qual o efeito que causa esta variação. \_\_\_\_\_

3 - Voltando à Tabela 1 atribua uma taxa fixa de R\$5,00 às funções e construa os gráficos; posteriormente, atribua uma nova taxa fixa de R\$10,00 e construa os gráficos.

a) Descreva o efeito destas variações no gráfico.

\_\_\_\_\_

b) Identifique o ponto em que cada gráfico corta o eixo vertical (y).

\_\_\_\_\_

4 - Chamadas fora da área de cobertura da Operadora Vivo.

Para qualquer telefone: R\$1,40/minuto
Adicional por minuto: R\$1,40/minuto

Fonte: <<http://www.vivo.com.br>> Acesso em 26/09/08.

A lei de formação do preço em função dos minutos falados é:

$$y = 1,40 + 1,40x$$

a) Construa este gráfico

b) Determine:

- Ponto de intercepto no eixo vertical (Y) \_\_\_\_\_

- Ponto de intercepto no eixo horizontal (x) \_\_\_\_\_

- Se a função é crescente ou decrescente \_\_\_\_\_

- Para que valores de x,  $f(x) = 0$  \_\_\_\_\_

$f(x) < 0$  \_\_\_\_\_

$f(x) > 0$  \_\_\_\_\_

5 - Uma cidade é servida por duas empresas de telefonia. A empresa X cobra, por mês, uma assinatura de R\$35,00, mais R\$0,50 por minuto utilizado. A empresa Y cobra, por mês uma assinatura de R\$26,00, mais R\$0,65 por minuto utilizado. A partir de quantos minutos de utilização o plano da empresa X passa a ser mais vantajoso para os clientes do que o plano da empresa Y?

