



**GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS: UMA PROPOSTA DE  
FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM CENÁRIOS PARA  
INVESTIGAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES, como parte da exigência para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientadora: Dra. Andreia A. Guimarães Strohschoen

Coorientadora: Dra. Ieda Maria Giongo

Lajeado, julho de 2013

Leonice Ludwig Rabaioli

## **GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS: UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO**

A Banca examinadora abaixo aprova a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário Univates, como parte da exigência para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Prof. Dra. Andreia A. Guimarães Strohschoen – orientadora  
Centro Universitário Univates

Prof. Dra. Ieda Maria Giongo – coorientadora  
Centro Universitário Univates

Prof. Dra. Marli Teresinha Quartieri  
Centro Universitário Univates

Prof. Dra. Miriam Ines Marchi  
Centro Universitário Univates

Prof. Dra. Maria Alvina Pereira Mariante  
Centro Universitário Univates

Lajeado, julho de 2013



Ao meu esposo Geverson, que me incentivou a buscar o mestrado; e ao meu filho amado Antony, por compreender, de certa forma, as horas destinadas ao estudo.

## AGRADECIMENTOS

Ao longo destes dois anos de muito estudo e dedicação, muitas pessoas se fizeram presentes, auxiliando-me, dando-me apoio e incentivo, lembrando-me que no final tudo valeria a pena e que grandes aprendizagens seriam construídas e fortalecidas neste período. Quero agradecer a todos que participaram ou que estavam, de certa forma, envolvidos em mais esta etapa da minha vida acadêmica, mas em especial:

Ao meu esposo Geverson que me incentivou a continuar os estudos por acreditar que seria capaz e por entender que muitos momentos de lazer com minha família teriam de ser deixados de lado.

Ao meu filho querido e amado, que durante esse período teve seu tempo de convívio com a mãe reduzido. Por muitas vezes ter de brincar sozinho, por ter de ouvir uma história ao invés de duas ou três. Por compreender, da sua maneira, a ausência da mãe.

Aos meus pais, irmãos, cunhados, sogros, sobrinhos, por todo o apoio recebido.

Ao meu cunhado Douglas, por ter me auxiliado na transcrição das entrevistas e encontros com as professoras.

De maneira bem especial, à minha orientadora Dra. Andreia A. Guimarães Strohschoen que sabiamente me auxiliou durante esse período de orientação. Ter convivido com uma pessoa tão especial foi um privilégio.

À minha coorientadora Dra. Ieda Maria Giongo pela disposição em me auxiliar, contribuindo com sugestões para enriquecer ainda mais meu trabalho.

À direção das escolas em que atuo, pois souberam compreender a minha ausência em algumas reuniões e eventos por estar envolvida com o mestrado.

À direção e professoras participantes do Colégio Sinodal Conventos por acreditarem e confiarem no meu projeto. Especialmente ao grupo de professoras participantes da pesquisa, pela amizade, empenho e dedicação em todas as atividades desenvolvidas.

## RESUMO

A matemática é vista pela sociedade como um dos principais conhecimentos que o ser humano deve adquirir. Contudo, fica tão distante do dia a dia das pessoas, sendo muitas vezes trabalhada de forma abstrata, sem relações com a realidade do educando. Isto também pode ser visto em relação ao ensino da geometria. Neste contexto, o presente estudo tem por objetivo principal problematizar o ensino de geometria nos anos iniciais por meio de cenários para investigação com um grupo de professoras deste nível de ensino. Além de analisar as concepções deste grupo quanto ao ensino de geometria; organizar e desenvolver estratégias de formação de cenários para investigação para o estudo de geometria neste nível de ensino, buscando uma educação matemática crítica. A pesquisa, de cunho qualitativo, apoiou-se em encontros semanais no segundo semestre de 2012, com quatro professoras e uma coordenadora pedagógica de uma escola privada, no município de Lajeado/RS. Obtendo assim, material de pesquisa inicialmente por meio de entrevistas gravadas e posteriormente transcritas e anotações em um diário da pesquisadora, possibilitando desta forma analisar, segundo o método de análise de conteúdo, as concepções e confrontar os relatos das professoras com os referenciais teóricos. Foram realizados cinco encontros semanais no ambiente escolar, fora do horário de aula. Nestes encontros foram desenvolvidas atividades com o grupo, norteadas por cenários para investigação, utilizando como temática o ensino de geometria nos anos iniciais. Ao final das atividades foi realizada nova entrevista, com procedimento de análise idêntico ao da primeira. A análise do material oriundo das entrevistas (inicial e final) e dos encontros permitiu que fossem elencados três resultados: a) após os encontros, as docentes relataram que se sentem mais seguras para abordar a temática geometria em suas aulas; b) o adensamento teórico tem permitido que as professoras pesquisem e elaborem atividades relativas à disciplina matemática, em especial no que tange o ensino de geometria e c) esses encontros mediados pelas teorizações da educação matemática crítica e pelos cenários para investigação, oportunizaram às docentes reflexões acerca da postura pedagógica, com ênfase no modo como conduzem suas aulas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação matemática crítica. Ensino de geometria. Anos iniciais do ensino fundamental. Cenários para investigação.

## ABSTRACT

Mathematics has been considered one of the most important knowledge that a human being has to acquire in our society. However, it is often very distant from people's routine, thought with abstract concepts, without a connection to the student's reality. This is also related to geometry study. In this context, the main objective of the present study is to afford opportunities for children and teachers to problematize their own learning and teaching geometry in the early years of elementary school. Besides analyzing the conceptions among this group of teachers related to geometry teaching, organizing and developing strategies to create investigation scenarios for geometry study in this teaching level, searching for a critical mathematics education. The research, of qualitative approach, was based on weekly meetings during the second semester of 2012. The group was set up of four teachers and a Pedagogical coordinator from a Private school in Lajeado, Rio Grande do Sul. Collecting, thus, research material, initially through recorded interviews and then through transcription and notes in the researcher agenda, providing the opportunity to analyze, according to the content analysis method, the conceptions and confront the teacher's report and theoretical referential. The meetings happened out of school schedule during five weeks. In these meetings abilities were developed with the group, guided by investigation scenario using the Geometry teaching in the early years of Elementary school as a theme. At the end of the activities a new interview was made, with an identical analysis procedure to the first one. The analysis of the material from the interviews ( first and last one) and from the teachers meetings allowed three conclusions: a) after the meetings the teachers reported that they felt more comfortable to approach geometry in their classes; b) the theoretical densification gave the teachers the autonomy to research and create activities related to Math as a subject, specially regarding Geometry teaching and c) these meetings moderated by the theorization of critical mathematics education and by the scenario for investigation, created a time for reflection about the pedagogical attitude for the teachers, emphasizing the way they teach.

**KEY WORDS:** CRITICAL MATH EDUCATION- GEOMETRY TEACHING- EAF YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL – INVESTIGATION SCENARIO

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Separando diferentes tipos de embalagens por critérios estabelecidos pelas professoras .....	53
Figura 02: Separando as embalagens em dois grupos: os que rolam e os que não rolam.....	55
Figura 03: Construindo sólidos geométricos com canudinhos.....	55
Figura 04: Sólidos geométricos construídos com canudinhos.....	56
Figura 05: Planificação dos sólidos geométricos em cartolina.....	57
Figura 06: Sólidos geométricos construídos com canudinhos e cartolina.....	58
Figura 07: Contagem em três dimensões.....	60
Figura 08: Professoras contando o número de latas empilhadas .....	60
Figura 09: Descobrimo o número de latas empilhadas.....	61
Figura 10: Contando o número de cubinhos usados na construção de cada animal.....	62
Figura 11: Geometria dos egípcios – texto abordado com as professoras.....	63
Figura 12: Materiais disponibilizados para serem feitas as demarcações conforme discussões feitas a partir do texto Geometria dos egípcios.....	63
Figura 13: Demarcações feitas pelas professoras.....	64
Figura 14: Desenhando na malha quadriculada as demarcações feitas.....	64
Figura 15: Quadrado ABCD.....	65
Figura 16: Construção do quadrado com o auxílio do transferidor.....	65
Figura 17: Traçando as diagonais, obtendo o centro O no quadrado ABCD.....	66
Figura 18: Marcando os pontos E e F.....	66

Figura 19: Tangran.....	67
Figura 20: Construindo o Tangran na folha quadriculada.....	68
Figura 21: Formando imagens com as peças do Tangran.....	69
Figura 22: Explorando o <i>software</i> Tangran.....	70
Figura 23: Criando diferentes formas geométricas com um barbante de 32 cm, afim de obter a maior área.....	72
Figura 24: Formando figuras geométricas no geoplano.....	73
Figura 25: Desenhando as formas geométricas do geoplano na malha quadriculada.....	74
Figura 26: Representando geometricamente a multiplicação de sete por quinze (7 x 15).....	74
Figura 27: Comparando áreas: Qual das figuras tem maior e menor área?....	75
Figura 28: Auxiliando o pedreiro a calcular a pátio mais caro e o mais barato para assentar, sendo que ele cobra pelo número de lajotas colocadas.....	76
Figura 29: Figuras a serem utilizadas para resolver os três quebra-cabeças.	76
Figura 30: Formando figuras geométricas com as peças do retângulo e quadrado.....	78
Figura 31: Formando figuras com as peças do retângulo.....	78
Figura 32: Medindo o trajeto para traçar o mapa do tesouro.....	79
Figura 33: Desenhando o mapa do tesouro na folha milimetrada.....	80
Figura 34: Decifrando os mapas da caça ao tesouro.....	81
Figura 35: Grupos com os respectivos mapas e tesouros encontrados.....	81
Figura 36: Jogo de tabuleiro com as funções básicas do Super Logo.....	83
Figura 37: Explorando o <i>software</i> Super Logo.....	83
Figura 38: Traçando o mapa do tesouro no Super Logo.....	84
Figura 39: Passando o mapa feito no Super Logo para o editor de desenhos.....	84
Figura 40: Explorando o mapa da cidade .....	85
Figura 41: Jogo “Pesca-pesca Geométrico” confeccionado pela professora da Educação Infantil .....	87
Figura 42: Jogo “Bingo Geométrico” confeccionado pela professora do 1º ano.....	88
Figura 43: Jogos “Trilhas” confeccionados pela professora do 2º ano.....	88
Figura 44: Jogo “Traverse” confeccionado pela professora do 3º ano.....	89

Figura 45: Jogo de dominó confeccionado pela coordenadora pedagógica	90
Figura 46: Jogo “Trilha Geométrica” confeccionado pela coordenadora pedagógica.....	90



## LISTA DE QUADROS

Quadro 01: Completando o número de vértices, arestas e faces de cada sólido geométrico construído .....	57
---	----



## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	13
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	23
2.1 O ensino da geometria, formação de professores e a educação matemática crítica.....	23
2.2 Cenários para investigação.....	34
3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	41
4.RELATO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES.....	45
4.1 Concepções iniciais das professoras sobre o Ensino da Geometria.....	45
4.2 Atividades desenvolvidas com as professoras.....	52
4.3 Novas concepções sobre ensinar e aprender geometria.....	92
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	103
REFERÊNCIAS.....	107
APÊNDICES .....	112
ANEXOS .....	118

## 1 INTRODUÇÃO

Essa pesquisa é fruto de muitas indagações que foram emergindo a partir de práticas pedagógicas que tenho efetivado na escola do ensino básico, bem como de minha função como coordenadora pedagógica. Minha opção pela carreira de professora sempre se manifestou desde a infância, tendo em vista que minhas brincadeiras estavam constantemente atreladas à escola, alunos e à disciplina de Matemática. Sobretudo, minha vida escolar foi muito importante e decisiva, pois quando concluí o Ensino Fundamental começou a surgir a preocupação quanto ao Ensino Médio.

Sempre desejei cursar o magistério, mas este curso só era oferecido no centro da cidade de Lajeado, e eu morava num bairro mais afastado. Também já pensava em trabalhar para poder custear meus estudos, não tive outra escolha a não ser trabalhar durante o dia e estudar à noite, na escola próxima de minha casa. Posso dizer que não me arrependo, pois a escola preparou-me muito bem. Tive ótimos professores e, mesmo sem o magistério, consegui cursar a graduação na licenciatura tão sonhada.

Durante a graduação, sempre que podia participava de encontros e seminários nos quais ouvia um pouco do relato de profissionais que já estavam ligados à área da educação, de alguma forma. Em 1999, fui convidada pelo diretor da escola onde cursei o Ensino Fundamental e Médio para trabalhar na biblioteca da mesma. Ele não estava me oferecendo uma sala de aula, mas já era um grande passo para minha vida, aceitei de imediato. A partir desse momento, pude observar

e participar mais de perto da realidade escolar, às vezes substituindo professores que faltavam, conversando muito com meus colegas, alguns até meus ex-professores. Em 2001, durante uma das aulas da graduação, o professor comentou que um projeto de pesquisa na área da Matemática estaria selecionando bolsistas de iniciação científica, para 20 horas semanais. Não tive dúvidas, fui me inscrever. Recebi o chamado para a entrevista e quando soube que havia sido selecionada fiquei muito feliz, pois além de ter uma renda extra para ajudar a custear a faculdade, teria a grande oportunidade de trabalhar com meus professores da graduação, num projeto em que aprenderia muito.

Durante os três anos em que atuei nesse projeto tive um crescimento pessoal muito grande. Participava de encontros e seminários, não mais como mera ouvinte, mas ia acompanhada de meus professores, apresentando trabalhos. O projeto realizava reuniões mensais com professores da região, nas quais eram trabalhadas metodologias diferenciadas para diversos conteúdos matemáticos nos diferentes níveis de ensino. Os professores engajados no projeto também faziam relatos da maneira como introduziam os conteúdos, do tipo de atividades que aplicavam, enfim, era um momento no qual podiam compartilhar suas dúvidas, seus anseios e buscar materiais alternativos para suas aulas. Outra ação do projeto era a organização da Olimpíada Regional de Matemática. Além de procurar questões de raciocínio lógico para a composição das provas, ajudava na organização do evento, incluindo, elaboração, aplicação, correção e análise das provas.

No ano de 2004, a Olimpíada Regional de Matemática passou a ser um projeto institucional, recebendo a denominação de Olimpíada Matemática da UNIVATES (OMU). Saí do projeto de pesquisa e comecei a trabalhar neste novo projeto, tendo uma bolsa pela Fundação Nacional de Desenvolvimento do Ensino Superior Particular (FUNADESP). A Olimpíada tem como objetivo aproveitar o gosto natural dos jovens pelas competições e estimulá-los a um aprendizado menos burocrático, resolvendo problemas novos e desafiantes. Também procura divulgar a UNIVATES, aproximando-a do estudante da sua região de abrangência. Especificamente, a OMU pretende despertar e desenvolver o raciocínio lógico-matemático do aluno, o interesse pela resolução de problemas ou desafios e o gosto pela Matemática, o espírito competitivo sadio, a criatividade na resolução de

problemas e evidenciar que a Matemática não é uma ciência pronta e acabada. Ademais, pretende conscientizar os alunos de que bons resultados são conseguidos com esforço e dedicação, além de valorizar o potencial de raciocínio criativo dos alunos, ajudando-os a fazer uso do mesmo em outras áreas do conhecimento; incentivar os professores a levarem o “dia a dia” para a sala de aula tornando o ensino menos livresco e menos conteudista, e premiar os alunos que obtiverem os melhores resultados por série.

Ainda no ano de 2004, a escola onde trabalhava como bibliotecária convidou-me para ser professora de Ciências das 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental e professora de Matemática da 7ª série do Ensino Fundamental e 2ª e 3ª séries do Ensino Médio.

Os anos de vivência em sala de aula, como aluna, proporcionaram-me várias observações em relação à matemática, que em muitos níveis de ensino é vista como uma disciplina difícil de ser compreendida, com alto índice de reprovação nas escolas, sendo que em muitos conteúdos os alunos veem pouca aplicabilidade. Pensando nisso, desde meu ingresso no curso de graduação<sup>1</sup>, ficava angustiada pelo fato de imaginar que algum dia teria a oportunidade de entrar numa sala de aula e confrontar-me com os alunos, sendo vista por eles como a professora da matéria “chata”. Mas, a partir do momento em que fui desafiada a ser a professora de matemática, as angústias e o medo tiveram de ser deixados de lado; enfrentei a realidade, fazendo o possível para minhas aulas serem diferenciadas.

No segundo semestre de 2004, iniciei o curso de pós-graduação em Ensino de Matemática na UNIVATES para ampliar o campo de conhecimento e dar continuidade às discussões levantadas durante a graduação, pois essas, algumas vezes, ficaram vagas devido ao pouco contato que tinha com a sala de aula e com a pesquisa em ensino de matemática.

O trabalho de conclusão da pós-graduação foi realizado com uma turma de 2º ano do Ensino Médio, tendo como foco a Modelagem Matemática. Envolvi-me muito

---

<sup>1</sup> Graduada em Licenciatura Plena em Ciências com Habilitação em Matemática pelo Centro Universitário – UNIVATES.

nesse trabalho e o mesmo ocorreu com os alunos, pois consegui desenvolver todos os conteúdos previstos no plano de estudos partindo da construção do ginásio da escola.

A experiência profissional fez de mim uma pessoa mais decidida e adepta à busca constante por novas aprendizagens, tendo sempre como objetivo maior a aprendizagem do aluno. Todas essas vivências fazem me identificar muito com a afirmação de Paulo Freire:

Ninguém começa a ser educador numa certa terça-feira, às quatro horas da tarde. Ninguém nasce educador ou é marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática (FREIRE, 1991, p.58).

Neste sentido, compreendi que a busca constante e a reflexão sobre a própria prática requer um exercício muito forte de análise e busca por mudanças; porém, como toda mudança, traz certo medo, muitos profissionais optam por não realizá-la. A mudança de algumas concepções necessita de suportes metodológicos que por sua vez serão encontrados em cursos de formação continuada. Groxko et al. (2008) salientam a

[...] necessidade de inovações na área educacional, de busca pela qualidade do ensino e da indubitável necessidade de formação que todo profissional e, principalmente, o professor precisa para dar conta de formar homens e mulheres responsáveis pela vida em sociedade e que o processo de formação nunca termina. Não basta hoje a formação inicial, ela necessita sempre ser complementada, pois as significativas mudanças que vêm ocorrendo no contexto social e tecnológico tornam o mercado de trabalho, cada dia, mais exigente tanto para os professores que serão desafiados a criar projetos aliados à pesquisa, quanto para os alunos. É imprescindível a formação contínua do professor para o exercício pleno de sua atividade profissional (GROXKO et al., 2008, p.3460).

Nesse momento da escrita, julgo ser pertinente evidenciar as razões pelas quais escolhi a temática de investigação: formação de professores nos Anos Iniciais. Apontarei três motivos, o primeiro deles diz respeito a minha atuação como coordenadora pedagógica em uma escola da rede privada, sendo este um novo e grande desafio que passei a enfrentar. Esse período fez com que eu me aproximasse e vivenciasse mais de perto a realidade dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental dessa escola.

Como os conteúdos da disciplina são bastante amplos, comecei a analisar os planos de trabalho deste grupo de professores e as dúvidas que estes apresentavam no decorrer do ano letivo, chegando à conclusão de que o ensino da geometria, naquele momento, seria o mais conveniente a ser abordado. Ademais, vivemos num emaranhado de condições geométricas (embalagens, construções, objetos, entre outros) e, mesmo assim, percebia que a geometria vinha sendo pouco trabalhada nas aulas.

O segundo motivo está atrelado ao fato de que os Parâmetros Curriculares apontam para a importância de um trabalho voltado para esse conteúdo. Os mesmos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNs, 1997) ressaltam a importância de trabalhar, desde a escolarização das crianças, o ensino da geometria. Trata-se de um processo inicial de visualização, no qual “[...] as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas propriedades” (BRASIL, 1997, p.127).

Isso confirma que se faz necessário que o professor da atualidade busque novas aprendizagens. O ensino da matemática nos anos iniciais com uma abordagem à realidade do aluno com certeza seria uma conquista possível, como bem apontam os PCNs.

Situações cotidianas e o exercício de diversas profissões, como a engenharia, a bioquímica, a coreografia, a arquitetura, a mecânica, etc., demandam do indivíduo a capacidade de pensar geometricamente. Também é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno (BRASIL, 1999, p.122).

A criança, desde cedo, ao manipular objetos enquanto explora o ambiente já faz uso da geometria, e essa relação permanece, conforme Abrantes (1999) *apud* Fonseca et al. (2009):

As primeiras experiências das crianças são geométricas e espaciais, ao tentarem compreender o mundo que as rodeia, ao distinguirem um objeto do outro, [...]. Aprendendo a movimentar-se de um lugar para outro, estão a usar ideias espaciais e geométricas pra resolver problemas. Esta relação com a Geometria prossegue ao longo da vida (FONSECA et al., 2009, p.73).

Os PCNs apontam a importância da geometria, contudo muitos educadores não apresentam a mesma concepção. Diante dessa constatação, cabe a pergunta: esse desinteresse é porque os professores não gostam do conteúdo ou faltam embasamentos e suportes metodológicos para a abordagem da mesma? Pereira (2001) investigou oito dissertações realizadas em instituições brasileiras que abordavam o abandono da geometria e, segundo a autora, essa abdicação se daria por problemas na formação de professores, pela abordagem insuficiente dos livros didáticos e pelas lacunas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna.

O terceiro motivo pode ser expresso pela minha inquietação que aumentava a cada dia, pois o despreparo dos professores dos Anos Iniciais em relação ao ensino da geometria era visível, bem como seus pedidos de ajuda. Assim, a busca por soluções passou a ser algo constante na minha prática diária, tentando em muitos momentos auxiliá-los através de sugestões de atividades possíveis de serem trabalhadas com os alunos.

Diante destas razões, tive que optar por algum referencial que desse sustentação a minha pesquisa. As disciplinas que cursei ao longo do mestrado me mostraram a produtividade de enveredar pelas teorizações da Educação Matemática Crítica<sup>2</sup>. Tal teorização surgiu no início da década de 1970, sendo considerada quase uma antítese à Educação Crítica, segundo Skovsmose (2012). Assim, a Educação Matemática Crítica teve de construir suas próprias formulações, que não poderiam surgir a partir da educação crítica. O objetivo da Educação Matemática Crítica é desvencilhar a matemática da ideia de que se trata de uma disciplina isolada e mostrar que pode estar relacionada a várias questões, fatos diários da vida do aluno, fazendo-o perceber a importância da mesma, participando criticamente na construção dos conhecimentos matemáticos, conseguindo, assim, fazer relações de sua aplicabilidade no seu convívio diário. Como apontam Pinheiro e Bazzo (2009)

[...] trabalhar visando a uma Educação Matemática Crítica, significa oportunizar aos alunos o estudo de situações-problema, desenvolvendo seu interesse pela inserção da matemática nas demais ciências e na própria

---

<sup>2</sup> A quase totalidade das referências desta pesquisa aponta que as teorizações da Educação Matemática Crítica, o Ensino da Geometria, os Cenários de Investigação são produtivos em sala de aula, voltados para o aprendizado do aluno. Entretanto, entendo que ao trabalhar tais questões com o grupo de docentes, estas as disseminarão em suas salas de aula.

tecnologia, bem como aguçar seu senso crítico na tomada de decisões. Isso permite ao aluno atuar de forma crítica na realidade, ou seja, as atividades de sala de aula irão permitir que o próprio aluno possa criar estratégias e recursos de resolução dos problemas que envolvem ciência e tecnologia, em conjunto com a sociedade, podendo analisar e questionar as respostas obtidas (PINHEIRO; BAZZO, 2009, p.110).

Na perspectiva da Educação Matemática Crítica, é preciso haver mudança nas concepções dos professores, pois estes precisam planejar suas aulas de maneira não habitual, quando muitas vezes o livro didático é usado e seguido. É preciso, inicialmente, conhecer bem o local onde a escola está inserida, ou seja, conhecer a comunidade escolar, estar atento e perceber o meio no qual o aluno está inserido, para, a partir disso, ter um planejamento didático escolar. Especificamente em relação ao ensino de Geometria, Crescenti (2005) aponta que além das mudanças que ocorreram nos livros didáticos e nos próprios PCNs em relação ao ensino da geometria, cabe ao professor essas mudanças na forma como vem sendo abordado esse conteúdo.

Embora estes materiais e muitos outros possam estar à disposição dos professores, o que a literatura disponível até o momento indica é que o ensino de Geometria ainda não conseguiu atingir seus objetivos. Ou é um ensino muitas vezes teórico, distante da realidade, como um conjunto de conhecimento cuja aplicação fica a desejar, ou então é tão superficial que poucas vantagens podem advir desse conhecimento (CRESCENTI, 2005, p.42)

Problemas, atividades matemáticas antes extraídas diretamente do livro didático, devem ser reformuladas para o contexto escolar, tornando-as mais significativas para o aluno. Assim, a Educação Matemática Crítica

[faz] da escola um local onde a vida seja o foco primeiro, tem o desafio de provocar uma mudança de mentalidade nos professores, nos gestores nos estudantes e nas famílias envolvidas. A dinâmica escolar deverá ocupar um processo que busque na informática sua dimensão como linguagem e deverá incentivar diferentes formas de uso da literatura, que certamente exigirá textos com linguagem diferente da que é utilizada pelos livros didáticos convencionais (KRUEGER; KEIM, 2010, p.13).

Partindo da premissa de que a escola é o lugar onde é possível provocar mudanças, como bem apontam Krueger e Keim, as teorizações da Educação Matemática Crítica podem ser produtivas para que estas ocorram. Autores como Almeida e Silva, baseando-se em Skovsmose (2001) destacam que “No âmbito da Educação Matemática e das aulas de Matemática discussões sobre este papel da

escola aparecem pautadas nos domínios da Educação Matemática Crítica” (Almeida; Silva, 2010, p.222). Os autores ainda inferem que nessa perspectiva teórica, tais teorizações podem

(1) preparar os alunos para o exercício consciente da cidadania; (2) estabelecer a matemática como um instrumento para analisar características críticas de relevância social; (3) considerar os interesses dos alunos; (4) considerar conflitos culturais e sociais nos quais a escolaridade se dá; (5) refletir sobre a matemática e seus usos; (6) estimular a comunicação em sala de aula, uma vez que as inter-relações oferecem uma base para a vida democrática. (ALMEIDA; SILVA, 2010, p.222)

Cabe aqui destacar que esse trabalho enfatizará os dois últimos itens destacados por Almeida e Silva (2010). Ao provocar com o grupo de docentes a reflexão sobre a matemática e seus usos e estimulando a comunicação nos encontros, espera-se que o mesmo acontecerá nas práticas pedagógicas cotidianas destas docentes.

Novamente me reportando ao ensino da geometria, o presente projeto de pesquisa norteia-se pela formação de um grupo de estudos para discutir e ampliar o conhecimento sobre o tema. É importante aqui destacar que não tive a intenção de proporcionar ao grupo de professoras um curso de formação continuada, razão pela qual os aportes teóricos que sustentam essa investigação não estão alicerçados em teorizações sobre formação continuada. Trata-se, portanto, de proporcionar a essas docentes um espaço aberto para discussões acerca de sua prática docente, movidas e desafiadas por cenários para investigação.

Qualquer cenário de investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que alunos e professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora. Isso significa, por exemplo, a aceitação de questões do tipo “o que acontece se...”, que possam levar a investigação para um território desconhecido (SKOWSMOSE, 2008, p.37).

Diante do exposto e com a temática formação de professores nos anos iniciais o problema desta pesquisa pode ser assim descrito: **O que os cenários para investigação, no âmbito do ensino da geometria nos anos iniciais do ensino**

**fundamental, podem operar de mudanças nas concepções de um grupo de professoras?**

Essa temática teve como objetivo principal problematizar o ensino de geometria nos anos iniciais por meio de cenários para investigação.

Como objetivos específicos, foram elencados os seguintes aspectos:

- Analisar as concepções de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de uma escola do município de Lajeado/RS, quanto ao ensino de geometria.
- Problematizar a prática pedagógica desses professores no tocante ao ensino de geometria.
- Organizar e desenvolver estratégias de formação de cenários para investigação para o estudo de geometria nas séries iniciais, buscando uma educação matemática crítica.
- Reavaliar as concepções desses professores após os encontros considerando os cenários para investigação.

Nessa perspectiva, o presente trabalho foi organizado em cinco capítulos. No segundo capítulo, apresenta-se o referencial teórico, desmembrado da seguinte forma:

- O ensino da geometria, a formação de professores e a educação matemática crítica - em que se analisa a importância de abordar o assunto geometria em sala de aula. Investigando, ao mesmo tempo, os motivos do abandono dessa temática nas escolas e ainda destacando a necessidade de um aluno e um professor mais crítico nas suas vivências de sala de aula enquanto educando e educador, ambos sendo críticos dos seus papéis.

