



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*  
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

**A MODELAGEM COMO FERRAMENTA PARA A CONSTRUÇÃO DE  
CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS**

Fabiana Mattei

Lajeado, fevereiro de 2012

Fabiana Mattei

## **A MODELAGEM COMO FERRAMENTA PARA A CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, como parte da exigência para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Maria Madalena Dullius

Lajeado, fevereiro de 2012

Fabiana Mattei

## **A MODELAGEM COMO FERRAMENTA PARA A CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS**

A Banca examinadora abaixo ..... a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates, como parte da exigência para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

---

Maria Madalena Dullius

---

Liane Teresinha Wending Roos

---

Edson Roberto Oaigen

---

Eniz Conceição Oliveira

Lajeado, fevereiro de 2012

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus por ter me dado a possibilidade de vivenciar esta experiência e por estar sempre presente em minha vida indicando os caminhos a serem tomados.

Aos meus familiares, que sempre me incentivaram na busca do conhecimento e acreditaram na minha capacidade.

Aos professores do mestrado pela forma de conduzir nossa formação e principalmente pelo ambiente de harmonia.

A professora Dr. Maria Madalena Dullius, pela orientação, pela participação na construção de minha trajetória como professora-pesquisadora em formação.

A Diretora e os alunos da Escola Estadual de Ensino Médio São Lourenço pela acolhida e participação durante a prática pedagógica desenvolvida.

A todos aqueles que de uma maneira ou de outra contribuíram para que esse trabalho fosse realizado.

## RESUMO

Os anos de prática vivenciados como professora de Matemática do Ensino Médio permitiram perceber a falta de motivação e entusiasmo de alunos quanto à participação e ao desenvolvimento das atividades durante as aulas de Matemática. Essa percepção causou certa inquietação e estímulo para buscar alternativas que possam reverter esse quadro e tornar as aulas de Matemática interativas, favorecendo a contemplação dos objetivos desejados no processo de ensino e aprendizagem. Pensando nessa possibilidade, surgiu a ideia de desenvolver uma prática pedagógica utilizando a modelagem matemática como uma metodologia de ensino para a pesquisa realizada com alunos do 2º ano do Ensino Médio, em uma escola pública da cidade de Coronel Pilar, RS. A investigação foi dirigida à compreensão de aspectos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem de conhecimentos matemáticos enfocando as habilidades desenvolvidas através do ambiente de modelagem matemática. A pesquisa teve uma abordagem qualitativa e a coleta de dados foi realizada a partir de questionários e de observações das atividades desenvolvidas pelos alunos. Os dados qualitativos foram apresentados em textos descritivos. Ao final da pesquisa, foi possível perceber modificações de concepções distorcidas dos alunos em relação à Matemática e, também, mudança de postura dos estudantes, pois se tornaram mais interessados, críticos, criativos e, principalmente, reconheceram a importância do trabalho em equipe, participando de forma assídua. Assim, através desta pesquisa, demonstrou-se uma maneira diferenciada de desenvolver o conteúdo matemático, possibilitando a motivação, interação e dinamismo, que permitiram aos alunos, por meio da participação nas atividades propostas, integrar a teoria e a prática, por conseguinte, realizar a construção de conceitos da geometria espacial. Além, perceber-se que as habilidades como cálculo mental, habilidades artísticas como medir, recortar, pintar foram contempladas com a metodologia da modelagem matemática e constatadas principalmente durante a confecção da maquete da prioridade escolhida pelo grupo.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática. Ensino e aprendizagem. Habilidades.

## ABSTRACT

The years of practice experienced as a Math teacher in High School made possible to observe that students showed lack of motivation and enthusiasm related to participation and activities development in Math classes. This perception caused certain anxiety and stimulus to search for alternatives that can change this situation and make Math classes interactive, favoring objectives achievement in the learning and teaching process. Considering this possibility, the idea of developing a pedagogical practice using mathematical modeling as a teaching methodology arose for the research carried out with second grade High School students of a public school in the city of Coronel Pilar, RS. The investigation leads to the comprehension of aspects involved in the teaching and learning process of mathematical knowledge focusing on skills developed in the mathematical modeling environment. The research had a qualitative approach and data were collected through questionnaires and observation of activities developed by the students. Qualitative data were presented in descriptive texts. At the end of the research, it was possible to observe changes in the students' negative conceptions about Mathematics as well as in the students' attitude, because they became more interested, critical, creative and, mainly, they recognized the importance of team work, participating assiduously. So, through this work, it was demonstrated a differentiated way of developing a Math content, allowing motivation, interaction and dynamism, that empowered students, by participating in the activities proposed, to integrate theory and practice, consequently understanding the construction of space geometry concepts. Besides, it was observed that skills like mental calculations as well as artistic skills like measuring, cutting out and painting were achieved with the mathematical modeling methodology and observed mainly during model manufacturing.

**Keywords:** Mathematical modeling. Teaching and learning. Skills.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema do processo de modelagem matemática, segundo Biembengut e Hein (2010, p. 13).....	21
Figura 2 - Cálculo da regra de três simples.....	50
Figura 3 - Gráfico da área construída.....	52
Figura 4 - Início da montagem da maquete.....	54
Figura 5 - Início da montagem da maquete.....	54
Figura 6 - Material para confecção da maquete.....	55
Figura 7 - Material para confecção da maquete.....	55
Figura 8 - Área total do tijolo.....	57
Figura 9 - Quantidade de tijolos.....	58
Figura 10 - Cálculo do volume da caixa d'água.....	59
Figura 11 - Construção das maquetes.....	60
Figura 12 - Cálculo da área da base, área lateral e do volume da pirâmide do Louvre.....	63
Figura 13 - Confecção e área do cone.....	66
Figura 14 – Volume do cone.....	68
Figura 15 - Finalização da maquete.....	69

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - O aluno e o professor nos 3 níveis de modelagem.....	23
Quadro 2 – Grupos de trabalho .....	46
Quadro 3 – Respostas da questão 1 .....	71
Quadro 4 – Respostas da questão 2 .....	72
Quadro 5 – Respostas da questão 3 .....	73
Quadro 6 – Respostas da questão 5 .....	74
Quadro 7 – Respostas da questão 6 .....	75
Quadro 8 – Respostas da questão 7 .....	76
Quadro 9 – Respostas da questão 8 .....	77

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>16</b>
2.1 A evolução da modelagem matemática .....	16
2.2 Concepções de modelagem matemática .....	20
2.3 Contribuições da modelagem matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática .....	24
2.4 Planejamento para o uso da modelagem matemática .....	26
2.5 Habilidades desenvolvidas durante a prática de modelagem matemática .....	31
2.6 Alguns trabalhos já realizados na modelagem matemática .....	32
<b>3 METODOLOGIA E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....</b>	<b>40</b>
3.1 Abordagem metodológica .....	40
3.2 Apresentação e discussão da intervenção pedagógica .....	43
3.2.1 Apresentação do projeto de pesquisa .....	43
3.2.2 Organização dos grupos e prioridades .....	44
3.2.3 Esboço da maquete .....	47
3.2.4 Planta baixa da maquete .....	49
3.2.5 Conhecimentos sobre área das figuras planas e porcentagem .....	51
3.2.6 Estimativa do piso ou madeira .....	53
3.2.7 Construção da maquete .....	53
3.2.8 Introdução à geometria espacial .....	56
3.2.9 Volume do prisma .....	59
3.2.10 A maquete .....	60
3.2.11 Pirâmides .....	61
3.2.12 Apresentação do trabalho sobre pirâmides .....	62
3.2.13 Área do cone .....	64
3.2.14 Volume do cone .....	67
3.2.15 Maquete .....	68
3.2.16 Apresentação do trabalho .....	70
3.3 Questionário aos alunos .....	71
<b>4 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>78</b>

<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>81</b>
-------------------------	-----------

<b>APÊNDICES .....</b>	<b>85</b>
APÊNDICE A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	86
APÊNDICE B - Representação da maquete.....	87
APÊNDICE C - Confecção da maquete.....	88
APÊNDICE D - Respostas do Grupo 2.....	89
APÊNDICE E - Respostas do Grupo 5.....	91
APÊNDICE F - Maquete do Grupo 1: <i>Camping</i> .....	93
APÊNDICE G - Maquete do Grupo 2: Pousada.....	94
APÊNDICE H - Maquete do Grupo 3: Cantina de suco de uva.....	95
APÊNDICE I - Maquete do Grupo 4: Escola Agrícola.....	96
APÊNDICE J - Maquete do Grupo 5: Centro Industrial com geração de empregos.	97
APÊNDICE K - Questionário para alunos.....	98

## 1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho, vinculado ao Programa de Pós-graduação Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES e com embasamento em estudos sobre a modelagem matemática, investigou uma estratégia alternativa para o ensino do conteúdo de geometria espacial.

Considerando-se a realidade e o momento atual no qual estamos inseridos, percebe-se a necessidade de mudanças no ensino da Matemática para que o aluno, como cidadão consciente, possa interagir com o meio em que vive, sendo participativo e crítico. Para vislumbrarmos essas mudanças, é necessário o empenho e a criatividade, principalmente do professor, na busca de novas alternativas que possam contribuir para se obterem melhorias no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, destacando o educador como um possível mediador na construção de um conhecimento mais significativo.

Tendo em vista que atualmente estamos cercados de uma diversidade e grande quantidade de informações que provêm de várias fontes, cabe ao professor orientar o educando na organização dessas informações, como afirma Nóvoa *apud* Machado Júnior (2005, p. 11), “Nos dias de hoje, não basta ao professor abrir a porta, entrar na sala de aula e dar a sua aula. Ele tem que criar as condições para que a educação possa acontecer”.

A modelagem matemática, uma alternativa para o ensino de Matemática, vem ao encontro dessa proposta e tem como principal meta buscar melhorias no processo de ensino e aprendizagem, levando em conta as habilidades dos alunos e

considerando o objetivo do Ensino Médio de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) (BRASIL, 2002, p. 8): “preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, em eventual prosseguimento de estudos ou diretamente no mundo do trabalho”.

Após várias experiências significativas, era hora de colocar em prática esta metodologia em atividades em sala de aula, na escola de atuação, de forma criativa e motivadora, a fim de propiciar diversos benefícios aos alunos do Ensino Médio no processo de aprendizagem da disciplina de Matemática. É importante destacar que a prática da modelagem remete o professor a levar em consideração o conhecimento prévio do aluno para planejar a sequência de atividades a serem desenvolvidas pelos estudantes.

Nessa concepção é de grande importância, para enriquecer a pesquisa, considerar as experiências e os relatos de pesquisadores que realizaram suas investigações nessa mesma linha de raciocínio da prática da modelagem matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem.

Durante as aulas do Mestrado, em contato com trabalhos que indicavam as “novas” tendências do ensino da Matemática, houve identificação com os estudos da modelagem matemática por vários motivos, dentre os quais, um apontado por Biembengut e Hein (2007, p. 18): “[...] a modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente”.

Outra motivação para investigar e desenvolver uma prática pedagógica tendo como alternativa a modelagem matemática, surgiu de uma problemática que nos sensibiliza há alguns anos. Percebe-se que os alunos demonstram pouco interesse pelo estudo, que as atividades propostas pelo professor não são realizadas com entusiasmo e motivação. Nesse sentido, muitos alunos frequentam a escola por mera obrigação e, em consequência disso apresentam baixo rendimento escolar e dificuldades na aprendizagem de conteúdos que são pré-requisitos para séries seguintes. Durante anos de atuação como docente, verificou-se que, quando se solicitava a participação dos alunos para avaliar conhecimentos prévios, as

respostas eram evasivas e a maioria relatava não recordar o conteúdo ou afirmava que não tinha estudado o assunto. Percebendo essas dificuldades dos educandos, após constatações levantadas juntamente com colegas professores, verificou-se que esses aspectos são muito relevantes para iniciar o estudo e a análise de possíveis alternativas que possibilitem tornar as aulas de Matemática mais atrativas, proveitosas e que culminem em uma aprendizagem mais significativa. Dentro dessa perspectiva, é trazida como alternativa a metodologia da modelagem matemática, que considera os conhecimentos prévios dos alunos com o intuito de organizar um planejamento que possa contextualizar os conteúdos a serem abordados através de atividades diversificadas.

Para Bassanezi (2010) aprender Matemática não implica em receber todos os conceitos prontos. Para que se obtenha maior eficácia na aprendizagem matemática, o conhecimento deve ser construído juntamente com o aluno, constituindo um elo entre as concepções que foram vistas anteriormente, que o aluno já sabe, e o seu dia a dia. Nessa perspectiva, os alunos podem generalizar, estruturar ou desestruturar seu universo matemático, para compreender e resolver as situações-problema de natureza matemática ou originadas a partir da realidade de cada indivíduo.

Ainda segundo Bassanezi (2010, p. 16), “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Vale ressaltar que os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN+) (BRASIL, 2002) consideram que mais importante do que transmitir informações/conteúdos para serem reproduzidos quando solicitados, é desenvolver nos alunos habilidades, estratégias e competências que lhes permitam, de forma autônoma, gerar novos conhecimentos a partir de outros previamente adquiridos.

Para isso faz-se necessário investirmos em uma Matemática mais aplicada, contextualizada, interdisciplinar, cujas metodologias os motivem para a busca de respostas às perguntas que os inquietam ou que precisem responder, ao invés de esperarem uma resposta do professor ou do livro texto. Nesse cenário, consideramos que a modelagem pode contribuir muito.

Diante do exposto acima, surge o seguinte questionamento, que será objeto deste estudo:

**Em que aspectos o uso da modelagem matemática como ferramenta favorece o desenvolvimento de habilidades e da compreensão dos conteúdos matemáticos?**

A partir dessa questão, destacamos o objetivo principal da pesquisa: verificar que tipo de habilidades os educandos utilizam para aprender Matemática numa situação em que a metodologia utilizada é a modelagem matemática.

Como objetivos específicos:

- verificar as diferentes habilidades envolvidas no processo de modelagem fundamentada na modelagem matemática;
- construir, uma prática de ensino e aprendizagem que seja tão agradável quanto interessante;
- desenvolver os conteúdos de forma atrativa e como ferramenta de ensino diversificada;
- obter um modelo matemático a partir da realidade, do conhecimento prévio dos alunos, buscando melhorias e aperfeiçoamento no processo de ensino e aprendizagem;
- propiciar aos educandos propiciando momentos de análise, organização de ideias e pensamentos, para a concretização da construção da aprendizagem significativa em Matemática.

A interação entre o ensino e a atual realidade em que os alunos estão inseridos, tendo como alicerce aspectos da modelagem matemática, vem ao encontro das necessidades do mundo atual, que exige uma formação que permita o desenvolvimento de conhecimento, habilidades e atitudes, e pessoas que saibam lidar com mudanças e situações inesperadas no seu dia a dia na sociedade em que estão inseridos.

Assim, buscamos contemplar o conteúdo de geometria espacial para obter,

como resultado final, a construção de uma maquete das prioridades essenciais para o município de Coronel Pilar, pois este possui algumas carências importantes, como geração de novos empregos e lugares de lazer, para que os cidadãos continuem morando no local e este venha a crescer e evoluir, vindo a ser referência para novos imigrantes.

A prática pedagógica foi desenvolvida na Escola Estadual de Ensino Médio São Lourenço, situada no município de Coronel Pilar, no estado do Rio Grande do Sul. A Escola possui aproximadamente 120 alunos, distribuídos nos turnos da tarde com Ensino Fundamental e da noite com Ensino Médio. A pesquisa foi desenvolvida com uma turma de 15 alunos da 2º ano do Ensino Médio.

Foram planejadas atividades diversificadas com questionamentos, problemas, desafios, entre outras tarefas, tendo como objetivo a construção de modelos matemáticos, em especial aqueles que iriam culminar na construção da maquete da prioridade que cada grupo escolheu, considerando a falta de emprego para os jovens e imigrantes, espaços para lazer e turismo.

Concomitantemente à aplicação da prática, foram coletados dados para responder à pergunta norteadora da pesquisa. Os instrumentos utilizados foram questionários, diário de campo e gravações em vídeo das atividades realizadas juntamente com os alunos. Os dados foram analisados tendo como base os pressupostos teóricos que fundamentam a pesquisa.

Por questão de organização, o trabalho está constituído da seguinte maneira: no primeiro capítulo, apresentamos a introdução com um breve relato do enfoque da pesquisa e das experiências da autora com a modelagem matemática.

O segundo capítulo é composto pelo referencial teórico que será base para a análise dos dados levantados durante a aplicação da prática de pesquisa em sala de aula. Além da abordagem teórica, apresentam-se sínteses de trabalhos realizados e que possuem como base a modelagem matemática numa mesma perspectiva da pesquisa desenvolvida, para possíveis comparações de resultados obtidos frente às teorias consideradas.

No terceiro capítulo, aborda-se a metodologia da pesquisa indicando quais

foram os caminhos percorridos para a realização deste trabalho, assim como a apresentação e discussão dos resultados levantados durante a prática pedagógica, dispostas em seções específicas. Inicialmente são apresentadas as sínteses da prática pedagógica com a discussão dos dados obtidos por meio de diário de campo, filmagem em vídeo, anotações e comprovantes dos alunos demonstrando como chegaram a tal conclusão. Na sequência, é considerado o questionário aplicado no final da prática para análise e discussão.

Para finalizar, são apresentadas algumas considerações finais, constituindo o quarto capítulo, que busca fazer um confronto da questão norteadora, com os resultados obtidos e analisados da pesquisa, o que contribui para repensar a metodologia de ensino que busca melhorias no processo de ensino e aprendizagem a partir da modelagem matemática.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Neste capítulo, primeiramente, apresentamos a fundamentação teórica que embasou o desenvolvimento da intervenção pedagógica, bem como a coleta e a análise dos dados obtidos. Em seguida, apresentamos trabalhos e pesquisas realizados por pesquisadores e autores adeptos à modelagem matemática relatando, suas experiências com a aplicação e o desenvolvimento desta metodologia em ambientes de ensino, com o intuito de contribuir para possíveis análises e comparações com a pesquisa realizada.

### **2.1 A evolução da modelagem matemática**

Sabe-se que o mundo passa constantemente por várias evoluções envolvendo a natureza e o ser humano como um todo. O ensino também teve uma série de mudanças, mas atualmente não vem respondendo adequadamente a questionamentos, necessidades e informações oferecidas pela sociedade. As mudanças no ensino diferem do ritmo do movimento e da velocidade com que as informações e novidades são vivenciadas por crianças e jovens. O ensino da Matemática deve contribuir para que o aluno compreenda seu papel na sociedade, sendo ativo na busca de soluções práticas para os problemas vivenciados por ele no seu dia a dia.

Como afirma Bassanezi (2010, p. 17) “é necessário buscar estratégias alternativas de ensino e aprendizagem que facilitem sua compreensão e utilização”,

acreditando que os alunos desenvolvem com mais naturalidade o gosto pela Matemática por meio de estímulos que levem em consideração seus conhecimentos prévios e o meio em que estão inseridos.

No espaço da educação Matemática vêm surgindo novas tendências para serem utilizadas como instrumentos de melhoria de ensino e aprendizagem, dentre elas, podemos destacar a etnomatemática e a modelagem matemática.

Bassanezi (2010, p. 17) considera a modelagem matemática “um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios de agir sobre ela e transformá-la”.

Portanto, dentre as variadas tendências de ensino da Matemática disponíveis na literatura, acreditamos que a modelagem matemática possa auxiliar para entender as necessidades da sociedade atual, que exige das pessoas competência, criatividade e solidariedade, com o intuito de ampliar a visão de um futuro promissor.

