

Janaina de Ramos Ziegler

**MODELAGEM MATEMÁTICA E O ESPORTE: UMA PROPOSTA
DE ENSINO E APRENDIZAGEM COM ALUNOS DO 6º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL DE DUAS ESCOLAS**

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências Exatas do
Centro Universitário UNIVATES,
como exigência para obtenção do
grau de Mestre em Ensino de
Ciências Exatas, na linha de
pesquisa Tecnologias, Metodologias
e Recursos Didáticos para o Ensino
de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Marli
Teresinha Quartieri

Coorientadora: Prof^a. Dr^a. Márcia
Jussara Hepp Rehfeldt

Lajeado, maio de 2015

DEDICATÓRIA

Ao meu esposo, Josué Borin da Silva, companheiro e amigo. Ser humano maravilhoso, que me incentivou e, mesmo nos momentos difíceis, ficou ao meu lado. Atuou ativamente na realização desta prática pedagógica, como motorista, *cameraman*, editor de imagens e psicólogo.

Agradecimentos

É com grande emoção e sinceridade que, neste pequeno texto, pretendo agradecer às pessoas que contribuíram para que eu pudesse alcançar este andar da minha vida acadêmica:

Primeiramente, à minha mãe, a senhora Nilza de Ramos, mulher corajosa que, mesmo nas horas difíceis, sempre incentivou minha caminhada educacional ao dizer com convicção: “Não deixo nada às minhas filhas, apenas a educação”.

E como não agradecer ao meu marido, companheiro e amigo, Josué Borin da Silva. Ser humano que, além de compreender que precisávamos ficar longe por alguns momentos, incentivou-me a continuar a caminhada, dando-me força e coragem, especialmente nos momentos difíceis.

Um agradecimento carinhoso às professoras Marli Teresinha Quartieri (orientadora) e Márcia Jussara Hepp Rehfeldt (co-orientadora), por me guiarem e me apresentarem a Modelagem Matemática, metodologia que não conhecia e que agora utilizo em minhas práticas.

À professora Ieda Maria Giongo, pela oportunidade de participar do programa Observatório da Educação (CAPES), e ao seu grupo de bolsistas, em especial aos colegas de mestrado Fernanda Eloisa Schmitt e Ademir de Cassio Machado Parasoni, pelo apoio e comprometimento com a pesquisa.

Às escolas e professores que me cederam as turmas para a realização das atividades aqui descritas.

Por fim, um abraço fraterno a todos que, de uma ou outra forma, auxiliaram-me e me acompanharam nesta caminhada.

RESUMO

A presente dissertação é fruto de uma intervenção pedagógica realizada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas, localizadas nos municípios de Muçum e Lajeado, cidades que constituem, entre outras, o Vale do Taquari – RS. Esses educandários estão entre os seis que integram o Observatório da Educação, pesquisa em desenvolvimento no Centro Universitário Univates, que conta com o apoio financeiro da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). O desenvolvimento dessa ação pedagógica teve por objetivo geral examinar os resultados decorrentes da exploração de atividades envolvendo a Modelagem Matemática e o tema de interesse, com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. Durante os encontros, entre os meses de outubro e novembro de 2013, foram efetuadas tarefas as quais culminaram na construção de questionários, gráficos, maquetes, desenhos ilustrativos e textos. No decorrer das atividades, os estudantes exploraram conceitos matemáticos, como escalas, porcentagem, ângulos e o valor do número π . Apesar de os alunos terem escolhido o mesmo tema de interesse - o esporte -, os subtemas abordados em sala de aula foram diferentes, uma vez que, em uma turma, as modalidades esportivas foram o vôlei e o futebol e, na outra, além destes, os discentes elencaram o skate e a bicicleta. No entanto, como em toda atividade desenvolvida com grupos de estudantes, nem todos os envolvidos participaram ativa e totalmente das tarefas. Entre os pontos positivos da realização da intervenção - em ambas as turmas – merecem destaque a motivação dos alunos na socialização com os demais, suas descobertas e a matemática envolvida em seus trabalhos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Ensino Fundamental. Esporte.

ABSTRACT

The thesis presented here is the result of an educational intervention carried out with students of the 6th grade of elementary school two schools located respectively in the cities of Muçum and Lajeado, cities that are among others the Taquari Valley - RS. These schools are among the six that integrate the Centre for Education, Research in development at the University Center Univates that receives financial support from CAPES (Higher Education Personnel Training Coordination). The development of this pedagogical action had as main objective to examine the results from exploration activities involving mathematical modeling and of interesting theme with students of the 6th year of elementary school. During the meetings between the months of October and November 2013, tasks were made which culminated in the construction of questionnaires, charts, models, illustrative drawings and texts. During them students explored mathematical concepts such as scales, percentage, angles and the value of the number π . I emphasize that although the students have chosen the same topic of interest - sport - the sub-themes discussed in the classroom were different since, in a class were chosen the sports volleyball and soccer; and on the other, beyond these sub-themes the students also listed the skate and the bike. However as in any activity performed with groups of students, not all involved cooperated completely in all tasks. Among the positive points of the intervention performance in both classes I highlight students' motivation to socialize with others, their findings and the mathematics involved in their work.

Keywords: Mathematical Modeling. Elementary school. Sport.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Aluno realizando uma entrevista	45
Figura 2: Folha quadriculada com os dados oriundos das entrevistas	48
Figura 3: Aluno construindo o gráfico	48
Figura 4: Exemplo de material construído pelos alunos	50
Figura 5: Frases produzidas pelos alunos.....	51
Figura 6: Alunos no laboratório de informática	52
Figura 7: Cartaz apresentado pelo grupo <i>Skate</i>	57
Figura 8: Maquete apresentada pelo grupo.....	58
Figura 9: Maquete apresentada pelo grupo.....	60
Figura 10: Primeira questão	61
Figura 11: Cálculo apresentado pelo aluno	62
Figura 12: Resposta de um aluno	63
Figura 13: Questão 3.....	64
Figura 14: Aluno realizando a entrevista	67
Figura 15: Gráfico confeccionado pelos alunos referente à primeira pergunta do questionário.....	69
Figura 16: Gráfico confeccionado pelos alunos referente à segunda pergunta do questionário.....	69
Figura 17: Transformação dos dados das entrevistas em porcentagem	71
Figura 18: Grupo de alunas confeccionando os desenhos	75
Figura 19: Planta baixa da sala antidoping.....	77
Figura 20: Ilustração da quadra de futsal	79
Figura 21: Maquete representativa da quadra de Futsal	80
Figura 22: Medidas de um campo de futebol	81

Figura 23: Ilustração do campo de futebol	83
Figura 24: Cartaz produzido pelo grupo	85
Figura 25: Modelo tridimensional de um estúdio de TV.....	88
Figura 26: Primeira questão	89
Figura 27: Resolução do exercício apresentada por um aluno	90
Figura 28: Resolução apresentado por um aluno.....	90
Figura 29: Cálculos apresentados pelo aluno	91
Figura 30: Resolução do problema 2	92
Figura 31: Resposta da questão 3	93
Figura 32: Pesquisadora questionando o grupo.....	103
Figura 33: Relato do aluno M 28	106

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Classificação de casos de Modelagem Matemática	22
Quadro 2: Dissertações analisadas.....	26
Quadro 3: Planejamento das atividades da prática pedagógica.....	40
Quadro 4: Texto elaborado pela turma de Muçum	51
Quadro 5: Texto do grupo sobre bicicleta	56
Quadro 6: Segunda questão	62
Quadro 7: Texto elaborado pelos alunos	72
Quadro 8: Alguns dados apresentados pelos alunos	86
Quadro 9: Segunda questão	91
Quadro 10: Questão 3.....	92
Quadro 11: Questionários das turmas de Muçum e Lajeado.....	96
Quadro 12: Organização dos dados.....	98
Quadro 13: Textos confeccionados pelos estudantes de Muçum e Lajeado	99
Quadro 14: Assuntos escolhidos pelos alunos	101

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 PERSPECTIVAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA	19
2.1 Sobre a Modelagem Matemática.....	19
2.2 O que outros pesquisadores já realizaram sobre Modelagem.....	26
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	34
3.1 A escolha do tema.....	34
3. 2 Coleta de dados	37
3. 3 Planejamento inicial.....	39
4 INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA	42
4.1 Relato e resultados emergentes das atividades realizadas com os alunos de Muçum.....	43
4.2 Relato e resultados emergentes das atividades realizadas com os alunos de Lajeado.....	65
4.3 Síntese dos resultados decorrentes das atividades em ambas as turmas	93
4.3.1 Escolha do tema	94
4.3.2 Confeção do questionário.....	95
4.3.3 Tabulação dos resultados e análise.....	98
4.3.4 Escolha dos subtemas pelos grupos.....	100
4.3.5 Modelos representativos	102
4.3.6 Temas não matemáticos decorrentes das atividades.....	103
4.3.7 Envolvimento dos alunos.....	104

4.4 Reflexão dos alunos sobre a prática pedagógica.....	105
5. REFLEXÕES E CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRÁTICA	
DESENVOLVIDA	109
6. REFERÊNCIAS.....	114
ANEXO A: Termo de Anuência Escola de Muçum.....	120
ANEXO B: Termo de Anuência Escola de Lajeado.....	121
APÊNDICE A : Questionário 1.....	122
APÊNDICE B: Questionário 2	123
APÊNDICE C: Termo de consentimento	124
APÊNDICE D: Lista de exercícios Muçum	125
APÊNDICE E: Lista de exercícios Lajeado	127

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é comumente conhecida, pela maioria da população, como uma disciplina difícil, em que os alunos precisam memorizar a tabuada, fórmulas e regras algébricas. No entanto, é valorizada pela comunidade em geral, devido à sua importância no desenvolvimento do pensamento crítico e lógico dos estudantes, uma vez que promove a interação entre conhecimentos, ou seja, permite traduzir fatos reais em linguagem matemática através de representações geométricas e/ou algébricas.

É possível constatar, por meio de pesquisas, que no Brasil, a Matemática vem sofrendo, ao longo dos anos, algumas modificações com relação ao seu ensino. Entre as décadas de 1960 e 1970, ocorreram transformações que ainda podem ser observadas pelos educadores nos dias atuais. Esse período, denominado de Matemática Moderna, segundo Biembengut (2013) e Brasil (1998), caracterizou-se pela forte teorização, provocando mudanças no modo de elaborar o currículo da Educação Básica no país. A partir dessa reforma, o livro didático ganhou maior visibilidade nas escolas brasileiras. No entanto, após uma análise de como a citada disciplina era ensinada, constataram-se alguns exageros.

Entre esses excessos, conforme Biembengut (2013), estava o forte saber teórico exigido dos estudantes, que não oportunizava a aplicação de conceitos. Assim, novamente, na década de 1980, uma nova tentativa de

reforma teve por objetivo integrar o conhecimento da teoria matemática com a compreensão das dimensões sociais, antropológicas, linguísticas e cognitivas, incentivando uma participação ativa dos alunos na elaboração dos seus saberes (BRASIL, 1998).

Apesar dessas renovações, ainda é possível observar, no cenário nacional, a postura tradicional de organizar o programa de conteúdos matemáticos, em que é adotada a forma sequencial, ou seja, como se cada assunto fosse pré-requisito para o que estaria por vir. Este fato, de acordo com Brasil (1998), pode ter ligação com o uso excessivo do livro didático, instrumento que apresenta uma ordem determinada de temas. Contudo, nesta dissertação, não pretendo discutir o uso do livro didático, apenas exemplificar o que se observa na prática pedagógica de muitas instituições brasileiras de ensino. Valente (2008) lembra que, em cada etapa histórica do Brasil, o ensino de matemática esteve ligado a uma nova forma de explicar essa ciência. Entretanto, muitos de nós, professores, continuamos a ministrá-la com técnicas ditas tradicionais.

Para identificar a situação da educação no país, foi criado o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), recurso utilizado para avaliar as instituições de ensino no que se refere ao rendimento escolar. Sua nota envolve alguns fatores, como evasão escolar, taxa de aprovação, correspondência entre idade e série, proficiência na Prova Brasil, sendo esta aplicada aos alunos dos 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3º do Ensino Médio. A prova é composta por questões de Língua Portuguesa e Matemática, em que são avaliadas habilidades descritas em uma matriz de referência disponibilizada no Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE). Nesse documento, encontram-se temas de referência, denominados: I) Espaço e forma; II) Grandezas e medidas; III) Números e Operações/Álgebra e Funções e IV) Tratamento da informação (BRASIL, 2008).

Esses temas, por sua vez, apresentam os respectivos descritores, ou seja, enumeram habilidades a serem desenvolvidas com os alunos das séries/anos que realizam a avaliação. Por exemplo, os do tema IV para o 5º ano do Ensino Fundamental analisam a capacidade de os estudantes

reconhecerem informações representadas em gráficos, principalmente aqueles de colunas. Já no 9º ano, o tema examina se os alunos conseguem solucionar problemas e unificar informações apresentadas em gráficos e/ou tabelas (BRASIL, 2008).

A partir da análise desse índice, é possível identificar que, em nível nacional, o Brasil ultrapassou timidamente as metas¹ estabelecidas para o Ensino Fundamental pelo Ministério da Educação (MEC). Na Região Sul do Brasil, em especial no Vale do Taquari – RS, existem escolas que possuem uma diferença significativa entre os valores obtidos pelos estudantes do 5º e do 9º ano do Ensino Fundamental. Em vista disso, no Centro Universitário UNIVATES, está sendo desenvolvido o projeto nº 15206 do Observatório da Educação denominado “Estratégias Metodológicas, visando à Inovação e Reorganização Curricular no Campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental”. O Programa é apoiado financeiramente pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), aprovado no edital nº 049/2012/CAPES/INEP.

Integra esse projeto um grupo de pesquisadores constituído por quatro docentes do Ensino Superior (três professoras da área da Matemática e uma da Pedagogia), três mestrandos do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, seis graduandos – todos estudantes da Univates - e seis professores de Matemática representantes de seis escolas públicas. O objetivo da referida pesquisa é propor estratégias metodológicas para melhorar o desempenho das escolas participantes do projeto na Prova Brasil, bem como diminuir o intervalo de notas, ou seja, promover ações que ensejam uma aproximação entre os índices alcançados pelo 5º e 9º anos do Ensino Fundamental. É possível perceber, em todas as escolas integrantes do grupo de pesquisa, que o índice apresentado no 5º ano, em 2011, foi superior ao do 9º ano.

Com a intenção de melhorar o índice e reduzir a distância entre as notas, a equipe do referido Observatório da Educação realiza ações à luz de

¹ Valores disponíveis em:

<http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=7221>

três tendências educacionais, intituladas: Etnomatemática, Modelagem Matemática e Investigação Matemática, através de intervenções nas escolas, efetuadas tanto pelos mestrandos quanto pelos professores parceiros. Assim, como autora desta dissertação e bolsista do citado projeto, desenvolvi uma proposta pedagógica, com foco na Modelagem Matemática como metodologia de ensino, em turmas de 6º. ano² do Ensino Fundamental de dois educandários de Educação Básica que participam do programa Observatório da Educação.

A escolha do ano de escolaridade para o desenvolvimento da citada prática pedagógica ocorreu em função da compatibilidade dos horários e os dias de aula de Matemática das escolas, assim como o consentimento dos professores regentes em disponibilizar suas aulas para a realização das atividades. Cabe ressaltar que o projeto do Observatório da Educação pretende elaborar intervenções, nos diferentes anos do Ensino Fundamental, em particular nos terceiro e quarto ciclos.

A Modelagem Matemática, de acordo com alguns autores³, é uma forma de interpretar o mundo, uma vez que trata do estudo de assuntos do cotidiano traduzidos para a linguagem matemática. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a Matemática é descrita como uma forma de conhecer e agir no mundo, usando o conhecimento proporcionado por essa área para interagir no contexto social e cultural da sociedade. Dessa forma, segundo Biembengut (2013), a modelagem⁴ está sendo utilizada no ensino de Matemática devido à apreensão, por parte dos professores, em esclarecer os “porquês” de ensiná-la, uma inquietação constante desses profissionais. Conforme Bassanezi (2011), a Modelagem Matemática é a arte de converter problemas reais em questões matemáticas e torná-los possíveis de interpretação. Esses problemas, principalmente no campo educacional, devem partir do interesse do educando para tornar-se algo atrativo e motivador.

² Utilizo o termo ano para fazer referência à seriação dos estudantes, conforme Lei 11.274 de 6 de fevereiro de 2006. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2006/Lei/L11274.htm

³ Biembengut (2009), Barbosa (2008) e Bassanezi (2011).

⁴ O termo modelagem se refere à Modelagem Matemática e é usado no decorrer do texto dessa forma.

Neste contexto, a modelagem pode ser uma alternativa para dar significado ao estudo da Matemática, não sendo esta, porém, a única ou a melhor forma de ensiná-la, mas uma alternativa de envolver o aluno na construção do conhecimento. Conforme Barbosa (2008), uma atividade somente é considerada modelagem se ela for um problema para os estudantes. Ou seja, dar-lhes a oportunidade de compreender fatos, conceitos ou eventos reais, desenvolvendo estratégias para a resolução dos problemas, empregando, para isso, sua criatividade, análise crítica, ferramentas matemáticas e examinar sua veracidade (BRASIL, 1998). Neste trabalho, pretendo utilizar a Modelagem Matemática para investigar como alunos do 6º ano do Ensino Fundamental interagem a essa proposta metodológica.

Com a intenção de observar o comportamento de alunos do 6º ano em atividades de modelagem, desenvolvi uma prática pedagógica usando essa metodologia em duas turmas de escolas diferentes, como já mencionei anteriormente. As turmas escolhidas para participar do trabalho eram provenientes de duas escolas públicas, localizadas nas cidades de Lajeado e Muçum.

Para determinar o tema de interesse dos alunos, foram necessárias entrevistas prévias, as quais revelaram que, para essa faixa etária, o esporte estava muito presente. Ao serem por mim questionados sobre a disciplina de que mais gostavam na escola, os discentes declararam que era a Educação Física, pois esta lhes oportunizava a prática de esportes. Entre as modalidades mais citadas, estavam o futebol e o vôlei. Muitos afirmaram que, no ambiente escolar e fora dele, os momentos dedicados às atividades esportivas lhes proporcionavam prazer e satisfação. Por esse motivo, acreditei que aliar o tema esporte à Modelagem Matemática poderia promover o desenvolvimento de trabalhos que fossem produtivos à compreensão de conceitos matemáticos necessários a esses estudantes.

Assim, o tema escolhido para este trabalho foi a Modelagem Matemática e o Esporte: uma proposta de ensino e aprendizagem com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas públicas do Vale do Taquari – RS.

Pelo fato de, nas duas escolas, o assunto abordado ter sido o mesmo (o esporte), o problema de pesquisa foi: Quais implicações pedagógicas ocorrem durante a exploração de atividades envolvendo Modelagem Matemática e o tema de interesse em duas turmas de 6º. ano do Ensino Fundamental?

A pesquisa teve por objetivo geral examinar os resultados decorrentes da exploração de atividades envolvendo a Modelagem Matemática e o tema de interesse, com alunos do 6º. ano do Ensino Fundamental de duas diferentes escolas.

Especificamente, pretendia:

- Investigar quais os temas de interesse comum existem entre alunos de duas turmas diferentes de 6º. ano do Ensino Fundamental de duas escolas localizadas em cidades diferentes do Vale do Taquari/RS.

- Desenvolver uma proposta com foco na Modelagem Matemática como metodologia de ensino, utilizando o tema de interesse em turmas de 6º. ano do Ensino Fundamental.

- Identificar e analisar os resultados advindos da exploração de atividades, envolvendo Modelagem Matemática e o tema de interesse em duas diferentes turmas de 6º. ano do Ensino Fundamental.

Para a obtenção dos dados, realizei encontros com as turmas envolvidas na pesquisa, que totalizavam, aproximadamente, vinte e cinco horas de intervenção. Tais dados, conforme a metodologia indicada por Yin (2010), foram registrados, por meio de gravações em vídeo e apontamentos, em um diário de campo.

A fim de justificar a escolha desta pesquisa, faço uma retrospectiva sobre minha vida acadêmica, que iniciou na cidade de Santa Maria – RS, no Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), Instituição na qual cursei Matemática Licenciatura Plena, cujo término ocorreu no ano de 2009. Nesse mesmo ano, fui morar em Guaporé – RS, município localizado no Vale do Taquari e, em 2010, iniciei minha caminhada profissional em uma escola pública desse município. Já, em 2011, fui convidada a integrar a equipe de

docentes de uma escola particular, situada na mesma cidade, onde atuava como professora da disciplina Matemática na 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental e nos três anos do Ensino Médio.

Juntamente com a atuação profissional, anteriormente detalhada, realizei um curso de Pós-Graduação, nível especialização, na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), denominado Informática na Educação. O interesse pela área surgiu pelo fato de esta forma de ensinar matemática ter, na atualidade, despertado a curiosidade dos estudantes. Eles são o que chamamos de nativos digitais⁵, jovens que têm convivido com a tecnologia desde muito cedo, disponível em celulares, computadores, *tablets*, *softwares* e outros meios. Após o término do nomeado curso, pesquisei outras possibilidades de continuar a vida acadêmica, levando-me a ter o primeiro contato com o Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Univates.

Com a intenção de continuar trabalhando com tecnologia e verificando que uma das linhas de pesquisa disponibilizadas pelo Programa era “Tecnologias, metodologias e recursos didáticos para o ensino de Ciências e Matemática”, participei da seleção para ingressar no mestrado. No entanto, antes do início do período letivo, recebi convite para participar do Observatório da Educação, como bolsista da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Assim, fui apresentada à Modelagem Matemática, metodologia que, como muitos profissionais da área, desconhecia. Dessa forma, este trabalho se caracteriza como minha primeira prática pedagógica utilizando tal metodologia. Assim posso afirmar que não escolhi a modelagem; ela me escolheu.

A Modelagem Matemática usada em conjunto com o tema esporte, este escolhido após a análise dos questionários e entrevistas realizadas previamente com os alunos, pode ser justificada pelo fato de o Brasil ter sido escolhido para sediar, a partir de 2013, eventos mundialmente conhecidos da população. Entre eles, em julho de 2013, a Copa das Confederações; em julho de 2014, a Copa do Mundo de Futebol; e os Jogos Olímpicos que serão

⁵ Termo cunhado por Prensky (2001).

realizados, em 2016, na Cidade do Rio de Janeiro. Esses eventos têm influenciando o imaginário das crianças, em cuja faixa etária o projeto foi desenvolvido. Vale lembrar que, ao serem entrevistadas, apontaram a disciplina de Educação Física como sendo a mais divertida por poderem jogar, correr e brincar. Neste contexto, unindo o tema esporte ao ensino da Matemática, tive o intuito apresentar outro caminho para o estudo de conceitos matemáticos que poderiam estar ocultos nas modalidades esportivas com as quais elas mais se identificavam.

Dessa forma, organizei a pesquisa em cinco capítulos. No primeiro, narro minha trajetória acadêmica que me levou ao desenvolvimento desta pesquisa, o objetivo geral e a justificativa. No segundo, apresento o referencial teórico que sustentou a elaboração e a realização das atividades desenvolvidas com os estudantes. Ainda, nele, cito as contribuições dos autores de referência na Modelagem Matemática e faço um breve resumo sobre pesquisas já efetuadas por outros mestrandos que envolveram alunos do Ensino Fundamental. No terceiro, proponho-me a explicitar e justificar a metodologia escolhida para permear minha pesquisa, descrevendo os procedimentos metodológicos utilizados, bem como o contexto no qual a pesquisa se inseriu.

Já no quarto, exponho as atividades desenvolvidas pelos alunos durante a intervenção, a escolha dos subtemas de trabalho e os caminhos percorridos. Assim, o capítulo é subdividido em duas seções: na primeira, apresento a intervenção realizada na escola do município de Muçum; na segunda, a prática desenvolvida em Lajeado. Ao final, realizo a análise, apresentando algumas categorias que surgiram após examinar os dados emergentes de ambas as turmas.

As considerações sobre a pesquisa, na qual descrevo minhas percepções e conclusões sobre o presente trabalho, envolvendo a Modelagem Matemática e o tema esporte, aparecem no quinto capítulo. Por fim, destaco as referências bibliográficas e os apêndices.

2 PERSPECTIVAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Como neste estudo minha intenção foi desenvolver uma prática pedagógica tendo a Modelagem Matemática como metodologia de ensino, no presente capítulo, exponho os aportes teóricos que sustentaram as ações aqui relatadas, dividindo-o, para isso, em duas secções. Na primeira, intitulada “Sobre a Modelagem Matemática”, faço um breve resumo sobre a Modelagem Matemática no contexto nacional, explicito definições sobre a metodologia e os procedimentos adotados durante a sua realização a partir da visão de alguns autores. Já, na segunda, denominada “O que outros mestrandos já realizaram sobre Modelagem”, aponto as pesquisas realizadas por outros pós-graduandos que envolveram alunos do Ensino Fundamental.

2.1 Sobre a Modelagem Matemática

No Brasil, em estudos realizados por Biembengut (2009), a Modelagem Matemática na educação aparece entre o final dos anos 1970 e o início de 1980. Dentre os nomes que começaram esse movimento no país, encontram-se Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D’ Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi. A partir desses autores, debates sobre como se elabora um modelo matemático e se ensina matemática ajudaram a difundir esse tema no ensino brasileiro. Segundo Biembengut (2009, p. 10):

Aristides Camargo Barreto tomou conhecimento sobre modelagem matemática quando cursou engenharia na década de 1960. A idéia de usar a modelagem em Educação Matemática começou na metade dos

anos 1970, na PUC/Rio, ao passar a atuar como professor nesta Instituição. Na PUC/Rio, Barreto sempre procurava utilizar-se de modelos matemáticos como estratégia de ensino nas disciplinas de Fundamentos da Matemática Elementar e Prática de Ensino da Licenciatura em Matemática e de Cálculo Avançado para engenheiros em programas de Pós-Graduação. Junto com estudantes, elaborou vários modelos em áreas específicas como Linguística, Ecologia, Biologia.

A intenção de Barreto era apresentar uma situação-problema apropriada para gerar interesse nos estudantes e, com isso, oportunizar o conhecimento das teorias matemáticas, para, assim, encontrar a solução matemática deste. Dessa maneira, conquistou adeptos, como:

Rodney Carlos Bassanezi, que já conhecia modelagem por meio da Matemática Aplicada, na década de 1980, ao coordenar um Curso para 30 professores de Cálculo Diferencial Integral (CDI) de diversas Instituições de Educação Superior da região sul do Brasil, com duração de uma semana, vê uma oportunidade de introduzir a proposta de Barreto (BIEMBENGUT, 2009, p. 11).

Assim, para Bassanezi (2011, p. 16), “A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Para o autor à modelagem se refere a uma aproximação entre conceitos abstratos e o vivenciado pelo aluno. Já para Almeida, Silva e Vertuan (2013), uma atividade de Modelagem Matemática transcorre entre dois momentos, definidos como inicial e final. O primeiro consiste em determinar um problema e o segundo, em apresentar uma solução. Para que ocorra a transição daquele para o este, é necessário um conjunto de procedimentos.

Com essa interpretação, pode-se afirmar que a modelagem permite que os indivíduos percebam que a Matemática está inserida em outras áreas do conhecimento. Ademais, segundo a crença de Barbosa (2004), essa metodologia fomenta a participação dos cidadãos perante as discussões de novos rumos a serem alcançados pela sociedade, em que há a necessidade do uso de interpretações matemáticas, uma vez que “Matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a Modelagem é um meio de fazê-la interagir” (BARASUOL, 2006, p. 1).

Dessa forma, ao estudar sua realidade, o educando pode, por meio dos conhecimentos adquiridos, desenvolver um senso crítico. Segundo Biembengut e Hein (2011, p. 9):

A Matemática, alicerce de quase todas as áreas do conhecimento e dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivo e criativo, tem sua utilização defendida, nos mais diversos graus de escolaridade, como meio para fazer emergir essa habilidade em criar, resolver problemas, modelar.

Para isso, autores, como Barbosa (2004), Biembengut e Hein (2011) e Bassanezi (2011), concordam que o tema a ser desenvolvido seguindo a metodologia da modelagem deve ir ao encontro da realidade da comunidade escolar.

