



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

**UM OLHAR HISTÓRICO NAS AULAS DE TRIGONOMETRIA:
POSSIBILIDADES DE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA
INVESTIGATIVA**

Gladis Bortoli

Lajeado, maio de 2012

Gladis Bortoli

**UM OLHAR HISTÓRICO NAS AULAS DE TRIGONOMETRIA:
POSSIBILIDADES DE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA
INVESTIGATIVA**

Dissertação apresentação ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário Univates, como parte da exigência para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientadora: Dra. Miriam Ines Marchi

Co-orientadora: Dra. Ieda Maria Giongo

Lajeado, maio de 2012

AGRADECIMENTOS

Ao finalizar mais esta etapa da minha vida de estudante, gostaria de agradecer a todos os meus amigos e amigas que compartilharam comigo os momentos de alegria, entusiasmo e tristeza, durante estes dois anos que me dediquei quase que exclusivamente a esta pesquisa, dizendo: *Muito Obrigada!*

Ao meu esposo, Renan Poletto, pelo incentivo, pela ajuda, paciência, pelas palavras de carinho, pelo companheirismo e por acreditar que iria conseguir. Agradeço por me acompanhar nos estudos e cuidar tão bem das nossas filhas e da casa durante a minha ausência.

Às minhas filhas, Ana Paula e Laura, por compreenderem minha ausência e pela paciência nas horas em que a mamãe não podia brincar e nem passear.

Aos casais Gelson e Cleci, Moacir e Vera, Elo e Berna, Margarete e Gilnei, Scheila e Carlos, Sueli e Lauro, dos quais pude contar com o apoio, amizade e incentivo, além da ajuda e dedicação para com as minhas filhas.

Ao Pe. Joacir Della Giustina, por consentir com a realização da minha prática pedagógica na Escola. Agradeço também pelas conversas amigas, apoio e incentivo.

Aos alunos do 2º ano do Ensino Médio que participaram desta pesquisa, pelo interesse e envolvimento.

Ao Sr. Nestor Luiz Kriger, pela disponibilidade e colaboração para a realização da palestra sobre as práticas do “mundo da construção civil”.

Ao professor Homero Salvador Slaviero, pela revisão ortográfica e pelo incentivo a minha pesquisa.

Ao professor Dr. Eduardo Miranda Ethur, o “Dudu”, pelas suas palavras amigas e contribuições a minha pesquisa.

Ao coordenador de Administração Jenner Iadroxitz, pelo apoio, amizade e incentivo quando tudo parecia ser tão difícil.

Ao meu pai e minha tia, por me apoiarem e acreditarem na minha vocação de professora.

A minha professora orientadora, Dra. Miriam Ines Marchi, por todas as horas dedicadas a minha dissertação, pelo exemplo de educadora e pela valiosa amizade construída. Gostaria de agradecer pela paciência, dedicação e competência com que conduziu a minha pesquisa.

A minha coorientadora, Dra. Ieda Maria Giongo, pela disponibilidade, rigor, pelas contribuições e pela maneira objetiva com que apontou caminhos. Agradeço a compreensão e amizade demonstradas.

À professora Dra. Marlise Heemann Grassi, pelo acolhimento, segurança e confiança depositada no meu projeto de vida.

À professora Dra. Marli T. Quartieri, pelas contribuições a minha prática pedagógica e incentivo às mudanças na minha tarefa de educar.

Agradeço a todos os professores do Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, com os quais tive oportunidade de compartilhar momentos de reflexão e aprendizado.

À Aline Diesel, pela excelente atuação na secretaria de pós-graduação do curso e pelos serviços prestados com esmero e dedicação.

Aos meus colegas de mestrado, pelo apoio, convivência alegre e constante troca de experiências e conhecimentos.

RESUMO

O objetivo central desta pesquisa visou problematizar, junto a um grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular de Caxias do Sul – RS, a construção de conhecimentos vinculados à Trigonometria no triângulo retângulo. No problema de pesquisa, analisaram-se quais as possibilidades da inserção da História da Matemática no ensino e na aprendizagem da Trigonometria presente no triângulo retângulo, no Ensino Médio, tendo como aporte teórico o campo da Etnomatemática. A investigação teve uma abordagem qualitativa, e a coleta de dados foi realizada por meio de questionários, conversas informais com os alunos, gravações e fotos das aulas, bem como de materiais produzidos por eles. Os alunos foram instigados a pesquisar, a explorar e interpretar conceitos trigonométricos, principalmente por meio de atividades práticas, como a construção e utilização do astrolábio e um trabalho envolvendo os profissionais da construção civil. A pesquisa revelou que a abordagem aplicada tornou o processo de ensino e de aprendizagem mais interativo, construtivo e participativo, provocando o envolvimento dos alunos. Estes conseguiram estabelecer relações entre a matemática escolar e os saberes matemáticos culturais. O professor teve um papel de orientador e contribuiu para o aluno buscar, analisar e assumir uma postura de pesquisador.

Palavras-chave: História da Matemática. Etnomatemática. Trigonometria no Triângulo Retângulo. Educação Matemática.

ABSTRACT

The main objective of this research is to problematize the construction of the knowledge related to the trigonometry at right triangle. The study was done with a group of the second year high school students of a private school from Caxias do Sul – RS. In the research problem possibilities of inserting the History of Mathematics in teaching and learning of Trigonometry present in the right triangle were analyzed. The theoretic approach is in the field of ethnomathematics. The research has a qualitative approach; the data collection was done through questionnaires, informal conversation with students, recording and photos from the classes as such as materials produced by them. The students were instigated to research, explore and interpret trigonometric concepts, mostly through hands on activities, with the construction and utilization of the astrolabe and a work involving civil construction professionals. The study revealed that the applied approach made the teaching and learning process become more interactive, constructive and participative, by engaging the students. The students were able to make connections between the school math and knowledge of culture mathematics. The teacher had the role of supervising and helping the student to search, analyze and become the researcher.

Key Words: History of Mathematics. Ethnomathematics. Trigonometry in the Right Triangle. Mathematics Education.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 ABORDAGEM TEÓRICA	21
3 METODOLOGIA.....	43
4 RELATOS E DISCUSSÕES QUE EMERGIRAM DA PRÁTICA PEDAGÓGICA....	54
5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS	117
6 REFERÊNCIAS.....	122
APÊNDICES.....	128
ANEXOS	144

LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Paus de mesma medida, estendidos no chão, que indicarão o comprimento da casa.	24
Figura 02: Paus, estendidos no chão, que indicarão a largura e o comprimento da casa.....	25
Figura 03: Quadrilátero fechado formado pela união dos paus.....	25
Figura 04: Retângulo que indicará as linhas de construção da casa.	25
Figura 05: Trapézio associado ao tronco da pirâmide.....	29
Figura 06: Plimpton 322.	30
Figura 07: MS 2192.....	31
Figura 08: Números quadrangulares.....	32
Figura 09: Método utilizado por Aristarco de Samos para medir a distância da Terra ao Sol.	33
Figura 10: Esboço do triângulo retângulo utilizado por Aristarco de Samos para medir a distância da Terra ao Sol.....	33
Figura 11: Método utilizado por Aristarco de Samos para medir o Tamanho do Sol e da Lua.	34
Figura 12: Método utilizado por Eratóstenes de Cirene para medir o comprimento da Terra.....	34
Figura 13: Resposta dada por um aluno à questão 13, referente ao conceito do triângulo retângulo.....	67
Figura 14: Atividade com transferidor para o desenho do triângulo retângulo.	68
Figura 15: Alunos consultando referências e realizando anotações.	71
Figura 16: Alunos redigindo o trabalho baseado em referências consultadas.	74
Figura 17: Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizada pelos alunos.	76

Figura 18: Resolução da questão 06 do Apêndice 3, realizada por um dos alunos. .	78
Figura 19: Alunos construindo o astrolábio.	82
Figura 20: Exemplo de problema montado pelos grupos envolvendo a noção da tangente de um ângulo com o uso das medições obtidas com o astrolábio.	85
Figura 21: Exemplo de problema montado pelos grupos envolvendo a noção da tangente de um ângulo com o uso das medições obtidas com o astrolábio.	85
Figura 22: Exemplo de construção de triângulos retângulos de um aluno.	90
Figura 23: Exemplo de uma tabela preenchida do Apêndice 4.	90
Figura 24: Alunos na sala de informática realizando pesquisas.	93
Figura 25: Resolução do exercício 01 do Apêndice 5.	96
Figura 26: Resolução do exercício 02 do Apêndice 5.	96
Figura 27: Resolução do exercício 05 do Apêndice 5.	97
Figura 28: Resolução do exercício 06 do Apêndice 5.	97
Figura 29: Resolução do exercício 03 do Apêndice 5.	98
Figura 30: Resolução do exercício 04 do Apêndice 5.	99
Figura 31: Alunos do “grupo D” demonstrando a Trigonometria envolvida no cálculo do desnível de um terreno.	101
Figura 32: Alunos do “grupo E” mostrando os instrumentos usados pelo pedreiro.	103
Figura 33: Estrutura da tesoura do telhado construída pelos alunos do “grupo I”. ...	105
Figura 34: Alunos do “grupo B” depositando terra em desnível, num aquário.	106
Figura 35: Maquete de uma tesoura de sustentação do telhado construída pelo ...	107

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Procedimentos mobilizadores para o aprendizado, indicados pelos alunos.....	60
Tabela 2 – Dados referentes à Interpretação e aos cálculos dos problemas 01, 02, 03, 04 e 05 do Apêndice 03.....	77

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Quadro dos grupos com a distribuição do tema e do profissional a ser entrevistado.....	56
--	----

LISTA DE SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

cm - centímetro

EPI - Equipamento de Proteção Individual

LDV – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa representa a realização de mais um passo na minha vida de estudante, a qual teve início numa turma multisseriada de uma escola estadual da zona rural de Veranópolis - RS, onde cursei as séries iniciais, pois era a mais próxima de casa. Para concluir o Ensino Fundamental tive que frequentar uma escola na sede deste mesmo município.

Por várias circunstâncias, entre elas o estímulo dos meus pais, embora as dificuldades de deslocamento e pelos poucos recursos financeiros de que dispunham na época, pude continuar meus estudos nesta mesma cidade, em uma escola estadual, onde concluí o Ensino Médio de Preparação para o Trabalho.

As aulas de Matemática do Ensino Médio despertaram o meu gosto por esta disciplina, o que me fez procurar um curso superior onde a Matemática tivesse destaque. Assim, cursei a Licenciatura Plena em Matemática, com Habilitação em Física, na Universidade de Caxias do Sul. No decurso desta licenciatura iniciei minha vida profissional ministrando aulas de Matemática no Ensino Fundamental e posteriormente no Ensino Médio.

Concluído o curso superior, passei a participar de encontros, palestras e cursos de atualização, o que fez surgir a necessidade da busca de mais aperfeiçoamento profissional e de uma melhor qualificação para exercer o meu trabalho de professora. Para tanto cursei uma Pós-Graduação em metodologia para o ensino da Matemática e da Física, o que me proporcionou uma melhor compreensão sobre a Educação Matemática.

Paralelamente a minha qualificação profissional, foi-me oferecida a oportunidade de ministrar aulas no Ensino Superior. Diante deste fato, além de sentir a necessidade de continuar buscando propostas pedagógicas que despertassem no aluno o interesse e o gosto pela Matemática, bem como o aprimoramento da arte de ensinar, procurei o Mestrado na minha área de atuação.

Como parte integrante do mestrado, realizei a presente pesquisa que visa mostrar uma abordagem diferenciada no ensino dos conteúdos da Trigonometria presentes no triângulo retângulo¹ para o Ensino Médio, valendo-me da História da Matemática e de saberes concernentes ao conhecimento etnomatemático. Procurei, por meio das histórias, fazendo uso do trabalho em grupos de discussão, que o aluno percebesse que o conhecimento matemático é uma construção humana presente no dia-a-dia de cada pessoa.

A opção pelo uso da História da Matemática e da Etnomatemática deu-se em vista do seu crescente emprego no desenvolvimento do ensino da Matemática. A história pode proporcionar uma aproximação entre a Matemática e o meio social em que os alunos estão inseridos, acrescentando o aspecto vivo e dinâmico à abordagem técnica. Segundo D'Ambrósio (1997, p. 30): “Conhecer, historicamente, pontos altos da matemática de ontem poderá, [...] orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje”.

Corroborando com o pensamento de D'Ambrósio, Knijnik (1985, p. 18) acrescenta: “A recuperação da história passada e da história presente dos grupos não hegemônicos é uma das ideias centrais da discussão que, contemporaneamente, tem sido realizada em torno da política do conhecimento”.

Considerando este crescente reconhecimento que a História da Matemática e a Etnomatemática vêm adquirindo no ensino da Matemática e procurando alternativas que visam contribuir para que os alunos percebam a necessidade e a aplicabilidade prática da Trigonometria é que escolhi este tema para a minha pesquisa. Dessa forma, busquei estratégias que possibilitassem a interação entre aluno e saber no processo do aprendizado, tentando mostrar, por meio de um trabalho em sala de aula, que a Matemática não é difícil de entender e está próxima

¹ Considerar Trigonometria como sendo Trigonometria presente no triângulo retângulo.

de nós. O trabalho foi desenvolvido com uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular de Caxias do Sul – RS, onde sou professora, compreendendo alunos na faixa etária de 15 a 17 anos, que apresentam diferentes níveis de aprendizagem.

Atualmente é comum meus alunos julgarem os assuntos matemáticos tratados em sala de aula como conteúdos afastados da realidade, desnecessários e de pouca aplicabilidade. Como professora, costumeiramente sou questionada por eles sobre os temas abordados, a maneira como são vistos e os motivos pelos quais necessitam desenvolver tais habilidades, da seguinte maneira:

– Professora, por que eu preciso saber isso?

– Onde vou usar isso?

– Por que eu tenho que aprender isso?

– Para que serve?

– De onde veio isso?

– Quem inventou isso e por quê?

Trabalho com estudantes do Ensino Médio e Superior, e percebo estas dificuldades e/ou falta de interesse que os mesmos têm em relação aos conteúdos da Matemática. Quando esta problemática é transferida para o Ensino Superior, imagina-se que elas sejam oriundas do desinteresse ou da dificuldade de aprendizagem dos alunos, ou ainda pelo fato de não terem sido trabalhados determinados conteúdos/assuntos no Ensino Fundamental.

Reportando-me mais especificamente ao ensino da Trigonometria no Ensino Médio, observei em meus alunos que muitos não compreendem seus conceitos fundamentais e sua aplicação, o que dificulta a construção de novos conhecimentos. Pela minha experiência de professora, percebendo os alunos aplicando fórmulas, lendo teorias e resolvendo os problemas que lhes eram propostos notava, nas atitudes de alguns, insatisfação e falta de iniciativa na busca pelo saber.

Lindegger (2000), ao investigar uma abordagem para o ensino da Trigonometria no triângulo retângulo, para introduzir os conceitos das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente, no Ensino Médio, relata em sua dissertação de mestrado, que os alunos se sentem “incomodados” ao tratarem assuntos envolvendo a Trigonometria, o que, normalmente, acarreta uma rejeição ao conteúdo. Esta rejeição pode estar relacionada à falta de compreensão dos conceitos trigonométricos básicos, visto os erros de notação e de conceito observados nas representações matemáticas até entre alunos iniciantes do ensino superior.

Neste sentido, Sampaio (2008), ao desenvolver sua pesquisa sobre as contribuições histórico-filosóficas no processo de aprendizagem de Trigonometria no Ensino Médio, considera que articular os conhecimentos tendo como ponto de partida uma metodologia de ensino que leve em conta aspectos históricos, fundamentais para o entendimento do estado atual do desenvolvimento do conhecimento científico, contribui para a superação de dificuldades que, identificadas e compreendidas, auxiliam no ensino e aprendizagem tanto para o professor como para o aluno.

Ainda, segundo Vazquez (2010, texto digital), devemos refletir sobre nossa prática pedagógica em sala de aula, visto que muitos estudantes têm dificuldade em aprender os conceitos de Trigonometria, revertendo os resultados negativos gerados pela simples memorização de fórmulas. É necessário investigar sobre a maneira como o aluno aprende determinado conteúdo, analisar suas dificuldades, consultar quais são as suas necessidades e identificar meios de relacionar o conteúdo com a prática.

Buscando diminuir as dificuldades no ensino, propus uma pesquisa que envolvesse os alunos com os conteúdos de Trigonometria, utilizando como ponto de partida a História da Matemática: *quais as possibilidades da inserção da História da Matemática no ensino e na aprendizagem da Trigonometria presente no triângulo retângulo no Ensino Médio, tendo como aporte teórico o campo da Etnomatemática?*

Assim, o objetivo geral da pesquisa visou problematizar, junto a um grupo de alunos do Ensino Médio, a construção de conhecimentos vinculados à trigonometria no triângulo retângulo.

Como objetivos específicos, procurei:

- Analisar, construir e interpretar com os alunos textos e materiais didáticos relativos ao âmbito da Trigonometria, criando relações com os conteúdos desenvolvidos.
- Elaborar atividades a partir de elementos presentes na História da Matemática que permitam ao aluno a sua exploração, análise e interpretação.
- Compreender os conhecimentos vinculados à Matemática como construção humana, reconhecendo suas contribuições e limitações para a resolução de problemas nos distintos períodos históricos, identificando sua presença nas ciências, nas tecnologias e no cotidiano.
- Analisar os saberes matemáticos vinculados à cultura da construção civil, evidenciando semelhanças e diferenças com aqueles usualmente presentes na matemática escolar.

Ao desenvolver as atividades relacionadas à Trigonometria, utilizando a história, procurei motivar e envolver os alunos com os conhecimentos de forma que não torne a Matemática uma ciência exaustiva e distante da realidade do aluno. D'Ambrosio assim se posiciona quanto à utilização da História da Matemática como ferramenta de ensino:

Uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. Ter uma ideia, embora imprecisa e incompleta, sobre por que e quando se resolveu levar o ensino da matemática à importância que tem hoje são elementos fundamentais para se fazer qualquer proposta de inovação em educação matemática e educação em geral. Isso é particularmente notado no que se refere a conteúdos. A maior parte dos programas consiste de coisas acabadas, mortas e absolutamente fora do contexto moderno. Torna-se cada vez mais difícil motivar alunos para uma ciência cristalizada. Não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância (D'AMBRÓSIO, 1997, p. 29).

Pensando desta forma, planejei as aulas e, servindo-me da História da Matemática, procurei diversificar a maneira de trabalhar os conceitos da Trigonometria no Ensino Médio, enfatizando os problemas tidos como históricos e as contribuições deixadas pelos estudiosos para a matemática escolar. Foram lançadas discussões para aguçar/instigar o interesse dos alunos, buscando, desta forma, atribuir significados e aplicações ao que é ensinado, percebendo, assim, a Matemática como uma construção humana.

De acordo com Seibert (2002, texto digital), munir-se da História da Matemática como recurso central fundamenta-se na necessidade de resgatar a realidade dos fatos históricos para que se possa formar um indivíduo consciente dos acontecimentos, suas causas e consequências e, com isto, mostrar a existência da Matemática, principalmente como sendo um instrumento que a humanidade criou para resolver problemas e não como agente causador de transtornos.

Já Silva e Maldaner (2011, texto digital) consideram o uso da História da Matemática, como metodologia, uma alternativa para melhorar o aprendizado dos alunos que possuem facilidade na área das humanas. Esta abordagem diferenciada tenta modificar o padrão de ensino da Matemática que consiste em apenas apresentar o conteúdo a ser abordado por meio de definição, sem levar em consideração o contexto histórico, tornando assim a matemática uma disciplina puramente abstrata, fugindo de sua inicial finalidade, que é a de utilizar suas fórmulas e seus teoremas para a resolução de problemas práticos.

Para Nacarato, Bredariol e Passos (texto digital) não se pode negar a importância da Trigonometria para a Matemática e para as outras áreas do conhecimento. A Trigonometria é um campo importante da Matemática e por isso está presente nos currículos do Ensino Médio. No entanto, constata-se que os alunos chegam ao Ensino Superior sem possuir os conhecimentos básicos e necessários desta área do conhecimento.

Silva e Frota (2010, texto digital) salientam que seus anos de prática docente permitem visualizar algumas das dificuldades que os alunos apresentam no aprendizado da Trigonometria, entre elas, perceber a utilidade das razões trigonométricas além das situações escolares e como mobilizar os conhecimentos

prévios da Trigonometria em situações posteriores ao que é trabalhado em sala de aula para resolver os problemas propostos.

Tendo em vista os aspectos mencionados, considero importante diversificar os meios e métodos no processo ensino e aprendizagem que motivem e estimulem a construção do conhecimento matemático, permitindo ao aluno construir os conceitos e as abstrações necessárias para o entendimento dos conteúdos trigonométricos abordados, evitando a memorização por memorização de conceitos e fórmulas estudados. D'Ambrosio (1986, p. 25) enfatiza que: "A adoção de uma forma de ensino mais dinâmica, mais realista e menos formal, mesmo no esquema de disciplinas tradicionais, permitirá atingir objetivos mais adequados à nossa realidade".

Os PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) também contemplam o uso da História da Matemática como recurso didático, propondo sua utilização no processo de aprendizagem:

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área de conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar as necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural (BRASIL, 1998, p. 42).

Nesta mesma ótica, estudos a respeito do uso da História da Matemática como abordagem pedagógica têm acontecido com frequência entre os pesquisadores nos últimos anos. Inúmeras iniciativas, tanto nacionais como internacionais, têm sido realizadas para discutir a influência da História da Matemática e dos aspectos históricos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Diante destas ponderações, a articulação do estudo da Trigonometria com a História da Matemática e a Etnomatemática poderia trazer bons resultados no processo de aprendizagem. Neste sentido, buscando contribuir para o processo de

aprendizagem dos conceitos matemáticos relativos à Trigonometria, volto à ideia da utilização da História da Matemática e de teorias e procedimentos matemáticos usualmente utilizados no meio social, como ferramentas de auxílio e de reflexão para a formação do pensamento e busca do saber. Para isso, parti de problemas específicos, fazendo com que os alunos construam o conhecimento e desenvolvam habilidades que possam ser aplicadas ou associadas a situações cotidianas.

Para discorrer sobre a pesquisa realizada e os resultados obtidos, estruturei o presente trabalho em cinco capítulos.

No Capítulo 1 – Introdução – abordo as principais dificuldades que atualmente encontro no ensino da Matemática, a minha proposta de ensino, os objetivos que nortearam a pesquisa, bem como a sua relevância no processo de aprendizagem.

No Capítulo 2 – Abordagem Teórica – busco pressupostos teóricos que dão sustentação a minha pesquisa, baseando-me em diversos pesquisadores com experiências já testadas, dentre os quais destaco Gelsa Knijnik, Paulus Gerdes e Ubiratan D'Ambrósio, este tido como introdutor da Etnomatemática no Brasil. Ainda busquei em Carl B. Boyer, Maria Elisa Galvão, Howard Eves e Rubens G. Lintz fundamentos de História da Matemática que contribuíram para a realização do meu trabalho.

No Capítulo 3 – Metodologia – dedico-me principalmente a descrever a metodologia aplicada nesta pesquisa. Apresento a maneira como ocorreu a formação dos grupos de estudo, detalho a dinâmica de desenvolvimento do trabalho, a caracterização da turma que participou do processo de pesquisa, o papel do professor nesta metodologia e a forma de avaliação da pesquisa.

O Capítulo 4 – Relatos e Discussões que emergiram da Prática Pedagógica – é dedicado à análise dos dados verbais, observados e escritos. Apresento as discussões do questionário, das leituras, das pesquisas, das atividades práticas e teóricas e das conclusões de cada grupo e a avaliação da prática pedagógica.

No Capítulo 5 – Algumas Considerações Finais – prossigo tratando das minhas considerações a respeito da utilização da História da Matemática e da Etnomatemática no ensino da Trigonometria.

Por último apresento as referências utilizadas no decorrer deste trabalho e, em anexo, constam o questionário inicial e o final, as atividades práticas propostas e o modelo de planilha de observação.

2 ABORDAGEM TEÓRICA

A Matemática surge ao longo da história como uma manifestação cultural viva, com o objetivo de solucionar os problemas impostos pela humanidade, de forma a garantir a sobrevivência e o bem-estar do ser humano, como bem aponta D'Ambrósio (1986, 1997, 2004, 2008, 2009a, 2009b, 2010). O autor ainda argumenta que esta capacidade de identificar, analisar e solucionar os problemas é uma característica da espécie humana.

Com relação ao autor, cabe destacar que ele é considerado o “pai da etnomatemática”. De fato, em meados dos anos 1970, o então professor D'Ambrósio cunhou pela primeira vez o termo “etnomatemática”, utilizando as “raízes tica, matema e etno para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (ticas) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (matema) distintos contextos naturais e sócio-econômicos da realidade (etnos)” (D'AMBRÓSIO, 2009a, p. 63).

Ainda com relação às questões acima apontadas, é importante mencionar os estudos de Knijnik (2010). A autora, ao referir-se ao campo da Etnomatemática, alude que “é possível compreender a relevância dada ao pensamento etnomatemático no que se refere à recuperação das histórias presentes e passadas dos diferentes grupos culturais” (Ibidem, p. 22). Ademais, ainda para ela, neste campo é dada prioridade “às histórias daqueles que têm sido sistematicamente marginalizados por não se constituírem nos setores hegemônicos da sociedade” (Ibidem, p. 22). Entretanto, ao evidenciar a importância de recuperar as assim chamadas “histórias não contadas”, Knijnik alerta que ao incorporarmos ao currículo escolar as matemáticas praticadas pelos distintos grupos culturais, notadamente aquelas situadas à margem da sociedade, há uma estreita articulação com os “saberes que têm sido nomeados por ‘matemática’” (Ibidem, p. 23). Nesse sentido,

ainda para a referida autora, “a Etnomatemática está interessada em pôr “sob suspeição” os discursos naturalizados sobre o que é considerado como ciência e qual tem sido seu papel no mundo contemporâneo” (KNIJNIK, 2010, p. 23).

Nesta mesma linha de argumentação, D’Ambrósio alude que “o progresso da Etnomatemática depende de leituras multiculturais de narrativas perdidas, esquecidas ou eliminadas” (D’AMBRÓSIO, 2009b, p. 20). D’Ambrósio ainda argumenta que o “Programa Etnomatemática, cujo objetivo maior é analisar as raízes socioculturais do conhecimento matemático, revela uma grande preocupação com a dimensão política ao estudar a História e a Filosofia da Matemática e suas implicações pedagógicas” (Ibidem, p. 23). Cabe evidenciar que o mesmo autor acrescenta que, para ele, o objetivo central do Programa Etnomatemática é:

[...] entender a geração, a organização intelectual e social, e a difusão e transmissão do conhecimento e comportamento humanos, acumulados, em permanente evolução, como um “ciclo helicoidal”, ao longo da história das diversas culturas, em busca da satisfação das pulsões básicas de sobrevivência e transcendência. Entender essa busca é entender a aventura da espécie humana ao longo de sua evolução, isto é, entender os mitos fundantes que estão na origem dos sistemas de conhecimento e comportamento, a partir da conceituação, da explicação, e da lida com espaço e tempo, que são intrínsecos à busca de sobrevivência e transcendências, ou seja, entender as noções de espaço e tempo desenvolvidas por grupos culturais diferenciados (Ibidem, p. 26).

Noutra obra, D’Ambrósio, o “pai da etnomatemática”, esclarece que:

O Programa Etnomatemática reconhece o caráter de a Matemática ocidental, emanada das civilizações da antiguidade mediterrânea (egípcia, babilônica, judaica, grega e romana), ser a espinha dorsal da civilização moderna. Mas vai além, reconhecendo o fato de as ideias matemáticas serem intrínsecas à mente humana. A riqueza do Programa Etnomatemática se manifesta ao se abordar o estudo de diversas formas de conhecimento, não apenas de teorias e práticas matemáticas (Idem, 2004, p. 18).

Pelo que foi exposto até aqui, parece-me produtivo abordar alguns aspectos da história da trigonometria que têm sido usualmente evidenciados em obras que podem ser referenciadas como a “matemática oficial”. Nesse sentido, destaco a importância de, como bem apontou Knijnik, “colocar sob suspeição” a visão de que estas histórias são consideradas únicas e verdadeiras, não passíveis de contestação.

Para Galvão (2008) a visão histórica da evolução do conhecimento científico é muito importante, pois permite avaliar criatividade, engenhosidade, trabalho, dedicação, idas e vindas, tentativas, sucessos, erros e acertos na busca de respostas, que muitas vezes conduzem a mais e mais perguntas, ou a caminhos ainda inexplorados ao longo de séculos de investigações que conduziram a Matemática ao seu estágio atual. O conhecimento histórico torna evidentes as motivações e as demandas das sociedades, sua evolução através dos tempos e suas maneiras de pensar, agir e interagir com a natureza, conhecendo-a e buscando interpretá-la.

O estudo histórico da construção dos conceitos é importante em Educação Matemática. Por ele pode-se analisar os erros e as dificuldades superadas pelos matemáticos, bem como observar as adaptações ocorridas ao longo da história e, além de auxiliar a condução da construção do conhecimento matemático, proporcionar uma visão mais ampla desse conhecimento.

O problema ou a leitura do fato histórico em si pode não gerar a motivação do aluno ou seu aprendizado, mas ele possibilita o estabelecimento de um tipo de desafio entre a experiência e o interesse do mesmo em resolvê-lo. Neste sentido propus uma investigação dos fatos históricos com o propósito de buscar subsídios que proporcionem o envolvimento do aluno com os saberes e conduzam ao seu aprendizado.

A origem do conhecimento matemático tem sido objeto de pesquisa ao longo dos tempos. Fazer uma reconstrução da História da Matemática sobre as informações obtidas nas descobertas arqueológicas é uma tarefa árdua para qualquer pesquisador. Assim, nesta pesquisa enfoco a História da Trigonometria, a qual está incluída na discussão sobre a imagem da Matemática criada pelos alunos, citada anteriormente.

Segundo D'Ambrósio (2008), para se ter uma visão mais aprofundada da História da Matemática, há inúmeros livros, revistas, sites e grupos de discussão disponíveis. A consulta a diversas fontes torna-se indispensável para um estudo crítico da história, pois é praticamente impossível referir-se, em um livro, a todos os

personagens e fatos envolvidos nesse estudo. Somente o acesso a referências cruzadas pode permitir uma visão crítica ampla.

Por outro lado “o processo educativo que perde contato com o meio em que se insere torna-se obsoleto, sem dinâmica e afastado de seu objetivo principal, que é educar e formar cidadãos” (MONTEIRO; POMPEU JR., 2001, p. 48). A valorização das habilidades matemáticas presentes em nosso cotidiano podem enriquecer o conhecimento matemático escolar, dar sentido ao que é estudado, possibilitando a identificação e o estabelecimento de relações entre esses diferentes saberes. Ao educar nesta perspectiva, procurei instigar os alunos a serem cidadãos críticos, pesquisadores e que tivessem condições de interagir com o meio em que estão inseridos.

Na obra “Da etnomatemática à arte-design e matrizes cíclicas” Gerdes (2010) relata exemplos destas habilidades que nasceram e se desenvolveram entre os camponeses moçambicanos. Um deles propõe a substituição do “axioma das paralelas” de Euclides pelo “axioma do retângulo”, amplamente utilizado pelos camponeses na construção de suas casas.

Este método consiste em estender, inicialmente, no chão, dois paus de mesmo comprimento que indicarão o comprimento da casa (FIGURA 01):

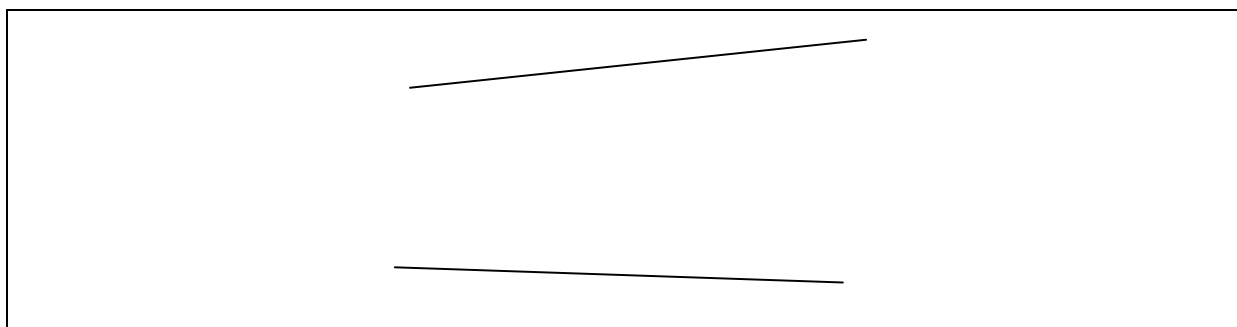


Figura 01: Paus de mesma medida, estendidos no chão, que indicarão o comprimento da casa.
Fonte: Gerdes (2010, p. 21).

Após, combinam-se outros dois paus, também de mesmo comprimento, normalmente menores que os dois primeiros, que indicarão a largura da casa (FIGURA 02):

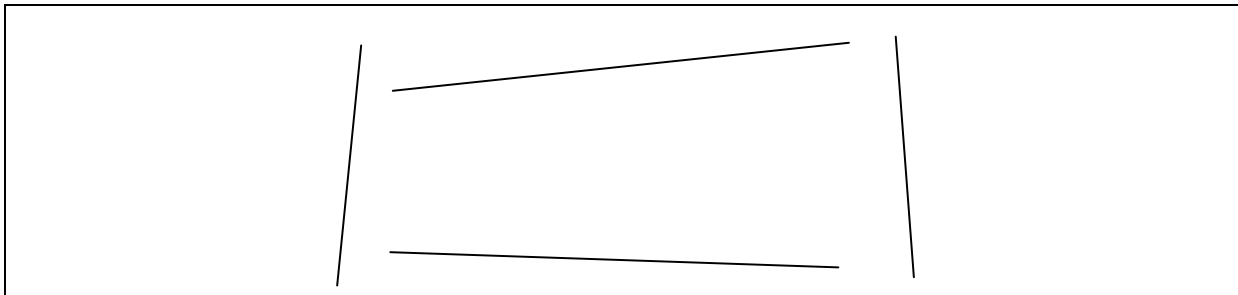


Figura 02: Paus, estendidos no chão, que indicarão a largura e o comprimento da casa.
Fonte: Gerdes (2010 p. 21).

Em seguida, movimentam-se os paus para formar um quadrilátero fechado (FIGURA 03):

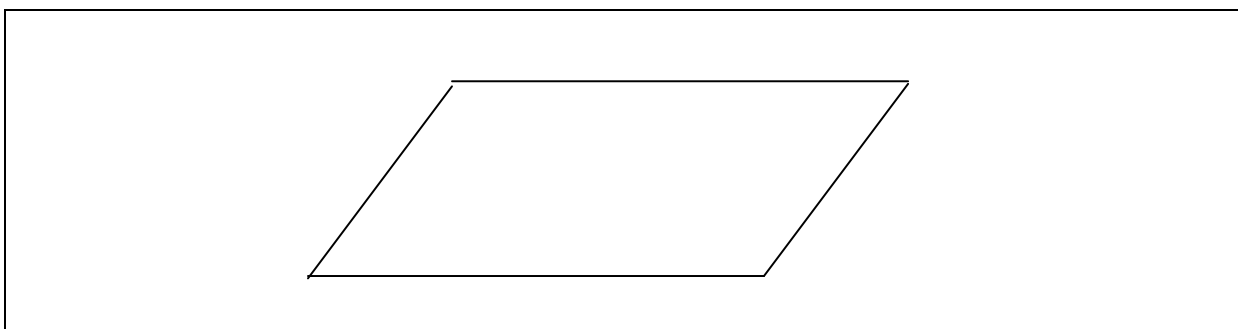


Figura 03: Quadrilátero fechado formado pela união dos paus.
Fonte: Gerdes (2010 p. 21).

Por fim, ajusta-se a figura até que as diagonais – medidas com uma corda – fiquem de igual comprimento, formando um retângulo (FIGURA 04).

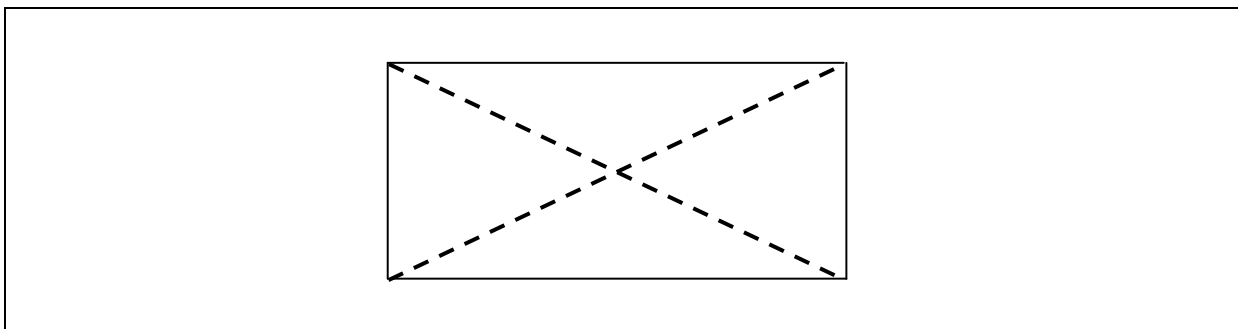


Figura 04: Retângulo que indicará as linhas de construção da casa.
Fonte: Gerdes (2010 p. 21).