- Cenários para investigação - para criar momentos desafiantes em que os professores podem se tornar investigativos, avaliando e analisando constantemente

sua prática pedagógica, buscando novas metodologias de ensino capazes de estimular a criticidade do aluno.

No terceiro capítulo, serão abordados os materiais e métodos utilizados para o desenvolvimento da pesquisa, descrevendo detalhadamente a forma como as atividades foram conduzidas, entrevistas, observações e como os dados obtidos foram analisados.

No quarto capítulo, apresenta-se os resultados obtidos no desenvolvimento da proposta aqui descrita, incluindo a análise das entrevistas realizadas com as professoras no início e final deste estudo, além da descrição das atividades desenvolvidas nos encontros semanais.

Para finalizar, no quinto capítulo, são apresentadas as considerações finais, fazendo uma análise das entrevistas e dos encontros desenvolvidos.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esse capítulo tem por objetivo fazer referência aos aportes teóricos que fundamentaram essa investigação. Dividido em duas seções, a primeira aborda o ensino da geometria, a formação de professores e a educação matemática crítica. Na segunda seção, enfatiza-se a utilização dos cenários de investigação.

### 2.1 O ensino da geometria, a formação de professores e a educação matemática crítica<sup>3</sup>

A matemática é vista pela sociedade como um dos principais conhecimentos que o ser humano deve adquirir. Contudo, fica tão distante do dia a dia das pessoas, sendo muitas vezes trabalhada de forma abstrata, sem relações com a realidade do aluno. Assim, este, muitas vezes, não consegue entender alguns conceitos por não conseguir associar o conteúdo abordado em sala de aula com uma situação que possa surgir na sua vida. Em consonância, Freudenthal *apud* Fonseca et al. (2009), destaca que a geometria

[...] é uma das melhores oportunidades que existem para aprender a matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até que possa de algum

---

<sup>3</sup> Ao me referir à questão de formação de professores, tomo como premissa nesse trabalho apenas a formação de professores no que tange a geometria, sem almejar discutir formação continuada de professores.

modo ser dispensadas, as formas no espaço são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta (FONSECA et al., 2009, p. 92-93).

O estudo da geometria possibilita uma abordagem crítica da realidade, relacionando o conteúdo com situações concretas, permitindo que o aluno parta do concreto para mais tarde chegar a situações mais abstratas. Bulos (2011) enfatiza que

A geometria pode ser o caminho para desenvolvermos habilidades e competências necessárias para a resolução de problemas do nosso cotidiano, visto que o seu entendimento nos proporciona o desenvolvimento da capacidade de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair (BULOS, 2011, p. 5).

A geometria é um dos campos matemáticos que apresenta uma grande possibilidade de conexão com outros conteúdos, como a álgebra e a aritmética. Por ser um conteúdo em que se consegue visualizar e manipular objetos, a aprendizagem ocorre mais facilmente, pois o aluno consegue, através de situações concretas, construir o conhecimento com maior ênfase. Lorenzato (1995) destaca:

A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceito, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser classificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz (LORENZATO, 1995, p. 6).

Borges (2009) aponta o professor como o responsável por determinar o momento certo para passar da linguagem intuitiva para a mais formalizada, uma vez que a geometria nos anos iniciais se caracteriza primordialmente como linguagem que parte do concreto para o simbólico. “Portanto, a criança deve manipular, construir, observar, compor, decompor e agrupar por semelhanças ou diferenças” (BORGES, 2009, p.6). O professor deve dar tempo para o aluno descobrir algumas relações, exercendo o papel de observador e mediador, percebendo o momento certo para intervir, questionando os alunos e, assim, criando com eles os conceitos pré-definidos.

O estudo da geometria é trivial e a iniciação do mesmo deve ocorrer cedo, visto que a criança desde a Educação Infantil já manipula objetos, classificando os que rolam, os que se pode empilhar, os que encaixam, entre outros. Mesmo

sabendo dessa importância, muitos docentes não conseguem visualizar esse potencial na criança, menosprezando a necessidade de planejar aulas que envolvam a geometria. Fainguelernt (1999) aponta que

Entre os matemáticos e os educadores matemáticos, existe um consenso de que o ensino da Geometria deveria começar desde cedo e continuar, de forma apropriada, através de todo o currículo de Matemática. Entretanto, tradicionalmente existe divergência de opiniões entre os conteúdos e os métodos de ensino da Geometria nos diferentes níveis, desde a escola primária até a universidade. Uma das razões dessa divergência é que a Geometria possui muitos aspectos e, conseqüentemente, talvez não exista um caminho simples, linear, claro, hierárquico desde os princípios elementares até as abstrações e axiomas, embora seus conceitos devam ser considerados em diferentes estágios e diferentes pontos de vista (FAINGUELERNT, 1999, p. 21).

Pelo exposto, fica claro e evidente que o ensino da geometria deve fazer parte do planejamento didático do professor. Ao mesmo tempo em que este conteúdo é abordado, há necessidade de não ser só mais uma mera repetição de conceitos e teoremas lineares, sequenciais e planos, como ocorre na maioria dos livros didáticos, de modo que não proporcionam ao aluno uma dimensão mais abrangente e profunda que possibilite estabelecer relações teórico práticas. É fundamental que se busque uma cuidadosa análise acerca de alternativas metodológicas com diversos recursos que auxiliarão no processo de ensino e aprendizagem. Pais (2000), examinando o uso de recursos didáticos no ensino da geometria, afirma:

O uso de materiais didáticos no ensino da geometria deve ser sempre acompanhado de uma reflexão pedagógica para que, evitando os riscos de permanência em um realismo ingênuo ou de um empirismo, contribua na construção do aspecto racional. Uma compreensão inicial pode induzir um aparente dualismo entre as condições concretas e particulares dos recursos didáticos em oposição às condições abstratas e gerais das noções Geométricas. Mas esta dualidade não deve ser vista como pólos isolados do processo de construção conceitual, deve ser superada pela busca de um racionalismo aberto, dialogado e dialetizado. Em suma, devemos sempre estimular um constante vínculo entre a manipulação de materiais e situações significativas para o aluno (PAIS, 2000, p.14).

De modo semelhante, Pavanello (2001) atribui à atuação didática do professor muitas das dificuldades que os alunos apresentam em relação à geometria, uma vez que o docente se limita a exigir “[...] dos alunos somente o nome das figuras, sem se preocupar com o reconhecimento de propriedades e

componentes das figuras, importantes do ponto de vista da Matemática” (PAVANELLO, 2001, p. 183).

Nesse sentido, muito se tem falado e pesquisado sobre o ensino da geometria, que antes do Movimento da Matemática Moderna já era abordado formalmente, predominando demonstrações geométricas. Essa inflexibilidade, segundo Grandó et al. (2008) acentuou-se durante o Movimento da Matemática Moderna.

O formalismo da matemática acentuou-se nas décadas de 1960 e 1970, durante o Movimento da Matemática Moderna, e a geometria, ao revestir-se de uma concepção voltada à linguagem, ficou relegada a um segundo plano nos currículos e livros didáticos brasileiros. Isso acabou por gerar o seu abandono pela escola básica, como evidenciamos em inúmeras pesquisas na área de Educação Matemática, principalmente na década de 1980 (GRANDO et al, 2008, p. 42).

Até hoje se percebe o reflexo do formalismo no estudo da geometria, a qual está praticamente ausente nas escolas, ficando em segundo plano no planejamento dos professores. Fainguelernt (1999, p.14) destaca quatro causas para este descaso, que segundo Lorenzato (1995) estão relacionadas com as práticas docentes. Para ele,

a primeira é que, durante muito tempo, o ensino de Geometria não se renovou e com isso perdeu o vigor. Na maioria das escolas brasileiras é ensinada a Geometria Euclidiana cujos conceitos constituem o grande obstáculo epistemológico que deve ser superado por professores e alunos e que se relaciona fundamentalmente com a organização do raciocínio e com a construção de argumentações lógicas. No entanto, os alunos são induzidos a uma atuação passiva, limitando-se, no máximo, a serem simples copiadores; as figuras, por exemplo, são apresentadas e descritas como resultados de observação alheia (LORENZATO, 1995 apud FAINGUELERNT, 1999,p.14).

A segunda causa também está atrelada ao professor, enfocando a falha na formação docente que não o preparou para trabalhar a geometria com seus alunos.

a segunda causa é que, na sua formação, a maioria dos professores não teve acesso aos conhecimentos de geometria necessários para a realização de sua prática pedagógica. Como não detêm esse conhecimento, a geometria é excluída de seu plano de trabalho. O fato de o professor não saber geometria impossibilita-o de refletir sobre a sua beleza e a sua importância na formação de seus alunos (LORENZATO, 1995 apud FAINGUELERNT, 1999,p.14).

A terceira causa, além de estar condicionada à formação, direciona-se também à carga horária de trabalho do professor: pouca disponibilidade de tempo para o planejamento das aulas levam-no a utilizar o livro didático. Este material, por sua vez, direciona um ensino de geometria mais focado na cópia, na repetição de atividades, não permitindo que o aluno construa conceitos, deixando que ele próprio chegue às conclusões, anulando qualquer possibilidade de um olhar crítico em relação à realidade em que está inserido.

Concluindo, o autor aponta como quarta causa do abandono da geometria o currículo que não prioriza esse estudo, menosprezando sua relevância.

A quarta é o currículo, que repercute diretamente na práxis do professor. Tanto no currículo da escola fundamental quanto no das escolas de formação de professores, a Geometria, em geral, tem sido relegada a um plano secundário. Na escola de 1º grau, quando ela chega a estar presente no currículo, não tem papel relevante. Nos cursos de licenciatura em Matemática (3º Grau) ou nos cursos de formação de professores (2º Grau), a Geometria ou não consta do currículo, ou tem uma posição muito frágil. Esta é mais uma razão para o abandono de seu ensino, já que ninguém pode ensinar o que não conhece (LORENZATO, 1995 apud FAINGUELERNT, 1999, p.14).

Pereira (2001), em seu inventário sobre a literatura existente em relação à geometria, problematiza as conclusões de Lorenzato (1995), afirmando que “[...] os problemas com a formação do professor, omissão da geometria em livros didáticos e lacunas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna, compõem um círculo vicioso” (PEREIRA, 2001, p.65).

Cabe ao professor e ao sistema essa mudança no que tange ao ensino da geometria; mesmo que gradativa, ela deve ocorrer. Porém, toda e qualquer mudança no ensino não é simples, requer muito estudo, pesquisa e investigação, como mostra a pesquisa realizada por Pereira (2001), que analisou estudos feitos sobre o abandono da geometria.

[...] a partir do diagnóstico que foi realizado no desenvolvimento desta pesquisa/inventário, fica evidente e necessária a discussão sobre novas abordagens, redimensionadas em conceitos e atividades que significativamente impulsionem o processo de aquisição – ensino e

aprendizagem da Geometria, com novas leituras para novas propostas de ensino (PEREIRA, 2001, p. 66).

Para tanto, faz-se necessário que o professor esteja envolvido em uma formação continuada, na busca constante por novas metodologias de ensino na área de geometria, capazes de auxiliá-lo na sua prática diária, fazendo o tema ser de fato abordado em sala de aula com maior ênfase, de modo que o aluno perceba sua importância e aplicabilidade.

Referindo-me à formação continuada, volto para a formação inicial dos professores polivalentes, que são: o magistério normal e os cursos de Pedagogia, os quais, em sua estruturação curricular, abrangem a docência na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, além da possível atuação na gestão escolar. Observa-se que um curso de 2 a 5 anos, dependendo da instituição, com tão ampla estruturação curricular apresenta um tempo de formação curto se comparado com a dimensão proposta.

Nacarato, Mengali e Passos (2009), em suas pesquisas, revelam que o tempo destinado às disciplinas específicas, como por exemplo, a matemática e por consequência a Geometria, são insuficientes. Estes professores quando atuarem em sala de aula irão se deparar com conteúdos a serem desenvolvidos com seus alunos que não foram vistos, muito menos estudados durante o processo formativo. Assim, segundo as autoras, esses professores muitas vezes farão uma mera repetição de conteúdos, sem inovações, simplesmente pelo fato de não conhecerem e, portanto, não perceberem a importância e a aplicabilidade do seu estudo e aprendizagem.

Tendo em vista a pouca importância dada à geometria pelos formadores, Curi (2004) analisou, em sua pesquisa de doutorado, grades curriculares e ementas de matemática de 36 cursos de Pedagogia. Em todo esse universo de pesquisa foram encontradas apenas quatro disciplinas na área da Matemática e dentre os conteúdos que constam nas ementas a única referência à geometria aparece sob o tema: “Geometria experimental e construtiva”. Em consonância, é fundamental que sejam oferecidos cursos específicos de matemática, principalmente na área da geometria, como formação complementar para estes professores que se sentem despreparados

para abordarem o assunto em sala de aula, uma vez que sua formação inicial não permitiu o conhecimento específico.

Outrossim, também é importante desencadear uma maior preocupação das instituições formadoras no que se refere à inserção da matemática e suas especificidades em suas grades, como é o caso da geometria. A ausência de disciplinas nessa área pode causar a falsa ideia de que essa ciência tem menos ou nenhuma importância, o que, de certa forma, os desestimularia a trabalhar tais conceitos em sala de aula e a buscar formação complementar continuada sobre o tema.

Dado o exposto, observa-se que muitas vezes o professor sente-se encurralado, pois de um lado as diretrizes e os planos de estudos das escolas apontam a geometria como um dos conteúdos a serem desenvolvidos no decorrer do ano letivo. Por outro lado, há a insegurança e o despreparo frente ao assunto.

Apontada como uma das maiores causas para o abandono da geometria, a insuficiente formação acadêmica do professor é abordada por Almouloud (2004) que em relação a este despreparo destaca:

Podemos apontar, em relação à formação dos professores, que esta é muito precária quando se trata de geometria, pois os cursos de formação inicial não contribuem para que façam uma reflexão mais profunda a respeito do ensino e da aprendizagem dessa área da matemática. Por sua vez, a formação continuada não atende ainda aos objetivos esperados em relação à geometria. Assim, a maioria dos professores do ensino fundamental e do ensino médio não está preparada para trabalhar segundo as recomendações e orientações didáticas e pedagógicas dos PCNs (ALMOULOU, 2004, p.99).

Nesse sentido, considero que esse despreparo também ocorre com os professores dos anos iniciais, pois Guimarães (2006) em sua monografia de especialização destaca que como professora de matemática na 7ª série do Ensino Fundamental percebia que os alunos iniciam essa série sem os mínimos conhecimentos geométricos necessários, a autora aponta então, que

Essa ausência de experiências dos alunos com a Geometria antes da 7ª série indica, mais uma vez, que ela vem sendo ainda deixada em segundo plano, ou se encontra totalmente ausente nas séries iniciais e mesmo nas

duas primeiras séries do segundo segmento do Ensino Fundamental (5ª e 6ª) (GUIMARÃES, 2006, p.7).

Partindo-se, então, da premissa de que houve falhas na formação do professor, é possível inferir que cabe a esse buscar novas possibilidades para aperfeiçoar-se, admitindo-se que em lugar algum existirá formação ou preparação total, pois o trabalho com pessoas requer inicialmente assumir que cada um é diferente. Para tanto, penso ser importante que o professor sinta-se constantemente desafiado a conhecer as diversas realidades e necessidades de seus alunos, o que implicará muitas vezes na percepção imediata e direta da necessidade de estudo da geometria, haja vista a sua grande aplicabilidade nos mais diversos contextos. Por isso, deve-se estar em constante formação, motivado para a busca das soluções ou pelo menos de alternativas. Moran (2007) enfatiza:

O processo de mudança na educação não é uniforme nem fácil. Mudaremos aos poucos, em todos os níveis e modalidades educacionais, pois existe na sociedade uma grande desigualdade econômica, de maturidade, de motivação das pessoas. Algumas estão preparadas para a mudança, outras não, e é difícil mudar padrões nas organizações, nos governos, nos profissionais e na sociedade (MORAN, 2007, p. 168).

Baseada nas teorizações de Skovsmose, penso ser possível afirmar que o ensino da geometria possibilita, entre vários aspectos, a oportunidade de focar uma educação matemática crítica, uma vez que o conhecimento passa a ser construído e apropriado no decorrer das ações. Skovsmose (2008, p.39) destaca que "... a busca de um caminho entre os diferentes ambientes de aprendizagem possa proporcionar novos recursos para levar os alunos a agir e a refletir, oferecendo, dessa maneira, uma educação matemática de dimensão crítica".

Portanto, é necessário que o aluno assuma o processo de exploração e explicação, tornando-se responsável pelo processo de aprendizagem. Para tanto, é importante considerar que para um indivíduo ser crítico, deve analisar e buscar alternativas para solucionar conflitos ou crises com as quais se depara. Dessa forma, ao desenvolver a competência crítica, deve-se saber como e onde buscar as alternativas (PAIVA; SÁ, 2011).

Nesse sentido, para o aluno tornar-se crítico, sendo agente ativo no processo de ensino e aprendizagem, o professor deve abordar os conteúdos de forma diferenciada, reconhecendo que um processo construído coletivamente deve libertar-se do processo tradicional de que o professor detém o conhecimento pronto e acabado e sua função é repassá-lo aos alunos, cuja função seria assimilar, memorizar e reproduzir. Para isso, o professor deve assumir uma postura crítica e questionadora. Desse modo, é importante que ele avalie, junto com os alunos, formas diversificadas de construir os conceitos, e nesse contexto faz-se necessário que o professor reflita as suas próprias ideias junto com os alunos, de modo que estes se sintam parte integrante e necessária na construção dos conceitos. Tais ideias podem ser remetidas às discutidas por Almeida e Silva (2010), quando estes, apoiados em Skovsmose, afirmam que a Educação matemática crítica ao almejar mais do que simplesmente transmitir informações demanda

[...] um processo de formação no qual o indivíduo seja exposto a situações de aprendizagem que o estimulem a pensar, a questionar, a conhecer o contexto histórico, a provisoriedade, a incerteza, os diferentes pontos de vista e a estabelecer relações entre o conteúdo apreendido e a realidade na qual está inserido. (ALMEIDA; SILVA, 2010, p.226)

Assim, o mais relevante não é a construção do conceito, mas num primeiro momento vislumbrar no aluno a concepção de que ele também pode fazer parte da construção do conhecimento. De certa forma, o professor deve demonstrar ao aluno que questionamentos e dúvidas fazem parte do processo evolutivo. Segundo Moran, “A educação precisa encantar, entusiasmar, seduzir, apontar possibilidades e realizar novos conhecimentos e práticas” (MORAN, 2007, p. 21). Nesse plano, como o aluno ainda espera muito do professor e se espelha nele, é fundamental apontar que a construção dos conceitos por parte do próprio professor é baseada em questionamentos, o que induziria o aluno a fazê-lo da mesma forma. Nessa ótica, o professor pode se deparar com questionamentos imprevisíveis, pois começar uma investigação,

[...] em que pré-concepções foram momentaneamente deixadas de lado significa que algo imprevisto possa acontecer. Crenças e visões de mundo estabelecidas, ao serem confrontadas e desafiadas por uma investigação, deveriam ser passíveis de mudanças e aperfeiçoamentos. Um diálogo é algo imprevisível. Não há respostas prontas, conhecimentos de antemão, para os problemas. Elas surgem através de um processo compartilhado de

curiosa investigação e reflexão coletiva, com o propósito de obter conhecimento. Impresvisibilidade significa o desafio de experimentar novas possibilidades [...] (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 127 e 128).

Nessa abordagem, pode-se enfrentar a resistência de alguns professores que não admitem a menor hipótese de por em dúvida o seu conhecimento, o que poderia acontecer com a prática dessa metodologia questionadora. Como bem apontam Pinheiro e Bazzo (2009, p. 106), “há a necessidade de capacitar os cidadãos com uma *competência crítica* para não somente aceitar tais decisões, mas principalmente para questioná-las, exigindo a participação em debates que possam envolver o ambiente em que vivemos.”

Ainda neste íterim, pode-se inferir que o professor torna-se ao mesmo tempo investigador, crítico e relator a fim de compartilhar experiências e possibilitar análises e comparações com casos similares, não acreditando simplesmente em receitas, mas buscando formações de evidências e tendências, reconhecendo a continuidade e a busca como um processo constante e inacabado. Desta forma, ao se propor

[...] uma estratégia segundo os pressupostos da Educação Matemática Crítica, há um compromisso com a construção de uma nova prática para o ensino, caracterizando a sala de aula com um cenário de pesquisa, na qual a investigação-ação estará presente. Isso não denota uma mudança radical no programa de ensino da escola, mas pressupõe que se complemente a base curricular. O conhecimento matemático passa a ser entendido como produção do homem na constante luta para a superação de suas dificuldades, na interpretação dos fenômenos, na resolução dos problemas que afetam a sociedade, enfim, na busca de melhores condições de vida (PINHEIRO; BAZZO, 2009, p. 107).

Diante desta disposição para fazer a investigação, inicialmente necessita-se de um problema real, que deve ser avaliado e estudado, descrevendo a situação para, na sequência, buscar estratégias de ações concretas a serem desenvolvidas e, ao mesmo tempo, serem compartilhadas com os demais colegas professores, afim de, juntos, poderem chegar a resultados considerados satisfatórios. Sabe-se que uma investigação não ocorre de um dia para o outro, requerendo muito tempo de análise, discussões e trocas, com muitos recomeços. Corroborando com essa metodologia, Skovsmose (2008) destaca:

[...] a matemática estabelece uma forma particular de ver o mundo – alguns aspectos são apontados como relevantes, outros são colocados de lado. É importante notar que, quando dizemos que a matemática representa um dado aspecto da realidade, empregamos o verbo representar não no sentido de criar uma cópia fiel ou um modelo da realidade, mas no sentido de re-apresentar a realidade em um formato diferente (SKOVSMOSE, 2008, p.70).

Dessa forma, o estudo não linear da geometria permite uma maior interação entre os professores que conseguirão, através do seu conhecimento, re/estabelecer formas capazes de promover uma aprendizagem mais significativa para seus alunos. Numa aula de matemática, o diálogo, as discussões, a busca por explicações e as descobertas devem se fazer presentes, mas é preciso considerar que é necessária a inclusão de uma linguagem matemática mais informal. As leituras que efetivei ao longo do mestrado me permitiram compreender que uma educação realmente crítica não pode ser conduzida apenas com aula expositiva, é importante a inserção da investigação. Desta forma, cito estudos de Krueger e Keim (2010), que embora não discutam questões de geometria levam a mesma discussão a conceitos relacionados a cálculo, quanto retratam o ensino da matemática.

A postura desencadeada pela matemática crítica tem a característica de desafiar a infalibilidade dos cálculos como certezas e verdades, para mostrar que os resultados das operações matemática podem se devem ser analisados como diversas e diferentes possibilidades de interação com o meio ao qual o cálculo e o problema se referem. A possibilidade dos enunciados, das operações e dos resultados serem relativos e passíveis de novas interpretações, de acordo com a intenção e propósito das pessoas e do contexto a que se refere, mostra que a matemática vai além do resultado e dos cálculos. Isso acontece, na medida em que se aprofunda a reflexão teórica, histórica, social e política dos enunciados e do aporte teórico e operacional, que fundamental cada etapa do processo (KRUEGER; KEIM, 2010, p.4).

Observa-se assim que o professor precisa criar um ambiente de aprendizagem norteado pela investigação, relacionando-o com a educação matemática crítica, “como a expressão das preocupações sobre os papéis sociopolíticos que a educação matemática pode desempenhar na sociedade” (SKOVSMOSE, 2008, p. 101). Neste sentido, Cêa et al. (2009) destacam que

[...] os paradigmas conservadores presentes na sociedade são barreiras difíceis de quebrar; por isso, uma boa maneira de tentar provocar uma mudança de visão de mundo e de ampliar as possibilidades de ação é o conhecimento de realidades contestadoras, que explicitam e encarnam conflitos e contradições (CÊA et al., 2009, p.188).

É importante criar condições para se refletir sobre mecanismos que envolvem a matemática - nessa abordagem a geometria foi a área eleita, buscando um caminho entre diferentes ambientes de aprendizagem, para levar as professoras à reflexão da sua prática pedagógica. O convite feito às professoras baseou-se nas ideias de Skovsmose, quando este afirma que:

Ser um cenário para investigação é uma propriedade relacional. A aceitação do convite depende de sua natureza (a possibilidade de explorar e explicar propriedades matemáticas de uma tabela de números pode não ser atrativa para muitos alunos), depende do professor (um convite pode ser feito de muitas maneiras e para alguns alunos um convite do professor pode soar como um comando), e depende, certamente, dos alunos (no momento, eles podem ter outras prioridades) (SKOVSMOSE, 2000, p.6).

Dessa maneira, os cenários para investigação favorecem a troca de informações e a real investigação da prática docente, uma vez que o paradigma do exercício deve ser de certa forma rompido, ocasionando uma maior comunicação entre os professores e entre estes e seus alunos. Nesse sentido, no próximo capítulo apresento ideias a cerca dos cenários para investigação, que nesta pesquisa serão fundamentais para que o grupo de professoras participantes perceba que esses cenários também devem se fazer presentes em suas aulas.

## **2.2 Cenários para investigação**

Os cenários para investigação têm sido alvo de estudos em distintos referenciais teóricos. Dentre os quais destaco os trabalhos de Skovsmose (2000), Tomazetto e Nacarato (2009), Bernardi e Ramos (2012), Pimentel e Paula (2007), sintetizando aspectos que julgo pertinentes para o embasamento teórico da presente pesquisa.

Skovsmose (2000) descreve um trabalho, através de projetos, realizado com professores que faziam parte de distintos cenários culturais, econômicos e políticos, como por exemplo, Colômbia, África do Sul, Brasil, Inglaterra e Dinamarca. Segundo ele, sempre inicia as atividades com os professores por meio de um exemplo, fazendo com que aconteça interação entre professor e aluno. Segundo o autor, “um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem

questões e procurarem explicações” (SKOVSMOSE, 2000, p. 6). Nesse referencial teórico, o docente questiona e instiga o educando, convidando-o a buscar explicações.

Este autor aponta que determinada estratégia pode funcionar como um cenário para investigação para uma turma, porém pode não resultar desta forma em outra. Isto ocorre, pois as especificidades e peculiaridades não são as mesmas, os interesses muitas vezes são diferentes, cabendo ao professor selecionar atividades que favoreçam a aceitação e participação dos alunos.

Skovsmose faz referência também às diferenças que existem entre uma aula movida por exercícios daquela baseada num cenário para investigação. “A distinção entre elas pode ser combinada com uma distinção diferente, a que tem a ver com as “referências” que visam levar os estudantes a produzirem significados para conceitos e actividades matemáticas” (SKOVSMOSE, 2000, p.7). O autor ainda destaca que um cenário para investigação pode apontar desafios para o professor e que a saída não é “voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para actuar no novo ambiente” (SKOVSMOSE, 2000, p.18). Assim, o docente e o discente devem estar preparados para interceder na “zona de risco”, fazendo com que a atividade seja rendosa e não frustrante. Desta forma, professor e aluno devem sentir-se motivados a fazer questionamentos que os levem a investigar questões desconhecidas.

Considerando estes cenários para investigação, Tomazetto e Nacarato (2009) realizaram uma pesquisa com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental. Esta pesquisa abordou os conhecimentos matemáticos que professores e alunos haviam produzido em cenários para investigação. Foram trabalhadas atividades exploratório-investigativas com estes alunos e com o professor de matemática da turma, que auxiliou na escolha das atividades. No decorrer da pesquisa, as autoras destacam a importância “de que, antes de iniciar uma tarefa de investigação, é necessário que o aluno tenha algum conhecimento sobre o conteúdo a ser investigado” (TOMAZETTO; NACARATO, 2009, p.12). As autoras perceberam que os alunos não possuíam o conceito de triângulo, que para elas, nesta série já teria sido abordado em outras séries.

Outro fator destacado pelas autoras refere-se à importância de ocorrer comunicação num cenário para investigação. Apontando que “tal comunicação ocorre tanto durante o processo de realização da tarefa em si, nas discussões do grupo, quanto no momento final da socialização. Daí a importância deste momento, um dos mais importantes desse cenário” (TOMAZETTO; NACARATO, 2009, p. 13). As autoras destacam que havendo o envolvimento dos alunos, ocorre a comunicação das noções matemáticas, e que a atividade dependendo das pessoas envolvidas pode ou não se tornar investigativa.

As autoras ainda reforçam que a pesquisa trouxe-lhes reflexões sobre a própria prática. Ao abordar tarefas investigativas em sala de aula, o professor requer de muito tempo, desde a elaboração da atividade até o retorno da mesma, além da exigência do professor em indagar, mediar e incentivar o aluno durante as aulas. Tomazetto e Nacaratto (2009) destacam ainda que,

[...] criar esse cenário em sala de aula pode ser um caminho promissor para o ensino de matemática com significado para o aluno e para o professor. Instaura-se um verdadeiro ambiente para aprendizagem e cria-se a possibilidade de mobilização de diferentes saberes: além dos saberes matemáticos, os alunos passam a expor suas ideias e ouvir as dos colegas; argumentar; defender pontos de vista; analisar a validar conjecturas; apresentar contra-exemplos; e expressar-se adequadamente através da escrita (TOMAZETTO; NACARATO, 2009, p.14-15).