Para o desenvolvimento dessa metodologia, é preciso seguir alguns passos básicos. Para Bassanezi (2011), as atividades de Modelagem Matemática devem percorrer uma sequência de etapas, como: experimentação, abstração, resolução, validação e modificação. A primeira se refere à verificação dos dados alcançados ou observados no decorrer do processo. Após isso, segue-se para a abstração, que consiste em criar um modelo que traduza o fato. Nesse estágio, Bassanezi (2011, p. 28 – 29, grifos do autor) detalha o que é preciso averiguar:

- a. *Seleção das variáveis* – A distinção entre as variáveis de estado que descrevem a evolução do sistema e as variáveis de controle que agem sobre o sistema. [...]
- b. *Problematização ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando.* [...]
- c. *Formulação de hipóteses* – As hipóteses dirigem a investigação e são comumente formulações gerais que permitem ao pesquisador deduzir manifestações empíricas específicas. [...] A geração de hipóteses se dá de vários modos: observação dos fatos, comparação com outros estudos, dedução lógica, experiência pessoal do modelador, observação de casos singulares da própria teoria, analogia de sistemas [...]
- d. *Simplificação* – [...] Não são raras as situações em que o modelo dá origem a um problema matemático que não apresenta a mínima possibilidade de estudo devido à sua complexidade. Neste caso, a atitude será voltar ao problema original e tentar restringir as informações incorporadas ao modelo a um nível que não desfigure irremediavelmente o problema original, mas que resulte em um problema matemático tratável.

A resolução se constitui em transformar as hipóteses em um modelo matemático. A validação, conforme Bassanezi (2011), é o confronto entre as hipóteses e o modelo obtido, sendo a leitura dos resultados alcançados realizada por gráficos que podem auxiliar na análise ou até indicar um modelo mais adequado ao estudo. Caso haja necessidade de ajustar o modelo ou até mesmo refazê-lo, uma vez que existe a probabilidade de novas informações aparecerem, ou que alguma das hipóteses esteja errada, é fundamental modificá-lo. Para Bassanezi (2011, p. 31), “A reformulação de modelos é uma das partes fundamentais do processo de modelagem [...]” e isso se deve ao fato de se estar inserido em um mundo em que tudo muda rapidamente, modificando o que se acreditava ser verdadeiro. Assim, é preciso corrigir o modelo obtido anteriormente, visando atender às novas exigências.

Já para Biembengut e Hein (2011), o uso da Modelagem Matemática segue uma série de procedimentos agrupados em três etapas identificadas, como: interação, matematização e modelo matemático. A primeira consiste em uma exploração do tema a ser trabalhado. Este é realizado após uma listagem de questões que podem ser relacionadas ao assunto estudado. Na segunda, são elaborados e resolvidos os problemas que tratam do tema em questão, assim como o desenvolvimento de saberes necessários para determinar o modelo matemático que melhor representa o problema. E este modelo é “A questão formulada, que permite a resolução da questão e de outras similares, [...]” (BIEMBENGUT E HEIN, 2011, p. 22).

No que se refere à relação entre professor e aluno no decorrer da prática metodológica, Barbosa (2001) traz uma divisão em três casos, visualizada no quadro 1:

Quadro 1: Classificação de casos de Modelagem Matemática

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração de situação-problema	Professor	Professor	Professor /aluno
Simplificação	Professor	Professor /aluno	Professor /aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor /aluno	Professor /aluno
Resolução	Professor /aluno	Professor /aluno	Professor /aluno

Fonte: Barbosa (2001, p. 40).

Observando o quadro 1, pode-se perceber que, nos casos 1 e 2, o professor apresenta aos alunos a situação-problema com os dados e eles necessitam realizar apenas a resolução. No segundo, o discente também se envolve no processo de coleta de dados e, no terceiro, a interação entre aluno e docente é maior, pois ambos buscam resolver juntos cada etapa.

Bassanezi (2011) concorda que se a escolha do tema partir dos educandos, estes se identificam com a situação a ser resolvida. Isso fica evidente quando relata que “[...] o professor não deve propor problemas, mas deve atuar como monitor em cada grupo, sugerindo situações globais que devem ser incorporadas pelos alunos” (BASSANEZI, 2011, p. 46). Portanto, o educador orienta os estudantes para que suas ideias e indagações adquiram um formato e essa atitude pode ser vista como “[...] uma forma de o professor controlar as ações do estudante, conduzir sua conduta, tornando-o corresponsável pela aprendizagem e interessado pela matemática escolar” (QUARTIERI, 2012, p. 6). Dessa forma, pode-se dizer que:

[...] a caracterização de uma atividade de modelagem não reside apenas na situação inicial. Para, além disso, reside na iniciativa e nas ações dos alunos, na dinâmica estabelecida pelo professor e alunos ao lidar com a situação, e nas condições dos alunos, para atuar na situação, esse último referindo-se ao fato de a situação representar ou não um problema para o aluno, condição essencial em modelagem (ALMEIDA, VERTUAN, 2014, p. 3 - 4).

Tendo em vista essas características, para tornar possível a implementação da Modelagem Matemática na prática escolar, Biembengut e Hein (2011) acreditam que se deve levar em conta o nível de conhecimento de que o grupo dispõe; o tempo disponível para a pesquisa fora do ambiente escolar; o conteúdo programático a ser executado e o estágio em que o docente se encontra em relação ao conhecimento da modelagem. Nesse sentido, Burak (1992, p. 292-293) comenta que “nesta proposta, o professor tem o papel de mediador da relação ensino-aprendizagem isto é, orientador do trabalho, tirando as dúvidas, colocando novos pontos de vista com relação ao problema tratado [...]”. Para isso, o educador deveria tomar cuidado durante a execução das atividades, pois ser orientador requer:

[...] dupla interpretação: a) orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não está bom, é sugerir

procedimentos; b) orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que “vale – tudo”; c) orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga exemplos; d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função; e) orientar não é despir-se da autoridade de professor (ALMEIDA, SILVA E VERTUAN, 2013, p. 24).

Logo, a escolha do tema deve envolver também os estudantes, concedendo-lhes a liberdade para que estes façam uso de suas estratégias, intuições e formas de pensar e agir perante uma problemática, pois:

Quando os alunos trabalham juntos com o mesmo objetivo e produzem um produto ou solução final comum, têm a possibilidade de discutir os méritos das diferentes estratégias para resolver um mesmo problema e isso pode contribuir significativamente para a aprendizagem dos conceitos envolvidos [...] (ALMEIDA, SILVA E VERTUAN, 2013, p. 33).

Logo, é fundamental proporcionar uma maior interação entre professor e alunos, em que aquele seria um auxiliar no desenvolvimento do trabalho, pois:

Na Modelagem Matemática não existe o modelo “certo” ou “errado” ou modelo “verdadeiro” ou “falso”; existe o modelo “mais” ou “menos” refinado, e isto é muito diferente de estar “certo” ou “errado”. Um modelo é mais refinado quando diz mais a respeito do objeto de estudo, é de predizer com maior exatidão, pois relaciona mais variáveis significativas do problema [...] (BURAK, 1992, p. 314).

Conforme Campos (2011), no decorrer do desenvolvimento das atividades, podem ocorrer a necessidade de algumas modificações, tanto para se adaptar ao sistema escolar quanto para conseguir realizar a pesquisa. Em muitos casos, segundo Brasil (1998), os discentes conseguem estabelecer relações entre o já estudado em matemática, ou em outras disciplinas, e o que é preciso para consolidar o novo modelo para resolver a questão. Por isso, é indispensável não menosprezar o conhecimento adquirido pelos alunos.

Esse tipo de atividade oportunizaria aos estudantes a utilizarem novas fontes de informação e recursos tecnológicos e, assim, adquirirem e construir seu conhecimento (BRASIL, 1998). Essa habilidade é necessária para a fase final da modelagem que trata da obtenção do modelo que represente matematicamente o tema pesquisado. No entanto, nem sempre, na modelagem, o objetivo principal é determinar o modelo, e sim, observar “[...] o processo que professor e estudante percorrem para alcançar uma situação de

tomada de decisão ou compreensão do objetivo estudado, claro, fazendo uso da matemática” (CALDEIRA, 2007, p. 83).

Conforme Brasil (1998), o ensino da Matemática deve compreender a evolução do conhecimento por meio do estabelecimento de relações; comunicação nas diferentes formas de linguagens; demonstração e validação de processos; estimulando as diferentes configurações de entendimento sobre os conteúdos, usando a intuição; dedução; analogia e estimativa. Assim, entendo a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino e aprendizagem que pode auxiliar o professor em sua prática pedagógica. Uma vez que, segundo Burak (1992, p. 62), a modelagem se constitui “em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. Dessa forma, torna-se fundamental analisar o processo de escolha do tema, pelos alunos, e como este é explorado pelo grupo. Como buscam as informações, como identificam a matemática necessária para resolver o problema elencado, como interagem com o professor nesta busca pela resposta.

Com base no acima exposto e objetivando investigar trabalhos que também apresentam a Modelagem Matemática como metodologia com alunos de Ensino Fundamental, particularmente com os de 6º. ano, realizei uma pesquisa no *site* da CAPES e nos anais do VIII CNMEM. Isto posto, exponho os resultados encontrados em teses e dissertações produzidas nos últimos anos no Brasil e disponíveis no portal da CAPES, bem como a revisão de artigos apresentados no VIII CNMEM (Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática), realizada em 2013, na cidade de Santa Maria/RS.

2.2 O que outros pesquisadores já realizaram sobre Modelagem

Para verificar o que foi produzido nos últimos cinco anos referente à utilização da Modelagem Matemática com alunos do Ensino Fundamental, fui à procura de teses e dissertações no portal da CAPES. Nessa busca, utilizei as palavras-chave “Modelagem Matemática Ensino Fundamental”, obtendo quarenta resultados, distribuídos entre teses e dissertações. Destas, apenas sete (QUADRO 2) retratavam pesquisas realizadas envolvendo Modelagem Matemática no Ensino Fundamental, especificamente no 6º. ano.

Quadro 2: Dissertações analisadas

Título	Autor	Ano	Universidade
Professores de matemática e os saberes mobilizados em sala de aula: um estudo de caso	Lucia Inês Battalini	2008	Universidade Estadual de Maringá
Interpretação e comunicação em ambientes de aprendizagem gerados pelo processo de Modelagem Matemática	Marcelo de Souza Oliveira	2010	Universidade Federal do Pará
Modelagem Matemática Gráfica: instigando o senso criativo dos estudantes do Ensino Fundamental	Elisa Maria Almeida Brites	2012	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Modelação matemática no Ensino Fundamental: motivação dos estudantes em aprender geometria	Nara Sílvia Tramontina Zukauskas	2012	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: interesse em aprender matemática	Ana Luisa Fantini Schmitt	2010	Universidade Regional de Blumenau
Linguagem matemática: uma proposta de ensino e avaliação da compreensão leitora dos objetos da matemática	Pablo Jovellanos dos Santos Lima	2012	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Modelagem matemática no projeto de um ginásio escolar	Rafael Zanoni Bossle	2012	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Fonte: Da autora, 2015.

A seguir, detalho os trabalhos acima citados, os quais são datados entre os anos de 2008 e 2012, salientando que um deles não foi analisado, pois não foi possível obter o arquivo da pesquisa.

O primeiro trabalho analisado foi desenvolvido por Lucia Inês Battalini, intitulado “Professores de matemática e os saberes mobilizados em sala de

aula: um estudo de caso”, dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e ao Ensino de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, para a obtenção do título de Mestre no ano de 2008. O estudo teve por objetivo identificar os conhecimentos mobilizados, por duas professoras de Matemática no Ensino Fundamental, para o desenvolvimento de práticas envolvendo diferentes tendências educacionais, entre elas, a Modelagem Matemática. As educadoras administravam aulas em uma escola pública e em uma da rede privada, em turmas de 5º. e 6º. anos do Ensino Fundamental e aceitaram participar da pesquisa. Esse trabalho foi definido como um estudo de caso, cujos dados foram coletados por meio de um questionário, entrevistas, observações em sala de aula, cadernos de alunos e livro didático. A partir disso, foi possível identificar o conhecimento das docentes em relação ao currículo escolar, aos materiais mais utilizados em suas práticas, ao uso do livro didático e também a seus alunos. Da mesma forma, a pesquisadora observou o entendimento das referidas profissionais sobre as diferentes tendências metodológicas, como: resolução de problemas, Modelagem Matemática, Etnomatemática, entre outras.

Em relação à modelagem, a autora relata o entendimento de uma das professoras, que considerava atividades ligadas a essa metodologia como um “[...] recurso complementar e não uma rotina em sala de aula” (BATTALINI, 2008, p. 89). Ao final de sua dissertação, a pesquisadora declara que “ambas as professoras, com suas particularidades e o seu estilo próprio, evidenciaram um conjunto de conhecimentos e competências profissionais que se revelaram decisivos na preparação e na condução das suas aulas” (BATTALINI, 2008, p. 125).

A segunda dissertação se trata de um trabalho realizado por Marcelo de Souza Oliveira, intitulado “Interpretação e comunicação em ambientes de aprendizagem gerados pelo processo de Modelagem Matemática”, apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, defendido no ano de 2010. O estudo foi fruto de uma observação participante, sendo uma pesquisa qualitativa, em que foram investigadas aulas de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental da rede pública federal de ensino. Como objetivo

principal, verificou e relatou o desenvolvimento das relações dos estudantes entre si, assim como a convivência entre eles e o professor na elaboração e resolução de atividades utilizando a Modelagem Matemática. Estas foram relacionadas com a temática da alimentação e, para as tarefas, os estudantes foram separados em grupos.

Com base em um texto, os alunos, juntamente com o professor, elaboraram atividades que abrangeram o tema inicialmente proposto. Visando à análise posterior dos dados, o pesquisador filmou as aulas e também as registrou em um diário de campo. Os conteúdos trabalhados foram números decimais, frações e volume. Para a abordagem dos dois primeiros, utilizaram-se os valores de produtos alimentícios; o último foi desenvolvido a partir do estudo da capacidade das embalagens em que os produtos eram comercializados. Assim, o autor pôde verificar que, no decorrer de um trabalho que usa a modelagem como metodologia, o docente deve orientar o educando para o desenvolvimento da atividade e, caso necessário:

[...] pode recorrer ao ensino ostensivo, como recurso necessário e essencial ao processo de treinamento (que pode ser feito por meio de exemplos e de exercícios) da regra matemática, como forma de dotar o aluno dos instrumentos necessários para construção do sentido da regra e construção de conceitos (OLIVEIRA, 2010, p. 111).

O terceiro trabalho envolveu o estudo da Modelagem Matemática gráfica, intitulado “Modelagem Matemática Gráfica: instigando o senso criativo dos estudantes do Ensino Fundamental”. Sua autora, Elisa Maria Almeida Brites, apresentou-o ao programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática no ano de 2012. O estudo foi realizado em uma instituição de ensino pública federal da cidade de Porto Alegre/RS e contou com a participação de setenta e dois alunos, que cursavam os 6º. e 7º. anos do Ensino Fundamental. A proposta era investigar o senso criativo desses estudantes mediante a produção gráfica de *mangás* e histórias em quadrinhos originárias de países orientais e muito difundidos no Brasil nos últimos anos a partir de um modelo-guia.

O trabalho foi organizado em treze encontros, nos quais a professora, inicialmente, apresentou a proposta e solicitou a participação dos educandos para pesquisarem os *mangás* existentes e suas características. Com a utilização de vídeos, a educadora incentivou-os a perceberem a matemática existente na arte, principalmente no desenho gráfico. Dessa forma, com o uso de materiais, como régua; compasso; transferidos; folhas A3; borracha e grafites de diferentes espessuras e rigidez; os alunos puderam descobrir a matemática necessária à elaboração de uma imagem gráfica. Ao final da produção de seus personagens, realizaram uma exposição das obras através de painéis na escola. Assim, para a pesquisadora, por meio da “modelagem matemática gráfica de um modelo de *mangá*, pode-se explorar e desenvolver aspectos como observação, cálculo, proporção, simetria, harmonia, estética equilíbrio, noção de arte e o senso criativo, entre outros” (BRITES, 2012, p. 110).

A pesquisa de Nara Sílvia Tramontina Zukauskas, denominada “Modelação matemática no Ensino Fundamental: motivação dos estudantes em aprender geometria”, é uma dissertação que envolveu educandos do 6º. ano do Ensino Fundamental, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática no ano de 2012. A investigação teve por objetivo analisar a motivação desses estudantes em aprender geometria plana, utilizando a modelação matemática como método e identificar a concepção de geometria plana e compará-la com a do grupo pesquisado antes e após o processo de modelação matemática. A autora desenvolveu atividades em que foi necessário o conhecimento da geometria, uma vez que os discentes produziram embalagens usando os conceitos trabalhados nos encontros. Essa proposta surgiu em razão da desmotivação, verificada pela pesquisadora, dos alunos participantes do estudo em aprender matemática, principalmente em geometria.

Em seu trabalho, a autora dedicou um capítulo à metodologia, denominado Mapa do Campo, onde relata seu planejamento, organização, levantamento e classificação de um conjunto de dados, obtidos desde o início

da pesquisa, e também as ações do grupo de alunos participantes, em que utilizou para sua coleta de dados os seguintes instrumentos: atividade aplicada no início do projeto, visando avaliar os conhecimentos prévios sobre geometria plana; o material produzido pelos estudantes; o resultado da atividade aplicada no final do processo; a entrevista coletiva e individual com o grupo de estudantes no final do projeto e as observações não estruturadas feitas durante a aplicação da proposta, quando foi elaborado um diário de campo. Esse trabalho foi desenvolvido como um estudo de caso e sob uma análise qualitativa, examinando as informações obtidas através de correções de atividades, leitura dos registros do diário de campo e das entrevistas. Por fim, segundo a pesquisadora, foi possível concluir que a atividade desenvolvida extraclasse favoreceu a aprendizagem de conteúdos de geometria, além de apontar momentos de motivação e desmotivação durante a sua aplicação.

A autora Ana Luisa Fantini Schmitt apresentou, no ano de 2010, ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, o estudo intitulado “Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: interesse em aprender matemática” para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, o qual contém duas propostas do uso da modelagem no Ensino Fundamental. A primeira, desenvolvida em 2009, em uma turma do 6º. ano, abordou o tema estacionamento; a segunda, cuja temática é ligada ao estudo da área foliar, relacionado ao conteúdo fotossíntese, envolveu, em 2010, uma turma do 7º. ano. Ambas tinham por objetivo despertar o interesse em aprender matemática por meio da Modelagem Matemática. Com os estudantes do 6º. ano do Ensino Fundamental, foram propostas atividades associadas a um problema real da escola, já que nela havia a necessidade de estacionamento para os professores. No entanto, esse espaço não existia. Com essas atividades, foi possível desenvolver o estudo sobre geometria e grandezas e medidas. Na segunda proposta, com a turma do 7º ano, primeiramente, a pesquisadora precisou rever alguns conteúdos de ciências, em especial, sobre folhas, que havia sido trabalhado no ano anterior. Logo, nesta segunda concepção de modelagem, além do cálculo de área, os estudantes tiveram que manipular números decimais para que pudessem determinar o valor numérico da área em

questão. Como a pesquisa era qualitativa e de observação participante, a autora destacou:

[...] foi comprovado a partir de dados empíricos que subsidiaram esta pesquisa que os estudantes, a partir da Modelagem Matemática no ensino, passam por momentos de expectativa, que contribuem para que ocorra o interesse e o (des)interesse. Este (des)interesse gerado pode se transformar em um novo interesse a partir de estímulos a uma nova representação (SCHMITT, 2010, p. 105).

Já Pablo Jovellanos dos Santos Lima apresentou o trabalho nomeado “Linguagem matemática: uma proposta de ensino e avaliação da compreensão leitora dos objetos da matemática”, requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte, defendido no ano de 2012. O estudo, desenvolvido com alunos dos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, oriundos de duas escolas estaduais, turno da manhã, teve por objetivo usar a Modelagem Matemática e a leitura para uma melhor compreensão da linguagem matemática referente ao conteúdo de proporção.

Primeiramente, o autor realizou uma coleta prévia de informações para determinar as maiores dificuldades das turmas quanto à compreensão e leitura de textos e problemas matemáticos que envolvessem proporção. Posteriormente, elaborou atividades com base na metodologia da modelagem, cujo tema abordado foi fotografia. Por ser uma pesquisa qualitativa, desenvolvida através da pesquisa-ação e da análise de conteúdo, foi possível refletir sobre a linguagem da matemática, “[...] constituída por símbolos provenientes da mesma e de outras áreas, [...], desse modo, a modelagem se permite utilizar das expressões simbólicas deste campo para investigar e tentar compreender situações-problema do nosso cotidiano” (LIMA, 2012, p. 131). Dessa forma, segundo o pesquisador, a Modelagem Matemática auxiliou no desenvolvimento e/ou ampliação da proficiência leitura dos educandos frente aos problemas da matemática.

A pesquisa desenvolvida por Rafael Zanoni Bossle apresentou como título “Modelagem matemática no projeto de um ginásio escolar” e foi desenvolvida visando à obtenção da titulação de Mestre em Ensino de Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da

Universidade Federal do Rio Grande do Sul em 2012. O estudo foi elaborado com turmas de 6º. e 7º. anos do Ensino Fundamental de uma escola municipal, localizada na cidade de Xangri-Lá/RS. O objetivo foi aplicar uma prática, tendo como metodologia a Modelagem Matemática, envolvendo a construção das paredes de um ginásio de esportes e, com isso, proporcionar o entendimento de medidas de comprimento, área, volumes, entre outros. O trabalho foi dividido em quatro fases, sendo a primeira reservada à delimitação do tema, isto é, a construção de um ginásio escolar. A segunda consistiu na coleta de dados realizada pelos alunos nos mais diversos meios. A terceira foi dedicada à análise dos elementos obtidos anteriormente e a quarta, à elaboração de um relatório e à construção de maquetes ilustrativas. Essas etapas foram registradas em um diário de campo pelo pesquisador e, além disso, por meio de fotos. Estas serviram para posterior análise das práticas e tornaram possível constatar que “[...] os alunos tiveram a oportunidade de relacionar os conteúdos abordados com o dia-a-dia, fazendo com que, além de aprenderem os conteúdos, pudessem conhecer algumas práticas realizadas na construção civil” (BOSSLE, 2012, p. 106).

Com a leitura desses trabalhos, constatei que, na maioria das vezes, a Modelagem Matemática está inserida em estudos cujo propósito é melhorar o entendimento do aluno sobre conceitos matemáticos existentes nas mais diferentes temáticas. Neste trabalho, também utilizei como metodologia a Modelagem Matemática em turmas do 6º. ano do Ensino Fundamental. Pude averiguar que, das pesquisas anteriormente citadas, apenas uma estabelece conexão entre a modelagem e esporte. No entanto, sua ênfase está na construção de um ginásio de esportes e não em outros aspectos, como a prática de atividades físicas, foco desta prática pedagógica. Outro ponto importante é que muitas das atividades propostas pelos autores não abordam o interesse do aluno pelo assunto e sim o benefício que determinado tema teve em tornar atrativa a matemática.

Na busca por trabalhos publicados em eventos, fiz um levantamento sobre artigos apresentados na VIII Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, ocorrida em abril de 2013, no município de Santa Maria/RS. Tais produções abrangem o uso da modelagem tanto na

Educação Básica quanto no Ensino Superior, mas meu interesse estava centrado nas publicações que tinham como público alvo estudantes do 6º. ano do Ensino Fundamental. Contudo, nenhuma das inscritas fazia referência à utilização da Modelagem Matemática nesse nível de ensino, numa demonstração de que ela possui um campo em aberto para estudo no que se refere ao ensino de Matemática que envolve estudantes desse ciclo do Ensino Fundamental.

A análise desses trabalhos, juntamente com os aportes teóricos, auxiliou-me na elaboração das atividades que foram desenvolvidas com os alunos. Esse planejamento o exponho no próximo capítulo, bem como os procedimentos metodológicos adotados.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, exponho os procedimentos metodológicos para a escolha do tema (secção 3.1), a coleta de dados (secção 3.2) e o planejamento inicial das atividades (secção 3.3).

3.1 A escolha do tema

Para a determinação do tema, juntamente com a metodologia da Modelagem Matemática, inicialmente, decidi quais deveriam ser os educandários em que a proposta seria aplicada. Como o Observatório da Educação conta com seis escolas públicas integrantes da pesquisa e três mestrados para o desenvolvimento de seus respectivos projetos de intervenção, optei por duas instituições localizadas nas cidades de Lajeado e Muçum, situadas no Vale do Taquari – RS. Em seguida, escolhi o público desta investigação: duas turmas do 6º. ano do Ensino Fundamental, ambas com aulas no turno da tarde.

A instituição localizada no município de Lajeado/RS atendia a trezentos e quarenta e quatro alunos, divididos entre Educação Infantil e Ensino Fundamental. A turma do 6º. ano do Ensino Fundamental, turno da tarde, era composta de vinte e seis estudantes, com idades entre onze e doze anos. Em sua maioria, os educandos eram filhos de industriários e comerciantes, tendo

em vista que, no bairro em que a escola estava localizada, havia uma indústria alimentícia.

A escola situada na cidade de Muçum/RS oferecia, nos turnos diurno e noturno, o Ensino Fundamental e o Médio Politécnico. Acolhia quatrocentos e cinquenta e três estudantes, provenientes dos diferentes bairros do município. Entre esses alunos, vinte constituíam a turma do 6º. ano do Ensino Fundamental, turno da tarde, cujas idades variavam entre dez e quinze anos, dos quais dois eram repetentes. Nela, a maioria dos discentes era oriunda de famílias cujos pais eram industriários, uma vez que o município abrigava indústrias de móveis, couro e calçados.

Com base nessa breve contextualização dos educandários e tendo por objetivo trabalhar a metodologia da Modelagem Matemática, cuja recomendação é determinar o tema de acordo com o interesse do aluno, foi necessária a produção de dois questionários para que os estudantes pudessem expressar suas preferências e, assim, ocorresse a escolha do assunto que seria desenvolvido e, posteriormente, aqui relatado, discutido e analisado. Ambos estão disponíveis nos apêndices A e B e foram respondidos, individualmente, pelos estudantes das duas escolas. Ao prosseguir, conversei com os discentes para esclarecer algumas respostas e também permitir uma maior interação entre mim e eles.

No primeiro encontro, apliquei o questionário (APÊNDICE A), cujas perguntas estavam direcionadas à Matemática, isto é, questionamentos sobre como os estudantes se sentiam mediante o estudo da referida disciplina, se gostavam ou não dela, quais conteúdos lembravam que já haviam sido desenvolvidos em sala de aula. Como eles não me conheciam, primeiramente, foi necessário explicar-lhes que responderiam a algumas questões que constavam nas folhas impressas e que, com base na análise das respostas, seria definido o tema para o desenvolvimento de atividades em que eles seriam os participantes. Ao final do preenchimento do questionário e de uma breve observação das respostas e comportamento dos entrevistados, percebendo a timidez, estabeleci um momento de diálogo envolvendo o que eles haviam escrito.

Com base nas falas e respostas contidas no referido questionário, constatei que seria necessária uma segunda visita às turmas, pois o objetivo de determinar o tema ainda não havia sido definido. Acredito que o primeiro encontro entre mim e os alunos tenha sido a causa da sua timidez, pois a falta de intimidade, talvez, tenha gerado o silêncio e o receio em responder, de forma autêntica, às questões propostas.

A dificuldade de elencar um tema a partir das respostas do primeiro questionário e de as perguntas elaboradas terem um enfoque mais direcionado ao gosto dos participantes pela Matemática podem ter sido as causas da timidez demonstrada pelos entrevistados. Nas questões, “Você gosta de Matemática?”, “Que conteúdo de Matemática que você já viu e de que mais gostou?”, em sua maioria, os alunos responderam que gostavam um pouco de Matemática e que o conteúdo de que mais gostaram durante o ano foi o estudo das frações e problemas (desafios matemáticos distribuídos pelos professores das turmas). A declaração dos estudantes, sobre o conteúdo de frações, os influenciou na representação dos dados obtidos na primeira atividade realizada com as turmas. Quando, questionados sobre como poderiam apresentar os valores oriundos da pesquisa de outra maneira, eles logo lembraram dos números fracionários.

Em relação às questões, “O que você acha que falta nas aulas de Matemática?” e “Que assunto você acha que poderíamos abordar nas aulas de Matemática?”, os estudantes apenas responderam que desejavam utilizar mais o laboratório de informática (para jogar) e que poderíamos realizar mais “continhas” de frações. Com essas respostas, senti a necessidade de elaborar um segundo questionário para poder identificar um tema de interesse de cada uma das turmas.

Na segunda visita que realizei aos dois educandários, tive o intuito de obter informações sobre o que os alunos mais prezavam fazer na escola e fora dela. Ademais, decidi realizar a gravação desse momento em áudio, o que não havia feito anteriormente. Assim, após o preenchimento do questionário (APÊNDICE B), iniciei um diálogo para complementar as respostas apresentadas pelos alunos nas folhas. Nessa conversa, até os mais tímidos

acabaram expressando suas opiniões. Esse diálogo foi decisivo para identificar o que os educandos pretendiam responder de forma escrita e que eu não havia compreendido, além de promover um debate sobre com quais temas a maioria da turma concordava ou discordava.