No chão, onde esses paus ficaram estendidos, são desenhadas linhas, e a construção da casa pode começar.

Corroborando com o pensamento de Gerdes e buscando identificar e analisar práticas cotidianas onde ideias matemáticas estivessem presentes, Giongo (2010), em sua dissertação de mestrado, examinou o contexto fabril calçadista da região do Vale do Taquari-RS sob a ótica da educação matemática. Analisando as práticas de: “tirar o tempo”, “pesar a linha”, “achar o meio da barra” e “distribuir palmilhas no cartão” em três fábricas diretamente ligadas a este setor, pôde observar que estas atividades envolviam ideias matemáticas. A discussão sobre como se relacionavam os saberes do “mundo da escola” e os saberes do “mundo do trabalho” possibilitou averiguar, do ponto de vista curricular, possíveis conexões entre esses dois mundos permeados por saberes cotidianos.

Duarte (2003), em sua pesquisa de mestrado, examinou quatro práticas sociais utilizadas na construção civil: “misturar a massa”, “construir estribos”, “tirar o prumo” e “fazer o gabarito”, procurando mostrar a presença de saberes matemáticos nestas atividades e analisou as implicações curriculares que podem ser inferidas a partir destes modos de produção. A sua investigação evidenciou as especificidades dos saberes matemáticos produzidos nestas práticas sociais, apontando para a dicotomia existente entre tais saberes e aqueles legitimados pela Matemática acadêmica para integrar o currículo escolar. Segundo ela “a Matemática escolar, ao não trabalhar com equivalências como estas, não só reforça as fronteiras entre o currículo e a “vida lá fora”, como também minimiza as oportunidades de acesso a conhecimentos da Matemática acadêmica”.

Já Knijnik (2010), em sua pesquisa realizada num assentamento do Movimento Sem Terra do Rio Grande do Sul, tinha como objetivo principal identificar conexões existentes entre a Educação Popular e a vertente da Educação Matemática denominada Etnomatemática. Especificamente este trabalho focava as repercussões de um projeto pedagógico centrado numa atividade agrícola da comunidade: o cultivo de alface. No desenrolar do projeto foram sendo estabelecidas conexões entre os saberes populares e os acadêmicos, que possibilitaram o acompanhamento mais preciso do processo produtivo.

Estas manifestações socioculturais representam histórias de conhecimento matemático. As pesquisas na área da Etnomatemática se preocupam em investigar o conhecimento matemático existente em diferentes grupos culturais, procurando interpretar o saber/fazer matemático ao longo da história destes grupos. Nesta compreensão, D'Ambrosio (2009a, p. 53) defende a criação do conhecimento matemático da seguinte maneira: “O conhecimento é o gerador do saber, decisivo para a ação, e por conseguinte é no comportamento, na prática, no fazer, que se avalia, redefine e constrói o conhecimento”.

Reportando-me ao estudo da História da Trigonometria, por meio de leituras sobre a história das diversas civilizações, percebe-se a contribuição e influência dos egípcios, gregos, romanos, babilônios, judeus e árabes para o conhecimento moderno.

Boyer (2010) ressalta que há um limite para a quantidade de informações matemáticas que podem ser obtidas de calendários e pedras tumulares, referentes à Idade da Pedra, e seriam muito imprecisas se dependêssemos somente de material de origem cerimonial e astronômico. A Matemática é muito mais do que contar e medir. A descoberta e o uso dos metais pelas civilizações que habitavam em vales de rios, como os do Egito, Mesopotâmia, Índia e China, deram origem a novas fontes de informação.

Porém, os registros mais antigos da evolução do conhecimento matemático encontram-se nos “tabletes” da Mesopotâmia e nos papiros e outros escritos egípcios. Estas duas civilizações, de forma aparentemente independente, deixaram-nos um precioso acervo que contém ideias interessantíssimas e elaboradas para a resolução de problemas não só provenientes das demandas da vida cotidiana, mas também relacionadas ao desenvolvimento e às aplicações dos conceitos e processos matemáticos que formularam (GALVÃO, 2008).

O antiquário escocês Henry Rhin, adquiriu, em 1858, à beira do rio Nilo, um papiro contendo textos matemáticos egípcios. É o mais extenso papiro existente e é conhecido como Papiro Rhind, em honra a seu nome. Também é conhecido por alguns historiadores como Papiro Ahmes, em homenagem ao escriba que o copiou por volta de 1650 a.C. (BOYER, 2010).

O Papiro Rhind é rico em informações matemáticas, contendo uma série de tabelas e oitenta e quatro problemas resolvidos. Os problemas revelam que os egípcios possuíam, entre outros, conhecimentos rudimentares sobre as razões trigonométricas num triângulo retângulo e a teoria sobre a semelhança entre triângulos, conhecimentos estes indispensáveis para a construção das pirâmides. Boyer assim refere-se ao conteúdo do problema 56 deste papiro:

O Prob. 56 do Papiro de Rhind tem especial interesse por conter rudimentos de trigonometria e uma teoria de triângulos semelhantes. Na construção de pirâmides era essencial manter uma inclinação constante das faces e pode ter sido essa preocupação a levar os egípcios a introduzir um conceito equivalente ao de cotangente de um ângulo. Na tecnologia moderna é usual medir o grau de inclinação de uma reta por uma razão entre segmentos verticais e horizontais que é recíproca da usada no Egito (BOYER, 2010, p.13).

O chamado papiro matemático Cairo foi desenterrado em 1938 e investigado em 1962. Datado de 300 a.C., aproximadamente, contém quarenta problemas de Matemática, nove dos quais lidam exclusivamente com o Teorema de Pitágoras e mostra que os egípcios dessa época não só sabiam que o triângulo 3, 4, 5 é retângulo, mas que o mesmo também acontecia para os triângulos 5, 12, 13 e 20, 21, 29 (EVES, 2004).

Segundo Galvão (2008), o problema 24 do papiro do Cairo pode ser resolvido utilizando-se o Teorema de Pitágoras, que segundo tradução de R. A. Parker, em 1972, pode ser assim enunciado: *um bastão cuja medida é 10 cúbitos em pé tem sua base afastada de 6 cúbitos. Determine a nova altura e a distância do alto em que está o bastão após o deslocamento.*

Há outras fontes sobre a matemática egípcia além do Papiro de Rhind e do Papiro do Cairo. Há o Papiro de Kahun, que faz menção ao volume de um cilindro, o Papiro de Berlim, as pranchas de madeira de Akhmin, um rolo de couro contendo informação sobre frações unitárias e também o Papiro de Golonishev ou de Moscou, que contém informações, quase todas relacionadas à vida prática dos egípcios. Este último, adquirido do Egito em 1893, escrito por um escriba desconhecido, da décima segunda dinastia, aproximadamente 1890 a. C., contém vinte e cinco exemplos, e versa, em seu problema 14, sobre o cálculo de volume de um tronco de pirâmide (BOYER, 2010).

Este problema apresenta uma figura que se assemelha a um trapézio (FIGURA 05), mas o que se deseja representar é o tronco de uma pirâmide de base quadrada, com altura de seis unidades, aresta da base inferior quatro unidades e superior duas unidades. O escriba indica que se deve tomar os quadrados dos números dois e

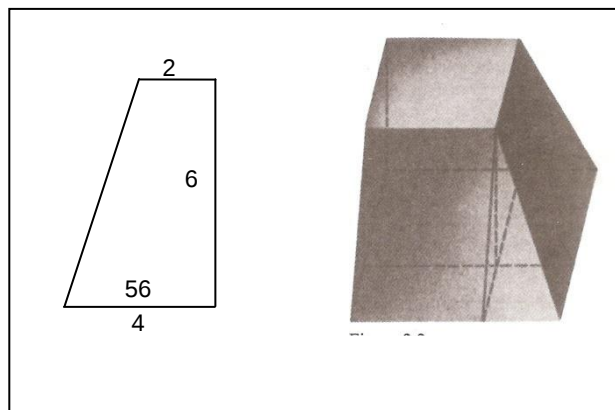


Figura 05: Trapézio associado ao tronco da pirâmide.

Fonte: Boyer (2010, p. 15).

quatro e adicionar à soma desses quadrados o produto de dois por quatro, o que resulta vinte e oito. Este valor é então multiplicado por um terço de seis, obtendo cinquenta e seis. A fórmula não estava escrita no referido Papiro, mas assemelha-se à utilizada atualmente $V = \frac{h(a^2 + ab + b^2)}{3}$, para o cálculo do volume de um tronco (BOYER, 2010).

As “tabletas de barro” da Mesopotâmia são documentos bem mais resistentes que os papiros egípcios e datam cerca de 5.000 anos atrás. As inscrições eram confeccionadas com o auxílio de um estilete, sendo posteriormente cozidas ao sol ou em fornos (Ibidem).

Arqueólogos vêm trabalhando sistematicamente na Mesopotâmia desde antes da metade do século XIX, tendo já desenterrado mais de meio milhão de tabletas. Somente no sítio da antiga Nipur foram escavadas mais de 50.000 tabletas. Elas são de tamanhos variados, desde as pequenas de algumas polegadas quadradas até algumas do tamanho de um livro, tendo espessuras diversas. Os escritos às vezes aparecem em apenas uma das faces, às vezes em ambas e frequentemente em seu contorno arredondado (EVES, 2004).

Existem milhares de tabletas mesopotâmicas guardadas nas bibliotecas universitárias de Columbia, Pensylvania e Yale, entre outras, sendo algumas delas



Figura 06: Plimpton 322.
Fonte: Galvão (2008 p. 57).

matemáticas. Entre elas, a tableta número 322 (FIGURA 06), guardada na Plimpton Collection da Columbia University, que data de 1900 a 1600 a.C., aproximadamente, contém significados matemáticos que se relacionam com uma espécie de prototrigonometria (BOYER, 2010).

Esta tableta possui dados dispostos em quatro colunas e quinze linhas horizontais. A primeira coluna, da direita para a esquerda, indica a ordem dos itens. A segunda e a terceira indicam a medida dos lados “a” e “b” de um suposto triângulo retângulo ABC, e a quarta indica o quadrado da razão de “c” para “b”, que são os valores da $\sec^2 A$. O primeiro número da coluna da direita se aproxima ao valor da $\sec^2 45^\circ$ e o último a $\sec^2 31^\circ$, constituindo, assim, uma curta tabela de valores de secantes. Essas dimensões seguem uma regra. A tabela começa com dois números inteiros sexagesimais regulares que indicamos por “p” e “q”, com $p > q$, que formam a tripla de números “ $p^2 - q^2$ ”, “ $2pq$ ” e “ $p^2 + q^2$ ”, formando assim um triângulo pitagórico, em que o quadrado do maior é igual à soma dos quadrados dos outros dois (Ibidem).

Também encontramos em várias outras tabletas problemas que apresentam conexão com o Teorema de Pitágoras. Em um tablete pertencente ao Museu Britânico, o conteúdo tem a seguinte tradução: “4 é o comprimento e 5 a diagonal. Qual é a largura? Seu tamanho não é conhecido. 4 vezes 4 é 16. 5 vezes 5 é 25. Você tira 16 de 25 e restam 9. Que número podemos multiplicar por ele mesmo para chegar a 9? 3 vezes 3 é 9. 3 é a largura” (GALVÃO, 2008, p. 56).

No tablete BM 34568 estão contidos dezenove problemas sobre comprimento, largura e diagonal e pressupõem a equação $x^2 + y^2 = z^2$ em todas as soluções (Ibidem).



Figura 07: MS 2192.
Fonte: Galvão (2008 p. 61)

O tablete MS 2192 (FIGURA 07) propõe o seguinte problema: *“Dados dois triângulos equiláteros concêntricos e paralelos de forma que a área entre eles dividida igualmente em três trapézios de mesma forma, calcule a área entre os dois triângulos como a soma das áreas dos trapézios”* (GALVÃO, 2008, p. 61).

Os dados das tabletas mesopotâmicas e dos papiros egípcios se referem a casos específicos, sem formulações gerais. Entretanto, aproximadamente 585 a.C., Tales de Mileto, nascido por volta de 624 a.C. em Mileto, e falecido cerca de 548 a.C., considerado “discípulo dos egípcios e caldeus”, homem de inteligência rara e grande filósofo – primeiro dos Sete Sábios da antiguidade - é saudado como o primeiro matemático verdadeiro e autor da seguinte proposição: que um ângulo inscrito num semicírculo é um ângulo reto, conhecida atualmente como Teorema de Tales (BOYER, 2010).

Em virtude de não existirem escritos originais de Tales, o que se sabe sobre sua vida e obra baseia-se em referências de autores posteriores. A única data precisa que possuímos é sua famosa previsão do eclipse total do sol de 28 de maio de 585 a.C.. Como matemático também introduziu métodos para calcular a altura de uma pirâmide, a largura de um rio ou a distância de um barco até a costa, utilizando as propriedades da semelhança entre triângulos por ele estudadas (LINTZ, 1999).

Segundo Galvão, outros resultados matemáticos são atribuídos a Tales, para os quais teriam sido dadas provas dedutivas, que são:

- A circunferência é bissectada por seu diâmetro;
- Os ângulos da base de um triângulo isósceles têm a mesma medida;
- Os ângulos opostos pelo vértice determinados por duas retas concorrentes têm a mesma medida.
- Os lados de triângulos semelhantes são proporcionais;
- Dois triângulos são congruentes se têm dois ângulos e um lado respectivamente congruentes (GALVÃO, 2008, p. 100).

Pitágoras de Samos, nascido por volta de 580 a.C. na ilha de Samos, e falecido cerca de 500 a.C., também é considerado um grande matemático da época e fundador de uma sociedade secreta com bases matemáticas e filosóficas. Seus frequentadores, denominados pitagóricos, demonstraram o Teorema de Pitágoras atualmente descrito como: o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos, embora na antiguidade fosse usual dar os créditos ao mestre (BOYER, 2010).

Estreitamente ligado ao Teorema de Pitágoras está o problema de encontrar números inteiros a , b e c que possam representar os catetos e a hipotenusa de um triângulo retângulo, designado de “terno pitagórico”, cuja fórmula é $m^2 + \left(\frac{m^2 - 1}{2}\right)^2 = \left(\frac{m^2 + 1}{2}\right)^2$, para todo m ímpar (EVES, 2004).

Outro fato curioso é a criação do “gnomo” ou “figura tipo gnomo”, assim mencionado por Enópides de Quios, que nada mais é do que o conhecido *esquadro de carpinteiro* formado por duas peças retangulares de madeira colocadas em ângulo reto. O seu conceito está baseado nos estudos dos números quadrangulares (FIGURA 08), pois, na soma dos ímpares e cada termo acrescentado, ele tem a forma de um gnomo, isto é (LINTZ, 1999):

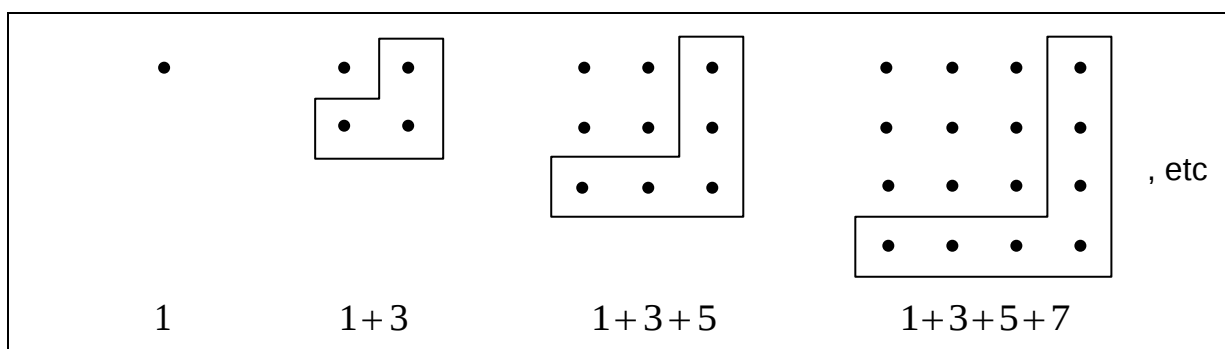


Figura 08: Números quadrangulares.
Fonte: Lintz (1999 p. 76)

Entre os gregos também encontramos pela primeira vez um estudo sistemático de relações entre ângulos e o comprimento das cordas que o sustentam, relacionados à resolução de problemas ligados à Astronomia. Estas propriedades das cordas já eram conhecidas dos gregos desde o tempo de Hipócrates (460 a.C. – 377 a.C.) e é provável que Eudoxo (390 a.C. – 338 a.C.) tenha usado razões e

medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e a distância entre o Sol e a Lua (BOYER, 2010).

Cada vez mais os astrônomos gregos tratavam problemas que indicavam a necessidade de relações mais sistematizadas entre ângulos e cordas. Aristarco de Samos (por volta de 310 a.C. – 230 a.C.), em seus estudos, propõe um sistema heliocêntrico, mas o que quer que tenha escrito sobre o assunto se perdeu. O que restou de suas obras foi o tratado: *Sobre os tamanhos e as distâncias do Sol e da Lua* (Ibidem).

Para medir a distância da Terra ao Sol Aristarco considerou as duas posições em que a Lua está em seus quartos crescentes e minguantes, conforme a Figura 09. Admitiu que tinha um triângulo retângulo e mediu o ângulo α , chegando à conclusão de que a medida era 87° . Construiu um triângulo retângulo semelhante com esses ângulos (FIGURA 10) e concluiu que a distância da Terra ao Sol seria 20 vezes a distância da Terra à Lua. Em razão da estimativa da medida do ângulo não ser correta, pois na realidade ele é

$89,86^\circ$, a distância não é a exata, no entanto, isto não invalida o método utilizado (GALVÃO, 2008).

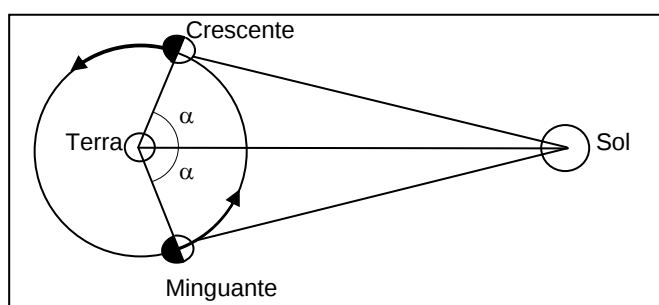


Figura 09: Método utilizado por Aristarco de Samos para medir a distância da Terra ao Sol.
Fonte: Galvão (2008 p. 150).

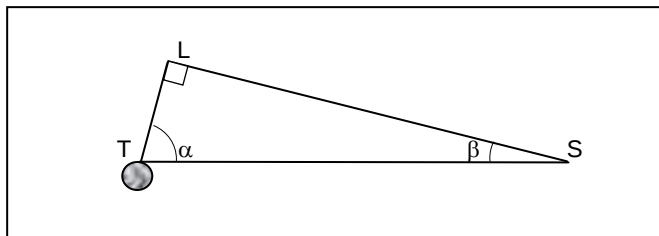


Figura 10: Esboço do triângulo retângulo utilizado por Aristarco de Samos para medir a distância da Terra ao Sol.
Fonte: Galvão (2008 p. 150).

Tendo determinado as distâncias do Sol e da Lua, Aristarco sabia que seus respectivos tamanhos estavam na mesma razão, pelo fato de terem o mesmo

tamanho aparente, isto é, subtende o mesmo ângulo ao olho de um observador na Terra. Observado os eclipses lunares, concluiu que a largura da sombra lançada pela Terra à distância da Lua era duas vezes a largura da Lua.

Então se R_s , R_e e R_m são

os raios do Sol, Terra e Lua, respectivamente, D_s e D_m (FIGURA 11) serão as distâncias do Sol e da Lua à Terra (BOYER, 2010).

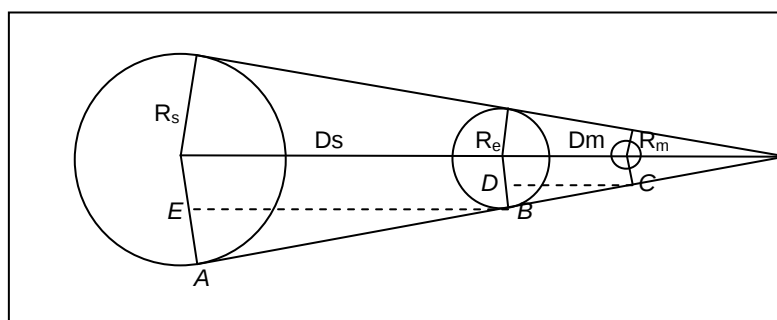


Figura 11: Método utilizado por Aristarco de Samos para medir o Tamanho do Sol e da Lua.

Fonte: Boyer (2010, p. 109).

Entretanto, Aristarco necessitava da medida do raio da Terra para chegar a uma avaliação dos tamanhos do Sol e da Lua. Eratóstones de Cirene (por volta de 276 a.C. – 194 a.C.), astrônomo e geógrafo grego nascido em Cirene, complementaria o cálculo anterior, calculando a medida do comprimento da Terra. Observando que ao meio-dia dos dias solstícios do verão em Siene não havia projeção de sombras, e que ao mesmo tempo em Alexandria o Sol lançava uma sombra, verificou a indicação de uma distância angular. Determinando este ângulo e sabendo a distância que separava as duas cidades, calculou, através de uma regra de três, o comprimento da Terra (Ibidem).

Sendo a distância entre Alexandria e Siene de 5000 estádios e o ângulo de incidência medido por Eratóstenes de $7,2^\circ$ (FIGURA 12), temos o seguinte cálculo (GALVÃO, 2008):

$$\frac{2\pi R}{AS} = \frac{360^\circ}{7,2^\circ}$$

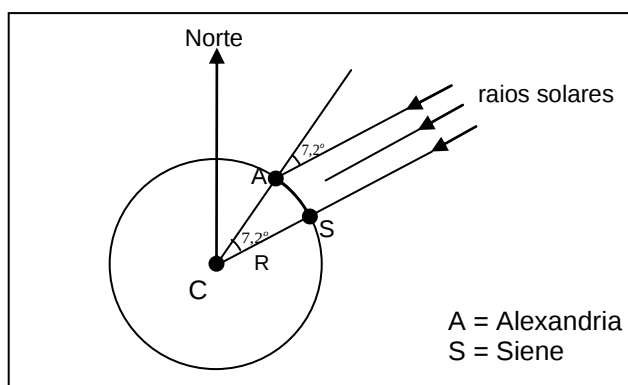


Figura 12: Método utilizado por Eratóstenes de Cirene para medir o comprimento da Terra.

Fonte: Galvão (2008 p. 151).

Isto nos dá para a circunferência da Terra o valor de:

$$2\pi R = 250000 \text{ estádios}$$

Considerando a medida do estádio equivalente a 185 m, temos, aproximadamente, o raio da Terra estimado por Eratóstenes igual a 7365 km (GALVÃO, 2008).

Por mais um século e meio os matemáticos gregos continuaram a estudar as relações entre retas e círculos aplicados à Astronomia, quando Hiparco de Niceia (por volta de 180 a.C. – 125 a.C.), astrônomo grego, compilou a primeira tabela trigonométrica, sendo, então, considerado o “pai da Trigonometria”. Hiparco criou uma Matemática aplicada para prever os movimentos dos astros, os eclipses e medir as distâncias dos planetas e das estrelas, sabendo os ângulos com os quais eram vistos da Terra, porém não se sabe como fez sua tabela, pois sua obra se perdeu (BOYER, 2010).

Três séculos depois, por volta de 127 d.C. a 151 d.C., Ptolomeu fez observações em Alexandria, deixando, entre outras obras, o “*Almagesto*”, que contém, além de suas tabelas trigonométricas, uma exposição dos métodos usados em sua construção. Da sua vida pouco sabemos, sequer quando nasceu, mas sua obra é de fundamental importância para o cálculo de cordas, e sua proposição ainda hoje é utilizada e conhecida como “teorema de Ptolomeu” (Ibidem).

Nesta mesma época, Menelau de Alexandria (100 d.C.) escreveu, segundo Têon, um tratado sobre cordas de um círculo, em seis livros, que, assim como várias outras suas se perdeu. Felizmente os três livros de seu tratado “*Sphaerica*” se preservam numa versão árabe. Esse trabalho é como um foco de luz intensa sobre o desenvolvimento da Trigonometria (EVES, 2004).

Ainda ligado à Escola de Alexandria, Heron viveu em algum período entre 100 a.C. e 100 d.C. Considerado geômetra, aritmético, astrônomo e físico, Heron nos legou uma fórmula: $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, para o cálculo da área de um triângulo a partir do comprimento de seus lados a , b e c e de seu semiperímetro $s = \frac{a+b+c}{2}$, a qual leva o seu nome: fórmula de Heron (GALVÃO, 2008).

Durante os séculos II a IV d.C., a Matemática deixou de ser um campo vivo de estudos, pois já estava totalmente envelhecida, e sua memória se perpetuou tão-somente no trabalho de escritores menores ou “comentadores”. Pappus de Alexandria, que viveu no final do século III d.C., é sem dúvida o mais importante dos comentaristas gregos, não só pelo cuidado e meticulosidade com que analisa os fatos, pessoas e obras, mas também pelo seu elevado conhecimento matemático. O que resta de sua obra é de grande valor histórico porque constitui a única fonte que possuímos sobre o conteúdo de trabalhos perdidos de matemáticos anteriores (LINTZ, 1999).

Uma das suas mais importantes obras chegadas até nós é a “*Coleção*”, composta de oito livros, dos quais o primeiro e parte do segundo se perderam. O livro IV é um dos mais interessantes do ponto de vista de “resultados novos”, demonstrando logo no início uma generalização do Teorema de Pitágoras (Ibidem).

É imensurável a contribuição da civilização grega para o desenvolvimento da Trigonometria em um período que se estendeu por aproximadamente 1200 anos, de 600 a.C. até 600 d.C., segundo Galvão:

A trigonometria foi algo completamente novo na história da Geometria, que surgiu na Escola de Alexandria, e evoluiu como criação de Aristarco, Hiparco, Menelau e Ptolomeu. O estudo da trajetória e das posições dos corpos celestes e o desejo de compreendê-los e também de obter mais recursos para a navegação e a geografia foram motivações para o desenvolvimento das ideias originais da Trigonometria. Até então, as adequadas relações de semelhança entre lados de um triângulo retângulo eram utilizadas, na prática, para resolver problemas [...] (GALVÃO, 2008, p. 167).

Aos romanos, entretanto, faltava quase que completamente o interesse pela Matemática, embora suas obras demonstrem um grau de precisão aceitável. Porém deve-se a eles a transmissão do conhecimento matemático grego e babilônico a outras partes do mundo civilizado da época, tornando possíveis novas descobertas (BOYER, 2010).

As civilizações da China e da Índia são mais antigas que as da Grécia e Roma, porém não mais que as dos vales do Nilo e Mesopotâmia. Uma de suas contribuições ocorreu ao final do quarto século, ou começo do quinto, com a obra “*Siddhantas*”, que apresenta nominalmente cinco versões diferentes, contendo nítida

influência grega. Embora os indianos tenham adquirido seus conhecimentos sobre trigonometria do helenismo cosmopolita de Alexandria, o material estudado tomou uma nova forma. Os indianos e árabes introduziram uma versão equivalente à da função seno em substituição à antiga tabela grega de cordas apresentada por Ptolomeu (BOYER, 2010).

Anos mais tarde, na Arábia, por volta do século nono, ocorreu uma competição entre os sistemas de cordas de Ptolomeu, de origem grega, e as tabelas indianas de senos, sendo vencida por esta e quase toda a Trigonometria árabe se baseou na função seno. Foi também através dos árabes, não diretamente dos hindus, que a Trigonometria do seno chegou à Europa. Num livro chamado “*sobre o movimento das estrelas*”, Albategnius deu fórmulas em que aparecem a função seno e seno versor. Um século depois, Abu'l-Wefa, matemático muçulmano, se tornou conhecido pela introdução da função tangente, mais próxima da Trigonometria moderna, por utilizar um círculo unitário. Com Abu'l-Wefa a Trigonometria assume uma forma mais sistemática, onde são provados certos teoremas como as fórmulas para o ângulo duplo ou metade (Ibidem).

Tenta-se associar as funções tangente, cotangente, secante e cossecante aos estudos relacionados sobre as teorias gerais dos comprimentos de sombras, desenvolvidos na Índia e na Arábia, porém não podem ser atribuídas datas ou autores com segurança (Ibidem). Embora não haja uma unidade de comprimento padrão para a barra ou gnômon utilizada, assim descreve as quatro funções:

A sombra horizontal, para um gnômon vertical de comprimento dado, era o que chamamos a cotangente do ângulo de elevação do Sol. A “sombra reversa” – isto é, a sombra lançada numa parede vertical por uma barra ou gnômon que se projeta da parede horizontalmente – era o que chamamos tangente da elevação do Sol. A “hipotenusa da sombra” – isto é, distância da ponta do gnômon à ponta da sombra – era o equivalente a nossa função cossecante; e a “hipotenusa da sombra reversa” desempenhava o papel da nossa secante (Ibidem, p. 162 e 163).

Com o declínio do Império Árabe, por volta de 1436, que simboliza o fim do período medieval, os estudos da Trigonometria se difundiram em toda a Europa. Na Europa, Johanm Muller (1436 – 1476), mais conhecido como Regiomontanus, eminente matemático, um dos mais influentes do século XV, organizou um corpo sistemático de conhecimentos sobre Trigonometria, baseando-se na obra de

Ptolomeu. Na sua obra “*De Triangulis*”, escrita por volta de 1464, composta por quatro livros, deposita todo o seu conhecimento sobre trigonometria plana, geometria esférica e trigonometria esférica (BOYER, 2010).

Na Era Elizabetana, no início do século XVI, o matemático e astrônomo que mais se destacou foi o francês Nicolau Copérnico (1473 – 1543). Nicolau deixou várias obras, entre elas “*De revolutionibus orbium coelestium*”, publicado em 1543, ano de sua morte, que contém secções substanciais sobre Trigonometria, que haviam sido publicadas em separado no ano anterior sob o título “*De lateribus et anglis triangulorum*” (Ibidem).

Até a metade do segundo milênio a evolução da Trigonometria e sua existência deve-se à ligação com a astronomia e a geografia. A partir do século XVII foram descobertas aplicações da Trigonometria a outras áreas do conhecimento e ela evoluiu com maior propriedade.

Uma análise sobre as teorias e pensamentos dos antigos matemáticos favorece a compreensão dos conceitos atualmente vistos, evidencia as necessidades que motivaram a sua criação, desvendando sua formulação e o modo como ocorreu sua evolução. Além disso, a História da Matemática nos fornece um vasto campo para a pesquisa e para a investigação científica. Segundo Oliveira:

Conhecer a história da matemática permite colocar em evidência situações didáticas mais pertinentes para que o aluno consiga aprender sobre a formação do pensamento matemático, que fios condutores conduziram a sua constituição e como se deu a disseminação deste pensamento em diferentes contextos culturais (OLIVEIRA, 2009, p.13).

Nunes (2002), ao trabalhar, em sua dissertação de mestrado, a compreensão dos conceitos da Trigonometria no Ensino Médio, com o uso da História da Matemática, menciona que o ensino tem sido concebido simplesmente como uma exposição de regras, sem visualização de suas aplicações. Para a autora, este modelo de ensino causa desinteresse, desmotivação e não compreensão da matemática pelo aluno, desvalorizando e reduzindo o seu significado como ciência criada pela humanidade. É difícil compreender o dinamismo de uma ciência através de um ensino que não valoriza sua construção. Considera também que a História da Matemática contribui para uma melhor aprendizagem dos conteúdos desta disciplina.

Nesta perspectiva, a História da Trigonometria faz-nos pensar no presente e na sua aplicabilidade nas situações do dia-a-dia. Naturalmente a análise da história faz-nos refletir sobre uma Matemática empírica, criada e ditada por tradições culturais dos povos. A investigação e a exploração da Matemática abstrata possibilitam analisar os variados contextos em que idéias matemáticas nasceram e se desenvolveram, abalando a ênfase conteudista. O ensino deve dar ênfase a uma metodologia que desenvolva a habilidade de matematizar situações encontradas em nosso contexto socioeconômico-cultural. Nesta visão, D'Ambrosio destaca a evolução da Matemática e o seu ensino associado aos fatores socioculturais:

Isto nos conduz a atribuir à Matemática o caráter de uma atividade inerente ao ser humano, praticada com plena espontaneidade, resultante de seu ambiente sociocultural e consequentemente determinada pela realidade material na qual o indivíduo está inserido (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 36).

Por meio desta consideração saliento o uso da História da Matemática, bem como dos conhecimentos Etnomatemáticos, como instrumentos para o ensino da Trigonometria. O ato de envolver os alunos com as origens dos saberes, buscando, discutindo, investigando e analisando os contextos onde as ideias matemáticas nasceram e se desenvolveram, e interligar estes saberes com as diferentes matemáticas presentes no contexto social em que eles se situam, objetiva proporcionar, através dos sistemas educativos, conhecimentos e habilidades matemáticas, dinamizando o ensino desta disciplina. Assim, para D'Ambrósio:

[...] A maior parte dos programas consiste de coisas acabadas, mortas e absolutamente fora do contexto moderno. Torna-se cada vez mais difícil motivar alunos para uma ciência cristalizada. Não é sem razão que a história vem aparecendo como elemento motivador de grande importância (Idem, 1997, p. 29).

E ainda:

Embora haja insistência para que a Matemática e as Ciências sejam consideradas universais, a História da Matemática e das Ciências não pode se afastar dos contextos sociais, políticos, econômicos e culturais, particularmente religiosos. A incontestável universalidade da matemática acadêmica torna necessária a atenção para uma matemática contextualizada (Idem, 2008, p.11)

Ao buscar esta contextualização procurei investigar no meio social atividades que produzissem saberes matemáticos e que apontassem estreitas relações com a Trigonometria. O setor da construção civil, em seus canteiros de

obras, denota estar “permeado” de práticas sociais que envolvem habilidades matemáticas relacionadas a este tema. Fazer com que os alunos consigam estabelecer entrecruzamentos entre o conhecimento relatado pelos trabalhadores da construção civil e os conhecimentos escolares abordados em sala de aula, identificando conexões entre a Matemática escolar e a Etnomatemática presente neste contexto, oportuniza um aprendizado integrado a sua própria vida. Além disso, o ato de lidar com situações reais, que envolvem diversas variáveis, torna o estudo mais dinâmico e próximo da realidade, oportunizando uma abertura da escola para essas outras formas de fazer/saber. A articulação entre as ideias matemáticas, escritas e não escritas, é assim analisada por D’Ambrósio:

O domínio de duas etnomatemáticas, e possivelmente de outras, oferece maiores possibilidades de explicações, de entendimentos, de manejo de situações novas, de resolução de problemas. É exatamente assim que se faz boa pesquisa matemática – e na verdade pesquisa em qualquer outro campo do conhecimento. O acesso a um maior número de instrumentos e de técnicas intelectuais dá, quando devidamente contextualizado, muito maior capacidade de enfrentar situações e problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação (D’AMBRÓSIO, 2010, p. 51).

Desta forma, a utilização de conhecimentos Etnomatemáticos do “mundo da construção civil” acerca do ensino da Trigonometria não deve se limitar a um mero referencial teórico, mas que sirva de recurso ao educador matemático. É necessário que a sua introdução preserve a diversidade dos conhecimentos científicos, estes já legitimados, tornando-os vivos, atuais e presentes na vida do aluno. Esta é a visão assumida por Giongo:

[...] A perspectiva que assumi, ao realizar a pesquisa, não se resumiu a buscar identificar o que havia “de matemático” no “mundo do calçado” para, a seguir, meramente transportar estes conhecimentos para a sala de aula. Trata-se sim, de uma perspectiva mais ampla que busca problematizar questões referentes ao mundo do trabalho – entre elas as conectadas à Matemática – e suas implicações pedagógicas no currículo, permitindo que tais questões não sejam interdidas na escola formal (GIONGO, 2010, p. 215).

Também a reformulação do Ensino Médio brasileiro estabelecida pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) regulamentada pelas Diretrizes do Conselho Nacional de Educação e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+), visa atender a uma atualização dos métodos de ensino, que além de complementar a educação básica, deve responder aos desafios impostos pelos processos globais:

A falta de sintonia entre realidade escolar e necessidades formativas reflete-se nos projetos pedagógicos das escolas, frequentemente inadequados, raramente explicitados ou objeto de reflexão consciente da comunidade escolar. A reflexão sobre o projeto pedagógico permite que cada professor conheça as razões da opção por determinado conjunto de atividades, quais competências se busca desenvolver com elas e que prioridades norteiam o uso dos recursos materiais e a distribuição da carga horária. Permite, sobretudo, que o professor compreenda o sentido e a relevância de seu trabalho, em sua disciplina, para que as metas formativas gerais definidas para os alunos da escola sejam atingidas. Sem essa reflexão, pode faltar clareza sobre como conduzir o aprendizado de modo a promover, junto ao alunado, as qualificações humanas pretendidas pelo novo ensino médio (BRASIL, 2002, p. 09).