Biembengut e Hein (2007) consideram que a metodologia da modelagem surgiu há muito tempo, porém não era reconhecida com as concepções atuais. É sabido que muitos conhecimentos matemáticos surgiram a partir da busca da resolução de problemas enfrentados pelos indivíduos na sua realidade local. Porém, com o passar dos tempos, o ensino da Matemática passou por várias mudanças de acordo com cada época, o que também está acontecendo nos dias atuais com o agravante de, em poucas décadas, a humanidade passar por mudanças bruscas, percebidas em várias situações do cotidiano, com avanços tecnológicos, em muitas áreas, os quais influenciam até mesmo o comportamento das pessoas.

Portanto, principalmente neste momento, o ensino da Matemática precisa ser reavaliado pelos professores desta disciplina, que é considerada muito importante para a formação do cidadão.

Cabe a ressalva de que a prática da modelagem matemática é citada como sendo muito antiga, e somente há algumas décadas foi estruturada com uma nova alternativa no ensino da Matemática. Nesse contexto, Biembengut (2009) aponta que uma das razões pelas quais a modelagem matemática vem ganhando novos adeptos e defensores está na possibilidade de promover aos jovens deste milênio

melhores conhecimentos e habilidades em utilizá-los.

A trajetória da modelagem matemática inicia com Newton (1643-1727) por ter aplicado a Matemática nas leis da Física, podendo ser considerado um pioneiro nesta área. Atualmente a modelagem se constitui de um aparato próprio de fatos reais para traduzi-los e interpretá-los na linguagem matemática, com o objetivo de analisar, entender, interpretar, lançar hipóteses e fazer previsões nas diferentes áreas do conhecimento em que a Matemática está inserida e pode ser aplicada.

Também é considerada como base de diversas áreas do conhecimento, permitindo desenvolver o raciocínio e a criatividade na busca pela adaptação e sobrevivência do indivíduo da geração atual e das próximas gerações, que precisam de criatividade e equilíbrio para enfrentar os desafios, empregando habilidades para criar, resolver problemas, modelar (BIEMBENGUT; HEIN, 2007).

Após a década de 80, a modelagem matemática vem ganhando seu espaço através de investigações e pesquisas em várias áreas de aplicações do conhecimento. No âmbito da educação, em especial no ensino da Matemática, é enfatizada no ambiente de sala de aula para buscar maneiras que facilitem a interação entre os alunos e as situações do seu dia a dia e como método científico, nas diversificadas áreas de pesquisa, para investigação e experimentação de estudos e novas ideias.

Para Bassanezi (2010), a modelagem matemática pode ser considerada um método científico de pesquisa, e uma estratégia de ensino-aprendizagem, que busca converter problemas do cotidiano em problemas matemáticos e determinar sua solução, interpretando os resultados obtidos de forma dinâmica e relacionada ao meio real em que o indivíduo está inserido.

Segundo Burak (1985), no Brasil os primeiros trabalhos realizados utilizando como estratégia de ensino a modelagem matemática ocorreram na década de 80, na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP –, com um grupo de professores, em Biomatemática, coordenados pelo Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi, envolvendo modelos de crescimento cancerígenos. Outra situação de ensino e aprendizagem em que a modelagem foi aplicada deu-se com uma turma de Engenharia de Alimentos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Burak (2005) relata que a modelagem matemática teve início com os cursos de especialização para professores, em 1983, na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava - FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO. Os primeiros trabalhos enfocando a modelagem matemática em artigos e dissertações, como uma nova metodologia para o ensino e a aprendizagem da Matemática, começaram a ser elaborados a partir do ano de 1987. Essa alternativa de ensino vem sendo trabalhada de várias maneiras em sala de aula e são relatadas por seus seguidores, que, por sua vez, revelam algumas de suas características peculiares e individuais em relação ao tema. “A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações ou teorias” (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p. 13).

Biembengut e Hein (2007) consideram que a Matemática e a realidade fazem parte de grupos distintos e a modelagem permite uma ponte para que se faça possível uma interação entre os meios, buscando assim um caráter interdisciplinar e contextualizado de acordo com a realidade e o interesse dos alunos.

A maneira como a Matemática é ensinada em sala de aula desencadeia uma série de questionamentos, pois os professores devem perceber que os tempos mudaram e é necessário investigar novas possibilidades de se apresentar e trabalhar a disciplina de Matemática. De acordo com D'Ambrosio (2002), o grande desafio do professor é dar-se conta de como a maneira de ensinar Matemática pode contribuir para alcançar os principais objetivos da educação atual, proporcionando ao aluno a chance de lidar com situações novas, desencadeando um novo problema, que poderá motivar o aluno na busca de soluções, vindo ao encontro do PCN+, os quais afirmam que é preciso “[...] considerar o mundo em que o jovem está inserido, não somente através do reconhecimento de seu cotidiano enquanto objeto de estudo, mas também de todas as dimensões culturais, sociais e tecnológicas que podem ser por ele vivenciadas na cidade ou região em que vive” (BRASIL, 2002, p. 83).

## 2.2 Concepções de modelagem matemática

Nos últimos anos, a modelagem matemática teve grande destaque em pesquisas do meio acadêmico. De acordo com a análise de autores brasileiros considerados pioneiros no assunto, podemos definir modelagem matemática conforme suas perspectivas.

Bassanezi (2010, p. 30) afirma que “ A modelagem pode vir a ser o fator responsável pelo desenvolvimento de novas técnicas e teorias matemáticas quando os argumentos conhecidos não são suficientes para fornecer soluções dos modelos”.

Durante o planejamento e a execução da prática de modelagem matemática, Bassanezi (2010) destaca uma sequência de procedimentos que ilustram a fase cognitiva, apresentados a seguir:

**1. Experimentação** – Organização das informações obtidas.

**2. Abstração** – Planejamento do caminho que propõe a criação de modelos matemáticos, levando em consideração uma seleção de variáveis, a problematização, que deve satisfazer a relação entre as variáveis ou os fatos envolvidos no caso investigado, a organização de conjecturas e simplificação dos modelos extremamente complexos.

**3. Resolução** – Atividade própria do matemático e destina-se à resolução do modelo criado.

**4. Validação** – É o momento em que o modelo criado é avaliado para ser aceito ou não de acordo com as possibilidades de representar moderadamente a situação analisada.

**5. Modificação** – O estudo mais detalhado da teoria promove a adequação de modelos. Não existe nenhum modelo que pode ser considerado finalizado, o bom modelo, além de poder ser melhorado, ainda abre caminhos para a formulação de novos modelos.

Como já mencionado, Biembengut e Hein (2007, p. 12-13) definem modelagem matemática como sendo um “processo que envolve a obtenção de um

modelo [...] uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”.

Na Figura 1, apresentamos os procedimentos da modelagem matemática considerando-a como meio de interação entre uma situação do cotidiano e a Matemática.

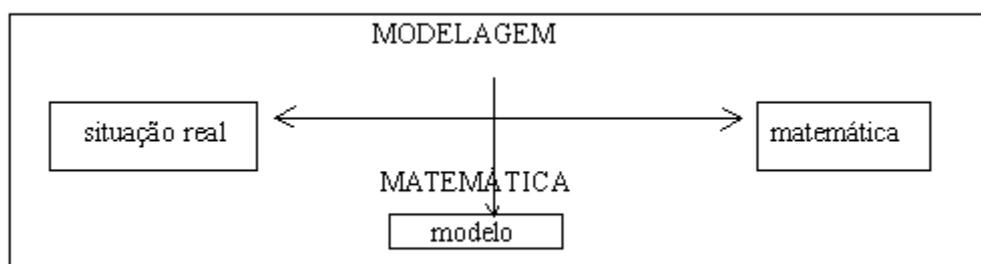


Figura 1 - Esquema do processo de modelagem matemática, segundo Biembengut e Hein (2007, p. 13)

Fonte: Livro Modelagem matemática no ensino (Biembengut e Hein, 2007).

Os autores defendem que esse processo de transformação do problema real em um modelo é regido por três etapas:

a) Interação

- reconhecimento da situação-problema;
- familiarização com o assunto a ser modelado por meio do referencial teórico.

b) Matematização

- formulação do problema;
- resolução do problema em termos de modelo.

c) Modelo matemático

- interpretação de soluções;
- validação do modelo por meio da avaliação.

Já Barbosa (2001) entende modelagem como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da

Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. O autor considera três níveis de apresentação da modelagem em sala de aula:

a) Nível 1: Problematização de algum fato real. Com essa situação, serão formuladas pelos alunos questões na busca de informações qualitativas e quantitativas do contexto do problema. O aluno realiza as investigações do problema apresentado pelo professor. Neste primeiro caso, a prática da modelagem é desenvolvida com o objetivo de desenvolver estratégias na busca de meios para auxiliar na tomada de decisões, tendo em vista contemplar estratégias para a solução de um problema formulado pelo professor.

b) Nível 2: A apresentação do problema é feita pelo professor, que irá orientar os alunos no desenvolvimento e na investigação das atividades de coleta de dados para a criação de um modelo. Este caso considera o professor como mediador da prática desenvolvida, propondo aos alunos uma situação a ser solucionada pelos mesmos, os quais deverão buscar informações em diferentes fontes de coleta de dados.

c) Nível 3: A partir de um tema gerador, os alunos realizam o levantamento de dados qualitativos e quantitativos, formulam e resolvem problemas. Neste caso, o professor juntamente com os alunos formulam situações-problema a partir de temas não-matemáticos que serão investigados e coletam dados para a busca da solução do problema em pauta.

Nos níveis apresentados, o papel do professor é percebido como “co participante” no processo de busca de informações e levantamento de dados dos alunos, dialogando com eles sobre os processos. Porém, em algum dos níveis, ele possui um papel mais ativo na organização das atividades. No nível 1, por exemplo, o professor fica responsável pela apresentação da situação-problema, é mais atuante que no nível 3, onde essa tarefa é realizada juntamente com os alunos. O Quadro 1 apresenta a participação do professor e do aluno em cada nível, de acordo com Barbosa (2001, p. 9).

	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/ aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Quadro 1 - O aluno e o professor nos 3 níveis de modelagem

Fonte: Barbosa, 2001.

O Quadro 1, não limita a atuação do professor e do aluno, podendo ser diferente de acordo com as possibilidades e a maneira de o professor conduzir sua prática de modelagem. Esta classificação se destaca pelo fato de podermos verificar como os participantes deste processo podem se envolver de formas diferentes no desenvolvimento do processo de modelagem, podendo ser reelaborada de acordo com a realidade apresentada pelo contexto escolar, pelos conhecimentos prévios dos alunos e suas preferências.

De acordo com Biembengut e Hein (2007), vários fatos da realidade podem ser demonstrados por meio de modelos, pois necessitam de tradução, de interpretação, podem ser modelados através de símbolos e relações matemáticas para que sejam melhor representados e compreendidos. Nesse contexto, procura-se despertar no aluno sua criatividade, além de lhe propiciar condições favoráveis à construção de uma aprendizagem significativa para seu sucesso e satisfação em participar das atividades propostas em sala de aula.

Bassanezi (2010, p. 20) define modelo como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado [...] podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações analisadas”.

Os autores Bassanezi (2010), Biembengut e Hein (2007) traduzem a modelagem matemática como um processo que aproxima a Matemática contida na realidade do aluno para melhor compreensão da Matemática formal, visando a melhores resultados na aprendizagem. Entende-se como realidade o contexto em que o aluno está inserido, sua vida diária e o mundo ao seu redor.

### **2.3 Contribuições da modelagem matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática**

Ao nos depararmos com questionamentos sobre ensino e aprendizagem e, em especial, o ensino e a aprendizagem da Matemática, existem muitos fatores que poderiam ser analisados para caracterizar este processo que, segundo pesquisadores, se faz muito complexo, pois cada indivíduo possui sua maneira peculiar de ensinar e construir seu conhecimento. Nesse contexto, Soares (2010) afirma que as experiências e o conhecimento prévio do aluno, assim como sua personalidade e o meio em que está inserido, são fatores importantes na aprendizagem. No entanto, considera relevante propor aos alunos atividades que os instiguem e os estimulem de forma prazerosa, a fim de promover a aprendizagem.

Como reconhece Bassanezi (2010), trabalhar a Matemática através da prática da modelagem matemática leva o aluno a organizar sua forma de pensar e agir diante de situações condizentes com o meio em que está inserido, sendo assim:

[...] um dos caminhos a ser seguido para tornar um curso de matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável. Uma modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças (BASSANEZI, 2010, p. 177).

Biembengut e Hein (2007) defendem que a Matemática viabiliza o desenvolvimento dos níveis cognitivos e criativos dos indivíduos. Para que estes possam ter no futuro uma melhor qualidade de vida, é relevante, que na atualidade, desenvolvam ao máximo seu potencial de imaginação, criatividade, pois a sociedade vem avançando nas mais diferentes áreas de maneira acelerada e desafiando o indivíduo a ser cada vez melhor no que faz. Por isso, é importante buscar meios para que o ensino da Matemática seja capaz de desafiar o aluno a desenvolver “a capacidade de ler e interpretar o domínio da Matemática”.

As pesquisas realizadas no âmbito da modelagem matemática nos níveis do Ensino Fundamental e Médio buscam investigar os seguintes aspectos, de acordo com Burak (1992, p. 1):

Descobrir como trabalhar a Modelagem Matemática de modo que, ao longo do desenvolvimento do método, o educando pudesse construir o seu conhecimento matemático a partir de temas do seu interesse; superar a visão linear do conteúdo matemático proposto na maioria dos currículos escolares; e propiciar formas de encaminhamentos que favorecessem o trabalho mais abrangente com as unidades de conteúdo (BURAK, 1992, p.1).

A modelagem matemática vem se destacando como alicerce para vários avanços e aplicações em diferentes áreas da pesquisa, como nos campos da Física, da Biologia, das Engenharias, entre outras, assim como são importantes e notórios os resultados da modelagem para a Educação, como afirma Bassanezi (2010, p. 16):

[...] a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações. E mais, com este material, o estudante vislumbra alternativas no direcionamento de suas aptidões ou formação acadêmica (BASSANEZI, 2010, p. 16).

Biembengut e Hein (2007) descrevem alguns objetivos que podem ser alcançados com a modelagem aplicada ao ensino da Matemática, passando ao aluno a responsabilidade da “direção do próprio trabalho” enquanto o professor deverá “promover essa autonomia”:

- estimular a pesquisa;
- desenvolver a habilidade para formular e resolver problemas;
- trabalhar com temas de interesse do aluno;
- despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade;
- incentivar a criatividade.

D'Ambrosio, no prefácio da obra de Bassanezi, intitulada “Ensino aprendizagem com modelagem matemática”, coloca-nos que:

A modelagem matemática é matemática por excelência. As origens das idéias centrais da matemática são o resultado de um processo que procura entender e explicar fatos e fenômenos observados na realidade. O desenvolvimento dessas idéias e sua organização intelectual dão-se a partir de elaborações sobre representações do real (D' AMBRÓSIO in, BASSANEZI, 2010, p. 11).

Nesse sentido, percebe-se a importância de o professor conhecer a realidade

dos seus alunos através do diálogo para que, no planejamento de suas aulas, leve em consideração o meio cultural e social em que os educandos estão inseridos.

## **2.4 Planejamento para o uso da modelagem matemática**

Considera-se relevante o domínio de habilidades matemáticas para o pleno exercício da cidadania na sociedade a que se pertence. Assim, o domínio de determinadas habilidades matemáticas pelo cidadão constitui-se num dos requisitos para mover-se na sociedade (BARBOSA,1999).

De acordo com os PCN (BRASIL, 1999),

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas (BRASIL, 1999, p. 251).

Assim a modelagem aponta ao aluno a importância da Matemática fora do contexto da sala de aula, além de possibilitar um elo de ligação entre a Matemática formal e a Matemática do cotidiano do aluno a fim de se construir uma aprendizagem significativa.

Biembengut e Hein (2007) sugerem cinco passos para pôr em prática o processo da modelagem matemática: diagnóstico, escolha do tema, desenvolvimento do conteúdo programático, orientação da modelagem e avaliação do processo.

### **a) Diagnóstico**

Iniciando o planejamento da pesquisa faz-se necessário um levantamento completo quanto à realidade sócio econômica do aluno bem como sobre seus interesses e objetivos para contribuir na escolha do tema que será focado durante o desenvolvimento da pesquisa. O nível de conhecimento matemático dos alunos, que proporcionará a adequação dos conteúdos e a quantidade de exercícios a serem trabalhados em cada etapa, o horário da disciplina juntamente com o turno e o período da aula (se for no começo ou no final do turno de aula) são elementos que devem ser levados em consideração para o desenvolvimento e a análise da prática

de modelagem matemática. Outro item a ser considerado é o número de alunos em função da quantidade de grupos e componentes por grupo de trabalho para facilitar a orientação durante os trabalhos de modelagem.

Quanto aos alunos que trabalham, pode-se verificar que:

Alunos que trabalham, em geral, têm mais facilidade em lidar com temas aplicados na área de atuação, em contrapartida, não dispõem de tempo suficiente para o estudo. Nesse caso, uma sugestão é que o trabalho seja feito somente em sala de aula (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p. 19).

Nessa perspectiva, fica evidente que existem diversos fatores que influenciam no planejamento e desenvolvimento da modelagem matemática.

#### **b) Escolha do tema**

A partir da escolha do tema será coordenado o trabalho a fim de desenvolver um modelo adequado aos conteúdos matemáticos que serão desenvolvidos, sendo que, se for escolhido um tema único, o mesmo deverá ser amplo o suficiente para desenvolver o conteúdo programático, além de interessante para motivar os alunos (BIEMBENGUT; HEIN, 2007). A escolha do tema pode ser proposta pelo professor ou definida pelo grupo de alunos participantes.

Bassanezi (2010, p. 46) afirma que:

É muito importante que os temas sejam escolhidos pelos alunos que, desta forma, se sentirão co-responsáveis [sic] pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva. É claro que a escolha final dependerá muito da orientação do professor que discursará sobre a exequibilidade de cada tema, facilidade na obtenção de dados, visitas, bibliografia etc.

Perante a escolha dos alunos, o professor deverá analisar o tema e buscar informações precisas sobre o assunto para fazer um planejamento e preparar-se a fim de conduzir o trabalho.

#### **c) Desenvolvimento do conteúdo programático**

Para Biembengut e Hein (2007), o desenvolvimento do conteúdo programático será planejado seguindo as mesmas etapas do processo de modelagem já citados anteriormente e acrescentando na matematização o

desenvolvimento do conteúdo matemático para formular, resolver e apresentar exemplos e exercícios idênticos para contribuir com a compreensão de conceitos dos alunos. O procedimento para desenvolver o conteúdo durante a prática de modelagem matemática pode ser descrito conforme segue.

- Interação

Trata-se da exposição do tema, na qual o professor demonstra seu conhecimento e interesse pelo assunto escolhido, podendo influenciar na motivação dos alunos pelo tema. “Afimã, só aprende quem quer. E a arte de ensinar depende da conquista para o querer aprender” (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p. 20). Em seguida, é realizado um levantamento de questões, provocando a participação dos alunos para que contribuam com sugestões.

- Matematização

É o momento de organizar e escolher questões a fim de obter respostas dos alunos sobre o tema escolhido para servir de apoio durante o planejamento da prática. As respostas poderão ser consideradas importantes para se manter um ambiente agradável de participação, criatividade, respeito mútuo às diferenças e opiniões a fim de obter resultados satisfatórios no aprendizado da Matemática. Quando se fizer necessário, pode-se propor aos alunos que façam um levantamento de informações sobre o assunto. Outra opção é assistirem a uma palestra para que possam verificar e valorizar o trabalho de outros profissionais.