Com posse desses materiais, observei que a maioria dos educandos que fazia parte das turmas selecionadas tinha uma ligação muito forte com o esporte. Muitos responderam que a disciplina de Educação Física era a melhor, pois lhes permitia praticar vários esportes, entre eles, futebol, vôlei e basquete. O fato levou-me a abordar o tema esporte na aula de Matemática, juntamente com a metodologia da modelagem, para despertar o interesse pelo estudo de conceitos de matemática, pois, “[...] a educação é um processo de vida, e não apenas uma preparação para o futuro profissional ou uma forma de transmissão da cultura e do conhecimento” (CAMPOS, 2011, p. 46).

Dessa forma, planejei uma prática pedagógica, cuja previsão era que durasse três semanas, que compreenderiam, aproximadamente, quinze períodos em cada escola. As atividades tiveram origem no tema esporte e foram elaboradas conforme o envolvimento dos alunos no assunto.

3. 2 Coleta de dados

A pesquisa teve caráter qualitativo, uma vez que, conforme Silveira e Córdova (2009, p. 31) “A pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.” e utilizou procedimentos vinculados ao estudo de caso, pois meu intuito era analisar os resultados advindos da exploração de atividades envolvendo Modelagem Matemática em duas diferentes escolas, identificando reações e percepções dos alunos frente às situações.

Para Yin (2010), o estudo de caso permite que sejam reunidas as qualidades gerais e significativas dos acontecimentos vivenciados, entre elas, o

desempenho escolar e a conduta de pessoas reunidas em pequenos grupos. Dessa forma, pode-se dizer que:

O estudo de caso é uma investigação empírica que

- Investiga um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando;
- Os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes (YIN, 2010, p. 39).

Para o diagnóstico das atividades realizadas, é necessário, segundo Yin (2010), fazer uso do que ele chama de “fontes de evidência” e, entre elas, estão os registros em arquivos, entrevistas, observação direta e artefatos físicos. Os registros em arquivos podem ser “dados de levantamentos, como os dados previamente coletados” (YIN, 2010, p. 132). As entrevistas são consideradas uma forma interessante para obtenção de informações em trabalhos que usam o estudo de caso como análise de dados, cujo recurso é visto como conversas dirigidas pelo pesquisador. Conforme Gerhardt *et al* (2009, p. 72), a entrevista “É uma técnica de interação social, uma forma de diálogo assimétrico, em que uma das partes busca obter dados, e a outra se apresenta como fonte de informação”.

A observação direta, para Yin (2010), consiste em perceber comportamentos no decorrer de um tempo estimado, sendo que ela pode ser aplicada em sala de aula e é útil para levantar informações com vistas a complementar o estudo. Os artefatos físicos formam as fontes finais de evidências sobre a prática desenvolvida, servindo para comprovar o que foi realizado no estudo, atestando, através de comprovações materiais, impressões de trabalhos.

Nesta pesquisa, utilizei gravações em áudio e vídeo, aplicação de questionários e um diário de campo. Para Gerhardt *et al* (2009), este é um instrumento utilizado para anotações em que o pesquisador faz comentários e reflexões sobre os fatos. Os instrumentos acima descritos possibilitaram a posterior análise de dados e permitiram a produção de um relato, o mais fiel possível, das práticas pedagógicas elaboradas com os estudantes. Para isso, foram realizadas as transcrições dos encontros e arquivadas conforme a data a que se referiam. Os questionários foram examinados visando à escolha do

tema e o diário de campo serviu como base para a descrição das atividades efetuadas.

No entanto, “um estudo de caso começa com a permissão para realizá-lo” (MARTINS, 2008, p.10). Para esse consentimento, o pesquisador precisa deixar claro às pessoas que farão parte do estudo o que irão trabalhar e também que, ao participarem, sua privacidade será respeitada (YIN, 2010). Portanto, antes do início da intervenção pedagógica, os alunos receberam o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, o qual foi preenchido e assinado pelo responsável do menor (APÊNDICE C).

Para a análise dos dados emergentes da pesquisa, utilizei a técnica da análise de conteúdo, que, conforme Gerhardt *et al* (2009), consiste em investigar o conteúdo das falas obtidas por meio de entrevistas, depoimentos e documentos. Para isso, transcrevi todos os encontros realizados com os estudantes, analisando seus diálogos e o material por eles confeccionado durante a intervenção pedagógica.

3. 3 Planejamento inicial

A Modelagem Matemática, ao ser usada como metodologia de ensino, proposta por Burak (2004), necessita do envolvimento dos alunos e também de um problema que lhes seja relevante.

Para a aprendizagem, o procedimento gerado a partir do interesse do grupo ou dos grupos, parece resultar em ganho, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam, aquilo que para eles apresenta significado, por isso tornam-se corresponsáveis pela aprendizagem (BURAK, 2004, s.p).

Neste contexto, foi elaborada uma proposta de atividades para a sala de aula, que apresentava apenas uma projeção do que se pretendia desenvolver com os estudantes, juntamente com as justificativas para tal planejamento. Os procedimentos foram, inicialmente, divididos em seis encontros, conforme exposto no quadro 3.

Quadro 3: Planejamento das atividades da prática pedagógica

Encontro	Objetivo	Procedimentos
1	- Apresentar o tema a ser desenvolvido no decorrer dos encontros. - Elaborar um questionário, juntamente com os educandos, sobre a prática de esporte. - Entrevistar os demais alunos da escola a partir do questionário elaborado pelos alunos do 6º. ano.	- Esclarecimento sobre o desenvolvimento das aulas. - Elaboração, juntamente com os alunos, de um questionário sobre a prática de atividades físicas na comunidade escolar. - Realização das entrevistas, com o questionário anteriormente elaborado, com alunos e professores da escola.
2	- Organizar os dados oriundos das entrevistas. - Construir gráficos e tabelas. - Utilizar aplicativos computacionais. - Confeccionar texto de análise dos dados.	- Tabulação dos dados obtidos nas entrevistas utilizando tabelas. - Construção de gráficos usando papel quadriculado, em particular, o gráfico de barras. - Construção de gráficos (barras e setores) usando o <i>software Excel</i>. - Elaboração de um texto para expor a análise dos gráficos.
3	- Organizar os alunos em grupos. - Escolher um assunto a partir do material disponibilizado	- Apresentação dos documentos oficiais dos comitês de vôlei⁶ e futebol⁷. - Escolha, pelos integrantes dos grupos, do subtema a ser investigado. - Estudo e análise dos documentos, pelos grupos, observando curiosidades e assuntos de interesse. - Determinação de que assunto de interesse, encontrado nos textos, seria escolhido para continuação dos estudos. - Realização de uma busca, nos diferentes meios, sobre o tema escolhido e apresentação dos resultados em sala de aula.
4	- Apresentar para a turma o item escolhido para ser explorado. - Explorar os conceitos matemáticos existentes em cada assunto escolhido.	- Apresentação sobre o assunto escolhido em forma de seminário, justificando a escolha. - Desenvolvimento dos conteúdos matemáticos a partir dos assuntos investigados pelos alunos.
5	- Finalizar as atividades iniciadas no encontro anterior.	- Continuação do trabalho elaborado no encontro anterior com a finalidade de finalizar as atividades pendentes.
6	- Socializar os resultados oriundos do trabalho.	- Apresentação dos trabalhos elaborados pelos alunos para o restante da turma.

Fonte: Da autora, 2015.

⁶ Disponível em: http://www.esefex.ensino.eb.br/download/Regras_Volei_2013-2016.pdf

⁷ Disponível em:

http://pt.fifa.com/mm/document/tournament/competition/01/37/17/76/p_sb2010_stadiumbook_ganz.pdf

É importante destacar que, embora esse planejamento inicial, os professores titulares das turmas acordaram que, caso fossem necessários mais encontros para finalizar o trabalho, eles cederiam o horário. Isso se fazia necessário por se tratar de uma proposta de atividades em que era utilizada a Modelagem Matemática como metodologia de ensino. Nesta perspectiva, o aspecto principal é o interesse do aluno envolvido na pesquisa e, assim, a evolução das atividades dependerá do seu envolvimento com o tema.

No próximo capítulo, relato as atividades efetivamente realizadas nas turmas de Muçum e de Lajeado, assim como os dados emergentes dos trabalhos dos alunos dos diferentes educandários.

4 INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Neste capítulo, relato as atividades realizadas com as turmas do 6º. ano do Ensino Fundamental das escolas localizadas nos municípios de Muçum e Lajeado, Rio Grande do Sul, Brasil, nas seções 4.1 e 4.2, respectivamente.

Na seção 4.3, aponto a análise dos resultados decorrentes das atividades desenvolvidas com os alunos⁸ das diferentes turmas. Para isso, utilizei a técnica de análise de conteúdo, que, segundo Gerhardt *et al* (2009, p. 84), visa:

[...] relacionar estruturas semânticas (significantes) com estruturas sociológicas (significados) dos enunciados e articular a superfície dos enunciados dos textos com os fatores que determinam suas características: variáveis psicossociais, contexto cultural e processos de produção de mensagem.

Para Moraes (1999, p.8), a matéria-prima para esse tipo de análise pode “constituir-se de qualquer material oriundo de comunicação verbal ou não-verbal”. No entanto, esses dados são apresentados ao pesquisador em estado bruto. Assim, cabe a ele processá-los, interpretando-os a partir de sua necessidade.

⁸ A fim de identificar a fala dos alunos conforme o município a que pertencem e preservar-lhes o anonimato, utilizo a letra M, acrescida de um número, para estudantes de Muçum e L, acrescido de um número, para educandos de Lajeado.

4.1 Relato e resultados emergentes das atividades realizadas com os alunos de Muçum

Inicialmente, relembrei aos alunos o objetivo da minha presença nas aulas de Matemática da turma, destacando que pretendia desenvolver atividades relacionadas à disciplina de forma diferenciada. Assim, utilizei os dois questionários, que já haviam sido preenchidos anteriormente, para determinar o assunto que estudaríamos. Após essa breve explanação, anunciei os resultados obtidos a partir da análise das respostas às perguntas contidas nos documentos. Pelas opiniões nestes expressadas, foi possível identificar que, em sua maioria, a turma demonstrava satisfação ao praticar esporte tanto na escola – na disciplina de Educação Física – quanto em suas horas de lazer.

Revelei, então, aos estudantes que elaboraríamos e desenvolveríamos atividades, durante seis encontros, vinculando a Matemática ao tema esporte. Ao receber a notícia, muitos se mostraram interessados e curiosos em saber como seria possível unir o tema esporte às aulas de Matemática. Segundo Bassanezi (2011, p. 46), “é muito importante que os temas sejam escolhidos pelos alunos que, desta forma, se sentirão corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva”.

Com a intenção de envolvê-los nas atividades que seriam desenvolvidas em sala de aula e também introduzir o foco do estudo, iniciei uma conversa com os estudantes sobre o que eles entendiam por esporte. Obtive muitas respostas⁹ que relatavam ações comumente realizadas por jovens da mesma faixa etária que a deles, entre elas, andar de bicicleta, de *skate*, jogar bola e fazer trilha. Além disso, destacaram que a prática de esporte é uma forma de se divertir, mostrando outro aspecto interessante do tema a ser estudado.

Esporte é jogar futebol e andar de bici (M1).

A gente faz trilha de moto, no final de semana, fica cheio de barro e tem campeonato aqui perto. Eu tô na categoria mirim (M2).

Pra mim, esporte jogar futebol, me divertir com meus colegas nas aulas de Física (M3).

⁹ A transcrição das falas dos estudantes apresentadas nesta dissertação está entre aspas.

Instiguei-os, então, a elaborar um questionário que envolvesse esporte. Esse instrumento seria utilizado para investigar a opinião de outras pessoas sobre o assunto.

Primeiramente, interroguei-os sobre a necessidade de aparecer o nome do entrevistado no questionário e eles rapidamente responderam que não, conforme a fala de um aluno: “Não, porque naquele que a gente respondeu para ti, não precisava” (M4). Assim, a turma iniciou a elaboração das questões que julgava pertinente. Cada ideia expressa por um participante era escrita no quadro para que os demais pudessem visualizá-la, opinar e falar de sua importância. Nesse instante, como professora/pesquisadora, auxiliei-os na escolha das questões que poderiam constar no referido questionário, realizando observações referentes ao objetivo da entrevista, à forma de escrever as perguntas, visto que, nessa proposta:

O professor assume o papel de mediador na construção do conhecimento, orientador nas ações a serem realizadas, problematizador ao levantar novas hipóteses e desafiar os estudantes às situações novas e desconhecidas, fazendo com que haja reflexão sobre o que se está tentando fazer (SOISTAK, 2010, p. 41).

Depois de muitas discussões e alterações na forma de escrever cada item, foram escolhidas as sete questões descritas a seguir.

- 1) Que esporte você costuma praticar fora da escola?
- 2) Você gosta de praticar esporte?
() sim () não () mais ou menos
- 3) Para que serve o esporte?
- 4) Qual o seu esporte favorito?
- 5) De qual esporte você não gosta?
- 6) Na sua vida, faz falta o esporte?
() sim () não
- 7) De qual esporte você mais gosta na aula de Educação Física?

Após a elaboração das perguntas, os alunos decidiram que as de números 2 e 6 seriam de “marcar”, ou seja, com alternativas. Ao serem questionados sobre quais deveriam ser apresentadas na questão 2, decidiram por sim, não e mais ou menos. Uma das justificativas para a escolha é que “só vai aparecer essas respostas mesmo, na pergunta não está perguntando o ‘porquê’” (M5). Para a sexta questão, as opções foram apenas sim e não, pois, segundo eles, seriam as únicas possíveis. Quanto às demais, poderiam ser

abertas, subjetivas, ou seja, o entrevistado responderia da forma que desejasse, e o entrevistador anotaria suas respostas (GERHARDT *et al.*, 2009).

A partir da confecção dos questionários, os estudantes realizaram as entrevistas (FIGURA 1), contamos com a colaboração dos estudantes dos 7º. e 8º. anos do Ensino Fundamental, como publico alvo da entrevista.

Figura 1: Aluno realizando uma entrevista



Fonte: Da autora, 2015.

As entrevistas foram realizadas durante o horário de aula dos estudantes, motivo pelo qual se fez necessária a colaboração dos professores que estavam atendendo às turmas que responderiam ao questionário. Gentilmente permitiram que seus alunos se ausentassem alguns instantes da sala de aula a fim de participarem da investigação.

Durante as entrevistas, umas realizadas na sala do 6º ano e outras, no pátio da escola, alguns alunos pesquisadores relataram que seus entrevistados não estavam colaborando de forma autêntica, pois, segundo eles, estavam “levando na brincadeira”. Assim, orientei-os que deveriam explicar para esses colegas que a pesquisa era um trabalho sério e seria utilizada nas aulas de matemática.

Da mesma forma, havia alunos da turma do 6º ano que não estavam totalmente “engajados” na realização das entrevistas, orientando seus entrevistados a responderem “qualquer coisa”. Isso talvez tenha ocorrido, pois mesmo que as perguntas tenham sido elaboradas pela turma, a ideia de fazer essas atividades foi proposta por mim e não pelos alunos. Tornando a atividade desinteressante e sem sentido para alguns educandos. No entanto, devido ao tempo limitado no primeiro dia, ao finalizarem as entrevistas, entregaram os questionários para que, em conjunto, no próximo encontro, fosse possível a análise das respostas.

No segundo dia, expliquei à turma que seria realizada a tabulação dos dados coletados no dia anterior e, posteriormente, construídos gráficos de barras. Ao serem por mim questionados sobre o que seria um gráfico, responderam que se tratava de um desenho e poderia ser encontrado em jogos de computador para melhorar a imagem ou o seu desempenho (uma linguagem usada pelos jogadores para determinar a qualidade da imagem dos jogos, sua semelhança com a realidade). Ademais, segundo eles, aparecerem na televisão quando são noticiados resultados de alguma pesquisa e, como exemplo, citaram a eleição, comentando que “no Jornal Nacional aparece um gráfico dizendo quem está ganhando na eleição” (M6). Perguntei-lhes então se já haviam produzido gráficos nas aulas de Matemática e muitos responderam que não lembravam.

Diante disso, expliquei-lhes que, para construir gráficos, primeiramente, seria necessário organizar dados em tabelas, pois, conforme Biembengut e Hein (2011, p. 9), “devemos encontrar meios para desenvolver, nos alunos, a capacidade de ler e interpretar o domínio da Matemática”. Ao distribuir o papel quadriculado, solicitei -lhes que o identificassem com seu nome, turma e escola e que escrevessem o enunciado da primeira pergunta do questionário na folha, enquanto eu fazia o mesmo no quadro. Nesse momento, iniciamos a tabulação dos dados, realizando, inicialmente, um levantamento de todas as respostas contidas nos questionários e organizando-os em tabelas. Em seguida, orientei-os na colocação dos referidos dados em cada página do papel articulado, que deveria ser da seguinte forma: pergunta tabela e gráfico. Assim, teriam todas as informações pertinentes à questão na mesma lauda.

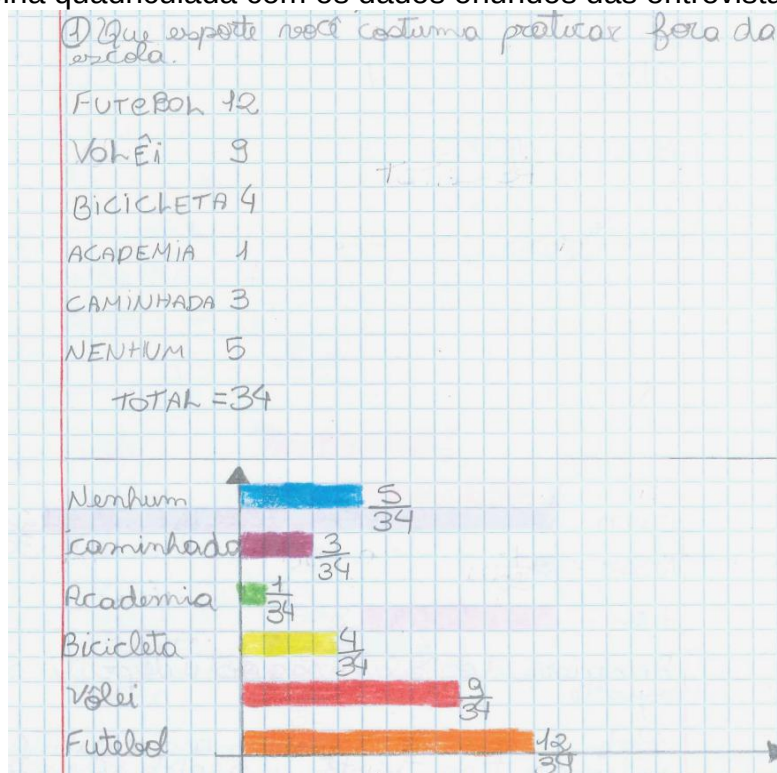
Enquanto as tabelas eram organizadas, os alunos perceberam que o número total de algumas não era o mesmo do das respostas dadas pelas pessoas entrevistadas. Ao serem por mim questionados sobre isso, muitos responderam (compreenderam) que a diferença se devia ao fato de que, em algumas questões, o entrevistado poderia escolher mais de uma alternativa. Segundo M7, é “porque lá responderam mais que uma vez” (M7), ao referir-se às perguntas 1 e 2.

Na primeira questão, o número total de respostas foi trinta e quatro, uma vez que o entrevistado poderia apontar dois esportes que praticava fora da escola; enquanto na segunda, o respondente precisava escolher uma das alternativas, totalizando trinta respostas. Com a descrição desse momento, foi possível perceber a veracidade da afirmação defendida por Bassanezi (2011, p. 38), quando ele afirma que, “com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para ao aluno, mas como resultado da interação do aluno com o seu ambiente natural”.

Ao finalizar a organização de cada tabela, os alunos evidenciaram, por exemplo, que o esporte preferido dos entrevistados era o futebol, seguido do vôlei, mas também foi o mais citado como o que as pessoas menos gostavam. Questionados sobre tal fato, responderam que talvez isso ocorrerá porque quem havia respondido que preferia vôlei e basquete também declarara não apreciar futebol.

Após todas as tabelas e suas respectivas perguntas serem organizadas no papel quadriculado, expliquei à turma como estruturar as informações em um gráfico. Para isso, foram ordenadas, em conjunto com os estudantes, as respostas determinadas na tabela em um sistema de eixos coordenados. Posteriormente, questionei-os como seria a representação de um número encontrado na tabela no gráfico. Muitos responderam que bastaria pintar o número de quadradinhos correspondentes, mas que isso precisava ficar sempre na mesma linha. Dessa maneira, no papel quadriculado, os alunos tinham embaixo de cada pergunta sua tabela e gráfico correspondente, conforme figura 2.

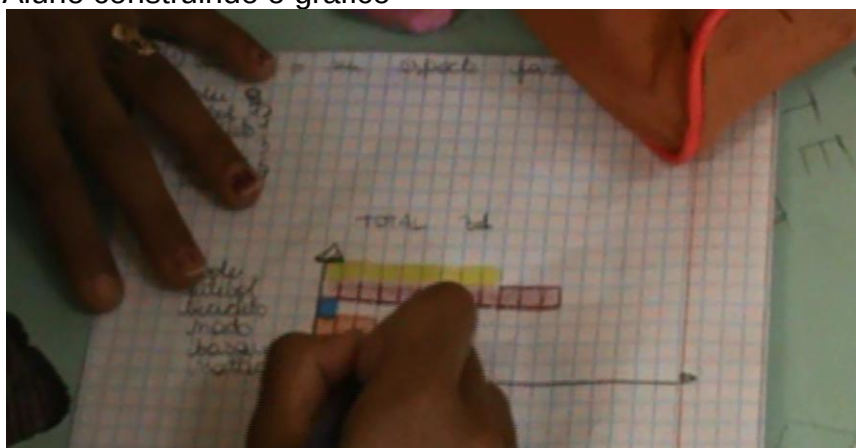
Figura 2: Folha quadriculada com os dados oriundos das entrevistas



Fonte: Dos alunos, 2015.

Nesse momento, os alunos demonstraram preocupação com tempo, haja vista a aula estar no final. O fato, talvez, deveu-se ao cuidado que estavam tendo com a confecção dos gráficos, procurando deixar os quadradinhos pintados bem marcados e, assim, organizar corretamente os dados (FIGURA 3).

Figura 3: Aluno construindo o gráfico



Fonte: Da autora, 2015.

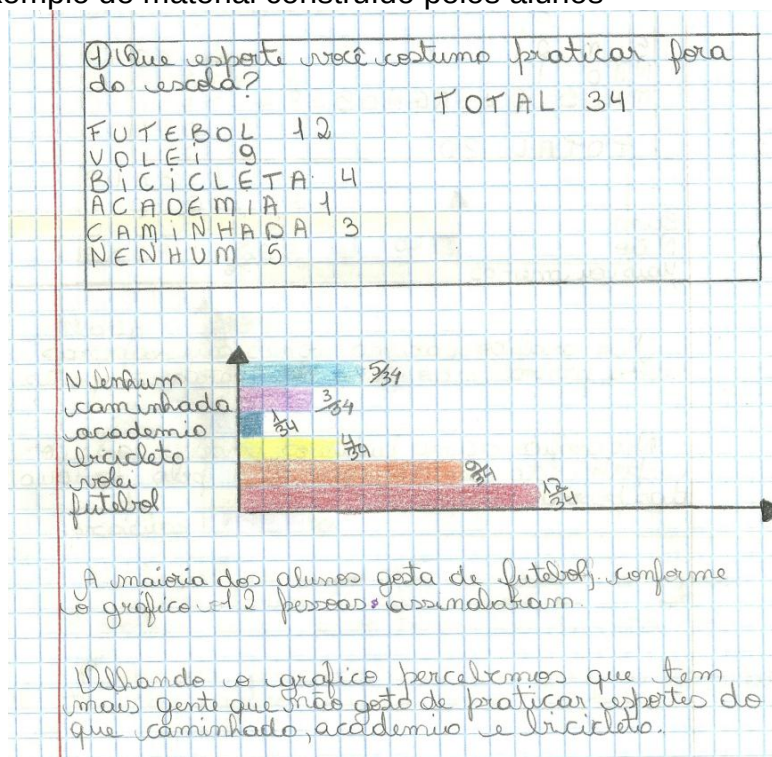
De acordo com o cronograma pré-estabelecido no projeto inicial, nesse dia, os alunos produziram um texto, analisando os dados obtidos nos gráficos. No entanto, não foi possível fazê-lo devido ao prolongamento na organização dos dados. Diante disso, comuniquei-lhes que a tarefa seria realizada no próximo encontro e solicitei a entrega do material confeccionado na aula.

No terceiro dia, devolvi aos alunos o material recolhido na aula anterior, informando-os de que ocorreria a análise dos gráficos e, no final, a elaboração de um texto e a divisão da aula em três momentos. No primeiro, seria realizada a representação dos dados oriundos dos gráficos em forma de fração; no segundo, a elaboração de frases, interpretando-os e, por último, estas formariam um único texto.

Inicialmente, questionei-os havia sido sobre a forma de representar os dados dos gráficos usando frações, já que esse conteúdo com eles trabalhado pela professora titular antes desta intervenção. Assim, os discentes representaram as frações correspondentes ao número de respostas obtidas para cada item do gráfico ao lado dos quadradinhos pintados. Nesse momento, alguns comentaram: “Agora eu entendi o que a outra professora falou na aula de fração” (M8), “Eu não sabia que dava para fazer aula de matemática assim” (M9). Dessa forma, o conteúdo passou a ter sentido para o aluno, auxiliando-o na compreensão de conceitos matemáticos e provocando-o a resolver as questões propostas (SONEGO E BISOGNIN, 2010).

Logo após, formássemos alunos formaram duplas e elaboraram duas frases que analisassem o gráfico de cada pergunta do questionário. Entretanto, cada aluno deveria registrar as frases construídas em seu trabalho. Em duplas, compartilharam ideias e em conjunto formaram frases. Orientei-os a escreverem de modo que estas pudessem conter informações sobre o que mais lhes havia chamado a atenção nos dados coletados nas tabelas e gráficos construídos. Assim, cada estudante tinha em mãos a pergunta realizada na entrevista, a listagem dos dados, um gráfico representativo das categorias com representação fracionária e também uma análise textual da pesquisa (FIGURA 4).

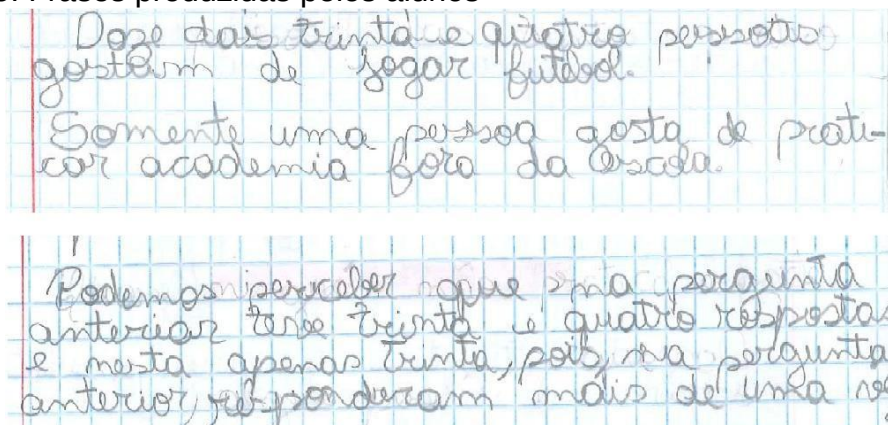
Figura 4: Exemplo de material construído pelos alunos



Fonte: Dos alunos, 2015.

Embora trabalhassem em duplas, ao iniciaram a composição de suas sentenças, os alunos solicitavam minha presença para verificar se as frases elaboradas poderiam ser utilizadas: “Profe eu não entendi, como assim, escrever o que eu entendi do gráfico? Eu só consigo ver que o futebol teve mais respostas” (M10), “Eu também não sei o que escrever, eu preciso falar só do melhor [referindo-se ao item com o maior número de respostas]” (M11) e “Posso colocar número na minha frase?” (M12). No entanto, após um breve esclarecimento de algumas dúvidas, construíram produções textuais, expondo seu entendimento sobre os dados apresentados na pesquisa. Na figura 5, as frases produzidas por uma das duplas.

Figura 5: Frases produzidas pelos alunos



Fonte: Da autora, 2015.