Interligar o pensamento passado ao presente não significa retroceder nos conteúdos a serem vistos, mas sim, fazer um retrospecto dos acontecimentos com os alunos evidenciando as necessidades e os motivos que fundamentaram e proporcionaram o conhecimento da época. Segundo Gerdes:

Quando se estuda uma demonstração, raramente se consegue perceber como é que o matemático descobriu o resultado. O caminho que leva a uma descoberta é, em geral, muito diferente da estrada pavimentada da dedução. A via da descoberta abre-se serpenteando por um terreno de vegetação densa e cheio de obstáculos, às vezes aparentemente sem saída, até que, de repente, se encontra uma clareira de surpresas relampejantes. E, quase de imediato, a alegria do inesperado “heureka” (gr. “achei”, “encontrei”) rasga triunfantemente o caminho (GERDES, 2010, p. 49).

A construção de conhecimentos matemáticos apoiados sobre suas raízes, relacionando-os às práticas do dia-a-dia, constitui estratégia que visa facilitar a compreensão dos conteúdos estudados. A abordagem, a reflexão e a interpretação das origens dos fatos históricos levam o aluno a situar-se no tempo e no contexto social em que vivem, criar ligações entre os diferentes conhecimentos matemáticos, fazer análises sobre os assuntos vistos, lidar com situações novas e fornecer instrumentos para definir as estratégias de ação, possibilitando a aprendizagem.

Nesta visão, D'Ambrosio defende a Matemática como um conjunto de acontecimentos formulados, ao longo do tempo, pelos povos:

A matemática, como o conhecimento em geral, é resposta às pulsões de sobrevivência e de transcendência, que sintetizam a questão existencial da espécie humana. A espécie cria teorias e práticas que resolvem a questão existencial. Essas teorias e práticas são as bases de elaboração de conhecimento e decisões de comportamento, a partir de representações da realidade. As representações respondem à percepção de espaço e tempo. A virtualidade dessas representações, que se manifesta na elaboração de

modelos, distingue a espécie humana das demais espécies animais (D'AMBRÓSIO, 2009a, p. 27).

Fundamentada nestas palavras, percebo que as diversas matemáticas fazem parte da história da humanidade e elas nos ajudam a compreender as descobertas e a evolução dos saberes, estabelecendo um elo entre o passado e o presente, possibilitando a projeção do futuro. O indivíduo procura buscar no conhecimento prévio existente, criado e formulado pelos acontecimentos passados, a fundamentação para a solução dos seus problemas e das situações reais com as quais se depara, contribuindo, dessa forma, para a confirmação, complementação, ou até mesmo alteração do conhecimento existente. De acordo com D'Ambrosio:

A capacidade de explicar, de aprender e compreender, de enfrentar, criticamente, situações novas, constituem a aprendizagem por excelência. Aprender não é a simples aquisição de técnicas e habilidades e nem a memorização de algumas explicações e teorias (Ibidem, p. 81).

Assim, a matemática praticada e feita pelo povo, como qualquer disciplina curricular, ensina e aprende. Os saberes matemáticos que estão presentes em nosso meio social são criados e utilizados pelas pessoas para resolver os mais diversos problemas do seu cotidiano, agregando procedimentos e conhecimentos que fazem desconsiderar certos métodos academicamente aceitos, constituindo uma matemática cultural que faz a sociedade funcionar e que está presente nas questões diárias. Segundo Chevallard:

Não podemos abordar o tema do ensino e da aprendizagem de matemática sem nos perguntarmos, ao mesmo tempo, o que é, em que consiste e para que serve fazer matemática. Então, essas perguntas não podem se referir unicamente à matemática da escola, têm de englobar todas as matemáticas que existem em nossa sociedade (CHEVALLARD, 2001, p. 45).

Ainda, de acordo com Gerdes (2010), a Matemática é uma atividade universal. Em todas as culturas o pensamento matemático tem tido seu espaço, tanto de maneira espontânea como organizada. Todos os seres humanos realizam espontaneamente algum pensamento matemático e são capazes de aprender mais. Cada povo, cultura e subcultura constrói e desenvolve a sua Matemática, de certa maneira particular.

3 METODOLOGIA

O presente capítulo apresenta a metodologia de pesquisa empregada, os instrumentos utilizados para a emergência dos materiais de pesquisa e a caracterização do grupo de alunos que fizeram parte deste processo de investigação. Em relação à prática pedagógica que originou a pesquisa, apresento como se constituíram os grupos de estudos, a distribuição das atividades a serem efetivadas pelos alunos junto aos profissionais da construção civil selecionados, as apresentações em sala de aula e a sistemática de avaliação.

Esta pesquisa é de caráter qualitativo e visou problematizar, junto a um grupo de alunos do Ensino Médio, a construção de conhecimentos vinculados à Trigonometria no triângulo retângulo.

A opção pela pesquisa qualitativa deu-se pela necessidade de ocorrerem trocas entre a professora pesquisadora e os demais sujeitos da pesquisa, de obterem-se detalhes sobre os dados colhidos, de conterem qualidade e segurança nas informações, não se destinando a contestar ou comprovar algo, mas sim compreendê-lo. A pesquisa qualitativa “[...] é focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural” (D’AMBRÓSIO, 1997, p. 103). O método qualitativo é “[...] subjetivo e envolve examinar e refletir as percepções para obter um entendimento das atividades sociais e humanas” (COLLIS e HUSSEY, 2005, p. 26).

Assim, a pesquisa qualitativa caracteriza-se pela busca de perspectivas ao descrever e interpretar acontecimentos particulares no contexto a ser investigado,

oferecendo possibilidades, mas não certezas sobre os eventuais resultados e acontecimentos futuros. Segundo Moreira e Caleffe:

Para os pesquisadores interpretativos o propósito da pesquisa é descrever e interpretar o fenômeno do mundo em uma tentativa de compartilhar significados com outros. A interpretação é a busca de perspectiva seguras em acontecimentos particulares e por *insights* particulares (MOREIRA; CALEFFE, 2008, p. 61)

Nesta pesquisa os dados que emergiram foram escrutinados de modo mais sistemático e atento, não se restringindo apenas a números, obtendo informações para serem debatidos e que, na maioria dos casos, dão origem a outras questões, como apontam Bauer, Gaskell e Allum:

O que a discussão sobre a pesquisa qualitativa tem conseguido foi desmistificar a sofisticação estatística como o único caminho para se conseguir resultados significativos. O prestígio ligado aos dados numéricos possui tal poder de persuasão que, em alguns contextos, a má qualidade dos dados é mascarada e compensada por uma sofisticação numérica. A estatística, como um recurso retórico, contudo, preocupa-se com o problema relativo ao tipo de informações que são analisadas: se colocarmos informações irrelevantes, teremos estatísticas irrelevantes. No nosso ponto de vista, a grande conquista da discussão sobre métodos qualitativos é que ela, no que se refere à pesquisa e ao treinamento, deslocou a atenção da análise em direção a questões diferentes à qualidade e à coleta de dados (BAUER; GASKELL; ALLUM, 2002, p. 24).

O ponto central de ação desta prática de ensino visa auxiliar a construção dos conceitos da Trigonometria do Ensino Médio, imbricados com aspectos históricos. A abordagem histórica tem por objetivo situar o aluno na época e no local da emergência dos conhecimentos matemáticos, em especial os oriundos do campo da Trigonometria. Segundo D'Ambrosio:

A prática de ensino em geral é uma ação pedagógica que visa o aprimoramento, mediante uma multiplicidade de enfoques, da ação educativa exercida no sistema educacional de maneira mais direta e característica, qual seja a forma por excelência dessa ação, isto é, o trabalho em sala de aula (D'AMBROSIO, 1986, p. 37).

Dessa forma, não pretendo que o aluno aprenda somente a história, mas sim fazer uso dela para entender o contexto em que cada conteúdo se originou, os motivos que levaram o homem a criá-lo e as transformações pelas quais passou no percurso do tempo.

A metodologia qualitativa, neste estudo, foi utilizada para analisar as contribuições dos alunos da turma 202 do Ensino Médio de uma escola da cidade de Caxias do Sul, RS, para o entendimento dos conceitos relativos ao triângulo retângulo e sua utilidade na resolução de problemas. As narrativas desses alunos trarão à tona o que eles pensam sobre a Trigonometria e sua necessidade, possibilitando a construção do conceito a partir destes resultados.

A instituição de ensino faz parte da rede particular e manifesta sua responsabilidade social através de quatro programas de promoção de crianças e adolescentes que se encontram em situação de vulnerabilidade pessoal e social. Possui Planejamento Estratégico, Projeto Político Pedagógico e está inserida no PGQP – Programa Gaúcho de Qualidade e Produtividade.

A turma é composta por alunos compreendidos na faixa etária de 15 a 17 anos, sendo que a maioria já estudava nesta instituição, a qual acompanho desde 2010, no início do Ensino Médio. Poucos são provenientes da rede pública e de outras instituições da rede particular de ensino da cidade e região. Os alunos são oriundos de diversas classes sociais, com predominância de classe média. Os professores desta turma frequentemente comentam que eles apresentam diferentes níveis de aprendizagem e/ou deficiência no nível de estudo exigido para a série que frequentam. Há também alguns com comprometimento social e psicológico.

A escola dispõe de uma estrutura que proporciona boas condições para realizar o trabalho docente. Sua biblioteca possui acervo atualizado e seus laboratórios são bem equipados, incluindo aparelho de *datashow* móvel e lousa interativa. Estas opções podem contribuir para a aprendizagem, tendo assim o aluno a sua disposição meios diversificados para o estudo.

Depois de vários anos ministrando aulas empregando a mesma metodologia de ensino, na qual é o professor que sabe e o aluno o que recebe o conhecimento já elaborado, constatei que o interesse dos meus alunos era cada vez menor. As dificuldades para conseguir que eles acompanhassem as explicações aumentavam gradativamente. Apesar do meu esforço na preparação das aulas e por mais que eu procurasse diversificar os recursos tecnológicos, não estava conseguindo provocar maior disposição para o estudo.

Comecei a me questionar sobre a maneira como ministrava a aula e tentei imaginar uma outra forma que possibilitasse uma aproximação maior aos interesses do aluno. E me perguntava por que não inverter a situação: propor aos alunos a busca das respostas que até então eu lhes fornecia automaticamente, sem questioná-los. Para isso reuni os alunos em grupos para que debatessem, pesquisassem e encontrassem respostas.

A ideia, mesmo que me parecesse adequada, deveria ser receptiva junto à turma. Como conhecia o grupo desde 2010, quando nos encontramos no primeiro ano do Ensino Médio, não titubeei em lançar o desafio. E pude confirmar minha expectativa: constatei neles o interesse, o entusiasmo e a disposição para a realização de atividades que antes nunca havia pensado em desenvolver, mesmo diante das dificuldades que poderiam surgir no decorrer desta prática pedagógica.

Para me adensar teoricamente, busquei fundamentos em reconhecidos pesquisadores, como Gerdes:

Uma educação matemática em que o diálogo professor(a) – estudantes, a experimentação por parte dos(as) alunos(as), a surpresa e a beleza da descoberta e invenção desempenham um papel crucial. Uma educação matemática em que os mais diversos meios podem ser explorados [...] Uma educação matemática que estimula a todos(as) (GUERDES, 2010, p. 157).

Diante disto, propus atividades e estratégias que estimulassem a construção dos conhecimentos, que possibilitassem uma melhor interação entre pesquisador e pesquisado e que proporcionassem ao aluno o “prazer da descoberta”, visto muitos de meus alunos atribuírem suas dificuldades à abstração das regras e fórmulas que caracterizam a Matemática escolar.

Também o tempo de aula não pode ser um tempo de ensinar e outro de aprender, isoladamente. O processo é simultâneo, com igual participação de professor e aluno. Assim o professor, com maior experiência, passa a desempenhar o papel de orientador e pesquisador na relação aluno/conhecimento, substituindo “o já desgastado ensino-aprendizagem, baseado numa relação obsoleta de causa-efeito” (D’AMBRÓSIO, 2009a, p. 82).

A aplicação da pesquisa ocorreu durante os meses de agosto e setembro de 2011 e, para obter uma melhor fidelidade e riqueza de detalhes das descobertas e

dos acontecimentos, as aulas foram gravadas e o registro dos materiais construídos foi feito por meio de fotografias e/ou filmagens. No decorrer da pesquisa ocorreram palestras, entrevistas e atividades práticas abordando o que os profissionais da construção civil fazem uso e como se relacionam ao triângulo estudado, procurando estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos abordados e as situações concretas do cotidiano destes profissionais. As atividades práticas realizadas pelos alunos são consideradas o elemento principal da minha pesquisa. Ao conseguirem estabelecer conexões entre a teoria e a prática da disciplina, está se seguindo o primeiro artigo da LDB, que determina que a educação escolar deverá estar vinculada ao trabalho e à prática social:

Art. 1º A educação abrange os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais.

§ 1º Esta Lei disciplina a educação escolar, que se desenvolve, predominantemente, por meio do ensino, em instituições próprias.

§ 2º A educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social (BRASIL, 1996, texto digital).

Devido à exiguidade do tempo, cada grupo realizou uma das atividades práticas vinculada aos conteúdos e temas estudados no decorrer das aulas, orientados por pedreiros, mestres de obras, engenheiros civis ou arquitetos, assim elencados:

1. Trigonometria no esquadro do chão com uma parede de um cômodo: verificar acerca do modo como se tira o esquadro do chão com uma parede de um cômodo. Analisar e identificar os conceitos de Trigonometria envolvidos no estabelecimento do esquadro.
2. Trigonometria na determinação do desnível entre dois pontos de um terreno: verificar com trabalhadores da construção como se determina o desnível entre dois pontos de um terreno utilizando mangueira e água. Analisar e identificar os conceitos de Trigonometria envolvidos na determinação do desnível.
3. Trigonometria na construção das “tesouras” de sustentação do telhado de uma residência: verificar os métodos empregados na construção da base dos diferentes telhados em função de sua aparência (seu

formato) ou materiais empregados. Analisar e identificar os conceitos de Trigonometria envolvidos na construção das tesouras que dão sustentação ao telhado.

A fim de contemplar cada tema com a visão de um pedreiro e de um mestre de obras, que realizam procedimentos da matemática prática empregada na construção, e de um engenheiro civil ou arquiteto, estes com formação acadêmica, dividi a turma em grupos de “A” a “I”. Escolhi estes três diferentes profissionais para cada um destes temas a fim de obter maior diversidade de contribuições para o aprendizado da Trigonometria.

É importante esclarecer que a divisão da atividade prática em temas distintos visa mostrar e trazer para o âmbito escolar as diferentes matemáticas utilizadas por estes profissionais na realização de cada uma das tarefas anteriormente citadas, bem como oportunizar à turma as diferentes visões da Trigonometria empregada em cada uma delas, o que veio a acontecer na socialização dos trabalhos.

Nesse momento faz-se necessário ressaltar que a investigação iniciou com aspectos pertinentes à História da Matemática relatada usualmente nos livros didáticos e paradidáticos e posteriormente foram buscados os modos de lidar matematicamente com a Trigonometria junto aos profissionais do mundo da construção civil. Julgo importante o que expressa a professora Knijnik no trabalho intitulado “*As novas modalidades de exclusão social*”.

O que desejo destacar, tendo como referencial a abordagem etnomatemática que desenvolvo, é que, quando argumento da importância de trazer para o currículo escolar a matemática praticada pelos grupos subordinados, não estou dizendo que se trata de “partir” dos modos de produzir matemática das alunas e alunos para, desse ponto de partida, ensinar a matemática oficial. A palavra-chave a ser problematizada é “partir”.

Ao dizermos que partimos da cultura do grupo com que trabalhamos, estamos considerando que sua cultura é somente o ponto inicial de uma trajetória ascendente, que o conduziria desde esse ponto inferior para um outro que representaria sua superação, a saber, a matemática oficial (KNIJNIK, 1997, p. 40).

Nesta mesma forma de pensar, ressalto que as contribuições e opiniões levantadas pelos alunos junto aos profissionais da construção civil constituíram-se meios para a construção dos conceitos da Trigonometria. Estes conhecimentos

oportunizaram um ambiente favorável à compreensão dos conceitos matemáticos formais.

Paralelamente à aprendizagem dos alunos no que se refere a questões vinculadas à disciplina Matemática, meu interesse de professora pesquisadora também se focava na avaliação da metodologia do trabalho em grupo. Assim, a opção pelo trabalho em pequenos grupos deu-se em função de poder proporcionar momentos para interações, discussões e questionamentos entre os participantes do grupo a fim de construir e socializar conhecimentos.

O clima de equipe na turma foi estabelecido desde o momento da distribuição geográfica das classes e da escolha dos seus componentes. Ao ingressar na sala, os alunos apanham o seu material e, liderados pelo seu representante, formam seu círculo de classes, levam seus materiais, seus livros, suas pesquisas prévias e iniciam os debates. Um dos subsídios é o material oferecido por mim, entregue em cópia impressa para que seja discutido em grupo. Tarefas individuais também foram feitas para o aprofundamento do estudo, mas sempre sob orientação das decisões tomadas pelo grupo. As diferenças e as capacidades individuais foram preservadas e incentivadas nos momentos de contribuição pessoal.

Cada grupo reunido (na sala ou não) inicia seus trabalhos solicitando, quando necessário, a presença do professor. Um dos dados positivos para a avaliação do grupo é o número de vezes que ele solicita a presença do professor. O aluno, quando o chama, pode estar mostrando seu interesse pelo desafio, pela tarefa e pela atenção ao ouvir o que ele explica.

Um dos aspectos que procurei desenvolver, por meio do trabalho em grupo, foi a interdependência, a corresponsabilidade do ser humano. Esta prática permite “[...] comportamentos compatibilizados e subordinados a sistemas de valores acordados pelo grupo” (D’AMBRÓSIO, 2009a, p. 19). Nesta perspectiva o aluno é instigado a comprometer-se com os demais componentes do grupo.

Neste trabalho é importante mencionar que a avaliação foi feita sobre o grupo, pois acredito que o trabalho é produtivo quando todos colaboram e cumprem

seu papel. Mas é necessário que haja momentos de atuação individual do aluno com consequente avaliação individual, o que foi feito após o trabalho em grupo.

Como meu papel de professor nesta metodologia é de orientador e pesquisador e não de expositor, auxiliei na busca de textos e outros materiais para realizar as atividades propostas. Durante o desenvolvimento do trabalho, minha participação foi atender aos chamados, indicar caminhos, incentivar e apoiar encaminhamento de soluções ou ainda, corrigir possíveis fugas do tema em estudo. Segundo D'Ambrósio (1997, p. 90): “A função do professor é a de um associado aos alunos na consecução da tarefa, e consequentemente na busca de novos conhecimentos. Alunos e professores devem crescer, social e intelectualmente, no processo”.

Nesta mesma perspectiva, Tardif acrescenta:

[...] A fim de aprender, os alunos devem tornar-se, de uma maneira ou de outra, os atores de sua própria aprendizagem, pois ninguém pode aprender em lugar deles. Transformar os alunos em atores, isto é, em parceiros da interação pedagógica parece-nos ser a tarefa em torno da qual se articulam e ganham sentido todos os saberes do professor (TARDIF, 2004, p. 221 e 222).

Em conformidade com os autores citados, penso que não basta saber para poder ensinar. O papel do aluno é tornar-se agente da própria aprendizagem, residindo neste fato a função do professor: fazer o aluno assumir a sua própria formação.

A partir deste enfoque, a avaliação continuada tornou-se um processo necessário para acompanhar passo a passo o processo de ensino e de aprendizagem. Assim a avaliação tornou-se parte integrante do processo de desenvolvimento da pesquisa. Cada passo dado na direção do objetivo deve ser analisado para saber se foi dado no rumo certo ou não. O acompanhamento permanente permite intervenções imediatas sobre qualquer desvio de rota, ou mesmo sanar lacunas ou enriquecer o processo. Fica aqui mais claro que não se trata da avaliação classificatória, excludente, que predominou no século passado. É interessante a reflexão feita por D'Ambrósio em sua obra *“Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade”*:

Uma boa educação não será avaliada pelo conteúdo ensinado pelo professor e aprendido pelo aluno. O desgastado paradigma educacional sintetizado no binômio “ensino-aprendizagem”, verificado por avaliações inidôneas, é insustentável. Espera-se que a educação possibilite, ao educando, a aquisição e utilização dos instrumentos comunicativos, analíticos e materiais que serão essenciais para um exercício de todos os direitos e deveres intrínsecos à cidadania (D’AMBRÓSIO, 2009a, p. 66).

Knijnik complementa da seguinte forma:

É, portanto, um desafio para todos nós criarmos outras possibilidades para acompanhar o trabalho que desenvolvemos com nossos alunos, um acompanhamento organizado de modo a que possa auxiliar no processo continuado de aquisição do conhecimento e que se constitua em um mecanismo educativo que em vez de separar, dividir, classificar, hierarquizar as pessoas, favoreça atitudes de cooperação (KNIJNIK, 1985, p. 17).

Ciente destas afirmações, busquei na Etnomatemática maneiras matemáticas de lidar com situações que possibilitassem a construção de um conhecimento capaz de transformar todos os envolvidos no processo, e mais diretamente o professor e o aluno. Já os PCN+ também ressalvam a necessidade de se avaliar:

[...] avaliar é mais do que aferir resultados finais ou definir sucesso e fracasso, pois significa acompanhar o processo de aprendizagem e os progressos de cada aluno, percebendo dificuldades e procurando contorná-las ou superá-las continuamente (BRASIL, 2002, p. 136).

No meu trabalho, o processo avaliativo envolve os dados coletados na realização das atividades práticas, participação nos seminários e demais atividades propostas, buscando dessa forma uma possível resposta a meu objetivo inicial, exposto anteriormente: problematizar, junto a um grupo de alunos do Ensino Médio, a construção de conhecimentos vinculados à Trigonometria no triângulo retângulo.

O processo de avaliação da minha pesquisa iniciou com uma sondagem preliminar objetivando conhecer o perfil da turma. Isto foi feito por meio de um questionário (APÊNDICE 1) que procurou verificar não só os conhecimentos prévios existentes no âmbito da Trigonometria, necessários para traçar as diretrizes da minha prática pedagógica, mas também as condições familiares e escolares dos envolvidos.

A avaliação do processo de ensino e aprendizagem dos alunos foi concomitante com o dia a dia da pesquisa, e a final envolveu a entrega de um trabalho escrito e sua apresentação oral sobre o tema sorteado e o profissional entrevistado, bem como as relações estabelecidas entre os modos de operar matematicamente da escola e do mundo do trabalho dos profissionais envolvidos na construção civil.

O trabalho avaliativo a ser elaborado e escrito pelos alunos seguiria a estruturação: título, objetivo, introdução, desenvolvimento, considerações finais e, por fim, as referências. Houve, durante a aplicação da prática da pesquisa, um momento próprio para o detalhamento de cada item solicitado.

A apresentação do trabalho do grupo também foi avaliada por meio de uma planilha de observação (APÊNCIDE 6) e envolveu cinco critérios:

Critério de avaliação 1 – Comprometimento do grupo;

Critério de avaliação 2 – Tempo da apresentação;

Critério de avaliação 3 – Conteúdo matemático abordado;

Critério de avaliação 4 – Desenvoltura na apresentação;

Critério de avaliação 5 – Criatividade e uso de recursos para a apresentação.

Procurando avaliar se as atividades desenvolvidas durante a aplicação da pesquisa oportunizaram ao aluno a construção dos conhecimentos relativos à Trigonometria pretendidos e proporcionaram a visão de sua aplicabilidade no meio social, demonstrando ser a Matemática uma construção humana presente na vida das pessoas, apliquei um questionário (APÊNDICE 7) aos alunos participantes.

No capítulo 4 serão analisados os dados obtidos dos objetos avaliativos, a transcrição e os comentários da palestra, bem como a descrição e a discussão das atividades desenvolvidas nesta pesquisa. Além disso, faço o relato de comentários da apresentação dos grupos e as vinculações estabelecidas por eles entre a

Matemática acadêmica e os conhecimentos matemáticos empregados pelos profissionais da construção civil entrevistados.

4 RELATOS E DISCUSSÕES QUE EMERGIRAM DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Neste capítulo é meu propósito relatar e discutir as atividades desenvolvidas na minha pesquisa. No decorrer do primeiro semestre, antes do recesso escolar de inverno, havia comentado com eles sobre a possibilidade de realizar nesta turma a minha prática pedagógica da dissertação de mestrado. Ao serem convidados a participar desta experiência, eles foram receptivos à proposta da pesquisa.

Antes de descrever os relatos e analisar os dados da pesquisa, no intuito de facilitar a leitura quanto à diferenciação das falas dos alunos em sala de aula e das respostas dos mesmos ao questionário e à entrevista, convencionei as seguintes formas:

- as falas serão identificadas com travessão (–), aspas (“ ”) e estilo de letra itálico até três linhas. Quando estas ultrapassarem este limite, terão recuo de 4 cm (centímetros) da margem esquerda, em letra de tamanho 10 e estilo itálico;

- as respostas ao questionário serão identificadas, em algarismos arábicos, como do Aluno 01, Aluno 02, Aluno 03, ...

- as respostas ao questionário final serão identificadas, em algarismos romanos, como do Aluno I, Aluno II, Aluno III, ...

Dando início às atividades programadas, expliquei aos alunos o trabalho a ser desenvolvido nas próximas aulas. Também comuniquei-lhes que os resultados deste serviriam como dados para o desenvolvimento da minha dissertação de mestrado. Comentei que a partir desta, as aulas de Matemática seriam

documentadas por meio de fotografias, filmagens, gravações e relatórios, sempre resguardando a imagem e identidade dos participantes, compondo uma proposta de ensino da Trigonometria junto aos alunos do Ensino Médio.

Na continuidade desta primeira aula, realizei a divisão dos 34 alunos da turma em nove grupos de 3 ou 4 integrantes cada. Os nove grupos foram necessários para que os três temas propostos com diferentes profissionais selecionados fossem contemplados, podendo assim trazer maiores contribuições sobre os diversos enfoques da Trigonometria. Os grupos foram constituídos por afinidade entre os alunos e cada equipe foi incumbida de eleger seu representante que zelaria pela organização do trabalho, pela dinâmica e comprometimento de todos os seus componentes. Ele também seria o portavoz da equipe toda vez que fosse necessário solicitar a presença e o esclarecimento de dúvidas junto ao professor.

Na sequência detalhei o processo avaliativo da apresentação, do acompanhamento das atividades, do trabalho escrito e do conjunto de conhecimentos construídos.

Para a elaboração do trabalho, cada grupo desenvolveria uma atividade procurando verificar a relação entre a História da Trigonometria usualmente presente nos livros didático e paradidáticos tratada no âmbito escolar e a matemática do cotidiano do profissional definido para a sua pesquisa, segundo o tema sorteado. O trabalho será mostrado numa apresentação e avaliado por meio de uma planilha de apontamentos (APÊNDICE 6) segundo os critérios de comprometimento do grupo, o tempo, o conteúdo matemático, a desenvoltura, a criatividade e o uso de recursos para a apresentação. Nesta planilha constará a relação de todos os grupos, o elenco dos membros de cada um, o tema escolhido e o profissional a ser entrevistado.

Seguiram-se breves comentários sobre cada um dos critérios de avaliação referentes à apresentação e em seguida os representantes dos grupos foram chamados para escolher, por meio de sorteio, o tema a ser desenvolvido na atividade prática e o profissional a ser entrevistado, ficando distribuídos conforme o Quadro 1.

GRUPO	TEMA	PROFISSIONAL
Grupo A	Trigonometria na construção das “tesouras” de sustentação do telhado de uma residência	Mestre de obras
Grupo B	Trigonometria na determinação do desnível entre dois pontos de um terreno	Pedreiro
Grupo C	Trigonometria na construção das “tesouras” de sustentação do telhado de uma residência	Pedreiro
Grupo D	Trigonometria na determinação do desnível entre dois pontos de um terreno	Engenheiro civil ou Arquiteto
Grupo E	Trigonometria no esquadro do chão com uma parede de um cômodo	Pedreiro
Grupo F	Trigonometria na determinação do desnível entre dois pontos de um terreno	Mestre de obras
Grupo G	Trigonometria no esquadro do chão com uma parede de um cômodo	Engenheiro civil ou Arquiteto
Grupo H	Trigonometria no esquadro do chão com uma parede de um cômodo	Mestre de obras
Grupo I	Trigonometria na construção das “tesouras” de sustentação do telhado de uma residência	Engenheiro civil ou Arquiteto

Quadro 1: Quadro dos grupos com a distribuição do tema e do profissional a ser entrevistado.
Fonte: Da autora

Durante a realização do sorteio, na medida em que cada representante de grupo tomava conhecimento do tema a ser desenvolvido e do profissional a ser entrevistado, surgiram dúvidas e observações, entre elas as citadas a seguir:

- “O que são as tesouras de um telhado?”.
- “Nunca reparei que os telhados têm tesouras”.
- “O esquadro das paredes são as vigas?”.

Nas falas dos alunos percebi que eles estavam se questionando sobre a existência ou não de tesouras nos telhados, o que eram estas tesouras, e ainda, o que são os esquadros? Estes comentários me remetem a acreditar que poderia estar instigando-os à procura de respostas aos seus questionamentos, tornando-os aprendizes pesquisadores.

Diante destas indagações percebi ainda quanto é importante a escola despertar no aluno a necessidade de conhecer o mundo que o cerca. Também evidenciei o interesse despertado pelos temas propostos e pela metodologia com que a pesquisa foi planejada.

Naquele momento, em função do curto espaço de tempo que nos separava do término do período, fiz breve comentário sobre cada um dos temas, ressaltando que no decorrer dos encontros, estes seriam retomados, bem como falaríamos sobre os profissionais do “mundo da construção civil” envolvidos e a estruturação do trabalho escrito.

Iniciei o segundo encontro comentando com os alunos o questionário (APÊNDICE 1) a ser aplicado na sequência, para avaliar o perfil da turma e de seus conhecimentos prévios em relação à Trigonometria e à História da Matemática. Enquanto comentava o questionário mostrei um transferidor e perguntei à turma quem o conhecia, pois seria utilizado para resolver uma das questões, e se houvesse necessidade, tinha alguns para emprestar. As respostas foram as seguintes:

- “É uma régua”.
- “É uma régua redonda”.
- “É uma régua de 180 graus”.
- “É um transferidor”.

Diante das respostas percebi que muitos alunos não lembravam se já o haviam manuseado em sua vida escolar, e sendo questionados se sabiam utilizá-lo, apenas um aluno respondeu que o tinha visto na 8ª série, mas não lembrava como era usado na realização das medições. Com isto acreditei ser importante organizar a

minha prática pedagógica procurando desenvolver atividades que proporcionem ao aluno estabelecer conexões entre os conteúdos curriculares com o saberes culturais, mesmo porque constantemente instrumentos de medida serão utilizados no decorrer das atividades práticas programadas.

Posteriormente, solicitei que cada aluno respondesse individualmente o seu questionário, refletindo sobre cada uma das questões propostas, pois os mesmos serviriam para avaliar o conhecimento prévio da turma e para planejar as demais atividades que seriam desenvolvidas no decorrer dos encontros.

Pelo questionário foram coletados alguns dados de identificação dos alunos, como e o quanto eles estudam fora do ambiente escolar, qual a impressão sobre a disciplina Matemática, a posição e o interesse pelo estudo da História da Matemática, as expectativas em relação aos trabalhos a serem desenvolvidos e os conhecimentos sobre a Trigonometria, como também se conheciam alguma de suas aplicações práticas.

Os questionários preenchidos foram devolvidos e realizei a análise dos dados². Eles foram numerados de 01 a 29, conforme a ordem de devolução e não foi solicitado a identificação do aluno para dar maior credibilidade à pesquisa. Em função das condições meteorológicas desfavoráveis deste dia, por questões de saúde e por ser o primeiro período da aula, cinco alunos não estiveram presentes. Segue a análise dos dados das respostas deste questionário.

Dos vinte e nove questionados, 16 (dezesesseis) são meninos e 13 (treze) são meninas, com a idade entre 15 e 17 anos. Quanto ao tempo que estudam nesta instituição, 5 (cinco) informaram que ingressaram no Colégio no decorrer deste ano letivo, 3 (três) no ano letivo anterior e que 21 (vinte e um) já frequentavam a instituição a mais tempo (2 a 11 anos).

Sobre a necessidade do ato de estudar, todos os alunos afirmaram que ele é importante, expressando-se de diferentes formas como: assim é mais fácil compreender o mundo em que vivemos (14 alunos), que sem ele não se consegue

² A análise do questionário foi de forma sintética, pois não é o escopo principal da pesquisa.

um bom emprego (8 alunos) e que o estudo é o cumprimento de uma exigência familiar ou social (3 alunos).

Considerando estas respostas, pude perceber que a maioria dos alunos relaciona a importância do ato de estudar a uma forma de garantir o seu futuro, um meio para obter um bom emprego ou uma ferramenta para entender o mundo ao seu redor. A minoria atribuiu esta importância à necessidade do cumprimento de regras e imposições sociais e familiares.

Quando questionados sobre qual deveria ser o papel da escola, 19 (dezenove) alunos opinaram que ela deve preparar intelectualmente e moralmente os alunos para assumir um papel na sociedade, 04 (quatro) alunos indicaram que serve para levar professores e alunos a atingir um nível de consciência da realidade em que vivem para a busca da transformação social, 03 (três) alunos opinaram que a função da escola está associada à formação de atitudes e 02 (dois), que o objetivo é difundir conteúdos. Um aluno apontou que a função da escola é garantir uma boa aprendizagem para o futuro.

Analisando-se estas respostas, nota-se que os alunos ainda esperam que a escola prepare-os intelectualmente para ascensão a outros níveis de ensino, tais como concursos de vestibular, ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), cursos técnicos profissionalizantes, entre outros. Também almejam aprovação em concursos para cargos públicos e outros bons empregos. Acredito que eles também buscam uma formação baseada em valores morais e éticos para melhor inserção na sociedade.

Ao serem solicitados a indicar os três principais procedimentos adotados pela professora que mais o(a) mobiliza para o aprendizado, as opiniões ficaram assim distribuídas (TABELA 1), ressaltando que dois dos vinte e nove questionários continham apenas a indicação de um procedimento.

Tabela 1 – Procedimentos mobilizadores para o aprendizado, indicados pelos alunos.

PROCEDIMENTOS ADOTADOS	INDICAÇÕES
Explica mais de uma vez	17
Utiliza modernos recursos técnicos	4
Usa linguagem semelhante à do aluno	7
Ouve com atenção, motiva e incentiva o aluno	10
Usa o laboratório de informática	1
Realiza aulas práticas	5
Exige ordem e disciplina	10
Consegue mostrar a importância da matéria	7
Prepara bem sua aula e conhece a sua matéria	20

Fonte: Da autora

Dois alunos sugeriram outros procedimentos não listados, que foram: “não prioriza certos alunos” e “a nota da atividade” e nenhum dos vinte e nove alunos fez indicação ao item “utiliza jogos e brincadeiras” como um procedimento válido a fim de mobilizá-lo para o aprendizado.

Diante das respostas dadas percebo que a concepção do aluno, em relação à metodologia, confere com a maneira habitual de trabalho escolar que até então utilizava nas minhas aulas. Contudo, algumas respostas indicam a necessidade de mudanças na perspectiva das aulas, aplicando-se formas diversificadas para tornar os conteúdos mais atrativos e com significado. Segundo Domite:

[...] o exercício de operacionalização de atitudes pelos professores e professoras em levar em conta o que o educando pensa, como ele ou ela vê, é não somente um grande desafio, mas o germe do processo etnomatemático – um movimento pedagógico que tem no seu âmago questões como diálogo, legitimação do conhecimento, do “outro”, relativização e respeito à diferença de valores, conhecimentos, modos e códigos (DOMITE, p. 84).

Isto fez-me refletir sobre a utilização de práticas pedagógicas que instigassem a pesquisa, fundamental para a construção do conhecimento. Estas

levam em consideração os conhecimentos já construídos e assimilados pelos alunos e constituem o ponto de partida para a construção de novos.

No entanto, a opinião externada no questionário pela maioria dos alunos denota que para eles a melhor maneira de aprender fundamenta-se na aula expositiva do professor, durante a qual, na maioria das vezes, o aluno ouve quase sempre sem questionar. Para eles, as atividades listadas que conduzem à problematização, ao desafio, à busca e à pesquisa não foram consideradas como as mais indicadas para facilitar a aprendizagem.