Durante a formulação de questões, ao surgir um conteúdo matemático, deve-se propor seu desenvolvimento em busca do resultado e voltar, a seguir, à proposta organizada após ter alcançado uma solução satisfatória, mantendo a motivação durante todo o processo.

Após esta etapa de exposição e interação com o conteúdo matemático, pode-se propor exemplos idênticos para não restringir o conteúdo a um modelo e apresentar desafios matemáticos, atividades lúdicas como jogos educativos e outras atividades que seja atrativas para o aluno com o intuito de avaliar se os conceitos expostos foram compreendidos e aprendidos. Em seguida, retoma-se a questão norteadora para verificar se foi apresentada uma solução condizente com a pergunta

inicial.

- Modelo

O modelo matemático é resultado do desenvolvimento do conteúdo durante a prática de modelagem. Após o desenvolvimento das atividades propostas para a construção do modelo, o mesmo deve ser analisado pelo aluno quanto a sua importância e validação.

**d) Orientações de modelagem**

Biembengut e Hein (2007, p. 23) destacam que o principal objetivo do trabalho com modelagem é “criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus objetivos”. O professor irá atuar como mediador do processo, efetuando um planejamento adequado à prática e orientando os alunos no desenvolvimento da mesma. Para isso o professor deverá organizar-se quanto ao tempo e ao número de horas aulas que serão destinadas à orientação dos trabalhos. De acordo com as orientações, seguem as seguintes etapas:

- Escolha do tema: Os alunos devem se organizar em grupos para escolher um tema de acordo com seus interesses e / ou afinidades. No caso de o tema deixar de atender aos anseios de todos os componentes do grupo, será proposta uma leitura sobre o assunto escolhido para reforçar a motivação de todos. Nesse momento, o professor deverá ser um facilitador e buscar estratégias que auxiliem a escolha de um tema que facilite o levantamento de dados e informações por parte dos alunos.

- Interação com o tema: caso o tema escolhido seja muito amplo, o professor deverá orientar a elaboração de um trabalho nos seguintes moldes: fazer um levantamento de dados para se familiarizar com o tema; formular no mínimo cinco questões, redigir um resumo e entregar ao professor; entrevistar um especialista no assunto.

- Planejamento do trabalho a ser desenvolvido com os grupos: para dar início ao trabalho, o grupo irá escolher uma questão e buscar levantar dados reais para analisar os fatos e as amostras, procurando formular hipóteses de possíveis soluções para o problema, determinando e escolhendo a solução que for

conveniente.

- Conteúdo matemático: Os modelos criados pelos alunos deverão utilizar-se dos conteúdos programáticos da disciplina. Se porventura algum grupo necessitar de outro tópico matemático que não pertença a esse nível, o professor deverá explicar ou encaminhá-los à pesquisa, mantendo seu papel de orientador. Sendo de interesse da turma, o professor deverá fazer uma explanação para todos os alunos.

- Validação e extensão dos trabalhos desenvolvidos: Ao finalizar o trabalho de modelação, o grupo deverá avaliar a solução encontrada e a adequação do modelo através de experimentações, para verificar seu grau de validade. O trabalho poderá ser divulgado para que as pessoas em geral tomem conhecimento dele. Para finalizar, o grupo irá fazer o registro de todos os passos seguidos ao longo do planejamento e da execução do trabalho por meio de um relatório.

#### **e) Avaliação do processo**

O ensino da Matemática deverá favorecer a compreensão dos conteúdos matemáticos; desenvolver a habilidade de interpretação e resolução de problemas; tornar fácil o levantamento de informações e dados sobre temas variados; proporcionar o domínio no uso de calculadora e computadores; desenvolver a aptidão para o trabalho em equipe. Para verificar o que foi proposto pelo ensino da Matemática, Biembengut e Hein (2007) indicam que o professor deve considerar dois aspectos em sua avaliação: avaliação como fator de redirecionamento do seu próprio trabalho; avaliação para verificar o grau de aprendizado do aluno. Quanto à avaliação do aluno, podem-se considerar dois aspectos: a observação do professor quanto à participação, à presença, à realização das tarefas propostas e ao trabalho em equipe. E o segundo aspecto, considerando as provas e os trabalhos realizados. Todos esses critérios de avaliação devem ser conhecidos pelos alunos, portanto grande parte do sucesso da prática de modelagem matemática no ensino depende do professor, pois a forma como conduz as aulas e as atividades pode ser decisiva para a motivação e a atitude de romper barreiras entre o ensino tradicional, considerado linear e guiado por exemplos e exercícios repetitivos que deixam de estimular os alunos a pensar de forma ampla na busca de novos horizontes, e o ensino da Matemática que busca partir da realidade e dos anseios dos alunos,

proporcionando um aprendizado de qualidade ao educando.

É importante ressaltar a afirmação de Biembengut e Hein (2007, p. 29):

A condição necessária para o professor implementar modelagem no ensino - modelação – é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminhos para descobertas significativas.

Nesse sentido, o professor deve refletir sobre sua prática docente, para então aperfeiçoá-la constantemente.

## **2.5 Habilidades desenvolvidas durante a prática de modelagem matemática**

Habilidades como selecionar informações, analisar as informações obtidas e, a partir disso, tomar decisões exigirão linguagem, procedimentos e formas de pensar matemáticos que devem ser desenvolvidos ao longo do Ensino Médio, bem como a capacidade de avaliar limites, possibilidades e adequação das tecnologias em diferentes situações (BRASIL, 1999, p. 41).

Portanto, essas habilidades devem ser conhecidas e desenvolvidas em sala de aula almejando o sucesso do processo de ensino e aprendizagem. Neste contexto, Della Nina (2007, p. 3) afirma que “[...] a Modelagem Matemática vem se consolidando como uma excelente alternativa para um ensino mais contextualizado e que desenvolva habilidades importantes para os estudantes”.

De acordo com a Wikipédia habilidade (do latim *habilitate*) é o grau de competência de um sujeito concreto frente a um determinado objetivo.

De acordo com Pierro, Morais e De Paula (2009) na área da educação, habilidade é o saber fazer. É a capacidade do indivíduo de realizar algo, como classificar, montar, calcular, ler, observar e interpretar.

O saber fazer referenciado pelos autores Pierro, Morais e De Paula podem ser treinados pelo sujeito em diferentes ambientes, inclusive no ambiente de sala de aula, sendo o professor o mediador de da construção do conhecimento juntamente com os alunos.

Almeida e Brito (2005, p. 6) propõem três tipos de conhecimento na aplicação

da prática de modelagem matemática, sendo que, o conhecimento matemático se atribui: “[...] à competência normalmente entendida como um conjunto de habilidades matemáticas, incluindo-se as competências na reprodução de teoremas e provas, bem como ao domínio de uma variedade de algoritmos”.

De acordo com Biembengut (s/d, p. 2), “Na Matemática, em particular, o processo de modelagem requer do modelador, dentre outras habilidades, conhecimento matemático e capacidade de fazer uma leitura do fenômeno sob uma ótica matemática”.

D’Ambrosio *apud* Della Nina (2007) “comenta as habilidades de modelar um problema em linguagem matemática, de coletar dados, questionar, conjecturar, levantar hipóteses, testá-las e justificar as conclusões, que são as mesmas exigidas dos alunos, neste novo século”. Esta deve ser a nova visão da Matemática, que não valoriza somente a aquisição de conhecimentos, mas o desenvolvimento de habilidades, atitudes e valores, dando ênfase à interação dos conteúdos matemáticos com o mundo real.

## **2.6 Alguns trabalhos já realizados na modelagem matemática**

Júnior (2005) realizaram uma pesquisa fundamentada na pesquisa-participante, na modalidade narrativa, tendo como objetivo registrar, compreender e interpretar, a partir das participações dos alunos, indícios de interesse e aprendizagem. Os personagens participantes dessa pesquisa foram o professor-pesquisador, o professor de Matemática e sua turma com 38 alunos da oitava série do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Belém - Pará. Os autores visavam a investigar quais as evidências apresentadas pelos personagens no ambiente de ensino e aprendizagem proporcionado pela modelagem matemática que demonstram ser indícios de envolvimento e de aprendizagem. De acordo com constatações dos autores, o ambiente gerado pela modelagem matemática proporcionou aos alunos participantes a construção da aprendizagem significativa, em que o mais importante é o desenvolvimento das etapas nas quais o conteúdo matemático é aplicado e sistematizado e o professor muda seu papel em sala de aula, deixando de ser o ator principal para ser um personagem do ambiente.

Outro ponto importante que a pesquisa revelou, de acordo com os autores, é que o professor se mantém tradicionalista por conhecer as novas tendências matemáticas somente na teoria, mas quando participa de experiências concretas é que começa a se questionar e refletir sobre sua própria prática.

Oliveira e Barbosa (2006) realizaram um trabalho com o objetivo de relatar as dúvidas e incertezas sobre como prosseguir durante a aplicação das atividades e continuá-las no encontro seguinte. O projeto foi desenvolvido a partir de uma coleta de dados durante uma pesquisa realizada por um professor da rede estadual de ensino no município de Conceição do Jacuípe, na Bahia. A pesquisa foi de caráter qualitativo, buscando compreender quais as situações de tensão que os professores manifestam durante a aplicação da modelagem matemática.

Para os autores fica evidente que a chamada “tensão do próximo passo” é provocada pelo fato de que o professor irá lidar com situações imprevisíveis, como questionamentos e respostas diferenciadas durante a aplicação das atividades. Os autores expõem a possibilidade de que os cursos de formação de professores poderiam aproveitar as possíveis tensões que surgem na realização das atividades utilizando a modelagem matemática como estratégia de ensino para refletir sobre a dinâmica de uma aula baseada nessa estratégia.

Klüber e Burak (2005) apresentaram uma experiência de modelagem matemática com alunos do 2º ano do Ensino Médio. A pesquisa teve como principal referencial as concepções de Burak (1998) e fez parte do projeto de pesquisa “Modelagem Matemática: uma experiência concreta”, ligada à Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO. Os autores tinham como propósito manter um contato direto como pesquisadores com o ambiente escolar a fim de obter subsídios para interpretar, analisar e discutir sua vivência e também considerar os pontos positivos e negativos do uso da modelagem matemática como uma alternativa metodológica. Após finalizarem a pesquisa perceberam que o professor é responsável por grande parte do sucesso de sua prática educativa e deve ser um pouco aventureiro quando for encarar novas mudanças no planejamento de suas aulas.

Sukow e Estephan (2009?) realizaram um experiência com o tema

“Resolução de Problemas e a modelagem matemática” com uma turma da primeira série do Ensino Médio de um colégio público do Estado do Paraná. O principal objetivo da pesquisa foi contribuir com o debate e relatar que o uso da modelagem matemática e da resolução de problemas é viável no Ensino Médio. A partir do trabalho realizado, os autores consideram que a modelagem matemática e a resolução de problemas podem contribuir para cativar o aluno a participar de forma ativa na construção de seu próprio aprendizado e estimular a criatividade.

Consideram a ocorrência da “tensão do próximo passo” enfocando que o professor precisa lidar com situações que não estavam previstas com serenidade. Outros dois fatores importantes citados foram a falta de tempo para finalizar os debates iniciados e também a assiduidade dos alunos que, por vezes, comprometia o andamento das atividades. Os autores confirmam que a metodologia utilizada privilegia a participação ativa do aluno, além de incentivá-lo a mudar a prática em sala de aula por meio deste método e de outros.

Machado (2005) realizou um trabalho que relata parte de uma pesquisa de Mestrado realizada com alunos de sexta série do Ensino Fundamental de uma escola rural do interior de Eldorado do Sul, RS. A pesquisa teve como enfoque o uso da modelagem matemática aliada à resolução de problemas. No decorrer da investigação, o tema escolhido pelos alunos juntamente com a professora - Transporte Escolar - possibilitou um encaminhamento para o tratamento da informação.

De acordo com a autora, a pretensão foi mostrar que a modelagem matemática está se apresentando como uma alternativa viável para uso em sala de aula, capaz de estabelecer relações entre o cotidiano e outras áreas do conhecimento, como sugerem os PCNs. Esta metodologia busca potencializar condições para que a Matemática possa desempenhar sua função no desenvolvimento de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo e na sua consequente aplicação.

Os autores Mota e Oliveira Junior (2007?) em sua pesquisa, afirmam que é necessário criar alternativas que busquem assegurar um maior conhecimento e habilidades nos conteúdos matemáticos, destacando a modelagem matemática. A

prática pedagógica voltada para a Matemática foi desenvolvida com alunos de oitava série do Ensino Fundamental, utilizando-se dos esportes nos jogos Pan-americanos de 2007, no Brasil, como alternativa criativa e dinâmica, introduzindo a modelagem como uma forma opcional para se ensinar os conteúdos matemáticos, buscando sempre as relações de medidas e figuras geométricas encontradas em cada esporte.

Os autores afirmam que o educador trabalha a produção dos valores individuais dos alunos através da criatividade, da percepção e dos conhecimentos adquiridos, enfatizando que o importante é identificar o conhecimento matemático formal no esporte e fazer sua transposição para a sala de aula, destacando o exemplo de Barbosa (2001) em sua pesquisa.

Outro aspecto importante a que os autores fazem referência é que a modelagem matemática funciona como verdadeira atividade investigativa com propósito de enriquecer o currículo, oportunizando aos estudantes relacionarem o que estudam na escola com a realidade em diversas áreas do conhecimento e compreenderem melhor as ideias e os conceitos matemáticos em sua prática social.

Della Nina (2007) relata a experiência como aluna do curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universitária Católica-RS (PUCRS), na qual desenvolveu um trabalho de modelagem como trabalho final da disciplina de Matemática e Realidade I, relacionado ao problema da comunidade em que residia: a falta de calçamento em sua rua. A autora se deteve à utilização das etapas da modelagem definidas por Barbosa, em que o aluno faz a escolha do tema sendo o mesmo, responsável pelo levantamento de dados e pela criação do modelo, tendo o professor como orientador.

A autora fez levantamento de dados através da internet, mas não obteve êxito. Então, iniciou a coleta de informações por meio das visitas à Prefeitura. Primeiramente, fez uma listagem de perguntas e entrevistou a responsável técnica pelas obras. Organizou os dados fornecidos e, à medida que novas dúvidas surgiam, novas entrevistas foram feitas. Este vaivém aconteceu algumas vezes até que as informações se encadeassem. Durante o estudo, ela entendeu que um calçamento envolve três fases distintas: a terraplanagem, a canalização e a

pavimentação. Então, com o uso do *Excel*, fez tabelas com dados e fórmulas que possibilitaram calcular o custo do calçamento de ruas com pedra desde a etapa inicial, com os gastos despendidos pela Prefeitura, até o valor final que cada proprietário da referida rua pagaria.

Durante a execução do projeto, a Prefeitura tomou conhecimento do caso e iniciou a obra de pavimentação naquela rua, sendo que a autora pôde acompanhar todo o processo de perto e, no dia da inauguração, foi convidada pelo prefeito a cortar a faixa e fazer o discurso, ficando assim conhecida como madrinha da rua. A autora destaca a importância da escolha do tema, pois constatou que o sucesso da experiência com modelagem está fortemente ligado a essa etapa, porque tudo o que for feito com prazer traz melhores resultados e um engajamento mais acentuado por parte dos participantes.

Viecili (2006) realizaram uma pesquisa com alunos da sétima série do Ensino Fundamental, em uma escola pública do município de Marau/RS. O principal objetivo do trabalho foi propor aos alunos um ambiente de modelagem para auxiliar no aprendizado da Matemática enfatizando o gosto pela disciplina e sua aplicação no dia a dia, exposto da seguinte maneira: mostrar ao aluno que a Matemática não é um saber pronto e acabado ou um conjunto de técnicas, mas sim conhecimento vivo, dinâmico, produzido historicamente por diferentes sociedades para atender às necessidades concretas da humanidade. Ao final da pesquisa, com a criação de modelos e a observação das atividades realizadas pelos alunos, a autora constatou aspectos positivos, dando margem à inserção da modelagem matemática como uma proposta diferenciada para o ensino da Matemática. A autora argumenta que:

[...] faz sentido e é relevante para o aluno quando ele percebe o desenvolvimento das capacidades cognitivas que lhe permitem compreender, analisar, (re)elaborar, criar novas situações que visem à formação do cidadão crítico, capaz de 'ler' a realidade que o cerca, sob as diferentes dimensões – política, econômica, histórica e cultural, com vistas à transformação social (VIECILI, 2006, p. 14).

Costa (2009) realizou um trabalho que tinha como proposta discutir o surgimento da modelagem para desenvolver, em sala de aula, um ambiente de investigação que privilegie a construção do conhecimento e sua aplicação, tendo como objetivo fomentar a construção de um aprendizado significativo das concepções de conteúdos matemáticos. A autora afirma que a investigação da

Matemática envolve quatro momentos: análise e formulação de questões; levantamento de dados e hipóteses; realização de experimentos e análise das suposições propostas; argumentação e avaliação.

Para o desenvolvimento da prática de modelagem matemática a pesquisadora considera os seguintes aspectos:

Que o professor conheça as etapas da modelagem para que possa definir os responsáveis (aluno e/ou professor) pelas atividades de cada etapa e adequar sua aplicação à realidade da turma, considerando aspectos como: os conceitos prévios estudados pelos alunos; o conteúdo programático a ser desenvolvido; os objetivos conceituais, de atitudes e habilidades; o tempo para sua aplicação e a experiência do professor com atividades de modelagem (COSTA, 2009, p. 4).

Entre vários argumentos favoráveis, ao uso da modelagem como alternativa no ensino da Matemática citados pela autora, considera-se mais relevante o seguinte: o desenvolvimento da competência crítica e de habilidades gerais de exploração, preparando o estudante para a vida como cidadão atuante na sociedade, competente para construir juízos próprios, reconhecer problemas e buscar soluções, utilizando os conceitos matemáticos em diferentes áreas do conhecimento.

Anastácio (2010) relata que estava desestimulada em relação ao sentido de ensinar Matemática, pois a realidade dos dias atuais revela uma grande dificuldade dos professores de motivar os alunos que, por muitas vezes, fazem o questionamento “Para que serve aprender isso?”. Com ênfase nessa questão e o auxílio da professora Marineuza Gazzeta, a autora obteve conhecimento sobre a modelagem matemática. Objetivando melhorar o ensino da Matemática, procurou compreender melhor em que consistia esse tema e suas possibilidades.

A partir disso, a autora concluiu que é de extrema importância trabalhar a modelagem com a finalidade de que os alunos construam uma ideia de Matemática como algo presente na realidade. Compreender que a realidade não é matemática, significa também compreender que descrever a realidade matematicamente constitui uma das inúmeras possibilidades de conhecê-la, assim sendo, partir de um problema real para construir modelos que representem aquela situação, constitui-se em uma atividade importante e rica. Entretanto, pode-se vislumbrar outros modos de expressar e descrever a realidade em que vivemos. Ao apresentar reflexões acerca

das concepções de Matemática e de realidade que se apresentam no trabalho com a modelagem, a autora afirma que não tem a intenção de criticar ou colocar por terra todo o trabalho que vem sendo desenvolvido nos diversos âmbitos escolares e acadêmicos. Tampouco pretende esgotar a temática realidade/conhecimento matemático. Quer, no entanto, convidar os que trabalham com a modelagem matemática e a utilizam em suas aulas a refletirem sobre as concepções que adotam. Podem se perguntar sobre os questionamentos que foram sendo apontados ao longo do texto, procurando desvelar concepções que, muitas vezes, sem que se deem conta, estão presentes em sua prática pedagógica.