Isso corrobora com excerto de Biembengut e Hein (2011, p. 26) quando afirmam que “a melhor forma de registrar ideais e, posteriormente, transferi-las ainda é por meio de um trabalho escrito”.

Com a ajuda dos discentes, organizou-se, em conjunto, um texto que surgiu da compilação de algumas frases por eles elaboradas e que retratavam os dados obtidos nas entrevistas. Os alunos liam as que se referiam a cada pergunta e, em conjunto, escolhiam a que achavam que melhor representava cada gráfico. No quadro 4, apresento a visualização de várias partes do texto de números fracionários incorporados a sentenças explicativas de determinados itens do questionário.

Quadro 4: Texto elaborado pela turma de Muçum

Análise dos questionários	
Podemos escrever matematicamente que $\frac{1}{34}$ das pessoas gostam de ir à academia. Olhando o gráfico percebemos que tem mais pessoas que não gostam de praticar esportes do que fazer caminhada, ir a academia e andar de bicicleta. Percebemos que a maioria das pessoas gosta de jogar futebol e que a minoria não gosta de praticar esportes.	
Notamos que na pergunta número um, tínhamos 34 respostas; e, na pergunta número dois, tínhamos 30 respostas. A diferença é que na pergunta número um podia responder mais de uma coisa e na de número dois só podia responder uma.	
Algumas pessoas acham que o esporte serve para ter uma boa saúde e se divertir. Uma pessoa respondeu que todo o esporte serve para mente, para ter mais memória.	
$\frac{12}{34}$	$\frac{9}{34}$
E $\frac{12}{34}$ preferem futebol, ou seja, a maioria; e que $\frac{9}{34}$ o vôlei, que ficou em segundo lugar. Quem disse que não gosta de futebol é porque gosta de outros esportes.	

Podemos perceber que na vida de 18 pessoas faz falta o esporte e que $\frac{13}{31}$ das pessoas acham que não faz falta o esporte.

Vôlei é o esporte preferido nas aulas de Educação Física e apenas duas pessoas não fazem nada nas aulas de Educação Física.

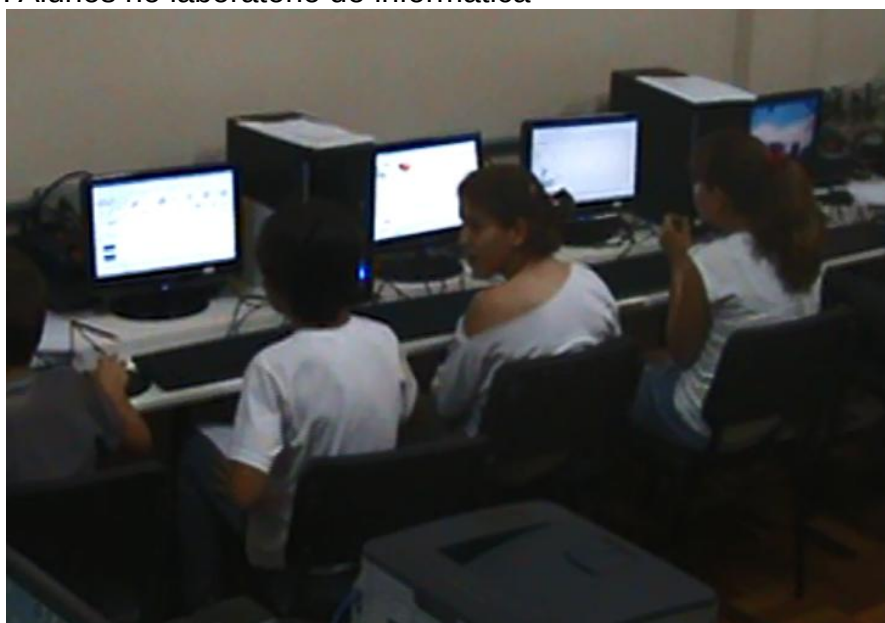
Fonte: Dos alunos, 2015.

Com a finalização da produção textual, alguns alunos relataram surpresa em perceber o número de tarefas que já haviam realizado e como a Matemática estava envolvida no processo. Isso ficou evidente nas seguintes falas: “A gente viu um monte de coisas de matemática, sem precisar fazer exercícios de contas” (M13) e “Que monte de coisas a gente fez, né professora”? (M14). Essas reflexões estão de acordo com as ideias de Barbosa (2003, p. 68) quando ele destaca:

A meu ver, o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas.

Na última atividade relacionada aos questionários, no quarto encontro, propus aos alunos a realização de um estudo de gráficos, utilizando o *software Excel*, no laboratório de informática da escola, conforme visualizado na figura 6.

Figura 6: Alunos no laboratório de informática



Fonte: Da autora, 2015.

Ao chegarem à sala, os estudantes foram separados em duplas, já que não havia computadores suficientes para o manuseio individual. Posteriormente, receberam o material confeccionado nos encontros anteriores e foram por mim orientados a abrir a área de trabalho do *software* e iniciar a construção de tabelas com base nos dados que constavam no material elaborado em sala de aula. Em seguida, construí um gráfico em um computador, haja vista não saberem como produzi-lo utilizando o Excel, e mostrei-lhes as etapas que deveriam seguir para que fosse possível obtê-lo. Mesmo assim, alguns ainda demonstraram dificuldades. Auxiliei-os na digitação e na sequência de passos necessários para que o programa mostrasse o gráfico correspondente.

Após a confecção das tabelas, orientei-os a construírem, com auxílio do *software*, os gráficos de barras referentes a cada tabela, assim como o produzido em sala de aula no papel quadriculado. Além disso, incentivei-os à exploração de outros formatos, entre eles, os de setores, linha, coluna e área. Ao oportunizar o estudo de gráficos adotando a tecnologia, o professor “evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas” (BRASIL, 1998, p. 44).

Após o término das atividades relacionadas ao questionário, voltamos à sala de aula. Ao retornarmos, solicitei que formassem grupos, que deveriam conter entre três e quatro integrantes. Em seguida, distribuí os textos que continham normas técnicas referentes às modalidades esportivas de futebol e vôlei, mais especificamente de construção de ambientes para a prática desses esportes e suas regras.

Para a análise do material, disponibilizei certo tempo para que pudessem selecionar o item foco das atividades a serem desenvolvidas nos próximos encontros. Ao conversar com cada grupo para verificar que subtemas escolheriam para investigar, emergiram questões, tais como: “Se a gente escolher um agora dá para trocar depois?” (M15), “Profe, preciso escolher um desses ou posso ver outra coisa?” (M16). A primeira surgiu de um grupo formado por três meninas e um menino e, embora seus membros

concordassem em pesquisar itens pertinentes ao tema futebol, tiveram dificuldade em optar por um que agradasse a todos. Para tentar ajudar o grupo a decidir qual subtema escolher, solicitei que dissessem qual aspecto dessa modalidade mais chamava sua atenção e que em conjunto decidissem um subtema. Após certo tempo, voltei ao grupo e perguntei o que tinham decidido e obtive a seguinte resposta: “Profe, a gente conversou e pensou que todos gostamos da hora que os jogadores saem do estádio e vão para o campo. Então a gente vai fazer uma maquete do túnel” (M17). Deste modo, o grupo determinou que o subtema que abordariam durante os próximos dias seria o túnel de acesso ao campo de futebol.

Já a segunda foi realizada por dois grupos dos quatro formados na sala, uma vez que seus componentes declararam se identificar com outras modalidades esportivas. Neste momento, disse a ambos que poderiam escolher outras modalidades esportivas, já que a escolha do subtema era livre e não restrita ao material disponibilizado. Após o esclarecimento dessas questões, os grupos determinaram os assuntos que norteariam seus estudos, todos relacionados com o uso da bicicleta, do *skate* e as modalidades futebol e vôlei. Lembrei-os de que cabia a cada equipe optar apenas por um ponto a ser estudado, pois, se escolhessem, por exemplo, *skate*, haveria muitos itens que poderiam ser explorados, como: construção de pistas e rampas; manobras; formato do *skate*; entre outros.

Desse modo, além de determinar a modalidade esportiva, os estudantes teriam que escolher um subtema que fosse do interesse do grupo e, a partir disso, realizar um trabalho em sala de aula para explorar a matemática. Com essa conversa, as equipes optaram pelos seguintes assuntos: a roda de uma bicicleta (Grupo 1); manobras de *skate* (Grupo 2); túnel de acesso ao campo de futebol (Grupo 3) e quadra de vôlei (Grupo 4). No encontro seguinte, entreguei-lhes materiais sobre a roda de uma bicicleta e manobras de *skate* para serem utilizados durante a realização das atividades.

Com o material em mãos, cada grupo foi orientado a discutir a forma como representariam o assunto escolhido. Após certo tempo, dirigi-me a cada um dos referidos grupos para verificar como eles pretendiam explorar a temáti-

ca, que materiais utilizariam, que conteúdos matemáticos poderiam explorar. Conforme Barbosa (2004, p. 77), esse tipo de atividade se adequa ao caso 3, em que relata, “[...] trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos”.

A seguir, detalho como foram conduzidas as atividades em cada grupo e apresentação do seu trabalho.

O Grupo 1, composto por cinco meninas, optou pela análise da roda de uma bicicleta. Segundo elas, uma das atividades físicas que adoravam era “andar” de bicicleta. Dessa forma, exploraram os textos¹⁰ - cujo tema era a bicicleta - que lhes disponibilizei para determinar que parte do objeto seria o alvo do estudo. Após discutirem sobre o que estes apresentavam, elas acordaram em examinar com mais cuidado a roda da bicicleta e seus componentes, conforme a declaração da aluna (M17): “A gente pode pegar a minha bici para estudar profe? Ai a gente podia ver a matemática nela mesma”. Diante disso, permiti que trouxessem uma bicicleta à escola e realizassem as medidas pertinentes ao trabalho, como, por exemplo, o comprimento dos raios e do aro.

Durante as medições, as alunas encontraram algumas dificuldades, como por exemplo: separar o pneu do aro para determinar sua medida, utilizar a fita métrica corretamente para determinar o comprimento do aro e raios. Superado isso, as estudantes puderam perceber a relação existente entre diâmetro de uma circunferência e o número π , já que este é o resultado da divisão do comprimento da circunferência pelo seu diâmetro, conforme o diálogo,

Professora: Com essas medições que vocês realizaram, será que podemos estabelecer alguma relação?

¹⁰ Textos disponíveis em:

http://www.posdesign.com.br/artigos/dissertacao_suzi/02%20Cap%C3%ADtulo%20%20-%20Evolu%C3%A7%C3%A3o%20hist%C3%B3rica%20da%20bicicleta.pdf e

http://www.posdesign.com.br/artigos/dissertacao_suzi/04%20Cap%C3%ADtulo%20%20-%20Morfologia%20da%20bicicleta.pdf

A gente tem a media do raio e da roda [referindo-se ao comprimento do aro]. Já sei que dois raios é o diâmetro, mas não sei como juntar isso. (M18)

Professora: Se vocês compararem a mediada do diâmetro com a medida do aro, o que vocês observam?

Ah, profe, é bem menor. (M19)

A gente pode fazer continha? (M20)

Professora: Pode.

[depois de um tempo]

Com o auxílio da professora, e conforme o relato da aula, “Todo mundo do nosso grupo dividiu como tu disse e deu o mesmo número para todo mundo” (M21), as estudantes perceberam que a divisão do valor do comprimento da circunferência pelo valor do comprimento do diâmetro dessa circunferência resulta em uma constante. Isso demonstra que, ao usar modelagem, os estudantes ficam envolvidos no processo de construção do conhecimento, o que está de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 153):

Em muitas situações, ao se envolver com atividades de modelagem, aos alunos se deparam com um obstáculo para o qual não possuem, provisoriamente, conhecimentos suficientes para superá-lo, havendo, portanto, a necessidade de construir esse conhecimento por meio dessa atividade.

Para mostrar aos colegas o resultado da pesquisa realizada, as alunas produziram um texto (QUADRO 5), que foi lido na apresentação do grupo. Além disso, apresentaram fotos de bicicletas e as partes evidenciadas no trabalho.

Quadro 5: Texto do grupo sobre bicicleta

Bicicleta

Aros de uma bicicleta: podem ter diâmetros diferentes, os mais comuns são 20 polegadas, 24 polegadas, 26 polegadas e 29 polegadas. A largura do aro também é uma medida importante, porque alguns pneus só podem ser usados em certas larguras. Os mecânicos vão saber as combinações certas.

Os cubos: são as partes centrais das rodas, são presos nos raios que se conectam com o aro. É nos cubos que os eixos da frente e de trás passam, são apoios para os rolamentos. Rolamentos de qualidade vão trazer menos resistência a rolagem e duram mais.

Raios: eles juntam o cubo e o aro, são de aço cromado ou de aço inoxidável. O diâmetro do raio pode ser de 1,8 ou 2 mm. Um lado do raio fica preso no aro e outro no cubo. Na roda, os raios são colocados cruzados, dando mais equilíbrio e resistência na roda.

Na matemática, tem o π que é uma relação de números entre a circunferência e o seu diâmetro. Temos que dividir o valor da circunferência pelo valor do diâmetro, então temos o valor de π .

Fonte: Das alunas, 2015.

O Grupo 2 escolheu o tema manobras de skate, pois, segundo seus componentes, adoravam praticar esse esporte quando estavam com seus amigos e em horários fora da escola. Da mesma forma que ao anterior, ao Grupo 2, forneci material para que seus componentes pudessem dar continuidade ao trabalho. Entreguei-lhes dois textos¹¹ para que decidissem quais manobras seriam apresentadas à turma. No entanto, manifestaram o desejo de realizar uma busca por vídeos que as explicassem: “Profe, se tu deixar, a gente podia ir na informática para ver as manobras sendo feitas, aí a gente entende melhor” (M22).

À vista disso, encaminhei-os ao laboratório de informática da escola, onde assistiram a vídeos explicativos no site do *You Tube*. Com esse tema, o grupo conseguiu identificar ângulos, uma vez que a maioria das manobras está relacionada com o fato de girar o skate no ar. Por isso, alguns nomes são *Ollie*, manobra que consiste em tirar os dois eixos do chão, fazendo o skate saltar; *Ollie 180°*, manobra que consiste em rodar o skate 180° abaixo dos seus pés; *No comply*, manobra que consiste em rodar 180° juntamente com o skate. Por fim, os apresentadores confeccionaram um cartaz explicativo (FIGURA 7) sobre as manobras que elencaram, juntamente com as medidas em graus necessárias para que elas sejam realizadas.

Figura 7: Cartaz apresentado pelo grupo Skate



Fonte: Dos alunos, 2015.

¹¹ Textos disponíveis em:

<http://www.anpuhsp.org.br/sp/downloads/CD%20XVII/ST%20IX/Tony%20Honorato.pdf> e
<http://esportesk8.blogspot.com.br/2009/09/manobras-do-skate.html>

Durante a confecção dos desenhos ilustrativos e da realização das medições necessárias, os meninos tiveram certa dificuldade de manusear o transferidor e explicar à turma o que significava cada nome das manobras. No entanto, demonstraram facilidade em compreender os conceitos de ângulo envolvidos nas manobras.

O Grupo 3, formado por quatro componentes, decidiu confeccionar um modelo representativo do túnel de acesso ao campo de futebol de um estádio. A escolha aconteceu após discussões e acordos firmados entre os membros, já que, mesmo apreciando futebol, demoraram certo tempo para encontrar um tópico que todos concordassem explorar. Assim, os alunos usaram o material que lhes cedi para verificar as medidas que eram solicitadas pela FIFA (Fédération Internationale de Football Association). Segundo esse órgão, o túnel devia ter entre 4,5 m de comprimento e 6,0 m de largura.

Para a construção do modelo, os participantes do grupo acima citado empregaram o conceito de escala, uma vez que tiveram que produzir uma miniatura do túnel. Como referência, utilizaram a seguinte transformação: cada metro do tamanho real representava três centímetros no modelo. Com isso, obtiveram uma representação, conforme figura 8, com trinta e seis centímetros de largura, vinte e sete de comprimento e trinta e seis de altura, utilizando papelão, tinta, tesoura, cola e régua.

Figura 8: Maquete apresentada pelo grupo



Fonte: Dos alunos, 2015.

Durante a confecção do túnel, os integrantes do grupo se desentenderam, pois um deles havia esquecido em casa os materiais que lhe coube confeccionar no dia em que combinaram a divisão das tarefas. Ademais, ao iniciaram a construção da maquete, um aluno percebeu que a equipe não havia pensado nos degraus da escada que os jogadores subiriam para chegar ao gramado: “Tem uma coisa que ninguém lembrou, a gente não fez as escadas. Como a gente vai fazer as medidas, se na folha [referindo-se ao material disponibilizado] não diz nada?” (M23). Ao ser questionada sobre isso, propus-lhes realizar as medidas da escada da escola para terem uma referência, mas que tivessem o cuidado de observar a escala que estavam utilizando nas transformações das medidas.

O Grupo 4 optou por fazer a miniatura de uma quadra de vôlei conforme as medidas oficiais apresentadas no documento da Confederação Brasileira de Voleibol. Segundo este, uma quadra de vôlei é um retângulo com dezoito metros de comprimento por nove metros de largura, circundada por uma zona livre de, no mínimo, três metros de largura em todos os lados. Assim como os do grupo anterior, os estudantes usaram os conceitos de escalas, representando cada metro da quadra por dois centímetros na maquete. Dessa forma, a representação teve dezoito centímetros de largura por trinta e seis centímetros de comprimento, além de seis centímetros de zona livre em cada lado. Os alunos ainda representaram a rede e o poste de sustentação, tendo o cuidado de utilizar a mesma escala da quadra. Para a exposição (FIGURA 9), usaram papelão, tinta, tesoura, tule, régua e palitos de madeira.

Durante a confecção da maquete uma aluna relatou: “Agora eu entendi o que é aqueles traços pintados no chão da quadra, por isso no jogo de vôlei na TV, os jogadores saem da quadra para fazer as cortadas” (M24), referindo-se à zona livre, da qual o jogador pode fazer uso para realizar alguma jogada. Nesse momento, o grupo descobriu também que não conseguiria produzir uma mini rede, optando, assim, por recortar um retângulo de uma folha quadriculada para representá-la. Mesmo respeitando as medidas presentes no texto e realizando os cálculos necessários para manter a escala utilizada, seus componentes perceberam que fixaram os palitos que simbolizavam os postes no lugar errado.

Figura 9: Maquete apresentada pelo grupo



Fonte: Dos alunos, 2015.

Com a finalização dos trabalhos, solicitei aos grupos a exposição dos resultados aos demais colegas. Dessa forma, cada um explicou como realizou o trabalho, que matemática utilizou e como decidiu escolher o assunto. Durante as apresentações, a turma percebeu a semelhança entre os trabalhos realizados, como, por exemplo, na construção das maquetes do túnel e da quadra de vôlei, onde foi necessário, conforme expressão usada pelos alunos, “transformar metros em centímetros” para que pudessem representar essas estruturas com a maior fidelidade possível.

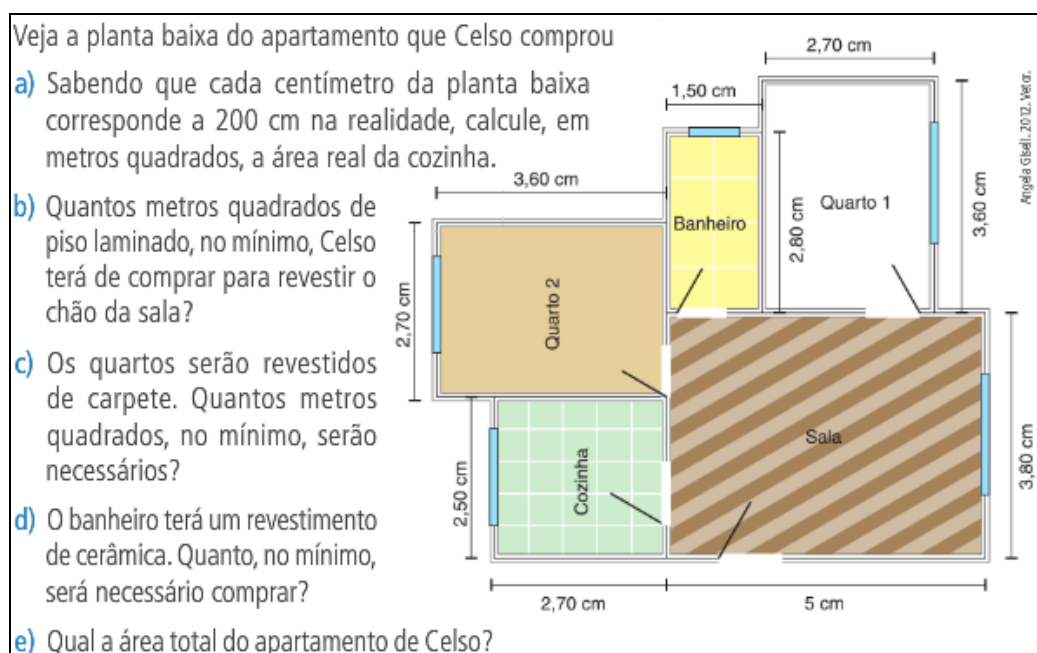
Os Grupos 1 e 2 perceberam que, mesmo realizando trabalhos diferentes, todos exploraram conceitos matemáticos iguais; nesse caso, os ângulos. Isso ficou evidente na fala de (M25): “a gente fez coisas diferentes e deu a mesma matemática. No trabalho delas [referindo-se ao grupo 1], elas estudaram a roda da bicicleta e a gente o *skate*”. No entanto, verifiquei que nem todos ficaram satisfeitos com os trabalhos finais, como foi o caso do grupo que analisou a matemática contida nas manobras de *skate*, pois, segundo seus componentes, os desenhos que as representavam não estavam tão “bonitos”: “A gente desenhou os movimentos, mas não tá tão bonito. Podia ter ficado melhor.” (M25). Nesse momento, intervi, assinalando que, embora as ilustrações não estivessem “bonitas”, o importante era conseguir entendê-las.

No final das apresentações, conversei com os alunos sobre os conteúdos matemáticos abordados em seus trabalhos, como os ângulos, transformações de unidades de medida e o valor numérico da letra grega π . Mostrei-lhes que, durante todas as atividades desenvolvidas, utilizamos a matemática para obter os resultados alcançados a partir de um tema que eles escolheram. O fato corrobora com Barasuol (2006), quando ele alega que a modelagem estimula o aluno a desenvolver habilidades de exploração e compreensão da matemática. Também destaquei o envolvimento deles na realização das tarefas, investigando e discutindo com os colegas a melhor forma de realizar as tarefas.

Como forma de obter um diagnóstico, disponibilizei aos alunos um material contendo três exercícios que exploravam os conceitos de escalas, gráfico e ângulos. O objetivo foi verificar se eles conseguiriam identificar e explorar relações matemáticas vistas durante os encontros. Essa atividade deveria ser realizada individualmente.

Na primeira questão (FIGURA 10), os alunos precisavam transformar a medida de comprimento e, posteriormente, calcular a área dos cômodos do apartamento ilustrado.

Figura 10: Primeira questão



Como esses exercícios foram disponibilizados ao final da intervenção e havia pouco tempo para a resolução, vários alunos resolveram iniciar sua realização pelos outros problemas, motivo pelo qual são poucos os resultados aqui apresentados. Cabe destacar que a turma teve dificuldades em efetivar o cálculo da área dos cômodos em metros quadrados. Grande parte a calculou em centímetros quadrados, usando os dados da imagem sem realizar a conversão para o tamanho real do apartamento, conforme informado na letra (a) da questão. Isso pode ser observado na figura 11, em que o estudante apenas efetuou o cálculo com as informações apresentadas na ilustração.

Figura 11: Cálculo apresentado pelo aluno

$$\begin{array}{r}
 2,70 \\
 \times 2,50 \\
 \hline
 0,00 \\
 + 135,00 \\
 + 540,00 \\
 \hline
 675,00
 \end{array}$$

Fonte: Dos alunos, 2015.

A segunda questão (QUADRO 6) abordava conceitos que foram explorados na primeira atividade com eles realizada.

Quadro 6: Segunda questão

Lucas registrou a pontuação final do campeonato de videogame dos amigos. Veja o resultado final organizado na tabela.

Construa um gráfico de barras para representar as informações da tabela e comente os resultados em forma de texto.

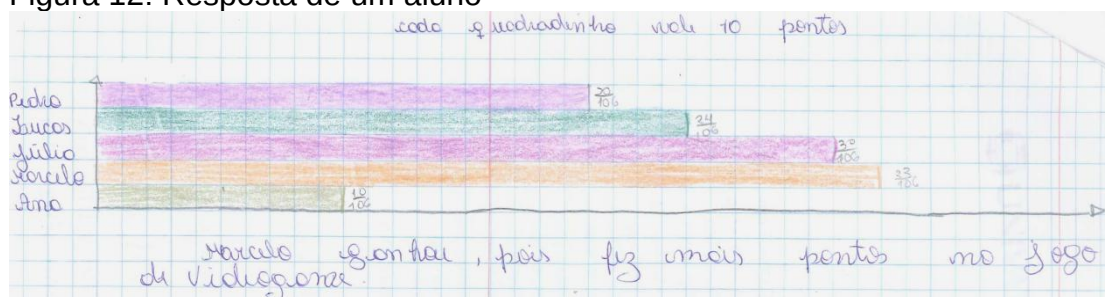
Campeonato de videogame	
Jogador	Pontuação final
Pedro	200
Lucas	240
Júlia	300
Marcelo	320
Ana	100

Fonte: Dados fornecidos por Lucas.

Fonte: Farago, 2012.

O exercício solicitava a construção de um gráfico de barras a partir da observação da tabela apresentada. Na figura 12, a resposta de um aluno.

Figura 12: Resposta de um aluno



Fonte: Do aluno, 2015.

Ao analisar a resposta do estudante, é possível observar que, para a construção do gráfico, foi necessário utilizar o artifício de considerar cada quadradinho da folha correspondente a dez pontos da tabela apresentada na questão. Mesmo sem a solicitação do exercício, ele representou os dados em números fracionários; porém, ao fazê-lo, considerou apenas o número de quadradinhos pintados no gráfico e não o apresentado na tabela. Por exemplo,

pelos dados da tabela, a pontuação de Pedro seria $\frac{200}{1160}$; no entanto, o

discente representou a pontuação como $\frac{20}{116}$ referente ao número de quadradinhos pintados no gráfico. Mesmo que o aluno tenha identificado que cada quadradinho representava dez unidades, sua representação fracionária do valor levou em conta apenas a quantidade visível de quadradinhos.

A terceira questão (FIGURA 13) se refere a ângulos. O exercício explora os ângulos formados pelos ponteiros de um relógio, os quais marcavam oito horas. Os alunos não demonstraram dificuldade ao resolvê-lo, uma vez que, dos quinze que responderam à questão, apenas três a erraram. Um dado importante é que nenhum deles deixou registrado o cálculo realizado para obter a resposta assinalada no exercício.

Figura 13: Questão 3

Os 2 ângulos formados pelos ponteiros de um relógio às 8 horas medem



- (A) 60° e 120° .
- (B) 120° e 160° .
- (C) 120° e 240° .
- (D) 140° e 220° .

Fonte: Simulado Prova Brasil, 2011¹².

Com base na análise dos exercícios, pude perceber que, talvez, pela falta de tempo, a maioria não conseguiu responder a todas as perguntas do primeiro exercício. Ao contrário, as demais foram resolvidas pela totalidade da turma. Os alunos empregaram artifícios não utilizados durante as aulas anteriores, conforme observado no exercício 2, em que os alunos criaram uma legenda para identificar que cada quadradinho representava dez unidades. O mesmo ocorreu na análise dos dados apresentados nos problemas, como, por exemplo: “Marcelo foi o vencedor, pois fez 320 pontos, Júlia ficou em 2º lugar e Lucas em 3º lugar” (M26), “Ana foi a pior, só fez 100 pontos, é igual a $\frac{100}{1160}$ avos” (M27) e “Os meninos fizeram mais pontos que as meninas” (M28).

Conforme Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011, p. 48), entre os principais objetivos da modelagem matemática estão:

- estimular a criatividade e incentivar investigações e reflexões;
- melhorar a compreensão e a apreensão de conceitos matemáticos;
- desenvolver a habilidade para resolver problemas.

Com o findar do relato das atividades realizadas com essa turma, destaco alguns pontos, entre eles, os conteúdos matemáticos abordados em aula, como ângulos, escalas, gráficos, frações e o número π . Também ressalto os assuntos não matemáticos discutidos, como, por exemplo, a importância do

¹² Disponível em:

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&id=16640&Itemid=1109

esporte. Esse tema foi discutido a partir dos resultados da entrevista, em que a maioria respondeu que a sua prática é importante para uma vida saudável. Saliento, ainda, como fator relevante, o envolvimento da maioria dos estudantes na realização das tarefas propostas.