Ao responderem à questão “Como você participa no processo ensino-aprendizagem durante as aulas?” 16 (dezesseis) responderam que raramente participam, geralmente ouvem e 13 (treze) participam de forma ativa fazendo perguntas para o esclarecimento das dúvidas, relatam seu ponto de vista e trocam ideias com os demais colegas.

Quando questionados sobre o tempo dedicado aos estudos fora da sala de aula, 8 (oito) alunos declararam dedicar apenas uma hora semanal à complementação dos seus estudos, 3 (três) alunos duas horas semanais, outros 3 (três) três horas semanais e 4 (quatro) quatro horas ou mais, dependendo dos conteúdos e das dificuldades encontradas. Por outro lado 11 (onze) alunos declararam não estudar fora do ambiente escolar.

Com relação às ferramentas e mecanismos utilizados para os estudos por estes dezoito alunos que dedicam tempo fora do ambiente escolar, o caderno obteve a maior representatividade. O mesmo foi citado por 16 (dezesseis) questionados, enquanto o livro didático adotado foi apontado em apenas metade destes, ou seja, por 8 (oito) questionados. Após, aparecem com 6 (seis) indicações cada, a internet e os grupos de estudos, sendo que 1 (um) questionado cita o acompanhamento de professor particular como mecanismo de estudo. Nenhum dos alunos informou a utilização de outros livros didáticos como ferramenta de auxílio aos estudos. Vale lembrar que a questão possibilitava múltipla escolha, por isto a diversidade de respostas.

Percebo nas respostas destas três últimas questões que parte dos alunos participa de alguma forma do processo ensino-aprendizagem durante as aulas,

dedica pelos menos uma hora semanal aos estudos extraclasse e utiliza basicamente o caderno e o livro didático adotado. Notei também que poucos alunos da turma fazem uso do recurso tecnológico internet para pesquisas, e nenhum deles utiliza outros livros didáticos para a realização de consultas e complementação dos seus estudos.

Ao responderem à questão “Você gosta de Matemática?”, 20 (vinte) alunos declararam que “sim”, 2 (dois) alunos que “não” e 7 (sete) responderam “em parte”. No espaço oportunizado para escrever o relato quanto ao gosto pela Matemática, manifestaram-se as seguintes opiniões:

Aluno 08: Eu acho a matemática importante, por isso gosto dela, ela faz parte da nossa vida. E também as aulas são muito melhor que as outras.

Aluno 20: Considero a melhor matéria, pois entendendo você sabe resolver qualquer problema.

Aluno 02: Pois é uma matéria que eu tenho facilidade em aprender, além de tudo a professora faz com que os alunos aprendam a matéria, tornando mais fácil a aprendizagem.

Aluno 06: Eu não gosto da matemática porque eu nunca me dei bem nesta matéria, apesar deste ano estar indo bem.

Um aluno se manifestou de acordo com o de número 08. Outros seis concordam com o aluno de número 20, acrescentando que a Matemática desenvolve a compreensão e o raciocínio lógico. Outros cinco ratificaram a opinião do aluno 02 e um a do aluno 06, afirmando não gostar da Matemática, mas não fez nenhum comentário. Por fim, treze alunos não emitiram nenhum comentário.

Percebo assim que a maioria dos alunos gosta da Matemática, mas os que têm dificuldade na compreensão perdem o interesse pelo estudo desta disciplina. Com o intuito de facilitar a aprendizagem, também daqueles que não “gostam”, que não se envolvem nas atividades propostas e que apresentam dificuldades é que modifiquei a metodologia que vinha trabalhando até o momento. Segundo D’Ambrósio:

O grande desafio é ampliar as possibilidades de voar/criar para entender e explicar o mundo que nos cerca, com toda a sua complexidade. A criatividade resulta da fusão e incorporação de recursos materiais e intelectuais disponíveis, sejam aqueles próprios do universo acadêmico, obedecendo a padrões epistemológicos conhecidos, sejam aqueles proporcionados pelas tradições, que não obedecem a epistemologias reconhecidas. Isto é, não se reconhece uma teoria dos conhecimentos tradicionais. Procurar uma teorização desse conhecimento é um grande desafio metodológico (D'AMBRÓSIO, 2009b, p. 18).

Diante disto, penso que meu desafio de professora pesquisadora foi aliar o ensino da Trigonometria vinculada a questões culturais e históricas, desafiando o aluno a ter iniciativa, ser participativo e pesquisador, acreditando serem estes os componentes capazes de conduzir à compreensão da Matemática.

A décima questão solicitava que os alunos expressassem sua opinião em relação à importância da presença dos elementos da História da Matemática nas aulas de Matemática do Ensino Médio. Responderam de forma afirmativa 10 (dez) alunos e de forma negativa 4 (quatro). Destes, sete justificaram suas respostas com os seguintes relatos:

Aluno 27: Acho super importante conhecer a história da matemática e dos matemáticos, ex: Pitágoras, ele também fez escalas musicais!

Aluno 01: É importante sabermos de onde surgiram tantas fórmulas, tantos meios para mostrar o que acontece em nossa volta e como chegou a um resultado.

Aluno 19: Acho importante, pois o ensino médio explica de forma mais aprofundada os conteúdos.

Aluno 15: Assim você entende melhor a matéria.

Aluno 25: Sabendo o passado pode se interpretar melhor o presente.

Aluno 07: Acho bom nós sabermos de onde vem o que aprendemos e para que utilizaremos.

Aluno 16: Não, pois não vamos usar a história da matemática do mesmo jeito que a matemática.

Com referência à mesma questão, outros 4 (quatro) alunos informaram não terem condições de opinar sobre o assunto e 11 (onze) manifestaram ressalvas quanto à importância da presença dos elementos da História da Matemática nas aulas de Matemática no Ensino Médio. Destes quinze, cinco justificaram da seguinte forma a sua opinião:

Aluno 29: Pois no futuro usaremos mais os números do que a história.

Aluno 21: Não conheço muito da história da Matemática, mas acho importante dependendo do conteúdo abordado, para poder situar o aluno dentro do contexto da matéria.

Aluno 14: É importante pra quem vai cursar algo que tenha matemática.

Aluno 26: É bom saber de onde veio o que estudamos, quem inventou e o porquê, mas acredito que o conteúdo propriamente dito seja mais importante.

Aluno 02: Algumas coisas não precisamos saber de onde vieram, sabendo utilizá-las é o suficiente.

Quando questionados sobre seu interesse pela História da Matemática, 11 (onze) alunos manifestaram ter interesse pelo assunto, outros 11 (onze) se interessam “em parte” pela História da Matemática e os demais declararam não ter interesse pelo assunto. No espaço disponibilizado ao relato sobre o interesse ou não pela História da Matemática, foi relatado o seguinte:

Aluno 08: Eu gosto de entender como tudo aconteceu.

Aluno 01: A história da matemática é algo muito interessante. Muitas fórmulas são batizadas com os nomes dos gênios que tiveram capacidade de buscar e de criar, me dando a certeza de pegar o livro e encontrar como a matemática aconteceu.

Aluno 07: Gostaria de saber quem e para que fez o procedimento.

Aluno 11: Prefiro calcular do que aprender a História da Matemática.

Aluno 14: Pois não gosto da história.

Cinco alunos manifestaram ideia semelhante ao aluno 08. Dois colegas expuseram o mesmo pensamento do aluno 01 e dezessete alunos não quiseram manifestar sua opinião, o que pode talvez ser justificado pelo desconhecimento do tema.

As duas últimas questões abordadas, *“Você acha importante que os elementos da História da Matemática estejam presentes nas aulas de Matemática do ensino médio?”* e *“Você se interessa pela História da Matemática?”*, têm relação entre si e buscavam saber a opinião dos alunos sobre a importância da abordagem dos elementos da História nas aulas de Matemática e seu interesse por este conteúdo.

Nestas respostas percebo que a utilização dos conteúdos históricos é vista positivamente por vários alunos e remete a um incentivo à pesquisa e à descoberta das origens dos conhecimentos que estabeleceram a matemática escrita. Ainda observa-se nas respostas dadas por alguns alunos, como é o caso do aluno 01, que eles consideram única e verdadeira apenas aquela Matemática contada nos livros didáticos e paradidáticos, trazidas para o Brasil pelas grandes navegações, desconhecendo a existência das diferentes matemáticas dentro da sociedade.

Por outro lado é oportuno citar que também há respostas que referenciam a história como algo “chato”, talvez por não entenderem a matemática como uma construção humana nos distintos períodos históricos, imaginando que Matemática se restringe a cálculos e aplicação de fórmulas, não percebendo sua relação com o meio em que estão inseridos. A este propósito D’Ambrósio (2009b) observa que o progresso da Matemática está relacionado ao contexto social, político, ideológico e a fatores psicoemocionais, inclusive espirituais. E ainda de acordo com este autor:

Os reflexos da História da Matemática na Educação são evidentes. Muitos orientam o ensino destacando o fazer matemático como um ato de gênio, reservado a poucos, que, como Newton, são vistos como privilegiados pelo toque divino. O resultado disso é uma educação de reprodução, formando indivíduos desprovidos de capacidade crítica, subordinados e passivos (D’AMBRÓSIO, 2009b, p. 22).

Corroborando com D’Ambrósio, Amâncio fala do Programa Etnomatemático, que propõe:

[...] uma atitude historiográfica que objetiva a recuperação da presença de ideias matemáticas nas atividades humanas, partindo do princípio de que “em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber” (AMÂNCIO, 2010, p. 53).

Concordando com os autores, é possível inferir que diferentes culturas geram diferentes matemáticas, das quais todos podem fazer uso para resolver as dificuldades enfrentadas, não sendo um conhecimento formalizado e disponível para uma minoria.

Quando questionados sobre suas expectativas com relação ao conteúdo Trigonometria, notei que boa parte dos alunos, em suas respostas, manifestou-se de forma apreensiva, em parte devido aos relatos sobre a visão que eles possuíam sobre o conteúdo, como também pela forma diferenciada como seriam abordados nas minhas aulas. Destaco algumas respostas dadas pelos alunos:

Aluno 29: Acredito ser difícil e será necessária muita atenção, mas acho que é um conteúdo interessante de aprender.

Aluno 28: Aprender melhor, ver onde a trigonometria está presente, aulas diferentes.

Aluno 27: Eu gosto, porém é trabalhoso, mas é um conteúdo legal.

Da mesma opinião que a do aluno 29, mais doze alunos se posicionaram relatando não acreditar que a Trigonometria seja um conteúdo fácil e que seria necessário atenção, e, semelhante à declaração do aluno 28, mais nove alunos declararam ter curiosidade em saber onde a Trigonometria é aplicada, esperando por aulas mais atrativas que auxiliassem e facilitassem o aprendizado. Outros cinco alunos declararam gostar do conteúdo por ser interessante e abranger uma grande área do conhecimento, e um aluno informou não saber o que esperar do conteúdo Trigonometria.

As quatro questões seguintes, ou seja, da décima terceira à décima sexta e última foram selecionadas com a intenção de mensurar os conhecimentos matemáticos escolares dos alunos sobre o conceito do triângulo retângulo e a Trigonometria presente neste triângulo.

A décima terceira questão procurou observar se o aluno tinha conhecimento a respeito da definição do triângulo retângulo e se existia alguma característica que o diferenciava dos demais triângulos. Analisando as respostas lançadas no questionário, 6 (seis) alunos informaram não se lembrar dele (conceito/característica), 5 (cinco) não responderam ou não tinham ideia do que fosse um triângulo retângulo e 13 (treze) tentaram, de alguma maneira, esboçar a resposta tendo como princípio a sua construção ou denominação dos seus lados. Somente 4 (quatro) alunos responderam que um triângulo para ser retângulo, um de seus ângulos deve ter 90° (ângulo reto).

No entanto, aquela que chamou mais minha atenção foi a resposta dada por um aluno (FIGURA 13) em relação à conceitualização do triângulo retângulo.

13. O que você entende por triângulo retângulo? Existe alguma característica que o diferencia dos demais triângulos? É um ~~retângulo~~ cortado diagonalmente

Figura 13: Resposta dada por um aluno à questão 13, referente ao conceito do triângulo retângulo. Fonte: Da autora.

Esta explicação nos remete a uma análise de como ele chegou a esta conclusão, pois não se trata simplesmente de uma tentativa para encontrar uma resposta. Partido do conceito de que os retângulos têm seus ângulos retos, possivelmente o aluno, ao realizar a estratégia de fracionar um retângulo por meio do traçado da diagonal, quisesse se referir ao fato de que a área do triângulo retângulo é a semi-área deste retângulo.

Isso pode ocorrer quando se estabelece uma situação dialogal em sala de aula, conforme Tardif (2004, p. 167) comenta: “Ensinar é entrar numa sala de aula e colocar-se diante de um grupo de alunos, esforçando-se para estabelecer relações e desencadear com eles um processo de formação mediado por uma grande variedade de interações”.

Com o objetivo de identificar se os alunos conhecem a nomenclatura dada aos lados de um triângulo retângulo, bem como noções sobre a sua construção, a

questão quatorze questionava se a medida de um dos catetos podia ser maior que a medida da hipotenusa. Constatei que 16 (dezesseis) alunos informaram que não, 10 (dez) não sabiam ou não se lembravam, sendo que 3 (três) declararam que isto é possível.

A questão seguinte não somente abordou as noções sobre a construção deste tipo de triângulo, mas solicitava que os alunos desenhassem, com o auxílio de régua e transferidor (FIGURA 14), dois triângulos retângulos obedecendo a critérios estabelecidos no enunciado desta. A análise dos triângulos retângulos construídos identifica que somente 5 (cinco) alunos conseguiram construir corretamente o primeiro triângulo e 6 (seis) o segundo.

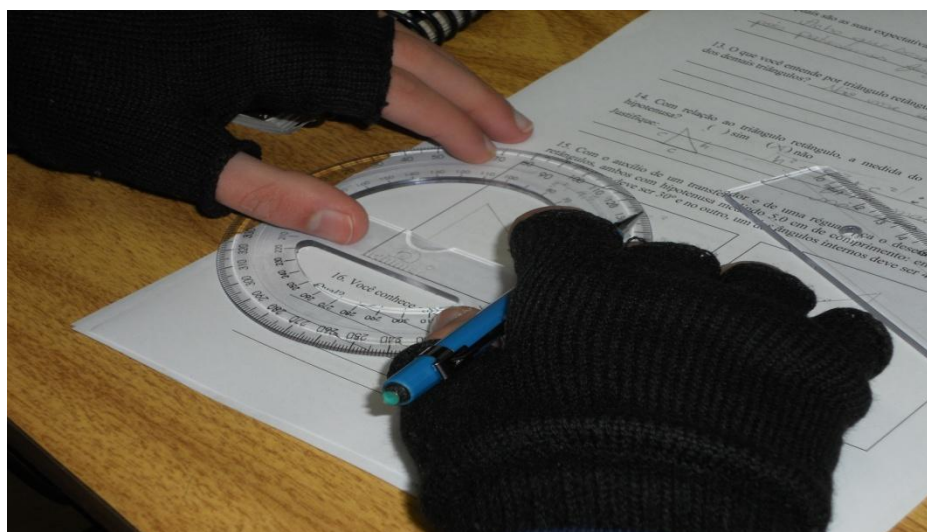


Figura 14: Atividade com transferidor para o desenho do triângulo retângulo.
Fonte: Da autora.

Analisando os triângulos construídos e as respostas dadas a estas três últimas questões, percebo que a maioria dos alunos mostrou dificuldades nas resoluções, e que poucos conseguiram definir triângulo retângulo como aquele que possui um ângulo reto e construir adequadamente os solicitados. Volto novamente à ideia de que estas dificuldades podem estar relacionadas à maneira como estes conteúdos foram vistos ou até mesmo por não terem sido trabalhados alguns no Ensino Fundamental, como o caso do manuseio do transferidor, comentado no início da segunda aula.

A última questão solicitava que o aluno relatasse, caso soubesse, alguma aplicação prática, no dia-a-dia, da Trigonometria. Do total de 29 (vinte e nove)

alunos questionados, 16 (dezesesseis) alunos relataram estar ligada à construção civil, 1 (um) à atividade profissional dos arquitetos e engenheiros civis e outro ao atletismo, para medições quanto à altura e posição corretas. Os demais informaram não lembrar uma aplicação prática ou não responderam a questão.

Estas respostas fizeram-me perceber que, embora já houvesse comentado com a turma de que algumas práticas do setor da construção civil podem estar relacionadas à Trigonometria, os alunos não relataram outras aplicações deste conteúdo matemático no cotidiano, a não ser um que lembrou estar relacionado aos esportes.

Pela análise descrita dos dados do questionário pude traçar o perfil da turma, o nível de conhecimento sobre a Trigonometria tratada na matemática escolar, as dificuldades apresentadas no preenchimento do questionário, as dúvidas e ansiedades. Estes dados auxiliaram a tomada de decisões e a projeção de nossos estudos.

Quanto ao trabalho que visa estabelecer conexões entre a Matemática escolar com os saberes culturais dos profissionais da construção civil, comentei com a turma que ele seria apresentado oralmente e impresso. A cópia escrita deveria seguir a seguinte estruturação: título, objetivo, introdução, desenvolvimento, considerações finais e referências.

O título do trabalho deveria fazer referência ao tema e à profissão sorteados segundo a Tabela 1, objetivando identificar e relatar possíveis ligações entre a História da Matemática, a Trigonometria e o conhecimento matemático desenvolvido neste meio social. Quanto à introdução e o desenvolvimento do trabalho, questionei os alunos se sabiam fazê-los. Destaco as perguntas feitas pelos alunos:

– “A introdução deve ter os passos a serem seguidos ou é um resumo?”.

– “É no desenvolvimento que devo colocar a entrevista?”.

– “No desenvolvimento tenho que relatar a entrevista com as minhas palavras ou se tenho que escrever as palavras dele?”.

– “Tenho que digitar? seguir as normas da ABNT? Não conhecemos quase nada!”.

Estas indagações fazem transparecer a noção de pesquisa que os alunos possuem. Ao levantar a existência das normas da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) revelam seu conhecimento sobre a regulamentação a ser seguida na execução dos trabalhos de pesquisa. Isto também denota a indicação de que em algum outro momento já devem ter realizado pesquisas.

Diante das dúvidas, fiz um breve comentário sobre a introdução. Quanto ao desenvolvimento do trabalho, ressaltai a eles que deveria conter a fundamentação teórica do triângulo retângulo, conceitos, fórmulas, a História da Trigonometria envolvida, o relato da entrevista, a identificação dos conceitos trigonométricos abordados na atividade profissional pesquisada, o modo como estes conceitos são trabalhados pelos profissionais, que matemáticas utilizam na realização de suas tarefas e que contribuições elas podem oferecer à matemática escolar, entre outros. Quanto à apresentação escrita, o trabalho necessitaria ser digitado, com uma apresentação clara e coerente, contudo não precisaria seguir detalhadamente as normas da ABNT.

Quando interrogados se haviam compreendido os passos do trabalho, se havia necessidade de fazer mais comentário sobre eles ou um deles, ou se alguém gostaria de fazer algum, um aluno declarou que havia compreendido, mas que gostaria de saber como se daria o início da busca dos dados históricos.

Aproveitando o questionamento, informei à turma que havia separado algum material didático para dar início à pesquisa sobre a História da Trigonometria para o próximo encontro, mas que poderiam buscar informações em *sites* confiáveis da internet e livros. Também, em alguns momentos, o laboratório de informática da escola seria disponibilizado para a realização de consultas na busca de artigos e outras informações necessárias para o estudo.

Quanto às considerações finais, expliquei-lhes que este espaço é reservado às observações e percepções relativas à História, à Trigonometria trabalhada na sala de aula, o relato do entrevistado e seus elos, entre outros. Nas referências, deveriam constar aquelas trabalhadas em sala de aula, aquelas consultadas em

bibliotecas e acervos literários e aquelas consultadas na internet, com os devidos endereços eletrônicos e a data de acesso.

No momento seguinte solicitei aos alunos que se reunissem em grupos, pois passaríamos a trabalhar com os materiais de pesquisa referentes à História da Trigonometria tratada nos livros, dando início às investigações e discussões para a elaboração do trabalho dos grupos e a busca pelo profissional indicado no sorteio.

Distribuí aos grupos o livro “*Vivendo a Matemática: descobrindo o Teorema de Pitágoras*”, Imenes (1987)³, para servir de recurso para os debates dentro do grupo na busca do conhecimento da História, formação de conceitos e de subsídios para a elaboração do trabalho. A Figura 15 mostra referências a quais os alunos estavam pesquisando.

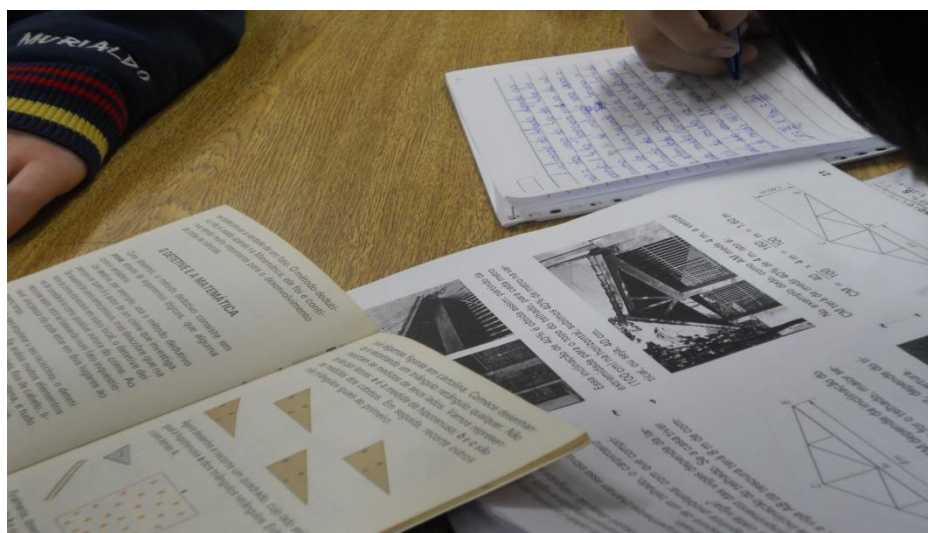


Figura 15: Alunos consultando referências e realizando anotações.
Fonte: Da autora.

Este livro propõe como recurso motivador a construção de um quebra-cabeça que, passo a passo, auxilia a dedução do Teorema de Pitágoras. No decorrer da leitura o aluno também tem contato com diversos conceitos, propriedades, noções de ângulos e raiz quadrada, sugerindo a ele generalizações deste Teorema.

³ IMENES, Luiz Márcio. **Vivendo a Matemática – descobrindo o Teorema de Pitágoras**. São Paulo: Editora Scipione, 1988.

A partir das interações e discussões feitas em seus pequenos grupos (FIGURA 15), da análise e interpretação do material distribuído, os alunos, por diversas vezes manifestaram dúvidas, como:

- *“Profe, o ângulo de 90º graus, como se chama? Não encontrei no livro”.*
- *“Devo usar o triângulo retângulo para explicar o que o mestre de obras faz?”.*
- *“Profe, nosso tema é o esquadro da parede. Temos que resgatar como era a Matemática antigamente e trazer para os dias de hoje, como mostra este livro”.*
- *“Como faço para citar esta parte do triângulo retângulo que quero usar no meu trabalho?”.*
- *“Podemos elaborar um vídeo do trabalho? Fazer maquetes? PowerPoint?”.*
- *“Vamos fotografar os desenhos do livro para comparar com o material que temos em casa”.*
- *“Não lembro direito, estou lendo, ainda não encontrei, mas é hipotenusa, cateto oposto e o outro qual é? Então o maior lado qual é?”.*
- *“Este material nos dá também a ideia de várias perguntas para fazer ao profissional”.*
- *“Que bom ver isso dessa forma. Antes tinha a fórmula pronta e não entendia nada”.*

Nestas falas foi possível perceber o interesse dos alunos pelo estudo da História e da Trigonometria, suas preocupações em associar os assuntos vistos nos textos oficiais às situações diárias vivenciadas no cotidiano dos profissionais da construção civil e a busca pela reflexão, pelo entendimento do tema em questão.

Pelas declarações e perguntas, observei novamente a presença do espírito de pesquisa no intuito de ampliar seus conhecimentos sobre os assuntos tratados. Também notei a criatividade dos alunos na busca de outros materiais, como fotografias, filmagens, gravações, maquetes e demais recursos tecnológicos, para a

ampliação e socialização dos conhecimentos. Com isso, tive a percepção de que estava alcançando um dos objetivos desta proposta que era trabalhar os conteúdos da Trigonometria, aguçando o interesse dos alunos e estimulando a busca de informações, pensando que desta forma estaria auxiliando na construção do conhecimento. Relembrando que estes questionamentos emergiram das interações ocorridas nos pequenos grupos, remeto-me à fala de Tardif:

O ensino é uma atividade humana, um trabalho interativo, ou seja, um trabalho baseado em interações entre pessoas. Concretamente, ensinar é desencadear um programa de interações com um grupo de alunos, a fim de atingir determinados objetivos educativos relativos à aprendizagem de conhecimentos e à socialização (TARDIF, 2004, p. 148).

Esta citação corrobora o caráter de formação humana pela educação. Notei a transformação daquele grupo apático que dizia quase não participar das aulas. Esta pequena modificação metodológica provocou a curiosidade, lançou desafios, oportunizou discussões e troca de ideias, o que despertou o prazer da descoberta.

No sentido de conhecer as impressões dos alunos sobre a forma como os temas até então foram trabalhados, se a abordagem da história oficial proporcionou um melhor entendimento sobre o conteúdo tratado e poder planejar os passos seguintes, obtive os seguintes relatos:

– *“É bom porque a gente discute como montar e como trabalhar com materiais diferentes. Como fazer. Daí a gente aprende”*.

– *“Profe, se a gente trabalhasse sempre assim a gente não esqueceria as coisas tão fácil”*.

– *“Tenho dificuldade em trabalhar assim, mas está sendo legal. Tô aprendendo a ler e interpretar”*.

Nestes relatos percebi o envolvimento, o interesse e a motivação dos alunos pela busca do conhecimento. Também pude observar, no decorrer das aulas, a riqueza de informações na elaboração do conteúdo do trabalho de pesquisa e nas discussões realizadas em seus pequenos grupos.

Dando sequência às atividades de pesquisa, distribuí aos grupos (FIGURA 16), além do material utilizado até então, o livro *“Contando a História da Matemática:*

a invenção dos números”, de Guelli (1994)⁴, que trata da demonstração do teorema de Pitágoras, que *para qualquer triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos dois catetos*, e o texto “A História da Matemática – Carl B. Boyer”, publicado pela Revista por Uta C. Merzbach, traduzida por Gomide (2003)⁵, o qual resgata as origens da Matemática e da História da Trigonometria. Este texto faz comentários sobre a época e locais onde surgiram os primeiros conhecimentos sobre a Trigonometria e sua evolução passo a passo através dos tempos, analisando os acontecimentos que proporcionaram a formação dos saberes.

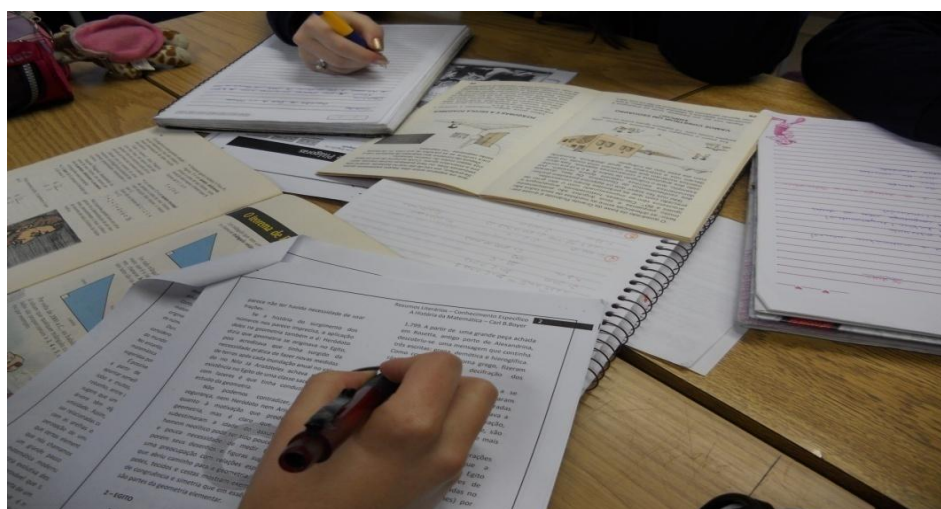


Figura 16: Alunos redigindo o trabalho baseado em referências consultadas.
Fonte: Da autora.

As discussões favoreceram a reflexão sobre as diferentes ideias surgidas dentro de cada grupo. Durante as discussões evidenciei a relevância da utilização dos textos para a construção do conhecimento matemático. Os alunos buscavam respostas às dúvidas surgidas no decorrer das leituras, faziam apontamentos e gradativamente procuravam suprir as dificuldades encontradas, o que gerou alguns questionamentos, conforme segue:

– “Profe, descobri que não foi Pitágoras que inventou o teorema! Tinha há muito tempo antes. Preciso escrever?”.

⁴ GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática – a Invenção dos Números**. São Paulo: Editora Ática, 1994.

⁵ A História da Matemática – Carl B. Boyer. Resumos Literários – Conhecimento Específico. Curso intersecção. Disponível em: <http://www.cursointerseccao.com.br/resumos/a_historia_da_matematica.pdf>. Acesso em: 02 ago. 2011.

- “*Como posso entrevistar o pedreiro? Falo do Teorema de Pitágoras?*”.
- “*Profe, procurei mais do que um pedreiro. Cada um faz de um jeito. O que faço?*”.
- “*Achei esse material e trouxe para você ver se posso utilizar*”.

Diante destas colocações percebi o interesse dos alunos em compreender as teorizações do triângulo retângulo, bem como a curiosidade em ver suas aplicações e estabelecer relações entre a Trigonometria tratada na escola e as situações vivenciadas pelos trabalhadores da construção civil.

Como já comentei anteriormente, quando da resposta dada pelo aluno 01 à décima primeira questão do questionário inicial, sobre seu interesse pela história da matemática, que: “A história da matemática é algo muito interessante. Muitas fórmulas são batizadas com os nomes dos gênios que tiveram capacidade de buscar e de criar, me dando a certeza de pegar o livro e encontrar como a matemática aconteceu”, ele considera como verdadeira a história que está nos livros e agora relacionando a expressão do aluno que disse: “*Profe, descobri que não foi Pitágoras que inventou o teorema! Tinha há muito tempo antes. Preciso escrever?*”, percebi que eles começaram a problematizar os conhecimentos matemáticos tidos como únicos e verdadeiros.

Prosseguindo com a atividade de pesquisa e análise dos livros e textos disponibilizados aos grupos, relativos à História da Trigonometria, acrescentamos o material decorrente da própria investigação e curiosidade dos alunos. No decorrer da aula, foram convidados a realizar uma atividade (APÊNDICE 2) que envolveria a aplicação dos conhecimentos sobre o triângulo retângulo pesquisados até o momento. Esta consistia em reproduzir em um triângulo retângulo sugerido de lados com 3 cm (centímetros), 4 cm e 5 cm, uma das deduções atribuídas ao Teorema de Pitágoras, visando comprovar a afirmação normalmente encontrada nos livros didáticos: *em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos dois catetos*.

No entanto, não poderia deixar de comentar o fato de que, segundo Imenes (1988) o professor americano de matemática Elisha Scott Loomis colecionou,

durante muitos anos, demonstrações do teorema de Pitágoras e esse trabalho resultou em um livro contendo 370 demonstrações diferentes. Isto deve-se ao fato da seita pitagórica ser secreta e suas descobertas pouco divulgadas, ficando difícil saber exatamente a demonstração usada por seus membros. Várias demonstrações foram sendo elaboradas por outros matemáticos da Grécia Antiga e, com o passar do tempo, novas provas foram aparecendo.

Visando construir e socializar o conhecimento através da prática, esta atividade foi desenvolvida dentro dos pequenos grupos para possibilitar a discussão, a interação e a interpretação do conceito do triângulo retângulo e do Teorema de Pitágoras.

Dos trinta e quatro alunos matriculados nesta turma, 33 (trinta e três) estavam presentes no encontro, e fazendo uso dos materiais mais diversos, todos apresentaram de forma satisfatória a dedução do Teorema de Pitágoras reproduzida a seguir (FIGURA 17):

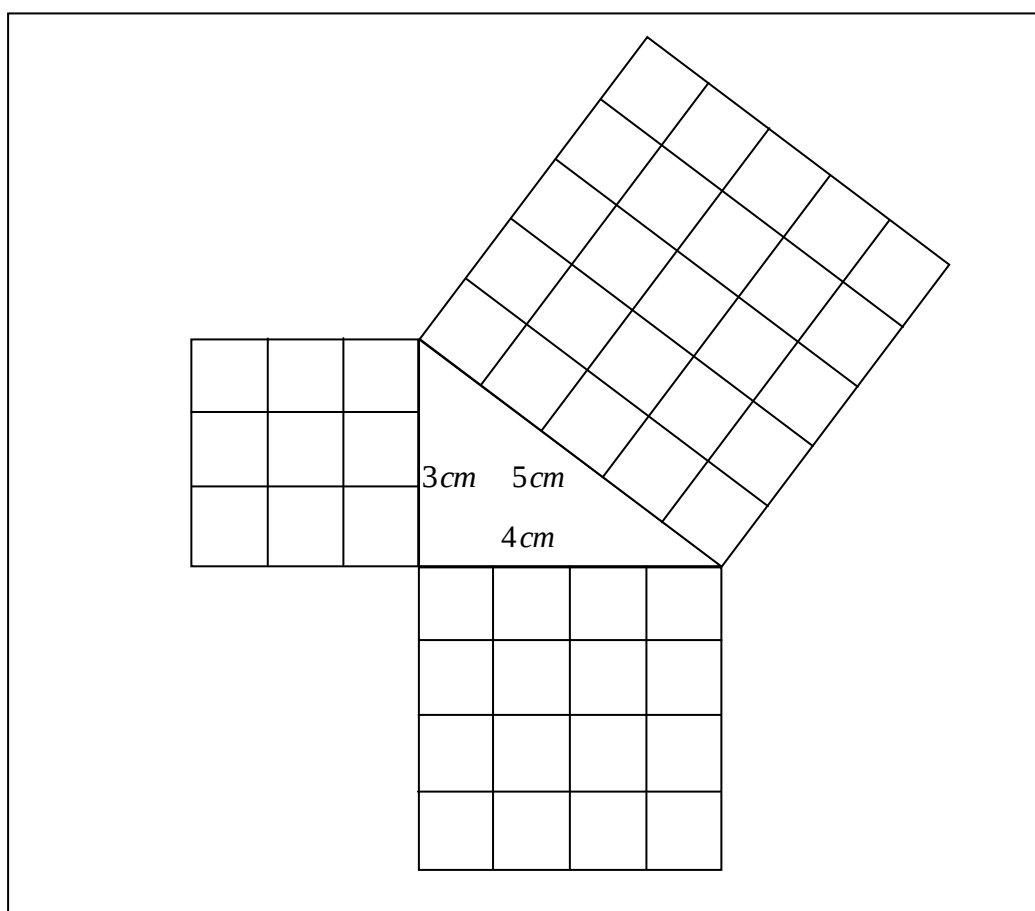


Figura 17: Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizada pelos alunos.
Fonte: Adaptado de Imenes (1987).

Dando continuidade às atividades da minha pesquisa, iniciamos, novamente reunidos em grupos, um novo encontro, agora com os trinta e quatro alunos presentes. Distribuí a cada educando uma folha de exercícios (APÊNDICE 3) contendo 6 (seis) questões relacionadas aos conceitos de triângulo retângulo e do Teorema de Pitágoras, pré-requisitos ao estudo das razões trigonométricas que passaríamos a estudar.

As questões 01, 02, 03, 04, e 05 compreendem a aplicação dos conhecimentos sobre o Teorema de Pitágoras. As questões retratam situações práticas vividas pelos habitantes do Egito, Mesopotâmia, Índia e Arábia, na época da construção do saber, retiradas dos livros “*Contando a História da Matemática: dando corda na trigonometria*” de Guelli⁶ e “*História da Matemática: dos números à geometria*” de Galvão⁷. Na análise das respostas (TABELA 2) foi possível identificar o que segue:

Tabela 2 – Dados referentes à Interpretação e aos cálculos dos problemas 01, 02, 03, 04 e 05 do Apêndice 03.

QUESTÃO	INTERPRETAÇÃO		CÁLCULO	
	Correta	Incorreta	Correto	Incorreto
Questão 01	31	3	25	9
Questão 02	30	4	28	6
Questão 03	34	-	-	-
Questão 04	33	1	33	1
Questão 05	34	-	-	-

Fonte: Da autora.

Nestas questões pude observar que muitos alunos conseguiram interpretar adequadamente os problemas de aplicação deste teorema, embora alguns não tenham realizado corretamente os cálculos, demonstrando que o conceito do

⁶ GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática – dando corda na trigonometria**. São Paulo: Editora Ática, 1993.