Haliski, Rutz e Pilatti (2009) realizaram uma pesquisa em que o principal objetivo foi considerar as novas tendências para o ensino da Matemática, em especial a modelagem matemática como nova possibilidade na busca de melhoria no ensino e aprendizagem da Matemática de forma significativa, considerando o aluno como personagem principal do processo de construção do conhecimento. Para efetivar esse objetivo, foi realizado um projeto com o intuito de desenvolver os conteúdos de Matemática utilizando a essência da modelagem matemática, que se deu por meio da construção de maquetes.

O público alvo da pesquisa foram duas primeiras séries do Ensino Médio do Colégio Estadual Heráclito Fontoura Sobral Pinto, no município de Colombo, Paraná. O fato de se trabalhar de forma diferenciada com ambas as turmas possibilitou fazer uma comparação entre a metodologia adotada e a tradicional e avaliar seus resultados no aprendizado. Em uma das turmas, foi apresentado o conteúdo de forma tradicional, enquanto isso, na outra turma foram desenvolvidos os conteúdos por meio da estratégia de modelagem. De acordo com o relato da experiência, foram destacados muitos aspectos relevantes quanto à comparação entre os dois métodos utilizados.

Os autores consideram que, para que a Matemática na escola se torne mais significativa, rica e eficaz, necessita-se mostrar a sua aplicabilidade sem deixar de ensinar o conhecimento científico. Dessa forma, cabe ao professor refletir sobre a sua maneira de conduzir os conteúdos, questionar-se sobre o que está ensinando, para quem e por quê, destacando-se a importância da contextualização no ensino-aprendizagem.

Para o desenvolvimento da intervenção pedagógica de que trata este trabalho, foram considerados aspectos relevantes mencionados pelos autores citados nesta seção, dentre eles podemos citar:

- evidências de aprendizagem apresentadas no desenvolvimento da prática de modelagem matemática;

- participação ativa dos alunos durante as aulas de Matemática, utilizando o método de modelagem matemática;

- criação de alternativas que possibilitem garantir mais conhecimento e habilidades nos conteúdos matemáticos por meio da metodologia da modelagem matemática;

- construção do conhecimento significativo para o aluno, levando em consideração seu cotidiano, aspectos sociais e culturais em que estão inseridos, para o planejamento da prática a ser desenvolvida em sala de aula.

Nesse contexto, ao trabalhar com modelagem matemática, pode-se fazer a relação entre a teoria e a prática. E podendo ser reconhecido como um elo para contribuir no processo de ensino e aprendizagem. Portanto, desse modo o aluno pode ser analisado por meio de vários aspectos como o esforço, habilidades, raciocínio rápido, participação, trabalho em equipe, interesse, considerando o educando como um todo.

## **3 METODOLOGIA E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

Este capítulo é dedicado à apresentação da metodologia da pesquisa, dos procedimentos e instrumentos adotados para a investigação, o levantamento de dados durante a intervenção pedagógica e a análise dos dados obtidos.

### **3.1 Abordagem metodológica**

A metodologia de investigação empregada nesta pesquisa de estudo de caso foi de abordagem qualitativa. Para Silva e Menezes (2001) a interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa.

O estudo de caso de acordo com Ventura (2007, p. 1) pretende “investigar, como uma unidade, as características importantes para o objeto de estudo da pesquisa”.

Ainda segundo Yin (2005), estudo de caso é uma investigação empírica, um método que abrange tudo – planejamento, técnicas de coleta de dados e análise dos mesmos.

Segundo Goldenberg (1999), pelos métodos qualitativos podemos observar, diretamente, como cada indivíduo, grupo ou instituição experimenta, concretamente, a realidade pesquisada. Com base nessas ideias, definimos como principal objetivo desta investigação registrar, observar, compreender e analisar as principais habilidades desenvolvidas pelos alunos durante a prática pedagógica fundamentada

em pressupostos da modelagem matemática. Enfocamos o meio em que os alunos estão inseridos e a criação de modelos, respeitando o indivíduo e sua forma de compreender os fenômenos.

A abordagem qualitativa não somente expressa e quantifica os resultados obtidos, mas busca interpretá-los. Viecili (2006, p. 38) relata que “na pesquisa qualitativa o pesquisador procura reduzir a distância entre a teoria e os dados, entre o contexto e a ação, usando a lógica da compreensão dos fenômenos pela sua descrição e interpretação”.

Segundo Martins (2004), a variedade de material obtido qualitativamente exige do pesquisador uma capacidade integrativa e analítica que, por sua vez, depende do desenvolvimento de uma capacidade criadora e intuitiva para interpretar os dados coletados.

Foram utilizados três instrumentos diferentes para o levantamento de dados: observação da gravação por meio de vídeo das aulas (filmagem), portfólio redigido pelos alunos e questionário aplicado no final de todas as atividades realizadas, além das observações registradas pela professora.

Os avanços tecnológicos permitem melhorias no processo de observação das atividades realizadas em sala de aula favorecendo uma maior diversidade e riqueza de informações, por isso resolvemos fazer uso das filmagens para o levantamento de dados da pesquisa. Por meio da observação por filmagem, é possível captar sons e imagens que reduzem muitos aspectos que podem interferir na fidedignidade da coleta dos dados observados (PINHEIRO; KAKEHASHI; ANGELO, 2005). As filmagens feitas foram utilizadas a fim de obter informações para o levantamento de dados e a análise crítica das atividades propostas e realizadas.

O outro instrumento utilizado na pesquisa foi o portfólio, organizado pelas equipes dos alunos participantes da pesquisa. Nesse registro, os alunos descreveram e apresentaram o desenvolvimento das atividades propostas, fizeram uma análise da participação do grupo e avaliaram a aula. Trechos deste portfólio foram colocados no decorrer da apresentação e discussão dos dados para comprovar a participação dos alunos nas atividades propostas.

Ao final da prática, foi aplicado aos alunos um questionário para verificar suas opiniões quanto à pesquisa desenvolvida. Com a aplicação desse questionário, tivemos como objetivo obter dados para avaliar a proposta da pesquisa, considerando a questão norteadora no que se refere às habilidades contempladas na metodologia da modelagem matemática.

A prática foi desenvolvida na Escola Estadual de Ensino Médio São Lourenço, localizada no município de Coronel Pilar. Nessa escola a autora estudou desde o antigo Jardim de Infância até a 8ª série. Depois de concluir o Ensino Médio, curso profissionalizante do Magistério em outra cidade, voltou para a Escola, onde realizou o estágio com as crianças da 3ª série e, aproximadamente dois anos depois, começou a atuar como professora, trabalhando Matemática com alunos do Ensino Fundamental e Matemática e Física com o Ensino Médio. Portanto, considera que conhece a realidade dos alunos da Escola, pois, além de atuar como professora, atualmente exerce a função de vice-diretora no turno da noite. A Escola conta com aproximadamente 120 alunos, distribuídos no turno da tarde, da 5ª à 8ª série do Ensino Fundamental, e no turno da noite, com o Ensino Médio do 1º ao 3º ano.

Para a realização da pesquisa, foi escolhido o 2º ano do Ensino Médio devido ao apreço que a autora tem pelos alunos dessa turma, que possui um total de 15 alunos, 2 meninas e 13 meninos, dos quais a maioria são filhos de agricultores e vinicultores. Pelas conversas informais e comentários feitos pelos alunos, durante o dia, os mesmos ajudam seus pais nos trabalhos de casa e da agricultura em atividades como poda das parreiras, aviários, afazeres domésticos em geral. À noite vêm para a escola, que inicia suas atividades às 19 horas e termina às 23 horas. No geral, os alunos do 2º ano são responsáveis, bem-educados e atendem às ordens do professor quando solicitados.

Biembengut e Hein (2007) dizem que, antes do desenvolvimento da prática de modelagem, deve-se fazer uma análise, ou até mesmo um diagnóstico, de como é o aluno e sua vida, para assim trabalhar de maneira eficaz, adequando o conteúdo à realidade do mesmo.

As seções subsequentes apresentam, em ordem cronológica e detalhadamente, o relato da intervenção pedagógica, o objetivo de cada encontro,

bem como a análise dos dados obtidos.

### **3.2 Apresentação e discussão da intervenção pedagógica**

Com o objetivo de contemplar a metodologia apresentada para a pesquisa, foram realizados 17 encontros de dois períodos e 1 encontro de um período, de 45 minutos cada, com os alunos da turma N21. Normalmente, as aulas eram ministradas nos últimos períodos da noite. Nesses encontros, foram trabalhados os assuntos que compõem o conteúdo de geometria espacial para a construção do modelo almejado.

A seguir, transcrevemos as atividades que compõem cada um dos encontros da intervenção pedagógica e apresentamos os objetivos a que se almejou com a realização do encontro, a forma como transcorreu a aula, a participação e a atuação dos alunos nas atividades propostas, demonstrando o conceito construído e a discussão dos dados obtidos.

#### **3.2.1 Apresentação do projeto de pesquisa**

No primeiro encontro, foi apresentado aos alunos o projeto de pesquisa, assim como lhes foi entregue o termo de consentimento (APÊNDICE A) para regularizar a pesquisa, que possui como um dos instrumentos de coleta de dados a filmagem das aulas. Também foi realizada uma dinâmica de socialização.

O principal objetivo da dinâmica das cadeiras foi integrar a turma e desenvolver o espírito de trabalho em equipe. No desenvolvimento dessa dinâmica, os alunos foram colocados em uma fileira ao fundo da sala, de pé sobre suas cadeiras, e todos deveriam chegar até o outro extremo da sala, sem descerem das cadeiras. Percebeu-se que, durante a atividade, houve muito barulho, pois os alunos queriam andar sobre a própria cadeira e não se deram conta que, se pedissem ajuda ao colega, poderiam fazer uso de duas cadeiras para cumprir a tarefa de maneira

mais rápida e com menos dificuldades. Ao final, entenderam a importância do trabalho em equipe e outros valores como humildade e respeito com colegas e professores.

Na apresentação do projeto, foram enfocadas a forma de trabalho e a importância da participação individual e em equipe aos alunos participantes da pesquisa para a realização de um trabalho satisfatório e organizado.

O tema para a modelagem matemática foi escolhido pelo professor responsável pela pesquisa a fim de desenvolver o conteúdo programático da série que estão cursando. Pois, como afirmam Biembengut e Hein (2007), a modelagem matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo.

Para expor o tema aos alunos, foi apresentada a seguinte questão:

**“CORONEL PILAR, MINHA TERRA, MEU LUGAR!” Quais são as principais prioridades para que nosso município mantenha os jovens morando aqui, receba mais imigrantes para aumentar nossa população que está diminuindo e cative visitantes e turistas a fim de melhorar a renda do município?**

Na sequência solicitou-se que cada aluno elegeisse, individualmente, uma prioridade e, no encontro seguinte, a expresse ao grupo. Também oportunizou-se, no momento final da aula, um diálogo sobre o tema do projeto, indo ao encontro dos autores Biembengut e Hein (2007), que nomeiam essa etapa como a interação dos participantes com o tema da pesquisa a ser modelado.

### **3.2.2 Organização dos grupos e prioridades**

No segundo, encontro cada aluno apresentou sua prioridade, enfatizando o porquê da escolha e os ganhos que o município teria com essa proposta. Para os alunos é muito importante a participação e a oportunidade de realizar essas escolhas, pois, segundo Burak (2004), esse procedimento faz com que o aluno tenha uma interação com o que lhe é significativo e provocativo, sendo possível

somar e obter ganhos na aprendizagem desse indivíduo.

Na análise realizada, pode-se perceber que parte dos alunos demonstraram interesse pelas prioridades relacionadas à criação de empregos no município, pois disseram que o motivo principal de os jovens e suas famílias estarem buscando outras cidades para morar é a falta de emprego. Isso ocorre principalmente com os jovens que moram nas comunidades mais afastadas do município e não querem mais se dedicar agricultura, pois esta não oferece boas condições de sobrevivência no que se refere a custo, lucro e condições da propriedade. Outros alunos optaram pela construção de um espaço para lazer e pousadas para receber os turistas e visitantes que pelo nosso município.

Os alunos foram convidados a se organizar em equipes de trabalho para o desenvolvimento do projeto e decidir em qual das prioridades iriam trabalhar para a construção do modelo matemático que foi desenvolvido em paralelo ao conteúdo de geometria espacial e à construção da maquete.

Ficou nítida a dificuldade de socialização entre os alunos para a formação dos grupos e a realização de um trabalho em equipe, pois houve certa resistência nesse momento. Como se optou por não interferir nessa etapa, permitiu-se que as equipes tivessem números diferentes de participantes. Os alunos demonstraram que, formando equipes com alguns colegas, iriam sentir-se mais à vontade para a realização do trabalho do que com outros.

Após a organização dos alunos em grupos, foi analisada e escolhida pelo grupo a prioridade que seria desenvolvida na proposta da modelagem matemática. Durante essa etapa da atividade, percebeu-se que os alunos estavam mais socializados e à vontade para discutir em equipe o que iriam escolher para trabalhar, surgiram muitas hipóteses, ideias que demonstraram, satisfação, motivação e envolvimento particular de cada um deles por estarem participando das atividades.

Na continuidade, apresentaram-se os grupos de trabalho e sua respectiva prioridade, sendo que se optou por codificar os alunos participantes como A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14 e A15 para manter o anonimato.

Grupos	Alunos	Prioridade
1	A1; A2; A3; A4	Rotas turísticas, <i>camping</i> e trilhas...
2	A5; A6; A7	Pousada
3	A8; A9	Cantina de suco de uva
4	A10; A11	Escola agrícola
5	A12; A13; A14; A15	Centro industrial com geração de emprego

Quadro 2 – Grupos de trabalho

Fonte: Elaborado pela autora.

No que se refere às opções que cada grupo fez, pode-se verificar que foram originais e não se preocuparam com a escolha dos outros colegas. Assim, surgiram ideias diferenciadas e muito criativas. O grupo 1 optou pela criação de rotas turísticas pensando na diversão dos munícipes e dos visitantes.

O grupo 2 também se preocupou com a acomodação dos turistas e visitantes quando escolheu trabalhar com a criação de uma pousada.

Já os grupos 3 e 4 decidiram relacionar suas escolhas ao cultivo da uva, que representa uma das principais culturas do município. O grupo 3 decidiu que seria bom para o município a instalação de uma fábrica de suco para que os produtores de uva não precisassem se deslocar tão longe a fim de vender sua produção, além de uma empresa gerar renda para o município.

E o grupo 4 optou por organizar uma escola agrícola com o intuito de preparar os jovens para lidar com o cultivo da uva, já agregando a teoria à prática.

O grupo 5 avançou um pouco mais e resolveu construir um centro industrial com fábricas e uma pequena vila, onde os moradores teriam acesso a mercados, diversão e educação.

Cabe aqui resgatar a justificativa de um dos grupos quanto a escolha da prioridade. O grupo 5 fez a seguinte afirmação: *Nós chegamos à conclusão que, com uma indústria, o mercado de trabalho cresceria e a consequência seria a vinda de pessoas pra cá e manteria os jovens aqui no município. Assim cresceria a população e teria um bom mercado de trabalho.*

Na análise realizada, acredita-se que os alunos realmente fizeram suas escolhas pautadas nas necessidades que o município apresenta para poder crescer em vários aspectos, como lazer, empregos e educação.

Como bem expressa Biembengut e Hein (2007), por meio da modelagem o professor deve desenvolver no aluno a autonomia e a responsabilidade pelo direcionamento do trabalho a ser desenvolvido. A partir da escolha das prioridades os alunos optaram trabalhar com temas do seu interesse.

### 3.2.3 Esboço da maquete

No terceiro encontro, os alunos foram convidados a assistir ao documentário intitulado “A Matemática e a construção”, com o intuito de mostrar-lhes atividades contextualizadas, possibilitando a prática da modelagem matemática. Em seguida, foi promovida uma conversa sobre o tema do vídeo enfocando a importância da Matemática e sua aplicação na construção civil. Para finalizar esse momento, solicitou-se aos alunos que relatassem o que lhes chamou mais atenção e justificassem.

É possível relatar algumas falas dos alunos:

*- O pedreiro precisa saber fazer cálculos e medir corretamente, porque, para construir, ele precisa saber interpretar a planta baixa para construir a casa real, a quantidade de cada material a ser utilizado para calcular o valor da construção (A8).*

*- Normalmente as pessoas não se dão por conta que utilizam tanto a Matemática no seu dia a dia pois não registram tudo o que fazem de cálculos mentais, observações e estimativas relacionadas aos diferentes assuntos da sua vida cotidiana. Com este vídeo, pude perceber o quanto a Matemática, em especial os cálculos simples como somar, multiplicar e a geometria, fazem parte do dia a dia de pedreiros e engenheiros (A12).*

*- Quando o engenheiro projeta a obra, ele precisa saber do cliente suas preferências para depois elaborar uma planta baixa com todos os cômodos e espaços da casa ou prédio e, a partir da planta baixa o pedreiro deverá saber como deverá prosseguir para construir de acordo com o que o engenheiro projetou, então ele deve levar em consideração medidas, quantidades de materiais, cálculo de áreas*

(A11).

Pelas falas dos alunos, constatou-se que eles reconheceram a importância da Matemática na construção civil e os diferentes conceitos matemáticos aplicados na profissão de pedreiros e engenheiros.

No segundo período de aula desse encontro, os alunos foram convidados a representarem, por meio de desenhos, como seriam suas maquetes (APÊNDICE B), analisando os detalhes e os materiais a serem utilizados na confecção da mesma. Foi possível constatar que, durante esta atividade, os alunos demonstraram interesse e levantaram várias hipóteses para a execução do trabalho. Vejamos algumas falas:

*- Ah! Podemos fazer um centro industrial e depois colocar a iluminação, iria ficar muito legal! (A13)*

*- Ah! Ficaria interessante se fizéssemos nossa pousada com madeira e na cobertura colocássemos a piscina! (A7)*

Através da avaliação dos grupos, tornou-se possível verificar que a atividade foi realizada com empenho e interesse pelos alunos, alegando estarem gostando do projeto. Soares (2010) destaca a importância de propor aos alunos atividades que promovam a aprendizagem de maneira prazerosa e diferenciada.

O Grupo 5 expressou o seguinte:

*- ... as imaginações foram grandes e o pensamento voou para imaginar a indústria.*

Os alunos demonstraram interesse e muita animação com a ideia de confeccionarem uma maquete, discutiram sobre o que iriam utilizar, como poderiam fazer algo diferenciado e criativo. Surgiram vários comentários como:

*- Vamos utilizar madeira para fazer nossa maquete.*

*- Podemos iluminar nossa cidade industrial. Vai ficar legal!*

*- Vamos ver a possibilidade de fazermos um açude em nosso camping com*

*uma tirolesa.*

Os autores Sukow e Estephan (2009?) afirmam que a modelagem matemática incentiva a participação ativa do aluno, contribuindo na construção do aprendizado e estimulando a criatividade.

### **3.2.4 Planta baixa da maquete**

Para o quarto encontro, o objetivo foi planejar a construção da planta baixa do projeto que seria elaborado. Para estimular a criatividade dos alunos, fizeram-se os seguintes questionamentos:

- 1- Qual a importância da planta baixa para a execução de um projeto?
- 2- E as escalas contribuem em que sentido?
- 3- Que figuras geométricas planas aparecerão em suas plantas baixas?

A partir das respostas dos alunos, pode-se constatar que para eles a planta baixa representa o desenho da construção em tamanho reduzido. Na continuidade, cada grupo fez o desenho da planta baixa da maquete em papel pardo, a partir das medidas reais que foram transformadas através de cálculos para reduzir essas medidas.

Durante esta aula, os alunos analisaram qual seria a escala ideal para a construção da maquete de cada grupo, que efetuou as transformações necessárias das medidas em metros para a medida em centímetros, a fim de que a maquete fosse confeccionada em proporção das medidas reais para o imaginário. Foram realizados os cálculos através da regra de três simples para fazer o desenho da planta baixa, como consta no registro dos alunos apresentado na Figura 2.