Na próxima secção, apresento as atividades desenvolvidas com os estudantes de Lajeado, utilizando a mesma sequência exibida nesta secção.

4.2 Relato e resultados emergentes das atividades realizadas com os alunos de Lajeado

No primeiro dia da realização da intervenção na escola, apresentei aos alunos os resultados obtidos com base na análise dos questionários, a eles anteriormente aplicados da mesma forma que aos de Muçum. Na ocasião, comuniquei-lhes que, de acordo com o que responderam, concluí que o esporte proporcionava satisfação à maioria da turma, tanto na escola – aula de Educação Física – quanto em suas horas de lazer, já que alguns deles relataram integrar equipes de futebol e vôlei em instituições destinadas a essa prática.

Diante disso, ressaltei que desenvolveria uma prática pedagógica utilizando como tema o esporte. Esta etapa é importante devido a motivação que pode ser estimulada nos educandos para a participação nas atividades posteriores, a partir da demonstração do conhecimento e interesse sobre o tema que for escolhido (BIEMBENGUT E HEIN, 2011).

Findos os esclarecimentos e com a intenção de iniciar as atividades utilizando o tema norteador da pesquisa, iniciei uma conversa com os alunos por meio da qual os questioneei sobre o que eles entendiam de esporte, quais deles praticavam, de que modalidade eles mais gostavam nas aulas de Educação Física na escola.

Eu gosto de jogar futebol, vôlei, peteca e handebol (L1).
A gente sempre joga [nas aulas de Educação Física] futsal, vôlei e as vezes handebol (L2).

Nós jogamos futsal junto na escolinha (L3).

A partir das respostas acima, propus à turma a elaboração de um questionário por meio do qual entrevistariam outros alunos da escola. Assim, os alunos formularam perguntas sobre pontos que julgavam importantes referentes ao esporte, uma vez que, segundo as orientações dos PCNs, “a atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade” (BRASIL, 1998, p. 56).

À medida que a turma elaborava as perguntas, estas eram expostas no quadro para que todos pudessem analisá-las. Finda a explanação, em conjunto, os alunos escolheram as que fariam parte do questionário, além de ordená-las para as entrevistas.

Com a organização finalizada, propus aos alunos que algumas perguntas contivessem itens que oportunizassem aos entrevistados assinalarem as respostas. Nesse momento, um aluno questionou: “Tipo como tinha naquela folha que tu deu para gente responder” (L4), referindo-se ao questionário que lhes havia aplicado visando à escolha do tema da pesquisa. Assim, reli cada questão, solicitando que, em conjunto, decidissem a presença ou não das alternativas e, em caso afirmativo, quais as opções para cada uma. Durante o desenvolvimento dessa atividade, notei que minha postura perante a turma, oscilava entre determinar as ações, como por exemplo, a construção do questionário e solicitar a ajuda dos alunos na elaboração das perguntas. Essa variação de postura ocorreu porque eu ainda estava me adaptando à metodologia adotada. O que evidencia o quanto é difícil, para um professor, deixar de lado sua forma usual de encaminhar sua aula.

Após analisar cada pergunta, a turma decidiu em quais haveria opções de resposta e se alguma necessitaria de algum complemento. Por exemplo, na questão 1, os participantes decidiram que poderiam expor algumas alternativas, visto que, segundo o relato de um deles, “acho que a gente podia colocar futebol, vôlei e handebol, porque são os esportes que a gente mais pratica nas aulas de Educação Física aqui no colégio” (L5). Assim, foi decidido, pelos estudantes, que essas seriam as alternativas da questão. No entanto,

outro estudante chamou atenção para um ponto, até então ignorado pelos demais, ao questionar: “E se alguém não gosta desses esportes, como a gente vai fazer?” (L6). Diante disso, os alunos optaram por incluir o item “outros”, como mais uma possibilidade do entrevistado expressar outro esporte, conforme é possível verificar no questionário elaborado pela turma.

- 1) De qual esporte você mais gosta?
☐ futebol ☐ vôlei ☐ handebol ☐ outros: _____
- 2) Em que turno você pratica esporte?
☐ manhã ☐ tarde ☐ noite
- 3) Quantas vezes por semana?
- 4) Em que dia você mais pratica esporte?
☐ segunda-feira ☐ terça-feira ☐ quarta-feira ☐ quinta-feira
☐ sexta-feira ☐ sábado ☐ domingo
- 5) O que você entende sobre esporte?
- 6) Você pratica esporte com seus amigos?
☐ sim ☐ não ☐ às vezes
- 7) Em sua opinião praticar esporte ajuda na saúde?
☐ sim ☐ não Explique: _____

Com todas as decisões acertadas entre a turma, todos copiaram as perguntas do questionário em folhas e como nesse dia estavam presentes vinte e um alunos, combinei que cada um deveria realizar duas entrevistas. Para isso, conversei com os professores das turmas do 8º. e 9º. anos do Ensino Fundamental sobre a possibilidade de cederem um tempo de suas aulas para que as entrevistas acontecessem. Foi necessária a colaboração das duas citadas turmas para que pudéssemos ter o número desejado de entrevistados. Dessa forma, dividi o 6º. ano em duas equipes. A primeira entrevistou os alunos do 8º. ano no pátio da escola, conforme visualizado na figura 14, pois estavam na aula de Educação Física. A segunda se dirigiu à sala do 9º ano.

Figura 14: Aluno realizando a entrevista



Fonte: Da autora, 2015.

Cabe destacar que os alunos demonstraram certa dificuldade ao entrevistar os colegas que estavam na aula de Educação Física, pois estes procuravam responder rapidamente às questões para continuar o jogo de futsal que estava em andamento. Ademais, um educando conseguiu realizar apenas uma entrevista, o que totalizou quarenta e um questionários respondidos. Ao retornarmos à sala e constatar que a aula estava acabando, recolhi os questionários e deixamos a tabulação dos dados para o encontro seguinte.

No segundo encontro, de posse das entrevistas realizadas, iniciamos a tabulação dos dados em quadros, os quais apresentavam o número de respostas obtidas em cada pergunta. Assim, os alunos se revezavam para realizar a contagem e eu anotava os dados resumidos no quadro para que os demais pudessem visualizar e, posteriormente, construir seus quadros. Dessa forma, foram confeccionados sete quadros, um para cada pergunta, os quais, em seguida, foram convertidos em gráficos de barras. A escolha por este tipo de representação deu-se a partir do descritor D-37 “Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa” (BRASIL, 2008, s.p), da matriz de referência da Prova Brasil que avalia competências e habilidades em matemática dos alunos do Ensino Fundamental. Disponibilizei - lhes folhas de almaço quadriculadas, nas quais deveriam anotar seu nome, nome da escola e ano. Em cada página, escreveram uma pergunta, com sua referida tabela e gráfico, da mesma forma que os alunos de Muçum.

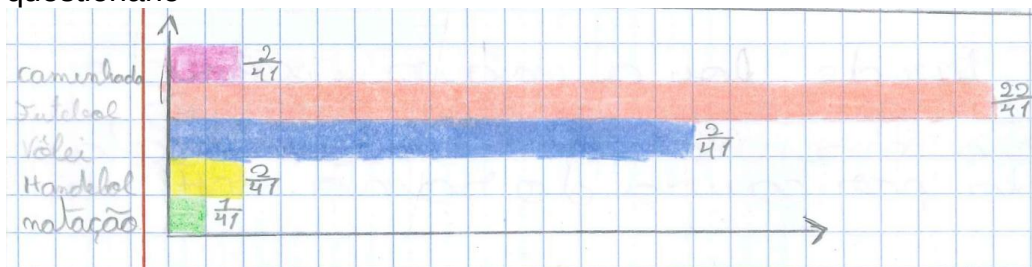
Primeiramente, solicitei aos alunos que construíssem uma tabela para cada pergunta e que contabilizassem os dados. Enquanto eles contavam o número das respostas obtidas em cada item, eu as anotava no quadro. Foi durante a construção das tabelas que os questioneei sobre a diferença entre os dados encontrados no número total de respostas apresentadas em cada questão. Por exemplo, na 1, foi quarenta e um (em conformidade com o número de entrevistas), mas, na 2, trinta e nove. Quando perguntei como poderiam explicar essa diferença, (L7): “Profe, teve gente que não sabia responder essa pergunta e daí como a gente não tinha colocado não sei [como opção de resposta], eu não marquei nada”. Diante disso, conversei com a

turma e constatei que, nas demais perguntas, poderíamos nos deparar com outros casos em que pessoas não saberiam responder à pergunta.

Após a tabulação dos dados nos quadros, recomendei que voltássemos à primeira questão para que pudéssemos representar as respostas em forma de gráfico, já que, segundo Brasil (2008), a tabulação de dados é realizada desde os anos iniciais, em que se utilizam a organização de elementos em tabelas, listas e gráficos. Esse tipo de atividade pode auxiliar os estudantes na posterior análise dos resultados, item avaliado na Prova Brasil no tema denominado “Tratamento da informação”. Perguntei, então, aos alunos se eles conheciam, ou sabiam o que é um gráfico. São “aquelas imagens que aparecem no jornal e também na televisão, tem umas barrinhas ou linhas”, respondeu (L8).

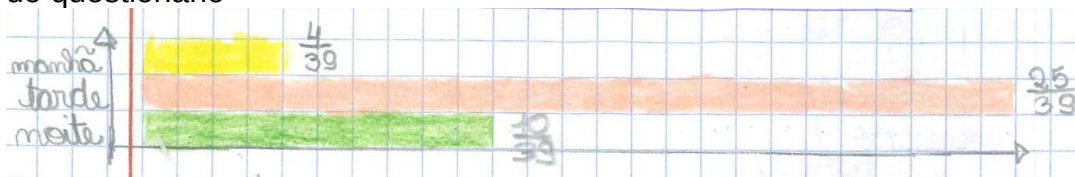
Em seguida, comuniquei-os de que exporíamos os dados obtidos na construção dos quadros utilizando gráficos de barras e que, para isso, eles alinhariam as respostas de cada pergunta na vertical e escolheriam uma cor para representá-las. Com a cor escolhida, deveriam pintar a quantidade de quadradinhos que representava o número de respostas obtidas naquela categoria, conforme visualizado nas figuras 15 e 16.

Figura 15: Gráfico confeccionado pelos alunos referente à primeira pergunta do questionário



Fonte: Dos alunos, 2015.

Figura 16: Gráfico confeccionado pelos alunos referente à segunda pergunta do questionário



Fonte: Dos alunos, 2015

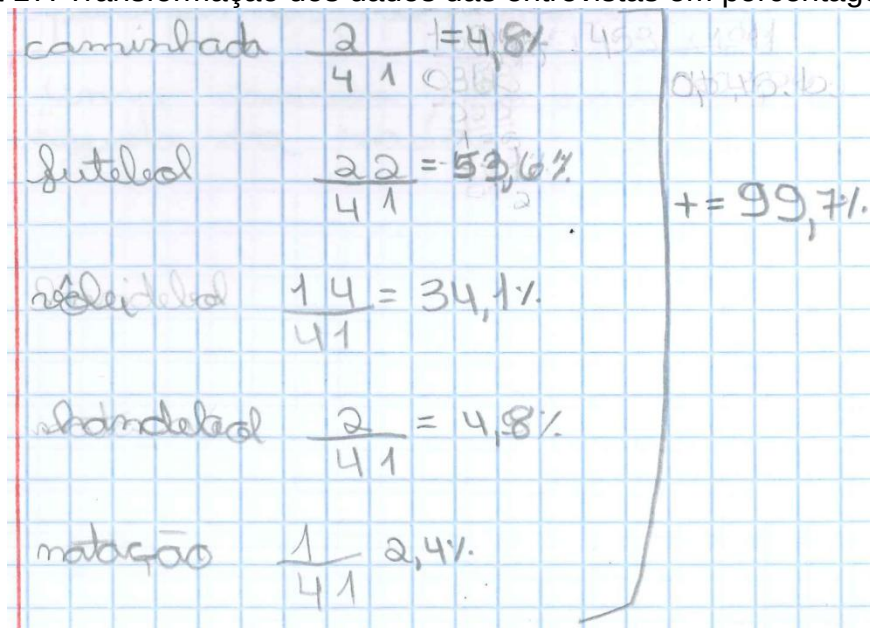
Após o término da construção de todos os gráficos, um para cada pergunta, questionei a turma sobre a exposição dos dados e se todos lembravam ter aprendido algum tipo de número que pudesse representar tais quantidades. Essas indagações levaram alguns a se pronunciarem: “É assim, em baixo a gente coloca o número total e em cima quantos quadradinhos a gente pintou” (L9), “Se tiver um número maior que dez, a gente chama de avos” (L10), “Na primeira vai ficar dois quarenta e um avos” (L11) e “É bem fácil é só contar os quadradinhos e dividir pelo total” (L12). Diante disso, solicitei que todos representassem os resultados utilizando números fracionários.

Como última atividade do dia e após todos acabarem a representação das quantidades utilizando frações, perguntei se alguém já havia visto um número em forma de porcentagem. Alguns responderam que sim, mas que não sabiam como fazer isso. Assim, perguntei a turma o que significava a barra da fração, eles responderam que correspondia a uma divisão, conforme fala do aluno (L 13) “É dividir o número de cima pelo número de baixo”. Já em relação a como transformar o número obtido em porcentagem, os estudantes declararam que não lembravam. Assim, no quadro, mostrei que para o resultado ser escrito em porcentagem precisariam multiplicá-lo por cem e usar o símbolo % No entanto, ao iniciarem os cálculos para determinar a porcentagem, surgiram algumas dúvidas. Entre elas, uma chamou minha atenção e se mostrou muito pertinente para o momento: “Profe, minha conta não acaba mais” (L14),

referindo-se à divisão do número $\frac{2}{41}$, que resultou na dízima periódica 0,0487804878 e, em porcentagem, ficou representado por 4,87804878%.

Com isso, os alunos decidiram em conjunto que utilizaríamos apenas uma casa após a vírgula, facilitando, assim, os cálculos (FIGURA 17). Para Bassanezi (1999), um dos desafios do professor que realiza atividades de modelagem em suas aulas está em auxiliar o estudante a compreender as relações matemáticas durante cada etapa.

Figura 17: Transformação dos dados das entrevistas em porcentagem



Fonte: Dos alunos, 2015.

Também sublinhei que, ao finalizarem os cálculos, se somassem os valores obtidos, o total deveria ser o mais próximo de 100%.

No encontro seguinte, os alunos a interpretaram os gráficos e valores obtidos na tabulação dos dados. Para isso, elaboram frases que representassem o que eles observaram em cada questão. Alguns não compreenderam inicialmente o que essas frases deveriam conter, se precisariam ter números na sentença ou não. Após os esclarecimentos, em dupla, iniciaram sua análise, discutindo com o colega os pontos que seriam mais relevantes para apresentar nas sentenças. Quando todas as duplas finalizaram o trabalho, expliquei-lhes que escolheríamos, em conjunto, as que julgássemos mais importantes e construiríamos um texto.

Dessa forma, poderíamos representar uma análise do trabalho realizado pela turma. Para isso, solicitei a leitura das frases. Como exemplo, reescrevi algumas: “Só uma pessoa respondeu que gosta de natação” (L14), “Há mais pessoas que praticam esportes no sábado do que na segunda” (L15) e “O futebol teve $\frac{22}{41}$ das respostas, ele é o esporte mais famoso” (L16). Em seguida, a turma decidiu qual delas deveria constar no texto da turma (QUADRO 7).

Quadro 7: Texto elaborado pelos alunos

Texto sobre as entrevistas

O futebol é um esporte popular, por isso foi o mais votado na pergunta 1. Handebol, vôlei e caminhada são os menos votados porque são pouco praticados.

Praticar esporte no turno da tarde é o melhor na opinião dos alunos da nossa escola, porque tem Educação Física. O turno da manhã foi o menos votado, porque é um ambiente frio e muitas vezes incapacita a prática de esporte.

A maioria das pessoas pratica esporte, duas vezes por semana. Isso é bom, por que isso prova que a maioria se exercita. A maioria votou que pratica esporte no sábado, pois é nesse dia que esta disponível para o esporte, não tem aula e menos compromissos.

Conforme analisamos na pergunta cinco, as pessoas acham que praticar esporte ajuda na saúde. Também pode ser uma forma de divertimento e boa forma.

Vinte e nove pessoas praticam esportes com seus amigos, por que a maioria dos esportes precisa mais de uma pessoa. A maioria das pessoas que entrevistamos concorda que o esporte ajuda na saúde, pois precisamos nos movimentar.

Fonte: Dos alunos, 2015.

Ao examinar o texto acima, percebi que os alunos, em suas frases, além de analisarem, também expressavam suas opiniões sobre as respostas dos entrevistados, fato comprovado na escrita de L17: “A maioria votou que pratica esporte no sábado, pois é nesse dia que a maioria está disponível para o esporte, não tem aula e menos compromissos”

Como atividade final do dia, encaminhei os estudantes ao laboratório de informática da escola, para que, com o auxílio do *software* disponível nos computadores, construíssem uma tabela com os dados contidos nos quadros e, posteriormente, o gráfico de barras da mesma forma que no papel quadriculado. No entanto, ao chegarmos à sala de informática, nem todos puderam realizar a atividade, haja vista os computadores apresentarem um tipo de interferência, ou seja, quando um aluno solicitava um comando em um computador, ele era realizado em outro. Mesmo assim, conseguiram comparar o gráfico “feito à mão” e o apresentado no computador, além de observarem outras representações gráficas disponibilizadas no programa, como: gráfico de setores e colunas.

As experiências escolares com o computador também têm mostrado que seu uso efetivo pode levar ao estabelecimento de uma nova relação professor-aluno, marcada por uma maior proximidade, interação e colaboração. Isso define uma nova visão do professor, que longe de considerar-se um profissional pronto, ao final de sua

formação acadêmica, tem de continuar em formação permanente ao longo de sua vida profissional (BRASIL, 1998, p.44).

Na aula seguinte, solicitei a atenção dos estudantes para que pudéssemos realizar a segunda parte das atividades que planejei para o período que estaria com eles. Primeiramente, dividi a turma em pequenos grupos, que deveriam ter entre quatro e cinco membros. Informei-lhes que, pela análise dos questionários e as conversas que tivemos nas últimas aulas, observei que a maioria da turma gostava muito de futebol e vôlei. Portanto, a partir desse dia, desenvolveríamos atividades ligadas ao tema esporte.

Ao iniciar esse trabalho, a cada grupo, apresentei dois textos¹³ que abordavam as modalidades do vôlei e do futebol, para que, em conjunto, os alunos escolhessem os itens que gostariam de trabalhar nos próximos encontros. Ao distribuir o material, comuniquei -lhes que daria meia hora para explorarem os assuntos que constavam nos documentos. Após o término do tempo estipulado, conversei com cada grupo. Nesse momento, os estudantes relataram os subtemas que elegeram para serem discutidos e desenvolvidos nas próximas aulas. Perguntei-lhes então se todos os componentes do grupo haviam concordado com o subtema escolhido e como este poderia ser explorado matematicamente. Um dos grupos solicitou um pouco mais de tempo, pois não tinha encontrado um assunto que todos concordassem. Os demais grupos, ao determinar o subtema já tinham em mente como poderiam representa-lo, como por exemplo, em forma de desenhos e maquetes.

Essa foi uma etapa muito importante, pois na implementação da Modelagem Matemática o docente deveria ter uma postura interativa e flexível, já que, “essa postura exige que, além de aprender a realizar e aplicar a Modelagem Matemática o professor compreenda que poderá entusiasmar e empolgar os alunos para a aprendizagem matemática e suas relações” (FERNANDES; JUNIOR, 2012, p. 24).

Após conversa com os grupos, os alunos apresentaram ao restante da turma o subtema, bem como o motivo da escolha. Depois da exposição o

¹³ Disponíveis em: http://www.esefex.ensino.eb.br/download/Regras_Volei_2013-2016.pdf e http://pt.fifa.com/mm/document/tournament/competition/01/37/17/76/p_sb2010_stadiumbook_ganz.pdf

subtema, aproximei-me de cada grupo e perguntei a seus membros como imaginavam realizar as atividades e que materiais seriam necessários. Conforme Bassanezi (2011, p. 46), “[...] o professor não deve propor problemas, mas deve atuar como monitor em cada grupo, sugerindo situações globais que devem ser incorporadas pelos alunos”. Enfatizo que esse momento foi de grande interação entre mim e os alunos.

Em Modelagem Matemática, ou mesmo em outras atividades de um evento educativo, os alunos devem ter a oportunidade de falar, já que é por meio da exposição de como pensam em relação a determinado assunto que se dará a interação e a mediação (VERTUAN; BORSSOI; ALMEIDA, 2013, p. 70).

Dessa forma, ficou definido que teríamos os seguintes temas: Exame Antidoping em um estádio de futebol; Confeção de um campo de futsal; Confeção de um campo de futebol; Violência nos estádios de futebol do Brasil e Policiamento nos jogos e Estúdio de filmagem em estádio de futebol. A seguir, detalho como o desenvolvimento das atividades realizadas por cada grupo foi elaborada e concluída.

O Grupo 1 – Exame Antidoping em um estádio de futebol – composto por seis meninas, decidiu realizar um estudo sobre as medidas necessárias à construção de uma sala destinada aos exames antidoping em um estádio de futebol, conforme instruções recebidas. A justificativa do tema adveio do fato de elas apreciarem a prática do futebol e os meninos estarem providenciando a construção de um campo: “A gente gosta de futebol e os guris já vão fazer o campo” (L18). Com essa declaração, o grupo tentou explicar que queria realizar um trabalho igual ao dos colegas, o campo de futebol. Mas, ao saberem que estes já haviam escolhido esse subtema, escolheram um novo assunto. Exposta a argumentação, questionei-as sobre a forma como realizariam seu trabalho, já que o documento apresentava apenas uma descrição da sala, que devia ter uma área mínima trinta e seis metros quadrados e contar, no mínimo, com uma mesa, quatro cadeiras, uma pia com espelho e um telefone.

Com o questionamento, o grupo entendeu que seria impossível construir uma sala em tamanho natural. Nesse momento, uma das alunas comentou que sua mãe era arquiteta e que sempre a via fazendo desenhos que

representavam casas em miniatura, utilizando apenas lápis, régua e papel. Explicou, ainda, que isso se chamava “planta”, referindo-se ao termo planta baixa utilizada no meio profissional. Após a discussão com as colegas de grupo, ficou decidido que confeccionariam uma planta baixa representando a sala. Isso corrobora com as ideias de Vertuan; Borssoi e Almeida (2013, p. 70) quando referem-se a uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula, “[...] caracteriza-se como uma atividade essencialmente colaborativa, já que alunos e professor conversam sobre todo o encaminhamento da resolução [...]” do problema.

Isto posto, questionei se elas poderiam fazer a ilustração, já que no texto só havia a medida da área total e não especificava quanto de largura e comprimento o ambiente deveria ter e, ainda, como seria o desenho da sala se a medida estava em metros. Foi então que as meninas lembraram que um dos mapas que a professora de Geografia mostrava representava o planeta Terra. Perguntei-lhes, então, como isso era possível e elas me responderam que cada “pedacinho” dele representa uma parte “bem grande no mundo real”. Com isso, decidiram que poderiam desenhar a sala, utilizando apenas cartolinas, régua, lápis e borracha. Na aula seguinte, cada uma iniciou a confecção da sua ilustração (FIGURA 18).

Figura 18: Grupo de alunas confeccionando os desenhos



Fonte: Da autora, 2015.

No momento que as alunas iniciaram a confecção das suas ilustrações ocorreu o seguinte questionamento: “Quanto tem que ter de largura e de comprimento, professora?” (L19). “O texto só fala da área total”, respondi-lhe e “como calculamos a área de uma sala?”, perguntei-lhe. Prontamente, recebi a resposta: “multiplicando os valores de seus lados (base x altura)”. “Que valores, ao serem multiplicados, resultam no número trinta e seis?”, foi minha outra indagação. Dentre as soluções, o grupo optou pela metragem nove metros de comprimento e quatro metros de largura. Diante disso, questionei-as se poderíamos desenhar uma figura com a metragem que elas escolheram, já que a largura da cartolina era menor.

Iniciou-se, então, uma discussão entre as participantes do grupo sobre a forma como seria evidenciada a metragem do desenho. Passado algum tempo, decidiram utilizar a escala de 3:100, ou seja, três centímetros, na ilustração, representavam cem centímetros do tamanho real da sala. Finalizada essa etapa, outro problema surgiu: como construir os objetos necessários para a sala usando medidas reais, já que, no texto do grupo, havia apenas os itens que ela deveria conter e não o tamanho dos móveis?

Para isso, as estudantes usaram as medidas de mesas, cadeiras e outros objetos disponíveis na escola, sempre tomando o cuidado de preservar as medidas nas devidas escalas (FIGURA 19). Quando o grupo começou a representar a mesa, item obrigatório na sala, uma das alunas percebeu que a sua ficara desproporcional ao tamanho da sala, alertando as demais de que os cálculos efetuados anteriormente para a determinação da mesa não estavam corretos e deveriam rever o que tinham errado.

oportunidade de um mesmo conteúdo poder ser abordado diversas vezes, no contexto de um tema e em situações distintas, favorecendo significativamente a compreensão das ideias fundamentais, pode contribuir de forma significativa para a percepção da importância da Matemática no cotidiano da vida de cada cidadão, seja ele ou não um matemático.

O Grupo 2 – Confeção de um campo de futsal – era composto por cinco meninos, muito ativos e apaixonados por futebol. As se referirem a essa modalidade esportiva, demonstraram todo o seu entusiasmo. Após a primeira leitura envolvendo esse esporte, alguns manifestaram interesse em pesquisar as cores das camisetas de cada país, proposta não aceita por outros, que defendiam o estudo do item telão, sua posição, tamanho e qualidade de imagem.

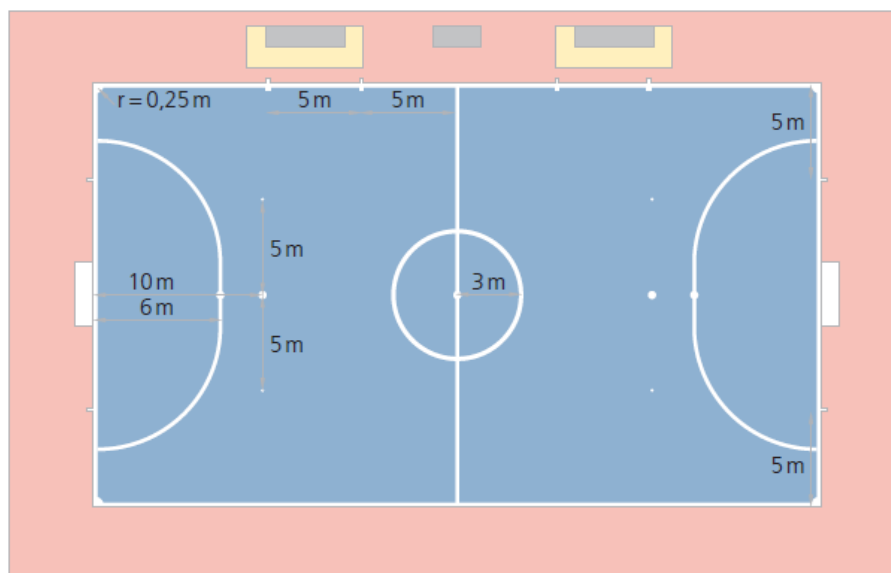
Diante disso, sugeri que analisassem novamente o material para que pudessem escolher o assunto que seria desenvolvido nas aulas. Após algumas discussões e uma inspeção mais detalhada do material, decidiram que seria a quadra de futsal. Esse processo de “comunicar ideias aos outros, se fazer entender, entender o posicionamento do outro e construir um entendimento coletivo” (VERTUAN; BORSSOI; ALMEIDA, 2013, p. 79) foi importante para o envolvimento dos estudantes no processo de desenvolvimento das atividades.

Assim, o grupo escolheu montar uma maquete de uma quadra de futsal, que, conforme o documento da FIFA, deveria possuir quarenta metros de comprimento e vinte de largura, com três de recuo atrás das linhas que demarcam a área de jogo, conforme figura 20. Da mesma forma que ao grupo anterior, perguntei aos discentes desse grupo como seriam representadas as medidas do texto em sua maquete. Responderam-me que poderiam expô-las em centímetros. Dessa forma, também utilizaram o conceito de escalas para confeccionar a quadra de futsal. Decidiram construir a maquete de 1:100, ou seja, um centímetro no desenho equivale a cem centímetros do tamanho real da quadra.