Ainda considerando a necessidade de comunicação em um cenário para investigação, Bernardi e Ramos (2012), fazem uma profunda reflexão, sendo que para estas autoras o ensino atual está atrelado a práticas tradicionais, pouco inovadoras, um ensino no sentido linear, sem relações. As autoras, norteando-se pelas teorizações de Paulo Freire e Skovsmose, remetem-se ao paradigma do exercício, onde o aluno não interage, simplesmente acomodado recebe as informações e realiza as atividades propostas sem diálogo. Estas autoras fazem um contraponto de que as mudanças no ensino da Matemática, no que diz respeito a sair do paradigma do exercício e migrar para os cenários de investigação somente ocorrerão se o ensino priorizar o diálogo.

Concebendo a dialogicidade como essência da educação, podemos promover cenários para investigação, dando novas perspectivas e significados para a Matemática, de forma que os sujeitos a compreendam

como uma ciência que pode contribuir para sua emancipação, para sua formação enquanto sujeito crítico e reflexivo (BERNARDI; RAMOS, 2012, p.7).

Desta forma, “o diálogo é o estilo de comunicação característico dos cenários para investigação, e este, a superação do paradigma do exercício, que se faz antidialógica, servindo a dominação” (BERNARDI; RAMOS, 2012, p.8). A partir dessa mudança, segundo as autoras citadas, é que o aluno irá ver o mundo matematicamente, podendo colocar-se criticamente no contexto em que está inserido, fazendo relações com a matemática.

Pimentel e Paula (2007) realizaram uma investigação com estudantes de um curso de especialização em Educação Matemática, a partir da leitura do artigo “Cenários para investigação” do pesquisador Ole Skovsmose. A investigação partiu da premissa de abordar uma atividade em que o aluno experimentasse, questionasse, observasse, deduzisse, enfim, que o aluno passasse a ser o agente ativo na construção do conhecimento. Com esta proposta, os autores fundamentam que,

Quando partimos de um sistema educacional que em geral não privilegia o estudante como sujeito e sim como “objeto de aprendizagem” em sua passividade, e o conduzimos para um ensino que o coloca no centro do processo, como elemento atuante e criador, temos que lhe dar condições para isso (PIMENTEL; PAULA, 2007, p. 14).

Os autores ainda complementam, que “a passagem da atividade guiada para a atividade livre seria a ponte que tornaria possível ao aluno a passagem da heteronomia para a autonomia” (PIMENTEL; PAULA, 2007, p.14). Nessa perspectiva, faz-se necessária a mudança da postura do educador, tendo este que modificar sua prática docente, na qual não será mais o único agente transmissor do conhecimento.

Para tal, o professor terá que constantemente refletir sobre sua prática e com isso, penso que este, incessantemente terá que manter uma postura de formação continuada, estará permanentemente motivado para a busca do aperfeiçoamento acadêmico, o qual proporcionará também uma formação investigativa, e não apenas dogmática. Uma vez que o docente esteja motivado e instrumentalizado, através de

sua formação e de seu próprio fazer pedagógico, a investigar e reinvestigar sua prática, o ambiente escolar será um espaço de interação, promovendo laços constantes da teoria com a prática. Neste sentido, referindo-se especificamente ao ensino da matemática, Tomazetto e Nacarato (2009), destacam que:

Num cenário de investigação, os conteúdos possibilitam diferentes representações, revelando inter-relações entre os diferentes campos matemáticos. Há, ainda, a emergência de vários tipos de raciocínios: o abstrato, o algébrico, o gráfico, o aritmético e o lógico, além dos pensamentos indutivo, dedutivo, abduutivo e analógico. (TOMAZETTO; NACARATO, 2009, p.107)

Nestes cenários para investigação haverá a construção de conceitos com seus alunos, tornando a aprendizagem mais atrativa e o aluno mais crítico e participante ativo no desenrolar das aulas. Para quem faz uso dos cenários para investigação, não basta utilizar somente a prática tradicional, norteada pela aula expositiva do conteúdo teórico, seguido de listas de exercícios que possuem como premissa a ideia que existe apenas uma resposta correta para questões, desafios e problemas ou, o que é pior, apenas um caminho ou estratégia para se chegar a essa resposta. Mais importante do que fazer exercícios é analisar as diferentes situações e possibilidades, desenvolvendo estratégias diferentes para construir e aplicar os conceitos matemáticos na resolução de problemas, desafios ou simplesmente listas de exercícios. Com o apoio do referencial de cenários para investigação Bernardi e Ramos (2012) comentam a importância do ambiente de aprendizagem. Para eles:

O ambiente de aprendizagem é proposto pelo professor, que pode apenas fazer o convite, pois o envolvimento dos alunos ocorre na medida em que seus interesses se encontram com o mesmo, busca estabelecer relações com outras áreas do conhecimento e o dia-a-dia, trazendo situações que podem ser trabalhadas de diversas maneiras, utilizando ideias e diferentes algoritmos. Neste caso o convite esta se referindo a indagação e investigação (BERNARDI; RAMOS, 2012, p. 6).

Ressalta-se que as listas de exercícios são necessárias não para que o aluno obtenha a resposta correta sugerida pelo autor ou pelo livro didático, mas para que, instruído pelo professor, o aluno obtenha mecanismos para desenvolver estratégias diferentes que possibilitem chegar à resposta ou até mesmo questioná-la. Segundo Skovsmose (2000), quando a lista de exercícios objetivar apenas a fixação e a memorização através de uma execução mecânica, buscando as “respostas certas”,

os alunos aprendem o jogo social disciplinado e não o criativo, de modo que não se preparam para uma cidadania crítica. O pesquisador complementa:

Nunca ousarei afirmar que o abandono do paradigma do exercício para explorar cenários para investigação forneceria uma resposta para essas questões. Nem afirmaria que é suficiente construir uma educação matemática baseada somente em referências à vida real. Minha expectativa é que a busca de um caminho entre os diferentes ambientes de aprendizagem possa oferecer novos recursos para levar os alunos a agir e refletir e, dessa maneira, oferecer uma educação matemática de dimensão crítica (SKOVSMOSE, 2000, p.19-20).

Nos cenários para investigação há uma quebra de hierarquia entre o papel do professor e do aluno. Uma vez que o professor não deterá o monopólio do saber e da condução dos encontros.

A proposta de trabalho nos cenários de investigação não só questiona algumas referências explícitas no paradigma do exercício mas também as complementa. O educador sai do centro e se filia ao grupo dos educandos construindo assim a dialeticidade entre aprender e ensinar. Quebra-se a lógica da transmissão e da reprodução e ressalta-se a idéia de construção e produção de seu próprio conhecimento, tentando garantir a formação do educando na sua íntegra, e não somente a informação de determinado conteúdo (PIMENTEL; PAULA, 2007 p.5).

A partir dos estudos de Skovsmose é possível inferir que o ensino da matemática deve nortear-se por um ensino crítico, buscando alunos e docentes também críticos de sua aprendizagem, para tanto os cenários para investigação mostram-se como uma possibilidade diferenciada. Essa motivação à investigação contribui significativamente para a formação de indivíduos críticos e ativos nas mais diversas áreas do conhecimento, corroborando na formação de cidadãos atuantes. Neste estudo, está sendo focado o ensino da geometria, mas o mesmo vale para todos os conteúdos, tanto matemáticos como os de outras disciplinas.

Um ambiente de aprendizagem baseado em cenários para investigação pressupõe uma atitude dialógica. A relação dialógica requer outra concepção de homem e de mundo, superando-se a relação vertical onde os argumentos de autoridade já não valem. O educador passa a ser companheiro do educando em suas relações com eles, no sentido da humanização de ambos (BERNARDI; RAMOS, 2012, p. 6).

Costumeiramente, nas minhas observações enquanto coordenadora pedagógica, as aulas de matemática eram repartidas em dois momentos: num primeiro instante, o professor explicava o conteúdo e, no segundo momento, pedia

para os alunos resolverem uma lista de exercícios, ou seja, a maior parte do tempo das aulas é destinada à resolução de exercícios. Nesse sentido, referindo-se à lista de exercícios e baseados em Skovsmose, Bernardi e Ramos (2012) destacam que,

Trabalhar desta forma enriquece ainda mais a concepção de que a matemática é fechada e intocável, onde o mais relevante é o resultado encontrado, independente da análise dos processos de desenvolvimento (BERNARDI; RAMOS, 2012, p. 5).

Nesta pesquisa, ao contrário, as professoras não foram submetidas à resolução de listas de exercícios mas sim, à discussão, oferecendo-lhes momentos de investigação. Corroborando, Bernardi e Ramos (2012), apontam que “a investigação se dá através da busca, seleção, organização e manipulação de informações, é um processo que não possui procedimentos anteriores, podendo utilizar-se de estratégias informais e até mesmo a intuição” (BERNARDI; RAMOS, 2012, p.6).

Mover-se do paradigma do exercício em direção ao cenário para investigação pode contribuir para o enfraquecimento da autoridade da sala de aula tradicional de matemática e engajar os alunos ativamente em seus processos de aprendizagem. Mover-se da referência à matemática pura para a referência à vida real pode resultar em reflexões sobre a matemática e suas aplicações. Minha expectativa é que caminhar entre os diferentes ambientes de aprendizagem pode ser uma forma de engajar os alunos em ação e reflexão e, dessa maneira, dar à educação matemática uma dimensão crítica (SKOVSMOSE, 2000, p.66).

Com este propósito de tornar o ambiente escolar um espaço de discussão, pensou-se que compartilhando com esse grupo de professoras um cenário para investigação, as mesmas poderiam fazer de suas salas de aula o mesmo. Percebendo o quanto esse cenário muda a concepção sobre determinado assunto. Nesta pesquisa, o Ensino da Geometria é o ponto de partida dos cenários para investigação, partindo da premissa de que o ensino de fato acontece quando existe um engajamento por parte do aluno e do professor, além de comprometimento, diálogo, comunicação, interação, como apresentado nos parágrafos anteriores.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, são apresentados os caminhos metodológicos que foram desenvolvidos na prática investigativa em questão. Para a execução das atividades propostas, foram observadas as recomendações da Resolução CNS nº 196/96, que prescreve a ética em pesquisa com seres humanos (BRASIL, 1996).

Inicialmente, apresentou-se a seguinte pesquisa para a direção do Colégio Sinodal Conventos, Lajeado/RS, sendo encaminhada a Carta de Anuência (APÊNDICE A) para que fosse assinada, representando a concordância com a execução das atividades em um espaço cedido na escola, após o horário de atividades escolares regulares.

Após esta etapa, as professoras da Educação Básica e Coordenação Pedagógica da escola citada foram convidadas para uma conversa, na qual a proposta desta pesquisa foi apresentada. As professoras que consentiram com a participação na pesquisa assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE (APÊNDICE B), ficando com uma cópia do mesmo.

A escola possui infraestrutura adequada para o número de alunos que atende. Os professores dos Anos Iniciais desta instituição demonstram preocupação com sua formação, buscando sempre mais subsídios para suas aulas e a equipe diretiva, por sua vez, disponibiliza horários para que os professores possam participar de cursos, seminários, congressos, entre outros.

A presente pesquisa tem cunho qualitativo, tendo como instrumento inicial de investigação uma entrevista individual semi estruturada com as professoras da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, além da coordenadora pedagógica. Esta entrevista versou sobre as concepções iniciais, das entrevistadas, sobre o ensino de geometria (APÊNDICE C). As entrevistas foram realizadas oralmente e individualmente, gravadas dentro do ambiente escolar, em uma sala reservada. Optou-se pela entrevista uma vez que a mesma permite uma conversa mais aprofundada entre a pesquisadora e o pesquisado, como aponta Demo (2001)

O questionário fechado será aplicado uma vez só, não permite conversa paralela, insiste em condições aleatórias e acéticas. A entrevista aberta poderá ser repetida até se ter a sensação de que o problema foi bem abordado (DEMO, 2001, p. 31).

Após a coleta inicial de dados, por meio da entrevista, as quatro professoras dos Anos Iniciais e a coordenadora pedagógica deste nível de ensino participaram de cinco encontros com duração de quatro horas, totalizando 20 (vinte) horas. Nessa abordagem, buscou-se a formação de um grupo de estudos, utilizando-se cenários para investigação, os quais, segundo Skovsmose (2008), são um ambiente de aprendizagem que pode dar suporte a um trabalho de investigação, relacionando-o com a educação matemática crítica.

Os encontros ocorreram na sala dos professores do próprio colégio, fora do horário de atividade regular de ensino. Em cada encontro, foram desenvolvidas atividades teóricas e práticas relacionadas ao ensino de geometria nos anos iniciais, incluindo a problematização da prática docente em relação ao ensino de geometria.

A seguir são descritas as principais atividades realizadas e, no capítulo seguinte, estão os pormenores de cada uma delas, bem como a análise realizada a partir dos encontros com as professoras.

As principais atividades realizadas foram:

- Leitura e debate da reportagem “Mostre aos alunos os conceitos de direção e dimensão”, (ANEXO A) retirada da revista Nova Escola que aborda a importância

do estudo da geometria nos anos iniciais, e do importante papel que o professor desempenha ao abordar o assunto de uma forma mais investigativa, na qual inicialmente ele aborda os saberes prévios do aluno para, mais tarde, construir novos saberes.

- Atividades para estabelecer relações entre as figuras geométricas planas e tridimensionais, explorando inicialmente sucatas, embalagens de perfumes, produtos de higiene, remédios, entre outros. Realizada a exploração, realizou-se a nomeação, a comparação e a classificação dos sólidos, e depois a planificação e construção de algumas formas geométricas com o uso de materiais diversos, como: canudinho e cartolina.

- Atividades envolvendo áreas e volumes, como contagem em três dimensões, preenchendo espaços com cubos, comparação de áreas.

- Confecção do Tangran por dobradura, explorando as formas geométricas, sobreposição de figuras, analisando-o para ver outras formas de aplicação do mesmo em sala de aula. Exploração do *software* Tangran, formando várias figuras.

- Leitura e debate do texto: “Pessoas que vivem em casas redondas”, (ANEXO B) realizando os desafios propostos no mesmo, tais como desenhar com o auxílio de um cordão várias figuras diferentes, mas com o mesmo perímetro, analisando cada uma para definir a figura de maior área.

- Formação de figuras geométricas, determinando o espaço ocupado por cada uma, com o auxílio do geoplano e da malha quadriculada.

- Caça ao tesouro, traçando o mapa do tesouro na malha quadriculada e no programa Superlogo, explorando o *software*.

- Elaboração e construção de jogos envolvendo o tema abordado e os níveis de ensino de cada professor participante.

As atividades desenvolvidas em cada um dos encontros não se configuram “receitas prontas” de como dar aula, mas sim, um suporte metodológico para as aulas desses professores e para as discussões. Como destaca Mikuska (2011),

Considerando essas deficiências de formação, ressalta-se a importância da atualização e capacitação de professores que já atuam em sala de aula, tanto em conteúdos de base nos quais persistam as dificuldades quanto em conhecimento de novas tendências e teorias que contribuam com o ensino da Geometria, tais como o uso das inteligências múltiplas (principalmente a lógica matemática e a espacial) (MIKUSKA, 2011, p.6961).

Concluídos os encontros do grupo de estudos, as professoras abordaram a temática geometria com suas respectivas turmas durante aproximadamente um mês. Posteriormente, as professoras foram novamente entrevistadas individualmente (APÊNDICE D) a fim de apresentarem os resultados obtidos a partir da inserção dos cenários para investigação na rotina das suas aulas.

Após as últimas entrevistas individuais, as professoras reuniram-se e puderam discutir em conjunto os resultados obtidos. Além disso, analisaram os reflexos obtidos na sua postura como educadoras e também a atitude dos educandos frente a uma educação matemática crítica.

No próximo capítulo, apresenta-se como foram conduzidos os encontros apresentados acima, as atividades desenvolvidas e como as professoras reagiram frente à pesquisa, bem como suas manifestações, suas colaborações, análises e discussões ocorridas em cada um dos encontros. A análise das entrevistas também faz parte do próximo capítulo. Em acordo formal com o grupo de professoras, combinou-se o anonimato, identificando suas falas como professora da Educação Infantil, professora do 1º ano, professora do 2º ano, professora do 3º ano e coordenadora pedagógica. Todas as participantes concordaram com a utilização da imagem das mesmas nesta dissertação.

## **4 RELATO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES**

Esse capítulo está dividido em três seções: a primeira é destinada para a análise da entrevista inicial com as docentes, o segundo para os encontros e análise dos mesmos e por fim, os resultados que emergiram da entrevista final com estas professoras.

Cabe destacar que o grupo de professoras que aceitou participar da presente proposta foi composto por quatro professores (Educação Infantil, 1º ano, 2º ano e 3º ano) e uma coordenadora pedagógica do Colégio Sinodal Conventos, Lajeado/RS.

### **4.1 Concepções iniciais das professoras sobre o Ensino da Geometria**

Após assinar o Termo de Consentimento Livre Esclarecido e concordar com a pesquisa foi realizada uma entrevista individual, onde percebeu-se que o grupo de professoras não se sentia preparado para abordar o conteúdo geometria em sala de aula, uma vez que este assunto não havia sido estudado na graduação, e quando abordado, ocorreu de forma sucinta. O próprio nome geometria para uma professora soava estranho, ela não conseguiu responder bem a pergunta que tratava da abordagem que era dada por ela, em suas aulas, sobre o assunto. Essa constatação levou-me a acreditar que tudo que eu fosse levar e trabalhar com elas seria praticamente novo e desafiador. Uma das professoras, durante a entrevista, comentou que estaria esperando pelos meus encontros para depois destes iniciar o conteúdo geometria com seus alunos.

Em relação à formação, três professoras cursaram o Magistério e duas o Ensino Médio normal, três concluíram Pedagogia à distância e duas ainda estão nesse curso. As três professoras que concluíram a graduação estão cursando pós-graduação à distância, duas em Neuropsicopedagogia e uma em Educação Especial e Educação Inclusiva. O tempo de atuação das professoras nos anos iniciais varia entre três e dez anos.

Para o planejamento das aulas de matemática, as professoras relataram utilizar livros didáticos, pesquisas em sites na internet, além de materiais concretos, como: jogos, material dourado, palitos de picolé, discos de frações, entre outros, dependendo do assunto. Em relação à utilização de livros didáticos para o planejamento das aulas, Costa e Alevatto (2010, p.72) destacam que “o livro didático é um dos instrumentos mais utilizados pelos professores para organização e desenvolvimento das atividades em sala de aula e, até mesmo, para aprimorar seu próprio conhecimento sobre o conteúdo [...]”. Os autores também aludem que para o aluno o livro didático “[...] trata-se de uma fonte muito valiosa de informação, que deveria despertar o interesse e o gosto pela leitura, além de ajudar no avanço dos estudos” (COSTA; ALEVATTO, 2010, p.72). Nessa perspectiva, os autores ainda expressam que o livro didático deve ser bem organizado, pois auxilia o professor no tocante ao apoio pedagógico e ao aluno nos estudos individuais.

Percebeu-se que o uso do livro didático está muito presente neste grupo de professoras, Oliveira e Guimarães (2007, p. 6-7) apoiados no Plano Nacional do Livro Didático de Matemática (2007) e em Oliveira e Calsa (2006) destacam que o livro didático pode ser considerado um instrumento importante para o planejamento didático. Da mesma forma, as autoras, apoiadas nos PCNs e por Silva (2006), apontam que o professor deve ter cuidado ao fazer uso do livro para suas aulas, avaliando a qualidade do mesmo, uma vez que muitos professores fazem uso somente deste recurso para suas aulas.

Para introduzir um conteúdo, as professoras entrevistadas expressaram que fazem uso de histórias, buscando instigar o aluno, questionando-os. Tal ideia esta de acordo com o estudo de Gasperi e Pacheco (2007), quando constataram a importância da história da matemática. Para eles, “a história matemática favorece

uma comunicação oral e escrita e ainda fornece uma visão da matemática, uma visão cultural, histórica, integrada ao conhecimento como um todo” (GASPERI; PACHECO, 2007, p. 14). A fala da professora expressa essa ideia quando menciona que:

Professora do 1º ano<sup>4</sup>: *“Sempre eu procuro fazer com eles uma roda, algo assim, e conversar primeiramente contando uma historinha, depois que eu conversei e expliquei eu vou para o quadro, peço para eles sentarem em seus lugares e explico de novo no quadro escrevendo, explicando, depois eu parto para a prática onde eles vão tentar realizar com os materiais que a gente disponibiliza. Sempre procuro instigar meus alunos, onde eles encontram? De que forma? Onde a gente usa os números durante o dia a dia? Isso por que eles são bem curiosos, querem desafios.”*

Como é possível observar, na fala da professora, usualmente ela utiliza a história como uma exploração inicial para instigar os alunos e, posteriormente, partem para a prática, manipulando materiais concretos. De fato, os recursos didáticos mais usados são os materiais manipulativos, como: material dourado, ábaco, palitos de picolé, quadro e jogos. Da mesma forma que apresentado por Souza (2010) em seu estudo no qual a autora destaca a importância do uso de recursos didáticos, sendo que estes além de despertarem o interesse, auxiliam na compreensão dos conteúdos. A professora do 3º ano frisou muito o uso do material concreto, que na opinião dela é fundamental nessa faixa etária. *“Sempre busco algum material que envolva o concreto, acho que o “concreto” deve estar presente sempre, principalmente para essa faixa etária.”*

O termo educação matemática crítica não era de conhecimento das professoras, mas quando as questionei se não tinham nenhuma noção ou ideia do que poderia ser a educação matemática crítica, algumas se propuseram a expor sua opinião sobre o assunto e me olhavam querendo saber se sua resposta era condizente com a pergunta. Enfatizei que, no decorrer dos encontros, essas dúvidas seriam sanadas e que naquele momento a intenção era saber quais conhecimentos elas tinham do assunto. Observa-se a seguir alguns trechos de suas falas, em relação à educação matemática crítica.

---

<sup>4</sup> Na transcrição das entrevistas, manteve-se a fala original produzida pelas professoras, não realizando qualquer correção linguística no intuito de manter a fidelidade às respostas apresentadas durante a pesquisa.

Professora do 1º ano: *“Acredito que seja uma forma de repensar os métodos que a gente utiliza com os alunos na matemática. Ver a matemática com outros olhos, matemática não é só número e cálculo...”*

Professora do 2º ano: *“Deve ser os vários caminhos que se pode utilizar para chegar ao resultado. A gente expõe alguma coisa e o aluno vai chegar de outra maneira, ele vai achar outro caminho para chegar lá e vai te contradizer. Ele vai chegar no objetivo final da maneira dele.”*

Professora do 3º ano: *“Eu imagino que tenha relação com a aprendizagem significativa, na verdade eu entendo dessa forma, por exemplo: tem crianças que para resolver um problema matemático utilizam um método, não se pode obrigar toda a turma a resolver por aquele método, de repente pode ter algum aluno que consiga resolver melhor dessa forma, porém podem ter outros alunos que já tenham criado uma outra maneira de resolver, penso que isso seria a educação matemática crítica, onde se dá a liberdade para cada um chegar através de sua maneira na solução.”*

Coordenadora pedagógica: *“Acredito que seja quando eles se envolvem diretamente naquilo que tu tá fazendo, questionam, criticam, ou enfim, comentam sobre.”*

Em síntese, é possível perceber que, para as professoras entrevistadas Educação Matemática Crítica está diretamente relacionada com novos olhares sobre os processos de ensino e aprendizagem da matemática e os diferentes modos de os alunos operarem com conceitos matemáticos.

A partir dessa noção de Educação Matemática Crítica que as professoras apresentaram, quando questionadas sobre a forma como utilizam o conceito em suas aulas, alegaram ser fundamental essa troca que ocorre entre professor e aluno, pois o aluno faz com que o professor busque respostas para as dúvidas que surgem no decorrer das aulas. Essa ideia também é expressa por Paiva e Sá (2011) que fazem uma discussão buscando relacionar a educação matemática crítica e as práticas pedagógicas,

O que observamos é que novos propósitos e novas tarefas, igualmente, se apresentam aos professores: sem abandonar a responsabilidade de ensinar, o professor pode trabalhar no sentido de associar conhecimentos, participação e transformações dos sujeitos envolvidos na prática pedagógica, considerando-se um componente incisivo desse processo (PAIVA; SÁ, 2011, p. 3).

Quando questionadas sobre suas concepções em relação ao conteúdo geometria, todas as professoras expuseram que eram formas geométricas, mas que com certeza este tema envolveria mais do que isso, como, cálculos de área e perímetro, espessuras, altura, entre outros. Percebeu-se nestas respostas que as professoras não apresentavam muitas ideias acerca de atividades de geometria a serem problematizadas em sala de aula. Ademais, elas transpareciam ter dúvidas sobre a temática. Fonseca et al. (2009) em seus estudos já apontaram que,

[...] quando se solicita aos professores uma descrição dos conteúdos referentes a números e operações, em geral ela é feita de maneira minuciosa. Entretanto, quando se trata da discussão dos tópicos de Geometria, estes são relacionados de maneira sumária, sem quaisquer detalhes, dando a impressão de que são pouco trabalhados em sala de aula e que os professores não se sentem à vontade para trabalhá-los (FONSECA et al., 2009, p. 21).

Em relação à opinião quanto à importância do estudo da geometria, todas também a consideravam de extrema relevância, como salienta a professora do 3º ano.

*“Penso que é importante, por que é um conteúdo que se trabalhado de uma forma legal e criativa, vai se tornar com certeza uma aprendizagem significativa, que foi o que a gente estava comentando anteriormente, ou seja, eles vão levar para a construção do ser deles, para solucionar problemas que eles enfrentam diariamente no cotidiano e não só em sala de aula.”*

Pelas falas iniciais, percebe-se que o grupo, ao trabalhar a geometria com seus alunos, abordava mais as nomenclaturas, como apontado nos estudos de Fonseca et al. (2009), em que as autoras ao analisarem os tópicos de Matemática destacados pelos professores como os que vem sendo abordados por estes nos anos iniciais do ensino fundamental salientam que: “Pelos relatos dos professores, observa-se que a tônica do ensino de Geometria está centrada na “nomeação” e classificação das figuras planas mais conhecidas (triângulos, retângulos, quadrados, círculos)” (FONSECA et al., 2009, p. 22)

Em relação à forma como o conteúdo geometria fora abordado na graduação das professoras, a do 1º ano alegou não ter tido esse conteúdo, as demais professoras alegaram que tiveram o conteúdo, mas de uma maneira mais superficial

e teórica, sem nada de concreto, prático. Quanto ao enfoque dado por elas sobre o assunto em suas aulas, todas as professoras trabalham as formas geométricas com auxílio dos blocos lógicos. A coordenadora pedagógica e a professora do 3º ano também destacaram que trabalhavam com as figuras geométricas planas e tridimensionais.

O período do ano destinado ao ensino da geometria, normalmente nas turmas, variou, pois as professoras da Educação Infantil e do primeiro ano destacaram que abordam o assunto o ano inteiro, as demais professoras deixam para trabalhá-lo no final do ano letivo, sendo que a professora do 3º ano alegou ter outros assuntos mais importantes para serem abordados antes da geometria.

Professora 3º ano: *“Acredito que independe, pois depende muito da turma, mas procuro sempre deixar mais para o final, penso que tem outras coisas, ou pelo menos as turmas com as quais trabalhei demonstraram ter mais necessidade com outros conteúdos antes da geometria.”*

As respostas dadas pelas professoras reforçam a necessidade de um estudo que contemple os objetivos propostos neste trabalho. A partir destas falas pode analisar as concepções que este grupo de professoras tinha em relação ao conteúdo e ao ensino da geometria. Essa análise me remeteu aos estudos de autores como Lorenzatto (1995), Pereira (2001) e Almouloud (2004). Para eles, há fragilidades, entre os professores dos anos iniciais, no que se refere aos conceitos geométricos - muitas vezes levando a não abordagem da temática em sala de aula. Como bem apontam Fonseca et al. (2009).

[...] É frequente ouvir das professoras das séries iniciais que, por diversos motivos, mas principalmente por não saberem o que fazer (nem como e nem por quê), elas acabam não trabalhando nada de geometria em suas aulas de Matemática. Mais do que a *dificuldade do ensino de Geometria* é a *omissão* desse ensino que flagramos nas experiências que acompanhamos ou nos depoimentos dos professores (FONSECA et al., 2009, p. 14-15).