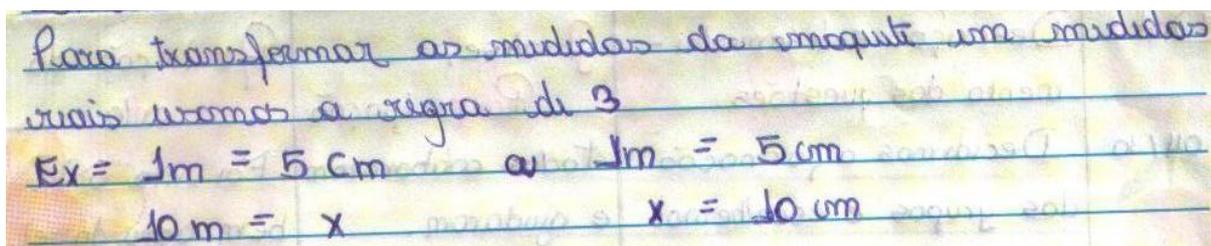


Figura 2 - Cálculo da regra de três simples

Fonte: Registro do aluno A5.

No registro acima, percebe-se que os alunos normalmente realizavam as atividades e participavam das aulas, porém, no momento de redigir algum cálculo ou conclusão, havia uma certa dificuldade. Então, nesse caso, normalmente solicitava-se que os alunos explicassem oralmente qual seria seu raciocínio. Vejamos uma dessas explicações:

*- Foram analisadas diferentes hipóteses para se escolher a escala adequada a ser utilizada em nossa maquete. Se considerarmos que cada 1 metro no real equivale a 5 centímetros no desenho, teríamos que 10 metros no real seriam 50 centímetros no desenho ou também seria possível considerar que 1 metro no real e 5 centímetros no desenho. Considerando 10 centímetros no desenho, teríamos 2 metros no real. Para nossa maquete, escolhemos que cada 1 metro no real equivale a 5 centímetros no desenho da planta baixa e assim também será na construção da maquete (A7).*

De acordo com a explanação dos alunos, durante a análise da escala adequada para a confecção da maquete, verificou-se que eles tinham noção do tamanho da maquete que iriam construir e que dependeria da escala que cada grupo escolhesse para facilitar no momento em que iriam passar as medidas da planta baixa para o seu modelo real.

Nesta aula os alunos realmente se empenharam na tarefa proposta e os resultados foram satisfatórios. Vejamos alguns comentários:

- A aula rendeu, o projeto começou a sair da cabeça e ir para o papel! (A15)*
- ..., pois conseguimos nos organizar melhor (A1).*

- *Todos expuseram sua opinião e colaboraram (A3).*

Antunes (2001) expressa que o professor deve fazer da sala de aula um ambiente de estímulo na qual o aluno seja provocado “aprender a aprender” e o professor possa reconhecer, analisar e refletir sobre sua atuação como educador.

### **3.2.5 Conhecimentos sobre área das figuras planas e porcentagem**

Para o quinto encontro, foram traçados os seguintes objetivos:

- realizar um levantamento do conceito de áreas de figuras planas e porcentagem aliadas ao trabalho que está sendo realizado;
- calcular a área total da maquete que irão confeccionar;
- fazer relações quanto à área construída, gramado, hortas e outras coisas.

Apresentamos um trecho da conversação realizada com os alunos:

- Quais são as figuras geométricas planas que podem ser visualizadas em suas maquetes? (professora)
  - *Retângulos, círculos, quadrados, trapézios e triângulos (alunos).*
- Em que partes das maquetes estão representadas? (professora)
  - *Nos pisos, nas paredes, açude... (alunos)*
- Como podemos calcular a área de uma figura plana? (professora)
  - *Em se tratando do retângulo, quadrado é preciso saber quanto mede seus lados e basta multiplicar (alunos).*

Durante as falas dos alunos, percebeu-se que a maioria deles já havia construído o conceito de área das figuras planas. Convém mencionar que alguns alunos demonstraram uma certa resistência em interagir e participar durante a conversação.

Bassanezi (2010), Biembengut e Hein (2007) consideram a modelagem um processo que aproxima a Matemática contida na realidade do aluno e a Matemática formal abstraída durante as aulas da disciplina.

Com a finalização da representação da planta baixa, cada grupo fez verificação das áreas e porcentagens utilizadas em todo o espaço da maquete. Conforme apresentado na Figura 3, a área total foi destinada para diferentes finalidades, que podem ser apreciadas no gráfico a seguir:

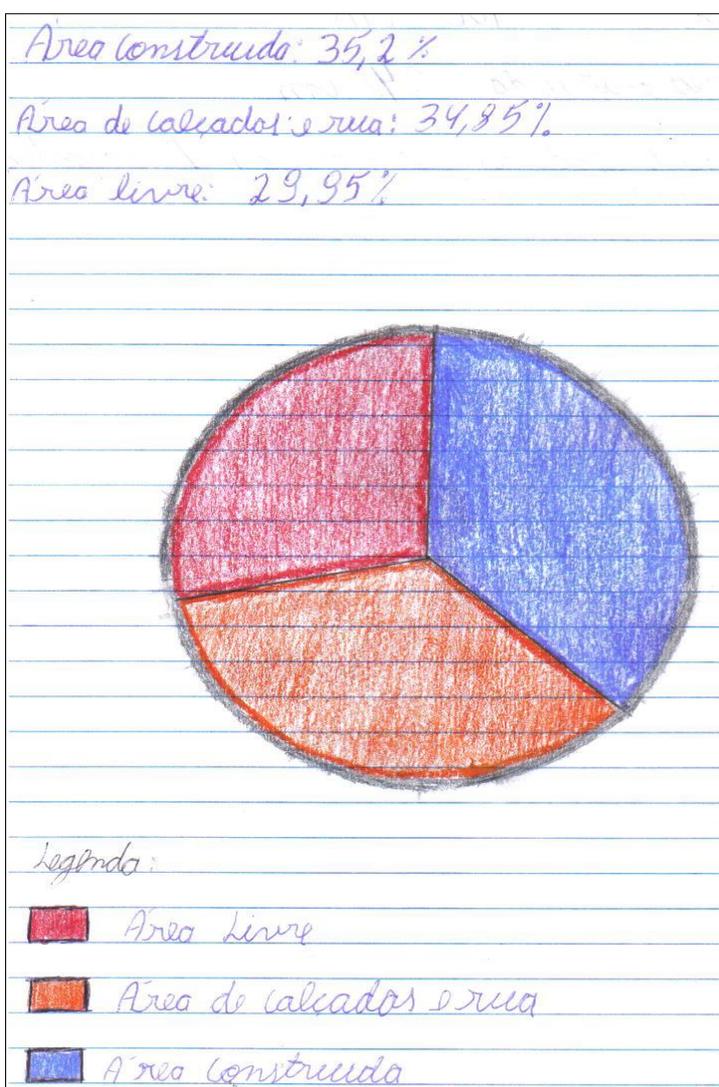


Figura 3- Gráfico da área construída

Fonte: Registro do aluno A7.

Nessa atividade, constatou-se que os alunos fizeram os cálculos das áreas aproveitadas em suas maquetes mentalmente e colocaram somente a síntese do que foi solicitado na atividade proposta.

Ávila (2010) o ensino da Matemática é justificado pela intensidade de diferentes processos de criatividade, permitindo ao aluno o desenvolvimento e o exercício de suas faculdades intelectuais.

### **3.2.6 Estimativa do piso ou madeira**

No sexto encontro, prevíamos que os alunos estimassem a quantidade de azulejo necessária para o espaço de sua construção ou alguma parte da maquete que seria construída. Para verificar essa quantidade, os alunos demonstraram seu conhecimento em relação à área de uma figura geométrica plana, conforme podemos verificar na fala de um aluno.

*Ah! Para calcular a quantidade de azulejo, é necessário saber as medidas do comprimento e da largura do espaço que irá ser revestido e depois multiplicar as duas medidas (A7).*

Pela atuação dos alunos, deduziu-se que eles dominavam o conhecimento para analisar e calcular a quantidade de piso ou madeira para revestir algum cômodo da construção. Considera-se importante o reconhecimento dos conhecimentos prévios dos alunos.

### **3.2.7 Construção da maquete**

No sétimo encontro, o objetivo principal foi dar início à construção da maquete fazendo uso dos materiais alternativos que cada grupo de trabalho providenciou, transferindo os dados da planta baixa (APÊNDICE C). A Figura 4 e 5 representa os alunos começando a montagem da maquete.



Figura 4 – Início da montagem da maquete

Fonte: Arquivo da autora.



Figura 5 - Início da montagem da maquete

Fonte: Arquivo da autora.

Durante essa atividade, percebeu-se o envolvimento, a cooperação de todos os indivíduos de cada grupo para realizar um bom trabalho. Os alunos tinham como principal tarefa construir a maquete utilizando a escala da planta baixa elaborada por eles. Então, no início, todos os componentes de cada equipe estavam medindo e demarcando as medidas para depois dar continuidade à confecção da maquete.

Os alunos demonstraram um envolvimento assíduo durante o desenvolvimento desta etapa da pesquisa, pois primeiramente mediram e fizeram o esboço inicial com régua e lápis sobre a base da maquete de isopor e um dos grupos sobre a base de madeira. Apresentamos na Figura 6 e 7 parte do material inicial utilizado para iniciar as atividades para a confecção da maquete.

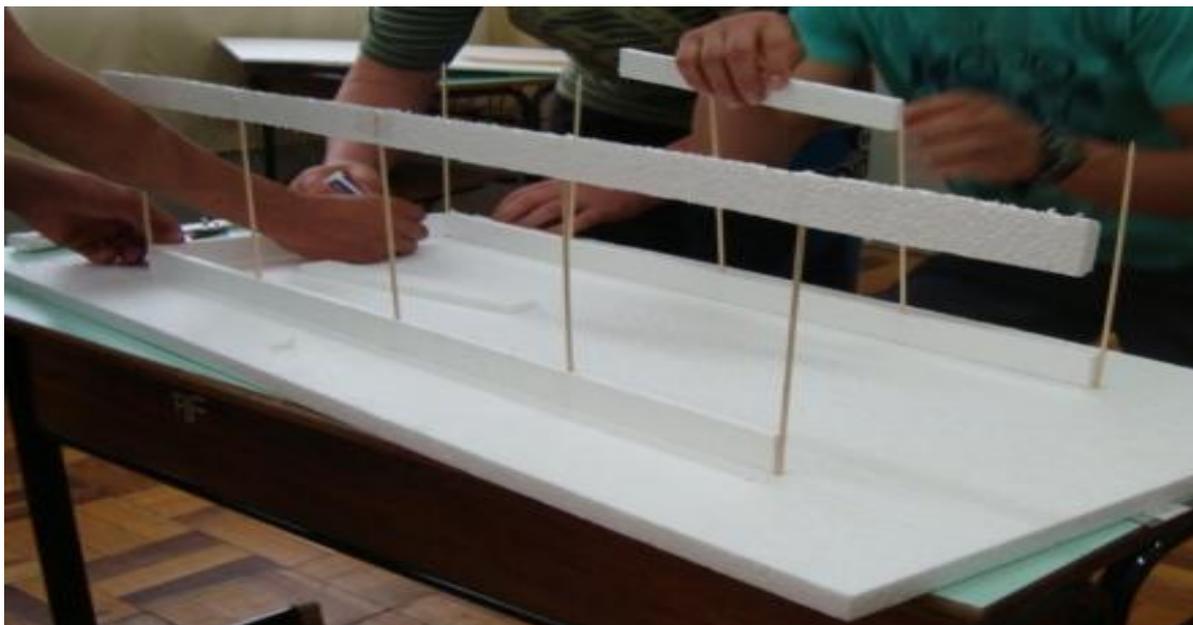


Figura 6 – Material para confecção da maquete

Fonte: Arquivo da autora.



Figura 7 - Material para confecção da maquete

Fonte: Arquivo da autora.

A partir dessa tarefa, foi constatado que os alunos participam, envolvem-se com muita motivação nas atividades que são desenvolvidas na prática, em que eles podem manusear o material concreto para depois chegar a um resultado visível.

Como afirmam Biembengut e Hein (2007, p. 59) “O trabalho artesanal tem um papel muito especial. É nesse clima descontraído que se pode avaliar a aprendizagem dos conceitos matemáticos”. Percebeu-se que os alunos apresentavam habilidades diferentes, mas houve cooperação entre os participantes das equipes que desenvolveram a tarefa com êxito.

### 3.2.8 Introdução à geometria espacial

No oitavo encontro, foram elencados os seguintes objetivos:

- identificar sólido geométrico como uma figura tridimensional e classificar os sólidos em poliedros e corpos redondos;
- identificar as propriedades dos prismas;
- calcular a área do prisma.

A partir da conversação e das constatações feitas pelos alunos, foi construído com eles o conceito de sólidos geométricos: *“Nome dado a objetos que nos rodeiam e fazem parte de nosso cotidiano nas construções, embalagens de produtos e artes, ocupando lugar no espaço. São exemplos de sólidos geométricos prismas, cubo, pirâmide, cone, esfera[...]”*.

Após os alunos terem identificado as principais características do sólido geométrico chamado prisma, puderam reconhecer que o tijolo pertence a esse grupo. Verificaram que o tijolo está presente em muitas construções.

Pode-se dizer que todos os alunos da turma compreenderam como calcular a área de um prisma a partir de suas falas e registros. Foi verificado que um prisma possui faces retangulares iguais de duas em duas. E para calcular a área total descreveram a seguinte sentença matemática:

$A = 2 \cdot (ab + ac + bc)$ , conforme apresentado na Figura 8.

**Fórmula**

$$A = 2 \cdot (ab + ac + bc)$$

**Área total do tijolo**

$$A = 2 \cdot (23,5 \cdot 5 + 23,5 \cdot 11 + 5 \cdot 11)$$

$$A = 2 \cdot (117,5 + 258,5 + 55)$$

$$A = 2 \cdot 431$$

$$A = 862 \text{ cm}^2$$

The diagram shows a 3D perspective of a brick with dimensions labeled: length is 23,5 cm, height is 5 cm, and width is 11 cm. The letter 'A' is written above the brick, indicating the surface area to be calculated.

Figura 8 - Área total do tijolo

Fonte: Registro do aluno A1.

Após o cálculo da área total do tijolo, os alunos foram questionados sobre a quantidade de tijolos utilizados para construir  $1\text{m}^2$  de parede de uma construção de acordo com as medidas do tijolo de barro maciço ( $5\text{cm} \times 11\text{cm} \times 23,5\text{cm}$ ).

Para realizar esse cálculo, os alunos chegaram à conclusão que, se o tijolo for colocado deitado, serão necessárias as medidas do comprimento e da altura:

$$1\text{m}^2 / (0,235\text{m} \times 0,05\text{m}) = 85,1$$

Então, considera-se que são necessários aproximadamente 86 tijolos por  $\text{m}^2$ .

Cabe considerar o comentário do aluno A7 quando, durante a conversa, expõe a seguinte ideia: “É preciso calcular a área da face frontal do tijolo. Se for colocado deitado, considera-se o comprimento de 23,5 cm e a altura do tijolo de 5 cm e depois dividir  $1\text{m}^2$  por esta área calculada”.

Conforme consta no registro da Figura 9.

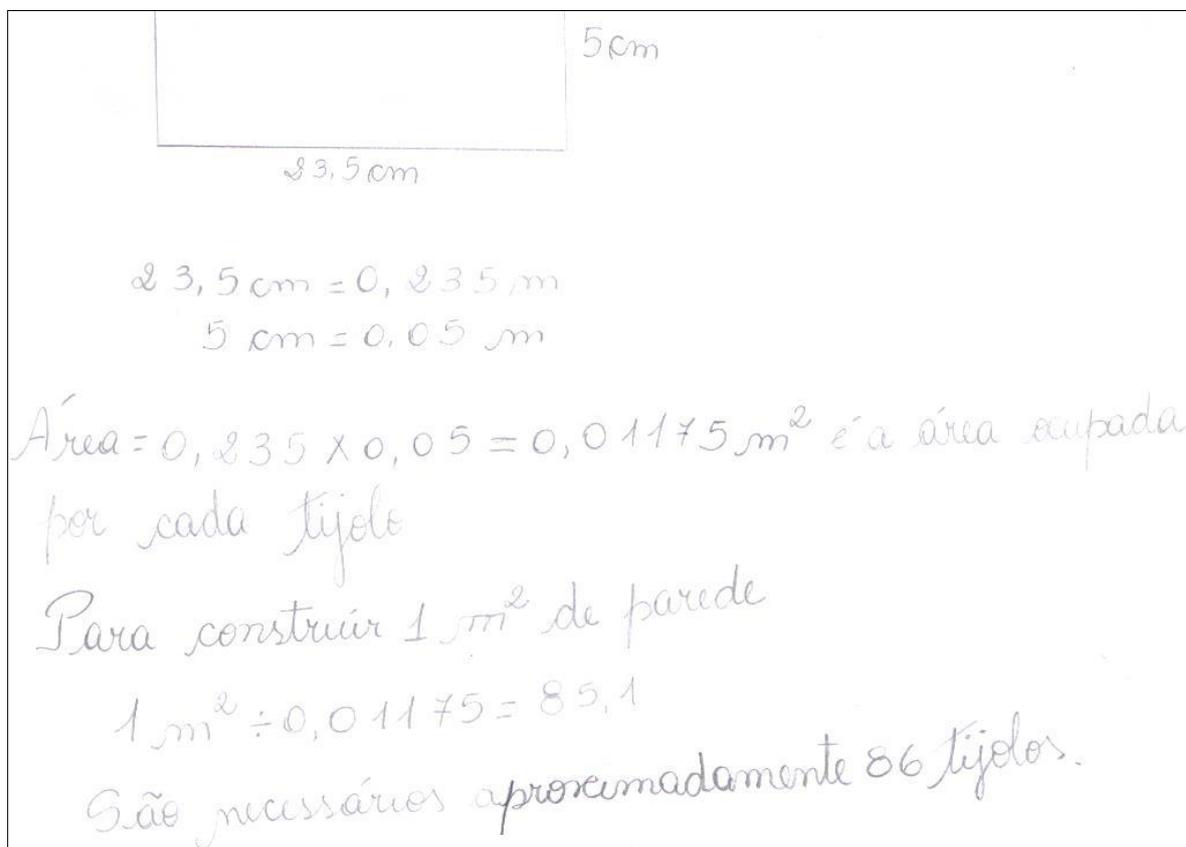


Diagrama de um tijolo com dimensões:

- Comprimento:  $23,5 \text{ cm}$
- Largura:  $5 \text{ cm}$

Conversões:

- $23,5 \text{ cm} = 0,235 \text{ m}$
- $5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$

Área =  $0,235 \times 0,05 = 0,01175 \text{ m}^2$  é a área ocupada por cada tijolo

Para construir  $1 \text{ m}^2$  de parede

$$1 \text{ m}^2 \div 0,01175 = 85,1$$

São necessários aproximadamente 86 tijolos.

Figura 9 – Quantidade de tijolos

Fonte: Registro do aluno A9.

Pelos registros analisados, observa-se que os alunos chegaram às conclusões esperadas, ou seja, verificaram quantos tijolos são necessários para cobrir  $1 \text{ m}^2$ .

Concordamos com Bassanezi (2010, p. 24) ao manifestar que a modelagem é eficiente quando o professor estiver consciente de que está “trabalhando com aproximações da realidade” do aluno. Dessa maneira, haverá mais interesse e motivação da parte dos alunos por estarem desenvolvendo uma proposta que está fortemente ligada ao seu dia a dia. Assim, o aluno é estimulado a gostar mais de Matemática e obter melhores resultados no seu aprendizado.