⁷ GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **História da Matemática: dos números à geometria**. Osasco: Edifício, 2008.

triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras foram compreendidos. Nos cálculos, tiveram dificuldades quanto à aplicação das regras dos produtos notáveis e na resolução das equações. Não foram investigadas as causas que deram origem às dificuldades relacionadas aos cálculos, apenas considerou-se o aprendizado referente à interpretação e aplicação do teorema.

A questão 06 objetivava observar se os alunos compreenderam o conceito do triângulo retângulo: triângulo retângulo é todo triângulo que tem um ângulo reto – 90° (ANDRINI, 1989), a nomenclatura dos seus lados (hipotenusa e catetos) e o manuseio do transferidor. Nesta questão, com o auxílio do transferidor e de uma régua, os alunos deveriam construir dois triângulos retângulos de cateto adjacente medindo 6 cm de comprimento. Num deles um dos ângulos internos deveria ter 40° e no outro 25° .

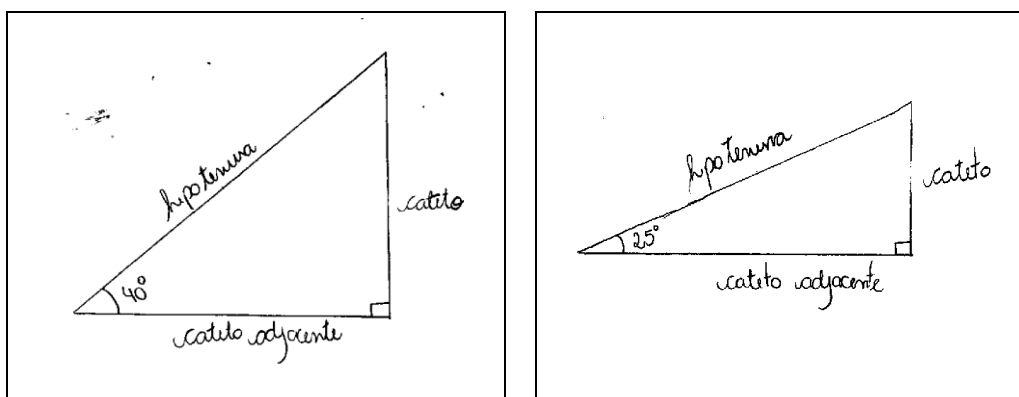


Figura 18: Resolução da questão 06 do Apêndice 3, realizada por um dos alunos.
Fonte: Da autora.

Analisando os triângulos retângulos construídos, como exemplificado na Figura 18, pude observar que 29 (vinte e nove) alunos conseguiram construir adequadamente o primeiro triângulo e 30 (trinta) o segundo. Verifiquei que a metodologia adotada auxiliou na construção do conhecimento, sanando dificuldades anteriormente apresentadas, visto que este exercício é equivalente à questão 15 do questionário inicial (APÊNDICE 1), no qual os alunos não lembravam se conheciam o transferidor e sua utilização, bem como a nomenclatura dada aos seus lados, onde somente 5 (cinco) alunos conseguiram construir corretamente os dois triângulos solicitados.

Ainda referente à questão 06, os alunos me chamavam frequentemente para verificar se o do transferidor estava correto. Percebi novamente que o questionamento pode provocar discussões dentro dos grupos, auxílio mútuo (clima de equipe) para a realização da atividade solicitada e a interação entre todos os envolvidos (alunos e professor), indicando a participação e o interesse do aluno.

Prosseguindo com as atividades previstas para esta pesquisa, iniciamos uma nova etapa no ensino da Trigonometria, em que pretendo, por meio da História e da contribuição de conhecimentos etnomatemáticos, trabalhar os conceitos das razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente. Visando a interação entre os alunos, continuei com os trabalhos em pequenos grupos, onde os conceitos foram abordados a partir de situações-problema, dando ênfase à contextualização na realização de atividades práticas que atuaram como elo entre as situações reais e sua representação matemática.

Distribui aos grupos o texto “Astrolábio” (ANEXO 1), que alude a uma invenção de grande importância. Nele busco subsídios para a fundamentação dos conceitos das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo e, ao mesmo tempo, proporcionar uma leitura agradável e atrativa.

Após a leitura silenciosa do texto, fiz um breve comentário sobre o assunto a fim de favorecer a reflexão de diferentes ideias relativas ao tema abordado. Durante a discussão foram levantadas as seguintes dúvidas:

- “Acho que não consigo imaginar um astrolábio, como seria?”
- “Não entendi quem inventou o Astrolábio?”.
- “Enfim, para que serve o Astrolábio hoje?”.
- “Sim, e aí, o que consigo fazer com ele?”.
- “Nunca tinha ouvido falar nisso profe, alguém ainda usa?”.
- “Será que é algo parecido com uma bússola?”

Esta atividade foi gratificante, porque a resposta a estas interrogações demonstraram o envolvimento e a motivação dos meus alunos com o estudo e

retrata os motivos que impulsionaram a minha pesquisa. Neste momento pude observar neles, novamente, a curiosidade e o interesse pelo saber, tornando a história uma ferramenta para poder esclarecer os questionamentos e construir conhecimentos, como argumenta Duarte:

É no sentido de conhecer essas e outras histórias, outras matemáticas, e os processos de exclusão produzidos na literatura disponibilizada aos estudantes, que percebo as potencialidades da incorporação da História da Matemática no currículo escolar (DUARTE, 2009).

Também para D'Ambrósio (2009b, p. 24) as manifestações matemáticas são “muito mais do que apenas manipular notações e operações aritméticas, ou lidar com a álgebra e calcular áreas e volumes, mas principalmente lidar em geral com relações e comparações quantitativas e com as formas espaciais do mundo real, e fazer classificações e inferências”.

É nesta perspectiva que entendo que abordar e conhecer os aspectos relativos a fatos importantes da história pode auxiliar na compreensão dos conteúdos que hoje ensino na escola, além de poder proporcionar aos alunos uma visão mais ampla do conhecimento que possa ser aplicado nas situações-problema surgidas na vida.

Com o propósito de aprofundar os conhecimentos, desloquei-me com os educandos ao laboratório de informática em busca destas respostas e, ao mesmo tempo, instiguei-os para que relatassem suas descobertas. Cada grupo foi incumbido de redigir um pequeno texto contendo dados sobre a origem do astrolábio, o que a história diz sobre ele e qual sua utilidade por mais de dez séculos. Clareto destaca a importância de se criarem desafios:

Quando somos colocados diante do novo, do desafio, do desconfortável, somos colocados diante da possibilidade de invenção de nós mesmos e inventamos o mundo. Inventar é diferente de criar: enquanto criar é produzir soluções para problemas, inventar é criar problemas, problematizar. A problematização nasce com o estranhamento, com o novo, o inusitado (CLARETO, 2009, p. 130).

As palavras do autor traduzem a minha intenção de problematizar situações. Ao lançar o desafio sobre o assunto Astrolábio, pretendia levar os alunos à reflexão, à busca de respostas, à formação do hábito da pesquisa e à produção do conhecimento.

Nesta perspectiva, e visto o valor histórico que o texto (ANEXO 1) atribui a esta invenção e o avanço que ela proporcionou à Matemática, à Astronomia, à navegação e a outras áreas do conhecimento da época, propus aos alunos a construção de um modelo de astrolábio. Procurando estimular a curiosidade do aluno e criar possibilidades para a construção do conceito da razão trigonométrica: tangente, ele seria utilizado na realização de medições para a resolução de problemas práticos a serem executados e discutidos nos futuros encontros.

Dando continuidade à elaboração do relatório sobre o astrolábio, agora reunidos em seus pequenos grupos na sala de aula, trouxeram alguns textos encontrados em suas pesquisas, anotações pessoais e computadores (*notebooks*). Os alunos mostraram concentração e interesse durante estes momentos de pesquisa e à medida que faziam seus apontamentos, alguns depoimentos ou manifestações foram levantados, os quais transcrevo a seguir.

– *“Imagino que como eles não tinham calculadora, como calculavam?”*

– *“Bom, isso serve pra nos mostrar que naquela época também usavam matemática, os caras eram bem engenhosos”.*

– *“Profe, o Astrolábio surgiu por causa da Astronomia?”.*

– *“Será que ainda existem pessoas que usam o astrolábio? Só tem em museus?”.*

Diante das colocações, indiquei subsídios para pesquisa adicional sobre o assunto, sobre instruções e materiais necessários a sua construção. A obtenção do material ficou a cargo de cada grupo para o próximo encontro, no qual o astrolábio seria confeccionado.

Por fim, recebi os trabalhos que, ao analisá-los, constatei que todos comentaram os itens solicitados e acrescentaram informações novas, enriquecendo os estudos. D’Ambrósio (1997, p. 72) comenta este fato: “A oportunidade de o aluno se manifestar sobre temas que julga relacionados com o tema da aula é muito importante. Ele se sente valorizado. E isso pode ajudar a enriquecer os conhecimentos do professor”.

A participação do aluno na construção do conhecimento também é citada por Moreira, acrescentando que é importante buscar formas que possibilitem a integração dos conhecimentos etnomatemáticos na matemática escolar, tornando-a aplicável:

Assim, no meu ponto de vista, a conceptualização sobre diferentes formas de integrar o conhecimento etnomatemático na matemática escolar é indispensável para construir ferramentas e práticas conducentes à participação de forma informada na sociedade, nomeadamente, tendo em conta a necessidade de o grupo social se desenvolver enquanto grupo, preservando as suas formas próprias de conhecer e interagindo com outros grupos sociais (MOREIRA, 2009, p. 67).

Na minha percepção, pela qualidade dos trabalhos dos meus alunos, pelas suas contribuições individuais, pelos estudos e discussões ocorridos nos grupos de estudo, pude evidenciar que as palavras dos autores traduzem o que estava ocorrendo em sala de aula. Promovendo estas ações, busquei a formação de uma atitude investigativa, importante para a construção do conhecimento matemático, fundamentado nos saberes oriundos do meio social.

Novamente reunidos em grupos e de posse dos materiais, pôs-se em prática a construção do Astrolábio (FIGURA 19). Para que todos os alunos tivessem oportunidade e acesso ao manuseio dos materiais empregados em sua construção, bem como posterior utilização na realização de medições, solicitei aos grupos que fosse confeccionado um Astrolábio para cada integrante, promovendo, dessa forma, a integração e a colaboração coletiva.



Figura 19: Alunos construindo o astrolábio.
Fonte: Da autora.

No transcorrer da atividade de construção do Astrolábio, pude observar que alguns alunos apresentaram dificuldades no manuseio dos materiais. Não acertavam o lugar exato da colagem, não conseguiam amarrar o fio, os recortes não eram exatos e também houve problema na interpretação das regras de construção do instrumento. Notei neste momento a desvalorização que a escola e a sociedade têm em relação às habilidades manuais, outrora muito mais trabalhadas.

A construção do Astrolábio propiciou o desenvolvimento da solidariedade e da ajuda mútua durante a atividade, um segurando o material para a colagem, outro amarrando o fio para o colega, e assim por diante. Isto possivelmente ocorreu porque ela foi feita em equipe, pois se fosse individual poderia aparecer a competitividade, o individualismo, que impediriam a cooperação entre os colegas. Então lancei um desafio perguntando quem sabia usar o objeto que construíram e explicar seu uso. As respostas que obtive foram:

– *“Temos que olhar por esse canudinho e marcar o ângulo?”*.

– *“Não tenho ideia como funciona! Não consigo imaginar como encontrar o triângulo retângulo”*.

– *“Profe, vi lá no laboratório um exemplo prático de como usar o astrolábio. Achei bem simples!”*.

– *“Não entendi porque tenho que somar minha altura”*.

– *“Dá para calcular sem medir a distância?”*.

Para sanar as dúvidas, solicitei que trouxessem para a próxima aula, além do astrolábio, uma trena por grupo, pois seria necessária para a realização de medidas nas atividades de campo (pátio da escola).

Ao final do período, ouvi a exclamação, nada habitual para as aulas de Matemática: *“que pena que esta aula terminou!”*. Isto demonstra que eu estava trabalhando com aulas interativas e dinâmicas. Também percebi que minha proposta metodológica provocava interesse, curiosidade, comprometimento e envolvimento dos alunos com o estudo e a realização das atividades práticas. Reporto-me aqui ao pensamento de D’Ambrósio:

[...] o docente está num processo permanente de aprimorar sua prática e nada melhor para isso do que ele próprio conhecer seu desempenho por meio de relatórios dos que estão participando dessa prática. [...] o professor está interessado em saber o quanto da mensagem que ele pretendia dar aos alunos foi passado e como ela foi compreendida (D'AMBRÓSIO, 1997 p. 73).

Concordando com sua ideia, acredito que a avaliação do próprio desempenho é um precioso dado para o professor que não se acomoda, que busca contínua evolução no seu trabalho, e o prêmio por esse interesse às vezes é imediato, como aconteceu comigo na exclamação do aluno: *“que pena que esta aula terminou!”*.

Embora o Astrolábio tenha sido substituído por equipamentos mais modernos, como menciona Fantuzzi em seu texto (ANEXO 1), pretendo mostrar aos alunos que sua utilização ainda é possível, e que se empregado adequadamente, este instrumento rudimentar pode fornecer dados com um bom grau de precisão.

Durante a atividade de campo realizada no pátio da escola com o Astrolábio e a trena, cada aluno deveria fazer suas próprias medições, fazer suas anotações e, com a ajuda do grupo, passar todos os dados para uma planilha. Foram medidos os mais diversos pontos, como a altura da cobertura do pátio da escola, a altura do ginásio de esportes, do poste de espirobol, a goleira de futsal, e outros, servindo-se dos conhecimentos construídos nas atividades anteriores. Alguns tiveram dificuldade no manuseio da trena e receberam ajuda dos colegas. A “confusão” no pátio era grande, mas todos estavam interessados em executar sua tarefa.

Ao término da atividade, solicitei que relatassem ao grande grupo algumas situações-problema vivenciadas nesta experiência. Fez-se uma análise dos dados obtidos e, nestas comparações, e pelas pesquisas realizadas até então, chegaram à noção da razão tangente de um ângulo, assim nomeada pelo professor após a vivência da situação. Um dos grupos, inseguros sobre a exatidão dos cálculos apurados durante as medições, chegou a tirar a “prova real” de uma das situações-problema. Após a constatação da altura da goleira de futsal, com o auxílio da trena, verificaram que o valor calculado com o Astrolábio conferia com a medição realizada. Esta atividade despertou o interesse entre os alunos e disseram que jamais iriam esquecer esta experiência.

Para demonstrar a compreensão da noção da tangente de um ângulo e do uso do astrolábio, e de posse dos dados obtidos nas medições, solicitei aos grupos que formulassem exemplos de problemas (FIGURAS 20 e 21) envolvendo as situações vivenciadas nesta saída de campo, bem como a sua representação e resolução.

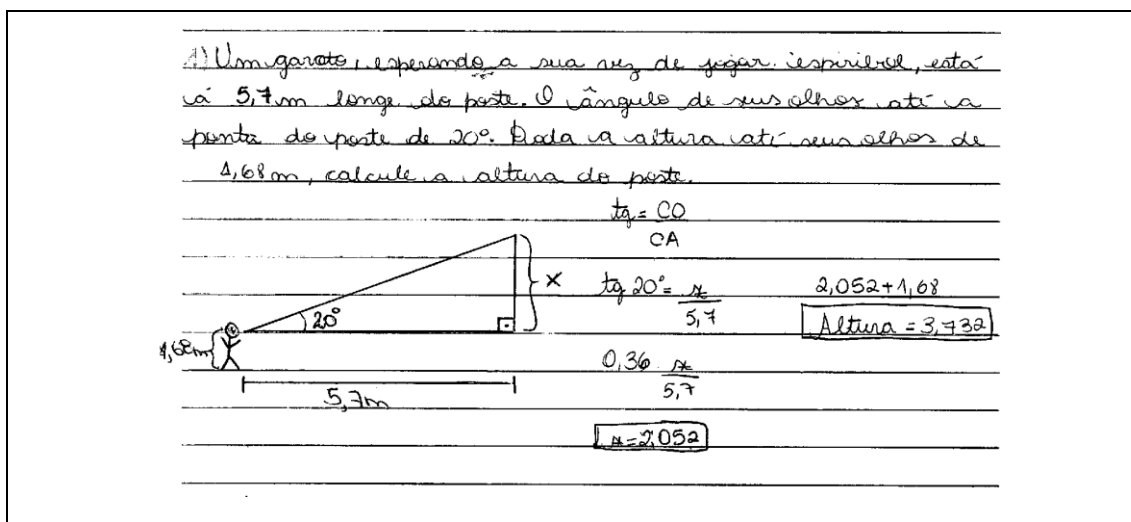


Figura 20: Exemplo de problema montado pelos grupos envolvendo a noção da tangente de um ângulo com o uso das medições obtidas com o astrolábio.

Fonte: Da autora.

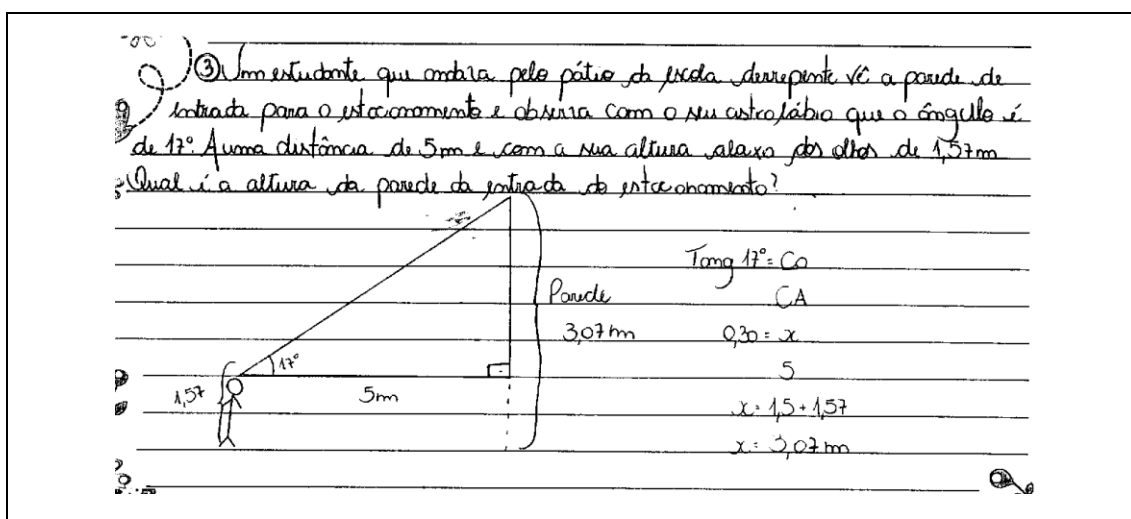


Figura 21: Exemplo de problema montado pelos grupos envolvendo a noção da tangente de um ângulo com o uso das medições obtidas com o astrolábio.

Fonte: Da autora.

Pelos problemas criados vê-se que os alunos, ao proporem os enunciados que caracterizaram as situações reais vivenciadas, condicionaram-se ao uso das regras da matemática escolar que costumeiramente utilizava até o início desta prática pedagógica. Embora tenha provocado neles o espírito investigativo e

buscado problematizar os conteúdos curriculares, não ousaram utilizar ou até mesmo, pesquisar outras possibilidades de resolução para as situações criadas.

No andamento da pesquisa, pelas discussões surgidas nos grupos em sala de aula e pelo interesse despertado nos alunos em relação à História da Matemática e sua implicação na Trigonometria e no cotidiano, convidei um profissional da construção civil atuante na cidade de Caxias do Sul e região para ministrar uma palestra aos alunos. Esta palestra ocorreu no mini-auditório da escola e, além dos alunos participaram funcionários do setor de coordenação pedagógica que acompanham a execução da minha pesquisa.

O objetivo da palestra foi proporcionar aos alunos o desenvolvimento de percepções e saberes relativos à matemática empregada por esses profissionais no que diz respeito ao desnível do terreno, à construção das tesouras do telhado, e também como se faz o esquadro, temas que estão sendo pesquisados pelos grupos. Contudo, a explanação não se limitou somente a esses temas, pois quando se abriu espaço para perguntas, outros aspectos foram questionados e esclarecidos pelo convidado.

Ao apresentar o profissional, informei aos alunos que não se tratava de um palestrante com formação acadêmica específica e sim de um obreiro da construção civil que se dispôs a conversar com a turma narrando suas próprias experiências e conhecimentos. A seguir descrevo as suas falas:

Eu vim falar sobre obra (construção). Quando me contratam me entregam o projeto com o cálculo, a planta estrutural, a elétrica. Para começar uma obra precisa saber o prumo, o nível, como tirar esquadro. A prefeitura indica uma linha paralela que não pode ser mexida (divisa). No esquadro eu não vou pela Matemática, uso mais a experiência prática. Puxo 3 metros daqui e 3 metros dali, e para saber se está no esquadro eu faço um "X" que tem que me dar a mesma medida. Este é o início de uma obra, a linha base. O engenheiro fornece os cálculos para fazer a parte da madeira.

A construção civil evoluiu bastante. Uma vez falava que era pedreiro ou construtor, debochavam da gente. Um pedreiro hoje ganha mais que um médico.

O telhado tem a porcentagem calculada assim, por exemplo: quero o telhado com 30% (trinta por cento) de caimento. Pego cada metro e subo 30 centímetros. Uma obra de 8 metros, pego o meio, 4 metros, 30% é 1,2 metros de altura. Fiz curso de interpretação de projeto, mas os engenheiros só fornecem as medidas. É só saber onde começa e pra onde vai.

Prá assentar uma cerâmica, tem que ver onde começa e até onde vai. Se tá fora do esquadro, tem que puxar a linha. A linha é a primeira coisa necessária. Nos acabamentos, quanto mais fizer no prumo, economiza no reboco. Uma obra errada nas medidas aumenta seu custo em 30 a 40%.

Na sequência disponibilizou-se um período de tempo para esclarecer dúvidas e questionamentos. A primeira questão foi sobre o prumo. Explicou que prumo é uma linha que contém dois apoios nos extremos e é utilizado como um pêndulo. Posto na vertical, ele indica a inclinação chamada “prumo”. Depois os alunos perguntaram sobre o nível, obtendo a seguinte resposta: *“Para saber o nível, pega uma mangueira transparente, enche de água. As duas pontas mantêm a água na mesma altura (nível). Hoje há o nível a laser, prumo a laser, ...”*

A turma estava envolvida com a fala do profissional, fazendo comentários e tirando dúvidas. O palestrante continuou a conversa:

Antigamente o trabalho era mais braçal. Hoje tem máquina pra tudo, pra subir, pra descer, os guinchos, ... Economiza mão-de-obra e tempo. Cada vez as obras são mais rápidas e com custo menor. O aproveitamento de material é muito importante. Para isso deve-se deixar tudo organizado, limpo, as passagens livres. Quando se precisa de algum material, este é logo encontrado.

Ao ser questionado sobre a Segurança no Trabalho, ele mencionou que este é um ponto fundamental: *“o Ministério do Trabalho controla muito o uso dos EPI (Equipamentos de Proteção Individual). Se alguém não estiver usando, pára a obra. Com 50 ou mais trabalhadores, deve ter um Técnico em Segurança”.*

Ao ser questionado sobre a função do contramestre, mencionou que cada dia é um recomeçar, e este indica as tarefas a serem realizadas por cada trabalhador. Outro questionamento foi sobre o desnível do terreno. Explicou que se parte do ponto mais alto do terreno com a mangueira e vai marcando “metro a metro” de desnível até o final do terreno (ponto mais baixo). Já para a colocação do piso do banheiro, deve-se fazer caimento para o ralo. Você tem o nível (ponto de partida) e vai aumentando o desnível até o ralo.

No desnível de terreno para uma casa, faz andares. Para prédio, é aproveitamento para garagens. A Prefeitura hoje só aprova projetos com garagens. Para a venda, o que mais é solicitado pelos compradores: banheira de hidromassagem, churrasqueira e uma, duas ou mais garagens.

Ainda comentou que a Prefeitura libera a altura dos prédios conforme o plano diretor da cidade:

Mas há muito jogo de interesses, fazem seguidas mudanças no plano diretor. Isso estraga a cidade. Também aqui há pouca reserva de área

verde, é parede com parede. Um empresário ao qual presto serviços sempre constrói em terrenos grandes, sobrando bastante área livre. O importante é pensar no ambiente.

Outra questão levantada pelos participantes estava relacionada ao procedimento aplicado para mudar uma parede ou abrir uma porta. Ele explicou que: “o fundamental é o escoramento das vigas e da laje superior. Hoje há produtos expansivos que facilitam o trabalho”. Para saber se duas paredes estão no esquadro, respondeu que mede 60 cm de uma parede e 80 cm de outra:

Se a medida entre os dois pontos der um metro, as paredes estão no esquadro. Se der menos, é ângulo fechado, e assim por diante. As distâncias podem ser duplicadas, e dá certo. Para saber o esquadro de uma sala basta tirar o esquadro de um canto.

Solicitaram dados sobre salários, e ele disse que um mestre de obra ganha em torno R\$ 4.000,00 mensais.

O servente ganha R\$ 800,00 por mês. Existem azulejistas ganhando R\$ 12.000,00. O engenheiro ganha em torno de 6% da obra. Hoje não se deve pensar só em medicina, odontologia. A construção civil é de futuro. Outro dado é que para contratar bons profissionais para reformas passa-se muito trabalho para encontrar.

Uma última pergunta feita não poderia deixar de ser sobre o acidente ocorrido no dia 27 de agosto do corrente ano, em Porto Alegre – RS⁸. O obreiro afirmou que a chapa desabou por erro de execução e não de engenharia.

Houve falta de escoras. Além das escoras, é muito importante unir as escoras entre si para terem muito maior resistência. E quem controla isso é o contramestre. Hoje o concreto não é levado em carrinhos, mas despejado muito mais rapidamente por maquinários, o que aumenta a necessidade de maior escoramento.

Os alunos demonstraram-se interessados na explanação, visto os comentários e as perguntas realizadas. Percebemos na causa do acidente a necessidade dos conhecimentos escolares e cultural estarem relacionados, pois certamente o projeto previa o escoramento necessário para suportar a quantidade de concreto a ser usado na obra, mas talvez não para recebê-lo num só ponto, e este poderia ter sido evitado. Assim fica novamente ressaltada a importância da

⁸ Acidentes em obras expõem falta de segurança e de fiscalização. **Revista Proteção**. Disponível em: <http://www.protecaao.com.br/site/content/noticias/noticia_detalhe.php?id=J9yAAnjg>. Acessado em: 15 dez. 2011.

contribuição da matemática do mundo do trabalho dada à do mundo escolar. Esta ligação também é narrada por Duarte, em sua pesquisa, ao analisar a prática social “misturar a massa”:

[...] Definir a relação entre as quantidades dos ingredientes para compor uma massa (mistura de areia, cimento e água), por exemplo, ia além de um simples conhecimento sobre a relação entre dois números. Nesta prática entravam em jogo outros saberes. Era necessário conhecer o “ponto” da massa, a finalidade a que se destinava tal mistura, verificar se a areia estava molhada, ou seja, fazia-se necessário prestar atenção às contingências e as eventualidades impostas pela realidade (DUARTE, 2010, p. 194).

Outra constatação dos alunos foi que, mesmo com a invenção de equipamentos modernos, como a trena a *laser*, o nível a *laser*, o teodolito e outros, os profissionais da construção não dispensam o antigo prumo, a trena, o esquadro na realização das obras, nem as tradicionais mangueiras para determinar o desnível do terreno. Essa soma de conhecimentos matemáticos também é referida por Duarte em sua dissertação de mestrado:

[...] posso inferir que o “mundo da construção civil” desenhado por meus informantes, e que busquei apreender com a realização da parte empírica desta pesquisa, encontrava-se permeado por saberes matemáticos que, na maioria das vezes, são ignorados pela escola (Idem, 2003, p. 84).

Esta citação vem ao encontro do relato do palestrante, quando comentou que sem os saberes da vida, da experiência, não há como realizar uma obra. Ao se defrontar com problemas no decorrer da obra o trabalhador busca na sua matemática alternativas para resolver estas situações.

Outro fato que chamou a atenção dos presentes foi quanto aos salários pagos para os trabalhadores da construção civil e as possibilidades profissionais que este ramo oferece. Estas informações podem ter possibilitado o vislumbre de caminhos talvez antes não imaginados ou não tão midiáticos. Com as informações obtidas na apresentação, os alunos puderam traçar um paralelo com as entrevistas realizadas, o que possivelmente pôde colaborar com os seus trabalhos de pesquisa.

Dando sequência às atividades programadas para esta manhã letiva, retornamos à sala de aula, onde novamente em grupos, iniciamos uma nova atividade visando à continuidade da construção dos conceitos das razões trigonométricas – seno, cosseno e tangente – no triângulo retângulo (APÊNDICE 4).

A atividade consistia em construir o triângulo retângulo ABC a partir de dados fornecidos para o cateto adjacente e para o cateto oposto, os quais foram denominados “*distância*” e “*altura*”, respectivamente. A hipotenusa foi chamada de “*afastamento*”. Neste mesmo triângulo retângulo foram traçados dois novos segmentos verticais e paralelos ao lado denominado “*altura*”, formando os triângulos retângulos DBE e FBG , semelhantes (FIGURA 22).

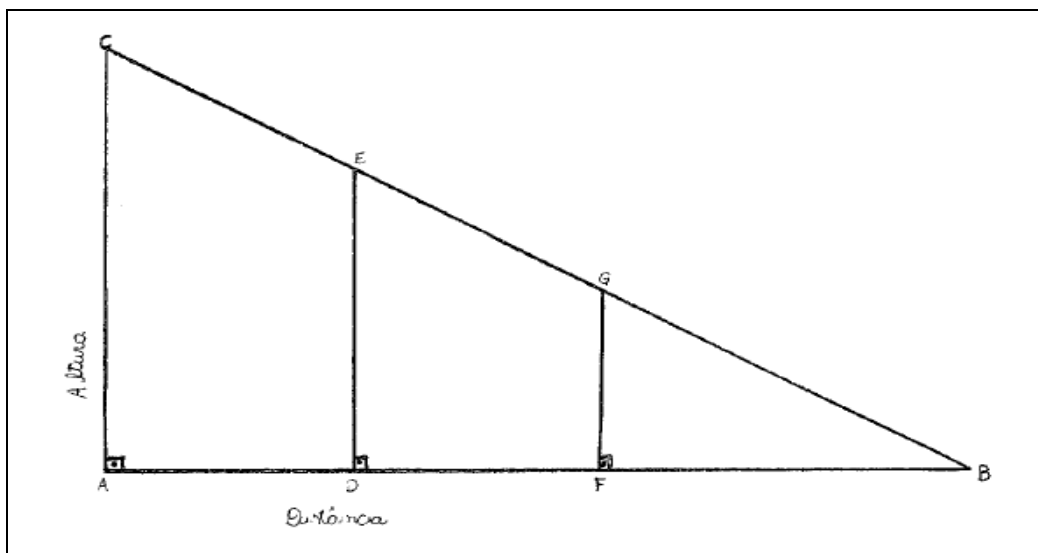


Figura 22: Exemplo de construção de triângulos retângulos de um aluno.
Fonte: Da autora.

Recomendei que a construção dos triângulos retângulos e suas medições fossem precisas, pois delas dependeria o preenchimento de uma tabela (FIGURA 23), cuja análise constituiu o nosso objeto de estudo, ou seja, a construção dos conceitos das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente.

Triângulo	MEDIDAS		<i>afastamento</i>	$\frac{\textit{altura}}{\textit{distância}}$	$\frac{\textit{altura}}{\textit{afastamento}}$	$\frac{\textit{distância}}{\textit{afastamento}}$
	<i>altura</i>	<i>distância</i>				
<i>ABC</i>	8 cm	14 cm	16,12 cm	0,57 cm	0,49 cm	0,86 cm
<i>DBE</i>	5,7 cm	10 cm	11,5 cm	0,57 cm	0,49 cm	0,86 cm
<i>FBG</i>	3,4 cm	6 cm	6,8 cm	0,56 cm	0,50 cm	0,88 cm

Figura 23: Exemplo de uma tabela preenchida do Apêndice 4.
Fonte: Da autora.

Também, aproveitei o momento para instigá-los ao uso da calculadora na realização dos cálculos, contemplando o uso da ferramenta tecnológica, como sugere D’Ambrósio:

A ignorância dos novos enfoques à cognição tem um reflexo perverso nas práticas pedagógicas, que se recusam, possivelmente em razão dessa ignorância, a aceitar tecnologia. Ainda há uma enorme resistência de educadores, em particular educadores matemáticos, à tecnologia. O caso mais danoso é a resistência ao uso da calculadora. Os computadores e a internet são, igualmente, ignorados nos currículos de matemática. Claramente, a introdução de calculadoras e de computadores não é meramente uma questão de metodologia. Em função da tecnologia disponível, surgem novos objetivos para a educação matemática. Muitas vezes a resistência vem embebida de um discurso ideológico obsoleto, que dificulta a superação dos males do capitalismo perverso, identificados na iniquidade, arrogância e prepotência, tão comuns nas escolas atuais. E também novos conteúdos, importantes e atuais, que nunca poderiam ser abordados sem a informática (D'AMBRÓSIO, 2009a, p. 55)

Nesta ótica, percebi que o uso dos recursos calculadora e informática proporcionaram aos meus alunos maior motivação, agilidade e confiança na realização dos cálculos e resolução dos problemas. O uso destas tecnologias só veio a acrescentar, contribuindo para minhas aulas, ampliando o acervo de informações e proporcionando uma nova visão do seu emprego.

Na execução da tarefa de construção dos triângulos retângulos e obtenção de suas medidas, percebendo o interesse e a empolgação com que debatiam o assunto, e com que zelavam pela exatidão do uso da régua e do transferidor. Neste momento indaguei a classe sobre suas percepções em relação aos dados calculados e que relações conseguiram estabelecer, obtendo as seguintes respostas:

– *“Notei que os valores da altura, distância e hipotenusa de cada triângulo retângulo crescem proporcionalmente”.*

– *“Percebi que a hipotenusa é maior que a altura e a distância”.*

– *“Notei que os valores da divisão da altura pela distância deram iguais e que isso aconteceu nas colunas seguintes: altura pelo afastamento e distância pelo afastamento”.*

– *“A divisão da altura pela distância é a tangente, como vimos quando usamos o Astrolábio. O que são as outras duas?”.*

– *“Se o ângulo for mantido, não importa a medida dos lados do triângulo, os valores permanecem iguais”.*

No transcorrer das discussões que envolvem a formação dos conceitos sobre as razões trigonométricas, um dos grupos, movido pela curiosidade, relatou ter buscado informações que justificassem a ocorrência de valores repetidos para as três últimas colunas da tabela (FIGURA 22).

Em suas investigações perceberam que uma das razões era a tangente, já trabalhada em atividades anteriores. Também notaram que ela se refere ao ângulo de 30 graus, aproximadamente, e que as outras duas razões, eram o seno e do cosseno desse mesmo ângulo. Assim Gerdes apresenta sua visão sobre a educação matemática:

[...] Uma educação matemática em que o diálogo professor(a) – estudantes, a experimentação por parte dos(as) alunos(as), a surpresa e a beleza da descoberta e invenção desempenham um papel crucial. Uma educação matemática em que os mais diversos meios podem ser explorados, desde estacas e cordas, papel quadriculado, ..., até computadores. Uma educação matemática que valoriza cada estudante e cada cultura. Uma educação matemática que abra horizontes. Uma educação matemática que promove a cooperação e a amizade (GERDES, 2010, p. 157).

Com base neste enfoque, estimei meus alunos a refletir, pesquisar, descobrir e construir conhecimentos. Assim: “Ao invés de um conjunto de técnicas e fórmulas descontextualizadas, o conhecimento matemático passa a se conectar mais com a vida dos alunos, com suas formas de lidar com o mundo social, auxiliando-os na compreensão e problematização de situações concretas de sua vida” (WANDERER, 2010, p. 268).

Servindo-me dos relatos dos alunos, substituímos a denominação dos lados do nosso triângulo retângulo ABC de “altura”, “distância” e “afastamento” para cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa, respectivamente, a partir do ângulo de referência. Observado que estas razões são constantes para todo o conjunto de triângulos retângulos semelhantes, construímos os conceitos de seno, cosseno e tangente, denominando seno de um ângulo a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa, cosseno de um ângulo a razão entre a medida do cateto adjacente e a medida da hipotenusa e, tangente de um ângulo a razão entre a medida do cateto oposto e a medida do cateto adjacente.

Prosseguindo com as atividades de pesquisa referentes à construção dos conceitos destas razões, distribuí aos grupos o livro “*Contando a História da*

Matemática – dando corda na trigonometria” de Guelli (1993)⁹, para que os alunos buscassem em sua leitura a origem das palavras “*seno*”, “*coseno*” e “*tangente*”. A atividade visava proporcionar ao aluno o resgate do caminho histórico e a evolução destes conceitos, relacionando de forma mais abrangente as razões trigonométricas ao triângulo retângulo e sua importância para as ciências.