Quando as indaguei sobre o planejamento das aulas, a maioria das professoras salientou que encontram dificuldade em conseguir materiais e subsídios sobre o assunto. Muitas utilizam o livro didático, mas alegam ser pouco, pois não existe um aprofundamento do conteúdo, com poucas atividades, o que elas julgam ser insuficiente para abordar com seus alunos e por isso acabam também

pesquisando atividades na internet. As professoras não fazem uma busca para entender melhor a geometria, não existe essa busca pelo conteúdo para sua formação, e sim a busca de atividades prontas que poderiam ser realizadas pelos alunos. Isso remete a segunda das quatro causas apontadas por Lorenzato (1995) do porque da não abordagem da geometria, na qual o autor aponta a falha na formação dos professores. Lorenzato (1995) enfatiza que o professor por não ter conhecimento suficiente sobre o assunto acaba não vendo a importância de abordar o mesmo em sala de aula.

Seguem algumas colocações das professoras sobre o planejamento das aulas.

Coordenadora pedagógica: *“Pra entender o básico esse material que eu tinha era o suficiente, talvez pudesse ter ido além, se tivesse procurado um pouco mais, em outro livro mais explicativo.”*

Professora do 2º ano: *“É meio um feijão com arroz das ideias que eu tenho ali, se tivesse mais ideias com certeza o trabalho seria mais rico. Livros didáticos têm o básico do básico, tipo assim tem uma ou outra atividade para um ou dois dias. Se você quer fazer uma coisa mais ampla tem que ir atrás, tem que inventar, não é dado muito enfoque para isso. Eu tenho dificuldade para inventar, por que eu não tenho muita base. É aquela coisa, aquilo que não foi trabalhado...”*

Professora do 3º ano: *“Penso que temos uma visão muito fechada deste conteúdo, o que realmente se trabalha é o básico.”*

Na concepção das professoras, os alunos não encontram dificuldades na aprendizagem da geometria, variando também de turma para turma, mas que no geral não são percebidas grandes dificuldades.

Professora do 2º ano: *“O que eu trabalho eles não têm dificuldades, mas depende da turma, porque todo o ano se trabalha, eu tento procurar coisas novas para não ficar repetindo as mesmas coisas, mas tem turma que não mostra muito interesse, talvez por não ser um conteúdo que me empolgue para trabalhar. É aquele básico não tem novidades que eu possa explorar, vou coletando ideias dentro do possível, mais coisas concretas, mas tipo desenvolver o lógico deles não.”*

Quando as professoras percebiam que algum aluno estava com dificuldades para entender o conteúdo, elas procuravam sentar ao seu lado, auxiliando-o individualmente, ou pediam para um colega auxiliá-lo e também davam atividades extras.

Quanto aos referenciais teóricos relacionados ao assunto, as professoras demonstraram não conhecer nenhum específico sobre a geometria, elas utilizam somente o livro didático e a internet para a busca de atividades. Desconhecem autores que trabalham especificamente com o ensino da geometria.

A partir de tais constatações, elaborei atividades para serem problematizadas nos encontros. Tais atividades tiveram o intuito de abordar o estudo da geometria por meio de lentes teóricas críticas o que, em meu entender, seria produtivo para emergência de novas práticas pedagógicas.

#### **4.2 Atividades desenvolvidas com as professoras**

A partir da análise das entrevistas iniciais, comecei a pesquisar e organizar os encontros com as professoras, sabendo que havia um grande desafio pela frente. A princípio, poderia parecer fácil, pois o grupo de professoras tinha pouco conhecimento sobre o assunto. Porém, eu queria ir além de uma simples explicação do conteúdo, pois o enfoque da pesquisa não é de um curso de formação continuada e sim queria fazê-las enxergarem que o ensino da geometria nos permite desenvolver várias atividades, queria que elas gostassem de trabalhar esse assunto com seus alunos, fazendo-as constantemente buscar material de apoio, instigando nelas o espírito investigativo, comunicação, diálogo que hoje são essenciais na educação. Por isso, escolhi os cenários para investigação proposto por Skovsmose (2000) para servir como fundamento do presente estudo. Lembro que estes cenários são “um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação” (SKOVSMOSE, 2000, p.3).

Considerando as falas das professoras observei que o conceito de educação matemática crítica não estava claro para elas, por isso no primeiro encontro, iniciei a

discussão de como a geometria pode estar fundamentada em uma educação matemática crítica, incluindo-a como uma das metas de organização dos planos de ensino. Para tanto, parti da discussão sobre o que é a educação matemática crítica e como ela pode fazer parte da rotina de sala de aula. Inicialmente foi feita a leitura do texto extraído da revista Nova Escola, intitulado: “Mostre aos alunos os conceitos de direção e dimensão” (ANEXO A). Esse texto, além de trazer informações acerca do conteúdo, aborda o abandono da geometria e leva o professor a refletir sobre sua prática pedagógica, instigando-o a buscar novas metodologias.

Após a leitura e discussão do texto, coloquei embalagens (Figura 01) de vários modelos como: caixa de perfume, caixa de creme dental, caixa cúbica, caixas em formato de prisma triangular e prisma hexagonal, rolo de papel, chapéu de festa infantil (forma cônica), etc. sobre a mesa e pedi que as professoras as separassem conforme um critério por elas estabelecido. Esta pergunta deixou-as um pouco confusas, pois não sabiam por onde começar a separar as caixas.



FIGURA 01: Separando diferentes tipos de embalagens por critério estabelecido pelas professoras.

FONTE: A autora.

Solicitei as professoras que pensassem em como os alunos fariam para separar/agrupar essas embalagens. A partir desta pergunta, uma professora logo falou que poderia ser por tamanhos, outra ressaltou que talvez por produtos alimentícios, medicamentos e higiene, e ainda poderia ser por cores. Como percebi que o grupo estava bem pensante, questionei-as sobre o que mais poderíamos trabalhar em sala de aula com essas embalagens. O grupo foi se envolvendo cada vez mais e as discussões e ideias foram surgindo mais facilmente. Uma sugestão dada por uma das professoras foi de trabalhar as informações nutricionais que

constam nos produtos alimentícios, abordar as tarjas vermelhas nas embalagens dos medicamentos e também observar as medidas de massa e capacidade em cada embalagem.

Para instigá-las ainda mais, solicitei que separassem as embalagens em dois grupos: os que rolam e os que não rolam (Figura 02). Durante essa separação, fui perguntando o nome de alguns sólidos. Quando segurei o cubo mágico na mão, a primeira resposta que ouvi de uma das professoras foi que se tratava de um quadrado. Um tanto surpresa com a resposta, segurei um prisma de base retangular e o nome que deram foi retângulo. Expliquei para as professoras a diferença entre o quadrado (figura geométrica plana) e o cubo (sólido geométrico em que as faces são quadradas), e da mesma forma fui nomeando cada um dos sólidos. Para finalizar essa discussão, peguei uma folha de ofício e pedi que nomeassem essa figura, todas sem exceção responderam que se tratava de um retângulo, não se dando conta da espessura da folha. Porém quando questionei se a folha tinha espessura elas logo concordaram, alegando ser mínima, mas que tinha sim. Possivelmente, essas ideias se devem pelo fato deste grupo de professoras terem sido submetidas na sua formação inicial a um estudo com maior ênfase na geometria plana em que a espacial fora deixada mais de lado. Como apontam Fonseca et. al (2009) quando as autoras destacam que os professores costumam cometer esse erro uma vez que em seu ensino no tocante a Geometria fora priorizado mais as formas planas, a classificação e memorização das figuras.

[...] os nomes que os professores atribuem às figuras geométricas que representam, na maioria das vezes, são de figuras planas, mesmo quando arriscam uma perspectiva para a representação do objeto que, portanto, remeteria ao sólido geométrico (FONSECA et. al, 2009, p.81).

Da mesma forma isso ocorrera com este grupo, mas a intervenção feita por mim, questionando as professoras, fazendo-as pensarem sobre o que é plano e o que é espacial, chamando-lhes a atenção quanto as espessuras fez com mudassem suas concepções iniciais. A partir das minhas indagações as docentes perceberam que suas ideias acerca da nomenclatura dos sólidos não estava correta do ponto de vista matemático.



FIGURA 02: Separando as embalagens em dois grupos: os que rolam e os que não rolam.  
FONTE: A autora.

Para dar sequência às atividades, coloquei sobre a mesa canudinhos, barbante, tesoura e régua solicitando que, com o auxílio destes materiais, elas construíssem um cubo, um prisma retangular e uma pirâmide de base quadrada (Figura 03). Inicialmente, elas ficaram com várias dúvidas, não sabiam ao certo por onde começar, me pediam o tamanho dos canudinhos, se elas podiam deixar eles inteiros, ou se tinham que recortar eles em tamanhos menores. Questionei-as sobre o que seriam os canudinhos e prontamente me responderam que seriam os lados do cubo. Corrigi dizendo que os canudinhos seriam as arestas e que, portanto, teriam de, no caso do cubo, ter um cuidado. A coordenadora pedagógica ressaltou que todas as arestas teriam de ser de tamanhos iguais.



FIGURA 03: Construindo sólidos geométricos com canudinhos  
FONTE: A autora

Elas dividiram as tarefas, duas construíram o cubo, duas a pirâmide e uma ficou com o paralelepípedo. Estranhei esse agrupamento, mas no decorrer das atividades fui percebendo que elas se juntaram porque em cada uma das duplas havia uma professora com mais dificuldade. Na dupla que fez a pirâmide, que eram as professoras do 1º ano e 2º ano, as duas tinham muita dificuldade, mas juntas iam se auxiliando e conseguiram concluir a atividade. Na outra dupla, estava a professora da Educação Infantil e a coordenadora pedagógica, sendo que a primeira apresentava mais dificuldades. A professora do 3º ano, que ficou sozinha, conseguiu dar conta e concluir a atividade sem dificuldades, como pode ser observado na Figura 04.

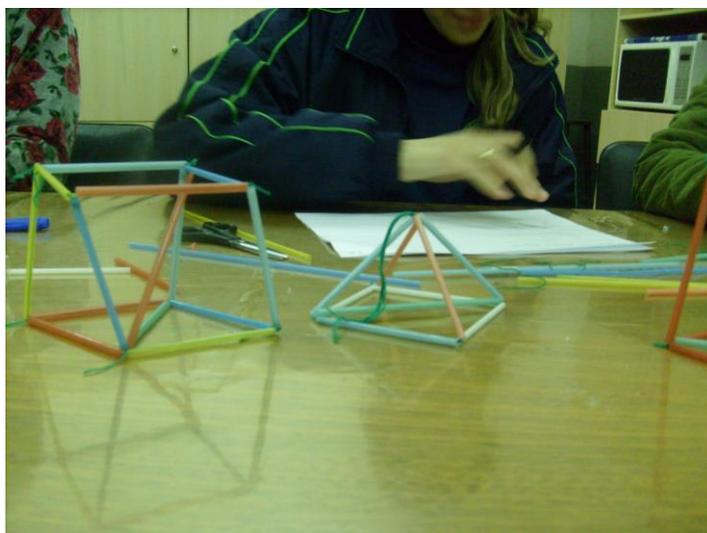


FIGURA 04: Sólidos geométricos construídos com canudinhos.  
FONTE: A autora

Concluída essa atividade, questionei-as sobre a planificação destas figuras, se elas conseguiam imaginá-las abertas, explicando que, se precisassem, poderiam abrir uma das embalagens para visualizar a planificação. O cubo e o paralelepípedo foram facilmente planificados (Figura 05). Na planificação da pirâmide e do prisma de base triangular a dificuldade encontrada foi em traçar os triângulos que eram isósceles ou equiláteros. Auxiliei desenhando o triângulo com o auxílio do compasso. A professora do 2º ano e a coordenadora pedagógica ficaram encantadas, alegando ser bem mais fácil desenhar com esse tipo de ferramenta. Nesta intervenção percebeu-se que as ferramentas matemáticas, como: o compasso e o transferidor não fazem parte do dia a dia de sala de aula deste grupo de professoras. Como solicitei que elas incluíssem a planificação do cilindro, expliquei

o que seria o comprimento da circunferência e a relação que ela tinha no cilindro com a face lateral.

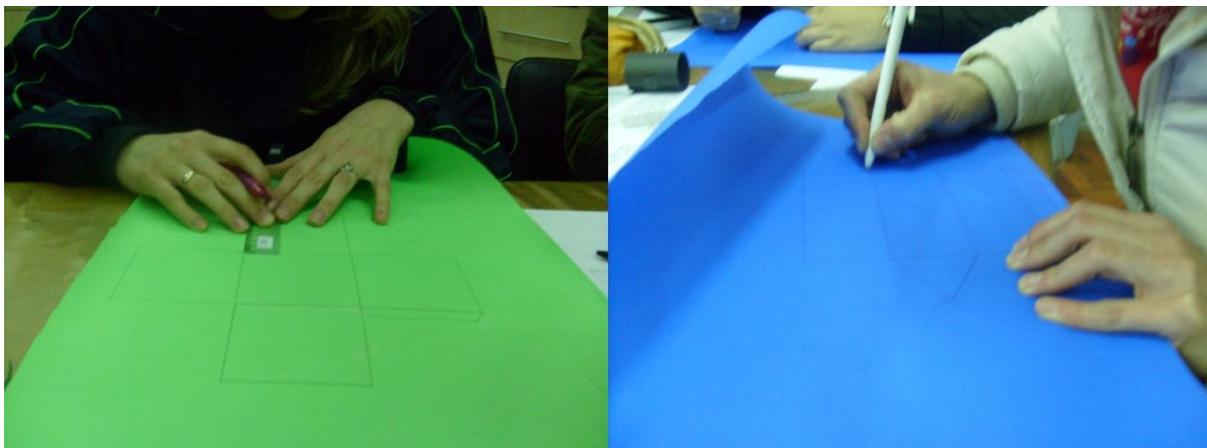


FIGURA 05: Planificação dos sólidos geométricos em cartolina

FONTE: A autora

Fonseca et al.(2009) aponta a importância de trabalhar a geometria espacial, partindo desta para a plana, pois nesse momento muitas relações serão feitas e construídas.

Essa é mais uma oportunidade de desvelamento de aportes que conceitos e procedimentos da Geometria podem trazer à organização do espaço. Estaremos tratando aí do estabelecimento de relações entre as figuras sólidas e planas, e apontando para a contribuição que a passagem de um sistema ao outro (no caso, a planificação de sólidos) pode trazer à compreensão do espaço tridimensional em que vivemos (FONSECA et.al., 2009, p.113).

Para concluir as atividades deste primeiro encontro, pedi que as professoras completassem o Quadro 01 com o auxílio dos sólidos geométricos construídos (Figura 06):

	<b>Nomes</b>	<b>Nº de vértices</b>	<b>Nº de arestas</b>	<b>Nº de faces</b>
<b>Sólidos Geométricos Construídos</b>				

QUADRO 01: Completando o número de vértices, arestas e faces de cada sólido geométrico construído.

FONTE: A autora

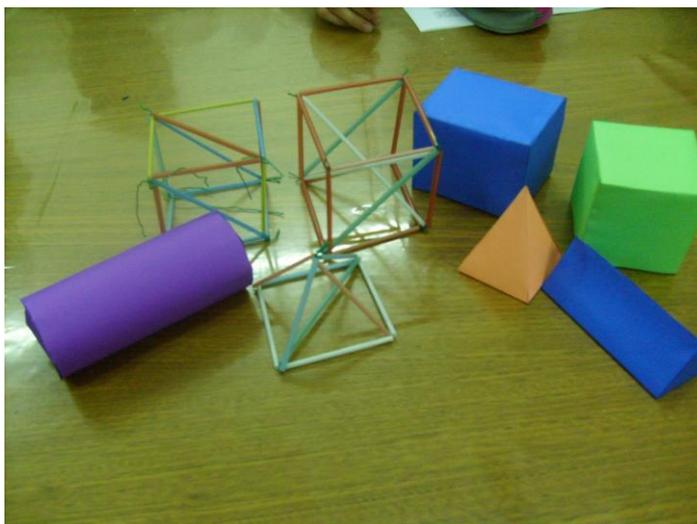


FIGURA 06: Sólidos geométricos construídos com canudinhos e cartolina.  
FONTE: A autora

Durante o preenchimento do quadro, a maior dúvida foi quanto ao número de faces, vértices e arestas do cilindro, questionei as professoras para observarem no cilindro quantas faces ele tinha e como eram essas faces. A coordenadora pedagógica comentou que ele tinha duas faces planas e uma arredondada e que ele não tinha vértices e nem arestas. Questionei as professoras se para os alunos seria fácil chegar a essa conclusão, o grupo alegou que não, que seria necessário uma postura questionadora do professor nesse momento, fazendo com que juntos emitissem um parecer acerca do número de faces, vértices e arestas do cilindro.

Ao término desse primeiro encontro, vale destacar o envolvimento do grupo de professoras, o modo tranquilo que estas realizavam as atividades, mesmo demonstrando em alguns momentos dificuldades em conseguir executar determinada tarefa. Outro ponto importante a ser destacado é o auxílio, a maneira como o grupo se ajudava na resolução das atividades, das dúvidas e das incertezas.

Por isso, é importante que os professores em formação confrontem entre si seus registros e os confrontem com suas ideias e pretensões, tomando consciência de suas próprias limitações quanto à observação e às possibilidades de representação. Isso poderá alertá-los, ainda, para as possíveis dificuldades e necessidades de seus alunos, como também para os conhecimentos que as crianças elaboram a respeito do pensamento geométrico (FONSECA et al., 2009, p. 81-82),

Nessa perspectiva de reflexão acerca de seu próprio conhecimento geométrico, remeterá também a reflexão de sua prática pedagógica, do seu fazer pedagógico.

O segundo encontro com as professoras iniciou com um questionamento sobre o que haviam achado do encontro anterior e se este encontro as fez pesquisarem mais sobre o assunto. A professora do 1º ano estava muito empolgada e realizada, pois havia pedido aos seus alunos que trouxessem embalagens de vários formatos, que foram exploradas durante três manhãs de aula. A professora destacou que inicialmente sentou os alunos em círculo e colocou as embalagens no centro, questionando-os quanto às formas que possuíam, como poderiam ser separadas. Os alunos separaram as embalagens de diversas maneiras, primeiro por tamanhos, depois por produtos e por cores. A professora salientou também que analisaram e abordaram unidades de medidas de capacidade, validade do produto, tabela nutricional, identificação em libras que consta nas embalagens, além de nomearem algumas embalagens, como: cubo, paralelepípedo, cilindro. Para finalizar, a professora comentou que aquela aula havia sido muito proveitosa e rica em conhecimento, envolvimento, exploração e investigação tanto para os alunos como para ela, enquanto professora.

Após esse momento de socialização, dei continuidade ao encontro com a atividade da contagem em três dimensões (Figura 07), que constava em contar o número de latas empilhadas.

## Contagem em três dimensões

Preencha a prateleira

◇ Quantas latas estão empilhadas?

Você não consegue contar uma a uma porque as fileiras de trás estão escondidas. Mas você pode ver a frente e o lado da pilha. Combinando as duas vistas você pode chegar à resposta.



FIGURA 07: Contagem em três dimensões

FONTE: Smoothey, 1997, p.46

Como pode ser observado na Figura 08, as professoras inicialmente foram contando lata por lata para chegar à quantidade total de latas.



FIGURA 08: Professoras contando o número de latas empilhadas

FONTE: A autora

Quando questionadas sobre a quantidade de latas que estavam empilhadas, os resultados oscilaram, pois algumas professoras não conseguiram enxergar a terceira fileira. Nesse momento, peguei os cubos do material dourado e pedi que simulassem a situação descrita na atividade, com isso todas chegaram ao mesmo

resultado. A atividade seguinte (Figura 09) também se referia à contagem de latinas, porém a visualização das latas era diferente.

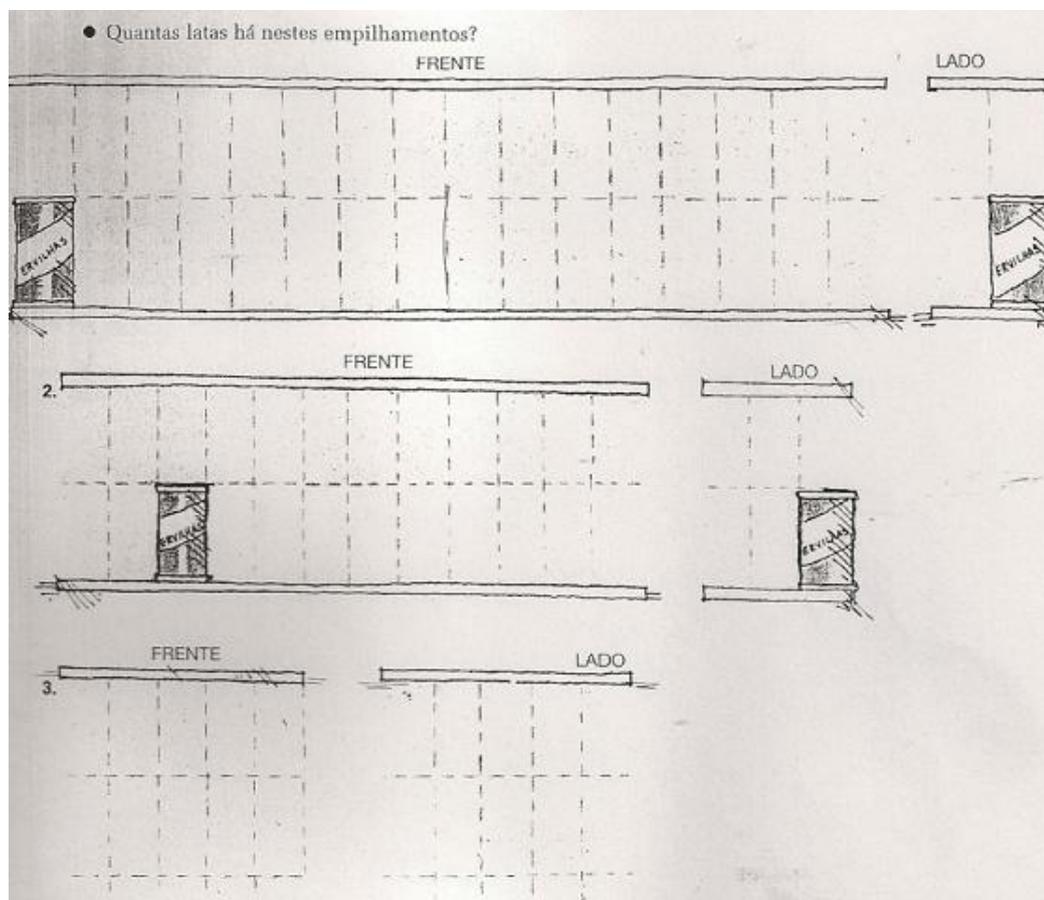


FIGURA 09: Descobrimo o número de latas empilhadas.  
FONTE: Smoothey, 1997, p.47

Nessa atividade, as professoras usaram a ideia de multiplicação para encontrar a quantidade total de latas. Elas multiplicavam o número de fileiras pelo número de latas em cada fileira e este resultado foi multiplicado pelo número de fileiras de profundidade.

A atividade seguinte (Figura 10) consistia em ver quantos cubos possuía cada um dos bichos. Durante essa atividade, foi disponibilizado o material dourado, mas nenhuma professora necessitou do mesmo para fazer a contagem. As professoras do 1º e 2º ano comentaram que tiveram um pouco de dificuldade na contagem.

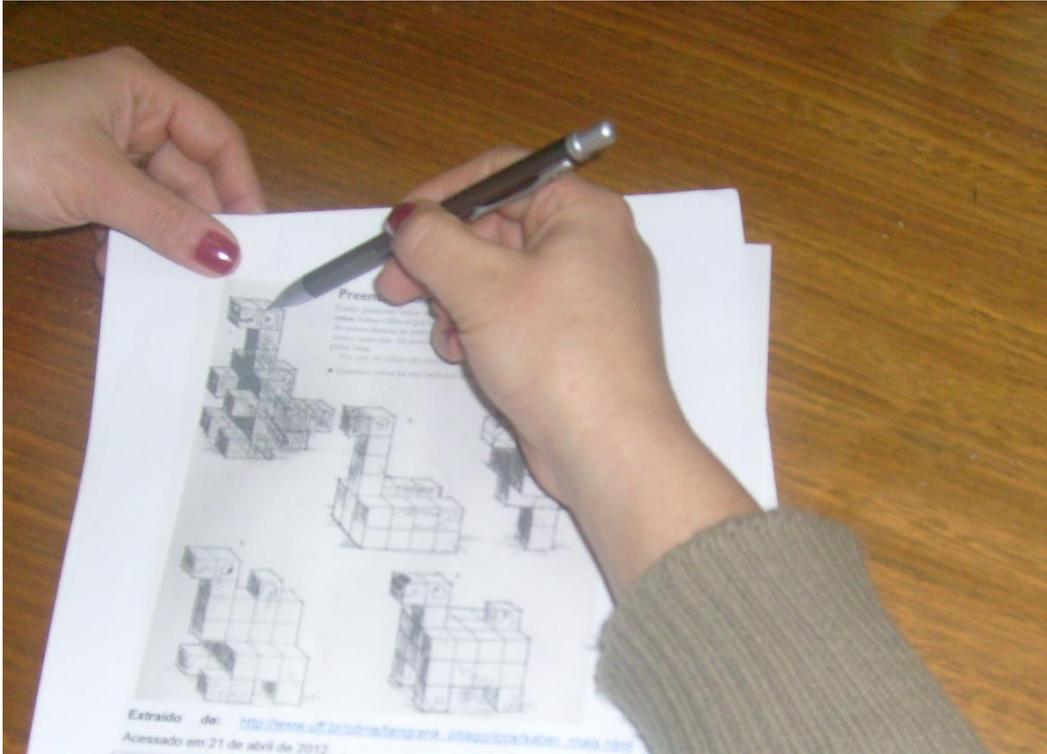


FIGURA 10: Contando o número de cubinhos usados na construção de cada animal.  
 FONTE: A autora

Durante essas atividades de contagem, o grupo de professoras persistiu muito e estavam bem empolgadas, pois as acharam desafiadoras e faziam comentários imaginando seus alunos contando. A professora do 1º ano comentou: “... já estou pensando de que maneira posso levar uma atividade semelhante para os meus pequenos, e como será que eles vão se sair nessa, porque eles me surpreendem a cada momento.”

Na sequência, fiz uma reflexão expondo o problema que os agricultores enfrentam em relação às enchentes que muitas vezes arrastam suas demarcações e ano após ano, ou mês após mês, esse agricultor necessita demarcar novamente suas terras. As professoras foram questionadas de como eram feitas essas demarcações antes de se conhecer as utilizadas ferramentas usadas na atualidade. Também foi lido o texto “Geometria dos Egípcios” (Figura 11) para ser debatido com o grupo.

### Geometria dos egípcios

O maior historiador da antiguidade foi Heródoto (cerca de 500 a.C.), o qual considera o desenvolvimento da geometria no Egito ser consequência direta das inundações periódicas das terras cultiváveis às margens do rio Nilo. Devido às águas das enchentes apagarem as demarcações determinadas para os terrenos de plantio, foram criadas técnicas de mensuração, que permitissem uma maior agilidade nessa demarcação.

Foi a partir da necessidade da mensuração dos terrenos e da experiência com o meio ambiente, ou seja, da prática da resolução desses problemas da vida cotidiana dos egípcios, que os conceitos e fórmulas geométricas foram se desenvolvendo e se tornaram conhecidos.

FIGURA 11: Geometria dos egípcios – texto abordado com as professoras  
FONTE: Laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal Fluminense, 2010.

Após esse momento de reflexão e busca por alternativas sobre como eram demarcadas as terras, coloquei sobre a mesa (Figura 12) uma bacia com areia, palitos de picolé, barbante, régua e malha quadriculada. Após a história e com os materiais expostos sobre a mesa, o grupo teve que fazer demarcações como os egípcios faziam.



FIGURA 12: Materiais disponibilizados para serem feitas as demarcações conforme discussões feitas a partir do texto Geometria dos egípcios  
FONTE: A autora

Como pode ser observado na Figura 13, as demarcações feitas pelas professoras usando os palitos simulavam formas retangulares. Durante essa atividade as professoras foram imaginando os tipos de plantações que pudessem ser feitas.



FIGURA 13: Demarcações feitas pelas professoras  
FONTE: A autora

No final dessa atividade, foram feitos questionamentos orais acerca das dificuldades encontradas e das relações entre o presente e o passado. Ao término das demarcações, cada professora teve de desenhar na malha quadriculada e identificar as formas geométricas feitas nas demarcações (Figura 14).