### 3.2.9 Volume do prisma

O objetivo do nono encontro, foi calcular o volume do prisma, sendo que as atividades desse encontro foram elaboradas com a pretensão de que os alunos calculassem a quantidade de água que uma caixa d'água poderia armazenar em seu interior.

A partir do levantamento feito pelos alunos, os quais verificaram os tipos de caixas d'água que possuíam em suas residências, foi possível constatar diferentes tipos, sendo que algumas pertenciam ao grupo dos prismas. A partir dessa constatação, os alunos foram questionados sobre como deveriam prosseguir para calcular o volume de uma caixa d'água que tivesse esse formato de prisma. Na Figura 10, segue o cálculo do volume de uma caixa d'água que o aluno A6 possui em casa.

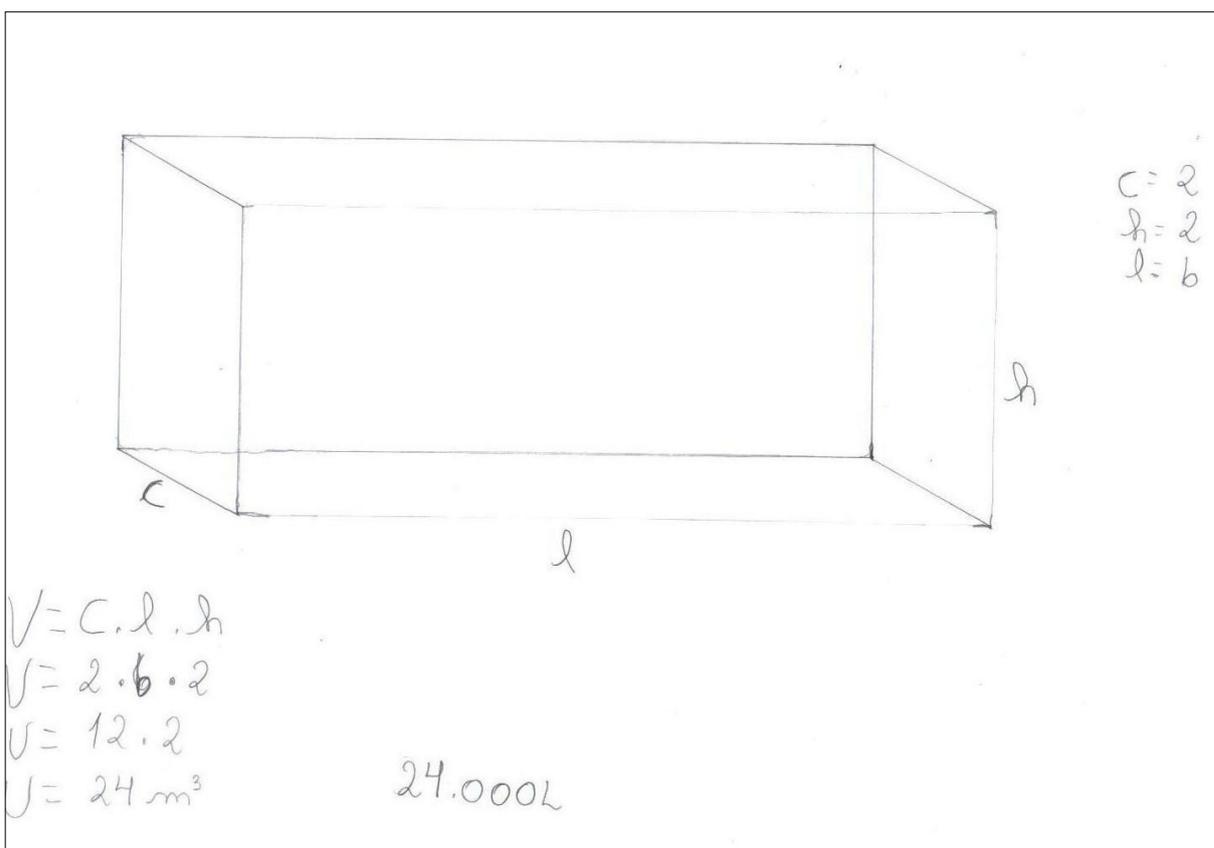


Figura 10 - Cálculo do volume da caixa d'água

Fonte: Registro do aluno A5.

Pelas respostas dos alunos, acredita-se que entenderam como calcular o volume de um prisma, pois multiplicaram as medidas do comprimento, largura

(profundidade) e altura apresentando a resposta em m<sup>3</sup> e litros.

A partir deste encontro é possível salientar que “estimular a participação de todos os alunos é um meio de torná-los co-responsáveis pelo aprendizado”! Biembengut e Hein (2007, p. 32). Considerando que o aluno converteu os dados referentes ao seu cotidiano em algoritmos que fazem parte do conteúdo desenvolvido nesta aula.

### 3.2.10 A maquete

Durante o décimo encontro, os alunos, em equipe, dedicaram-se à dar continuidade a construção da maquete. Segue na Figura 11 o registro da confecção das maquetes.



Figura 11 - Construção das maquetes

Fonte: Arquivo da autora.

Foi evidente a participação dos alunos na realização das tarefas de

construção da maquete. De acordo com Bassanezi (2010) “a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações”. E mais, o aluno pode vislumbrar novas alternativas e possibilidades para sua formação futura através dessas vivências diferenciadas que podem ser trabalhadas no ambiente escola.

### **3.2.11 Pirâmides**

O objetivo principal do décimo primeiro encontro, previa que os alunos respondessem às perguntas sobre pirâmides por meio de uma busca utilizando a internet como instrumento de informação.

1- Quais foram os motivos pelas quais as pirâmides do Egito foram construídas?

2- Matematicamente, quais as relações, os cálculos e a geometria utilizada nas construções das pirâmides?

3- Quais as vantagens e desvantagens desta construção?

4- Como calcular a área das pirâmides?

5- Faça uma relação entre o princípio de Cavalieri e o volume das pirâmides.

Durante o andamento da aula, observou-se que nem todos os alunos estavam participando e realizando a tarefa proposta. Foram convidados por inúmeras vezes a participar da aula, porém não foram atendidas as solicitações.

O trabalho foi realizado em equipe, como Demo (2003) afirma “é muito importante buscar o equilíbrio entre trabalho individual e coletivo, compondo jeitosamente o sujeito consciente com o sujeito solidário”. Este desafio necessita de uma proposta de trabalho com os alunos e colaboração de todos para consolidar os objetivos do trabalho em equipe que retrata a participação do indivíduo na sociedade.

### 3.2.12 Apresentação do trabalho sobre pirâmides

O décimo segundo encontro, tinha como principal objetivo a apresentação dos trabalhos realizados pelos alunos sobre pirâmides e o cálculo da área e do volume de uma pirâmide, porém parte dos objetivos dessa aula não foram alcançados pelo fato de que nem todos os grupos tinham em mãos o trabalho para apresentar. Somente dois grupos o apresentaram (APÊNDICE D e E).

Durante a apresentação dos grupos, observou-se que todos se mostravam atentos aos relatos dos colegas e da professora. E também os alunos participaram em vários momentos, tornando a aula muito produtiva e agradável.

Como atividade final desse encontro, os alunos foram convidados a calcular a área da base, a área lateral e o volume da pirâmide, com base quadrada de 35 metros de lado e 20,6 metros de altura localizada no Museu o Louvre, em Paris. A partir da situação-problema, foram obtidos os seguintes resultados, que estão registrados na Figura 12.

Área da base

Base quadrada de 35m de lado

$$A_b = l^2$$

$$A_b = 35^2$$

$$A_b = 1225 \text{ m}^2$$

Área lateral

$$A_L = 4 \cdot a_{\Delta}$$

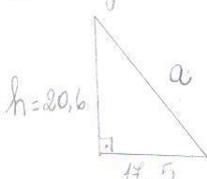
$$A_L = 4 \cdot \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_L = 4 \cdot \frac{(35 \cdot 27)}{2}$$

$$A_L = 4 \cdot 472,5$$

$$A_L = 1890 \text{ m}^2$$

Cada face da pirâmide é um triângulo isóceles



$$a^2 = (20,6)^2 + (17,5)^2$$

$$a = \sqrt{424,36 + 306,25}$$

$$a \approx 27 \text{ m}$$

$a \approx 27 \text{ m}$  é a altura do triângulo isóceles que pertence a face lateral da pirâmide.

Volume da pirâmide

$$V^P = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

$$V^P = \frac{1}{3} \cdot 1225 \cdot 20,6$$

$$V^P = 8411,7 \text{ m}^3$$

Figura 12 - Cálculo da área da base, área lateral e do volume da pirâmide do Louvre

Fonte: Registro do aluno A13.

Percebemos que, durante essa atividade, os alunos fizeram uso de outros exemplos do livro e do trabalho realizado sobre pirâmides. Solicitou-se que os

alunos explicassem como calcularam a área de uma face lateral:

*- Primeiramente identificamos que cada face lateral representava um triângulo e com as medidas dos lados diferentes (A3).*

*- Para calcularmos a área de um triângulo isóceles precisamos saber a sua altura, então, como se sabe que a altura é de 20,6 m e que a base da pirâmide tem 35m como medida do lado, então recorremos ao teorema de Pitágoras, e, depois de descobrir a altura do triângulo calculamos a área lateral da pirâmide (A13, A14).*

A Figura 14 representa esse raciocínio.

Pode-se perceber que a maioria dos alunos reconheceram que deveriam calcular a área do triângulo para calcular a área da face lateral da pirâmide. Notou-se também que o trabalho em grupo favorece o diálogo e a discussão sobre as atividades propostas, vindo a ser um ponto positivo para o aprendizado do aluno.

De acordo com Bassanezi (2010) é importante no desenvolvimento da modelagem seguir as etapas pelas quais o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Assim contempla-se diversos objetivos propostos pela modelagem além constituir um elo entre a Matemática formal e sua aplicação, tendo como base a participação do aluno vinculando a sua realidade com os conteúdos da disciplina.

### **3.2.13 Área do cone**

Para o décimo terceiro encontro, elencamos os seguintes objetivos:

- reconhecer as características e os elementos do cone;
- organizar, por meio de observações, deduções e questionamentos, o conceito da área do cone;
- construir um cone adequado para um chalé de uma maquete.

Segue abaixo um trecho inicial do diálogo realizado com os alunos:

- Onde podemos visualizar em nosso dia a dia objetos, elementos que têm forma semelhante à do cone? (professora)

- *Em casquinhas de sorvete, chapéus de aniversário, funil* (alunos).

- Qual a diferença entre uma pirâmide e o cone? (professora)

- *A pirâmide possui como base um polígono e suas faces laterais são triângulos, sendo que o cone é até parecido, mas possui como base a circunferência e a lateral é um setor circular* (alunos).

- Como poderemos calcular a área da base? (professora)

- *Como a base é uma circunferência, devemos calcular a área do círculo* (alunos).

- Como calcular a área de um círculo? (professora)

- *Com a fórmula da área igual a pi vezes o raio elevado ao quadrado ( $A = \pi r^2$ )* (alunos).

- E a área lateral de um cone? (professora)

- *Deve ser uma fórmula semelhante à do círculo, pois possui uma pequena semelhança com o círculo* (alunos).

A pedido da professora, um aluno planificou um chapéu de aniversário de criança e foram realizados os seguintes questionamentos:

- O que é possível observar na superfície lateral? (professora)

- *Que uma das partes é arredondada* (alunos).

- Essa forma arredondada da lateral do cone é chamada de setor circular (professora).

- E como calcular a área do setor circular? (professora)

Na continuidade do diálogo, foram apresentados, com o auxílio de lâminas em *power point* os elementos do cone e o cálculo da área lateral.

Foi constatado, no decorrer dos últimos encontros, que um dos grupos representou suas casas do tipo chalé com telhado seria feito em forma de cone. E, levando em consideração esse detalhe, os alunos foram instigados a calcular quantos  $\text{cm}^2$  seriam necessários para fazer o telhado de um chalé da maquete dos colegas. Segue o registro da confecção dos cones para os chalés do grupo 1 na Figura 13.

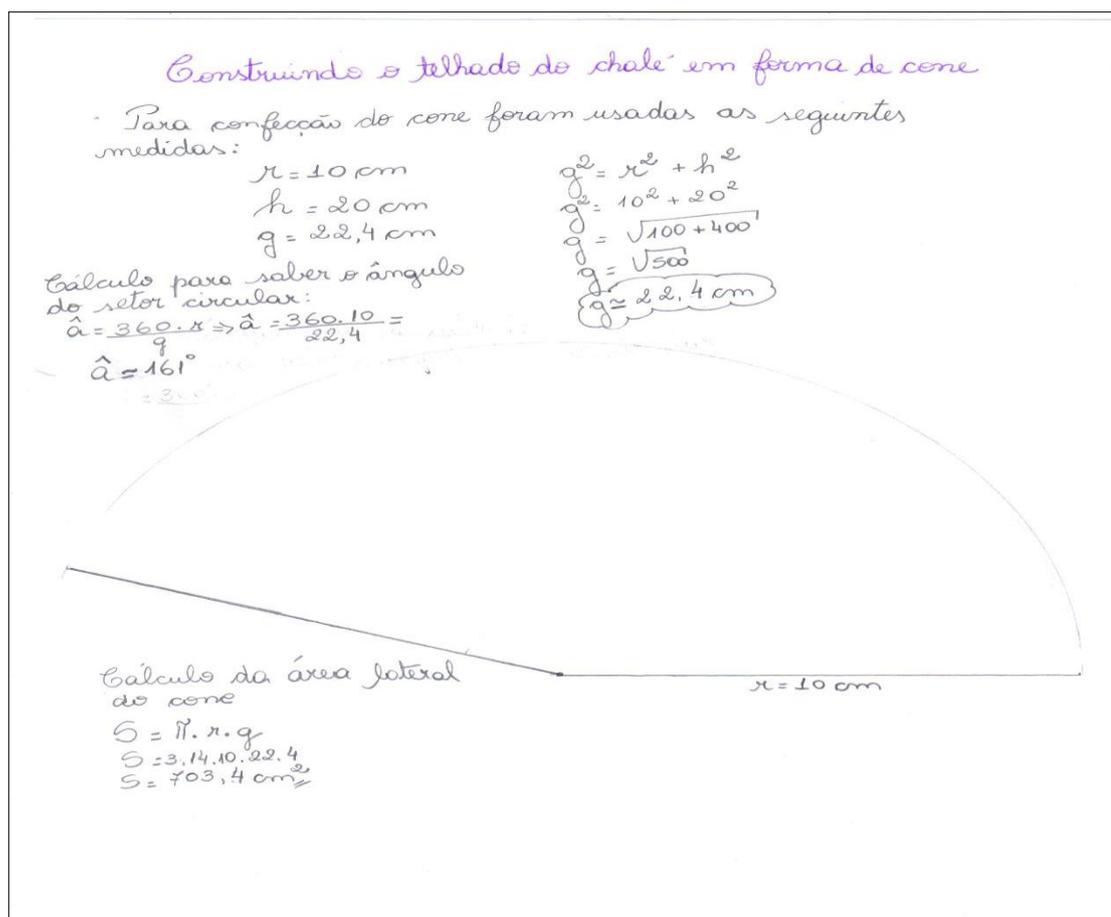


Figura 13 - Confecção e área do cone

Fonte: Registro do grupo 1.

Pelos registros analisados, constatou-se que os alunos obtiveram resultados satisfatórios, após a realização da atividade que foi resultado da interação dos alunos para a solução do problema inicial que foi calcular a quantidade de papel necessária para a confecção do cone que seria utilizado como telhado para o chalé da maquete de um dos grupos da pesquisa.

A interpretação dos dados obtidos durante as tarefas possibilitou verificar a importância de desafiar e questionar o aluno a fim de contribuir com o

desenvolvimento de sua criatividade e o aperfeiçoamento de suas habilidades, como afirma Bassanezi (2010, p. 292): “[...] a aprendizagem de Matemática é um movimento permanentemente ativo e criativo [...]”, então podemos considerar que estamos constantemente envolvidos com a Matemática no cotidiano e no ambiente de sala de aula, em disciplinas específicas como, por exemplo, a Matemática e a Física, entre outras. Daí a importância de o professor conhecer a realidade em que o aluno está inserido a fim de ter subsídios para planejar a prática de acordo com os interesses dos alunos.

### 3.2.14 Volume do cone

No décimo quarto encontro, o principal objetivo era calcular o volume do cone. Os alunos foram questionados sobre como calcularam o volume de uma pirâmide e obteve-se a seguinte resposta:

- *O volume da pirâmide é igual a um terço da área da base vezes sua altura (A8).*

- Então como vocês calculariam o volume do cone? (Professora)

- *Da mesma forma, porém agora a base do cone é um círculo, então precisamos saber calcular a sua área (A12).*

Conforme o registro da Figura 16, percebeu-se que os alunos tiveram facilidade para compreender como calcular o volume do cone.

*Cálculo do volume do cone*

Consideramos as medidas utilizadas para a confecção do cone:

$r = 10 \text{ cm}$   
 $h = 20 \text{ cm}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 10^2 \cdot 20$$

$$V = 2093,33 \text{ cm}^3$$

\* Para calcularmos o volume do cone precisamos saber a área da base e a altura do cone.

Figura 14 – Volume do cone

Fonte: Registro do aluno A13.

Os alunos consideraram o conhecimento que tinham a respeito do volume de uma pirâmide, a partir desses dados foi verificado como calcular o volume do cone.

### 3.2.15 Maquete

O décimo quinto encontro, foi realizado com o objetivo de finalizar a maquete como sendo o modelo do estudo realizado durante o trabalho de pesquisa. Como expressa Biembengut e Hein (2007) é melhor estabelecer aulas somente para a confecção da maquete. Segue a Figura 15 com imagens do grupo 2 finalizando sua maquete.



Figura 15 - Finalização da maquete do grupo 2

Fonte: Arquivo da autora.

A finalização da maquete foi contemplada dentro do tempo esperado, e todos os grupos idealizaram seu trabalho de forma positiva e com êxito, como consta em algumas falas dos alunos.

*Após muita dedicação e trabalho, estamos felizes por estarmos terminando nossa maquete (A6).*

*Pude perceber que, durante a confecção da maquete, foram realizadas outras atividades em paralelo que possibilitaram compreender melhor o conteúdo sobre geometria espacial (A10).*

Segundo Antunes (2001) o trabalho com diferentes habilidades significa integrar a ação escolar e o cotidiano dos alunos, buscando apresentar aos educandos que os questionamentos e as dúvidas são mais importantes que as respostas, possibilitando assim a construção da aprendizagem a partir do conhecimento e experiências que o aluno traz de sua vivência.

### 3.2.16 Apresentação do trabalho

No décimo sexto encontro, o objetivo principal foi analisar o modelo construído pelos alunos a partir da situação que lhes foi apresentada no início da pesquisa, verificando de maneira sucinta como os alunos conduziram a apresentação final da maquete e o que eles iriam compartilhar com os demais colegas e professores referente à participação no projeto de pesquisa.

Como culminância final da pesquisa, no penúltimo encontro, os alunos realizaram a apresentação oral do seu trabalho aos colegas e professores do Ensino Médio da Escola do turno da noite com o intuito de validar o modelo criado por eles.

Cada grupo apresentou sua maquete (APÊNDICE F ao J) e, após a apresentação, os trabalhos ficaram expostos no salão da Escola para visita dos alunos do turno da tarde.

Os critérios considerados para a apresentação oral do trabalho foram os seguintes: explicar aos colegas por que escolheram tal prioridade para depois desenvolver a maquete, quais os principais materiais utilizados para o trabalho, aspectos positivos e negativos das atividades.