Percebendo o envolvimento dos alunos com o relato do autor, dirigimo-nos ao laboratório de informática (FIGURA 24), para buscar, na História da Matemática, mais informações sobre a origem, sua evolução e como elas chegaram até nós, realizando reflexões em torno das informações colhidas.



Figura 24: Alunos na sala de informática realizando pesquisas.
Fonte: Da autora.

Relembrando quanto à elaboração dos trabalhos que seriam entregues e apresentados oralmente, perguntei sobre seu andamento, se haviam realizado a entrevista com o profissional sorteado e se a palestra realizada pelo obreiro da construção civil colaborou no desenvolvimento dele, os alunos responderam que os mesmos estavam em fase de conclusão.

Relataram também que a entrevista, em busca de informações, estendeu-se a mais de uma pessoa da profissão sorteada, visto a necessidade de se estabelecer

⁹ GUELLI, Oscar. *Contando a História da Matemática – dando corda na trigonometria*. São Paulo: Editora Ática, 1993.

relações precisas e confrontações entre os relatos coletados. Disseram que as entrevistas foram gravadas e documentadas, e que estavam construindo maquetes baseadas nos relatos obtidos junto aos profissionais.

Também perguntei se estavam conseguindo estabelecer conexões entre a matemática escolar e a matemática cultural empregada por esses trabalhadores. Responderam que sim e que os apontamentos feitos a partir das entrevistas eram bem detalhados, ocorrendo algumas diferenças entre eles, mas que na verdade eram empregadas fórmulas próprias, desenvolvidas por eles de acordo com os materiais utilizados e os tipos de obras, comentando que estas situações seriam relatadas e expostas na apresentação do trabalho. Esta interação entre as diversas matemáticas também é apontada por Giongo (2010, p. 217), ao afirmar que: “A Etnomatemática destaca a importância de que se efetive uma conexão entre as escolas e o que lhe é “exterior”, o que inclui, certamente, o “mundo do trabalho””.

É nesta forma de abordar os conteúdos da Matemática que propus a realização de atividades que explorassem o caráter cultural com o intuito de possibilitar uma melhor compreensão dos conhecimentos matemáticos, estabelecerem relações entre elas e identificar sua presença no “mundo da construção civil”. Continuando as atividades que visam à construção dos conceitos das razões trigonométricas abordadas nestes últimos encontros, distribuí aos alunos uma lista de problemas (APÊNDICE 5) que envolvia a aplicação prática destas razões. Estes tinham por finalidade observar se o aluno conseguia interpretar problemas dos livros didáticos, sendo capaz de ir além da manipulação de regras e fórmulas. Segundo Clareto:

O pensamento etnomatemático abre perspectivas para enfrentar as críticas feitas ao conhecimento no que se refere à neutralidade e à objetividade. Igualmente, a Etnomatemática lança possibilidades para se abordar o conhecimento como uma invenção, como inventividade, como problematização e não mais como re-conhecimento, como simples repetição de sentidos. O conhecimento como possibilidade de lançar outros sentidos, abrir perspectivas outras para a cognição e para a aprendizagem (CLARETO, 2009, p. 130).

A atividade buscou a resolução de problemas que contextualizassem os conceitos relativos às razões trigonométricas do triângulo retângulo, aqui tratadas, pois “a matemática contextualizada se mostra como mais um recurso para

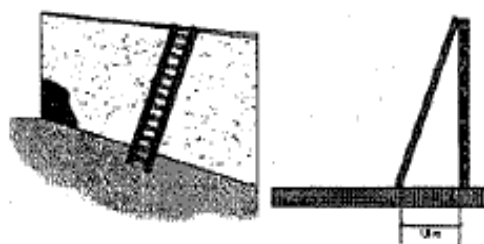
solucionar problemas novos” (D’Ambrósio, 2009a, p. 80). O uso de situações concretas pode, pois, auxiliar a compreensão e interpretação de fatos que surgem no meio social em que estão inseridos.

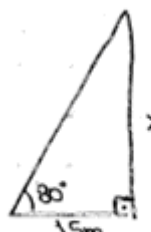
Nesta atividade fizeram-se presentes todos os alunos, e o trabalho desenvolveu-se dentro dos pequenos grupos, de forma a promover a interação e a troca de informações. O trabalho foi constituído da resolução de seis problemas, nos quais a sua interpretação seria importante para a escolha de qual ou de quais razões trigonométricas seriam aplicadas. As questões 01, 02, 05 e 06 envolviam a aplicação direta da tangente. A questão 03, a razão seno e a 04, as razões cosseno e tangente, possibilitando também a utilização do Teorema de Pitágoras em substituição a uma delas.

O objetivo destes exercícios (FIGURAS 25 a 28) era, em primeiro lugar, avaliar se o aluno desenvolveu a capacidade de identificar qual ou quais das razões trigonométricas seria necessário utilizar para resolver cada questão. Em segundo lugar, objetivei analisar se os materiais utilizados e as atividades desenvolvidas contribuíram para a compreensão do conteúdo abordado. Ressalto ainda que, o que se buscava não era o resultado final, embora fosse importante, mas principalmente a escolha da ou das razões trigonométricas adequadas para solucionar os problemas. Exemplificando os procedimentos adotados pelos alunos na determinação e aplicação das razões trigonométricas, bem como a resolução dos problemas, escolhi aleatoriamente o trabalho de um deles, o qual passo a comentar.

01. (IMENES & LELLIS, 1997 – adaptado) Uma escada está apoiada em um muro de modo que a sua extremidade inferior encontra-se a $1,5m$ desse muro, formando um ângulo de 80° com o solo. Qual é a altura aproximada do muro?

Dado: $\text{tg } 80^\circ = 5,671$.





$$\text{tg } 80^\circ = \frac{x}{1,5}$$

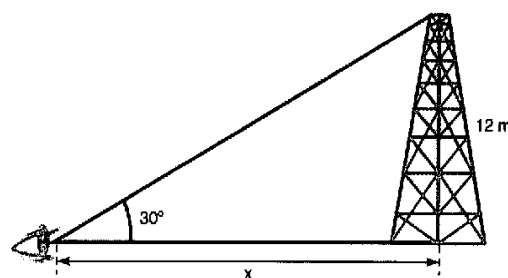
$$5,671 = \frac{x}{1,5}$$

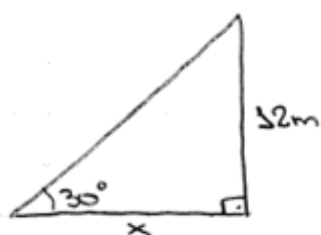
$$x = 8,5065m //$$

Figura 25: Resolução do exercício 01 do Apêndice 5.
Fonte: Da autora.

02. (GIOVANNI & BONJORNO, 2002) Uma torre vertical, de 12 metros , é vista sob um ângulo de 30° por uma pessoa que se encontra a uma distância x de sua base, e cujos olhos estão no mesmo plano horizontal dessa base. Determine a distância x .

Dado: $\text{tg } 30^\circ = 0,58$.





$$\text{tg } 30^\circ = \frac{12}{x}$$

$$0,58 = \frac{12}{x}$$

$$0,58x = 12$$

$$x = \frac{12}{0,58}$$

$$x = 20,689m //$$

Figura 26: Resolução do exercício 02 do Apêndice 5.
Fonte: Da autora.

05. (Guelli, 1993) Dois topógrafos estão na mesma margem de um rio, separados 36m um do outro. Um deles observa uma pedra que está na outra margem, bem em frente ao seu companheiro. Com a ajuda de um teodolito, o observador verifica que a linha perpendicular que une a pedra ao seu colega forma um ângulo de 36° com a linha de mira do teodolito à pedra. Qual a largura do rio?

Dados: $\text{tg } 36^\circ = 0,727$

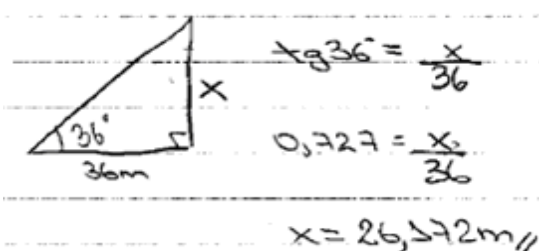
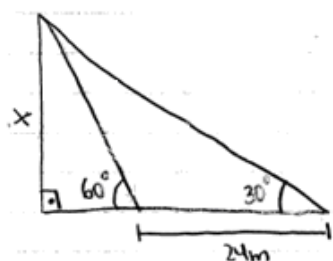
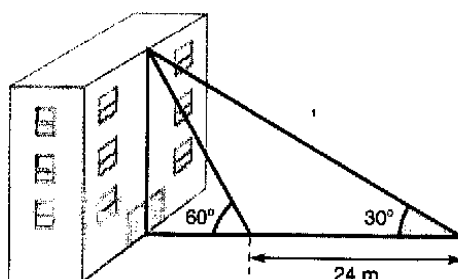


Figura 27: Resolução do exercício 05 do Apêndice 5.

Fonte: Da autora.

06. (GIOVANNI & BONJORNO, 2002) A partir de um ponto, observa-se o topo de um prédio sob um ângulo de 30° . Caminhando 24 metros em direção ao prédio, atingimos outro ponto, de onde se vê o topo do prédio segundo um ângulo de 60° . Desprezando a altura do observador, calcule, em metros, a altura do prédio.

Dados: $\text{tg } 30^\circ = 0,58$ e $\text{tg } 60^\circ = 1,73$.



$$1,73 \cdot 52,50 = 20,84m//$$

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{x}{y}$$

$$1,73 = \frac{x}{y}$$

$$x = 1,73y$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{1,73x}{(x+24)}$$

$$0,58 = \frac{1,73x}{(x+24)}$$

$$0,58 \cdot (x+24) = 1,73x$$

$$0,58x + 13,92 = 1,73x$$

$$0,58x - 1,73x = -13,92$$

$$-1,15x = -13,92 \quad | : (-1,15)$$

$$x = \frac{13,92}{1,15}$$

$$x = 12,10$$

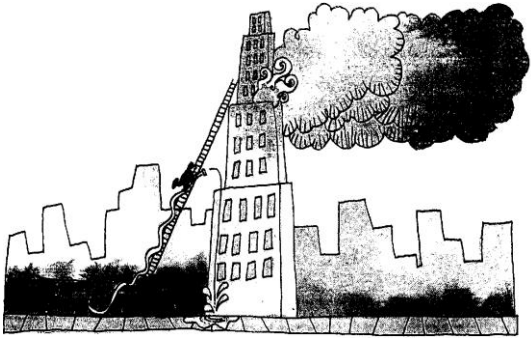
Figura 28: Resolução do exercício 06 do Apêndice 5.

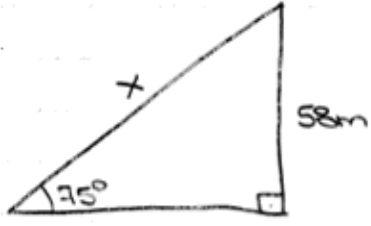
Fonte: Da autora.

Na resolução destes exercícios (FIGURAS 25 a 28), bem como nos demais, o aluno construiu triângulos retângulos para compor a representação gráfica dos exercícios, o que auxilia a sua compreensão e interpretação. Ao conseguir transformar os enunciados dos problemas em triângulos retângulos, e aplicar as razões trigonométricas para a sua resolução, demonstra que as atividades trabalhadas possibilitaram a construção destes conceitos. Nestes quatro exercícios as razões trigonométricas escolhidas foram adequadas para as resoluções, porém, em virtude de identificar erroneamente o ângulo a que se referia o problema 05, neste não chegou ao resultado esperado.

03. (Guelli, 1993) Para combater um incêndio em um edifício de 58m de altura, os bombeiros estacionaram o carro em frente e manejam a escada até que ela atinja o topo do prédio. Dessa forma, a escada forma um ângulo de 75° com a horizontal. Se a base da escada está a 2m do chão, quantos metros de escada os bombeiros utilizam nesse incêndio?

Dado: $\text{sen } 75^\circ = 0,966$.





$$\text{sen } 75^\circ = \frac{56}{x}$$

$$0,966 = \frac{56}{x}$$

$$0,966x = 56$$

$$x = \frac{56}{0,966}$$

$$x = 57,97m //$$

Figura 29: Resolução do exercício 03 do Apêndice 5.
Fonte: Da autora.

Neste exercício (FIGURA 29) o aluno empregou a razão trigonométrica seno, sendo que os cálculos desenvolvidos levaram ao comprimento correto da escada. A estratégia utilizada pelo aluno ao descontar da altura do prédio os dois metros referentes à distância que vai do chão até a base da escada, mostra que as

atividades até aqui realizadas, em especial a do astrolábio, foram importantes para desenvolver a compreensão deste conceito.

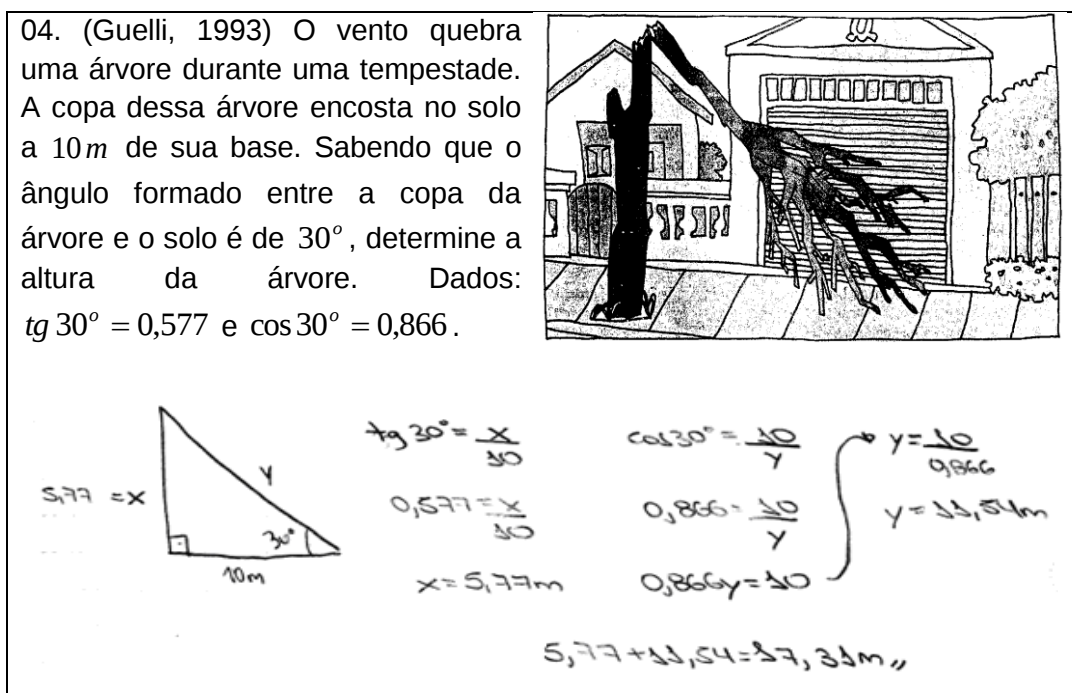


Figura 30: Resolução do exercício 04 do Apêndice 5.

Fonte: Da autora.

Para a resolução deste exercício (FIGURA 30) o aluno fez uso do cosseno e da tangente, não utilizando o teorema de Pitágoras. Notei a correta interpretação do problema no momento em que o aluno aplicou estas duas razões trigonométricas para determinar a altura da árvore, pois esta compreende a soma destas duas medidas.

Fazendo uma análise geral da resolução dos exercícios, verifiquei na questão 01, que 33 (trinta e três) alunos aplicaram a razão trigonométrica correta e 1 (um) montou equivocadamente esta razão. Na questão 02, todos aplicaram a razão trigonométrica adequada e apenas um não executou corretamente os cálculos. Na questão 03, também todos aplicaram a razão trigonométrica adequada, mas quatro alunos realizaram parte dos cálculos necessários. Na questão 05, a razão trigonométrica foi escolhida adequadamente por todos, onde 12 (doze) alunos identificaram corretamente o ângulo a que se referia o problema, e os 22 (vinte e dois) demais cometeram equívoco na identificação deste ângulo. Na última questão, 33 (trinta e três) alunos escolheram a razão trigonométrica correta. Destes, 14 (catorze) determinaram corretamente o comprimento dos lados dos triângulos

retângulos, acertando também os cálculos, e 19 (dezenove) não identificaram adequadamente o comprimento do cateto adjacente de um dos triângulos retângulos envolvidos. Um aluno não resolveu esta questão.

Observei nestes dados como e quanto os alunos compreenderam as razões trigonométricas existentes no triângulo retângulo. O número de acertos constatados nestes exercícios ultrapassou os que vinham sendo obtidos em outros anos, quando eu não usava esta prática pedagógica de ensino. Os poucos casos em que os alunos não obtiveram o resultado satisfatório ocorreram, talvez, por falta de atenção na interpretação ou execução dos cálculos, ou mesmo por pressa, pois o tempo disponível era relativamente curto. Isto pode ter ocorrido, em maior número, na questão 06, onde omitiram parte do comprimento do cateto adjacente de um dos triângulos retângulos envolvidos. O mesmo pode ter acontecido na questão 05, onde houve erro na identificação do ângulo de referência adotado. Estes dados trazem maior disposição no sentido de procurar a melhor forma de motivar o aluno e obter cada vez melhores resultados.

Chegamos ao momento da socialização dos trabalhos após 45 dias de elaboração, com pesquisas, entrevistas, palestra e visitas a obras da construção civil. Os grupos mostrariam o conhecimento construído nas diversas atividades desenvolvidas por eles. Fez-se presente a esta atividade a professora orientadora Dra. Miriam Ines Marchi, que acompanhou as apresentações deste dia. Para tanto, perguntei qual grupo gostaria de começar as apresentações, pois estas não necessitavam seguir uma ordem pré-estabelecida.

Iniciando, o “grupo D”, cujo tema foi a “Trigonometria na determinação do desnível entre dois pontos de um terreno”, tinham como tarefa entrevistar um engenheiro civil ou um arquiteto para evidenciar a matemática empregada nesta área da construção civil por um destes profissionais. Acabaram entrevistando os dois, enriquecendo o trabalho e demonstrando comprometimento do grupo. O engenheiro e o arquiteto entrevistados forneceram as formas da determinação do desnível de um terreno e concretizadas pelo grupo.

O tempo dispendido foi adequado, tendo em vista a riqueza dos conteúdos matemáticos apresentados. Para demonstrar a Matemática e a Trigonometria

envolvidas, foram criativos ao utilizar fita crepe para traçar, num aquário contendo terra (FIGURA 31), um triângulo retângulo que indicava o desnível do terreno, determinando o desnível por meio das razões trigonométricas. Pela apresentação, os alunos mostraram terem construído conhecimentos matemáticos ao explicitarem o uso de nomenclaturas específicas como tangente, desnível, teodolito.



Figura 31: Alunos do “grupo D” demonstrando a Trigonometria envolvida no cálculo do desnível de um terreno.
Fonte: Da autora.

Aproveitando o mesmo aquário e a mesma inclinação de terra, demonstraram, desta vez, pelo uso de mangueiras, conforme o relato do engenheiro entrevistado, a diferença de altura entre os extremos deste terreno, fazendo agora uso dos conhecimentos matemáticos culturais dos profissionais da construção civil, ou seja, dos saberes populares. Também relataram que estes cálculos podem ser efetuados com o emprego de recursos tecnológicos como o teodolito. Isto mostra que este profissional, embora sua formação, não faz uso somente da matemática acadêmica, sendo valiosa a mensagem deixada por ele no final da entrevista:

[...] ninguém escolhe uma carreira por afinidade, já que não a conhece. Só vão começar a gostar a partir do momento que começam a conhecer. Dediquem tempo aos estudos, às vezes sacrificando momentos de lazer para deixar de ser apenas mais um na multidão que vai estar sempre disputando emprego.

O segundo grupo (grupo A) valeu-se de uma maquete para demonstrar a Trigonometria na construção das tesouras de sustentação do telhado de uma residência. De acordo com as orientações de um mestre de obras, a inclinação do telhado deveria levar em conta o tipo de obra e os materiais a serem utilizados na cobertura, para eficiência da construção, evitando assim futuros danos. Os cálculos da angulação que determinam a inclinação do telhado, fornecidos pelo entrevistado, foram baseados em porcentagens, expostos num vídeo e executados pelo grupo no quadro-giz, relatando: *“a telha romana, por exemplo, necessita de 40% de inclinação. Se uma casa tem 10 metros de comprimento, dividimos isto por dois e o resultado multiplica pela porcentagem, isso dá 2 metros”*. Conseguiram associar o cálculo utilizado pelo profissional ao Teorema de Pitágoras, porém empregado de uma forma mais simples e funcional, declarando: *“Essa fórmula é fortemente associada ao Teorema de Pitágoras, porém é apenas um jeito mais lógico e fácil de calcular a altura de inclinações de um telhado”*.

O “grupo E”, desde o título dado ao trabalho escrito “Esquadro da Parede de um Cômodo: da História à Prática”, indicou o objetivo que desejava atingir. Iniciaram a apresentação com o resgate histórico das evidências matemáticas, citando a utilização de ossos, as tabletas de barro, os papiros e as inscrições em templos, monumentos e pirâmides, ressaltando que as pirâmides já são exemplos de conhecimentos e habilidades trigonométricas empregados pela engenharia egípcia. Uma demonstração interessante foi a utilização de uma corda com nós igualmente distanciados, formando um triângulo retângulo. Também fizeram um vídeo no canteiro de obras visitado e ouviram os pedreiros e o engenheiro presentes no local, que forneceram detalhes de uma construção do início ao fim.

O vídeo mostra os trabalhadores exemplificando e relatando os procedimentos utilizados para a obtenção do nível e do esquadro do chão de uma construção e do esquadro deste com suas paredes. Um pedreiro entrevistado cita que para dar início a uma obra o primeiro passo é a obtenção do seu nível, e para tanto, utiliza uma mangueira transparente contendo água. Na sequência, é necessário ajustar seu esquadro, que é obtido a partir de um de seus cantos, da seguinte maneira: *“você vai medir aqui, com um metro, 80 e marcar um ponto, e aqui 60. O esquadro dá um metro bem certo. Se dá bem um metro está certo. Se dá ali assim, um metro e dois, tá errado.”* Talvez este pedreiro não conheça os conceitos

do ângulo reto e do triângulo retângulo, mas o seu relato indica que ele sabe que se a medida entre os pontos marcados der exatamente um metro a construção vai estar no esquadro, ou seja, vai obter ângulos de 90° nos quatro cantos da obra. Já, para a obtenção do esquadro da parede com o chão ele utiliza o prumo falando: “o prumo serve prá ficar reto, prá não ficar caído”. Comenta também, que é necessário verificar a exatidão do esquadro de dois lados (consecutivos) da parede: “então, fica no prumo prá cá, e no prumo prá cá. Aí, fixa ali, e já tá saindo um prédio”.

Apresentaram além, da corda com nós e do vídeo, as ferramentas chamadas de prumo, nível e esquadro de carpinteiro (FIGURA 31) e fizeram a demonstração da utilização deles, mostrando conhecer e dominar saberes desta Matemática.



Figura 32: Alunos do “grupo E” mostrando os instrumentos usados pelo pedreiro.
Fonte: Da autora

Todos os elementos do grupo envolveram-se no trabalho, tanto na preparação como na execução, com criatividade e segurança na condução da apresentação. Considerando que conseguiram relacionar teoria e prática, estabeleceram conexões entre a abordagem teórica da sala de aula e a prática destes profissionais, prendendo a atenção dos presentes.

A tarefa de identificar possíveis relações entre os conceitos da Trigonometria tratada na escola e a matemática empregada por um mestre de obras na determinação do desnível entre dois pontos de um terreno, coube ao “grupo F”. Por meio de uma mangueira transparente contendo água, o grupo mostrou o procedimento matemático utilizado pelo profissional entrevistado, onde as razões trigonométricas estavam presentes e como elas podem ser usadas na busca de soluções, conseguindo relacionar, assim, estas matemáticas. Também citaram a origem dos termos da Trigonometria seno, cosseno e tangente e sua aplicação na astronomia, na navegação e na construção de modernos equipamentos, apresentando uma trena a laser, obtida com o mestre de obras entrevistado. O grupo demonstrou comprometimento com a tarefa, cooperação mútua, entrosamento e criatividade, trazendo outras informações na área dos cálculos, atendo-se ao tempo previsto.

O quinto grupo a apresentar-se (grupo I) tinha como tema a “Trigonometria na construção das tesouras de sustentação de um telhado de uma residência” sob o olhar técnico de um arquiteto ou de um engenheiro civil. Utilizou-se de lâminas para abordar a História da Trigonometria e de uma maquete para mostrar o uso das razões trigonométricas e o Teorema de Pitágoras no “mundo da construção civil”, passando a sua comprovação teórica. Executou cálculo por cálculo o projeto de construção de uma “tesoura”, que além da razão tangente e do Teorema de Pitágoras, necessitava envolver cálculos de Engenharia que indicavam os detalhes da estrutura apropriada, bem como a previsão da madeira necessária para a obra (FIGURA 32). Os conteúdos abordados foram expostos com clareza e segurança, expondo para a turma onde a Trigonometria escolar pode ser aplicada. Foram criativos na construção da maquete e na explanação teórica, adequando-se ao tempo disponível.

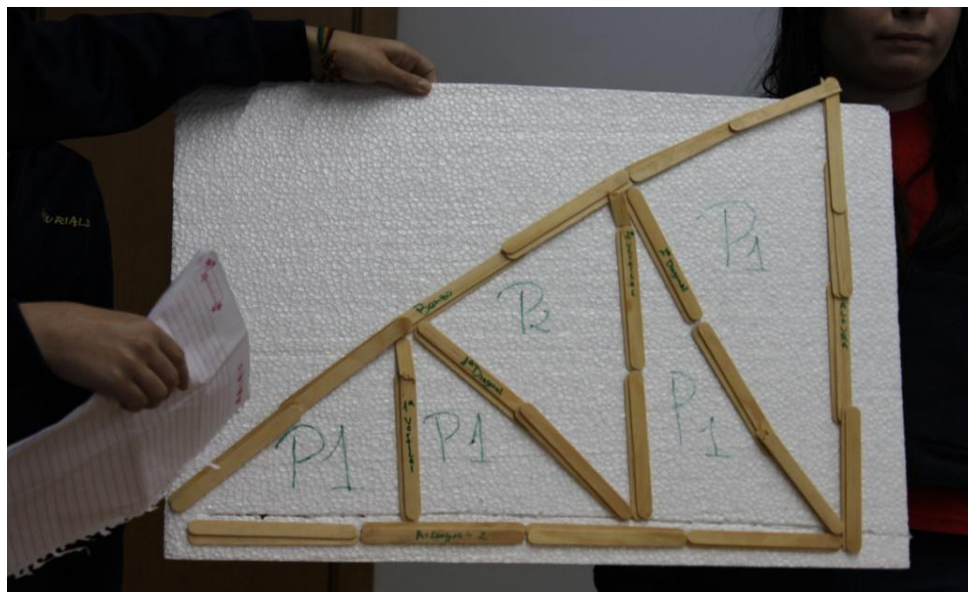


Figura 33: Estrutura da tesoura do telhado construída pelos alunos do “grupo I”.
Fonte: Da autora.

Ao final das apresentações realizadas deste dia, a Professora Orientadora elogiou o conteúdo e a criatividade mostrada nos trabalhos, e agradeceu à turma pela colaboração dada à pesquisa. Destacou ainda que na avaliação final seria importante ressaltar os aspectos positivos, bem como os negativos, pois além de contribuir para a pesquisa, auxiliarão na melhoria do desempenho do professor.

Na continuação das apresentações, foi a vez do grupo B que tratou da Trigonometria na determinação do desnível entre dois pontos de um terreno, sob o ponto de vista de um pedreiro. Por meio de *Software Microsoft PowerPoint®*, fizeram o resgate da História da Matemática desde as primeiras noções do Teorema de Pitágoras até as noções iniciais do seno (que no século XII, na Arábia, chamava-se teoria da meia-corda), cosseno e tangente. Após, um vídeo mostrava o pedreiro explicando o processo que utilizava para determinar o nível do terreno. Ao mesmo tempo, os integrantes do grupo, utilizando um aquário retangular e terra (FIGURA 33), montaram uma simulação de um terreno em desnível. Com o auxílio de uma mangueira transparente contendo água, demonstraram como determinar o nível.

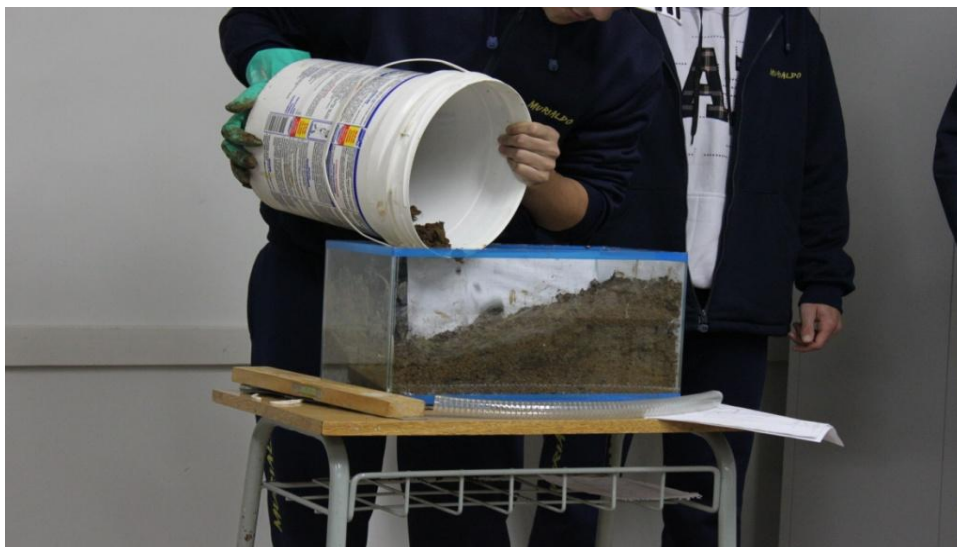


Figura 34: Alunos do “grupo B” depositando terra em desnível, num aquário.
Fonte: Da autora.

A partir disto visualizaram um triângulo retângulo e, fazendo uso do Teorema de Pitágoras e das razões trigonométricas, realizaram cálculos que levaram à explanação teórica do que o pedreiro havia executado na prática, comentando: *“podemos aplicar o Teorema de Pitágoras, ou simplesmente usar recursos para isso, como os pedreiros costumam fazer”*. Evidenciaram semelhanças entre a matemática escolar e o cotidiano do profissional, socializando conhecimentos que se estenderam além do estipulado, relatando como se determina o esquadro de um terreno. O conteúdo envolvido foi exposto com participação e criatividade.

O grupo C entrevistou um pedreiro para apresentar a Trigonometria envolvida na construção de tesouras de telhados. Iniciaram com o resgate histórico da Trigonometria, projetando, em seguida, com recurso do aparelho *datashow*, a entrevista realizada com o pedreiro, este explicando a necessidade de caimentos (angulações) diferenciados para os telhados conforme o material de cobertura usado e de acordo com a estética desejada. Construíram a maquete de uma tesoura (FIGURA 34) para evidenciar as conexões estabelecidas entre a Matemática escolar e a do pedreiro entrevistado, observando que: *“a tesoura do telhado tem a forma de um triângulo retângulo”*.

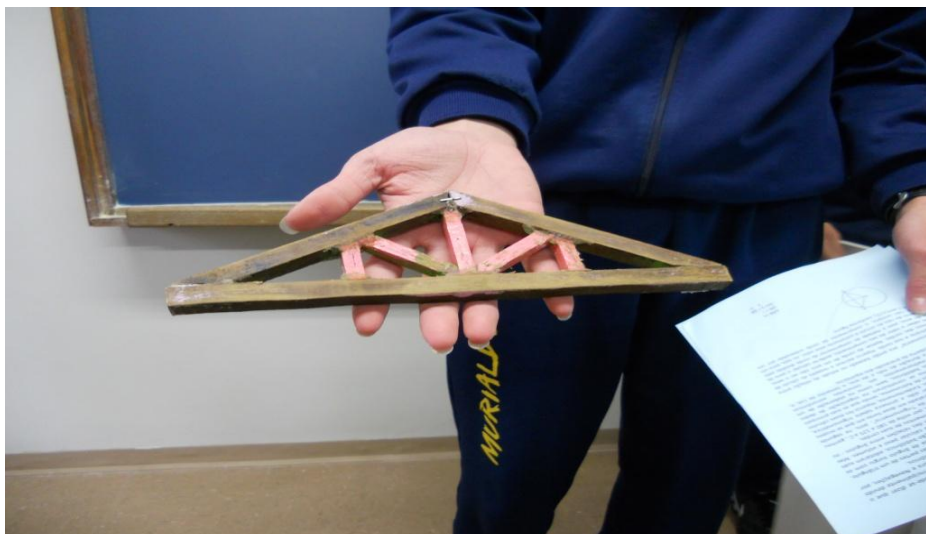


Figura 35: Maquete de uma tesoura de sustentação do telhado construída pelo “grupo C”.

Fonte: Da autora.

Este grupo limitou seu trabalho ao tema que foi solicitado, porém mostrando compreensão dos conteúdos. Usaram recursos para a apresentação, onde todos os seus componentes deram sua contribuição, observando o tempo estabelecido para a explanação.

O penúltimo grupo, G, tinha como tema o estudo da Trigonometria relacionada entre o esquadro do chão com uma parede, tendo entrevistado um arquiteto. No resgate histórico relatado, deram ênfase à escola pitagórica. O grupo levou uma maquete de uma casa desmontável, por meio da qual demonstraram o uso do Teorema de Pitágoras para a determinação do esquadro. Também mostraram o esquadro de pedreiro, o nível e o prumo, diferentes instrumentos utilizados pelos profissionais da área da construção civil e que possibilitam a determinação deste esquadro, obtido pelo nivelamento do chão com a verticalidade das paredes. Suas pesquisas mostram que os conhecimentos culturais estão relacionados ao conhecimento escolar e acadêmico, concluindo:

[...] a prática e a teoria devem estar intimamente relacionadas para que se desenvolvam qualquer atividade sem precedentes e que o projeto saia conforme o esperado – uma não vive bem sem a outra: pedreiros e arquitetos devem estar em sintonia na execução da obra para que se desenvolva o projeto corretamente.

Um dos integrantes do grupo foi além do Teorema de Pitágoras, mostrando exemplos referentes à teoria dos números perfeitos, deficientes e abundantes, também atribuídos à escola pitagórica, bem como demonstrações envolvendo os

Ternos Pitagóricos. Percebi o envolvimento do grupo com a pesquisa, procurando mostrar como estas matemáticas estão envolvidas.

Para finalizar as apresentações, faltava abordar a Trigonometria no esquadro do chão com uma parede, entrevistando um mestre de obras, que coube ao grupo H. Este grupo teve problemas na apresentação, pois dois membros não compareceram, assim a maquete construída não pôde ser apresentada. Contudo os dois presentes relataram a entrevista e comentaram a parte histórica da Trigonometria. Deve-se ressaltar que o trabalho escrito foi realizado, mostrando que houve pesquisa e compreensão do assunto estudado.

Na atividade de socialização das pesquisas ocorreram discussões, comparações e distinções na forma de trabalhar dos diferentes profissionais da área. Nas entrevistas, tiveram oportunidade de acompanhar e realizar cálculos de engenharia relacionados à estruturação das “tesouras” de um telhado, bem como o cálculo de previsão do material necessário para a obra e o teodolito na determinação de desníveis de terrenos. Utilizaram recursos tecnológicos como elaboração de vídeos, *softwares* como *autoCAD* para *Windows* na representação do desnível de rampas de garagens e elaboração de projetos de construção, e a trena a laser para a mensuração de distâncias. Nas apresentações, resgataram passagens históricas da Trigonometria, como a “corda de nós” para a exibição do triângulo retângulo, a explanação dos “ternos pitagóricos” e a teoria dos números perfeitos, deficientes e abundantes, também atribuídos à escola pitagórica.

Ao instigar a pesquisa e propor desafios nas atividades, houve dedicação e empenho para a realização das visitas às obras e das entrevistas aos profissionais da construção civil, usando de criatividade e diversidade de recursos para apresentá-los. Pôde-se evidenciar, pelas apresentações, que os alunos tinham conhecimentos matemáticos para explicar e argumentar seus trabalhos, tanto no resgate histórico, quanto na realização dos cálculos que cada um dos profissionais envolvidos utiliza, conseguindo estabelecer conexões entre a Trigonometria e os saberes culturais da construção civil. Knijnik ressalta a necessidade da busca dos conhecimentos presentes no meio social que circunda o aluno como forma de aprender a matemática presente nos currículos escolares:

Esses saberes das pessoas – saberes particulares, regionais, locais – interessam de modo muito especial a nossas pesquisas, se nos servimos da Etnomatemática como uma caixa de ferramentas que nos possibilita estudar os discursos eurocêtricos que instituem as matemáticas acadêmica e escolar, analisando os efeitos de verdade produzidos por tais discursos e também examinar os jogos de linguagem que constituem diferentes matemáticas, analisando suas semelhanças de família (KNIJNIK, 2009, p. 137).