Para melhor visualizar como a maquete ficaria após a sua construção, o grupo optou por fazer uma espécie de croqui, desenhando -a em uma folha e efetuando os cálculos necessários para a produção da miniatura e, em seguida, confeccioná-la. Para arquitetar a quadra, seus componentes

decidiram usar papelão, folhas A4, tinta guache, pincéis, régua, compasso, borracha, lápis, arame e barbante. Por fim, indicaram o responsável que traria o material necessário à maquete.

Figura 20: Ilustração da quadra de futsal



Fonte: FIFA, 2011, p. 207.

Na aula que dedicaram à confecção da quadra, os alunos encontraram dificuldade em demarcar as suas linhas que, segundo o manual da FIFA, precisaria ter oito centímetros de largura. Essa medida eles a transformaram em zero vírgula oito (0,8) centímetros, ou seja, adotando uma escala diferente. A mudança testou a habilidade dos participantes para cortar a folha de papel que utilizaram nas demarcações da maquete, gerando algumas desavenças entre eles, pois o responsável por recortar as faixas não seguia as medidas adequadamente.

O mesmo aconteceu em relação ao corte do papelão, pois o incumbido da tarefa não deixava espaço atrás das goleiras para que estas pudessem ser fixadas na maquete. Tais conflitos se comprovam na fala L23: “Profe, a gente não tem mais papelão e ele (referindo-se ao colega) recortou a parte que vai depois da goleira. Agora vai ficar faltando um pedaço.”, demonstrando a preocupação do grupo em construir uma maquete da maneira mais fiel possível. Além disso, foram muito cuidadosos nas demarcações da quadra,

principalmente em relação às pequenas áreas, visto que seu formato não representava uma figura geométrica de fácil determinação (FIGURA 21).

Figura 21: Maquete representativa da quadra de Futsal



Fonte: Dos alunos, 2015.

Ao representarem sua maquete ao restante da turma, os alunos relataram aos colegas que a escolha do assunto deveu-se ao fato de este ter sido aceito por todos os componentes do grupo e também porque “todos do nosso grupo jogam futsal da escolinha” (L24). E, para a construírem, declararam que “A gente fez igual ao outro grupo, a gente usou a mesma coisa que o grupo das gurias” (L25), referindo-se ao uso de escala. Ademais, reconheceram que “A nossa maquete não ficou bem certinha, aqui atrás das goleiras tinha que ter uma parte” (L26), ao serem questionados sobre alguma coisa que deu errado durante a realização do trabalho.

O Grupo 3 – Confecção de um campo de futebol - composto por quatro meninos, escolheu elaborar desenhos que representassem um campo de futebol. “Quando a senhora disse que podíamos escolher entre futebol e vôlei, a gente já tinha combinado que queria fazer o campo de futebol”, declarou L27,

relatando o acordo já firmado entre os membros do grupo ainda antes de explorar o material distribuído. Dessa forma, ao analisarem o texto sobre futebol cedido pela pesquisadora, constataram que as medidas necessárias para um campo de futebol ser considerado apto para a realização de uma partida oficial é de cento e cinco metros de comprimento e sessenta e oito de largura de acordo com as normas da FIFA.

No entanto, como a escolha do tema foi efetivada em um encontro anterior ao desenvolvimento do trabalho, os alunos realizaram uma busca de dados na internet e encontraram informações sobre as medidas de um campo de futebol que não eram as mesmas que constavam no material impresso e por mim disponibilizado. Após analisar o conteúdo no *site*¹⁴ e considerar o pedido dos estudantes, permiti que o usassem como base para o trabalho. Este apresentava como medidas mínimas de um campo, 45mx90m e máximo, 90mx120m, conforme figura 22.

Figura 22: Medidas de um campo de futebol



Fonte: www-regras-do-futebol.f1cf.com.br

¹⁴ Disponível em: <http://www-regras-do-futebol.f1cf.com.br/www-regras-do-futebol-04-regras-do-futebol-1-dimensoes-do-campo.html>

Além da legitimidade da voz do professor no desenvolvimento de atividades de Modelagem, as interações entre aluno-aluno e professor-aluno, construídas neste contexto, também podem fazer com que outras vozes sejam legitimadas e tenham tanta relevância quanto a do professor, para cada aluno (BRAZ E KATO, 2013, p. 2).

Com o uso desse material, os alunos decidiram produzir desenhos representativos de um campo de futebol. Como os grupos anteriores, para elaborar as ilustrações, usaram o conceito de escala. O grupo de alunos decidiu que confeccionariam três campos, um com as medidas máximas, um com a mínima e um intermediário, conforme figura 23. Quando questionados sobre o motivo de fazerem três ilustrações, o aluno (L28) explicou:

Como a gente tem 4 pessoas no grupo é pouca coisa pra fazer se fosse só dois desenhos e também porque, como tem a medida máxima do campo e a mínima, a gente achou que podia fazer um campo que fosse o do meio.

Assim, para confeccionar suas ilustrações, os alunos consideraram campos com medidas de 45x90 metros (mínimo), 67,5x105 metros (intermediário) e 90x120 metros (máximo), conforme demonstra a figura 23. Para representar o maior, a escala utilizada foi 1:200; um centímetro no desenho representava duzentos centímetros do tamanho real. Já para a menor metragem e a intermediária, a escala escolhida foi 1:1000; um centímetro no desenho representava mil centímetros do tamanho real.

Figura 23: Ilustração do campo de futebol



Fonte: Dos alunos, 2015.

Da mesma maneira que o Grupo 2, primeiramente, os discentes realizaram esboços como uma forma de presumir quais seriam as medidas necessárias para cada campo. Perceberam que não só as medidas de comprimento e largura deveriam ser convertidas em escala, mas sim todos os demais elementos constantes no campo, como, por exemplo, a grande e a pequena área, o círculo central e as meias luas.

[...] o ambiente de desenvolvimento de uma atividade de Modelagem pode ser considerado um espaço de interação social em que a palavra falada, o diálogo entre os sujeitos, os registros escritos, são instrumentos necessários para a concretização da atividade (VERTUAN; BORSSOI; ALMEIDA, 2013, p. 70).

Conforme os desenhos eram produzidos, surgiam algumas dificuldades, como manusear o compasso e definir o que cada componente faria para finalizar o trabalho. Nesse momento, solicitaram minha ajuda para determinar o semicírculo penal: “Profe vem aqui ajudar a gente, porque não estamos conseguindo desenhar essa meia lua, não tá ficando parecida com a do desenho da folha” (L29). O problema surgiu porque os discentes não conseguiam perceber que a marcação indicada na ilustração indicava que o

raio a ser utilizado deveria iniciar na marca do pênalti e não na borda da grande área como estavam fazendo. Feitos os esclarecimentos, o grupo conseguiu terminar as ilustrações.

Durante a exposição do trabalho aos demais colegas, os alunos relataram que utilizaram a mesma ideia dos outros grupos, ou seja, a representação em centímetros dos valores fixados em metros na figura original. Ademais, destacaram que usaram as medidas de um desenho encontrado na *internet*. Entretanto, ao decidirem fazer as ilustrações, perceberam que o campo por eles denominado de “médio” possuía as mesmas medidas que as apresentadas no documento inicialmente disponibilizado. Isso evidenciou-se quando o educando (L30) afirmou que “A gente resolveu fazer três campos, um com a medida maior, com a menor e outro médio. Daí quando, a gente viu, o médio tinha as medida igual as medidas que tinha na folha que a profe deu”.

No entanto, quando os questioneei sobre as medidas no campo “médio”, um aluno percebeu que eles haviam errado a medida de comprimento, a qual deveria ser 6,75 centímetros representando 67,5 metros e, no desenho, constava 6,5 centímetros. “Eu escrevi errado aqui profe, mas a medida está certa” (L31). Ao sugerir à classe que fizesse alguma pergunta ao grupo, alguns atestaram que o campo maior se parecia muito com um visto na televisão, pois estava pintado com faixas verde - escuras e mais claras intercaladamente.

O Grupo 4 – Violência nos estádios de futebol do Brasil e policiamento nos jogos –, composto por três meninas e um menino, decidiu realizar uma busca sobre a violência durante os jogos de futebol. Essa foi a informação que seus componentes me passaram quando os questioneei sobre o assunto que gostariam de abordar nos encontros seguintes. No entanto, não souberam definir, inicialmente, como pretendiam explorar essa temática. Em vista disso, sugeri-lhes a leitura de jornais e revistas disponíveis na biblioteca da escola, bem como a *internet*. Assim, decidiram dividir o grupo: uma parte foi à biblioteca e outra ao laboratório de informática, iniciando, dessa forma, o estudo.

Concluída essa etapa, voltaram à sala de aula e, após conversarem, decidiram abordar a temática da violência em estádio de futebol, a partir da análise do número de policiais presentes em estádios de futebol. A justificativa para essa escolha, encontra-se na fala de L32: “Profe, nós decidimos que vamos falar sobre o número de policiais nos estádios de futebol, porque a gente encontrou um monte de notícias sobre a falta de policiais nos jogos”. Segundo os estudantes, a falta de policiamento em partidas de futebol pode ser um fator para a violência nos estádios.

Dessa forma, a partir da pesquisa inicial, problematizaram a seguinte situação: Qual deve ser o número de policiais nos estádios para as partidas de futebol?

[...] o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2004, p. 3).

Para isso, os alunos foram encaminhados novamente ao laboratório de informática da escola para que pudessem conseguir os dados referentes à problematização. Com estes em mãos, produziram um texto e uma tabela explicativa sobre o número de policiais necessários aos jogos, considerando o público presente, conforme figura 24.

Figura 24: Cartaz produzido pelo grupo

Fonte: Dos alunos, 2015.

Durante a apresentação dos resultados ao restante da turma, o grupo chamou a atenção para os dados da figura 24. Segundo estes, nos jogos de futebol, a média do número de policiais nos estádios era de cem agentes. Entretanto, entidades ligadas à segurança recomendavam em torno de setecentos para um público inferior a quarenta mil pessoas, ou seja, cada policial vigiaria 57 pessoas. Ao serem questionados sobre o porquê de sua tabela estar apresentando a capacidade total de espectadores e o mesmo número de policiais para todos os jogos (QUADRO 8), um representante da turma respondeu: “a gente queria mostrar que com só 100 seria impossível

fazer a segurança das pessoas” (L33). Em relação à escolha dos estádios, outro respondeu: “é que no grupo tem gente que torce pro grêmio, pro inter e o outro é pra ter mais um”¹⁵ (L34).

Quadro 8: Alguns dados apresentados pelos alunos

Estádio	Espectadores (capacidade total)	Policial (média)	Total por policial
Morumbi	80.000	100	800
Beira Rio (Inter)	56.000	100	561
Olímpico (Grêmio)	60.540	100	605,4

Aproximadamente 700 policiais militares para trabalharem no jogo que tem um público inferior a 40.000 espectadores.

Outro fator fundamental para a prevenção da violência é a adequação da infraestrutura dos estádios às normas da FIFA que determina a obrigatoriedade de assentos numerados (cadeiras) em todos os setores dos estádios.

Fonte: Dos alunos, 2015.

O que chamou atenção durante a apresentação do trabalho desse grupo foi a discussão dos alunos sobre os motivos da presença da violência nos jogos de futebol:

[...] é só o time estar perdendo que a torcida fica com raiva e começa a brigar (L35)
 Também têm as torcidas que ficam xingando a outra torcida, falando palavrão e chamando briga depois que o jogo acaba (L36)
 No jogo que tem grêmio e inter sempre tem briga na torcida, ou é na hora do jogo, ou é na saída (L37).
 Mas às vezes os brigadianos batem nas pessoas e às vezes nem é em quem começou a briga (L38).

Conforme a discussão continuava, a turma se distanciava do tema violência, discorrendo sobre o time que liderava o campeonato e qual era o melhor. Tais discussões são pertinentes, visto que, na Modelagem Matemática, “busca-se que os alunos não se restrinjam às discussões matemáticas e técnicas, mas desenvolvam as reflexivas, porque elas constituem uma oportunidade para refletir” (BARBOSA, 2008, p. 51).

Pedi, então, que encerrássemos a discussão para que o último grupo da turma pudesse apresentar seu trabalho.

¹⁵ O Sport Club Internacional e o Grêmio Futebol Porto Alegre são os clubes de têm o maior número de torcedores no Rio Grande do Sul.

O Grupo 5 – Estúdio de filmagem em estádio de futebol – foi o último a expor seu trabalho e, desde o início das atividades envolvendo a dissertação, apresentou certa dificuldade em realizar as ações solicitadas, o mesmo ocorrendo na escolha de um assunto com o qual todos concordassem. O excesso de faltas de seus membros e certa resistência em realizar o estudo foram as causas desses problemas.

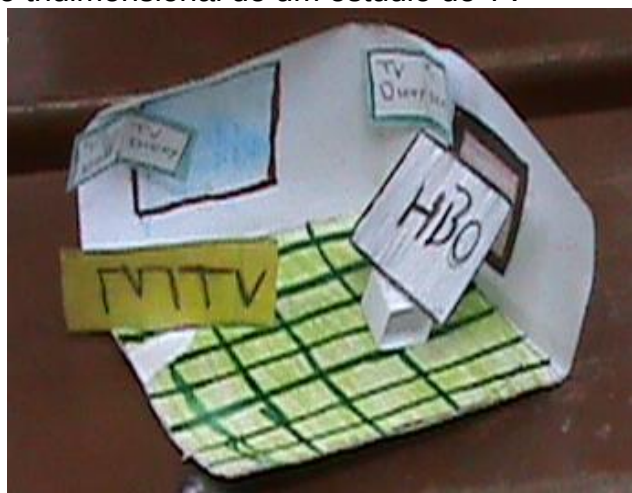
Mas, após algumas discussões, o grupo optou pela produção de uma maquete que representasse um estúdio de televisão em um estádio de futebol. As medidas utilizadas como referência para a construção estavam no texto que lhe disponibilizei, que também apresentava algumas recomendações, tais como: os estádios deveriam ter à disposição, no mínimo, três estúdios de televisão em partidas de grande importância, como em jogos de final de campeonato, por exemplo. Estes, por sua vez, precisariam de, aproximadamente, vinte e cinco metros quadrados de piso e três metros de altura, permitindo uma visão panorâmica do gramado.

O Grupo utilizou uma folha de papel A4, na qual realizou a montagem de um estúdio em miniatura. A confecção permitiu-lhe utilizar, como aos demais grupos, o conceito de escala, possibilitando a produção de uma miniatura tridimensional de um estúdio, conforme figura 25. Inicialmente, os estudantes, realizaram os cálculos para determinar a proporção de redução, já que novamente foi preciso usar representações contendo escala. Contudo, questionei-os sobre o que significava vinte e cinco metros quadrados e obtive como resposta: *“há, isso é igual a cinco vezes cinco, que dá vinte e cinco”* (L39). Com essa resposta, o aluno tentou explicar que o piso do estúdio poderia ser representado por cinco metros de comprimento por cinco de largura.

Após discussões, os educandos optaram por fazer dois centímetros na maquete como representação de um metro do tamanho real do estúdio. Essa representação resultou em uma maquete do estúdio, cujo piso teve cem centímetros quadrados e a altura de seis centímetros. Eles ainda representaram as janelas, as filmadoras e os apresentadores, tendo o cuidado com a escala de cada item.

Dentre as características de uma atividade de Modelagem Matemática está a externalização de modelos mentais dos alunos, que são artefatos cognitivos a partir dos quais o professor pode agir no sentido de realizar a mediação no processo de significação/ressignificação dos alunos (VERTUAN; BORSSOI; ALMEIDA, 2013, p. 65).

Figura 25: Modelo tridimensional de um estúdio de TV



Fonte: Dos alunos, 2015.

Durante a apresentação, os alunos relataram que gostaram de fazer uma maquete que só precisava de uma folha de papel. Comentaram também que utilizaram a representação, como os outros grupos, das medidas em metros para centímetros.

Com a finalização das apresentações, realizei o fechamento e iniciei um diálogo sobre os conteúdos que foram utilizados em cada grupo. Ressaltei que, mesmo realizando trabalhos com assuntos diferentes, a maioria fez uso do conceito de escalas para confeccionar suas maquetes ou ilustrações. Também destaquei que, durante as atividades, percebi a dedicação e a preocupação que demonstraram em apresentar um trabalho caprichado. Na ocasião, alguns alunos relataram pontos que, para eles, foram importantes durante as atividades.

Eu achava que para fazer a maquete, a gente só ia precisar recortar, pintar e montar. Daí tu falou que pra ficar certo, a gente tinha que fazer os cálculos. Foi meio chato, mas depois ficou bem bonita a maquete, até parece com a nossa quadra [referindo-se a quadra de futsal da escola] (L40).

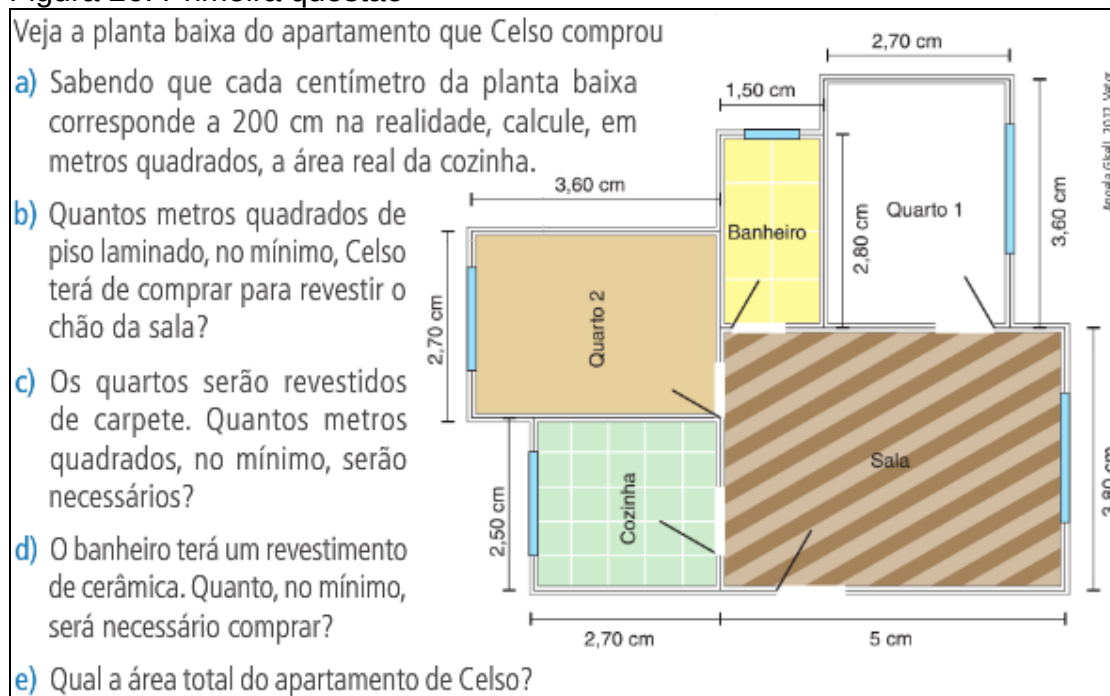
Eu gostei de pesquisar sobre a violência nos estádios, eu não sabia que ia ter matemática nisso (L41).

Quando a gente tava fazendo os campos [ilustrações do campo de futebol], a gente viu que precisava continuar com as medidas certinho (L42).

Eu não gostei muito de fazer as contas, demora muito (L43).

Da mesma forma que em Muçum, como última intervenção, entreguei-lhes três questões para realizar um diagnóstico das ações desenvolvidas. Para resolvê-las, os educandos precisavam aplicar os conceitos utilizados durante a intervenção pedagógica, ou seja, construção de gráfico, interpretação de tabela e escala. A primeira questão (FIGURA 26) era a mesma que foi apresentada à turma de Muçum, já que, em ambas, foi explorado o conceito de transformação de medidas.

Figura 26: Primeira questão



No entanto, diferentemente da turma de Muçum, a de Lajeado conseguiu realizar as questões com um pouco mais de tempo. Assim, pode-se observar que, nessa turma, a maioria dos alunos conseguiu realizar a transformação solicitada no exercício, bem como efetuar o cálculo da área dos cômodos em metros quadrados, conforme figura 27.

Figura 27: Resolução do exercício apresentada por um aluno

Handwritten student work for Figure 27:

a) $1 \text{ cm} = 200 \text{ cm}$

$$\begin{array}{r} 2,5 \text{ cm} \\ \parallel \\ 500 \text{ cm} \\ \parallel \\ 5 \text{ m} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,7 \text{ cm} \\ \parallel \\ 540 \text{ cm} \\ \parallel \\ 5,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 5,4 \\ \times 50 \\ \hline 270 \end{array}$$

$R: 270 \text{ m}^2$

Fonte: Do aluno, 2015.

Para solucioná-la, o estudante, primeiramente, transformou os dados contidos na ilustração do apartamento para a medida real apresentada no problema e, posteriormente, converteu, os centímetros em metros, para depois efetuar os cálculos da área do cômodo em metros quadrados. Contudo, na figura 28, ele registrou somente o cálculo da área com as medidas já em metros.

Figura 28: Resolução apresentado por um aluno

Handwritten student work for Figure 28:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 5,4 \\ \times 5 \\ \hline 270 \end{array}$$

~~270 metros quadrados~~

Fonte: Do aluno, 2015.

No entanto, o mesmo aluno, nos demais itens da questão, realizou apenas a transformação das medidas da ilustração para o tamanho real dos cômodos, calculando a área dos mesmos em centímetros quadrados, conforme figura 29. Nota-se ainda, que este estudante utilizou a vírgula para representar o número, mesmo que seu cálculo tenha sido realizado a partir de números inteiros. Caracterizando um erro matemático, deste modo, todas as repostas apresentadas pelo estudante estão incorretas.

Figura 29: Cálculos apresentados pelo aluno

$$\begin{array}{r} 8) 1000 \text{ cm} \times 760 \text{ cm} \\ \times 760 \\ \hline 0000 \\ 6000 \\ 7000 \\ \hline 760000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c) 720 \times 540 \text{ cm} \\ \times 540 \\ \hline 000 \\ 2880 \\ 3600 \\ \hline 388800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d) 300 \times 560 \\ \times 560 \\ \hline 000 \\ 1680 \\ 000 \\ \hline 168000 \end{array}$$

Fonte: Do aluno, 2015.

Assim como a primeira, a segunda questão (QUADRO 9) também estava entre os exercícios apresentados à turma da outra escola, pois nas duas foi realizada a transformação dos dados oriundos das entrevistas em gráficos.

Quadro 9: Segunda questão

Lucas registrou a pontuação final do campeonato de videogame dos amigos. Veja o resultado final organizado na tabela.

Construa um gráfico de barras para representar as informações da tabela e comente os resultados em forma de texto.

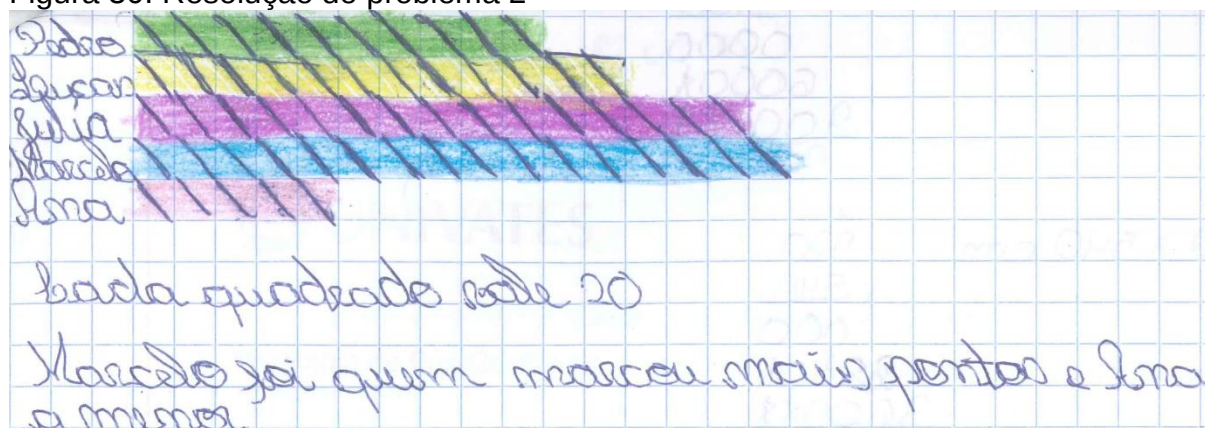
Campeonato de videogame	
Jogador	Pontuação final
Pedro	200
Lucas	240
Júlia	300
Marcelo	320
Ana	100

Fonte: Dados fornecidos por Lucas.

Fonte: Farago, 2012.

Dessa forma, os alunos deviam representar os dados do problema em forma de gráfico (FIGURA 30). No entanto, diferentemente do apresentado pelos estudantes de Muçum, os alunos de Lajeado evidenciaram em sua legenda que cada quadradinho pintado do gráfico representava vinte pontos. Também chamou a atenção a marcação por eles realizada dividindo o quadradinho em dois, o que remete ao entendimento de que essa metade equivale a dez pontos.

Figura 30: Resolução do problema 2



Fonte: Do aluno, 2015.

A última questão (QUADRO 9) solicitava a interpretação dos valores contidos no problema, no qual os alunos precisavam realizar a transformação das unidades de medida de comprimento para resolver a situação. A escolha ocorreu porque maioria dos grupos dessa turma realizou trabalhos em que era necessário utilizar transformação de medidas.

Quadro 10: Questão 3

Análise a tabela:

PESSOAS	ALTURA
Cecília	900 mm
Juca	1,5 m
Bernardo	143 cm
Caroline	É mais alta que Juca.

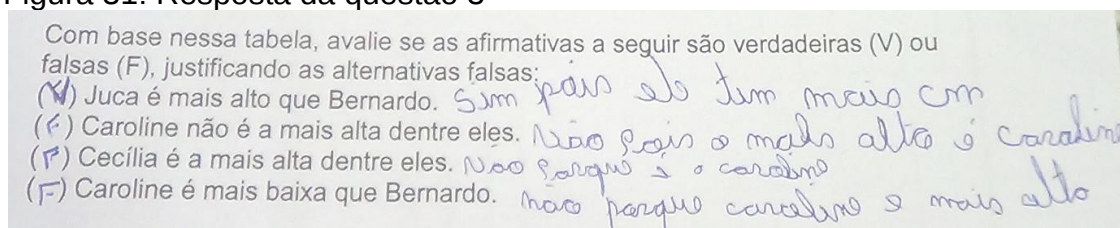
Com base nessa tabela, avalie se as afirmativas a seguir são verdadeiras (V) ou falsas (F), justificando as alternativas falsas:

- () Juca é mais alto que Bernardo.
- () Caroline não é a mais alta dentre eles.
- () Cecília é a mais alta dentre eles.
- () Caroline é mais baixa que Bernardo.

Fonte: Adaptado de Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática, 2010.

Dos vinte e três alunos que responderam às questões, dezoito acertaram. No entanto, a maioria justificou as respostas por meio de sentenças e não pela apresentação das transformações numéricas (FIGURA 31). Entre as afirmações que mais erraram, encontram-se: Juca é mais alto que Bernardo e Carolina não é a mais baixa dentre eles. Talvez isso tenha ocorrido devido à dificuldade de alguns em realizar a transformação das unidades de comprimento necessárias.

Figura 31: Resposta da questão 3



Fonte: Do aluno, 2015.

Com o findar do relato das atividades, do mesmo modo que na secção anterior, sublinho alguns pontos. Dentre eles, os conteúdos matemáticos abordados em aula, como, escalas, gráficos, frações e porcentagem e os não matemáticos a violência nos estádios de futebol e o exame *antidoping*. Destaco também que, nessa turma, todos os trabalhos desenvolvidos a partir da escolha do subtema envolveram o futebol, seja ele de campo ou de salão. Com o exposto nas secções 4.1 e 4.2, observam-se algumas semelhanças e/ou diferenças em relação às atividades realizadas pelos alunos, as quais comento na secção posterior.

4.3 Síntese dos resultados decorrentes das atividades em ambas as turmas

Nesta secção, realizo uma análise das atividades desenvolvidas com os estudantes¹⁶ das instituições envolvidas durante a intervenção pedagógica,

¹⁶ Para realizar esse paralelo e não tornar o texto repetitivo, ao mencionar os alunos do 6º ano da escola de Muçum, apenas utilizo a referência ao nome da cidade, da mesma forma que os do 6º ano da escola de Lajeado.

cujas metodologias de ensino foram a Modelagem Matemática. Tendo em vista que o objetivo geral desta pesquisa foi examinar os resultados decorrentes da exploração de atividades envolvendo a Modelagem Matemática e o tema de interesse, com alunos do 6º. ano do Ensino Fundamental de duas diferentes escolas, pretendo apontar semelhanças e/ou diferenças observadas no decorrer do processo. Entre os itens, destaco: a escolha do tema; a confecção do questionário; tabulação dos resultados das entrevistas; divisão dos grupos e os modelos representativos.