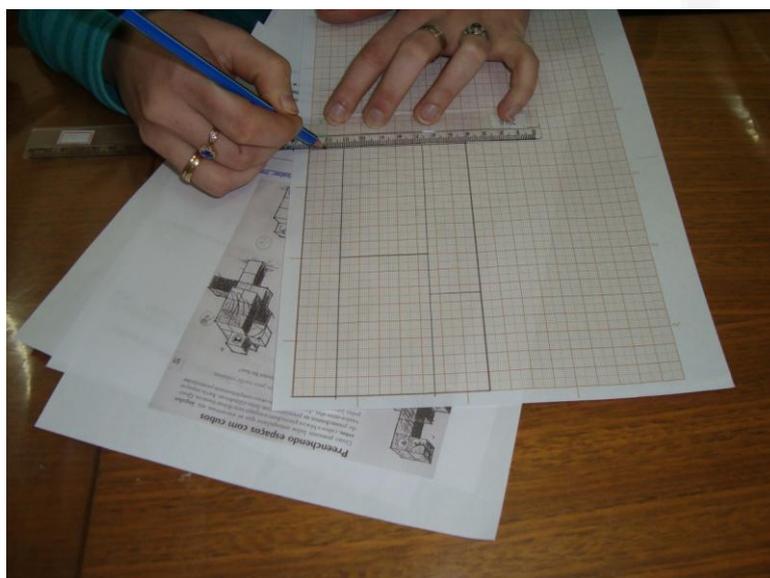


FIGURA 14: Desenhando na malha quadriculada as demarcações feitas  
FONTE: A autora

O grupo não encontrou dificuldades em desenhar e identificar as formas geométricas demarcadas, pois foram muito práticas na hora de demarcar, fazendo somente formas retangulares.

Para concluir as atividades previstas, foi proposto às professoras a construção do Tangran, sem elas saberem que se tratava do mesmo. Inicialmente, a pesquisadora solicitou que cada professora, utilizando papel dobradura, recortasse um quadrado de 10 cm de lado. Nomeando os vértices A, B, C e D do quadrado (Figura 15).

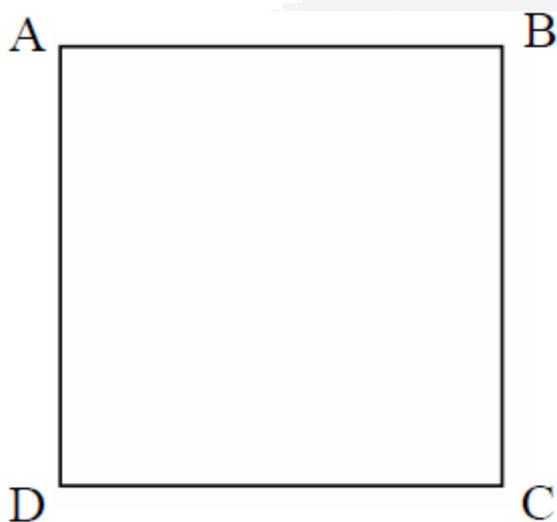


FIGURA 15: Quadrado ABCD  
FONTE: A autora

Durante a construção do quadrado, a professora do 2º ano comentou que sempre tinha dificuldades em desenhar “*um quadrado retinho*”. Sugeri que ela usasse o transferidor, mas ela alegou não saber usar tal ferramenta. Auxiliei a professora que prontamente atendeu e conseguiu concluir seu desenho (Figura 16).



FIGURA 16: Construção do quadrado com auxílio do transferidor  
FONTE: A autora

Com o quadrado em mãos, tiveram de dobrá-lo ao meio por uma das diagonais, traçando com um lápis essa linha da dobra. A partir dessa dobra, explorou-se o conceito de diagonal. Na sequência, tiveram de fazer uma dobra pela outra diagonal, sem traçar fora a fora esse segmento, somente de um dos vértices até o centro O do quadrado (Figura 17).

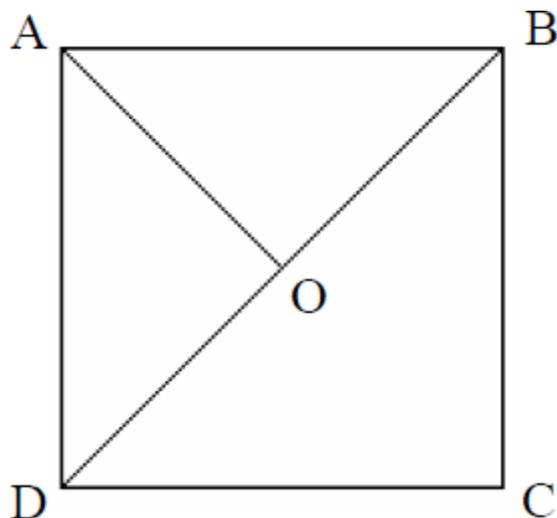


FIGURA 17: Traçando as diagonais, obtendo o centro O no quadrado ABCD.  
FONTE: A autora

O vértice C teve que ser dobrado, encostando-o no centro O, desta forma obteve-se um novo segmento EF que foi traçada com o lápis (Figura 18).

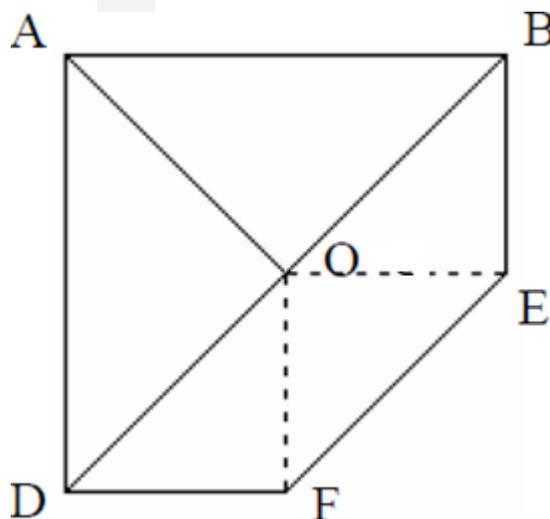


FIGURA 18: Marcando os pontos E e F  
FONTE: A autora

Dando continuidade, cada professor teve que marcar o ponto médio do segmento EF e prolongar o segmento AO, formando o segmento OG. Na sequência, foi marcado o ponto médio do segmento DO e o ponto médio do segmento OB,

obtendo dois novos pontos, sendo que um destes pontos foi ligado ao ponto G e o outro foi ligado ao ponto F, obtendo-se assim (Figura 19), sete formas geométricas que foram identificadas e marcadas pelos professores.

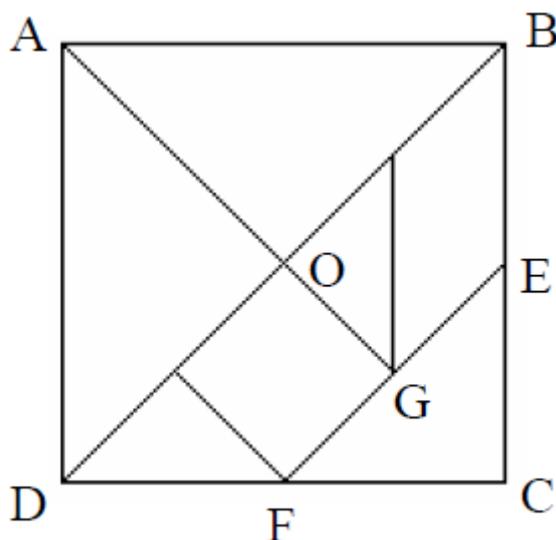


FIGURA 19: Tangran  
FONTE: A autora

A coordenadora pedagógica, no final desta atividade, questionou se o que havíamos acabado de fazer era o Tangran, confirmei para o grupo e pedi se elas o conheciam. As demais professoras falaram que já tinham ouvido falar, mas que nunca tinham feito nenhuma atividade com ele. Comentei um pouco da história do Tangran e iniciamos a nomeação de cada figura que o compõe.

O tangram é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar. Ao contrário de outros quebra-cabeças ele é formado por apenas sete peças com as quais é possível criar e montar cerca de 1700 figuras entre animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas e outros. As regras desse jogo consistem em usar as sete peças em qualquer montagem colocando-as lado a lado sem sobreposição.

Há uma lenda sobre esse material de que um jovem chinês despedia-se de seu mestre, pois iniciaria uma grande viagem pelo mundo.

Nessa ocasião, o mestre entregou-lhe um espelho de forma quadrada e disse:

- Com esse espelho você registrará tudo o que vir durante a viagem, para mostrar-me na volta.

O discípulo surpreso, indagou:

- Mas mestre, como, com um simples espelho, poderei eu lhe mostrar tudo o que encontrar durante a viagem?

No momento em que fazia esta pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos, quebrando-se em sete peças.

Então o mestre disse:

- Agora você poderá, com essas sete peças, construir figuras para ilustrar o que viu durante a viagem.

Lendas e histórias como essas sempre cercam objetos ou fatos de cuja origem temos pouco ou nenhum conhecimento, como é o caso do tangram.

Se é ou não verdade, pouco importa: o que vale é a magia, própria dos mitos e lendas. (Grupo Mathema, 2012)

A nomeação dada pelo grupo de professores ficou assim definida: dois triângulos grandes (Tg), um triângulo médio (Tm), dois triângulos pequenos (Tp), um quadrado (Q) e um paralelogramo (P). Cada figura geométrica foi recortada e foi solicitado que as figuras possíveis de serem sobrepostas fossem expostas em grande grupo. Algumas sobreposições encontradas pelas professoras:

$$1 \text{ Tg} = 2 \text{ Tm}$$

$$1 \text{ Tm} = 2 \text{ Tp}$$

$$1 \text{ Q} = 2 \text{ Tp}$$

$$1 \text{ P} = 2 \text{ Tp}$$

$$1 \text{ Tg} = 1 \text{ Q} + 2 \text{ Tp}$$

Entre outras...

Com o auxílio das sete peças, cada professora foi desafiada a construir o Tangran numa folha quadriculada (Figura 20), nomeando nesta as sete peças. Neste momento, a pesquisadora questionou-as sobre o que mais poderia ser explorado. A professora do 3º ano comentou que talvez pudéssemos contar o número de quadradinhos ocupado por cada figura na folha quadriculada.

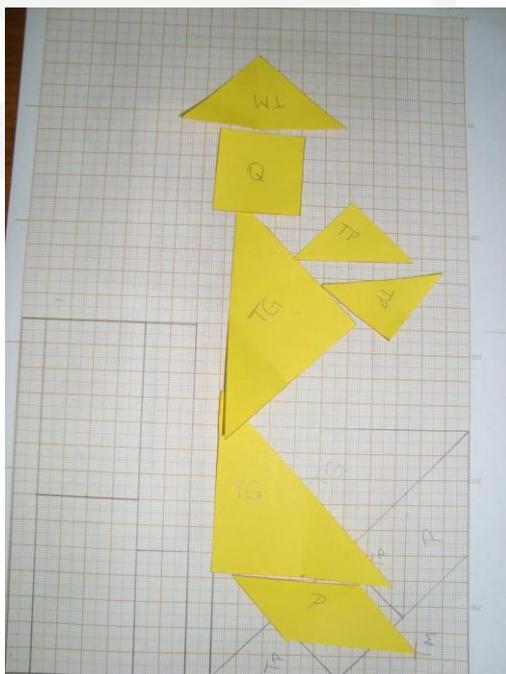


FIGURA 20: Construindo o Tangran na folha quadriculada  
 FONTE: A autora

A coordenadora pedagógica sugeriu que talvez o estudo das frações, mas não sabia se isso seria possível. Questionei-as sobre a parte do inteiro que o triângulo grande ocupava e prontamente a professora do 3º ano disse um quarto, logo salientei que os dois triângulos grandes representavam um meio. Partindo para as demais figuras que ocupavam a outra metade, juntas as professoras chegaram a conclusão, a partir das sobreposições, que o triângulo médio, o quadrado e o paralelogramo representavam um oitavo do inteiro cada figura e que o triângulo pequeno, como era a metade do triângulo médio, representava um dezesseis avos. Fizemos essas anotações no quadro:

$$1Tg + 1Tg + 1Tm + 1Q + 1P + 1Tp + 1Tp = 1 \text{ inteiro}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = 1$$

$$\frac{4}{16} + \frac{4}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = 1$$

$$\frac{16}{16} = 1$$

As professoras ficaram impressionadas com a quantidade de atividades que podem ser feitas com o auxílio do Tangran. Comentei que, além daquilo que já havia sido explorado, com as sete peças poderiam ser formadas diversas imagens. Solicitei que tentassem formar alguma (Figura 21).



FIGURA 21: Formando imagens com as peças do Tangran  
FONTE: A autora

Na sequência, apresentei o *software* livre Tangran e fizemos a exploração do mesmo, formando diversas imagens (Figura 22). Cada professor instalou o mesmo no seu computador para que pudessem, em casa, continuar essa exploração e trabalhar com seus alunos.



FIGURA 22: Explorando o software Tangran  
FONTE: A autora

As professoras não conheciam o *software*, ficaram encantadas, explorando ao máximo a ferramenta. A cada imagem concluída, era uma vibração só, a professora do 1º ano chegou a comentar: “*Nossa, levei 10 minutos e 05 segundos para concluir o gato, que difícil!*”.

As atividades realizadas neste encontro foram muito bem aceitas pelo grupo de professoras, em especial as relacionadas ao Tangran. O envolvimento pode ser visto nas expressões faciais e nos comentários emitidos por elas. O trabalho com o Tangran em sala de aula abre um leque muito grande de conteúdos a serem desenvolvidas a partir deste.

O Tangran é material (jogo) de origem chinesa cujas características geométricas oferecem condições de trabalhar, com bastante eficácia, diversos conceitos matemáticos. A sua utilização prevê a exploração do espaço geométrico pelo aluno, o conhecimento das formas geométricas mais comuns e de seus elementos, relações entre essas formas, classificações, o trabalho com frações, com medidas, discussões de teoremas, bem como o desenvolvimento de habilidades de observação, comparação, levantamento de hipóteses, classificação, generalização, entre outras (ZAMPA; VIEIRA, 2011, p.3).

O Tangran, como apontam Zampa e Vieira “proporciona um recurso muito importante no ensino da geometria, onde o aluno aprende brincando” (2011, p.8). Nesta pesquisa, as professoras construíram novos conceitos, novas aprendizagens, revisaram e reforçaram aqueles que estavam esquecidos com meio de uma atividade que pode ser considerada lúdica. Também é importante destacar que a cada encontro era visível como os cenários para investigação, a problematização feita por mim, estavam fazendo com que este grupo de professoras passasse a pensar, a questionar e a pesquisar mais, não ficando somente a espera do que era oportunizado nos encontros, o que muitas vezes ocorre em cursos de formação continuada.

O terceiro encontro foi repleto de muita empolgação, pois estavam ansiosas, queriam mais novidades, ter contato com novas aprendizagens, trocas e possíveis alternativas para buscarem novas metodologias de aprendizagem. Para iniciar o encontro, foi aberto o momento de discussão, de dúvidas, ou seja, um momento de reflexão sobre o último encontro. A professora do 3º ano destacou que esses encontros vinham bem ao encontro do olhar crítico que o professor deve ter tanto em aula como em seu planejamento. Comentou que no decorrer da semana anterior ao encontro teria sugerido aos seus alunos para dividirem a sala de aula, perguntando de que maneira essa divisão poderia ser feita. Ela havia imaginado que eles iriam para as formas retangulares, mas que surgiram as mais variadas formas. Para concluir, ela salientou: *“Mas como a gente já tem um pensamento bem fechado, os alunos conseguem explorar muito mais do que a gente imagina, cabe a nós professores darmos essa oportunidade para eles explorarem, participarem ativamente das atividades.”*

Após esse momento de socialização foi iniciada a leitura do texto “Pessoas que vivem em casas redondas” de Claudia Zaslavsky (ANEXO B). O texto aborda o estilo de moradias de alguns povos, levando o leitor a refletir sobre os formatos das residências e o porquê destas formas. No final da leitura, a autora sugere uma viagem imaginária, em que somos desafiados a criar com um barbante de 32 (trinta e dois) centímetros de comprimento o formato ideal para nossa residência de modo a obtermos o maior espaço possível, ou seja, a maior área. As formas obtidas foram desenhadas pelas professoras em uma folha quadriculada (Figura 23). Na

sequência, tiveram de informar qual das formas geométricas (quadrado, círculo, retângulo, triângulo) representava a maior área. Inicialmente, as professoras ficaram confusas e divididas, pois algumas acharam que a maior área estaria no quadrado, outras no retângulo, mas nenhuma se deu conta de que a forma circular apresentava a maior área.

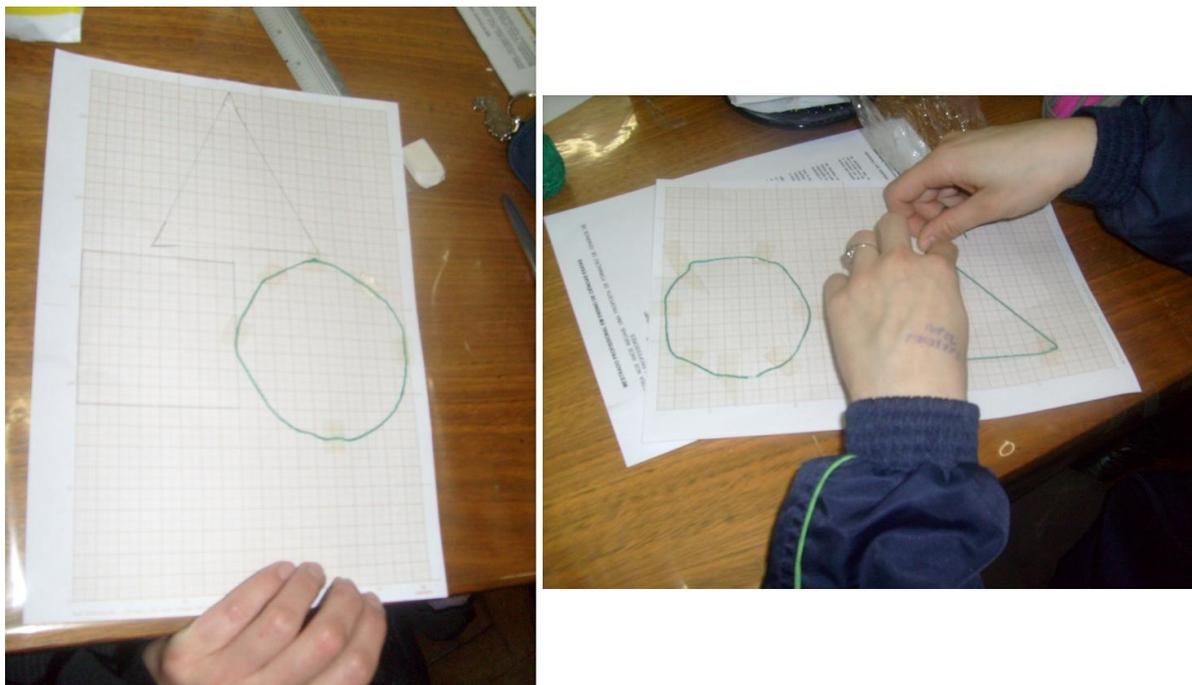


FIGURA 23: Criando diferentes formas geométricas com um barbante de 32 cm, a fim de obter a maior área.

FONTE: A autora

Sugeri, após essas atividades, que elas contassem os quadradinhos que cada forma ocupava. A professora do 3º ano logo me questionou alegando não saber como contar os quadrados não inteiros, o grupo se manifestou e concluíram que poderiam juntar frações até obter o quadrado inteiro. Após a contagem, foram unânimes em afirmar que o círculo ocupava a maior área e que o quadrado era a segunda figura de maior área.

Dando continuidade ao trabalho, questionei as professoras se conheciam o geoplano. Somente uma professora afirmou saber o que é o geoplano, mas que nunca o teria usado em suas aulas, por não saber ao certo como poderia fazê-lo. Inicialmente, exploramos o geoplano, deixando livre para as professoras criarem diversas figuras. A cada figura formada ia questionando quanto à denominação, ao

número de lados, como poderíamos fazer para a figura ocupar mais ou menos espaço (Figura 24).



FIGURA 24: Formando figuras geométricas no geoplano.  
FONTE: A autora

Essa parte inicial deixou-as curiosas e aguçadas por saber mais, pois poderiam abordar questões de área e perímetro. Na sequência, solicitei que elas formassem somente figuras com a forma de quadrados, retângulos e triângulos, e que fizessem o desenho da figura formada na malha quadriculada (Figura 25). A professora do 1º ano não sabia como poderia fazer o desenho, se era para contar o número de pregos ou os espaços ocupados entre os pregos. Frisei que ela observasse bem o geoplano e o quadriculado, e que fizesse das duas maneiras, uma contando o número de pregos que o elástico tocava e outra contando os espaços. Fazendo isso, a professora concluiu que era mais fácil ela contar os espaços entre os pregos.

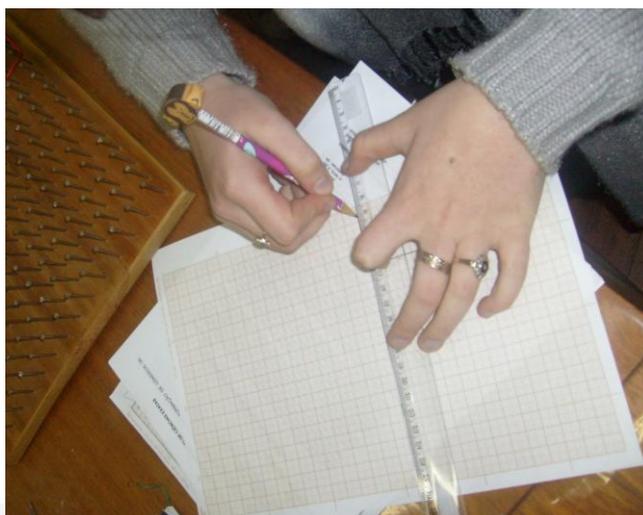


FIGURA 25: Desenhando as formas geométricas do geoplano na malha quadriculada.  
FONTE: A autora

Feitos os desenhos na malha quadriculada, solicitei que cada professora contasse o contorno e os espaços ocupados por cada figura. Pedi então o que isso significava, o que representaria o contorno e o espaço ocupado por cada figura. Houve um minuto de silêncio, pois inicialmente elas não se deram conta de que fazendo essa atividade elas estariam trabalhando com área e perímetro.

Como estávamos focando os trabalhos na área, pedi para as professoras se elas sabiam como poderiam representar geometricamente a conta  $7 \times 15$  (sete vezes o quinze). As professoras alegaram não saber, mostrei para elas no quadro (Figura 26):

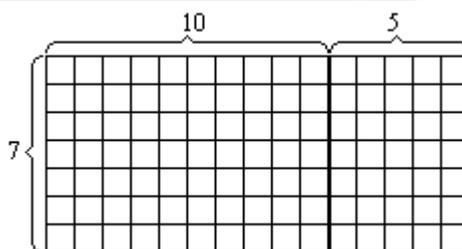


FIGURA 26: Representando geometricamente a multiplicação de 7 por 15 ( $7 \times 15$ )  
FONTE: A autora

Enfatizei que esse tipo de atividade exercita o cálculo mental e também aborda concomitantemente os cálculos de multiplicação e a geometria, o que muitas vezes trabalhamos de forma isolada, sem oportunizar as relações.

Na sequência, foram aplicadas e discutidas atividades que estão relacionadas a espaços ocupados pelas figuras, abordando dessa forma o estudo da área de figuras geométricas planas, como pode ser observado na Figura 27.

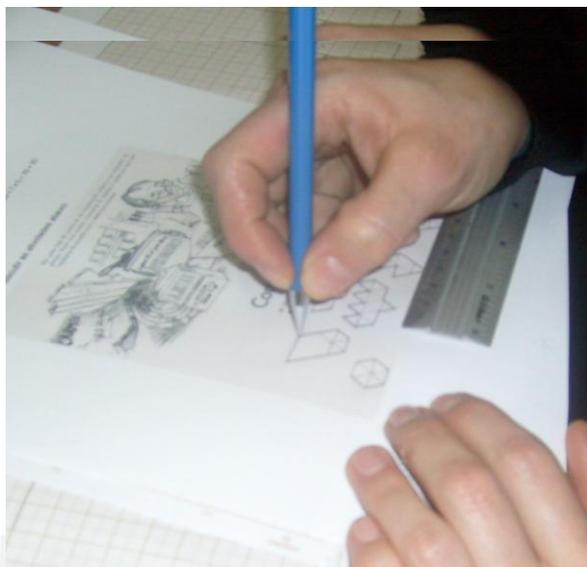


FIGURA 27: Comparando áreas: Qual das figuras tem maior e menor área?  
FONTE: Smoothery, 1997

Durante a atividade, as professoras inicialmente tiveram um pouco de dificuldade, pois a imagem não continha o quadriculado para fazer a contagem e algumas não se deram conta de que não usamos somente a malha quadriculada, mas que também podemos usar a malha triangular, traçando, nesse caso, triângulos congruentes para fazer a contagem e, desta forma, sabermos qual das figuras ocupa maior e menor área.

A atividade a seguir aborda também o estudo da área (Figura 28). A situação descrita trata de um pedreiro que cobrava de acordo com o número de lajotas assentadas, para resolver essa questão as professoras tinham de descobrir qual pátio ficaria mais caro e qual seria o mais barato. Inicialmente, entreguei somente a folha com os pátios, sem o quadriculado. As professoras acharam muito difícil, alegando ser mais fácil de resolver se tivessem os desenhos dos pátios em malha quadriculada ou triangular. Deixei que elas estimassem qual dos pátios seria o mais caro e qual o mais barato, para depois entregar uma folha com a representação dos pátios na malha quadriculada. Elas ficaram surpresas, pois haviam estimado algo que não fechou com o real encontrado.

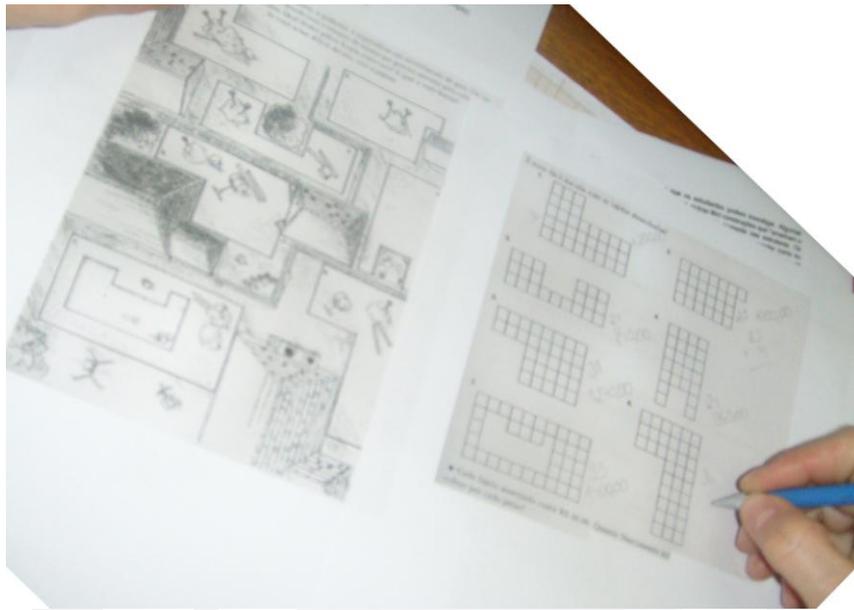


FIGURA 28: Auxiliando o pedreiro a calcular o pátio mais caro e mais barato, sendo que ele cobra por lajota colocada.  
 FONTE: Smoothey, 1997, p. 11-12

Para finalizar, propus ao grupo três quebra-cabeças que envolviam uma mesma área, mas em figuras de formas diferentes. Inicialmente, tinham de calcular a área de cada uma das figuras abaixo e assinalar a que possuía maior área (Figura 29).

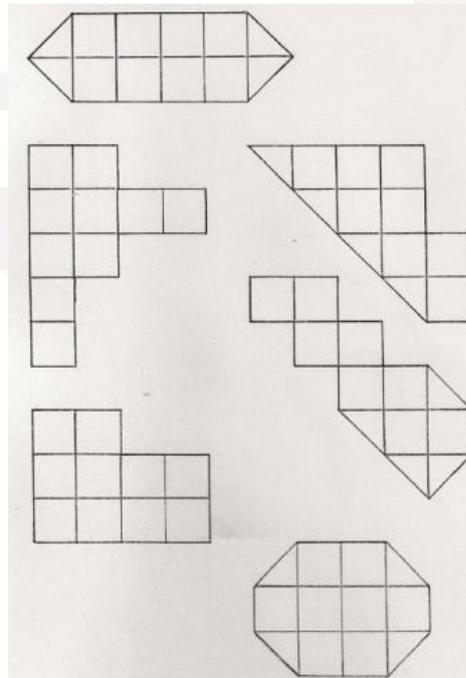


FIGURA 29: Figuras a serem utilizadas para resolver os três quebra-cabeças.  
 FONTE: Smoothey, 1997, p.13

Entrando novamente em questão a ideia de que dois triângulos formavam um quadrado, sendo assim conseguiam facilmente saber a área de cada figura. A professora do 1º ano logo salientou: *“Se eu contei certo, todas tem a mesma área.”* E concluiu: *“Olha que interessante, formas diferentes, olhando assim parece até que não tem a mesma área, mas todas têm.”* Assim, surgiu a discussão de que figuras com formas diferentes necessariamente não precisam ter áreas diferentes.