Penso que a pesquisa proposta aos meus alunos, ao buscarem saberes presentes na construção civil pode contribuir para a compreensão e formação dos conceitos matemáticos relativos à Trigonometria, indo ao encontro da ideia da autora.

Embora não fosse fácil encontrar trabalhadores dispostos a dar entrevistas, foi nestes contatos que os alunos, pelas suas falas, declararam ter aprendido uma lição importante: “não é só a pessoa que estuda que tem conhecimento”. E ainda: “na humildade destas pessoas, conseguiram mostrar muita coisa pra nós”. Na pesquisa de campo os alunos tiveram a oportunidade de se aproximarem dos profissionais sem formação acadêmica que, sem conhecerem os conceitos matemáticos de Trigonometria, ao fazerem seus cálculos para a construção de casas ou prédios, estavam utilizando-os. Eles puderam evidenciar que a trigonometria da matemática escolar, neste caso, está presente na matemática do dia-a-dia da construção civil.

Os alunos evidenciaram possuir conhecimentos matemáticos escolares pelas apresentações de seus trabalhos e, não somente isso, conseguiram compreender a matemática cultural, alguns deles, pelas relações familiares. Percebi isso pelo depoimento de um aluno que, após entrevistar o pai pedreiro, os dois socializaram os modos de calcular e determinar as medidas para execução da obra. O pai ensinou os cálculos da matemática do “mundo da construção civil” para o filho e este explicou a matemática escolar para o pai. Este aluno afirmou ter aprendido bastante e, além disso, percebeu a importância da profissão do seu pai dentro da sociedade. Gerdes salienta este fato ao comentar:

Ideias matemáticas não se desenvolvem da mesma maneira em todos os grupos sociais (cesterios, olarias(os), contabilistas, engenheiros, eletrotécnicos, ...). Meninos e meninas podem estar engajados (as) em tipos diferentes de atividades fora da escola, que podem influenciar a sua aprendizagem matemática diferentemente, etc. Um(a), professor(a) que é consciente disto em geral, pode tentar compreender os fatores específicos

que influenciam a aprendizagem dos(as) seus(suas) estudantes (GERDES, 2010, p. 161).

Valendo-me destas palavras, procurei somar à matemática escolar as contribuições advindas do “mundo da construção civil”. Isto pode enriquecer o conhecimento dos alunos, problematizar situações, auxiliar na determinação de estratégias para a solução dos problemas surgidos e possibilitar o desenvolvimento de habilidades de observação que influenciam na determinação dos procedimentos e métodos a serem adotados.

Um fato interessante ocorreu nesta pesquisa, quando dois alunos não compareceram na apresentação do trabalho do grupo: os demais constataram que o grupo depende da responsabilidade de cada um. Os resultados, tanto positivos quanto negativos, são frutos do compromisso e esforço maior ou menor de cada aluno.

Visto assim, penso que foi positiva esta prática pedagógica, bem como a inclusão da História da Matemática e de conhecimentos do campo etnomatemático para o aprendizado da Trigonometria. Por isto pretendo continuar com o modo de ensinar tratado nesta pesquisa, mesmo porque foi o que os alunos pediram: “gostaríamos que as aulas continuassem assim, com pesquisa”.

Por fim, como é meu propósito, exposto desde o início, de realizar uma pesquisa qualitativa, apliquei um questionário final aos alunos, procurando saber suas impressões e opiniões sobre a metodologia utilizada, se despertou interesse, curiosidade, e se auxiliou na compreensão dos conteúdos abordados.

O questionário (APÊNDICE 07) constou de dez questões formuladas e uma questão destinada a observações pessoais e comentários sobre as atividades desenvolvidas nesta pesquisa. As primeiras sete questões formuladas foram fechadas, onde o entrevistado é limitado pela indicação de: **excelente**, **bom**, **regular**, **ruim** e **sem condições de opinar**, e as demais foram abertas, onde podiam expor suas opiniões. É necessário ressaltar que nesta atividade estavam presentes os 34 alunos da turma. Segue aqui a análise dos dados obtidos, pois segundo Moreira e Caleffe (2008, p. 73): “[...] a pesquisa qualitativa explora as

características dos indivíduos e cenários que não podem ser facilmente descritos numericamente”.

A primeira questão se referia à forma de condução das aulas e se havia sido adequada para o entendimento do conteúdo. Dos questionados, 12 (doze) consideraram **excelente** a forma adotada, 16 (dezesseis) acharam **bom**, 4 (quatro) **regular** e 2 (dois) **ruim**.

Ao interrogá-los se as atividades haviam despertado interesse e curiosidade, 14 (catorze) alunos consideraram que a metodologia empregada foi **excelente**, 13 (treze) **bom**, 6 (seis) **regular** e somente 1 (um) achou **ruim**.

Em relação à questão que solicitava se as pesquisas e os trabalhos em grupo facilitaram a compreensão do conteúdo, 14 (catorze) responderam **excelente**, 12 (doze) **bom**, 7 (sete) **regular** e 1 (um) **ruim**.

A questão quatro pedia se à incorporação da História da Matemática auxiliou na compreensão dos conteúdos de Trigonometria abordados. Aqui 9 (nove) consideraram **excelente**, 13 (treze) **bom**, 8 (oito) **regular** e 4 (quatro) **ruim**.

Na questão quanto à preocupação demonstrada pela professora em relação ao aprendizado, 14 (catorze) acharam **excelente**, 16 (dezesseis) **bom** e 3 (três) **regular**. Um assinalou **sem condições de opinar**.

Referente à valorização das ideias do questionado e ao relacionamento da professora com a turma, obteve-se 20 (vinte) respostas **excelente**, 10 (dez) **bom**, 3 (três) **regular** e 1 (um) **ruim**.

A sétima e última questão fechada procurava saber se a professora acompanhou a participação dos alunos nas atividades desenvolvidas. Como resposta, 15 (quinze) indicaram **excelente**, 13 (treze) **bom** e 6 (seis) **regular**.

Ao analisar as respostas obtidas, constatei que a maioria dos alunos aprovou o conjunto das atividades desenvolvidas e a metodologia empregada nesta prática, o que pode ter favorecido a compreensão do conteúdo. Acredito que esta aceitação deu-se ao fato de ter envolvido o aluno com os conhecimentos históricos, com a pesquisa e com os saberes culturais do “mundo da construção civil”. Penso

que neste enfoque o aluno pôde caracterizar a Matemática como uma construção humana presente em nossas vidas.

Quanto à análise das questões abertas, a oito referia-se à participação e motivação do aluno nas pesquisas durante a execução deste projeto. A maioria dos alunos, 32 (trinta e dois), destacou que tiveram bastante interesse, motivação e participação nas atividades. Declararam ter tido empenho nas pesquisas e na busca por informações junto aos profissionais da construção civil para a elaboração do trabalho. Apenas dois relataram terem participado de forma discreta e que a motivação não foi tão boa. Transcrevo aqui algumas respostas:

Aluno XIX: Participei de todas as atividades do grupo procurando aprender o máximo possível com as pesquisas. Acredito que tenha dado o meu melhor para a realização do trabalho, com o qual cresci muito intelectualmente.

Aluno I: O trabalho foi feito com muito interesse e dedicação, o que resultou em um ótimo entendimento sobre o conteúdo.

Aluno XXII: Procurei pesquisar bastante sobre o assunto para que eu pudesse fazer um bom trabalho, tanto na parte escrita, como na apresentação.

Aluno VIII: No início tivemos algumas dificuldades para realizar algumas tarefas pedidas no trabalho, mas logo após conseguimos realizá-lo e achamos bem acessível. Todos os componentes fizeram a sua parte.

Aluno IX: Foi empolgante, fui atrás, pesquisei, entrevistei e tentei entender ao máximo o conteúdo abordado.

Aluno XXXI: Eu me empenhei indo atrás das coisas necessárias para o trabalho, fui atrás do profissional, fiz pesquisas, me interessei, pois era um trabalho proposto pela professora e um assunto interessante a ser trabalhado.

Percebi, pelos relatos, que os alunos desenvolveram o espírito investigativo nas atividades de pesquisa. Esta prática visa motivá-los para o estudo e a busca de respostas para as suas indagações. A utilização dos recursos tecnológicos durante as pesquisas e apresentação dos trabalhos foram outros fatores que colaboraram no enriquecimento dos conhecimentos, oportunizando espaço para reflexão e debates.

A questão nove era: Este trabalho contemplou suas expectativas com relação ao conteúdo Trigonometria? As opiniões, na maioria, 30 (trinta), foram de que a História da Matemática e as pesquisas ajudaram na compreensão do conteúdo Trigonometria, tornando-a mais fácil de compreender e aprenderam coisas novas, contemplando suas expectativas. A realização das entrevistas e da coleta de informações junto aos profissionais da construção civil também auxiliou na compreensão dos conceitos e teorias estudados. Quatro alunos relataram que suas expectativas não foram totalmente contempladas por não terem solucionado todas as suas dúvidas. Destaco algumas respostas dadas a esta questão:

Aluno XXXI: Sim, pois fazendo pesquisas buscando o início da trigonometria ficou muito mais fácil de aprender e entender o conteúdo abordado.

Aluno XIX: Sim. O resgate histórico juntamente com as aplicações práticas deste conteúdo contribuíram muito para compreensão da Trigonometria.

Aluno VI: Sim, eu esperava que após terminar o trabalho e entender a teoria eu tivesse mais facilidade em resolver problemas de trigonometria em aula e foi o que aconteceu.

Aluno XVII: Sim, a nossa turma não sabia muito sobre Trigonometria, o trabalho tirou todas as dúvidas, e para mim foi além das expectativas.

Aluno XXX: Sim, o trabalho tornou o conteúdo mais interessante, e com isso mais fácil de entender.

Pude perceber que o conjunto das atividades desenvolvidas durante o projeto tornou possível o entendimento dos conteúdos abordados. A introdução da História da Matemática, a busca de conhecimentos no “mundo da construção civil” e a realização de tarefas contextualizadas puderam estabelecer um ambiente propício para que o aluno desenvolvesse uma visão mais ampla e diversificada sobre a Trigonometria, proporcionando condições de relacioná-los com as práticas do dia-a-dia.

O que também não posso deixar de comentar é o fato de quatro alunos não terem contemplado totalmente as suas expectativas em relação aos temas estudados. Considero que não são apenas as condições oferecidas pelo professor

que interferem na aprendizagem do aluno. Embora estes estudos acontecessem no mesmo dia, hora e lugar, nem todo o aluno vive no momento as mesmas condições de aprender.

A questão dez foi assim formulada: Além do conteúdo visto em aula, existe algo mais que a realização deste trabalho trouxe para o seu dia-a-dia ou para a sua vida?

A maioria, 29 (vinte e nove), posicionou-se que houve acréscimo de aprendizagens além do objetivado, conforme exponho nas citações a seguir, sendo que os restantes declararam que não tiveram outras aprendizagens.

Aluno XIX: Com o trabalho pude perceber o quão diferente pode ser o trabalho de profissionais que atuam em uma mesma área. Uma entrevista com um engenheiro e um pedreiro falando de um mesmo assunto, apresenta grandes diferenças, mas apesar delas, o trabalho dos dois profissionais é indispensável, o que mostrou como todas as profissões têm sua importância.

Aluno II: Que existe mais de uma possibilidade para desenvolver um problema e chegar ao mesmo resultado.

Aluno XXVIII: Sim, aprendi que não só as pessoas que são estudadas sabem fazer cálculos, pessoas de baixa escolaridade também.

Aluno VIII: Sim, com este trabalho foi possível nos dar conta de que a matemática realmente está presente em todo na nossa vida, e também foi uma ótima oportunidade poder conversar com um mestre de obras.

Aluno XVIII: Conheci melhor os pais de uns amigos e melhorou minha vontade de estudar.

O espaço reservado a comentários relativos às atividades desenvolvidas nesta prática foi aproveitado por 27 (vinte e sete) alunos que, na sua maioria, reiteraram as ideias anteriores. Os relatos que acrescentaram algo estão citados a seguir:

Aluno VI: Para conseguir entender os cálculos que tive que explicar foi preciso ler as explicações durante duas horas, rabisquei mais de 5 folhas, mas só consegui resumir elas em 3. Foi incrível saber o tanto que a teoria ajuda em um exercício de matemática ainda mais sabendo das dificuldades que eu tenho neste tipo de conteúdo.

Aluno IX: Foi interessante entrevistar os profissionais, ver na prática como se usa a matemática fora dos livros e cadernos.

Aluno XI: Descobrimos que não é só pela matemática que aprendemos em sala de aula que podemos calcular as tesouras de um telhado, ou o esquadro da parede, ou o desnível de um terreno. A prática tem muito valor do dia-a-dia.

Aluno XIX: A exigência do trabalho foi de extrema importância para mim, pois está me dando experiência para trabalhos futuros. A pesquisa me ensinou muito, pois era um conteúdo que não tinha muito conhecimento. A integração do grupo e o espírito de equipe foram muito positivos.

Aluno I: A utilização de métodos de explicação usando o computador, tais como vídeos e apresentações de *power point*, foram de extrema importância para o desenvolvimento do trabalho.

Aluno X: Eu aprendi muito com esta atividade, e ela despertou um interesse de ser Engenheiro Civil em mim.

Aluno XVI: Eu acho que foi uma ótima ideia da professora fazer este trabalho, pois na prática se aprende bem mais.

Pela leitura das respostas dadas a estas duas últimas questões, constatee alguns aspectos importantes despertados pela minha pesquisa. Um deles é a observação feita por mais de um aluno de que cada profissão, independentemente do nível de escolaridade do profissional, tem seu papel a desempenhar na sociedade, percebendo que todas têm sua importância e que a escolha por profissões mais destacadas nem sempre é feita por afinidades.

Outra descoberta feita pelos alunos é que não existe somente uma Matemática e que para a solução de problemas não existe somente a resposta

matemática. Os conhecimentos culturais presentes na sociedade indicam outros caminhos, outras formas de calcular que levam a resultados coerentes. Assim considero válida esta pesquisa ao buscar problematizar a matemática escolar.

Uma última observação a respeito destas respostas: elas mostraram que a integração do conhecimento tratado na sala de aula aliado a do mundo do trabalho foi muito importante para o desenvolvimento de habilidades e competências que possibilitaram ao aluno estabelecer associações entre o conteúdo prático e a teoria. Estas associações favorecem a compreensão do meio social e cultural em que estão inseridos, suprem deficiências e conduzem a respostas para os acontecimentos do cotidiano.

Acredito que o desenvolvimento destas atividades favoreceu o entendimento, por parte dos alunos, da Trigonometria e sua aplicação em diversos segmentos da sociedade, especialmente na construção civil, podendo justificar o fato de estar inserida nos currículos escolares.

5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação foi realizada com o propósito de problematizar, junto a um grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio, a constituição de conhecimentos vinculados à Trigonometria no triângulo retângulo. A prática da pesquisa mostrou que trabalhar conteúdos da Trigonometria vinculados à questão da História da Matemática e dos saberes matemáticos presentes no “mundo da construção civil” tornou o processo de ensino e de aprendizagem mais interativo, construtivo e participativo, provocando o envolvimento dos meus alunos com a pesquisa. Além disso, as atividades desenvolvidas desafiaram-nos a analisar, refletir e tirar conclusões. As vinculações por eles estabelecidas entre a matemática escolar e os conhecimentos dos trabalhadores da construção civil possibilitou evidenciar que a matemática que é trabalhada nas escolas não é a única e verdadeira, pois “a Matemática da escola é apenas uma das muitas Matemáticas que se encontram pelas diversas culturas” (D’AMBRÓSIO, 2009b, p. 25).

Ao analisar e interpretar as passagens da História da Matemática relativas à Trigonometria com os meus alunos, sobre outra perspectiva, fez com que eles criassem relações entre os acontecimentos históricos e os conteúdos matemáticos curriculares programados. A leitura dos textos, dos artigos e dos livros didáticos e paradidáticos, distribuídos aos pequenos grupos, desenvolveu questionamentos, interesse e curiosidade pelo contexto em que os conhecimentos matemáticos tiveram origem, provocou neles a necessidade de buscar mais informações sobre estes fatos. Pelos comentários feitos no decorrer das aulas e no questionário final, percebi que a História da Trigonometria mostrou-se relevante para a compreensão e construção dos conceitos relativos a este assunto. Brito e Bayer afirmam que:

[...] trabalhar a história constitui um fator que contribuiu para a motivação do aluno, despertando o interesse pelo conteúdo que está sendo ensinado, evidenciando a ligação entre os diferentes ramos do conhecimento e a razão da existência de determinados conteúdos. Não se trabalha somente o resultado, mas como se chega a ele, aí estamos fazendo história, ensinando Matemática, consequentemente fazendo Educação (BRITO e BAYER, 2007, p. 62).

Uma das dificuldades encontradas quanto ao resgate histórico foi selecionar textos para o ensino e a aprendizagem da Trigonometria que eu julgasse ter uma linguagem acessível aos alunos do Ensino Médio, servindo de instrumento para a realização da minha prática pedagógica, visto os historiadores serem estritamente técnicos e neutros.

A realização de atividades utilizando os processos criados no decurso da história também contribuíram para o desenvolvimento de habilidades matemáticas nos meus alunos, estimularam a criatividade e incentivaram a construção de modos críticos de pensar. Partindo das experiências vividas nesta pesquisa pela introdução da contextualização histórica, considero que esta prática proporcionou uma melhor compreensão dos conhecimentos matemáticos escolares. Os alunos enfatizaram que os conteúdos se tornaram mais significativos e tiveram maior facilidade para resolver os problemas propostos.

Desta forma constatei que o uso da História da Matemática, em especial a Trigonometria, teve boa receptividade por parte dos alunos e fez com que considerassem a Trigonometria um conteúdo importante, passando a percebê-la como um instrumento útil, tendo agora sentido e entendendo que faz parte de sua vida. A partir das atividades realizadas notei neles a capacidade de analisar criticamente, de estabelecer relações, de tomar decisões e de fundamentar suas afirmações, discutindo e enriquecendo os conhecimentos existentes.

No desenvolvimento desta pesquisa procurei trabalhar as atividades com metodologia de pesquisa, experimentos e saídas a campo, anteriormente à abordagem teórica. A maneira que habitualmente vinha utilizando abordava primeiro os conceitos e fórmulas para posteriormente resolver os exercícios de aplicação. Comparando estes dois modos de trabalho, constatei que o empregado nesta pesquisa facilitou para meus alunos a construção dos conhecimentos matemáticos

relativos à Trigonometria e a percepção de sua presença no contexto social, no que se refere aos conhecimentos matemáticos do mundo da construção civil.

O trabalho realizado pelos alunos, ao buscarem no setor da construção civil os distintos conhecimentos matemáticos e conseguir relacioná-los com os conceitos escolares, reforçam meu entendimento sobre a importância da articulação destes com os saberes populares, notadamente excluídos. A partir destas conexões estabelecidas pelos alunos foi possível a construção de conceitos relativos à Trigonometria. Esta experiência evidenciou a possibilidade da realização de novas pesquisas que dêem ênfase à introdução da História da Matemática e de conhecimentos do campo da Etnomatemática no estudo das relações trigonométricas no ciclo trigonométrico e nos triângulos quaisquer.

A problemática pela qual os estudos matemáticos foram abordados também pôde contribuir na aproximação e compreensão dos conhecimentos. Ao adotar o procedimento de trabalhar sistematicamente com grupos de estudos, nos quais acontece simultaneamente ensino e aprendizagem com o aluno e ensino e aprendizagem com o professor, ambos ensinaram e aprenderam em cooperação. Discussões, pesquisas, produções e socializações se sucederam de acordo com o andamento das aulas, assumindo o professor o papel de pesquisador e orientador.

Pelos depoimentos dos alunos no questionário final, eles relataram que esta maneira de aprender Trigonometria contribui para que se tornassem pesquisadores e autônomos na construção do próprio conhecimento. A avaliação dos resultados mostrou que é possível fazer uso da História da Matemática e da vertente Etnomatemática para o aprendizado da Trigonometria no Ensino Médio, articulando teoria e prática.

A busca pela informação no “mundo da construção civil” durante a prática da pesquisa propiciou o surgimento de diálogos dos alunos entre si, com familiares, com operários e profissionais deste segmento. Nestes contatos, pesquisados e pesquisadores trabalharam ideias, compartilharam conhecimentos e dirimiram dúvidas, onde teve construção de conhecimento pela investigação e interação com o meio social. Assim considero que os meus objetivos foram alcançados, problematizando os conteúdos matemáticos escolares e promovendo atitudes que

possam modificar qualitativamente as práticas na Educação Matemática. Costa assim comenta quanto a adoção de modelos para o ensino:

É uma coisa muito difícil pensar em “um” modelo de escola para uma sociedade que é tão plurifacetada, e para um tempo em que tudo escorre como os líquidos [...] A tônica dos nossos tempos é a volatilidade das coisas, a efemeridade. O que vigora hoje, amanhã já não é mais importante. [...] O que a gente poderia pensar, refletindo um pouco, seria que a escola se abrisse um pouco mais, se tornasse mais permeável a estes modos de ser contemporâneos, experimentasse mais essas novas formas de viver, poderia, quem sabe, inventar outras formas de educar. [...] os professores pudessem deixar de ser mensageiros da verdade, e dedicar-se, junto com os alunos, à construção de representações do mundo, a partir das intermináveis apreensões, interpretações, reinvenções possíveis (RAMOS; COSTA, 2007, p. 116).

Gostaria que o professor deixasse de acreditar ser único detentor do saber, saindo da sua “zona de conforto” para arriscar a experimentar e a inventar outros modos de ensinar. Dessa forma, ressalto que esta pesquisa me fez repensar a minha prática pedagógica no ensino da Matemática, de forma a despertar o interesse do aluno no estudo desta disciplina. O fato de buscar conhecimentos, não impondo as verdades, tornou-os pesquisadores junto comigo. Não se trata de deixar de dar aulas, mas sim de valorizar o que ele constrói. Reconheço que também passei a compreender melhor a Trigonometria fazendo uso da História da Matemática e de conhecimentos vinculados à cultura da construção civil. Penso que este trabalho pode contribuir para desmistificar a ideia de que a Matemática é uma ciência para poucos, pois entendo que não existe uma única matemática, mas sim múltiplas formas de pensamento matemático, cada uma organizada e estruturada dentro do seu contexto social.

Ao problematizar a Matemática como construção humana decorrente da necessidade de solucionar problemas vividos pelo homem através dos tempos, foi possível constatar que meus alunos passaram a percebê-la como uma ciência que foi se constituindo ao longo da humanidade. Proposto desta forma, eles puderam relacionar a Trigonometria às situações cotidianas, evidenciando que o conhecimento matemático construído está presente na atualidade, mesmo que com diferentes regras. Isto contribuiu para a compreensão das teorias, dando-lhes sentido. Assim, na tentativa de mudar hábitos e quebrar paradigmas, minha pesquisa mostra como podemos problematizar os conteúdos da Matemática escolar,

fugindo da matemática abstrata para uma matemática aplicada, valorizando a história e os conhecimentos matemáticos presentes na sociedade.

Cabe aqui também fazer uma observação quanto aos cursos de Licenciatura de Matemática, nos quais seria importante incluir a História da Matemática e a Etnomatemática em seus conteúdos básicos, valorizando estas vertentes da Educação Matemática. Parece-me necessário oferecer aos futuros professores os conhecimentos destas áreas para utilizá-los em seus projetos pedagógicos.

Por fim, o desenvolvimento deste trabalho envolveu pais de alunos no processo de aprendizagem, que junto aos seus filhos interagiram na busca pelo conhecimento e vivenciaram experiências da construção civil. A prática pedagógica também resgatou nas famílias envolvidas alguns valores, como foi declarado pela mãe de uma aluna: *“Minha filha não conversava com o avô, pois tinha vergonha dele ser um pedreiro, ser uma pessoa simples e não falar direito. Com este trabalho ela se aproximou dele e percebeu que a profissão dele também é importante”*. Nestas palavras acredito que a minha pesquisa ultrapassou o âmbito escolar, provocando uma educação que humaniza e personaliza a pessoa, produzindo cultura. Ademais, os alunos, agora pesquisadores, perceberam a existência e a importância de outras profissões dentro da sociedade.

6 REFERÊNCIAS

AMÂNCIO, Chateaubriand Nunes. Da Universalidade. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de. (Orgs.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. 2. reimpressão, Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2010. p. 53-69.

ANDRINI, Álvaro. **Praticando Matemática**. 8ª série, São Paulo: Editora do Brasil S/A, 1989.

BAUER, Martin W; GASKELL, George; ALLUM, Nicholas. Qualidade, quantidade e interesses do conhecimento: evitando confusões. In: BAUER, Martin W. & GASKELL, George (Orgs.). **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Rio de Janeiro: Vozes, 2002, p. 17-36.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 3. ed., São Paulo: Blucher, 2010.

BRASIL, **Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/Arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf>. Acesso em: 11 mar. 2011.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, MEC/SEF, 1998.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais + Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**: Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília, MEC/SEMTEC, 2002.

BRITTO, Silvio Luiz Martins; BAYER, Arno. O uso da História no ensino da Matemática e a opinião dos professores de Matemática do Ensino Médio da 2ª CRE quanto ao uso desse recurso. **Revista Acta Scientiae**, Canoas, v. 9, n. 1, p. 41-62, 2007. Disponível em: <<http://www.ulbra.br/actascientiae/edicoesanteriores/>>

Acta%20Scientiae%20v9%20n1%202007.pdf#page=41>. Acesso em: 19 out. 2011.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas – o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CLARETO, Sonia Maria. Conhecimento, Inventividade e Experiência: potências do pensamento Etnomatemático. In. FANTINATO, Maria Cecília de Castelo Branco. (Org). **Etnomatemática – novos desafios teóricos e pedagógicos**. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2009. p. 125-134.

COLLIS, Jill; HUSSEY, Roger. **Pesquisa em administração: um guia prático para alunos de graduação e pós-graduação**. Tradução: Lúcia Simonini. 2. ed., Porto Alegre: Bookman, 2005.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação – reflexões sobre educação e matemática**. 3. ed., Campinas – SP: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática – da teoria a prática**. 2. ed., Campinas-SP: Papirus, 1997.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da matemática In. BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. (Orgs). **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 13-29.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Uma história concisa da matemática no Brasil**. Petrópolis-RJ: Vozes, 2008.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade**. 3. ed., Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009a.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática e História da Matemática. In. FANTINATO, Maria Cecília de Castelo Branco. (Org). **Etnomatemática – novos desafios teóricos e pedagógicos**. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2009b. p. 17-28.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática e Educação. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de. (Orgs.). **Etnomatemática**,

currículo e formação de professores. 2. reimpressão, Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2010. p. 39-52.

DOMITE, Maria do Carmo S.. Etnomatemática em ação. **Revista Scientific American Brasil**, São Paulo, edição especial Etnomatemática, n. 11, p. 80-84.

DUARTE, Cláudia Glavam. **Etnomatemática, currículo e práticas sociais do “mundo da construção civil”**. 2003. 107 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Rio dos Sinos, São Leopoldo, 2003.

DUARTE, Cláudia Glavam. Por uma contra-memória na história da matemática. **Anais do X Encontro Gaúcho de Educação Matemática**. Ijuí, 2009. Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_17.pdf>. Acesso em: 19 nov. 2011.

DUARTE, Cláudia Glavam. Implicações curriculares a partir de um olhar sobre o “mundo da construção civil”. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de. (Orgs.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. 2. reimpressão, Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2010. p. 183-202.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 3 ed. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **História da Matemática: dos números à geometria**. Osasco: Edifício, 2008.

GERDES, Paulus. **Da Etnomatemática à Arte-Design e Matrizes Cíclicas**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

GIONGO, Ieda Maria. Etnomatemática e práticas da produção de calçados. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de. (Orgs.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. 2. reimpressão, Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2010. p. 203-218.

IMENES, Luiz Márcio. **Vivendo a Matemática – descobrindo o Teorema de Pitágoras**. São Paulo: Editora Scipione, 1988.

KNIJNIK, Gelsa. Educação Matemática, Exclusão Social e Política do Conhecimento. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. II, n. 1, p. 12-28, 1985.

KNIJNIK, Gelsa. As novas modalidades de exclusão social: Trabalho, conhecimento e educação. **Revista Brasileira de Educação**, n. 4, p. 35-42, 1997. Disponível em: <http://www.anped.org.br/rbe/rbedigital/RBDE04_05_GELSA_KNIJNIK.pdf>. Acesso em: 16 nov. 2011.

KNIJNIK, Gelsa. Cultura, currículo e matemática oral na educação de jovens e adultos do campo. In: II SIPEM - 2º Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática. Santos/SP, v. 1. p. 1-15, 2003. CD-ROM do II SIPEM - 2º Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática. Santos/SP : publicado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2003.

KNIJNIK, Gelsa. Pesquisa em Etnomatemática: apontamentos sobre o tema. In: FANTINATO, Maria Cecília de Castelo Branco. (Org). **Etnomatemática – novos desafios teóricos e pedagógicos**. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2009. p. 135-142.

KNIJNIK, Gelsa. Etnomatemática e Educação no Movimento Sem Terra. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de. (Orgs.). **Etnomatemática**, currículo e formação de professores. 2. reimpressão, Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2010. p. 219-238.

LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. **Construindo os conceitos Básicos da Trigonometria no Triângulo Retângulo: uma proposta a partir da manipulação de modelos**. 2000. 203 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

LINTZ, Rubens G. **História da Matemática**. Volume I. Blumenau: Ed. da FURB, 1999.

MONTEIRO, Adexandrina; PONPEU Junior, Gerando. **A Matemática e os Temas Transversais**. São Paulo: Moderna, 2001.

MOREIRA, Darlinda. Etnomatemática e mediação de saberes matemáticos na sociedade global e multicultural. In: FANTINATO, Maria Cecília de Castelo Branco. (Org). **Etnomatemática – novos desafios teóricos e pedagógicos**. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2009. p. 59-68.

MOREIRA, Herivelto; CALEFFE, Luiz Gonzaga. **Metodologia da Pesquisa para o professor pesquisador**. 2. ed., Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

NACARATO, Adair Mendes; BREDARIOL, Cláudia Cristiane; PASSOS, Miriam Paula Franco. **Trigonometria: uma análise da sua evolução histórica e da**

transposição didática desse conhecimento presente nos manuais didáticos e propostas curriculares. Disponível em: <<http://nutes2.nutes.ufrj.br/coordenacao/textosapoio/trigonometria.pdf>>. Acesso em: 07 dez. 2010.

NUNES, Vera Soeiro de Souza. **A matemática no Ensino Médio a partir de sua história: uma experiência com a Trigonometria.** 2002. 110 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

OLIVEIRA, Rosalba Lopes de. **Aritmética e Artefatos Antigos: uma proposta interdisciplinar.** Disponível em: <<http://www.fae.ufmg.br/ebapem/completos/04-09.pdf>>. Acesso em: 07 dez. 2010.

RAMOS do Ó, Jorge; COSTA, Mariza Vorraber. Desafios à Escola Contemporânea: um diálogo. **Revista Educação & Realidade.** Porto Alegre, n. 32(2), p. 109-116, 2007. Disponível em: <<http://www.seer.ufrgs.br/educacaoerealidade/article/view/6653>>. Acesso em: 01 abr. 2012.

SAMPAIO, Helenara Regina. **Uma abordagem histórico-filosófica na Educação Matemática: Contribuições ao processo de aprendizagem de trigonometria no Ensino Médio.** 2008. 188 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SEIBERT, Tania Elisa. Educação matemática e história: Atividades para as séries finais do ensino fundamental. **Revista Acta Scientiae**, Canoas, v. 4, n. 1, p. 153-156, 2002. Disponível em: <<http://www.ulbra.br/actascientiae/edicoesanteriores/Acta%20Scientiae%20v4%20n1%202002.pdf#page=153>>. Acesso em: 20 out. 2011.

SILVA, Marлизete Franco da; FROTA, Maria Clara Rezende. Uma experiência com modelos da trigonometria associados a situações práticas. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática.** Salvador, 2010. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/ocs/index.php/xenem/xenem/schedConf/presentations>> Acesso em: 03 nov. 2010.

SILVA, Raphael Martinez E. da; MALDANER, Jair José. História da Matemática: uma nova introdução dos conteúdos. **Anais do IV Encontro Estadual de Didática e Prática de Ensino**, Goiânia, 2011. Disponível em: <<http://www.ceped.ueg.br/anais/ivedipe/pdfs/matematica/poster/101-148-4-SM.pdf>>. Acesso em: 20 out. 2011.

TARDIF, Maurice. **Saberes Docentes e Formação Profissional.** Petrópolis: Vozes, 2004.

WANDERER, Fernanda. Educação de jovens e adultos, produtos da mídia e Etnomatemática. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de. (Orgs.). **Etnomatemática**, currículo e formação de professores. 2. reimpressão, Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2010. p. 253-271.

VAZQUEZ, Cristiane Maria Roque. Trigonometria no Ensino Médio: Construção de alguns conceitos. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**, Salvador, 2010. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/ocs/index.php/xenem/xenem/schedConf/presentations>>. Acesso em: 03 nov. 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 : Questionário Inicial

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, EXTENSÃO E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
ORIENTADORA: Miriam Inês Marchi
MESTRANDA: Gládis Bortoli

Questionário para avaliar o perfil da turma e seus conhecimentos em relação a Trigonometria e História da Matemática

Este questionário faz parte da dissertação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates. Ele será realizado com os alunos do 2º ano do Ensino Médio, turma 202.

1. Idade: _____ anos Sexo: () masculino () feminino
2. Há quantos anos estuda no Colégio Murialdo? _____
3. Para você o ato de estudar (escolha apenas uma alternativa)
- () é importante, porque sem ele não se consegue bom emprego;
- () é importante, porque assim é mais fácil para compreender o mundo em que vivemos;
- () é importante, porque a família e a sociedade exigem isso;
- () não é tão importante, pois “o estudo não garante o futuro de ninguém”;
- () não é tão importante, porque ninguém gosta de estudar;
- () Outra. Qual? _____
4. Quais dos procedimentos da professora em sala de aula o(a) mobiliza mais para a aprendizagem?
- (escolha somente 3 alternativas, numerando-as de acordo com seu grau de importância)
- () Explica mais de uma vez;
- () Utiliza jogos e brincadeiras;
- () Utiliza modernos recursos técnicos;
- () Usa linguagem semelhante à do aluno;
- () Ouve com atenção, motiva e incentiva o aluno;
- () Usa o laboratório de informática;
- () Realiza aulas práticas;
- () Exige ordem e disciplina;
- () Consegue mostrar a importância da matéria;
- () Prepara bem sua aula e conhece a sua matéria;
- () Outra. Qual? _____
5. Em sua opinião, o papel da escola é:
- () adequar-se às necessidades individuais e ao meio social;
- () difundir conteúdos;
- () modelar o comportamento humano através de técnicas específicas;
- () formar atitudes;
- () preparar intelectual e moralmente os alunos para assumir seu papel na sociedade;

- () levar professores e alunos a atingir um nível de consciência da realidade em que vivem para buscar a transformação social;
() Outra. Qual? _____

6. Como você participa no processo ensino-aprendizagem durante as aulas?

- () faço perguntas e esclareço as dúvidas;
() relato meus pontos de vista, troco ideias com os demais colegas;
() raramente participo, somente ouço;
() outro: _____

7. Você estuda em casa? () sim () não. Em caso afirmativo, quantas horas semanais geralmente você dedica aos estudos?

- () uma;
() duas;
() três;
() quatro;
() mais que quatro. Quantas? _____

8. Que tipos de mecanismos você utiliza para estudar?

- () caderno;
() livro didático adotado;
() outros livros;
() internet;
() grupo de estudos;
() outros: _____

9. Você gosta de Matemática?

- () sim;
() não;
() em parte.

Explique: _____

10. Você acha importante que os elementos da História da Matemática estejam presentes nas aulas de Matemática do ensino médio?

- () sim;
() não;
() sem condições de opinar;
() em parte.

Explique: _____

11. Você se interessa pela História da Matemática

- () sim;
() não;
() em parte.

Explique: _____

12. Quais são as suas expectativas com relação ao conteúdo Trigonometria? _____

13. O que você entende por triângulo retângulo? Existe alguma característica que o diferencia dos demais triângulos? _____

14. Com relação ao triângulo retângulo, a medida do cateto pode ser maior que a da hipotenusa? () sim () não

Justifique: _____

15. Com o auxílio de um transferidor e de uma régua, faça o desenho de dois triângulos retângulos, ambos com hipotenusa medindo 5,0 cm de comprimento: em um deles, um dos ângulos internos deve ser 30° e no outro, um dos ângulos internos deve ser 45° .