4.3.1 Escolha do tema

Como exposto nas seções anteriores, a intervenção realizada com os alunos teve o esporte como tema durante as atividades desenvolvidas. Assim, o objetivo geral da presente dissertação, definido após a escolha do tema, era examinar os resultados decorrentes da exploração de atividades envolvendo Modelagem Matemática e o esporte em duas diferentes turmas do 6º. ano do Ensino Fundamental.

Para que a determinação do tema fosse possível, tive que transpor algumas barreiras. Entre elas, o fato de eu não ser professora das turmas e nunca ter tido um contato com elas anteriormente. Assim, fiquei atenta a cada resposta dos questionários, visto que, “nesse momento [da escolha do tema], volta-se prioritariamente para a utilização de estratégias que facilitem aos alunos a escolha de um assunto abrangente, motivador e sobre o qual seja fácil obter dados ou informações” (BIEMBENGUT e HEIN, 2011, p. 24).

No entanto, mesmo que a palavra esporte não estivesse presente nas declarações das duas turmas, o fato de afirmarem que gostavam de praticar certas modalidades esportivas, motivou a seleção do tema em questão. Assim, acreditei que o esporte geraria o interesse desses alunos por matemática. Conforme Herminio (2009, p. 69):

Podem existir dois tipos de interesse: Interesse Direto ou Imediato e Interesse Indireto ou Mediato. O interesse direto é aquele cuja

experiência que se realiza é suficiente por si mesma, ou seja, a atividade em si é um fim, e não um meio. Já o interesse indireto acontece quando se descobre que determinada coisa que inicialmente não se tinha um interesse direto, tem relação com algo do seu interesse, por exemplo, a matemática pode não ser interessante até que se faça relações de suas aplicações, por exemplo, nas engenharias.

A conversa com os educandos levou-me a iniciar as atividades vinculadas à temática por acreditar que poderia conseguir a atenção das duas turmas durante a intervenção que pretendia realizar, uma vez que,

[...] quanto maior a afinidade do aluno com o tema, maior será seu interesse, participação e motivação para desenvolver as atividades, tornando-se participante do processo ensino-aprendizagem. Assim, quando em sala de aula os estudantes tiverem a oportunidade de trabalhar com situações reais, de coletar informações e de interpretá-las, estariam participando da construção de seus conhecimentos (QUARTIERI, 2012, p. 124, grifos da autora).

4.3.2 Confecção do questionário

A primeira atividade desenvolvida, nesta prática pedagógica, foi a elaboração de um questionário. Em vista disso, as turmas formularam perguntas, para, posteriormente, entrevistarem os demais estudantes das escolas, conforme o quadro 11.

Nas questões elaboradas pelos estudantes, é possível observar algumas semelhanças e diferenças. Primeiramente, em ambos os questionários, há uma que se refere à preferência das pessoas por um esporte específico, o que evidencia a curiosidade das duas turmas. No entanto, apenas o de Muçum traz uma pergunta sobre o esporte de que a pessoa não apreciaria. Outra semelhança é quanto ao número de perguntas: os dois contêm sete, mas se diferenciam em alguns pontos.

Entre as diferenças, estão as opções de respostas apontadas pelos elaboradores dos questionários. A turma de Lajeado, na pergunta “De qual esporte você mais gosta?”, achou pertinente colocar, além de futebol, vôlei, handebol, a alternativa outros, possibilitando aos entrevistados relatarem outras

modalidades esportivas. A turma de Muçum, na questão “Qual o seu esporte favorito?”, deixou a pergunta livre, ou seja, o público alvo poderia citar qualquer tipo de esporte.

Quadro 11: Questionários das turmas de Muçum e Lajeado

Muçum	Lajeado
1) Que esporte você costuma praticar fora da escola? 2) Você gosta de praticar esporte? () sim () não () mais ou menos 3) Para que serve o esporte? 4) Qual o seu esporte favorito? 5) De qual esporte você não gosta? 6) Na sua vida, o esporte faz falta? () sim () não () mais ou menos 7) De qual esporte você mais gosta na aula de Educação Física?	1) De qual esporte você mais gosta? () futebol () vôlei () handebol () outros: _____ 2) Em que turno você pratica esporte? () manhã () tarde () noite 3) Quantas vezes por semana? 4) Em que dia você mais pratica esporte? (..) segunda-feira () terça-feira () quarta-feira () quinta-feira () sexta-feira () sábado () domingo 5) O que você entende de esporte? 6) Você pratica esporte com seus amigos? () sim () não () as vezes 7) Em sua opinião, praticar esporte ajuda na saúde? () sim () não Explique: _____

Fonte: Da autora, 2015.

Penso que também merecem destaque as perguntas “De qual esporte você mais gosta na aula de Educação Física?” (Muçum) e “Você pratica esporte com seus amigos?” (Lajeado). A primeira mostra que os estudantes colocaram em seu questionário pontos que enfatizaram durante as conversas realizadas visando à escolha do tema. Ou seja, citaram a disciplina de Educação de Física como a mais esperada da semana e demonstraram curiosidade em saber a modalidade esportiva mais apreciada pelos entrevistados na aula da citada disciplina.

A segunda pergunta evidenciou uma característica importante dessa turma, pois alguns estudantes faziam parte de equipes de futebol e vôlei em que nem todos os participantes eram seus colegas/amigos, mas considerados como tais. Isso corrobora com a afirmação de Barbieri e Burak (2005, p. 4), quando expressam que “Ao participar de uma aula direcionada pela Modelagem Matemática, o aluno envolve-se numa experiência educativa cujo processo de construção está ligado às práticas vividas”.

“Em sua opinião, praticar esporte ajuda na saúde?” (Lajeado) e “Para que serve o esporte?” (Muçum) também merecem ser analisadas. Embora não se correspondam diretamente, suas respostas relacionam a prática do esporte ao bem-estar e à vida mais saudável: “todo mundo sabe que fazer exercício é bom para o corpo, dá toda hora na tv”, escreveu (L44), referindo-se aos comentários de especialistas em programas de televisão. Isso mostra que “as atividades [na Modelagem Matemática] acabam por envolver informações que pertencem a outras áreas do conhecimento e que extrapolam os aspectos referentes especificamente aos conteúdos matemáticos usados na atividade” (ALMEIDA; FONTANINI, 2010, p. 411).

Também é possível observar que a turma de Lajeado elaborou um questionário com um número maior de questões com opções de respostas, uma vez que, das sete, seis poderiam ser respondidas por meio da escolha de uma delas. Por sua vez, os alunos da escola de Muçum produziram um questionário mais aberto, o que gerou certa dificuldade na compilação dos dados, pois foi necessário interpretar as respostas, quando estas continham frases extensas, a fim de encaixá-las em alguma categoria que a turma acreditasse ser a correta.

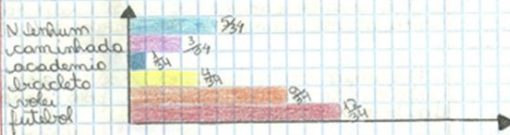
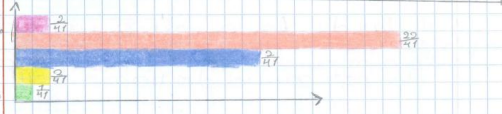
Entre as singularidades presentes nos questionários, acentuo a intenção dos alunos de Lajeado em traçar um perfil do entrevistado, uma vez que, em suas perguntas, questionam se este praticava esportes, o dia e quantas vezes por semana, se essa prática era realizada com amigos e o que a pessoa entendia por esporte.

Já os discentes de Muçum demonstraram maior curiosidade em descobrir as preferências do público alvo de sua pesquisa, ou seja, se este tinha um esporte favorito e algum que não apreciava. Isso ficou evidente nas perguntas que questionam o esporte praticado fora do ambiente escolar, se havia algum de que não gostasse, se lhe fazia falta em sua vida e do qual mais gostava na aula de Educação Física.

4.3.3 Tabulação dos resultados e análise

Inicialmente, incentivei as turmas a compilarem os dados oriundos das entrevistas em quadros que continham a pergunta sobre a qual se referiam e a quantidade de respostas obtidas para cada categoria. Posteriormente, confeccionaram os gráficos de barras representativos de cada questão, exibindo os dados também em forma de números fracionários e interpretando os resultados através da composição de sentenças, conforme visualizado no quadro 12.

Quadro 12: Organização dos dados

Muçum	Lajeado
Qual esporte você costuma praticar fora da escola? TOTAL 34 FUTEBOL 12 VOLEI 9 BICICLETA 4 ACADEMIA 1 CAMINHADA 3 NENHUM 5  A maioria dos alunos gosta de futebol, conforme o gráfico. 12 preferem caminhada. Observando o gráfico percebemos que tem mais gente que não gosta de praticar esportes do que caminhada, academia e bicicleta.	Qual esporte você mais gosta? Caminhada: 2 Futebol: 22 Volei: 14 Handebol: 2 Natação: 1 Total 41  Caminhada é menos usada pelos adolescentes por causa do computador. O futebol é usado por causa da TV e é legal jogar futebol. $\frac{2}{41} = \frac{200}{41} \quad \frac{220}{41}$ $\frac{41}{41} \quad \frac{1640}{41} \quad \frac{220}{41}$ $- \frac{368}{41}$ $= \frac{1832}{41}$ $0,048 \cdot 100 = 4,8\%$

Fonte: Da autora, 2015.

Conforme o relato das atividades desenvolvidas nas duas turmas, os estudantes de Lajeado realizaram um número maior de entrevistas, uma vez que, no dia em que a atividade foi efetivada, havia mais alunos presentes do que na de Muçum. Dessa forma, os valores apresentados na compilação dos dados são diferentes, mas a organização destes foi a mesma nas duas turmas.

Entretanto, a turma de Lajeado explorou a representação dos dados em forma de porcentagem, o que é possível de ser realizado e os próprios alunos comentaram que os números fracionários podem ser representados em

números percentuais. Na elaboração das frases, conforme exemplo exposto no quadro 12, a 6ª ano de Muçum teve o cuidado de construí-las referindo-se aos dados do gráfico; já a de Lajeado tentou justificar os valores alcançados nas entrevistas.

É importante lembrar que as sentenças foram utilizadas para dar origem ao texto, construído em conjunto pelos alunos a partir da escolha das que, segundo eles, melhor representavam as respostas obtidas nas entrevistas. O texto confeccionado por ambas as turmas está no quadro 13.

Quadro 13: Textos confeccionados pelos estudantes de Muçum e Lajeado

Muçum	Lajeado
Análise dos questionários Podemos escrever matematicamente $\frac{1}{34}$ que $\frac{1}{34}$ das pessoas gostam de ir à academia. Olhando o gráfico percebemos que tem mais pessoas que não gostam de praticar esportes do que fazer caminhada, ir a academia e andar de bicicleta. Percebemos que a maioria das pessoas gosta de jogar futebol e que a minoria não gosta de praticar esporte. Notamos que na pergunta número um, tínhamos 34 respostas; e, na pergunta número dois, tínhamos 30 respostas. A diferença é que na pergunta número um podia responder mais de uma vez e na de número dois só podia responder uma vez. Algumas pessoas acham que o esporte serve para ter uma boa saúde e se divertir. Uma pessoa respondeu que todo o esporte serve para mente, para ter mais memória. E $\frac{12}{34}$ preferem futebol, ou seja, a maioria; e que $\frac{9}{34}$ o vôlei, que ficou em segundo lugar. Quem disse que não gosta de futebol é porque gosta de outros esportes. Podemos perceber que na vida de $\frac{13}{31}$ 18 pessoas o esporte faz falta e que $\frac{13}{31}$ das pessoas acham que não faz falta o esporte. Vôlei é o esporte preferido nas aulas de Educação Física e apenas duas pessoas não fazem nada nas aulas de Educação Física.	Texto sobre as entrevistas O futebol é um esporte popular, por isso foi o mais votado na pergunta 1. Handebol, vôlei e caminhada são os menos votados porque são pouco praticados. Praticar esporte no turno da tarde é o melhor turno na opinião dos alunos da nossa escola, porque tem Educação Física. No turno da manhã foi o menos votado porque é um ambiente frio e muitas vezes incapacita a prática de esporte. A maioria das pessoas pratica esportes, duas vezes por semana. Isso é bom, por que isso prova que a maioria das pessoas se exercita. A maioria votou que pratica esporte no sábado, pois é esse dia que esta disponível para o esporte, não tem aula e menos compromissos. Conforme analisamos na pergunta cinco, as pessoas acham que praticar esporte ajuda na saúde. Também pode ser uma forma de divertimento e boa forma. Vinte e nove pessoas praticam esportes com seus amigos, por que a maioria dos esportes precisa mais de uma pessoa. A maioria das pessoas que entrevistamos concorda que o esporte ajuda na saúde, pois precisamos nos movimentar.

Fonte: Da autora, 2015.

Em ambos os textos, é possível perceber a sequência das perguntas contidas nos questionários e a tentativa dos alunos em justificar as escolhas de certos entrevistados: “Quem disse que não gosta de futebol é porque gosta de outros esportes” (Muçum) e “No turno da manhã, foi o menos votado porque é um ambiente frio e muitas vezes incapacita a prática de esporte” (Lajeado).

A turma de Muçum teve e preocupação de, em seu texto, explicar a diferença das respostas encontradas na primeira pergunta e o número de entrevistados: “Notamos que tínhamos 30 respostas. A diferença é que na pergunta número um podia responder mais de uma vez e na de número dois só podia responder uma vez”. Ademais, é perceptível a representação dos dados expressos em números fracionários. A primeira questão contém trinta e quatro respostas e, na segunda, a turma de Lajeado empregou as expressões indicadoras de generalização, como “a maioria”, “menos votados”, “mais votado” e não enfatizaram a escrita numérica.

[...] uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final (BORSSOI; ALMEIDA, 2013, p. 483).

4.3.4 Escolha dos subtemas pelos grupos

Com o término da atividade sobre os questionários elaborados pelos estudantes das duas escolas, solicitei aos alunos que se dividissem em grupo, como já esclarecido anteriormente, para iniciar a segunda fase da intervenção pedagógica. Nesta, cada um deveria escolher um assunto de consenso para investigar. No quadro 14, os focos escolhidos.

Inicialmente, destaco que, nos primeiros contatos que tive com os alunos, visando determinar os temas que norteariam as atividades, as modalidades esportivas mais citadas por ambas as turmas foram futebol e vôlei. Por esse motivo, inicialmente, distribuí, na sala de aula, materiais referentes a esses temas. No entanto, durante a escolha dos subtemas, ocorreram pequenas discussões entre os membros de alguns grupos quanto à

escolha do assunto que explorariam nas aulas. Isso ficou evidente no que construiu a quadra de futsal (Lajeado) e no que confeccionou o túnel de acesso ao campo de futebol (Muçum).

Quadro 14: Assuntos escolhidos pelos alunos

Muçum	Lajeado
Grupo 1 - Roda de uma bicicleta Grupo 2 - Manobra de skate Grupo 3 – Confeção de uma maquete do túnel de acesso ao campo de futebol de um estádio Grupo 4 – Construção de uma miniatura de uma quadra de vôlei	Grupo 1 – Exame Antidoping em um estádio de futebol Grupo 2 – Confeção de uma quadra de futsal Grupo 3 – Confeção de um campo de futebol Grupo 4 – Violência nos estádios de futebol do Brasil e policiamento nos jogos Grupo 5 – Estúdio de filmagem em estádio de futebol

Fonte: Da autora, 2015.

Entre as diferenças observadas nessa atividade, destaca-se a autonomia apresentada pelos alunos de Muçum ao me questionarem sobre a necessidade de realizar um trabalho utilizando apenas os materiais disponibilizados em aula. Tal discussão não ocorreu com os estudantes da outra instituição. No entanto, nesta metodologia, o professor precisa “manter um clima de liberdade, estimulando a participação, a descontração e a criatividade individual” (BIEMBENGUT & HEIN, 2011, p. 21). Assim, foi necessário disponibilizar outros materiais, numa demonstração de flexibilidade em minhas orientações.

Outro item diferenciado foi a preocupação de um dos grupos em explorar a questão da violência nos estádios de futebol (Lajeado), havendo a necessidade de uma abordagem diferenciada em relação aos demais trabalhos desenvolvidos na turma. Esse fato me chamou a atenção, uma vez que os demais, em ambas as turmas, optaram por realizar tarefas que envolviam a construção de um objeto, como maquete e desenhos. O citado grupo demonstrou seus resultados por meio de uma tabela e um texto, evidenciando que, na modelagem, pode-se observar “[...] a coordenação entre diferentes registros de representação [...], pois a resolução do problema e suas interpretações advêm, em grande medida, das características do conceito matemático associado a cada registro” (ALMEIDA; VERTUAN, 2010, p.40).

4.3.5 Modelos representativos

Segundo, Almeida, Silva e Vertuan (2013, p.13):

O que pode variar é a finalidade para a qual os modelos são construídos, podendo prever o comportamento de um fenômeno, ser demonstrativo de algo (como uma maquete), ter um fim pedagógico (auxiliar na ilustração de algum conceito), ser descritivo de algo, entre outras. Independente da finalidade, o modelo é sempre uma tentativa de expor e/ou explicar características de algo que não está presente, mas se “torna presente” por meio deste modelo.

Neste sentido, entre os modelos representativos apresentados pelos estudantes durante as atividades, estão as maquetes; ilustrações; quadros; gráficos; números fracionários; números em porcentagem; ângulos; representação do número π e textos. Contudo, notei que, embora os alunos desenvolvessem trabalhos com subtemas diferentes, tanto em Lajeado quanto em Muçum, eles utilizaram conceitos de escalas para produzirem suas maquetes e ilustrações.

Com isso, verifiquei que a aprendizagem do aluno não ocorre isoladamente, ou seja, sem interagir com seus colegas e professor. Nesse processo, surgiram dúvidas e questionamentos, havendo a necessidade da minha orientação para serem solucionados. Por exemplo, o grupo que abordou a temática “roda de uma bicicleta” (Muçum) perguntou como poderia mostrar a matemática envolvida nesse tema, pois havia apenas realizado medições dos raios e comprimento do pneu. O fato levou-me a lhe indicar uma abordagem que possibilitasse um significado aos apontamentos fornecidos pelas alunas, revelando a relação existente entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.

Outro exemplo de orientação aconteceu quando perguntei ao grupo que confeccionou as ilustrações do campo de futebol (Lajeado) se os demais itens do campo, tais como, pequena e grande áreas deveriam acompanhar a transformação em escalas (figura 32).

Figura 32: Pesquisadora questionando o grupo



Fonte: Da autora, 2015.

Esses fatos corroboram com a afirmação de Bassanezi (1999, p. 13) quando este afirma que “o desafio do professor, que toma o caminho da modelagem como método de ensino, é ajudar o aluno a compreender, construindo relações matemáticas significativas, cada etapa do processo”. E, também, como apontam Almeida e Vertuan (2014, p.15), “[...] em muitas situações, os alunos solicitam a participação do professor com bastante intensidade, não com a finalidade de sugerir ou indicar procedimentos, mas no sentido de opinar sobre e/ou validar seus procedimentos”.

4.3.6 Temas não matemáticos decorrentes das atividades

No decorrer da intervenção pedagógica, observei que alguns temas não matemáticos emergiram a partir das atividades desenvolvidas. Entre eles, a vinculação da prática de esportes a uma vida saudável, a importância do policiamento nos estádios de futebol durante os jogos e a violência nas partidas de futebol, o local em que são realizadas as coletas de materiais para o exame *antidoping* e a importância desse teste no contexto esportivo. Para Barbosa

(2008, p. 49), o entendimento das atividades no ambiente da modelagem, “não está apenas na relação que alunos estabelecem com o objeto, nesse caso, a situação problema, mas nas suas condições externas”.

As discussões sobre esses assuntos possibilitaram aos estudantes apresentarem seu ponto de vista sobre tais temas, posicionando-se perante a situação, tendo em vista que:

[...] a dinâmica das aulas com modelagem matemática pode fortalecer o desenvolvimento de múltiplos aspectos favoráveis à aprendizagem, incluindo-se a autonomia na resolução de problemas matemáticos característicos da realidade e a apreciação crítica do uso da Matemática nessas situações, o que se reflete na atuação do sujeito na sociedade (TORTOLA; ALMEIDA, 2013, p. 624).

Entre os assuntos anteriormente citados, a violência nos estádios de futebol e o exame *antidoping* foram os subtemas que mais geraram debates entre os alunos. No primeiro, problematizaram a rivalidade entre as torcidas, principalmente no Rio Grande do Sul entre as de Grêmio e Internacional, que, muitas vezes, é motivo para brigas. Quanto ao efetivo policial, segundo esses educandos, o número de agentes nos jogos era muito inferior ao de espectadores e, com isso, os “brigões” incentivavam a violência.

Já o segundo, exame *antidoping*, motivou os alunos a discutirem o uso de drogas e como a utilização de substâncias não autorizadas podem alterar o rendimento dos atletas nos jogos. Isso corrobora com os excertos de Quartieri (2012, p. 124, grifos da autora) sobre a importância das discussões em sala de aula sobre os temas estudados: “ao promover debates sobre a realidade, *torna o aluno ativo no processo educacional*”.

4.3.7 Envolvimento dos alunos

Neste item, aponto a dinâmica de trabalho entre os membros dos grupos, a dedicação e a interação. Esses aspectos podem ser observados, quando se trata, por exemplo, de pesquisar sobre um assunto de interesse, como aconteceu nesta intervenção. Os estudantes buscaram informações na

literatura, em sites e entrevistas, interagiram nas discussões na apresentação dos resultados de suas buscas.

Como em toda atividade desenvolvida com grupos de estudantes, houve o envolvimento de alguns, ao contrário de outros. Por exemplo, a equipe, cujo foco foi a construção de uma maquete para o túnel de acesso ao campo de futebol (Muçum), relatou que um dos participantes não se comprometeu totalmente com a realização das tarefas. Talvez, isso tenha ocorrido pelas dificuldades enfrentadas pelos seus membros em determinar o assunto com o qual todos concordassem explorar.

Percebi o mesmo problema no grupo que construiu a maquete de um estádio de um estúdio de televisão (Lajeado) quando um de seus membros não auxiliava os demais, já que pretendia ingressar em outra equipe. O fato nos remete a Quartieri (2012, p. 176), que afirma que a escolha do tema é “um processo de negociação” entre professor e aluno, bem como entre aluno e aluno”.

No entanto, houve grupos em que todos os membros estavam atentos e motivados, tanto na busca por informações que auxiliassem na resolução da tarefa, quanto na realização dos cálculos pertinentes ao seu trabalho. O exemplo disso está na equipe das ilustrações do campo de futebol (Lajeado), em que os estudantes dividiram as tarefas e também auxiliaram uns aos outros na confecção dos desenhos.

4.4 Reflexão dos alunos sobre a prática pedagógica

Para finalizar este capítulo, gostaria de expor algumas considerações realizadas pelos estudantes de ambas as turmas quando solicitei que escrevessem pontos que acharam ou não relevantes na execução das atividades realizadas na minha presença. Para isso, entreguei-lhes folhas em branco, solicitei que as identificassem com seu nome e o do grupo do qual

faziam parte. Em seguida, os estudantes relataram o que mais gostaram, não gostaram e a matemática que utilizaram nas tarefas.

Entre os pontos citados pelos educandos, está o reconhecimento da matemática envolvida em um tema não matemático, conforme relato do aluno (L45), grupo Violência nos estádios de futebol,

Como nós pesquisamos sobre os espectadores, tivemos que saber onde há matemática nisso. Há matemática na capacidade de torcedores em um estádio, também há na quantidade de torcedores que um policial cuida e quantos policiais precisam para um jogo. Foi tudo muito legal e aprendi mais coisas.

Um componente de outro grupo – Roda de uma bicicleta – detalhou a etapa que lhe foi mais atrativa durante as atividades por eles realizadas e a que não lhe pareceu tão interessante (FIGURA 33).

Figura 33: Relato do aluno M 28

O nosso projeto precisou medir os raios e a distância entre eles, nós aprendemos o número π o diâmetro e os graus.

A parte que eu mais gostei foi medir os raios, os aros e pneu da minha bicicleta.

O que menos gostei foi fazer os gráficos.

A gente fez o trabalho medindo a roda do pneu da bicicleta, os raios, a distância de cada raio.

Fonte: Do aluno, 2015.

O estudante de Muçum destacou que, embora seu grupo tenha enfrentado algumas dificuldades, gostou de realizar a atividade de confecção do túnel de acesso ao campo de futebol. Além disso, apontou a utilização da matemática na construção da maquete.

Não me arrependo de ter escolhido o túnel [referindo-se ao objeto de estudo], pois adorei, apesar de um colega ter esquecido algumas coisas. [...] Fomos, na informática, pesquisar sobre túnel e aprendemos a transformar metros em centímetros. Adorei trabalhar sobre esporte, vi que a matemática está até no esporte (M29).

A fala do aluno exemplifica as ideias de Burak (2004), quando afirma que quando se desenvolve atividade a partir do tema de interesse do educando, o conteúdo matemático, ganha sentido e significado. O autor ainda ressalta que em um mesmo tema “podem ser desenvolvidos vários conteúdos matemáticos provenientes dos dados coletados e a partir das hipóteses levantadas pelo professor ou pelos grupos” (ibidem, 2004, s.p.). Remetendo a Quartieri (2012, p. 83, grifos da autora) quando sustenta que o uso da Modelagem Matemática proporciona “ensinar e aprender a matemática escolar, partindo da escolha de um tema que se daria *por interesse*, curiosidade ou afinidade, bem como a partir de situações-problema com *referência na realidade* do aluno”.

Pela análise dos excertos dos estudantes, observei que, entre as atividades que realizei com as turmas, a menos apreciada foi a construção dos gráficos com base nas respostas dos questionários elaborados pelas próprias turmas.

A atividade em grupo em que os educandos escolheram os subtemas foi apontada como a preferida. Tanto que, ao se referirem à matemática abordada nos encontros, praticamente todos mencionaram os conceitos matemáticos utilizados para confeccionar seus modelos representativos, não relatando, por exemplo, os aplicados na tabulação dos dados dos questionários. Tal fato se comprova nas falas de alguns alunos:

Nas aulas a gente usou matemática quando transformamos metros em centímetros e depois recortamos o papelão para fazer o túnel, pintamos e montamos a maquete (Muçum).
O que mais gostei foi medir os ângulos nas manobras de skate, mas foi difícil fazer isso (Muçum).
Eu adorei fazer o estúdio de filmagem, tive que fazer uma miniatura, depois de fazer os cálculos para diminuir as medidas. Gostei porque ninguém fez um trabalho igual ao meu (Lajeado).

Talvez, esses conceitos matemáticos apontados pelos estudantes tenham sido mais significativos, pois um

aluno aprende participando, tomando atitudes diante dos fatos, vivenciando sentimentos e escolhendo procedimentos para atingir seus objetivos. Dessa forma tende a assimilar com maior profundidade os conteúdos matemáticos (BARBIERI E BURAK, 2005, p. 8).

A partir do exposto até o momento, apresento, no capítulo seguinte, minhas considerações sobre a prática pedagógica aqui relatada, exibindo os objetivos da pesquisa e analisando se os mesmos foram alcançados.

5. REFLEXÕES E CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRÁTICA DESENVOLVIDA

A fim de expor algumas conclusões sobre a prática pedagógica desenvolvida nas turmas, desenvolvo a escrita deste capítulo focando os objetivos específicos desta pesquisa. Nesse sentido, acredito ter auferido o objetivo geral que foi examinar os resultados decorrentes da exploração de atividades, envolvendo Modelagem Matemática e o tema de interesse, com alunos do 6º. ano do Ensino Fundamental de duas diferentes escolas.

O primeiro objetivo específico foi investigar temas de interesse comum existentes entre alunos de duas turmas de 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas localizadas em diferentes cidades do Vale do Taquari/RS. Ao tentar alcançá-lo, deparei-me com um impasse, pois não conhecia os estudantes com quem iria interagir durante o desenvolvimento das atividades, o que, inicialmente, assustou-me. Como forma de obter as informações de que necessitava para preparar o projeto da pesquisa e, posteriormente, a prática pedagógica, elaborei o primeiro questionário.