Os alunos demonstraram certa insegurança ao falar em público, mas todos os grupos expressaram de forma clara como foi realizado o trabalho, os aspectos positivos e negativos do desenvolvimento do mesmo.

Biembengut e Hein (2007) afirmam que o ideal é promover uma exposição das maquetes a fim de mostrar o trabalho artesanal dos alunos, além de divulgar o modelo matemático.

No caso específico da pesquisa a comunidade escolar conhecerá as prioridades escolhidas pelos alunos do 2º ano para promover melhoria em diversos aspectos do município.

O último encontro com os alunos foi realizado com o intuito de convidá-los a responder um questionário que tinha como objetivo avaliar, em diferentes aspectos, a intervenção pedagógica desenvolvida durante os encontros realizados. Na seção, que segue apresentamos o questionário, assim como respostas dadas pelos alunos

e a análise dos resultados obtidos.

### 3.3 Questionário aos alunos

Nesta seção, apresentam-se os resultados obtidos por meio de um questionário (APÊNDICE K) aplicado, no último encontro, aos 15 alunos que participaram da prática pedagógica. Para obter informações sobre as opiniões dos alunos quanto à prática pedagógica realizada e a sua participação nesta pesquisa, utilizou-se um questionário com questões de caráter aberto para propiciar aos mesmos maior liberdade de expressão. Esse instrumento é constituído por oito questões, que foram respondidas por escrito.

Todos os 15 alunos participantes da pesquisa estavam presentes neste encontro e, ao ser proposta a aplicação do questionário, responderam às questões com satisfação, dentro do tempo estipulado. Ao final do encontro, todos os 15 alunos entregaram o questionário, somente um deles deixou algumas questões em branco, os demais responderam a todas.

Na continuidade, consta o relato dos resultados obtidos por meio do questionário e também algumas respostas dos alunos a fim de destacar ou exemplificar aspectos considerados pertinentes a este estudo que visa, principalmente, a destacar as habilidades dos alunos num ambiente de modelagem matemática .

No que se refere à questão 1, verificou-se que os alunos afirmaram gostar das aulas de Matemática por serem interessantes, por terem trabalhado em equipe, havendo colaboração de todos os integrantes e a contextualização dos assuntos trabalhados em sala de aula com o dia a dia dos alunos, bem como aprendizado para a vida e desenvolvimento do raciocínio.

A15: <i>“Gosto das aulas de Matemática, pois foram diferentes, provocaram interesse e motivação durante o seu desenvolvimento”.</i>
---

A11: <i>“Gosto porque trabalharam com medidas, construções e pintura”.</i>
--

Quadro 3 – Respostas da questão 1

Escolheu-se trabalhar a geometria espacial almejando como modelo final uma maquete a fim de fazer com que os alunos interagissem com diferentes materiais e pudessem demonstrar suas diferentes habilidades, como medir, fazer estimativas, cálculo mental, recortar e colar. De acordo com as respostas dos alunos, o objetivo foi atingido, pois percebeu-se uma ótima integração, principalmente no trabalho em equipe, durante a construção da maquete. O aluno A7 relata que *“fazer a maquete foi muito divertido”*.

Segundo Biembengut e Hein (2007) a modelagem pode despertar no aluno itens da Matemática desconhecidos por ele e através da pesquisa é proporcionado o estudo de situações-problema, a fim de desenvolver seu interesse e estimulando o senso crítico.

Quanto à questão 2, na qual questionamos os alunos quanto à importância da Matemática no seu dia a dia, em geral, consideraram que a Matemática é importante para medir, calcular, construir, lidar com dinheiro.

A13: <i>“O mundo praticamente gira em torno da Matemática”</i> .
--

A1: <i>“Alguns conteúdos da Matemática são desnecessários”</i> .
--

Quadro 4 – Respostas da questão 2

Os argumentos favoráveis à importância da Matemática no dia a dia do aluno permite ao professor refletir sobre estratégias de ensino viáveis para propiciar ao aluno um ambiente de aprendizagem satisfatório e que resulte na construção do conhecimento.

Contribuindo para uma educação crítica e emancipatória através da questão apresentada, foi possível destacar o quanto a Matemática é importante na vida das pessoas, conforme a ideia de Biembengut e Hein (2007) ao afirmarem que a Matemática é considerada base de várias áreas do conhecimento e por meio de seus artifícios permite desenvolver os níveis cognitivo e criativo, fazendo surgir habilidades como criar, resolver problemas e modelar.

A questão 3 perguntava aos alunos se gostaram ou não da forma como foram trabalhados os conteúdos de geometria espacial. As respostas obtidas por meio

desta pergunta foram todas positivas. Vejamos as informações obtidas:

A1: <i>"Foi interessante, mas podia ter tempo maior."</i>
A2: <i>"Porque aprendemos algo que nós não sabíamos e ficamos sabendo para nosso futuro."</i>
A3: <i>"Porque saímos um pouco da rotina de ficar na sala de aula e sim ir criar projetos diferentes."</i>
A4: <i>"Pois todos puderam dar sua opinião."</i>
A5: <i>"Porque aprendi coisas que não sabia, ou já tinha estudado e não lembrava."</i>
A6: <i>"Porque é interessante para aprender coisas novas."</i>
A7: <i>"Gostei porque é interessante aprender como essas coisas são formadas."</i>
A8: <i>"Porque com essa geometria você tem noção do que faz um pedreiro, um engenheiro, etc."</i>
A9: <i>"Porque aprendemos transformar prédios não reais que podem se transformar em reais."</i>
A10: <i>"Pois aprendemos a calcular medidas diferentes e novas fórmulas."</i>
A11: <i>"Porque aprendi mais fórmulas para o cálculo do dia a dia."</i>
A12: <i>"É muito importante para se obter algo que queremos fazer."</i>
A13: <i>"É muito importante aprender sobre esse assunto, que utilizado frequentemente no dia-a-dia."</i>
A14: <i>"Eu gostei porque, além de fazermos contas e ter a matéria, fizemos e usamos isso na construção da maquete."</i>
A15: <i>"A gente trabalhou com objetos diferentes, medidas diferentes, que ficou mais interessante."</i>

Quadro 5 – Respostas da questão 3

Considerando os resultados percebe-se que os alunos gostaram da maneira diferenciada pela qual os conteúdos de geometria espacial foram trabalhados, indicando assim a satisfação individual que está somando para se obter uma construção da aprendizagem significativa para o educando, o que vem ao encontro do que dizem Biembengut e Hein (2007, p. 18) afirmando que "há um consenso no que diz respeito ao ensino de matemática precisar voltar-se para a promoção do conhecimento matemático e da habilidade em utilizá-lo".

As respostas relatadas acima foram transcritas exatamente como os alunos expressaram seu pensamento. Levando em consideração essas respostas, constatamos a dificuldade dos alunos com a expressão das nomenclaturas corretas quando se trata de nomes ligados ao assunto estudado, geometria espacial.

O comentário feito pelo aluno A3 foi muito pertinente quando relata que gostou porque saíram da rotina de ficar somente em sala de aula e puderam criar projetos novos, pois, durante a construção da maquete, as atividades foram realizadas no salão da Escola, que é um lugar amplo, onde foi possível deixar o material. Pode-se perceber que é muito importante a realização de atividades diferenciadas em sala de aula para tornar as aulas mais atrativas e agradáveis aos alunos.

A questão 4 submetia o aluno a fazer uma avaliação quanto ao envolvimento individual nas atividades realizadas durante a prática. Obtiveram-se respostas positivas, pois a maioria relatou ter participado e cooperado durante todas as atividades e, no trabalho em equipe, houve uma divisão de tarefas de acordo com as habilidades de cada indivíduo para que a tarefa tivesse andamento e fosse concluída com êxito.

No que se refere à questão 5, que buscou saber se o aluno construiu o conhecimento sobre os conteúdos de geometria espacial após o trabalho realizado, destacamos as seguintes revelações, organizadas de acordo com o registro dos alunos.

A2: <i>“Cálculo de áreas e medidas.”</i>
A7: <i>“Porque fazendo isso na prática é muito mais fácil entendermos a matéria.”</i>
A10: <i>“Precisei saber do conteúdo para realizar as tarefas em aula.”</i>
A14: <i>“Porque aprendi o conteúdo através da construção das fórmulas e da construção da maquete. Exemplo: Volume do cubo, áreas.”</i>
A15: <i>Pois além de estudá-los e ter registrado no papel foram realizadas experiências práticas.”</i>

Quadro 6 – Respostas da questão 5

Esta questão pareceu ter respostas muito simplificadas por parte dos alunos, dificultando sua análise.

A questão 6 perguntava aos alunos se o trabalho contribuíra para seu aperfeiçoamento como estudante e cidadão. Assim, os alunos citaram as seguintes contribuições:

A1: <i>“Com o trabalho das maquetes, a gente aprendeu a trabalhar em grupo, um ajudando o outro.”</i>
A2: <i>“Porque aprendemos as medidas, cálculo de áreas e volumes para o futuro quando queremos construir alguma coisa.”</i>
A7: <i>“Porque, além de aprender a matéria, nós interagimos com nossos colegas e aprendemos também normas de convivência.”</i>
A9: <i>“Porque nos ensina as medidas e os custos de uma obra.”</i>
A11: <i>“Porque um dia se exercer a profissão de pedreiro, irei lembrar da aula de Matemática e suas fórmulas.”</i>
A15: <i>Pois eu fiz com as próprias mãos, vi e percebi o que é necessário para fazer as coisas.”</i>

Quadro 7 – Respostas da questão 6

Nesta questão ficou evidente o apontamento dos alunos quanto à importância de relacionar e contextualizar fenômenos voltados ao cotidiano, à realidade dos alunos e os conteúdos trabalhados em sala de aula.

Como afirma Biembengut e Hein (2007) “o ensino-aprendizagem de Matemática será mais gratificante, uma vez que o aluno passe a aprender o que lhe desperta interesse [...]”.

A questão 7 solicitou aos alunos que detacassem aspectos favoráveis a sua aprendizagem em Matemática após participar do trabalho. Transcreveram-se as respostas dos alunos para maior fidelidade e veracidade das informações. Vejamos, pois, as respostas obtidas.

A1: <i>“Os cálculos sobre volume despertaram o interesse de todos, especialmente o realizado sobre a caixa d’água.”</i>
A2: <i>“Que aprendemos bastante coisas para nós.”</i>
A3: <i>“Aprendemos coisas novas e tentamos construir algo novo.”</i>
A4: <i>“A explicação foi bem clara e o trabalho em grupo bem realizado.”</i>
A5: <i>“Os cálculos em geral não entendia muito, esse trabalho me ajudou muito a superar essas dificuldades.”</i>
A6: <i>“Todos os cálculos, o projeto ajudou não só na escola como fora também.”</i>
A7: <i>“A matéria, o raciocínio e a convivência.”</i>
A9: <i>“Com isso aprendemos a passar do papel (desenho) para o real (maquete).”</i>
A10: <i>“Fórmulas, medidas, cálculos...”</i>
A11: <i>“As medidas e a construção da maquete.”</i>
A12: <i>“Agora eu sei calcular a área e o volume na prática quando for necessário no dia a dia.”</i>
A13: <i>“Trabalho em grupo, cálculos, conhecimento...”</i>
A14: <i>“O conteúdo porque você já pensa até chegar numa solução, a construção da maquete porque assim aprendemos como construir a maquete em medidas.”</i>
A15: <i>“A colocação em prática, o trabalho em grupo, os cálculos e medidas em prática.”</i>

Quadro 8 – Respostas da questão 7

As respostas da questão 7 vincula-se de modo geral a situações vivenciadas pelos alunos que lhes propiciaram algum tipo de aprendizagem e novas experiência, que relaciona-se com a afirmação de Bassanezi (2010) considerando que “a modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças.

A questão 8 considera os aspectos desfavoráveis do trabalho realizado. Alguns alunos não consideraram nenhum aspecto desfavorável, enquanto outros apresentaram suas opiniões, que seguem relatadas abaixo:

A1: <i>“Eram muitas ideias juntas e às vezes não dava para entrar num consenso.”</i>
A4: <i>“Pouco tempo para fazê-lo e finalizá-lo.”</i>
A7: <i>“O meu grupo demorou bastante tempo para completar a maquete.”</i>
A10: <i>“Quando dava algo errado com as contas ou algo assim desfavorecia o aluno em perda de tempo.”</i>

Quadro 9 – Respostas da questão 8

Ao analisar as respostas da questão 8 foi possível verificar que os principais aspectos desfavoráveis estavam relacionados a tempo e trabalho em equipe. Pois conforme Demo (2003) o trabalho em equipe se faz cada vez mais importante nos tempos modernos a fim de trabalhar a solidariedade e a ética política exercitando a cidadania coletiva e organizada.

Após a análise do questionário respondido pelos alunos participantes da pesquisa, podemos fazer algumas considerações:

- as opiniões dos alunos foram muito positivas quanto à aprovação da forma como as aulas foram ministradas;
- em várias falas dos alunos percebemos o quanto foi significativo para eles trabalhar com material concreto e interagir com os colegas para a realização das atividades propostas;
- observou-se que, em algumas perguntas, as respostas foram muito sintetizadas, dificultando a interpretação e análise.

Na continuidade, apresentamos as Considerações Finais, as quais constituirão o último capítulo desta pesquisa. Nele registramos aspectos relevantes sobre a abordagem (prática e resultados) da aplicação da modelagem matemática como uma alternativa de ensino que possibilita a construção do conhecimento.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho realizado para o Curso de Pós-Graduação *stricto sensu* do Centro Universitário UNIVATES e desenvolvido na Escola Estadual de Ensino Médio São Lourenço/RS com a turma do 2º ano do Ensino Médio motivou a busca de melhorias no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, investigando como a modelagem matemática pode ser uma estratégia de ensino eficiente, que visa à construção do conhecimento.

Ao finalizar esta dissertação, considera-se que a pesquisa pôde proporcionar experiências matemáticas significativas, úteis e estimulantes aos alunos, envolvendo a escolha de um tema, a investigação, a criação de hipóteses e a criação de um modelo. Mostrou, além disso, como um trabalho pode levar os alunos a atitudes diferenciadas frente a novas propostas de ensino. A pesquisa propôs uma intervenção pedagógica desenvolvida a partir da alternativa de modelagem matemática voltada ao trabalho com geometria espacial para a criação de um modelo, que foi a construção da maquete das prioridades essenciais do município de Coronel Pilar, escolhidas pelos alunos da pesquisa.

De acordo com o relato apresentado na Introdução, a principal motivação para o desenvolvimento deste trabalho deu-se devido ao fato de os alunos demonstrarem pouco interesse e participação nas atividades propostas durante as aulas de Matemática. Assim, julgou-se pertinente o planejamento de uma prática que contribuísse para que os estudantes participassem de forma ativa e os objetivos propostos fossem alcançados com êxito. Dessa forma, a pesquisa teve uma

importância significativa como pesquisadora, pois, possibilitou a análise e a experiência da realização de um trabalho que tem como objetivo a busca de melhorias no processo de ensino e aprendizagem da disciplina de matemática.

No trabalho realizado, utilizamos a modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem para destacar as habilidades presentes durante o desenvolvimento das atividades da pesquisa proposta. Pode-se relatar aqui que as habilidades relevantes destacadas durante a pesquisa foram aquelas em que os alunos estavam envolvidos com materiais concretos, como medir, recortar, montar, colar, pintar, calcular mentalmente e analisar qual seria a melhor forma para confeccionar suas maquetes, pois os mesmos afirmavam que estavam colocando em prática o que haviam visto na teoria em sala de aula

As habilidades destacadas durante as atividades com modelagem matemática refletem a importância de se planejar e buscar estratégias de ensino diferenciadas para envolver os alunos e promover seu interesse na realização das tarefas propostas pelo professor, considerando que cada indivíduo possui as habilidades desenvolvidas em níveis diferenciados.

É necessário registrar que os alunos se mostraram bastante motivados durante as aulas em que estavam confeccionando a maquete, fazendo uso do que aprenderam em sala de aula. Durante esses encontros, percebeu-se a integração quase que total dos componentes das equipes para o desenvolvimento do trabalho.

Blum *apud* Bassanezi (2010, p. 37) considera que a modelagem matemática possibilita ao aluno entender melhor os argumentos matemáticos através de sua aplicação, contemplando a construção de uma aprendizagem significativa a fim de lembrar os conceitos e soluções com mais facilidade, além de dar mais importância à disciplina de Matemática e seus conteúdos.

Com a realização desta pesquisa, adotamos um olhar através do viés da modelagem matemática como uma estratégia para obter melhorias no ensino e aprendizagem da Matemática e sugerimos algumas ações para a continuidade a partir deste estudo:

- a) os professores devem buscar alternativas diferenciadas para desenvolver

melhor sua prática pedagógica em sala de aula com o objetivo de obter melhores resultados no processo de ensino e assim obter resultados significativos na aprendizagem dos alunos;

b) a modelagem matemática, dentre as tendências que podem ser utilizadas no ensino da Matemática, pode ser utilizada como alternativa de ensino e aprendizagem no ambiente escolar em qualquer nível de ensino e com conteúdos da preferência do professor que irá desenvolver sua prática, levando em consideração a realidade dos alunos assim como suas preferências;

c) os alunos do Ensino Médio, em geral, são privados (no ambiente escolar) de experiências de caráter concreto, permanecendo passivos em relação às informações repassadas pelo professor. Em um ambiente de trabalho com modelagem matemática, o aluno se torna um sujeito ativo, observando, participando e analisando diferentes métodos para encontrar uma solução para o problema e uma significação para a Matemática, além de “desenvolver a habilidade de exploração e compreensão da Matemática” (SCHEFFER et al., 2006, p. 21), estimulando seu pensamento crítico.

Diante da complexidade em que consiste o ensino e a aprendizagem da Matemática, sabemos que seria possível destacar uma série de considerações que poderiam ser agregadas à prática da modelagem matemática. Como professores-pesquisadores, sentimo-nos desafiados a questionar, refletir, analisar a situação do ensino da Matemática na atualidade a fim de buscar e propor novas atitudes na busca de novas alternativas de ensino, que possam ser inovadoras para se obterem melhorias no processo de ensino e aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle.; BRITO, Dirceu dos Santos. **Atividades de modelagem matemática**: que sentido os alunos podem lhe atribuir? 2005. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v11n3/10.pdf>>. Acesso em: 23 de set. 2011.

ÁVILA, Geraldo. **Várias faces da matemática**: tópicos para literatua eleitura em geral. São Paulo: Blucher, 2010.

ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso. **REALIDADE**: uma aproximação através da modelagem matemática. Revista de Modelagem na Educação Matemática 2010, Vol. 1, No. 1, 2-9.

ANTUNES, Celso. **Trabalhando habilidade**: construindo ideias. São Paulo: Scipione, 2001.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. *Anais...* Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CDROM. Disponível em: <[http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes\\_modelagem/modulo\\_l/modelagem\\_barbosa.pdf](http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_l/modelagem_barbosa.pdf)>. Acesso em: 20 de jul. 2011.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática? Zetetiké**. Campinas, v.7, n.11, p. 67-85, jan./jun. 1999. <<http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/RenatoIcassatiMota.pdf>>. Acesso em: 21 de jul. 2011.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2010.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira**: das propostas primeiras às propostas atuais. s/d. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009. Disponível em: <[http://alexandria.ppgect.ufsc.br/numero\\_2\\_2009/mariasalett.pdf](http://alexandria.ppgect.ufsc.br/numero_2_2009/mariasalett.pdf)>. Acesso em: 24 de jul. de 2011.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática**: confluências na educação matemática. Universidade Regional de Blumenau – FURB. Disponível em: <[http://www.uesb.br/eventos/seemat/anais/index\\_arquivos/conf\\_encer.pdf](http://www.uesb.br/eventos/seemat/anais/index_arquivos/conf_encer.pdf)>. Acesso em: 21 de jul. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL. **PCN + Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática**: experiências vividas. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática - CNMEM, 2005, Feira de Santana - BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana - BA : UEFS, 2005. Disponível em: <http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html>. Acesso em: 21 de mar. 2011.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática**. 2005. Disponível em: <<http://www.dionisioburak.com.br/apresentacaomod.html>>. Acesso em: 11 de jul. 2011.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula**. In: I EPMEM - Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática., 2004, Londrina. Anais do I EPMEM, 2004. Disponível em: <<http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html>>. Acesso em: 15 de abr. 2011.