O segundo quebra-cabeça consistia em cortar três quadrados, deixando um deles inteiro e os outros dois cortados pela diagonal. Cada professor tinha de montar figuras de formatos diferentes com as duas metades de cada quadrado e comparar a área dessas figuras formadas com a do quadrado inteiro. Nessa atividade, as professoras logo chegaram a conclusão de que cada figura formada possuía a mesma área do quadrado. A coordenadora pedagógica salientou que se ela pegasse as quatro metades e formassem uma figura com elas, a área desta figura seria a dobro da área do quadrado inteiro.

O terceiro quebra-cabeça, última atividade da noite, consistia em recortar seis retângulos idênticos; e desses, cinco teriam de ser recortados pela diagonal. Cada professora teve de formar figuras de diferentes formas com cada uma das duas metades de um retângulo, identificando cada forma geométrica encontrada e a área obtida (Figuras 30 e 31). A professora do 3º ano logo destacou: *“Mas a área também sempre será a mesma do retângulo inteiro.”* Cada professor pode explorar as peças da maneira que queria. Juntando mais peças, formando diversas figuras e analisando a área de cada uma.



FIGURA 30: Formando figuras geométricas com as peças do retângulo e quadrado.

FONTE: A autora

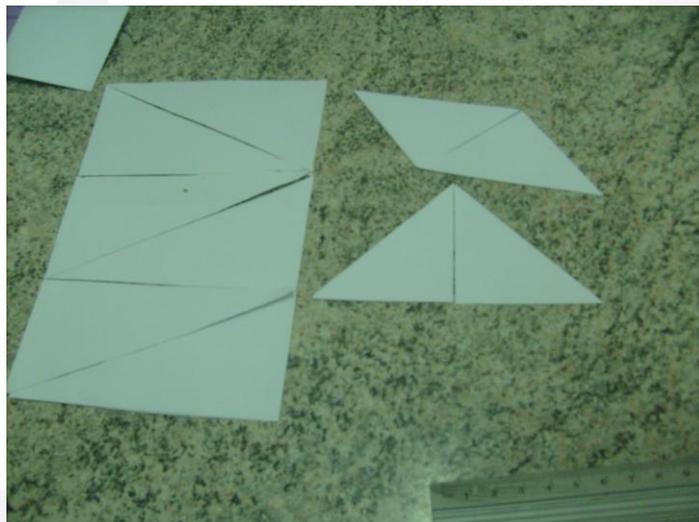


FIGURA 31: Formando figuras geométricas com as peças do retângulo.

FONTE: A autora

Esse encontro, assim como os demais, foi movido pela ideia de Lorezato (1995, p. 11), quando o autor destaca que “além de dispor de bons materiais e saber usá-los corretamente”, o professor deve conduzir sua aula como um orientador, levando o aluno a descobrir os conceitos. Dessa forma, Lorenzato (1995) aponta algumas questões que deveriam fazer parte das aulas, em especial, no ensino da Geometria:

- Por que você pensa assim?
- Como você chegou a essa conclusão?
- Isso vale para outros casos?
- Como isso pode ser dito de outro modo?
- É possível representar essa situação?

- O que isto quer dizer?
- Por que você concorda?
- Existem outras possibilidades?
- O que mudou?
- Como isto é possível? (LORENZATO, 1995, p.11)

A exploração, a maneira como as atividades foram resolvidas, ocorreu de várias formas, cada professora fez uso de diferentes estratégias, movidas pelas mesmas perguntas. Tais perguntas foram decisivas para que as docentes percebessem que diferentes formas podem ocupar a mesma área, ou figuras com o mesmo perímetro podem ocupar espaços/áreas diferentes.

O penúltimo encontro foi marcado por momentos de muita descontração, empolgação e, principalmente, envolvimento, pois o grupo estava falante, alegre, relatando que a cada encontro saíam mais motivadas e certas de que muito ainda pode ser feito na educação, que a busca por novas metodologias deve existir para um aprendizado ainda maior. Para iniciar as atividades, dividi o grupo em uma dupla e um trio. Cada grupo recebeu um pacote de balas e uma trena, as balas tiveram que ser escondidas em algum lugar da escola. Com o auxílio de trenas (Figura 32), as professoras tiveram de medir o trajeto a ser percorrido para traçar o mapa do tesouro.



FIGURA 32: Medindo o trajeto para traçar o mapa do tesouro.  
FONTE: A autora

Depois de terem escondido o tesouro, cada grupo recebeu uma folha milimetrada na qual tiveram de desenhar o mapa do tesouro (Figura 33). O desenho foi feito em escala e a mesma foi informada. Feitos os desenhos, os mapas foram trocados e as professoras foram em busca do tesouro.

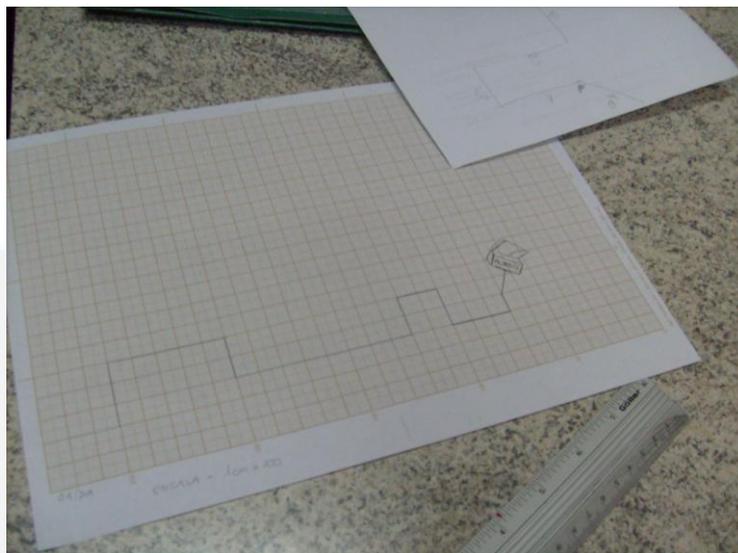


FIGURA 33: Desenhando o mapa do tesouro na folha milimetrada.  
FONTE: A autora

A caça ao tesouro foi um momento de muita animação, o grupo se divertiu, principalmente quando a professora do 2º ano que ficou com a leitura e interpretação do mapa trocava direito pelo esquerdo e vice versa. Ela constantemente dizia: *“Mas gente, o que vou fazer, isso não foi trabalhado comigo, eu tenho essa dificuldade!”* As colegas que iam fazendo as medições constantemente a indagavam perguntando: *“tu tem certeza?”* quando ela dizia por exemplo: três metros para a esquerda (Figura 34).



FIGURA 34: Decifrando os mapas da caça ao tesouro.  
FONTE: A autora

Enfim, os dois grupos (Figura 35) conseguiram encontrar o tesouro. Durante a busca já trocavam ideias de como seria se fizessem essa atividade com seus alunos.



FIGURA 35: Grupos com os respectivos mapas e tesouros encontrados.  
FONTE: A autora

Este encontro enfocou questões vinculadas a ludicidade, uma vez que através de atividades envolvendo manipulação de materiais pode, como bem apontam Giroto et al. (2012),

[...] despertar o “gosto” pela matemática é a efetivação, nas práticas de ensino, de atividades lúdicas, que promovam a iniciativa e a autonomia, bem como estimulem o trabalho em equipe, além de outras habilidades inerentes aos conceitos matemáticos. Destaca-se que a ludicidade representa uma ferramenta em potencial para aproximar os aprendizes dos saberes matemáticos, proporcionando um sentido mais prático para as aprendizagens (GIROTO et al, 2012, p.3)

Nesta perspectiva as professoras foram provocadas a buscar através do lúdico estratégias para conseguir traçar o mapa do tesouro e encontrá-lo. Percebi nesta atividade do caça ao tesouro que as professoras por terem sido motivadas nesta busca, já teciam comentários sobre as possíveis reações que seus alunos teriam numa atividade semelhante a desenvolvida com elas.

Concluída a caça ao tesouro, o grupo assistiu a um vídeo de apresentação do Software Super Logo do professor de informática Pimentel, da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO). Esse vídeo foi extraído do site: [site.google.com/site/infoeducunirio](http://site.google.com/site/infoeducunirio). No mesmo site foi baixada a versão do Super Logo trabalhada posteriormente com as professoras.

Após assistirem ao vídeo, as professoras exploraram o jogo de tabuleiro (Figura 36) com as funções básicas do software: para direita, para esquerda, para frente e para trás. O jogo consiste num tabuleiro retangular de dez quadrados de largura por 12 quadrados de comprimento, um dado numérico, um dado com as funções básicas acima citadas: PF (para frente), PD (para direita), PE (para esquerda) e PT (para trás) e uma tartaruga para cada jogador. Em alguns desses quadrados foram colocadas imagens de figuras geométricas planas, espaciais e algumas planificações. O jogador tinha de lançar, a cada rodada, o dado com as funções básicas e o dado numérico, por exemplo: para frente, quatro casas e assim sucessivamente. Quando a tartaruga parava sobre uma imagem, o jogador tinha de falar o nome da planificação, ou da forma plana ou espacial, se acertava ficava com a imagem, vencendo o jogador que tivesse mais imagens.

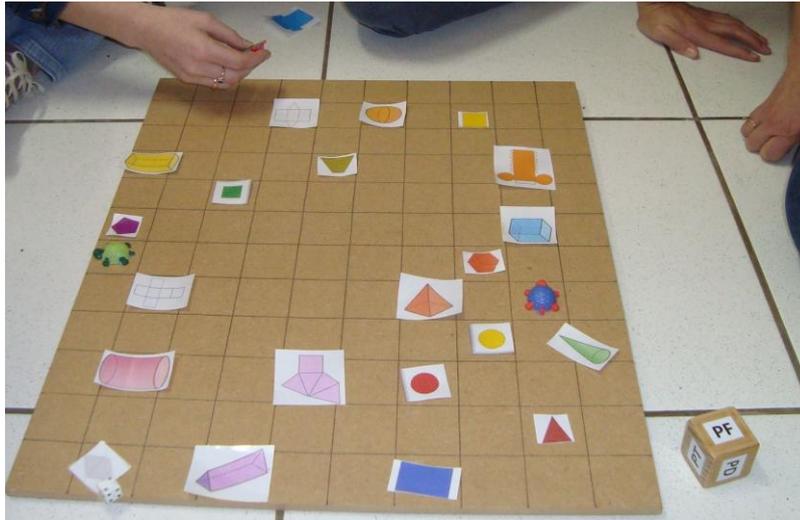


FIGURA 36: Jogo de tabuleiro com as funções básicas do Super Logo  
FONTE: A autora

Para dar seqüência às atividades, cada professor baixou o Super Logo em seu computador e iniciou-se a exploração do mesmo (Figura 37). Inicialmente, foi sugerido para cada professora traçar um quadrado e um retângulo no *software*, o que foi realizado com tranquilidade, pois todas conseguiram desenhar sem dificuldades. A tarefa seguinte consistia em tentarem desenhar uma casa, como o vídeo do professor Pimentel abordava, da mesma forma a atividade foi concluída por todas sem maiores dificuldades.

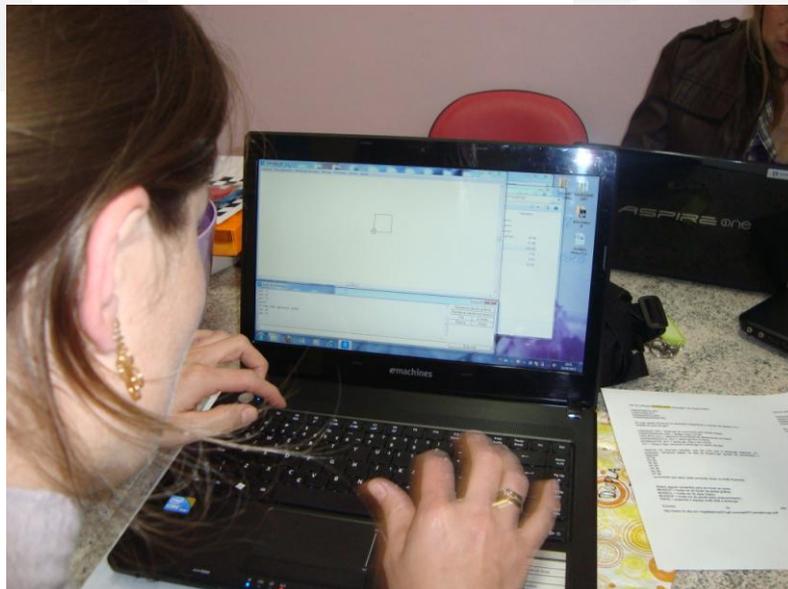


FIGURA 37: Explorando o software Super Logo  
FONTE: A autora

Para finalizar as atividades com o *software*, cada professor teve de reproduzir o mapa do tesouro utilizando o Super Logo (Figura 38). Como usamos a versão gratuita, cada professor fez o traçado do mapa, copiando-o e passando-o para o editor de desenhos para concluir o mapa do tesouro.

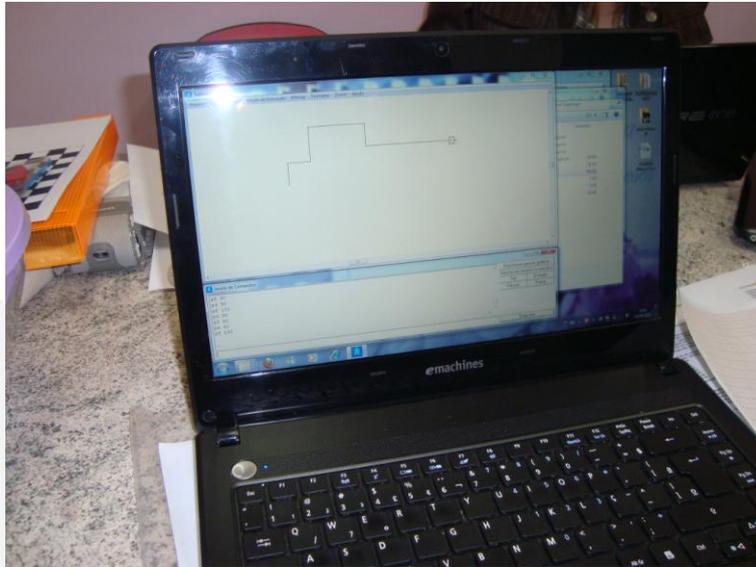


FIGURA 38: Traçando o mapa do tesouro no Super Logo  
FONTE: A autora

O traçado do mapa no Super Logo foi feito por todas as professoras sem maiores dificuldades, mas no momento de copiar o traçado e passá-lo para o editor de desenhos (Figura 39), surgiram as dificuldades e dúvidas, pois as professoras não sabiam trabalhar neste editor. Assim, tive de auxiliá-las bastante, explicando o editor e suas funções.

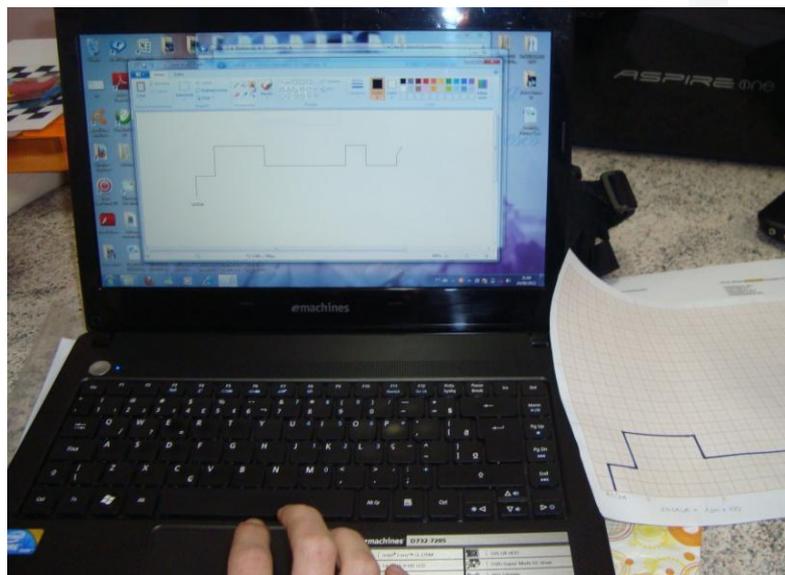


FIGURA 39: Passando o mapa feito no Super Logo para o editor de desenhos.  
FONTE: A autora

A utilização das ferramentas tecnológicas proporcionou um olhar mais instigador por parte deste grupo, a esse respeito Nascimento (2010) aponta que a,

[...] utilização das tecnologias do computador e internet na escola só serão eficazes se aplicadas da forma correta. Não adianta recursos didáticos, por melhores que sejam e com excelentes configurações, se a escola não souber utilizá-los com criatividade e competência, permitindo a construção de um novo paradigma na educação, fazendo do aprender uma busca constante pela inovação (NASCIMENTO, 2010, p.6)

Nas atividades que envolviam a utilização de ferramentas tecnológicas meu objetivo estava centrado na exploração do *software* e nos resultados que tal exploração poderia desencadear.

Para concluir as atividades da noite, foi entregue para cada professor o mapa da cidade de Lajeado. Inicialmente exploramos o mapa, localizando ruas conhecidas. Depois, cada professor tinha de pintar o mapa conforme a legenda, pintando de vermelho os quarteirões ou quadras com formato triangular, de azul os quarteirões ou quadras com formato quadrado, de amarelo os quarteirões ou quadras com formato retangular e de verde as ruas paralelas (Figura 40).

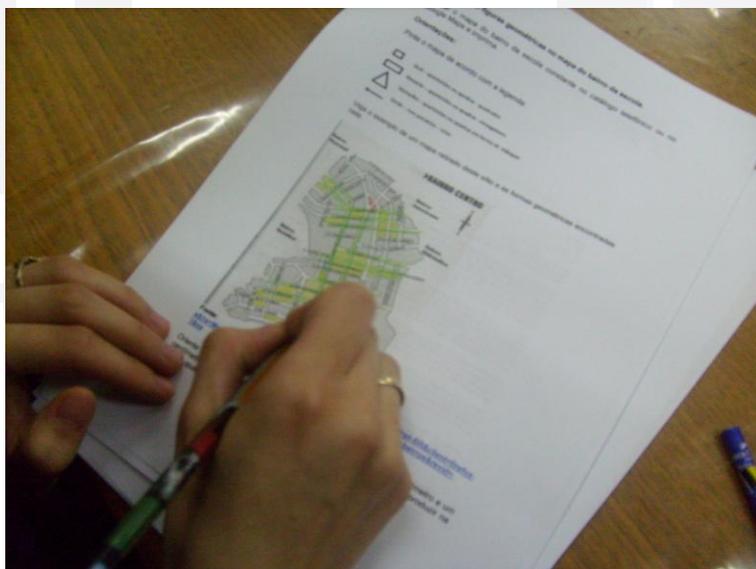


FIGURA 40: Explorando o mapa da cidade  
FONTE: A autora

A única dificuldade encontrada por estas professoras dizia respeito a definição de ruas paralelas. Neste momento expliquei ao grupo a ideia de retas paralelas, para conseguirem ter esse olhar no mapa e identificar as ruas paralelas.

O último encontro foi muito esperado tanto por mim quanto pelas professoras, pois estávamos muito envolvidas com esses momentos de trocas, de brincadeiras, de muito estudo e, principalmente, de novas aprendizagens. Iniciei minha fala dizendo que neste dia eu não falaria e nem conduziria o encontro, que a noite seria de trabalho, pesquisa, criação e imaginação total do grupo, pois poderiam pesquisar, trocar ideias entre elas, mas que no final queria que cada professora criasse um jogo relacionado à geometria, usando seus conhecimentos anteriores e os adquiridos durante os encontros.

Inicialmente, o grupo ficou por alguns instantes em silêncio, até que a professora do 3º ano pediu: *“mas pode ser qualquer jogo? Memória, trilha? O que quisermos?”* A professora do 2º ano logo me perguntou se poderia pesquisar algumas sugestões em sites da internet, e assim todas foram se envolvendo, trocando sugestões, uma dando palpites para a outra. Nesse momento, percebi que grande parte do meu objetivo proposto tinha sido atingido, pois o envolvimento, a busca, a troca e a pesquisa estavam ocorrendo.

A professora da Educação Infantil confeccionou um jogo de pescaria, nomeado por ela de “Pesca-pesca Geométrico” (Figura 41), alegando que para seus alunos esse jogo seria bem apropriado. O jogo consistia em figuras geométricas planas, que estavam afixadas em palitinhos, sendo que cada figura valia um determinado número de pontos. Os palitos com as formas geométricas foram colocados num suporte de isopor. A pontuação ficava voltada para o lado oposto ao aluno, de forma que este não a visualizasse. O aluno tinha de ir pescando e somando os pontos obtidos, para validar o ponto o aluno deveria acertar o nome da figura. Através desse jogo, a professora salientou que seriam trabalhadas as formas geométricas, além de cálculos de adição e subtração, pois além de somarem os pontos eles calculariam as diferenças de pontuações de um aluno para outro.



FIGURA 41: Jogo “Pesca-pesca Geométrico” confeccionado pela professora do Jardim.  
FONTE: Participantes da Pesquisa

A professora do 1º ano elaborou um jogo semelhante ao Bingo, que ela chamou de “Bingo Geométrico” (Figura 42). Ela confeccionou cinco cartelas que a professora denominou da seguinte maneira: Grupo do quadrado, Grupo do círculo, Grupo do triângulo, Grupo do retângulo e Grupo do paralelogramo. Cada cartela era composta por 10 figuras geométricas planas idênticas correspondentes a cartela, ou seja, a cartela do quadrado tinha 10 quadrados desenhados e assim sucessivamente. E confeccionou 50 cartões contendo as mesmas formas geométricas que das cartelas, 10 de cada tipo. Os cartões seriam os do sorteio do bingo. Este jogo poderia ser jogado por 6 alunos, destes, cinco iriam jogar e um iria sortear as formas geométricas. Cada jogador ganharia uma das cartelas e a cada cartão sorteado o jogador colocava-o no seu respectivo grupo. Ganhando o jogo aquele que primeiro completasse a sua cartela.



FIGURA 42: Jogo “Bingo Geométrico” confeccionado pela professora do 1º ano.  
 FONTE: Participantes da Pesquisa

A professora do 2º ano, confeccionou duas trilhas, uma ela identificou de “Brincando com as figuras geométricas” e a outra de “Parecendo figuras geométricas” (Figura 43). Cada uma das trilhas pode ser jogada por 2 pessoas que durante o percurso respondem perguntas relacionadas com a geometria. A cada acerto os jogadores avançam casas, e a cada erro voltam, vencendo o jogo quem alcançar primeiro a linha de chegada.



FIGURA 43: Jogos “Trilhas” confeccionados pela professora do 2º ano.  
 FONTE: Participantes da Pesquisa

A professora do 3º ano confeccionou o jogo “Traverse”<sup>5</sup> (Figura 44), que é um jogo parecido com o xadrez, mas de figuras geométricas, podendo ser jogado por 2 ou 4 pessoas. Este jogo é composto por um tabuleiro quadriculado de 10 x 10 quadradinhos e de 8 peças de cada cor (amarelo, azul, vermelho e verde), sendo: 2 círculos, 2 pentágonos<sup>6</sup>, 2 triângulos e 2 quadrados. O objetivo do jogo é mover todas as peças de um lado para o lado oposto. As regras do jogo consistem em:

- o quadrado anda para frente e para o lado.
- o círculo anda para todos os lados.
- o triângulo anda reto para trás e nas diagonais.
- o pentágono anda somente nas diagonais.



FIGURA 44: Jogo “Traverse” confeccionado pela professora do 3º ano.  
FONTE: Participantes da Pesquisa

A coordenadora pedagógica elaborou dois jogos, um dominó geométrico e uma trilha, denominada por ela de “Trilha Geométrica”, ela estava tão envolvida na atividade que questionou se poderia criar dois jogos, pois havia pensando em dois e não sabia qual escolher. O dominó (Figura 45) é constituído de 21 peças, podendo ser jogado por 3 jogadores, recebendo 7 peças cada jogador. Inicia o jogador que tem na mesma peça duas figuras geométricas iguais, passando para o jogador seguinte que vai encaixando uma peça que tenha pela menos uma figura igual a da peça anterior e assim sucessivamente. Caso o jogador não tenha nenhuma peça que se encaixe em qualquer lado, ele deve passar a vez sem jogar nenhuma peça.

<sup>5</sup> Disponível: <http://www.mat.ibilce.unesp.br/laboratorio/pages/jogos/traverse.htm>.  
Acessado: 24 set.2 012

<sup>6</sup> Modificado, pois no jogo original temos losangos que foram substituídos neste jogo por pentágonos.

A partida termina quando um jogador ficar sem peças e quando o jogo ficar trancado.



FIGURA 45: Jogo de dominó confeccionado pela coordenadora pedagógica  
 FONTE: Participantes da Pesquisa

A trilha (Figura 46) pode ser jogada por 2 jogadores, que durante o percurso vão respondendo diversas perguntas relacionadas à geometria, podendo avançar ou voltar um determinado número de casas, vencendo o jogador que primeiro transpor a linha de chegada.



FIGURA 46: Jogo "Trilha geométrica" confeccionado pela coordenadora pedagógica.  
 FONTE: Participantes da Pesquisa

A apresentação dos jogos foi feita durante a confecção, pois como as professoras ficaram muito próximas, conseguiam ir mostrando e explicando seu jogo para as colegas. A curiosidade era grande, elas iam confeccionando, olhando e dando palpites no jogo das colegas. Foi uma construção coletiva, pois todas de certa forma participaram na elaboração de cada jogo, contribuindo com sugestões de materiais que poderiam ser utilizados, as imagens, mas sempre respeitando a ideia inicial da colega.

Nessa perspectiva, o trabalho da noite que envolvia a confecção de jogos, foi um momento para avaliarmos a importância de utilizar esse recurso nas aulas, as vantagens de seu uso com objetivos pré estabelecidos são bastante significativos, pois durante um jogo pode ser feita a revisão ou introdução de um conteúdo. Por outro lado, os jogos assim como as ferramentas tecnológicas podem trazer resultados não satisfatórios. Aragão e Silva (2010) em relação ao uso de jogos destacam que,

Existe o perigo de o jogo assumir um caráter puramente aleatório quando mal utilizado, isto é, os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem compreenderem o sentido educativo que está embutido no jogo: o tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor estiver atento e preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo. Estas são algumas das desvantagens que podem surgir quando o educador ao optar por trabalhar com o jogo como um recurso não tem domínio do assunto, ou seja, uma formação específica nesta área que muitos consideram insignificante, mas que tem grande valia para quem a conhece (ARAGÃO; SILVA, 2010, p.3)

O grupo de professoras considerou de extrema importância a confecção destes jogos, pois além de poderem utilizá-los em suas aulas, foi um momento para elas avaliarem suas aprendizagens adquiridas no decorrer dos encontros. Da mesma forma, percebi que as docentes no decorrer destes encontros mediados pelas teorizações dos cenários para investigação tornaram-se mais investigativas, críticas, atentas e problematizadoras de novas ideias.

Para finalizar os encontros agradei de forma bem especial o empenho, a dedicação, o envolvimento e, principalmente, as aprendizagens que juntas construímos no decorrer dos encontros. Ressaltei que as sessões de estudos foram muito importantes para mim, como professora e pesquisadora, pois construí novos

conhecimentos ao longo dessa caminhada e que juntas desenvolvemos muita pesquisa e investigação. Combinamos também de fazer as entrevistas finais depois delas abordarem o assunto geometria com seus alunos em suas salas de aula.

No próximo capítulo, apresento a análise da entrevista final realizada com as professoras.

### 4.3 Novas concepções sobre ensinar e aprender geometria

Esperiei ansiosamente pela entrevista final (APÊNDICE D), pois durante os encontros já ouvia muitos relatos e percebia a motivação das professoras, por isso queria ouvi-las, saber como foram suas aulas após estes momentos. A primeira pergunta da entrevista consistia em saber como cada professora avaliou os encontros. Todas alegaram terem gostado muito.