Em ambas as turmas, percebi a timidez dos educandos. Enquanto eles respondiam às questões, perguntei-lhes se tinham alguma dúvida e somente alguns questionaram a forma como deveriam proceder em algumas delas. Na análise, verifiquei que os entrevistados, em suas respostas, referiam-se a conteúdos matemáticos vistos nesse ano letivo, como, por exemplo, os números fracionários. Isso levou-me à elaboração de outro questionário que

envolvesse questões relativas às suas preferências dentro e fora do ambiente escolar. Após o seu preenchimento, estabeleci com eles um diálogo, o qual foi gravado em áudio. A partir da análise dos questionários e das gravações das conversas, percebi que as duas turmas possuíam um ponto em comum: o gosto pela prática de esportes. Assim, optei por organizar a proposta pedagógica utilizando o tema esporte.

Destaco que a escolha não foi algo simples, pois não queria restringi-la às modalidades futebol e vôlei, mesmo que estas fossem as mais citadas durante os primeiros contatos com as turmas. Dessa forma, acredito que tal escolha permitiu que os educandos tivessem a liberdade de optar por subtemas com os quais tivessem mais interesse.

O segundo objetivo foi desenvolver uma proposta com foco na Modelagem Matemática como metodologia de ensino, utilizando o tema de interesse em turmas de 6º ano do Ensino Fundamental. Para isso, inicialmente, programei seis encontros. No entanto, houve a necessidade de mais alguns para que as duas pudessem finalizar as atividades. Estas iniciaram com a elaboração de um questionário a partir de perguntas sugeridas pelos estudantes. A intenção era propor-lhes uma aula diferenciada, instigando-os a tomar a iniciativa na elaboração das perguntas.

Ademais, essa atividade tinha o propósito de dar início ao processo de Modelagem Matemática, uma vez que, por meio da realização das entrevistas e posterior compilação de dados, foi realizada a fase da matematização. No segundo momento, os alunos se distribuíram em grupos, visando à escolha dos subtemas que lhes interessavam, entre eles, futebol, futsal, vôlei, *skate* e bicicleta. Dessa forma, iniciaram a exploração dos conceitos matemáticos e não matemáticos na confecção de seus modelos representativos.

O último objetivo específico proposto para esta investigação foi identificar e analisar os resultados advindos da exploração de atividades, envolvendo Modelagem Matemática e o tema de interesse em duas diferentes turmas de 6º. ano do Ensino Fundamental. Entre as relações matemáticas exploradas nesta prática, a primeira foi a tabulação de dados através da

construção de quadros e gráficos de barras. A análise de dados a partir de representações gráficas é uma questão recorrente na Prova Brasil, dado que um dos blocos examinados na avaliação se denomina “Tratamento de informação”, ou seja, o estudante precisa realizar a leitura de gráficos e tabelas, encontrando dados que possibilitem a resolução do problema proposto. Os demais conceitos matemáticos foram explorados quando os alunos, separados em grupos, escolheram os subtemas. Os conceitos permearam a ideia de escalas, medida de área, porcentagem, número π e ângulos.

Em relação a escolha dos subtemas, em ambas as turmas, observei que os grupos que escolheram realizar trabalhos referentes ao subtema futebol, o abordaram de maneiras distintas. Exemplo disso está na confecção de maquetes do túnel de acesso ao campo de futebol (Muçum), planta baixa da sala *antidoping* de um estádio de futebol (Lajeado), além de desenhos ilustrativos do campo de futebol (Lajeado). Ainda neste contexto, chamou minha atenção que, na turma de Muçum, dois grupos demonstraram autonomia ao aventarem a possibilidade de explorarem outros temas relacionados ao esporte (roda da bicicleta e manobras de *skate*). Saliento que a turma de Lajeado não demonstrou esse interesse, o que permitiu o estudo de outros conteúdos matemáticos, como ângulos e o número π .

Outro item diferenciado foi a preocupação de um dos grupos em explorar a questão da Violência nos estádios de futebol (Lajeado), necessitando de uma abordagem diferente dos outros trabalhos desenvolvidos pela turma. Esse subtema chamou a atenção, uma vez que os demais grupos, em ambas as turmas, optaram por realizarem tarefas que dependiam da construção de um objeto, como maquete e desenhos.

Entre os pontos positivos da realização da intervenção - em ambas as turmas - destaco a motivação dos alunos em socializarem com os demais suas descobertas e a matemática envolvida em seus trabalhos. Isso evidenciou-se quando um grupo da escola de Muçum produziu uma maquete representativa do túnel de acesso ao campo de futebol e relatou aos colegas que, para realizar a construção, foi necessário transformar as medidas do túnel original

de metros para centímetros e, assim, fabricá-lo. E que isso, em matemática, chama-se escala. O mesmo ocorreu com o grupo que construiu a planta baixa de uma sala antidoping (Lajeado). Seus componentes relataram que, na confecção de seus desenhos, houve a necessidade dos conceitos de escalas. Segundo Biembengut e Hein (2011), uma das etapas da Modelagem Matemática é a apresentação dos resultados obtidos pelos alunos por meio da exposição oral.

Gostaria também de evidenciar alguns itens que poderiam ser melhor explorados com os estudantes durante a prática pedagógica. Como por exemplo, as normas para confeccionar os gráficos, discutido com os alunos alguns pontos, entre eles: a clareza e simplicidade dos dados, sua utilidade para realçar certos aspectos importantes de uma pesquisa, a importância de um título completo, o qual deve ser colocado na parte inferior do gráfico, identificando seus eixos e graduando-os (ANDRADE E OGILIARI, 2010). Nesta mesma atividade poderia ter explorado outros aspectos pertinentes aos números fracionários, como por exemplo, o conjunto dos números racionais. As formas de representação desses números, quais podem ser: frações (próprias ou impróprias), números decimais finitos e as dízimas (periódica e não-periódica). Com relação aos trabalhos desenvolvidos, quando os grupos escolheram os subtemas, as ilustrações poderiam ter sido realizadas utilizando papel quadriculado, para que assim os alunos identificassem com maior facilidade a escala gráfica, isto é, que cada 3 unidades da malha quadriculada estava representando 1 metro da figura original, por exemplo.

Diante do exposto, enfatizo o papel do professor no desenvolvimento de atividades realizadas a partir da metodologia da Modelagem Matemática. Foi perceptível que, atuar com essa metodologia de ensino exige do docente uma postura diferenciada. Durante a investigação, não foram resolvidos exercícios formais, mas realizadas buscas de dados pertinentes a itens escolhidos pelos estudantes. Assim, foram explorados assuntos que necessitavam de resoluções distintas com o auxílio de conteúdos matemáticos. Cada grupo precisava elaborar, em conjunto, o modelo matemático que melhor representaria seu problema. Para isso, construíram maquetes, desenhos e cartazes. Nesse contexto, é importante que o professor seja um orientador e o

aluno um agente ativo dos processos de ensino e de aprendizagem. Mesmo que em alguns momentos eu tenha direcionado as atividades, o fiz porque, como dito anteriormente, esta foi minha primeira experiência utilizando a metodologia da Modelagem Matemática. Assim, foi difícil para mim, abandonar subitamente os hábitos adquiridos anteriormente.

Por fim, gostaria de registrar que, mesmo não conhecendo a metodologia da Modelagem Matemática antes do ingresso no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Instituição, surpreendi-me ao realizar as leituras que envolvem essa tendência e realizar a intervenção. Penso ser importante este relato, pois acreditava que não conseguiria realizá-la e utilizá-la em meu ambiente de trabalho, a sala de aula. No entanto, nesses dois anos, em vários momentos, utilizei essa metodologia na minha prática pedagógica, verificando ser possível ensinar matemática por meio da modelagem. Saliento que realizei algumas ações junto a meus alunos, como, por exemplo: escolha do tema com estudantes do 9º. ano do Ensino Fundamental, estudo da geometria espacial através do cálculo da parte comestível de frutas com alunos da 2ª. série do Ensino Médio e estudo da matemática a partir do tema escolhido dos grupos de educandos da 3ª. série do Ensino Médio Politécnico, além de atividades com os professores das escolas de Educação Básica do projeto Observatório da Educação do qual faço parte.

Com essas experiências, percebi que, no decorrer das atividades desenvolvidas, meu posicionamento em sala de aula se modificou. Passei a respeitar o tempo de aprendizagem de cada estudante, incentivando-os na busca por informações que os ajudem a resolver o problema por eles escolhido. Ademais, tenho refletido mais sobre minha conduta junto aos alunos, revisando os aspectos positivos e aqueles que poderiam ser alterados. Enfim, sinto que este trabalho é o começo de muitos que ainda pretendo realizar.

6. REFERÊNCIAS

ANDRADE, D.F.; OGLIARI, P.J. **Estatística para as ciências agrárias e biológicas com noções de experimentação**. Florianópolis: Editora da UFSC. 2010.

ALMEIDA, L. M. W. ; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. ____ In: **Modelagem Matemática em foco** (orgs) ALMEIDA, L. M. W., SILVA, K. A. P. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014, p. 01-19.

ALMEIDA, L. M. W. ; FONTANINI, M. L. C. Aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática: uma investigação usando mapas conceituais. **Revista Investigações em Ensino de Ciência**, Porto Alegre, v. 15, n. 2, p. 403-425, 2010. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID243/v15_n2_a2010.pdf> Acesso em: 12 Mai. 2014.

ALMEIDA, L. MW., SILVA, K. P., VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. Ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BARASUOL, F. F. Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino da matemática. **UNirevista**, São Leopoldo: Rio Grande do Sul, v. 1, n. 2, p. 1-6, 2006. Disponível em: <<http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/artigo/1-2008-08-20-17-23-12.pdf>>. Acesso em: 09 Abr. 2014.

BARBIERI, Daniela D., BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática e suas implicações para a “Aprendizagem significativa: um recurso pedagógico para o ensino de matemática”**. 2005. Disponível em: <<http://dionisioburak.com.br/documents/CNMEM-Daniela.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2014.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, 2003.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. **Acta Scientiae**, Canoas. v. 10, 2008. p. 47-58.

BASSANEZI, Rodney C. Modelagem Matemática Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. **Revista Biomatemática**, Campinas: São Paulo, v. 9, p. 9-22, 1999. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art_1.pdf>. Acesso em: 04 abr. 2014.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BATTALINI, Lucia Ines. **Professores de matemática e os saberes mobilizados em sala de aula**: um estudo de caso. 2008. 133 f.v.1. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2008. Disponível em: <<http://www.pcm.uem.br/?q=node/75/webform-results/table&page=4&results=20>>. Acesso em: 27 ago. 2013.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p.7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5ª. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, Maria Salett. ICTMA: História das ideias e ideias da história. _____. In: **Anais** da VII Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática. Santa Maria: UNIFRA, 2013.

BORSSOI, Adriana H.; ALMEIDA, Lourdes M. W. Uma aproximação entre modelagem matemática e unidades de ensino potencialmente significativas para a aprendizagem significativa: O caso das equações de diferenças. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 18, n. 2, p. 481-503, 2013. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID339/v18_n2_a2013.pdf>. Acesso em: 12 Mai. 2014.

BOSSLE, Rafael Zanoni. **Modelagem matemática no projeto de um ginásio escolar**. 2012. 122 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/56617/000861542.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 25 ago. 2013.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE**: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.

BRAZ, B., KATO, B. Contribuições da Modelagem Matemática no Processo de Constituição de Comunidades de Prática Locais. _____. In: **Anais** da VII Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática. Santa Maria: UNIFRA, 2013.

BRITES, Elisa Maria Almeida. **Modelagem matemática gráfica**: instigando o senso criativo dos estudantes do ensino fundamental. 2012. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <http://tede.pucrs.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4164>. Acesso em: 21 ago. 2013.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1992.

BURAK, D. . Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: **Anais I EPMEM** - Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática., 2004, Londrina. Anais do I EPMEM, 2004.

Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática / Programa de Orientações curriculares. São Paulo: Fundação Padre Anchieta, 2010. Sexto ano, il. Disponível em: <http://www.portalsme.prefeitura.sp.gov.br/Projetos/BibliPed/Documentos/publicacoes/Cad_Apoio/Mt/Mt6/Mat_Cont_Aluno_6.pdf> Acesso em 08 out. 2013.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Etnomodelagem e suas relações com a educação matemática na infância. _____. In: **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (Org.). Recife: SBEM, 2007. p. 49 – 62.

CAMPOS, Celso Ribeiro. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**/Celso Ribeiro Campos, Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzki, Otávio Roberto Jacobini. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística** – teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

FARAGO, Jorge Luiz. **Matemática**: ensino fundamental, 6º ano. v. 2. Curitiba: Positivo, 2012.

FERNANDES, Rúbia J. G.; JUNIOR, Guataçara S. Modelagem Matemática: um recurso pedagógico para o ensino de matemática. **Revista Práxis**, São Paulo, n. 8, p. 21-29, 2012. Disponível em: <<http://web.unifoa.edu.br/praxis/numeros/08/21-29.pdf>>. Acesso em: 11 abr. 2014.

FIFA, Fédération Internationale de Football Association. *Estádios de Futebol. Recomendações e requisitos técnicos*. 5ª ed. 2011. Disponível em: <http://pt.fifa.com/mm/document/tournament/competition/01/37/17/76/p_sb2010_stadiumbook_ganz.pdf>. Acesso em 07 ago. 2013.

FIVB. **Regras Oficiais do Voleibol 2013 e 2016**. Disponível em: <http://www.esefex.ensino.eb.br/download/Regras_Volei_2013-2016.pdf>. Acesso em 07 ago. 2013.

GERHARDT, T. E., RAMOS, I. C. A., RIQUELME, D. L. e SANTOS, D. L.. Estrutura do projeto de pesquisa. _____. In: **Métodos de pesquisa** / [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira ; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31 – 42.

HERMINIO, Maria Helena Garcia Barbosa. **O processo de escolha dos temas dos projetos de modelagem matemática**. 2009: [s.n.], 139f. : il., tabs. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Área de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, Rio Claro, 2009. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissetacoes/herminio_mhgb_me_rc1a.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2015.

LIMA, Pablo Jovellanos dos Santos. **Linguagem matemática: uma proposta de ensino e avaliação da compreensão leitora dos objetos da matemática**. 2012. 179 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Natal, 2012. Disponível em: <http://bdtd.bczm.ufrn.br/tde_arquivos/36/TDE-2013-04-19T130916Z-5072/Publico/PabloJSL_DISSERT.pdf>. Acesso em: 25 ago. 2013.

MARTINS, Gilberto de Andrade. **Estudo de caso: uma estratégia de pesquisa**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MORAES, Roque. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

OLIVEIRA, Marcelo de Sousa. **Interpretação e comunicação em ambientes de aprendizagem gerados pelo processo de modelagem matemática**. 2010. 126f Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) — Instituto de Educação Matemática e Científica, IEMCI,UFPA, PPGECEM .Belém – Pará, 2010. Disponível em: <http://www.ppgecem.ufpa.br/media/disserta/2008/Marcelo_de_Sousa_Oliveira.pdf> Acesso em 21 ago. 2013.

PRENSKY, Marc. Digital Natives, Digital Immigrants. In: ____ **On the Horizon. MCB University Press**. Vol. 9, nº 5. October, 2001. Tradução: Roberta de Moraes Jesus de Souza Disponível em: <<http://crisgorete.pbworks.com/w/file/fetch/58325978/Nativos.pdf>>. Acesso em 30 ago. 2013.

QUARTIERI, Marli Teresinha. **A Modelagem Matemática na escola básica: a mobilização do interesse do aluno e o privilegiamento da matemática escolar**. 2012. 199 f. Tese (doutorado) - Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Programa de Pós-Graduação em Educação, São Leopoldo, 2012.

SCHMITT, Ana Luisa Fantini. **Modelagem matemática no ensino fundamental: interesse em aprender matemática**. 2010. 156 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2010. Disponível em: <http://www.bc.furb.br/docs/DS/2010/351432_1_1.PDF>. Acesso em: 23 ago. 2013.

SILVEIRA, E. , CALDEIRA, A. D. Modelagem na Educação Matemática: é possível fazer sem saber? ____ In. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador 2010.

SILVEIRA, D. T. e CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. ____ In: Métodos de pesquisa / [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira ; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31 – 42.

SOISTAK, A. V. Uma experiência com a modelagem matemática no ensino médio profissionalizante. ____ In: **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a educação básica**/org.por Celia Finck Brandt; Dionísio Burak e Tiago Emanuel Klüber. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2010. p. 39-58.

SONEGO, Giseli Verginia. BISOGNIN, Eleni. Explorando a geometria espacial por meio da Etnomodelagem matemática. **VIDYA**, v. 30, n. 2, p. 57-69, jul./dez., 2010 - Santa Maria, 2010. Disponível em: <http://sites.unifra.br/Portals/35/Artigos/2010/vol_2/Vydia%202-2010/05.pdf> Acesso em: 08 set. 2013.

TORTOLA, Emerson; ALMEIDA, Lourdes M. W. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, 2013. Disponível em: <<http://rbep.inep.gov.br/index.php/RBEP/article/viewFile/2755/1937>>. Acesso em: 29 abr. 2014.

VALENTE, W. R. Quem somos nós, professores de matemática? **Caderno Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 11-23, jan./abr. 2008 Disponível em <<http://www.cedes.unicamp.br>> Acesso em: 20 jul. 2013.

VERTUAN, R. E.; BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. O papel da mediação e da intencionalidade em atividades de modelagem matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 7, n. 3, p. 63-80, 2013. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/viewFile/851/292>>. Acesso em: 12 Mai. 2014.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 4 ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ZUKAUSKAS, Nara Sílvia Tramontina. **Modelação matemática no ensino fundamental: motivação dos estudantes em aprender geometria**. 2012. 189 f. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto alegre, 2012. Disponível em: <http://tede.pucrs.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4140>. Acesso em: 23 ago. de 2013.

ANEXO A: Termo de Anuência Escola de Muçum

DECLARAÇÃO DE ANUÊNCIA

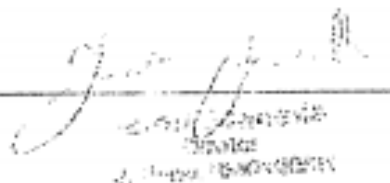
Declaro que estou ciente e concordo com a participação desta escola no projeto de pesquisa intitulado ESTRATÉGIAS METODOLÓGICAS VISANDO INOVAÇÃO E REORGANIZAÇÃO CURRICULAR NO CAMPO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL, que será submetido ao Edital nº 049/2012/CAPES/INEP - Programa Observatório da Educação.

Lajeado, 12 de dezembro de 2012.

Nome da Escola: E.E.E.M. GENERAL SOUZA DOCA

Nome do Diretor: JAMIR JOANELLA

Assinatura do Diretor: _____



Handwritten signature of Jamir Joanela, Director of E.E.E.M. General Souza Doça.

ANEXO B: Termo de Anuência Escola de Lajeado

DECLARAÇÃO DE ANUÊNCIA

Declaro que estou ciente e concordo com a participação desta escola no projeto de pesquisa intitulado ESTRATÉGIAS METODOLÓGICAS VISANDO INOVAÇÃO E REORGANIZAÇÃO CURRICULAR NO CAMPO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL, que será submetido ao Edital nº 049/2012/CAPES/INEP – Programa Observatório da Educação.

Lajeado, 12 de dezembro de 2012.

Nome da Escola: Es. Est. de E. Fund. Pedro Scherer

Nome do Diretor: Iloni Reni Fucks

Assinatura do Diretor: 

Iloni Reni Fucks
Diretora
Id. Func. 2369990/01

Escola Estadual de Ensino Fundamental
PEDRO SCHERER
Par. Aut. Func. CEED 176, 16/01/96 D.O. 30/31/96
Port. CG035, 01/02/96 D.O. 07/02/96
Port. Aut. Desig. 00320, 15/12/2000 D.O. 15/12/2000
Brasão Montebelo - Lajeado

APÊNDICE A : Questionário 1



Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação - Mestrado Profissional em Ensino de Ciências

Exatas

Mestranda: Janaína Ziegler

Questionário inicial para alunos

Objetivo: Decidir o tema norteador da pesquisa a ser realizada na escola.

1. Você gosta de Matemática?

() sim

() não

() um pouco

2. Depois que passa um tempo do conteúdo que você já estudou e professor pergunta sobre ele, você lembra do que estudou?

() sempre

() às vezes

() nunca

3. Que conteúdo de Matemática, que você já viu que mais gostou?

4. O que você acha que falta nas aulas de Matemática?

5. Que assunto você acha que poderíamos abordar nas aulas de Matemática?

APÊNDICE B: Questionário 2



Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação - Mestrado Profissional em Ensino de Ciências
Exatas

Mestranda: Janaína Ziegler

Questionário final para alunos

Objetivo: Decidir o tema norteador da pesquisa a ser realizada na escola.

1. O que você mais gosta na sua escola?

2. Que atividades da escola você acha mais interessante? E por quê?

3. O que você mais gosta de fazer quando não está na escola? E por quê?

APÊNDICE C: Termo de consentimento

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

A mestrandia Janaina de Ramos Ziegler, integrante do corpo discente do Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas e bolsista do Observatório da Educação, projeto nº 049/2012/CAPES/INEP. Irá realizar encontros com os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental com a finalidade de desenvolver seu projeto de pesquisa denominado MODELAGEM MATEMÁTICA E O ESPORTE: UMA PROPOSTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE DUAS ESCOLAS. Para tanto, aplicar-se-á um questionário escrito e serão realizados encontros gravados em vídeo.

O conteúdo do referido questionário e das gravações, somente será utilizados pela mestrandia e ficará sob guarda da mesma, dando-se garantia de manutenção do caráter confidencial e anônimo das informações que, juntamente com os resultados estarão sempre sob sigilo ético, não sendo mencionados os nomes dos participantes em nenhuma apresentação oral ou trabalho escrito que venha a ser publicado. Além disso, a participação não representará nenhum custo para os sujeitos envolvidos.

A concordância em participar do questionário, das gravações ou de qualquer outro meio de investigação dá garantia de receber, a qualquer momento, resposta a toda pergunta ou esclarecimento de qualquer dúvida acerca da pesquisa e de seus procedimentos; liberdade de retirar o consentimento a qualquer momento e deixar de participar do estudo, sem que isso traga qualquer prejuízo ao participante.

Pelo presente Termo de Consentimento, o participante declara que foi esclarecido, de forma clara e detalhada, livre de qualquer forma de constrangimento ou coerção, dos objetivos, da justificativa e dos procedimentos a que será submetido e autoriza a participação por meio deste questionário.

A pesquisadora responsável é a mestrandia Janaina de Ramos Ziegler, do Centro Universitário UNIVATES de Lajeado, RS, orientada pela professora Dra. Marli Teresinha Quartieri que poderá ser contatada pelo e-mail mtquartieri@univates.br ou pelo telefone (51) 3714-7000 ramal 5517.

Nestas condições, solicita-se o seu consentimento.

Nome do responsável:

Assinatura:

Data:

APÊNDICE D: Lista de exercícios Muçum



Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação - Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Janaína Ziegler

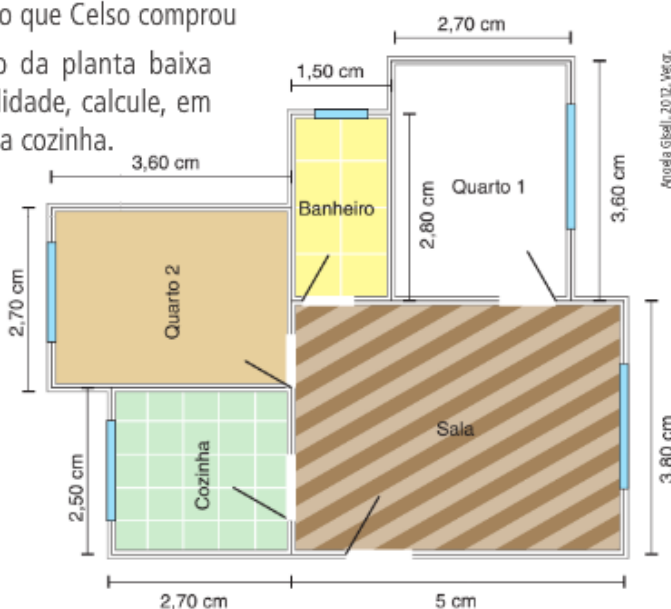
Exercícios para alunos

Objetivo: identificar e explorar relações matemáticas

1)

Veja a planta baixa do apartamento que Celso comprou

- Sabendo que cada centímetro da planta baixa corresponde a 200 cm na realidade, calcule, em metros quadrados, a área real da cozinha.
- Quantos metros quadrados de piso laminado, no mínimo, Celso terá de comprar para revestir o chão da sala?
- Os quartos serão revestidos de carpete. Quantos metros quadrados, no mínimo, serão necessários?
- O banheiro terá um revestimento de cerâmica. Quanto, no mínimo, será necessário comprar?
- Qual a área total do apartamento de Celso?



Fonte: Farago, 2012, p. 13.

2) (Adaptado de Fonte: Farago, 2012) Lucas registrou a pontuação final do campeonato de videogame dos amigos. Veja o resultado final organizado na tabela.

Construa um gráfico de barras para representar as informações da tabela e comente os resultados, em forma de texto.

Campeonato de <i>videogame</i>	
Jogador	Pontuação final
Pedro	200
Lucas	240
Júlia	300
Marcelo	320
Ana	100

Fonte: Dados fornecidos por Lucas.

3)(Simulado Prova Brasil 2011)

Os 2 ângulos formados pelos ponteiros de um relógio às 8 horas medem



- (A) 60° e 120° .
- (B) 120° e 160° .
- (C) 120° e 240° .
- (D) 140° e 220° .

APÊNDICE E: Lista de exercícios Lajeado



Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação - Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Janaína Ziegler

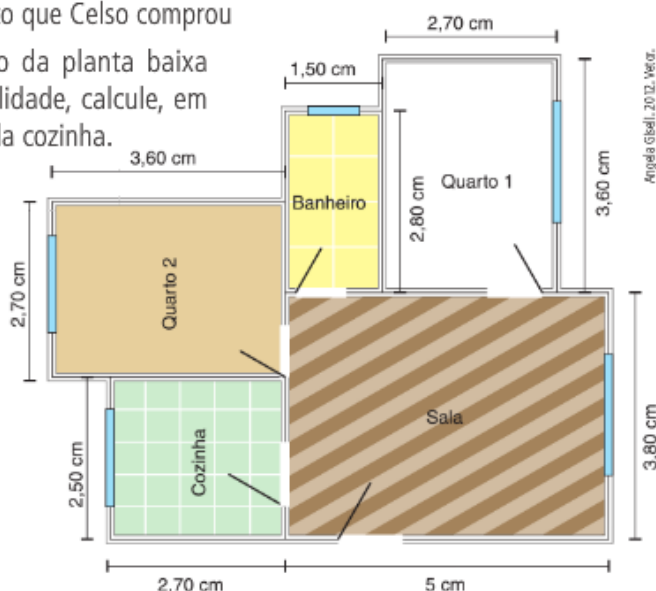
Exercícios para alunos

Objetivo: identificar e explorar relações matemáticas

1)

Veja a planta baixa do apartamento que Celso comprou

- Sabendo que cada centímetro da planta baixa corresponde a 200 cm na realidade, calcule, em metros quadrados, a área real da cozinha.
- Quantos metros quadrados de piso laminado, no mínimo, Celso terá de comprar para revestir o chão da sala?
- Os quartos serão revestidos de carpete. Quantos metros quadrados, no mínimo, serão necessários?
- O banheiro terá um revestimento de cerâmica. Quanto, no mínimo, será necessário comprar?
- Qual a área total do apartamento de Celso?



Fonte: Farago, 2012, p. 13.

2) (Adaptado de Fonte: Farago, 2012) Lucas registrou a pontuação final do campeonato de videogame dos amigos. Veja o resultado final organizado na tabela.

Construa um gráfico de barras para representar as informações da tabela e comente os resultados, em forma de texto.

Campeonato de videogame	
Jogador	Pontuação final
Pedro	200
Lucas	240
Júlia	300
Marcelo	320
Ana	100

Fonte: Dados fornecidos por Lucas.

3) (Adaptado de Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática, 2010)

Analise a tabela:

PESSOAS	ALTURA
Cecília	900 mm
Juca	1,5 m
Bernardo	143 cm
Caroline	É mais alta que Juca.

Com base nessa tabela, avalie se as afirmativas a seguir são verdadeiras (V) ou falsas (F), justificando as alternativas falsas:

- () Juca é mais alto que Bernardo.
- () Caroline não é a mais alta dentre eles.
- () Cecília é a mais alta dentre eles.
- () Caroline é mais baixa que Bernardo.