COSTA, Helisângela Ramos da. **A modelagem matemática através de conceitos científicos**. Ciênc. cogn. [online]. 2009, vol.14, n.3, pp. 114-133. Acesso em: 30 de ago. 2011.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Que matemática deve ser aprendida nas escolas hoje?** Teleconferência no Programa PEC – Formação Universitária, patrocinado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, 27 de julho de 2002. Disponível em: <<http://vello.sites.uol.com.br/aprendida.htm>>. Acesso em: 19 de jul. 2011.

DELLA NINA, Clarissa Trojack. **A Modelagem Matemática na solução de um problema social**: professora vira madrinha de rua. 2007. Disponível em: <[http://www.cienciaeconhecimento.com.br/pdf/vol002\\_MaA1.pdf](http://www.cienciaeconhecimento.com.br/pdf/vol002_MaA1.pdf)>. Acesso em: 21 de jul. 2011.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa**. São Paulo: Autores Associados, 2003.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar**. Rio de Janeiro: Record, 1999.

HALISKI, Antonio Marcos; RUTZ, Sani de Carvalho; PILATTI, Luiz Alberto. **Uma experiência com a essência da modelagem matemática através da construção de maquete**. Disponível em:

[http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais/artigos/10%20Ensinodematematica/Ensinodematematica\\_artigo26.pdf](http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais/artigos/10%20Ensinodematematica/Ensinodematematica_artigo26.pdf). Acesso em: 12 de abr. 2010.

JÚNIOR, Arthur G. M. **Modelagem matemática no ensino-aprendizagem: ação e resultados**. 2005. Disponível em:

[http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/Doc\\_12.pdf](http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/Doc_12.pdf). Acesso em: 30 de abr. de 2011.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: uma experiência concreta**. 2005. Disponível em:

<http://www.dionisioburak.com.br/CNMEM%20Tiago.pdf>. Acesso em: 23 de mar. 2011.

MACHADO, Elisa Spode. **Modelagem matemática: uma possibilidade para o desenvolvimento de habilidades no tratamento da informação**. 2005. Disponível em:

<<http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/artigo/1-2008-09-04-17-56-04.pdf>>. Acesso em: 09 de abr. 2010.

MACHADO JÚNIOR, Arthur Gonçalves. **Modelagem matemática no ensino-aprendizagem: ação e resultados**. 2005. Disponível em:

[http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/Doc\\_12.pdf](http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/Doc_12.pdf). Acesso em> 15 de mar. 2011.

MARTINS, Heloisa Helena T. de Souza. **Metodologia qualitativa de pesquisa**. 2004. Disponível em: <<http://www.scielo.br>>. Acesso em: 06 de set. 2011.

MOTA, Renato Icassatti.; OLIVEIRA JUNIOR, Ailton Paulo. **Modelagem Matemática e o esporte contribuindo para o ensino-aprendizagem**. 2007. Disponível em:

<<http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/RenatoIcassatiMota.pdf>>. Acesso em: 05 de jul. 2011.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. **A primeira experiência de modelagem matemática e a tensão do "próximo passo"**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. Anais... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira.; BARBOSA, Jonei Cerqueira. **As situações de tensão e as tensões na prática de modelagem: o caso vitória**. 2006. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br>>. Acesso em: 02 de ago. 2011.

PIERRO, Davi Renan.; MORAIS, Roberta G.; DE PAULA, Vanessa. **Conceitos de Habilidades e Atitudes**. 2009. Disponível em:

<http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&frm=1&source=web&cd=1&ved=0CC0QFjAA&url=http%3A%2F%2Fxa.yimg.com%2Fkq%2Fgroups%2F22078715%2F764072143%2Fname%2FConceitos%2Bde%2BHabilidades%2Be%2BAitudes.do>

c&ei=cPCVT\_T4KYiw6AH6sPDCDg&usg=AFQjCNFdIlyC20AimuqXVbiiYeCghKc3yg  
. Acesso em: 16 de mar. De 2012.

PINHEIRO, E. M.; KAKEHASHI, T. Y.; ANGELO, M. O uso de filmagem em pesquisas qualitativas. **Revista Latino-Americana de Enfermagem**. Ribeirão Preto, v. 13, n. 5, p. 717-722, 2005.

SCHEFFER, N.F.; ...[et al]. **Matemática e tecnologias: Modelagem matemática**. Erechin, RS: EDIFAPES, 2006.

SILVA, Edna Lúcia; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001. Disponível em:  
<<http://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia%20da%20Pesquisa%203a%20educacao.pdf>>. Acesso em: 12 de out. 2011.

SUKOW, José Augusto.; ESTEPHAN, Violeta Maria. **Relato de uma experiência: resolução de problemas e modelagem matemática no Ensino Médio**. 2009. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1662-8.pdf?PHPSESSID=2010010708155290>. Acesso em: 17 de out. 2011.

VENTURA, Magda M. **O estudo de caso como modalidade de pesquisa**. 2007. Disponível em:  
[http://sociedades.cardiol.br/socerj/revista/2007\\_05/a2007\\_v20\\_n05\\_art10.pdf](http://sociedades.cardiol.br/socerj/revista/2007_05/a2007_v20_n05_art10.pdf). Acesso em: 18 de mar. de 2011.

VIECILI, Cláudia Regina Confortin. **Modelagem Matemática: uma proposta para o ensino da matemática**. 2006. Disponível em: <[www.diaadiaeducacao.pr.gov.br](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br)>. Acesso em: 16 de set. 2011.

YIN, R.K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre. Disponível em:  
<http://pt.wikipedia.org/wiki/Habilidade>. Acessada em: 04 de abr. 2012.

## APÊNDICES

## APÊNDICE A - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Pelo presente Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, declaro que autorizo minha participação nesta pesquisa, por meio de filmagens, entrevistas, questionários, pois fui informado, de forma clara e detalhada, livre de qualquer constrangimento e coerção, dos objetivos, da justificativa e dos procedimentos da mesma.

Fui especialmente informado:

- da garantia de receber, a qualquer momento, resposta a toda pergunta ou esclarecimento de qualquer dúvida acerca da pesquisa e de seus procedimentos;
- da liberdade de retirar meu consentimento a qualquer momento e deixar de participar do estudo, sem que isso me traga qualquer prejuízo;
- da garantia de que não serei identificado quando da divulgação dos resultados e que as informações obtidas serão utilizadas apenas para fins científicos vinculados à pesquisa;
- do compromisso da pesquisadora de proporcionar-me informações atualizadas obtidas durante o estudo, ainda que isso possa afetar a minha vontade em continuar participando;
- de que esta investigação está sendo desenvolvida como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, estando a pesquisadora inserida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Univates, RS.
- da inexistência de custos.

A pesquisadora responsável pela pesquisa é a professora Fabiana Mattei, orientada pela professora Maria Madalena Dullius, do Centro Universitário Univates de Lajeado, RS, que poderá ser contatada pelo e-mail [madalena@univates.br](mailto:madalena@univates.br) ou pelo telefone (51)3714-7000 ramal 5516.

Coronel Pilar, 04 de outubro de 2010.

---

Nome e assinatura do pesquisado

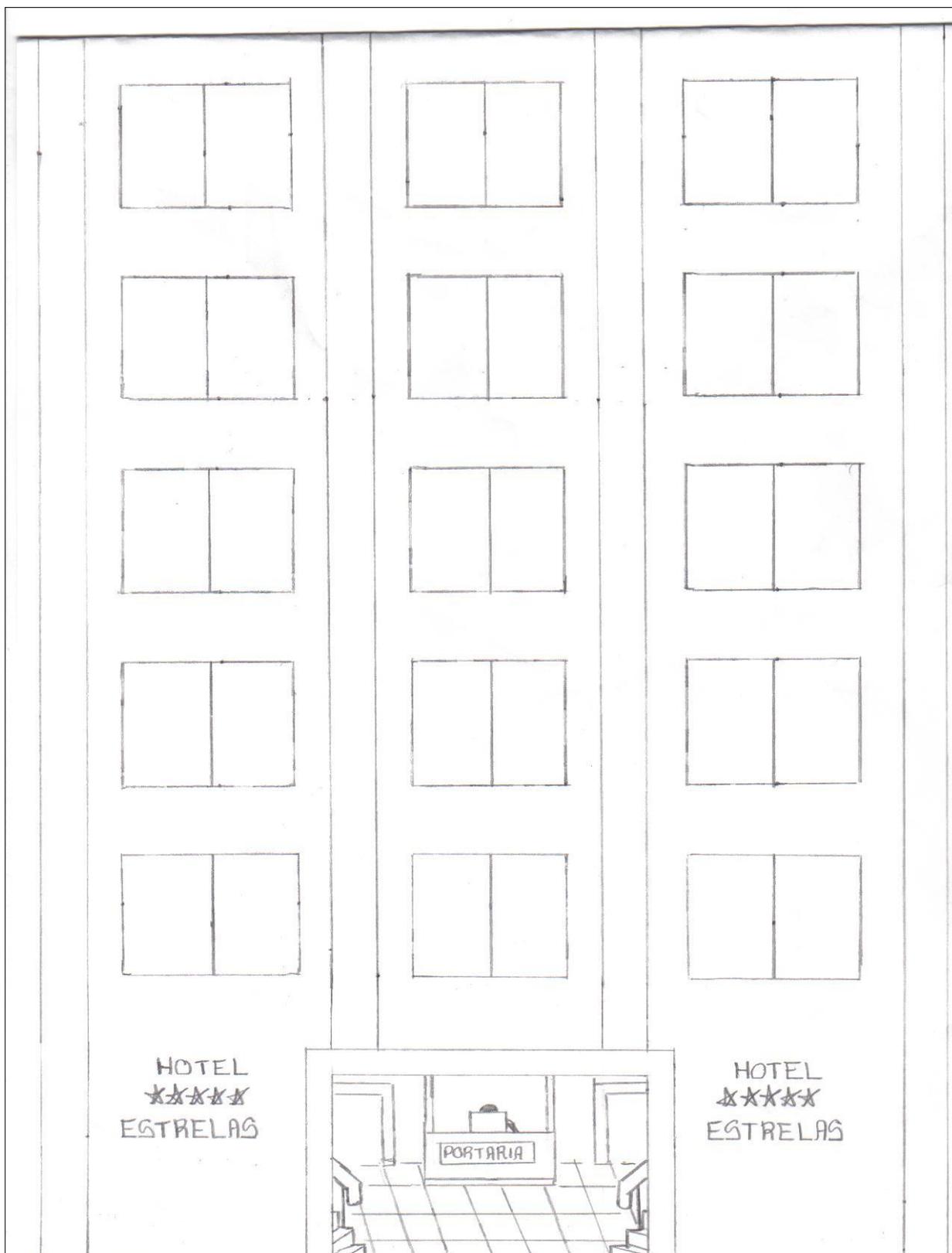
---

Nome e assinatura do responsável pelo pesquisado

---

Nome e assinatura da pesquisadora responsável

## APÊNDICE B – Representação da maquete do grupo 2



## APÊNDICE C – Confeção da maquete do grupo 2



## APÊNDICE D - Respostas do Grupo 2

### 1- Quais foram os motivos pelas quais as pirâmides foram construídas?

No início da era dinástica os faraós e os nobres da corte procuraram evitar a destruição de seus túmulos, construindo sobre eles uma estrutura que ficou modernamente conhecida com o nome de mastaba. Essa forma evoluiu no decorrer da III dinastia — no que se refere aos faraós — para a pirâmide de degraus e, na dinastia seguinte, para a pirâmide verdadeira. Dois fatores importantes influenciaram o desenvolvimento da arquitetura das primitivas sepulturas egípcias: a necessidade de prover proteção suficiente para o corpo e a crença de que a tumba deveria suprir seu proprietário com as necessidades básicas do além-túmulo.

A egiptologia tradicional afirma que as pirâmides, a despeito das diversas teorias existentes, nada mais eram do que túmulos dos faraós. Os argumentos apresentados são o fato de todas elas conterem sarcófagos e estarem situadas na margem oeste do Nilo, onde tradicionalmente os egípcios enterravam seus mortos. Além disso, eram edificadas em grupos e faziam parte de um amplo cemitério que incluía templos mortuários e túmulos de membros da família real, de cortesãos, de numerosos sacerdotes e oficiais. O interior da Grande Pirâmide, por exemplo, sustenta a arqueologia clássica, é formado apenas por um meio de acesso e pela câmara funerária propriamente dita. Nessa, o teto em ponta e as lajes de granito que o formam visam apenas suportar o enorme peso que se abate sobre ele. A passagem que leva à câmara funerária amplia-se na sua parte superior para permitir que a estreita passagem de acesso à câmara pudesse ser selada com gigantescas portas levadiças. O desenho do interior do monumento apenas parece complicado porque seu projeto foi alterado várias vezes durante a construção. Os assim chamados "condutos de ventilação" podem ter sido concebidos como meio simbólico de saída para o espírito do faraó morto.

Os estudos arqueológicos sugerem que as diferentes estruturas edificadas sobre os túmulos eram entendidas como símbolos do monte primevo que emergiu das águas do caos quando o mundo foi criado. Acreditava-se que naquele monte — ensina o arqueólogo I.E.S. Edwards — Atum, o deus da criação, havia se manifestado pela primeira vez e criado o universo. Ele é, portanto, o símbolo da existência, em oposição à não existência e, conseqüentemente, quando colocado sobre a sepultura ou incorporado à tumba, imaginava-se que pudesse servir como uma potente fonte de magia pela qual o morto poderia esperar receber a renovação da existência.

Estudiosos sugeriram que todas as pirâmides, escalonadas ou não, eram representações monumentais do monte primevo, mas há também quem diga que o simbolismo foi mudando e, em conseqüência, o formato dos túmulos foi sendo alterado. Assim, embora as mastabas talvez representassem realmente o monte primevo, já a pirâmide de degraus de Djoser teria outro significado. Os textos das pirâmides sugerem que uma das diferentes maneiras pelas quais o rei morto poderia atingir os céus seria por meio de uma escada. Uma de tais inscrições afirma:

Uma escada para o céu foi colocada para ele [i.e. o rei], de forma a que ele pudesse subir aos céus através dela.

2- Matematicamente quais as relações, os cálculos, e a geometria utilizada nas construções das pirâmides?

Que todas as pirâmides têm a base quadrada e encima uma ponta.

3- Quais as vantagens e desvantagens desta construção?

Elas protegem os túmulos geralmente de faraós.

4- Como calcular a área das pirâmides?

Altura de uma pirâmide é a distância do vértice da pirâmide ao plano da base. A altura de cada uma das faces laterais chama-se *apótema da pirâmide*. É evidente que, sendo a base um polígono regular, este também tem um apótema, a que se chama *apótema da base*.

A área lateral é a soma das áreas das faces (triângulos isósceles). Sendo  $p$  o perímetro da base,  $A_l = (p \times a) \div 2$ . A área total será, então, dada pela seguinte fórmula:  $A_t = (p \times a) \div 2 + A_b$ .

Vê-se claramente que no cubo cabem seis pirâmides iguais àquela - tantas quantas as faces do cubo. O volume de cada uma é, então, a sexta parte do volume do cubo, ou seja,  $V = a^3 \div 6$ . Como a altura,  $h$ , de cada pirâmide é metade da aresta do cubo, ou seja, a aresta do cubo vale  $2h$ , temos então que o volume da pirâmide pode ser escrito da seguinte forma:  $V = (A_b \times 2h) \div 6 = (A_b \times h) \div 3$ , e portanto, o volume de uma pirâmide é igual a um terço do produto da área da base pela sua altura.

5- Faça uma relação entre o princípio da Cavalieri e o volume das pirâmides?

Vê-se claramente que no cubo cabem seis pirâmides iguais àquela - tantas quantas as faces do cubo. O volume de cada uma é, então, a sexta parte do volume do cubo, ou seja,  $V = a^3 \div 6$ . Como a altura,  $h$ , de cada pirâmide é metade da aresta do cubo, ou seja, a aresta do cubo vale  $2h$ , temos então que o **volume da pirâmide** pode ser escrito da seguinte forma:  $V = (A_b \times 2h) \div 6 = (A_b \times h) \div 3$ , e portanto, o volume de uma pirâmide é igual a um terço do produto da área da base pela sua altura.

O Princípio de Cavalieri autoriza-nos a afirmar que esta conclusão é válida para qualquer pirâmide.

## APÊNDICE E - Respostas do Grupo 5

1- As pirâmides egípcias são imponentes edificações construídas inicialmente por volta de 4 mil e 500 anos atrás. Tais edificações eram erguidas como um monumento à memória dos faraós já mortos, servindo elas mesmas como monumentais túmulos.

2- Uma grande quantidade de estudos e planejamentos deve ter sido realizados antes de qualquer construção tomara forma. Esboços encontrados de outros monumentos sugerem que eles devem ter sido planejados e existem modelos em pedra calcária de diversas pirâmides, os quais podem ter sido utilizados em projetos arquitetônicos. Alguns conhecimentos de matemática, geometria, astronomia também são referidos. Pl. calcula os ângulos do pirâmide.

3- A pirâmide tinha a função abrigar e proteger o corpo do faraó mumificado e seus pertences (jóias, objetos pessoais e outros bens materiais) dos saqueadores de túmulos. Logo, estas construções tinham de ser bem resistentes, protegidas e de difícil acesso. Os engenheiros, que deviam guardar os segredos de construção das pirâmides, planejaram armadilhas e passos falsos dentro das construções. Tudo era pensado para que o corpo mumificado do faraó e seus pertences não fossem acessados.

5) No século XVII o matemático italiano Bonaventura Cavalieri estabeleceu um princípio básico p/ o cálculo de volumes, que diz que dois sólidos que tiverem mesma altura e sempre que seccionados por um mesmo plano geram áreas iguais, terão o mesmo volume.

**APÊNDICE F - Maquete do Grupo 1: *Camping***

## APÊNDICE G - Maquete do Grupo 2: Pousada



**APÊNDICE H - Maquete do Grupo 3: Cantina de suco de uva**

**APÊNDICE I - Maquete do Grupo 4: Escola Agrícola**

**APÊNDICE J - Maquete do Grupo 5: Centro Industrial com geração de empregos**



**APÊNDICE K – Questionário para alunos**

## ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO SÃO LOURENÇO

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Questionário:

1) Você gosta das aulas de Matemática? Comente.

---

---

---

2) Você considera a Matemática importante para o dia a dia? Comente.

---

---

---

3) Em relação à forma como trabalhamos os conteúdos de geometria espacial, você:

 Gostou Não gostou

Comente.

---

---

---

4) Como você avalia seu desenvolvimento nas atividades realizadas?

---

---

---

5) Considerando o trabalho realizado, você acredita que aprendeu sobre conteúdos da geometria espacial? Exemplifique.

---

---

---

6) Este trabalho teve contribuições para seu aperfeiçoamento como estudante e cidadão? Comente.

---

---

---

7) Considerando o trabalho realizado, destaque aspectos favoráveis para sua aprendizagem em matemática.

---

---

---

8) Destaque aspectos desfavoráveis do trabalho realizado.

---

---

---