Professora da Educação Infantil: *“Eu achei bem interessante porque o que me chamou a atenção é que eu não gosto muito de matemática, só que eu vi que tem formas diferentes de trabalhar, procurei mais coisas e achei bem legal. Procurei mais materiais sobre geometria na internet e em outros lugares. Achei bem bacana os encontros, que me fizeram pesquisar mais.”*

Professora do 1º ano: *“Ótimos. Veio a aprimorar, a trazer novas aprendizagens e me fez refletir na nossa prática.”*

Professora do 2º ano: *“Muito bons, eu aprendi um monte. Eu aprendi!”*

Professora do 3º ano: *“Acho que foram muito proveitosos, tanto de forma pessoal quanto profissionalmente. Foram importantes para construir conceitos que eu ainda não tinha bem claros pra mim e que agora tenho mais clareza tanto pra mim como para passar para os outros.”*

Coordenadora pedagógica: *“Muito bons. Pelo menos eu gostei de tudo. Toda vez eu ficava pensando o que será que vamos ver hoje. E querendo ou não são coisas que até tu sabe, mas muitas vezes tu até não lembra, ou não se dá conta que poderia fazer, e assim foram dadas ideias novas, coisas diferentes, mas conteúdos que tu já tinha visto em algum momento, mas de uma maneira diferente. Até já falei para a professora de informática da escola sobre o Superlogo, e ela já vai tentar baixar ele e explorá-lo para poder trabalhar com os alunos.”*

Ao ouvir tais comentários das professoras, que relataram as mudanças, as novas aprendizagens adquiridas no decorrer dos encontros, me remete citar Fonseca et al (2009) quando estas autoras apontam,

[...] a necessidade de a formação inicial e continuada do professor não limitar-se à apresentação de atividades alternativas para o ensino de Geometria, mas contemplar um repensar das concepções desse ensino, do conteúdo a ser abordado e da intencionalidade e viabilidade de aplicação dos recursos didáticos à sua disposição (FONSECA et al., 2009, p.51).

Desta forma, como bem apontaram as professoras, a reflexão da prática docente e a pesquisa fizeram-se mais presentes, uma vez que, uma aprendizagem sobre o ensino de geometria ocorrera possibilitando um entendimento maior para utilizar os recursos didáticos que estas disponibilizam.

A próxima questão solicitava que as professoras emitissem um parecer sobre como definiam, após os encontros, o termo educação matemática crítica.

Professora da Educação Infantil: *“É quando faz tu pensar e busca algo a mais, não ficar parado no tempo, nas coisas antigas, seguindo regras que ninguém mais quer saber.”*

Professora do 1º ano: *“Acredito que a gente sempre tem várias formas, vamos dizer assim, de explorar a matemática, não só de uma maneira, mas várias maneiras, assim como a gente aprendeu, viu nos encontros. Ampliar talvez esse leque, que não só a matemática, mas tu pode puxar ganchos para outras áreas.”*

Professora do 2º ano: *“É as várias formas de tu chega ao mesmo denominador, ah, que o aluno não precisa do teu ponto de vista, que ele pode ter pontos de vista diferente, chegando ao resultado também e que tu pode usar uma coisa e daquela coisinha fazer muitas outras coisas diferentes.”*

Professora do 3º ano: *“Penso que seria uma desacomodação do que a gente pensa, das experiências que a gente teve. Acredito que seja justamente essa construção, esse olhar diferente sobre a matemática, do ponto de vista de construção e não de conceitos prontos. Que tudo é uma construção e um depende do outro e não fazem sentido se não ocorrerem de forma significativa, através de uma aprendizagem significativa.”*

Coordenadora pedagógica: *“Quando um aluno questiona, não quando ele fica quietinho, quando ele pede como assim, porque daí eles estão reagindo em relação a alguma coisa. Quando ele vai em busca da sua dúvida, e até curiosidade por*

*saber mais, quando nós professores também pesquisamos mais e ouvimos mais nosso aluno.”*

Percebe-se que as concepções em relação à educação matemática crítica mudaram para as professoras, pois na entrevista inicial elas apresentavam uma opinião vaga e após a prática pedagógica foi possível verificar um aprofundamento da temática. Tal hipótese pode ser constada, por exemplo, na fala da coordenadora pedagógica quando esta diz que “*Quando um aluno questiona, não quando ele fica quietinho, quando ele pede como assim, porque daí eles estão reagindo em relação a alguma coisa.*” Ademais, quando a professora de Educação Infantil expressa que “*É quando faz tu pensar e busca algo a mais [...]*”, esta aponta sobre a necessidade de reflexão da própria prática docente.

As ideias acima expressas aproximam-se aquelas apontadas por Skovsmose (2001, p. 39), onde para ele a educação matemática crítica é a procura por distintos “ambientes de aprendizagem” que levarão os alunos a pensar, pesquisar e interagir com o meio fazendo uso de recursos matemáticos em interferências concretas cotidianas. Elas veem a importância da reciprocidade da aprendizagem, uma vez que aluno e professor têm muito a aprender juntos. Além disso, ressaltaram que o professor necessita ouvir mais o aluno, pois este tem muito a contribuir, sem contar da importância da pesquisa conjunta, professor e aluno. Essa relação dialógica é apontada por Alro e Skovsmose (2010), que destacam a importância do diálogo em sala de aula,

Nem sempre o absolutismo burocrático está presente nas aulas de matemática tradicionais, pelo que observamos. Existem outros padrões de comunicação. Mas, seja como for, a questão essencial sobre o qual queremos chamar atenção é a impossibilidade de mudança na comunicação, mesmo quando o professor se sente impelido a isso por algum motivo pedagógico. Dar esse passo pressupõe que haja mudanças na situação educacional e mudanças de perspectiva. (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 28)

Da mesma forma, Krueger e Keim (2010, p. 12) destacam que “a educação matemática que se propõe crítica, deve buscar a libertação, fundada no diálogo, na colaboração, na união e na responsabilidade que cada um tem diante da vida.”

Quanto à viabilidade de utilização da educação matemática crítica no preparo e execução das aulas, as professoras o consideram bem importante e fundamental,

mas afirmam que para o professor é mais cômodo não usá-lo, pois requer um maior planejamento, com mais pesquisa, contudo destacam que os resultados obtidos utilizando esse conceito são diferenciados.

A terceira pergunta questionava se houve mudanças no que pensavam sobre a geometria, todas afirmaram que sim. O que inicialmente imaginavam ser geometria pode ser ampliado, afirmaram que o conhecimento que tinham sobre o assunto era pouco, e que por não saberem, não davam muito valor em aplicá-la com seus alunos. A professora do 3º ano salientou que cabe ao professor se desacomodar, ir atrás do que não se sabe, ou do que pouco sabe.

Questionadas sobre a percepção ou não de mudança na prática pedagógica e quais seriam essas mudanças, as respostas ouvidas foram surpreendentes, deixando-me muito feliz e satisfeita com o trabalho realizado.

Professora da Educação Infantil: *“Esses encontros contribuíram para mim ir mais além pro lado da matemática, porque era uma coisa que eu não gostava. E desenvolvendo a geometria eu fui buscando tudo sobre a matemática.”*

Professora do 1º ano: *“Sim, eu me vejo mais crítica agora. Claro que antes eu planejava querendo alcançar um objetivo, não que agora eu não tenha um objetivo, mas agora eu percebo que eu posso às vezes trabalhar aquele conteúdo de uma outra forma, de mais maneiras.”*

Professora do 2º ano: *“Sim, porque quando eu apliquei esse assunto, eu me espantei com os resultados. De deixar eles e de observar eles fazendo a ordem que eu dei, mas ao mesmo tempo eles trazendo outras ideias pra minha ordem. Distorcendo ela e fazendo uma coisa totalmente diferente do que eu tinha pensado. Uma, pra ver que tu não é a dona do saber nunca. Outra, que tu não precisa chegar ali e ah, tem que tá tudo arquitetado, que tudo tem um jeito de mudar, que tu tem que levar as coisas abertas, que vai para outros caminhos. Que o aluno traz muito dele pra complementar, saber ouvir ele e assim tu aprende com ele. Coisas que eles essa semana trouxeram eu não tinha pensado em fazer e eu não ia nem conseguir montar o que eles fizeram. Trabalhei as diferentes áreas abordando a geometria, trabalhei português, matemática, trabalhamos ciências. Eu estava mais segura para trabalhar a geometria.”*

Professora do 3º ano: *“Eu comecei a olhar de uma forma diferente, certas conversas as vezes alheias, ou certos comentários, que às vezes a gente não dá muita atenção porque a gente tá centrado numa coisa, porque meu objetivo é esse e não vou trabalhar isso agora, mas às vezes daquela pergunta do fulano que às*

*vezes a gente pensa que não tem nada a ver com o conteúdo, mas muitas vezes tem, às vezes é a base que ele tá buscando lá atrás nas experiências dele que dá pra solidificar esse conhecimento. Então esse olhar mais atento, mais instigador, que busca mais a participação do aluno. Conceitos que eu tinha formado para mim, eu percebi que não era exatamente aquilo, coisas que eu tive que decorar, eu entendi agora, compreendi, eu construí, e dessa forma eu posso contribuir para as crianças.”*

*Coordenadora pedagógica: “A maioria dos professores começa com a geometria plana e nós vimos nos encontros que o melhor é começar pela espacial, e isso com certeza eu vou mudar. Eu vou escutar mais o aluno para ver a reação dele, o que ele pode trazer de informações. Agora não estou em sala de aula, mas eu penso, já pensei várias vezes, ah, agora, tipo se ano que vem eu estiver em sala de aula, vou trabalhar mais jogos, informática, alguns softwares, eu estava um pouco travada, usava aquela coisa mais tradicional. Tu pode fazer muita coisa na matemática de outra maneira, através de histórias a gente pode buscar, e aí se torna uma coisa mais atrativa. Eu sempre fui meio pelo mecânico, e essa forma de descobrir de onde vem as coisas eu acho legal, mas eu ainda vou ter que treinar e pesquisar muito. E agora eu sei aonde buscar.”*

Analisando as respostas, remeto-me inicialmente a fala da coordenadora pedagógica, que indica a possibilidade de alterar a sequência costumeiramente desenvolvida, iniciando pela geometria plana e dando sequência com a geometria espacial. Durante os encontros, segundo seus relatos, ela percebeu a viabilidade de inverter a ordem, visto que a vivência cotidiana nos remete a uma visão tridimensional dos objetos e de suas formas geométricas.

Fonseca et. al. (2009) ao analisarem as relações dos tópicos de Matemática citados por um grupo de professores dos ciclos iniciais apontam, dentre outros aspectos que:

O estudo das figuras planas precede o estudo dos sólidos, numa organização mais próxima à exposição euclidiana do que às propostas pedagógicas que valorizam a experiência e a manipulação como pontos de partida (o que sugeriria antepor o estudo dos sólidos ao estudo das figuras planas).

A inclusão de “ponto, reta, plano, segmento, semirreta, ângulos” numa fase muito inicial da escolarização é frequente, num estudo centrado na apresentação formal dos conteúdos em detrimento da exploração dos conceitos (3ª e 4ª séries). (FONSECA, et al., 2009, p.22)

Outro ponto a ser destacado é a segurança em abordar conceitos vinculados a geometria nas aulas de matemática que a professora do 2º ano relatou após os encontros. Segundo ela, tais encontros possibilitaram o desenvolvimento da

autonomia na busca de novos conhecimentos. A não abordagem da geometria em sala de aula por parte de professores que a desconhecem é destacada por Lorenzato (1995).

Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. (LORENZATO, 1995, p. 3).

Da mesma forma, as professoras destacaram que sua postura na forma de conduzir as atividades foi alterada, abrindo mais espaço para a participação e envolvimento dos alunos no desenvolvimento das atividades. Tal postura possibilitou não somente uma maior interação dos alunos com o conteúdo da sala de aula, mas que desenvolveu uma postura mais observadora e crítica desses no ambiente externo a sala de aula. Nesse sentido Pinheiro e Bazzo, destacam que,

A Educação Matemática Crítica vem configurar a preocupação com o lado crítico-reflexivo do conhecimento matemático em suas relações com a ciência, a tecnologia e o contexto social, destacando a necessidade de o conhecimento matemático proporcionar a formação de um cidadão que compreenda o funcionamento e repercussão dos produtos e processos tecnológicos usados pela sociedade contemporânea (PINHEIRO; BAZZO, 2009, p. 104).

Em relação às aprendizagens adquiridas no decorrer dos encontros, as professoras apontam várias, como: a importância de deixar a matemática mais crítica, de construir os conceitos com os alunos, levando-os a investigação, fazendo-os pesquisarem mais. Também destacaram que agora se sentem mais seguras para trabalhar com o assunto, e que sabem aonde procurar, que não basta ficarem somente nos livros didáticos, que é necessário ir além, sem esquecer de observar e ouvir muito os alunos. Essa ideia remete aos estudos de Fonseca et al, quando estas inferem que:

Ao proporcionar aos professores em formação vivenciar uma atividade que demande, da mesma forma, observar, descrever, representar e analisar formas diversas, nossa intenção é dar-lhes a oportunidade de experimentar os desafios impostos justamente pelo exercício da percepção dirigida, da expressão verbal e da seleção de recursos de representação gráfica (ou da busca de alternativas para superar sua carência), acreditando que essa vivência lhes possa aguçar a sensibilidade para a compreensão tanto dos aspectos cognitivos quanto dos valores socioculturais que interferem no processo de construção dos conceitos e relações geométricos vivido por seus alunos (FONSECA et al, 2009, p. 83).

Quando questionadas em relação ao seu desempenho em desenvolver o conteúdo com seus alunos após os encontros, todas afirmaram que se sentiram mais seguras, pois tinham mais opções de atividades e por conseguirem responder as perguntas dos alunos, deixando-os questionar e participar bastante no decorrer das aulas. Os excertos abaixo apontam para essas ideias.

Professora da Educação Infantil: *“Eu acho que eu soube explicar melhor para eles e lidar melhor com as questões que eles iam me perguntando e que eles iam querendo saber. Soube responder pra eles, se eu não tivesse participado desse grupo eu não conseguiria responder tão bem para eles o que eram as dúvidas deles. Eu me senti mais segura para passar esse conteúdo para eles, talvez trabalharia a geometria de forma muito superficial, sem explorar tanto, eu fiz trabalhos com caixas, mas eu nunca tinha imaginado tudo o que nós vimos nos encontros para trabalhar com as embalagens, acabava não explorando essa parte mais da geometria, e depois dos encontros eu explorei mais e deixei eles explorarem.”*

Professora do 1º ano: *“Bem melhor e também me sinto mais segura, né, porque pra nós, apesar da gente já ter tido um pouco disso no magistério, mas isso tava um pouco esquecido, de lado, e agora com esses estudos isso veio a aflorar mais e fazer com que a gente se sentisse mais segura para trabalhar isso com o aluno.”*

Professora do 2º ano: *“Mais criativa, mais segura daquilo que estou explicando e mostrando e mais tranquila também, por saber que eu não preciso saber tudo, que nem é possível isso, porque eu tô ali construindo junto com eles e ao mesmo tempo feliz ao ver os resultados.”*

Professora do 3º ano: *“Trabalhei de forma diferente, buscando mais essa participação dos alunos. A geometria eu via como uma coisa mais pronta, um conteúdo mais pronto e deu, e agora eu percebo que não, que a gente, que todos os outros conteúdos anteriores podem levar essa construção por eles próprios, não tem necessidade de levar pronto, dá pra ir construindo com eles.”*

Coordenadora pedagógica: *“Como não estou em sala de aula, fui aplicar algumas atividades para uma turma. Estava bem nervosa, mas deu tudo certo, eu achei que não ia ser tão bom como foi, porque eles começaram a me questionar e eles começaram a participar e daí eu já consegui encaixar, sabe, pra conseguir com que fosse melhor de explicar do que eu tinha imaginado. Eles queriam me ajudar, eles eram muito participativos. Eu estava mais confiante, me senti mais preparada. Aplicar a geometria esse ano foi melhor do que em outros anos, mas com certeza ainda pode melhorar mais.”*

Neste momento da escrita, julgo ser pertinente retomar o problema de pesquisa exposto no capítulo 1. Assim, cabe agora responder a questão: **O que os**

**cenários para investigação, no âmbito do ensino da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental, podem operar de mudanças nas concepções de um grupo de professoras?**

A análise da entrevista inicial e final, bem como os relatos expressos durante os encontros, me permite elencar três apontamentos, sintetizados abaixo:

O primeiro está atrelado ao fato de as docentes relatarem que após os encontros, sentiram-se mais seguras para abordar a temática geometria em sala de aula, uma vez que durante a pesquisa foram oportunizadas atividades que proporcionaram adensamento teórico. Nesse sentido, as participantes traçam esse mesmo panorama especificado no referencial teórico desta pesquisa, no qual é enfatizada a não abordagem da temática geometria nos anos iniciais do ensino fundamental. Esse abandono, conforme os estudos apontados, está condicionado ao fato do professor não ter conhecimento sobre o assunto, o que o leva a não enfatizá-lo nas suas práticas pedagógicas. Como apontado por Lorenzato, que destaca:

Sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (LORENZATO, 1995, p. 5).

Outro aspecto a ser destacado diz respeito ao período do ano letivo geralmente destinado ao ensino da geometria, pois as professoras da Educação Infantil e do 1º ano diziam trabalhá-la o ano inteiro, apontando que em tudo está a geometria, mas no decorrer de suas entrevistas percebeu-se que para essas professoras o assunto geometria não estava tão claro e que o que elas diziam trabalhar o ano inteiro não estava diretamente ligado a atividades específicas, onde era dada uma maior ênfase no que tange o assunto. Como podemos observar pela fala da professora da Educação Infantil: *“Eu me senti mais segura para passar esse conteúdo para eles, talvez trabalharia a geometria de forma muito superficial, sem explorar tanto, eu fiz trabalhos com caixas, mas eu nunca tinha imaginado tudo o que nós vimos nos encontros para trabalhar com as embalagens, acabava não*

*explorando essa parte mais da geometria, e depois dos encontros eu explorei mais e deixei eles explorarem.”*

As demais professoras deixavam para abordar a geometria no final do ano letivo, eram dadas várias justificativas do porque ser tão tarde este estudo. Dentre as justificativas dadas, a que mais me impressionou foi a da professora do 3º ano, que alegou ter outros conteúdos mais importantes para serem desenvolvidos com os alunos. Mas fica claro e evidente também que o despreparo e o desconhecimento as fez deixar a geometria em último plano e quando trabalhada, fora de forma superficial.

O segundo apontamento destaca que o adensamento teórico oportunizado durante os encontros, tem permitido que as professoras pesquisem e elaborem atividades relativas a disciplina matemática em especial no que tange ao ensino de geometria. Da mesma forma, essa evidência está em consonância com os estudos apontados no referencial teórico de Fonseca et al. (2009), quando as autoras destacam que:

As experiências de formação de professores a que nos temos dedicado mostram, todavia, que muitos dos educadores em exercício no primeiro segmento do Ensino Fundamental encontram-se distantes de todas essas considerações quanto à Geometria; uma parte dessa situação deve-se, sem dúvida, às experiências que viveram em sua própria escolarização. Como mostram muitas pesquisas, a Educação Matemática brasileira, a partir do movimento da Matemática Moderna, teve como uma de suas marcas um quase abandono do ensino da geometria (FONSECA et al., 2009, p. 118)

O grupo inicialmente tinha como referencial somente o livro didático e suas pesquisas feitas na internet eram voltadas somente a atividades, não ocorriam pesquisas de cunho mais acadêmico, ou seja, elas não pesquisavam sobre a geometria, sobre o ensino da mesma. Isso, no decorrer dos encontros, foi mudando e também direcionado para outros conteúdos e outras disciplinas. Elas agora, estão pesquisando em artigos acadêmicos, e dissertações de mestrado assuntos que tem dúvidas e que gostariam de saber mais. Segundo a coordenadora pedagógica, ela estaria pesquisando materiais na internet, para ajudar as professoras no seu planejamento, trazendo artigos nas reuniões e, trabalhos de mestrado para utilizarem e adaptarem nas aulas, e isso, não só de matemática, mas com outros conteúdos também. E além dela trazer, a coordenadora pedagógica abre momentos

da reunião para as professoras também trazerem suas pesquisas feitas e compartilharem com as demais.

O terceiro apontamento evidencia que esses encontros mediados pelas teorizações da educação matemática crítica e pelos cenários para investigação, oportunizaram as docentes reflexões acerca da postura pedagógica, com ênfase no modo como conduzem suas aulas. Como bem apontaram as professoras nas entrevistas, suas aulas agora são mais dialógicas oportunizando momentos de socialização do conhecimento, em particular daqueles oriundos do campo da geometria. Como podemos observar no relato da professora do 3º ano: *“Trabalhei de forma diferente, buscando mais essa participação dos alunos. A geometria eu via como uma coisa mais pronta, um conteúdo mais pronto e deu, e agora eu percebo que não, que a gente, que todos os outros conteúdos anteriores podem levar essa construção por eles próprios, não tem necessidade de levar pronto, dá pra ir construindo com eles”*. A professora do 2º ano também mencionou essa postura mais dialógica que após os encontros estaria ocorrendo em suas aulas. *“De deixar eles e de observar eles fazendo a ordem que eu dei, mas ao mesmo tempo eles trazendo outras ideias pra minha ordem”*.

O grupo de professores relatou que os encontros serviram para instigá-las a irem além do que fora proposto pela pesquisadora e que, a partir dessa vivência e dessa busca, suas aulas se tornaram mais ricas em trocas e aprendizagens recíprocas. E que, além disso, a busca também ocorreu para outras áreas de conhecimento. Fica evidente que este grupo de professoras não abordava o assunto geometria com muita ênfase, por se sentirem despreparadas e inseguras, uma vez que sua formação não as instrumentalizou suficientemente nessa linguagem. A falha na formação, por parte das instituições formadoras, ocorreu de duas formas, uma por não oferecer disciplinas específicas para tratar do assunto e outra, por não oferecerem disciplinas que abordassem o ensino de modo geral, nos quais momentos de reflexão sobre a prática docente se fizessem presentes.

Para concluir essa análise julgo extremamente importante destacar na realização dessa pesquisa a atitude da coordenadora pedagógica, que mesmo não atuando em sala de aula, sentiu-se tão motivada pela pesquisa e instigada que

resolveu trabalhar com os alunos o assunto. Ela relatou que uma professora por motivo de doença teve que se afastar por alguns dias sem deixar um planejamento e como ela tinha que substituí-la pensou em trabalhar com a turma questões voltadas ao ensino de geometria. Seu relato quando questionada sobre seu desempenho em sala de aula após os encontros, deixa claro que ela sentia-se mais segura para abordar o assunto e que os alunos a questionavam e levavam-na juntamente com eles a mais e mais aprendizagens. Como apontam Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p.17) “para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original.” Neste sentido, o cenário para investigação no qual a coordenadora pedagógica foi submetida fez com que ela, mesmo não atuando, podendo nesta substituição ter aplicado uma simples lista de exercícios remeteu-a num planejamento maior no qual obteve resultados satisfatórios, como a mesma destacou “[...] *porque eles começaram a me questionar e eles começaram a participar e daí eu já consegui encaixar, sabe, pra conseguir com que fosse melhor de explicar do que eu tinha imaginado*”.

Outro ponto interessante que aqui destaco diz respeito ao fato desse grupo de professoras terem participado dos encontros, e destinado tempo às entrevistas, de modo espontâneo e gratuito. Destaco também como positivo que as docentes não receberam certificação pela participação nos encontros.

Destaco ainda, o caso da professora da Educação Infantil, que mesmo sabendo que a pesquisa estaria voltada para os anos iniciais, decidiu engajar-se no grupo. Segundo ela, estes encontros oportunizariam momentos de aprendizagens diferenciados no que tange o ensino de geometria, uma vez que esta temática não teria sido abordada na sua graduação.

No próximo capítulo, explico algumas considerações que podem ser produtivas, por um lado para a emergência de novos focos de investigação e por outro, para a reflexão da prática docente dos professores dos anos iniciais.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse capítulo é meu propósito evidenciar algumas considerações finais acerca deste trabalho de investigação. Trata-se de um momento em que faço a análise final desse trabalho investigativo, em especial por meio das observações que realizei no decorrer de toda a pesquisa. Destaco como relevante o referencial teórico adotado para sustentar a investigação: a educação matemática crítica e os cenários para investigação. Como bem aponta Skovsmose (2000) é relevante enveredar pelo estudo da matemática voltado para um ensino mais crítico, tendo em vista que desta forma o aluno relaciona o conteúdo aprendido com o meio em que está inserido. Os cenários para investigação levam a esse ensino da matemática de forma crítica.

Diante dessa pesquisa realizada com uma professora da Educação Infantil, três professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e a coordenadora pedagógica deste nível de ensino, percebi a falta de cursos de formação continuada, principalmente no que tange o ensino da geometria. Pois o despreparo deste grupo era visível e foi também relatado pelas próprias professoras nas entrevistas e nos encontros.

Entretanto, o propósito desta pesquisa não era de formação continuada, de mais um curso que essas docentes fariam e que após seu término aplicariam as atividades desenvolvidas no mesmo tal qual elas foram submetidas. Destaco novamente que o objetivo principal desta pesquisa era problematizar o ensino da geometria nos anos iniciais por meio de cenários para investigação. Pois se o professor souber ser investigador, ele conseguirá superar as falhas de formação, ou

seja, conseguirá buscar ferramentas para suas aulas. As leituras que fiz durante o mestrado, em especial as ideias de Skovsmose (2000) me permitiram concluir que os cenários para investigação são um ambiente adequado para instigar o professor a não permanecer na “zona de conforto” e fazer com que na sua vivência docente o mesmo ocorra. Fazendo de suas aulas um ambiente repleto de diálogo, de trocas, de pesquisa e de investigação.

Esses registros deixam evidente que o simples fato de reservar um momento dentro das demandas diárias de trabalho para refletir sobre a própria prática permite a criação de um cenário para investigação bastante produtivo e significativo, que leva o professor à observação, reflexão, análise e discussão, não necessariamente nessa ordem, de sua própria prática. Também, de certa forma, pode-se dizer que a criação desses cenários supre em grande parte as lacunas de formação, pois propicia ao professor, a partir de suas observações, análises e reflexões, uma problematização de seus métodos e dos conceitos que julga importante o aluno conhecer. Motivado por essa necessidade, mesmo havendo lacunas em sua formação conceitual, o professor se verá instigado a buscar esse conhecimento e suprir essas lacunas.

Nessa perspectiva, a teorização da educação matemática crítica nesta pesquisa foi essencial, como bem podemos perceber no relato da professora da Educação Infantil, quando esta apontou que os encontros foram bem interessantes, uma vez que não gosta muito da matemática. A docente destaca que estes momentos serviram para ela ver que, *“tem formas diferentes de trabalhar, procurei mais coisas e achei bem legal. Procurei mais materiais sobre geometria na internet e em outros lugares. Achei bem bacana os encontros, que me fizeram pesquisar mais.”* Isso me remete a Siqueira (2007), quando enfatiza que,

[...] se torna necessário um redimensionamento das ações didático-pedagógica dos professores visando buscar novas alternativas que venham contemplar os anseios dos educandos, em ter os conhecimentos da Matemática não como um mero conteúdo, mas sim, como um meio auxiliar no estabelecimento de novos padrões de criticidade (SIQUEIRA, 2007, p.30).

Aponto fragilidades inerentes a essa pesquisa. Destaco por exemplo, que o trabalho realizado não contemplou a geometria em sua totalidade, foram abordados

muitos conceitos relativos à geometria plana e pouco surgiu em relação a geometria espacial, nos jogos criados pelas professoras. No entanto, não entendo isso como um objetivo não atendido. Muito mais importante foi despertar no grupo a ideia de que mesmo existindo problemas cotidianos de falta de tempo e lacunas de formação, nas mais diversas áreas do conhecimento, a criação de um momento reflexivo, ou ainda, de forma mais profunda, criando um cenário para investigação, é possível superar essas dificuldades e tornar os processos de ensino e aprendizagem mais eficientes. E mais do que isso, pode-se destacar a ideia de que a criação desses cenários deve ser algo permanente nos mais diversos âmbitos, uma vez que também fica evidente que esses processos não se completam inteiramente nunca.

Outra fragilidade foi a ausência de estudos de referenciais teóricos com as docentes. Mesmo tendo explicitado durante os encontros ideias centrais da educação matemática crítica e dos cenários para investigação, o mesmo não ocorreu de forma mais sistemática pela falta da leitura de textos com o grupo de docentes.

Por fim, destaca-se a importância da realização de pesquisas futuras, a fim de constatar se de fato mudanças ocorrem no contexto escolar quando professores são submetidos a grupos de estudos norteados por cenários para investigação, se na prática diária da sala de aula essas posturas são adotadas, ou se a acomodação ocorre por um tempo e se não forem submetidos a novas participações em encontros desse tipo, envolvidos em práticas constantes voltam ao paradigma inicial, de acomodação.

Nessa perspectiva, e para concluir, faço referência ao posicionamento de Moraes (s/d; apud ABREU, 2011), quando é destacada a dificuldade que o ser humano tem de mudar, o medo que ele tem do novo e do diferente. Onde essa mudança poderá me levar? Será que saberei lidar com questões que poderão surgir? E se não souber responder algo que o aluno me perguntar? Essas e muitas outras são perguntas que o educador se faz e que o levam a não conhecer o novo, a não desfrutar de novas metodologias e estratégias de ensino.