16. Você conhece alguma aplicação prática (no dia-a-dia) da Trigonometria? _____

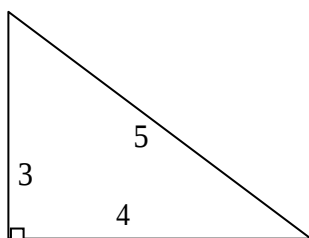
Qual? _____

APÊNDICE 2: Demonstração do Teorema de Pitágoras

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, EXTENSÃO E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
ORIENTADORA: Miriam Inês Marchi
MESTRANDA: Gládis Bortoli

REPRODUÇÃO DE UMA DAS DEMONSTRAÇÕES ATRIBUÍDAS AO TEOREMA DE PITÁGORAS:

01. Com base nos estudos realizados em aula, construa uma das demonstrações atribuídas ao longo dos anos a Pitágoras, tomando-se o triângulo retângulo abaixo cujos lados medem 3cm , 4cm e 5cm , utilizando materiais diversos:



APÊNDICE 3: Atividades envolvendo a aplicações do Teorema de Pitágoras

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, EXTENSÃO E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
ORIENTADORA: Miriam Inês Marchi
MESTRANDA: Gládis Bortoli

ATIVIDADES ENVOLVENDO A APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Os registros mais antigos da evolução dos conhecimentos matemáticos encontram-se nos tablets da Mesopotâmia e nos papiros e outros escritos egípcios. Estas duas civilizações, de forma aparentemente independente, deixaram-nos um precioso acervo que contém ideias interessantíssimas e elaboradas para a resolução de problemas não só provenientes das demandas da vida cotidiana, mas também relacionados ao desenvolvimento e às aplicações dos conceitos e processos matemáticos que formularam.

GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. História da Matemática, Osasco: Edifício, 2008.

OBS.: As unidades de medida utilizadas nas questões estão relacionadas aos povos e a época em que foram escritas.

01. Além dos registros em grandes monumentos e templos, os egípcios nos deixaram os papiros. Entre eles encontramos o Papiro do Cairo, escrito no século I a.C., pertencente ao acervo do Museu Britânico, sendo traduzido em 1972, por R. A. Parker. Com base nos conhecimentos sobre o triângulo retângulo, resolva o problema abaixo, retirado deste papiro, que de acordo com Parker tem a seguinte tradução:

“Um bastão cuja medida é 10 cúbitos em pé tem sua base afastada de 6 cúbitos. Determine a nova altura e a distância do alto em que está o bastão após o deslocamento.”

02. De acordo com o texto “A História da Matemática – Carl B. Boyer” trabalhado na sala de aula e no trecho destacado acima, observamos que o conhecimento matemático da Mesopotâmia foi registrado em tabletas. As tabletas eram bem mais resistentes que os papiros egípcios, as marcas eram confeccionadas em forma de cunha com um estilete sobre o barro mole sendo depois cozidas. O tablete BM 34568 contém 19 problemas que foram classificados por tipos, por Neugebauer. Resolva o problema abaixo retirado deste tablete, cuja tradução encontra-se a seguir:

“Um junco está encostado na parede (na vertical). Se ele desliza 3 jardas (a partir do alto), a extremidade inferior desliza 9 jardas . Qual é o comprimento do junco e a altura que ele alcança na parede após deslizar?”

“Saudações ao ser de cabeça de elefante que infunde a alegria na mente de seus adoradores e cujos pés são reverenciados pelos deuses.”

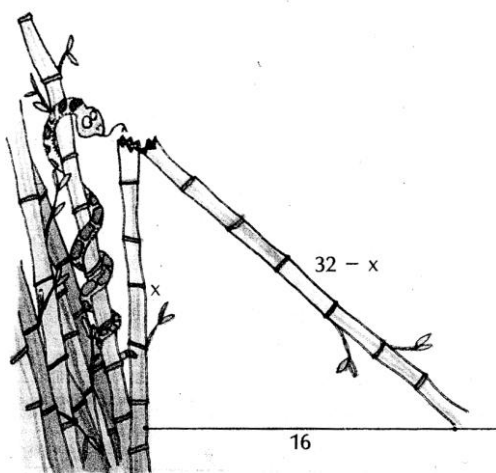
Quem poderia imaginar, ao ler esta oração no início de um livro hindu, que se tratava de uma obra de Matemática? É que o ensino de Matemática na Índia tinha uma ligação estreita com a religião.

*Quem escreveu a citação acima foi **Bhaskara Akaria**, matemático indiano que viveu no século XII, conhecido por **Bhaskara, o Sábio**.*

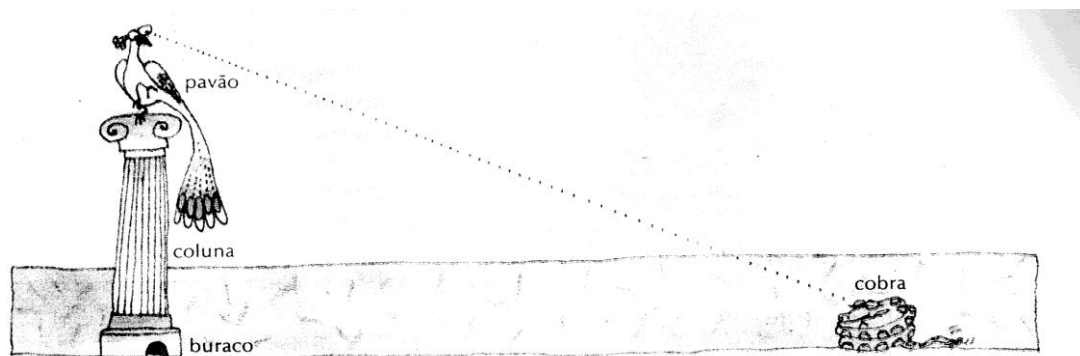
Bhaskara é autor de um dos mais importantes livros de história da Matemática: Lilavate. Essa obra está repleta de problemas simples e interessantes, muitos dos quais resolvidos através do teorema de Pitágoras.

GUELLI, Oscar. Dando Corda na Trigonometria, São Paulo: Ática, 1993.

03. **(Guelli – 1993)** Se um bambu de 32 côvados de altura é quebrado pelo vento, de modo que a ponta encontre o chão a 16 côvados da base, a que altura a partir do chão ele foi quebrado?



04. **(Adaptado Guelli – 1993)** Um pavão pousou no topo de uma coluna em cuja base há um buraco de cobra. Vendo a cobra a uma distância da coluna igual a 30 côvados, o pavão avançou para ela em linha reta. Se a coluna tem 10 côvados de altura, quantos côvados da cova a cobra se encontra?

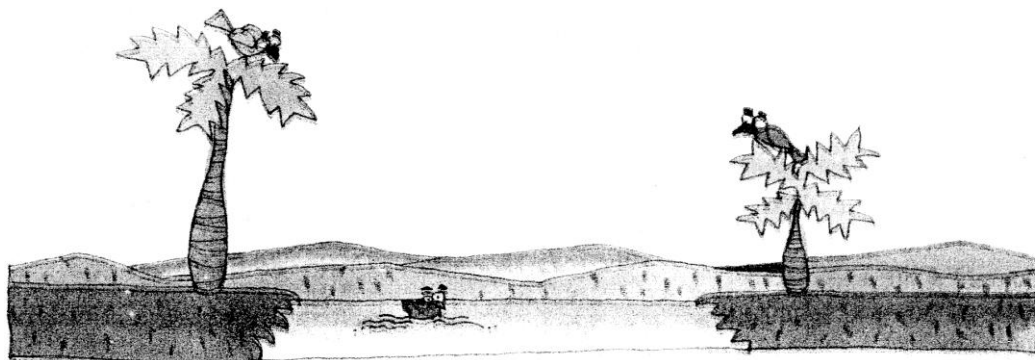


Também na matemática árabe encontramos problemas cuja resolução tem como base o teorema de Pitágoras. O curioso é que os matemáticos árabes, que apreciavam uma boa e clara apresentação, explicavam cuidadosamente, explicavam cuidadosamente cada passagem da resolução. Provavelmente, é a tradição de grandes comerciantes desse povo que explica a paciência, a organização e a clareza de detalhes com que ensinam matemática.

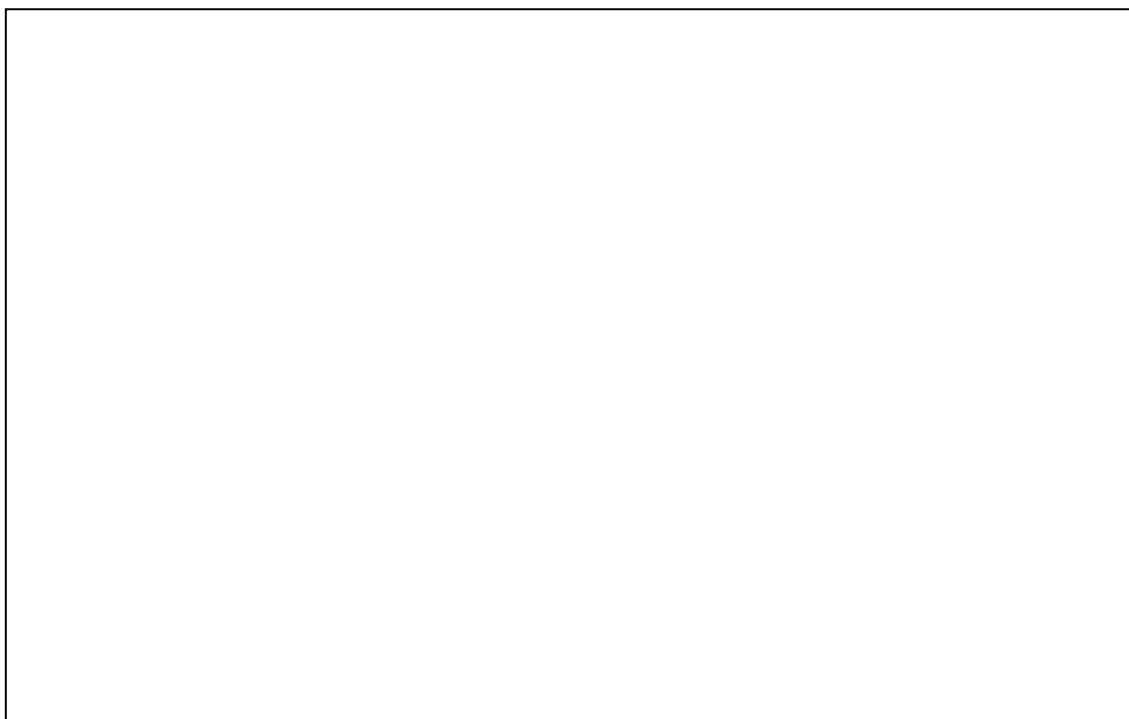
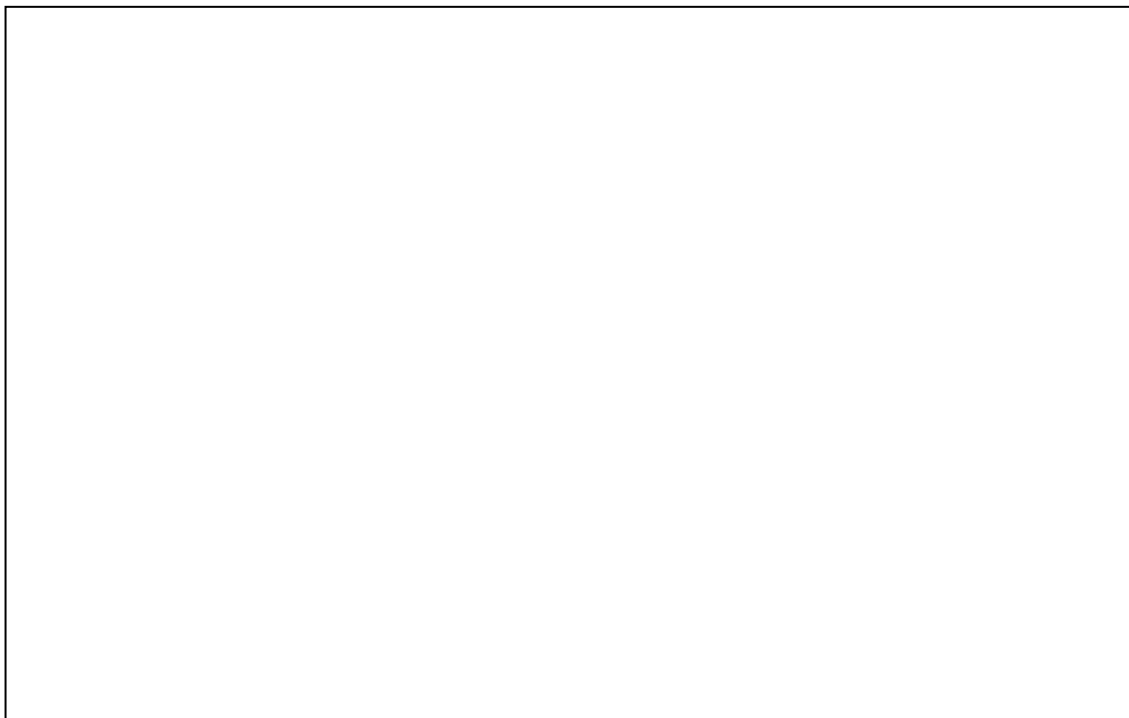
GUELLI, Oscar. *Dando Corda na Trigonometria*,
São Paulo: Ática, 1993.

Este é um problema árabe do século XI:

05. **(Guelli – 1993)** Nas duas margens de um rio crescem duas palmeiras. A Altura de uma é 30 *unidades* e a da outra, 20; entre os dois troncos há uma distância de 50 *unidades*. Na copa de cada palmeira há um pássaro. De repente, os dois pássaros descobrem um peixe que aparece na superfície de um rio, entre as duas palmeiras. Eles partem e alcançam o peixe ao mesmo tempo. Se percorreram a mesma distância, a que distância do tronco da palmeira maior apareceu o peixe?



06. Com o auxílio de um transferidor e de uma régua, faça o desenho de dois triângulos retângulos, ambos com o cateto adjacente medindo 6,0 cm de comprimento: em um deles, um dos ângulos internos deve ser 40° e no outro, um dos ângulos internos deve ser 25° .



APÊNDICE 4: Construção dos conceitos das razões trigonométricas no triângulo retângulo

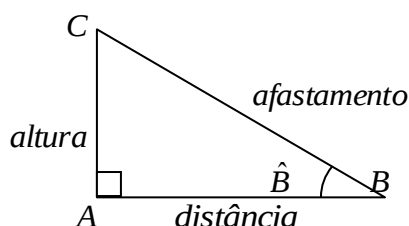
CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, EXTENSÃO E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
ORIENTADORA: Miriam Inês Marchi
MESTRANDA: Gládis Bortoli

ATIVIDADES ENVOLVENDO A CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO (SENO – COSSENO – TANGENTE)

Esta atividade faz parte da dissertação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates. Ele será realizado com os alunos do 2º ano do Ensino Médio, turma 202.

INSTRUÇÕES:

- 1) Traçar um segmento AB horizontal medindo 14 cm , o qual será denominado “*distância*”;
- 2) Traçar um segmento AC medindo 8 cm , perpendicular ao segmento AB , em A , que será denominada “*altura*”;
- 3) Ligar BC . Chamar este segmento de “*afastamento*”;
- 4) Traçar os segmentos DE e FG paralelos ao lado AC , formando os triângulos retângulos DBE e FBG ;
- 5) Medir o ângulo $\hat{B}$;
- 6) Medir os lados necessários para o preenchimento do quadro abaixo.



Triângulo	MEDIDAS			$\frac{\text{altura}}{\text{distância}}$	$\frac{\text{altura}}{\text{afastamento}}$	$\frac{\text{distância}}{\text{afastamento}}$
	<i>altura</i>	<i>distância</i>	<i>afastamento</i>			
ABC						
DBE						
FBG						

APÊNDICE 5: Atividades envolvendo a aplicação das razões trigonométricas presentes no triângulo retângulo (seno – cosseno – tangente)

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, EXTENSÃO E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
ORIENTADORA: Miriam Inês Marchi
MESTRANDA: Gládis Bortoli

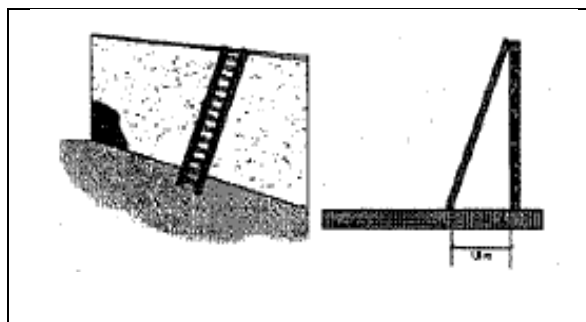
ATIVIDADES ENVOLVENDO A APLICAÇÃO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS PRESENTES NO TRIÂNGULO RETÂNGULO (SENO – COSSENO – TANGENTE)

Esta atividade faz parte da dissertação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates. Ele será realizado com os alunos do 2º ano do Ensino Médio, turma 202.

ATIVIDADES:

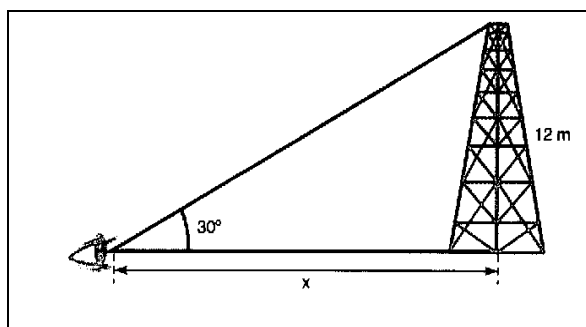
01. (IMENES & LELLIS, 1997 – adaptado) Uma escada está apoiada em um muro de modo que a sua extremidade inferior encontra-se a $1,5m$ desse muro, formando um ângulo de 80° com o solo. Qual é a altura aproximada do muro?

Dado: $tg\ 80^\circ = 5,671$.



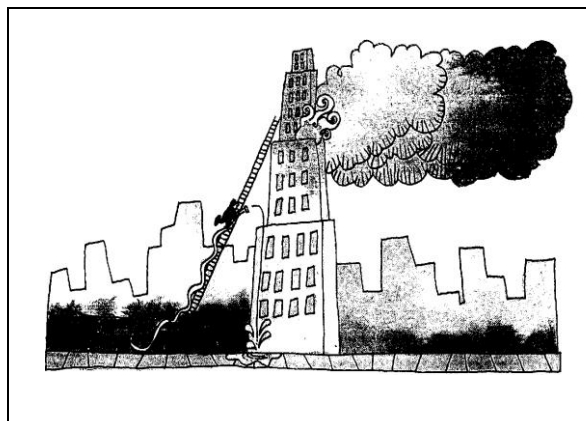
02. (GIOVANNI & BONJORNO, 2002) Uma torre vertical, de 12 metros , é vista sob um ângulo de 30° por uma pessoa que se encontra a uma distância x de sua base, e cujos olhos estão no mesmo plano horizontal dessa base. Determine a distância x .

Dado: $tg\ 30^\circ = 0,58$.



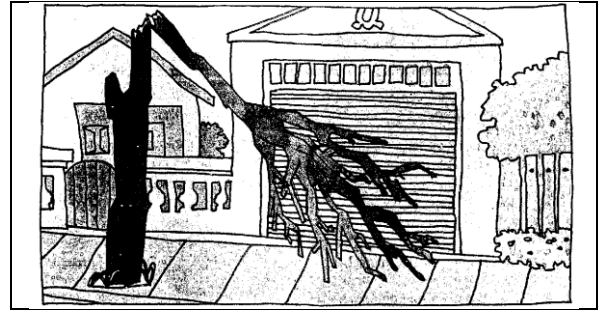
03. (Guelli, 1993) Para combater um incêndio em um edifício de $58m$ de altura, os bombeiros estacionaram o carro em frente e manejam a escada até que ela atinja o topo do prédio. Dessa forma, a escada forma um ângulo de 75° com a horizontal. Se a base da escada está a $2m$ do chão, quantos metros de escada os bombeiros utilizam nesse incêndio?

Dado: $sen\ 75^\circ = 0,966$.

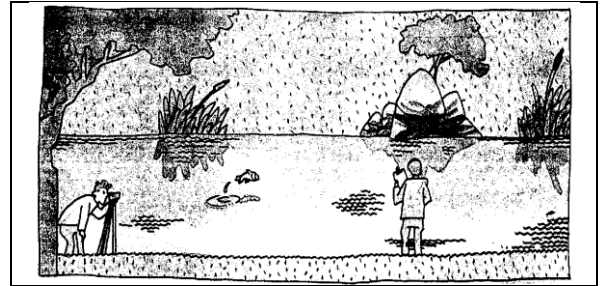


04. (Guelli, 1993) O vento quebra uma árvore durante uma tempestade. A copa dessa árvore encosta no solo a 10 m de sua base. Sabendo que o ângulo formado entre a copa da árvore e o solo é de 30° , determine a altura da árvore.

Dados: $\operatorname{tg} 30^\circ = 0,577$ e $\cos 30^\circ = 0,866$.

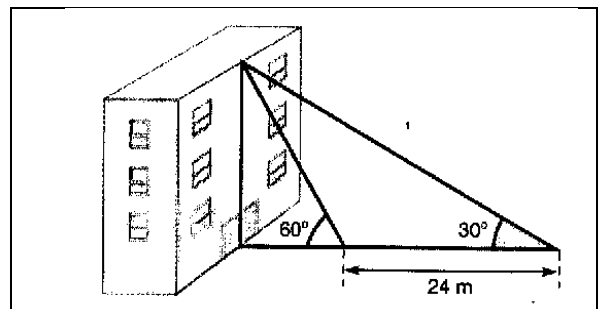


05. (Guelli, 1993) Dois topógrafos estão na mesma margem de um rio, separados 36 m um do outro. Um deles observa uma pedra que está na outra margem, bem em frente ao seu companheiro. Com a ajuda de um teodolito, o observador verifica que a linha perpendicular que une a pedra ao seu colega forma um ângulo de 36° com a linha de mira do teodolito à pedra. Qual a largura do rio?



Dados: $\operatorname{tg} 36^\circ = 0,727$

06. (GIOVANNI & BONJORNIO, 2002) A partir de um ponto, observa-se o topo de um prédio sob um ângulo de 30° . Caminhando 24 metros em direção ao prédio, atingimos outro ponto, de onde se vê o topo do prédio segundo um ângulo de 60° . Desprezando a altura do observador, calcule, em metros, a altura do prédio.



Dados: $\operatorname{tg} 30^\circ = 0,58$ e $\operatorname{tg} 60^\circ = 1,73$.

APÊNDICE 6: Planilha de observações

TURMA 202

PLANILHA DE OBSERVAÇÕES DA APRESENTAÇÃO

DATA: _____

ALUNO	ASSUNTO ENTREVISTADO	CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO					OBSERVAÇÕES
		C1	C2	C3	C4	C5	
G1	TESOURAS DO TELHADO MESTRE DE OBRAS						
G2	DESNÍVEL DO TERRENO PEDREIRO						
G3	TESOURAS DO TELHADO PEDREIRO						
G4	DESNÍVEL DO TERRENO ENG.CIVIL OU ARQUITETO						
G5	ESQUADRO PAREDE PEDREIRO						
G6	DESNÍVEL DO TERRENO MESTRE DE OBRAS						
G7	ESQUADRO PAREDE ENG.CIVIL OU ARQUITETO						
G8	ESQUADRO PAREDE MESTRE DE OBRAS						
G9	TESOURAS DO TELHADO ENG.CIVIL OU ARQUITETO						

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO:

C1 – Comprometimento do grupo;
C2 – Tempo;

C3 – Conteúdo matemático abordado;
C4 – Desenvoltura na apresentação;

C5 – Criatividade e uso de recursos para a apresentação.

APÊNDICE 7: Questionário Final

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, EXTENSÃO E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
ORIENTADORA: Miriam Inês Marchi
MESTRANDA: Gládis Bortoli

Questionário de avaliação da metodologia aplicada

Esta entrevista faz parte da dissertação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates, realizado com os alunos do 2º ano do Ensino Médio, da turma 202, como um dos instrumentos de avaliação da pesquisa.

Em sua opinião:	Excelente	Bom	Regular	Ruim	Sem condições de opinar
1. A forma de condução das aulas, pela professora, foi adequada para que você entendesse o conteúdo?	 ()	 ()	 ()	 ()	 ()
2. As atividades desenvolvidas despertaram o seu interesse e a sua curiosidade sobre o conteúdo abordado?	 ()	 ()	 ()	 ()	 ()
3. As pesquisas e os trabalhos em grupo facilitaram a sua compreensão sobre o conteúdo?	 ()	 ()	 ()	 ()	 ()
4. A incorporação da História da Matemática auxiliou na compreensão dos conteúdos abordados?	 ()	 ()	 ()	 ()	 ()
5. A preocupação que a professora demonstrou com o seu aprendizado foi suficiente/adequada?	 ()	 ()	 ()	 ()	 ()
6. A professora valorizou as suas ideias e manteve um bom relacionamento com a turma?	 ()	 ()	 ()	 ()	 ()
7. A professora acompanhou sua participação durante as atividades desenvolvidas?	 ()	 ()	 ()	 ()	 ()

8. Descreva como foi sua participação e motivação no processo ensino-aprendizagem durante o desenvolvimento da pesquisa:

9. Este trabalho contemplou suas expectativas com relação ao conteúdo Trigonometria?

10. Além do conteúdo visto em aula existe algo mais que a realização deste trabalho trouxe para o seu dia-a-dia ou para a sua vida?

11. Use esse espaço para registrar outros comentários sobre as atividades desenvolvidas:

ANEXOS

ANEXO 1: “Astrolábio” do autor Felipe Fantuzzi

Astrolábio

Por Felipe Fantuzzi

O astrolábio é um instrumento antigo que serve para medir a altura dos astros acima do horizonte. É o resultado prático de várias teorias matemáticas desenvolvidas pelos gregos – em especial Hiparco (180-120 A.C.), um dos grandes matemáticos da Antiguidade – e difundido por Ptolomeu (85-165), em seu famoso trabalho “Almagesto”. Foi posteriormente desenvolvido pela escola islâmica, no século IX, para enfim ser adaptado pelos portugueses para a navegação, com a criação do astrolábio náutico.

A grande contribuição de Hiparco para a posterior construção do astrolábio foi ter formalizado a projeção estereográfica como método para resolver problemas astronômicos complexos sem usar trigonometria esférica. Quando e onde este trabalho de Hiparco foi realmente aplicado na construção de um astrolábio é algo que ainda não se sabe. Theon de Alexandria (335-405) escreveu um tratado do astrolábio, por volta do ano de 390. Na mesma época, Sinésius de Cirene (378-430) descreve um instrumento vagamente semelhante a um astrolábio. Entretanto, apenas no século VI, com Philoponos de Alexandria, é que se consegue ter uma descrição em documento da construção e utilização de um astrolábio.

O astrolábio foi desenvolvido para resolver diversos problemas geométricos, como calcular a altura de uma construção ou a profundidade de um poço – não apenas para problemas astronômicos. Era composto por um disco graduado, onde estavam colocadas várias lâminas circulares. Essas lâminas eram graduadas à superfície das suas margens, o que permitia determinar, por exemplo, a altura dos astros.

O astrolábio foi introduzido no mundo islâmico nos séculos VIII e IX, através de traduções dos textos gregos. Foi desenvolvido inteiramente durante os primeiros séculos do Islam. Era um instrumento muito valioso no Islam por causa de sua

capacidade de determinar as horas do dia – e, portanto, a hora de oração – e também auxiliava na determinação da direção para Meca. Vale ressaltar que a astrologia era um elemento intrínseco na cultura islâmica, e esse também foi um dos principais usos do astrolábio.

O astrolábio se mudou com os islâmicos do norte da África para a Espanha, onde então foi introduzido na cultura européia, sendo amplamente utilizado pelo continente nos séculos XV e XVI, onde foi adaptado para a navegação, com o desenvolvimento do astrolábio náutico de metal, pelo astrônomo Abraão Zacuto, em Lisboa.

Astrolábio Náutico

O astrolábio náutico foi a simplificação do plano e permitia apenas medir a altura dos astros. Inicialmente tinha a configuração da face posterior dos planos, no entanto e com a experiência dos navegadores ganhou uma nova forma. Deixou de ser fabricado em chapa de metal ou madeira e passou a fundir-se em liga de cobre, de modo a que o seu peso o sujeitasse menos ao balanço do navio.

O uso do astrolábio teve seu declínio na segunda metade do século XVII. A invenção do relógio de pêndulos e outros instrumentos científicos mais acurados, como os telescópios, passaram a ser disponíveis. A produção do astrolábio continuou até o século XIX, particularmente no mundo árabe. Nos dias de hoje, os astrolábios são construídos apenas por curiosidade ou diversão, embora seu valor educacional continua sendo muito apreciado.

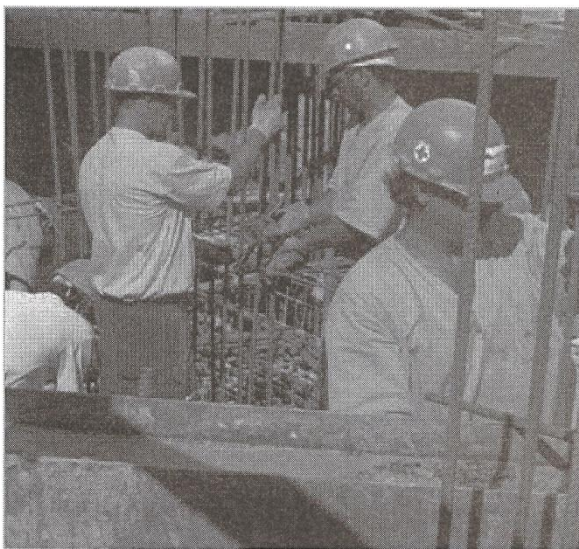
Disponível em: < <http://www.infoescola.com/astronomia/astrolabio/>>.

Acessado em: 01 ago. 2011.

ANEXO 2: Reportagem da Revista Proteção

► Geral

Acidentes em obras expõem falta de segurança e de fiscalização



Data: 13/09/2011 / Fonte: Redação Revista Proteção

Dois grandes acidentes no segmento da construção civil marcaram o mês de agosto no Brasil. Um deles, no Nordeste, resultou na morte de nove operários e o outro, no Sul, causou o soterramento de 11 trabalhadores, com duas vítimas fatais. Sindicalistas e especialistas ouvidos pela Proteção afirmam que os principais pontos a serem questionados são a fiscalização e o planejamento de segurança.

"O planejamento de segurança deve estar atualizado. Toda obra tem riscos, mas deve haver uma avaliação das áreas de risco e investimento na proteção", orienta o presidente do STICC POA-RS (Sindicato dos Trabalhadores nas Indústrias da Construção Civil de Porto Alegre), Valter Souza.

Para Carlos Alberto Matos Vieira Lima, presidente do Sindicato da Indústria da Construção do Estado da Bahia (Sinduscon-BA), a conscientização é a melhor forma de prevenir acidentes. "Precisamos educar tanto as empresas quanto os trabalhadores para reduzir os acidentes e doenças", afirma.

Salvador

No dia 9 de agosto, em Salvador (BA), um dos elevadores utilizados na construção do edifício empresarial Paulo VI desabou de uma altura de aproximadamente 80 metros, matando na hora os nove operários que estavam dentro do equipamento. Segundo o laudo preliminar, um rompimento do eixo do motor causou a queda e o não funcionamento do sistema de frenagem.

O chefe do Setor de Segurança e Saúde do Trabalhador (SEGUR) da Superintendência Regional do Trabalho e Emprego na Bahia (SRTE/BA), Flávio Oliveira Nunes, garante que a obra havia sido fiscalizada em maio e as irregularidades encontradas foram corrigidas, mas a obra avançou e novos problemas surgiram.

"Para prevenir o acidente, a empresa deveria ter feito um ensaio deste eixo do motor para verificar se havia fissuras e, ainda, realizado testes no sistema de frenagem, que deve ser feito a cada 30 dias", aponta. Segundo ele, de junho de 2010 a junho de 2011 foram interditados 200 elevadores e mais de 150 obras foram embargadas em Salvador e na região metropolitana.

A Construtora Segura, responsável pela obra, afirma estar colaborando com as investigações. Reforça que o elevador de uso de engenheiros e colaboradores funcionava dentro das normas técnicas e que a obra era fiscalizada com frequência pelas autoridades competentes.

Porto Alegre

Já em Porto Alegre (RS), no dia 27 de agosto, a laje de cobertura da obra de construção de uma estação de bombeamento de esgoto na zona sul da cidade estava sendo concretada quando desabou. Dos 11 operários que trabalhavam no local, nove foram resgatados com vida e dois não sobreviveram. A obra, realizada pela construtora Marcos Projetos e Construções, é de responsabilidade do Departamento Municipal de Água e Esgotos (DMAE).

As causas do acidente ainda são desconhecidas. O auditor fiscal da SRTE/RS (Superintendência Regional do Trabalho e Emprego do Rio Grande do Sul), Luís Rossi Bernardes, diz que é muito cedo para uma conclusão e que a investigação é complexa. O canteiro de obras foi embargado e a construtora pode trabalhar apenas para se adequar às exigências.

Segundo a assessoria de comunicação do DMAE, trata-se de um acidente estrutural. Após o término das investigações, a empresa tomará as medidas administrativas e jurídicas cabíveis, enquanto contratante da executora da obra.

Medo

Em ambas as obras, havia uma preocupação por parte dos trabalhadores com os riscos que corriam. "Eles já tinham percebido problemas no elevador, mas mesmo assim o utilizaram. Não se negaram a subir", relata o diretor de saúde do Sintracom-BA (Sindicato dos Trabalhadores na Indústria da Construção e da Madeira no Estado da Bahia), Arilson Ferreira dos Santos.

"Ouvimos dos trabalhadores que havia uma preocupação com os riscos que corriam na obra. Notamos que estavam muito apreensivos", conta Valter Souza sobre a segurança na obra do DMAE.

Fiscalização, manutenção e planejamento

Segundo Souza, do STICC POA-RS, profissionais mais qualificados no planejamento da segurança são fundamentais para a prevenção de acidentes. "Engenheiros e técnicos deveriam estar participando ativamente de uma concretagem como a que é realizada nesta obra", aconselha, referindo-se à laje de cobertura da construção do DMAE.

O Sinduscon-BA, em parceria com outros órgãos, propõe que os projetos de Saúde e Segurança sejam mais uma condição para a liberação dos alvarás das obras, "dando-lhes a mesma importância que se dá a projetos estruturais e arquitetônicos", defende o presidente Carlos Alberto Lima.

O engenheiro de Segurança do Trabalho e integrante da Comissão de Política e Relações do Trabalho do Sinduscon-RS, Sérgio Ussan, concorda que o planejamento é uma das melhores formas de prevenção. "As empresas devem ter suas próprias equipes com técnicos e engenheiros de segurança e uma auditoria externa e isenta que aponte as não conformidades na obra, para que seja feito um bom planejamento de segurança", enfatiza.

A fiscalização é outro fator importante para garantir a integridade dos trabalhadores da construção civil. No entanto, a quantidade de auditores fiscais é pouca para tantas obras a serem fiscalizadas, de acordo com o Sintracom-BA.

O chefe da SEGUR confirma o problema na Bahia. "Temos apenas 12 auditores para fiscalizar as construções de Salvador e da região metropolitana. É impossível visitar todas as obras", lamenta.

O especialista Sérgio Ussan afirma que o Ministério do Trabalho precisa de, no mínimo, o dobro de fiscais que tem hoje, mas essa obrigação não é apenas da Pasta e, sim, de três esferas: "Da empresa, que é a responsável civil e criminal pelo equipamento; do Ministério do Trabalho, responsável por controlar e avaliar se a empresa cumpre seu dever; e dos sindicatos, que devem acompanhar a atividade dos trabalhadores", enumera.

Ações

Após o acidente em Salvador, a SRTE/BA organizou uma força-tarefa para vistoriar os elevadores, visitando 44 canteiros de obras. Destes, 10 foram embargados e 63 elevadores foram interditados até o fechamento da matéria.

O Comitê Permanente Nacional sobre Condições e Meio Ambiente de Trabalho na Indústria da Construção, por sua vez, decidiu, no dia 1º de setembro, alterar a NR 18 para que os elevadores a cabo não possam mais ser utilizados em obras para transportar trabalhadores, a partir de maio de 2013.

O Sintracom-BA, por meio de uma campanha de prevenção, recomenda que os elevadores não sejam utilizados se ainda não foram fiscalizados. "O problema é que os empresários estão mais preocupados com o custo de um elevador de qualidade e da manutenção do que com a vida dos operários", reclama Arilson dos Santos.

O STICC POA também pretende realizar uma campanha de conscientização. "Faremos um apelo para o cuidado com a vida dos trabalhadores, fornecimento de EPIs, treinamento e cumprimento das normas regulamentadoras para a prevenção", finaliza Valter Souza.

Foto: Scheila Wagner