Tais ideais também são evidenciadas na dissertação de mestrado de Glauco Ottone Cardoso de Abreu (2011, p.92)

Dificuldade em mudar, o receio ao novo, ao desconhecido, é inerente ao ser humano, que tende muito mais a preservar do que inovar. O desconhecido incomoda, é desconfortável para a maioria das pessoas. Pressupõe a necessidade de ver um pouco mais adiante, de planejar do futuro para o presente, ser capaz de perceber onde, quando e como adotar esta ou aquela estratégia. Implica incorporar a mudança dentro de seu próprio plano, em ser flexível, realizar mudanças internas e externas sempre que necessárias para evitar a obsolescência. Envolve a incorporação do novo em suas próprias visões e concepções, o que é difícil para a maioria das pessoas, pois estamos acostumados e fomos educados para não inovar, para não discordar, para a manutenção do *status quo*, para repetir o velho e conhecido, para, se possível, não transformar, não incomodar (ABREU, 2011, p. 92).

Nesta ótica, remete-se a importância da inquietação como potencializador para a motivação à pesquisa, sendo este um dos principais fatores que levaram à realização do presente trabalho de investigação com este grupo de professoras. Evidentemente esta investigação não se encerra aqui, mas continuará permeando minha prática docente, que sofreu profundas modificações após a realização deste trabalho. Espera-se, com este estudo, contribuir não somente para a problematização do ensino da geometria, mas da prática docente do professor de matemática.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle, SILVA, André. **Por uma educação matemática crítica: a Modelagem Matemática como alternativa.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.12, n.2, pp.221-241, 2010.
- ALMOULOUD, S. A. et al. **A geometria no ensino fundamental:** reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. In: Revista Brasileira de Educação, nº 27, 2004.
- ALRO, Helle. SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** São Paulo: Autêntica, 2006.
- ALRO, Helle. SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** 2ª edição, Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- ARAGÃO, Ana Paula, SILVA, Velêida Anahi de. **O uso da ludicidade no processo de ensino-aprendizagem de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** IV Colóquio Internacional “Educação e Contemporaneidade”, Laranjeiras – SE, 2010.
- BERNARDI, Luci dos Santos, RAMOS, Elenita E. de Lima. **Cenários para investigação e a perspectiva dialógica de Paulo Freire: caminhos para uma ação reflexiva.** III Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia – Ponta Grossa, Paraná, 2012.
- BORGES, Marta Maia de Assis. **Geometria nos anos iniciais do ensino fundamental:** novas perspectivas. In: XXV CONADE – UFG, Goiás, Brasil, 2009.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1996.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1999.
- BULOS, Adriana Mascarenhas Mattos. **O ensino da geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** In: XIII CIAEM – IACME, Recife, Brasil, 2011.
- CAÑAL, Pedro. **El professor investigador.** In: Investigación en La Escuela. Sevilla – Espanha: 1997, p.57 – 65.
- CARVALHO, Anna Maria Pessoa. **Uma metodologia de pesquisa para estudar os processos de ensino e aprendizagem em salas de aula.** In: A pesquisa em ensino de ciências no Brasil e suas metodologias, Ijuí: 2007.

CÊA, Georgia Sobreira dos Santos, et al. **A atuação do pedagogo no MST: Revelações de um estudo exploratório.** EccoS, São Paulo, v.: II, n. I, p. 175-191, jan./jun. 2009.

COSTA, Manoel dos Santos, ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Livro Didático de Matemática: Análise de professoras polivalentes em relação ao Ensino de Geometris.** Vidya, v. 30, n.2, p.71-80, jul./dez., 2010.

CRESCENTI, Eliane Portalone. Disponível em: [http://www.bdtd.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado/tde\\_arquivos/8/TDE-2006-02-16T11:59:30Z-842/Publico/TeseEPC.pdf](http://www.bdtd.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado/tde_arquivos/8/TDE-2006-02-16T11:59:30Z-842/Publico/TeseEPC.pdf) Acessado em: 12 de abril de 2013.

CURI, Edda. Anais do VIII ENEM, Recife, 2004.

DEMO, Pedro. **Pesquisa e informação qualitativa: aportes metodológicos.** Campinas, São Paulo: Papirus, 2001.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa.** 7. ed. São Paulo: Autores Associados Ltda, 2005.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação matemática: representação e construção em geometria.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FONSECA, Maria da Conceição F. R., et al. **O ensino da geometria na escola fundamental – três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

FREIRE, Paulo. **A educação na cidade.** São Paulo: Cortez, 1991.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia.** 31 ed. São Paulo: Paz e Terra SA, 2005.

GASPERI, Wlasta N. H. de; PACHECO, Edilson Roberto. **A história da matemática como instrumento para a Interdisciplinaridade na educação básica.** Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf>. Acessado em: 07 de abril de 2013.

GIROTTO, et. al. **O lúdico como recurso didático-pedagógico no ensino-aprendizagem da matemática.** III EIMAT Escola de Inverno de Educação Matemática. 1º Encontro Nacional de PIBID-Matemática, 2012.

GRANDO, Regina Célia, et al. **Compartilhando saberes em geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos.** In: Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 39-56, jan./abr. 2008. Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>

GROXKO, Crislaine Maria, et al. **Formação contínua de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** In: Anais Educere, 2008. Disponível em [www.pucpr.br/eventos/educere/educere2008/anais/pdf/471\\_810.pdf](http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2008/anais/pdf/471_810.pdf)

GRUPO MATHEMA. **Conhecendo o tangran.** Disponível em: [http://www.mathema.com.br/default.asp?url=http://www.mathema.com.br/e\\_fund\\_a/mat\\_didat/tangram/\\_tangram.html](http://www.mathema.com.br/default.asp?url=http://www.mathema.com.br/e_fund_a/mat_didat/tangram/_tangram.html). Acessado em: 20 de junho de 2012.

GUIMARÃES, Rosângela de Resende. Disponível em: [http://www.mat.ufmg.br/~espec/monografiasPdf/Monografia\\_Rosangela.pdf](http://www.mat.ufmg.br/~espec/monografiasPdf/Monografia_Rosangela.pdf). Acessado em: 03 de março de 2013.

KRUEGER, Sheila D., KEIM, Ernesto J. **Matemática crítica**: uma possibilidade para promover vida com dignidade. VIII Encontro de Pesquisa em Educação na Região Sul, 2010.

LABORATÓRIO de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. **A geometria dos egípcios e situações do cotidiano**. Disponível em: [http://www.uff.br/cdme/tangrans\\_pitagoricos/saber\\_mais.html](http://www.uff.br/cdme/tangrans_pitagoricos/saber_mais.html). Acessado em: 21 de abril de 2012.

LINHARES, Célia e LEAL, M. C. (orgs.) **Formação de professores** – uma crítica à razão e à política hegemônicas. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

MIKUSKA, Márcia Inês Schabarum. **Uma análise do ensino da geometria no curso de formação de docentes do Ensino Fundamental**. X Congresso Nacional de Educação – Educere. Curitiba, 2011.

MORAN, José Manuel. **A educação que desejamos**: novos desafios e como chegar lá. 4ª Ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Carmem Lúcia. **A geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva de prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NACARATO, A.M.; MENGALI, B.L.S.; PASSOS, C.L.B. **A matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NASCIMENTO, Alex Sandro Almeida do. **A utilização do laboratório de informática como instrumento facilitador da aprendizagem na Escola Estadual Bráulio Cavalcante**. V Encontro de Pesquisa em Educação em Alagoas - V EPEAL, 2010.

NÓVOA, A. (org.). **Os professores e a sua formação**. 3 ed. Portugal: Dom Quixote, 1997.

OLIVEIRA, Ádna Elba, GUIMARÃES, Gilda Lisbôa. **Concepções de professores dos anos iniciais sobre o ensino de geometria**. Disponível em: [http://www.ufpe.br/ce/images/Graduacao\\_pedagogia/pdf/2007.1/concepes.pdf](http://www.ufpe.br/ce/images/Graduacao_pedagogia/pdf/2007.1/concepes.pdf). Acesso em 17 de abril de 2013.

PAIVA, A.M.S. de; SÁ, I.P. de Educação matemática crítica e práticas pedagógicas. **Revista Iberoamericana de Educación**. 55 (2). Disponível em: [http://www.rieoei.org/rie\\_contenedor.php?numero=boletin55\\_2&titulo=Boletin%205/2%2015-03-11](http://www.rieoei.org/rie_contenedor.php?numero=boletin55_2&titulo=Boletin%205/2%2015-03-11). Acesso em: 28 de maio de 2012.

PAIS, L.C. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria.** 2000. Disponível em: <[www.anped.org.br/23/textos/1919t.pdf](http://www.anped.org.br/23/textos/1919t.pdf)>

PAVANELLO, Regina M. **O abandono do ensino de geometria:** uma abordagem histórica. 1989. 195f. Dissertação (Mestrado em Educação) – UNICAMP, Campinas.

\_\_\_\_\_. **Geometria:** atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. In: Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática. Curitiba: 2001, p. 172 – 183.

\_\_\_\_\_. **Por que ensinar/aprender geometria?** Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004a.

\_\_\_\_\_. **A geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental:** contribuições da pesquisa para o trabalho escolar. In: Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental: a pesquisa e a sala de aula. Biblioteca da Educação Matemática: Coleção SBEM. V. 2SP, 2004b.

PEREIRA, Maria Regina de Oliveira. **A geometria escolar:** uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC, 2001.

PIMENTEL, Ronaldo Abrão, PAULA, Maria José de. **A dinâmica dos processos de aprendizagem em uma atividade de investigação.** Disponível em: [http://www.sbem.com.br/files/ix\\_enem/Comunicacao\\_Cientifica/Trabalhos/CC32716338604T.doc](http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC32716338604T.doc)

PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel; BAZZO, Walter Antonio. **Caso simulado no ensino-aprendizagem de matemática:** ensinar sob uma abordagem crítica. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 22, nº 32, 2009, p. 101 a 122

PONTE, João Pedro. **Investigar a nossa própria prática.** In GTI (Org), Refletir e investigar sobre a prática profissional (pp. 5-28). Lisboa: APM, 2002.

PONTE, João Pedro; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SANTOS, V.M. **Linguagens e comunicação na aula de matemática.** In: NACARATO, A.M.; LOPES, C.E. *Escritas e leituras na Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 117-125.

SIQUEIRA, Regiane Aparecida Nunes de. **Tendências da educação matemática na formação de professores.** 2007. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Monografia\\_regiane.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_regiane.pdf).

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação.** Bolema, nº 14, pp. 66 a 91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica:** a questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**, tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, Ole. **Ole Skovsmose e sua educação matemática crítica**. RPM, Campo Mourão, Pr. V.1, n.1, jul-dez. 2012.

SMOOTHEY, Marion. **Atividades e jogos com áreas e formas**. São Paulo: Scipione, 1997.

SOUZA, Jonimar da Silva. **A Utilização de Recursos Didáticos no Ensino da Matemática: Uma Experiência Vivenciada nas Séries Iniciais**. Revista Olhar Científico – Faculdades Associadas de Ariquemes – V. 01, n.2, Ago./Dez. 2010.

TOMAZETTO, Mirian, NACARATO, Adair Mender. **A desigualdade triangular: cenários para investigação numa sala de aula de 6ª série**. Boletim Gepem, n.55, Rio de Janeiro, 2009.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: ARTMED, 1998.

ZAMPA, Régis Luiz Guerra, VIEIRA, Corina de Fátima Moreira. **A geometria na matemática das séries iniciais do ensino fundamental**. Revista da Educação Matemática da UFOP, vol I, 2011.

[www.mathema.com.br/default.asp?url=http://www.mathema.com.br/e\\_fund\\_a/mat\\_dat/tangram/\\_tangram.html](http://www.mathema.com.br/default.asp?url=http://www.mathema.com.br/e_fund_a/mat_dat/tangram/_tangram.html), extraído em 13 de agosto de 2012.



## APÊNDICES

## APÊNDICE A

### Declaração de anuência

Declaro, para os devidos fins, que tenho conhecimento e autorizo a execução do projeto de pesquisa intitulado: **GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS: UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO**, proposto pela mestrande Leonice Ludwig Rabaiolli, sob orientação da professora Dra. Andreia Aparecida Guimarães Strohschoen, vinculadas ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES de Lajeado, RS.

A proposta de pesquisa será realizada por meio de um grupo focal com os docentes dos anos iniciais de vossa escola, em uma sala de aula, fora do horário regular das atividades de ensino. Não haverá custos para a escola, sendo todos os custos absorvidos pela pesquisadora.

Esta pesquisa está em conformidade com a resolução nº 196/96, do Conselho Nacional, sendo que será assinado um termo de consentimento em duas vias pelos sujeitos da pesquisa, sendo que uma via permanecerá em poder do sujeito e a outra com o responsável pela pesquisa.

Desde já, agradecemos, visto que a pesquisa contribuirá para a comunidade científica.

Atenciosamente,

---

Direção Colégio Sinodal Conventos

---

Cargo-função

Lajeado, julho de 2012

## APÊNDICE B

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

Estamos lhe convidando para participar da pesquisa intitulada **GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS: UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO**. Este trabalho faz parte da dissertação de mestrado desenvolvida no programa de Pós Graduação *Stricto Sensu*, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, e tem como orientadora a Prof. Dra Andreia Aparecida Guimarães Strohschoen.

O projeto tem como objetivo principal problematizar o ensino de geometria nos anos iniciais por meio de cenários para investigação.

O presente estudo justifica-se pela necessidade de formação de grupos de professores que analisem a inserção da geometria no ensino de matemática nos anos mediado por uma educação crítica desses assuntos.

Como metodologia de coleta de dados serão realizadas duas entrevistas pré-agendadas e cinco encontros semanais pré-agendados para os grupos de estudo sobre ensino de geometria nas séries iniciais.

As entrevistas serão realizadas individualmente, gravadas e os relatos serão mantidos em sigilo, servindo apenas para os fins da pesquisa, não se revelando os nomes dos participantes. Os registros de voz serão transcritos para o papel e após serem analisados pelo pesquisador, serão deletados. Todos os registros escritos oriundos da pesquisa ficarão de posse da pesquisadora por cinco anos e, após esse período, serão incinerados.

Os grupos de estudo serão momentos coletivos em que os professores trabalharão em conjunto a temática: ensino de geometria nos anos iniciais. Os professores não serão submetidos a nenhum tipo de atividade ou questionamento que os deixe constrangidos ou intimidados pelo desconhecimento de algum conceito/conteúdo, pelo contrário, serão instigados a manifestarem-se e participarem ativamente das atividades propostas.

A sua participação não oferece risco algum, sendo o único desconforto o tempo que será gasto para responder a entrevista e em participar dos encontros do grupo de estudo. Caso seja verificado algum constrangimento durante os encontros, a pesquisadora irá intervir direcionando o assunto tratado.

É-lhe garantido também:

- De receber a resposta de qualquer pergunta, ou esclarecimento a qualquer dúvida acerca dos procedimentos, riscos, benefícios e outros assuntos relacionados com a pesquisa.

- De poder retirar seu consentimento a qualquer momento, deixando de participar do estudo, sem que isso traga qualquer tipo de prejuízo;

- De que você não será identificado quando da divulgação dos resultados e que todas as informações obtidas serão utilizadas apenas para fins científicos vinculados à pesquisa.

- De que, se existirem gastos adicionais, estes serão absorvidos pelo orçamento da pesquisa.

Este documento foi revisado e aprovado pelo Comitê de Ética e Pesquisa da Univates, e deverá ser assinado em duas vias, sendo que uma delas será retida pelo sujeito da pesquisa e a outra pelos pesquisadores. A responsável pela pesquisa é a mestranda **Leonice Ludwig Rabaiolli** Fone: (51) 9619-2727.

Pelo presente termo de Consentimento Livre e Esclarecido, declaro que autorizo minha participação nesta pesquisa, pois fui devidamente informado, de forma clara e detalhada, livre de qualquer constrangimento e coerção, dos objetivos, da justificativa, dos instrumentos de coletas de informação que serão utilizados, dos riscos e benefícios, conforme já citados neste termo.

Data \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Nome do participante da pesquisa

\_\_\_\_\_  
Assinatura do participante da pesquisa

\_\_\_\_\_  
Nome do pesquisador responsável

\_\_\_\_\_  
Assinatura do pesquisador  
responsável

**APÊNDICE C****Roteiro de Entrevista inicial com os docentes**

1) Turma de atuação: \_\_\_\_\_

2) Formação:

Magistério: ( ) SIM ( ) NÃO

Ensino Superior concluído: ( ) SIM ( ) NÃO Curso: \_\_\_\_\_

Pós Graduação: ( ) Concluído, qual? \_\_\_\_\_  
( ) Cursando, qual? \_\_\_\_\_

3) Tempo de atuação nos anos iniciais: \_\_\_\_\_

4) Quais os tipos de materiais que você utiliza para o planejamento das aulas de matemática?

5) Como você costuma introduzir um conteúdo nas aulas de matemática?

6) Quais os recursos, materiais utilizados durante as aulas?

7) Você conhece o termo educação matemática crítica? O que ele significa para você? Tens utilizado-o no preparo e execução das suas aulas?

8) Para você, o que é geometria?

9) Qual a sua opinião sobre a importância do estudo da geometria?

10) Durante a sua graduação, de que forma este conteúdo foi abordado?

11) Como você vem abordando este assunto, quais os enfoques que tem dado?

12) Em que momentos do ano letivo este assunto é abordado? Quanto tempo é destinado a ele?

13) Você encontra alguma dificuldade em conseguir material didático sobre a geometria para seu planejamento?

14) Os alunos encontram dificuldades na aprendizagem deste conteúdo?

15) Como você trabalha essas dificuldades, quais as alternativas utilizadas para tentar saná-las?

16) Quais são suas referências quanto ao tema geometria? Utiliza apenas o livro didático?

## APÊNDICE D

### Roteiro de Entrevista Final com os Docentes

- 1) Como você avalia os encontros do grupo de estudo?
- 2) Após as discussões no grupo de estudos, como você define o termo educação matemática crítica? Acha possível e viável utilizá-lo no preparo e na execução das suas aulas?
- 3) Após o grupo de estudo, houve mudanças no que você pensava sobre geometria?
- 4) Após os encontros, você percebeu uma mudança na sua prática pedagógica? De que forma eles contribuíram para essas mudanças?
- 5) Que aprendizagens você adquiriu no decorrer dos encontros?
- 6) Como você avalia o seu desempenho em sala de aula ao abordar o assunto geometria após os encontros?



## ANEXO A

Extraído de: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/direcao-dimensao-428166.shtml>. Acesso em 21 de abril de 2012.

Publicado em **NOVA ESCOLA** Edição 212, **MAIO 2008**. Título original: ***Direção e dimensão***

### **Mostre aos alunos os conceitos de direção e dimensão**

A turma vai aprender a se orientar no espaço e ainda conhecer o nome correto de figuras planas e tridimensionais

**Thais Gurgel** (novaescola@atleitor.com.br)



NO RUMO CERTO - O trabalho com mapas na escola desenvolve e aprimora conhecimentos espaciais e geométricos.

Foto: Rogério Albuquerque

Ilustração: Carlo Giovani

Quando ensinados a turmas do 1º ao 5º ano, os conteúdos de geometria recebem o nome de espaço e forma. A definição já esclarece os objetivos perseguidos nas séries iniciais nessa área da Matemática: trabalhar com a localização no espaço e reconhecer propriedades de figuras planas e não-planas. No primeiro item, é esperado que a garotada interprete e construa representações espaciais, localize objetos e comunique posições e deslocamentos. No segundo, o objetivo é reconhecer as diferentes figuras geométricas e usá-las como ferramentas para resolver problemas.

Ambas as abordagens, porém, correm o risco de ser tratadas com certo desdém na sala de aula. Isso porque há a percepção de que esses conhecimentos parecem intuitivos e passíveis de ser incorporados na simples vivência de situações do cotidiano. Embora errônea, a idéia tem razão de ser. Sim, é possível (e faz parte do desenvolvimento cognitivo) aprender a se localizar em uma cidade ou descobrir facilmente as formas corretas para encaixar em determinada superfície. "Mas a escola deve garantir que todas as crianças, e não apenas as que desenvolvem essas habilidades nas interações em outros contextos, saibam indicar um itinerário e seguir orientações de direção e consigam antecipar se um sólido cabe dentro do outro sem ter de experimentá-lo a cada nova situação", diz Elisabete Búrigo, professora do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

### **A criança e o entorno**

Trabalhar com mapas e outras propostas cartográficas é bem mais comum na área de Geografia, embora ofereça ótima oportunidade de desenvolver conhecimentos geométricos. "Para se localizar é preciso operar com formas, dimensões e representações bidimensionais do espaço tridimensional", afirma Héctor Ponce, pesquisador argentino especialista em didática da Matemática (leia mais na entrevista na página 2). Se na Geografia essa ferramenta é usada para chegar a outro conhecimento, na geometria as próprias representações são o foco do ensino.

Desde a Educação Infantil as crianças são capazes de enfrentar situações envolvendo direções e sentidos. Elas reconhecem a vizinhança, sabem indicar trajetos em locais que lhes são familiares e percebem a continuidade ou a fragmentação de espaços abertos ou fechados.

Com propostas de atividades que trabalhem dimensões menores e mais próximas da garotada (como a sala de aula), até chegar às mais amplas (a cidade), pode-se desenvolver a coordenação de diferentes pontos de vista para que todos representem graficamente um espaço determinado e descubram a melhor orientação a seguir para se movimentar dentro dele. "Faz parte do currículo ensinar a montar um itinerário ou se localizar nele, usando para isso o vocabulário correto",

explica Elisabete. Assim, a criança não precisará virar um mapa ao contrário para encontrar o caminho certo a percorrer. A seleção de referências para se localizar ou para indicar uma trajetória e a interpretação de indicações são estratégias a ensinar na escola.

## **Figuras e sólidos**

### ***Para as crianças, esfera e círculo são bolas. Mas é preciso conhecer as diferenças***

Nos primeiros anos, os estudantes devem explorar uma ampla variedade de figuras e sólidos para conhecer as semelhanças e as diferenças entre as faces, a quantidade de vértices, diagonais e lados que eles têm e também para abordar com mais profundidade as propriedades de quadrados e retângulos, cubos e paralelepípedos, círculos e esferas. A partir do 3º ano é possível começar a planificar e a construir sólidos - atividades nas quais os pequenos exploram e colocam em prática as propriedades que aos poucos vão descobrindo. Selecionar informações para descrever uma forma ou interpretar uma descrição para representá-la são atividades a ser trabalhadas progressivamente entre o 1º e o 5º ano.

A memorização dos nomes corretos é importante, mas está longe de ser o único objetivo no ensino dessa área do conhecimento. Antes - ou concomitantemente - é preciso dar lugar a situações que exijam que as crianças utilizem seus saberes prévios para construir novos saberes. Uma das sugestões é lançar mão de atividades que as levem a identificar uma figura entre várias outras, utilizando para isso apenas a descrição do colega, pois tanto quem descreve quanto quem ouve a instrução deve conhecer bem as características das formas para cumprir o objetivo. Uma proposta como essa rompe com uma tradição do ensino da geometria: "O professor não deve propor que o aluno repita uma série de passos já estabelecidos para resolver um problema, mas favorecer a discussão de procedimentos que permitam chegar à resolução partindo das propriedades que a criança conhece", diz o argentino Héctor Ponce.

## **Antecipação e dedução**

Um dos objetivos principais do trabalho com geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental é a possibilidade de prever transformações. No estudo de figuras e sólidos dá para calcular quantas hastes são necessárias para construir o esqueleto de um icosaedro (20 faces). No desenvolvimento de estratégias de orientação espacial, o desafio é imaginar um deslocamento sem ter de percorrê-lo. "Isso se chama inferir relações que não estão explícitas e que levarão aos resultados independentemente da experimentação, usando apenas dados e propriedades", diz Ponce. A possibilidade de deduzir e antecipar é a essência do pensamento matemático e deve ser desenvolvida fundamentalmente na escola.

Outro aspecto comum aos dois estudos é a importância de adquirir o vocabulário específico. "Cabe ao professor ensinar a criança a diferenciar um círculo de uma esfera para se comunicar em relação a um problema geométrico, embora na linguagem cotidiana ambas sejam nomeadas 'bolas'", explica Saddo Ag Almouloud, coordenador do curso de pós-graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Sem dominar as propriedades de formas e sólidos (em contextos em que elas possam ser utilizadas) nem compreender as representações bidimensionais como produto das "perspectivas de olhar" não há como chegar aos passos seguintes da geometria, definir e demonstrar teoremas e colocá-los em prática, desenvolvendo a geometria abstrata.

### **Formação deficitária**

É muito comum que a geometria seja deixada para o final do planejamento anual dos professores, que não raro terminam o ano sem tratar do assunto. Segundo Almouloud, a formação deficiente e a conseqüente insegurança em relação à maneira de ensinar fazem com que se adie o máximo possível a apresentação desses conteúdos aos estudantes. E, quando há a chance de trabalhar com eles em sala de aula, geralmente as práticas não são as mais adequadas: "A proposta deve ir além da manipulação de sólidos e da observação de figuras para acabar de vez com a ruptura que existe entre a aprendizagem de representações planas e de sólidos tridimensionais, como se ambos não estivessem presentes simultaneamente na vida da criança."

## ANEXO B

### PESSOAS QUE VIVEM EM CASAS REDONDAS<sup>1</sup>

Claudia Zaslavsky<sup>2</sup>

A Matemática torna-se viva quando os estudantes participam de atividades que ilustram como as decisões matemáticas surgiram das necessidades da sociedade. Uma investigação dos estilos de construção em diferentes culturas é uma valiosa fonte de experiências com formas e tamanhos assim como com conceitos de perímetro e área. Ao mesmo tempo, professores têm a oportunidade de integrar Matemática com estudos sociais, culturais e outros assuntos.

Nós estamos tão acostumados com nossa cultura retilínea – linhas e ângulos retos em nossas casas e móveis – que é difícil nos ver morando em um ambiente diferente. Peça para que seus estudantes esboquem um assoalho ou chão de uma simples casa de verão. Provavelmente eles desenharão pisos de formas retangulares.

Mas pessoas ao redor do mundo têm outras maneiras de viver. Black Elk, um líder nativo americano, disse uma vez: “Nós fizemos estas pequenas casas cinzentas feitas de troncos de árvores que você vê, e elas são quadradas. Esta é uma maneira ruim para viver, pois não se pode ser poderoso em um quadrado. Você tem percebido que muitas coisas que um índio faz é em um círculo, porque o Poder no mundo sempre trabalha em círculos e por isso muitas coisas tentam ser redondas” (Neihardt 1961). A *tipi* (casa cônica) de Black Elk é uma “sofisticada residência desenhada e construída com muitas habilidades para se adaptar às necessidades da vida nos Great Plains” (Yue 1984).

O arquiteto Labelle Prussin escreveu sobre casas do Oeste da África: “Eu fiz uma análise simplificada comparando as casas redondas e quadradas na savana... É claro, as casas redondas obtiveram uma vantagem esmagadora.” (Zaslavsky, 1973,1979). As *beehive house* (habitações cilíndricas em forma de colméia), as estruturas hemisféricas da África, (Denyer, 1978; Zaslavsky 1973,1979), o *yurt* (casa portátil) da Ásia central, o *igloo* [“uma estrutura perfeita...equipado e facilmente superado pela engenharia moderna” (Brummer, 1981)], todos comprovam o privilégio do círculo na arquitetura em toda parte do mundo.

Em sociedades onde predominam as linhas retas e ângulos de 90°, estruturas redondas e ovais também aparecem. Um bom exemplo são os castelos medievais com suas torres redondas. Imagine você tentando manter um inimigo em vista se você passou por uma esquina de ângulo reto. Um princípio similar está na base das formas ovais em ambos, o Coliseu em Roma e nos estádios contemporâneos.

Os estudantes podem discutir como a forma de uma casa está relacionada com a maneira das pessoas viverem suas vidas e com a natureza do ambiente. Como a casa de um agricultor difere da de um pastor nômade? Como os materiais utilizadas na construção influenciam na forma da casa? Qual é o efeito do clima? Fitch e Branch (1960) apontam importantes marcas da construção de casas na sociedade pré-industrial:

Até agora a arquitetura primitiva revela um alto nível de desempenho até mesmo quando avaliada sua baixa tecnologia moderna. Isto reflete um precioso e detalhado conhecimento do local e das condições climáticas de uma terra, e por outro lado, uma notável compreensão das características dos materiais de construção disponíveis no local.

<sup>1</sup>Artigo publicado na revista *ARITHMETIC TEACHER*, setembro/1989, traduzido por Fernanda Wanderer.

<sup>2</sup>Claudia Zaslavsky foi professora de Matemática do 2º grau. Hoje está escrevendo livros para adultos e crianças e propagando os estudos da Etnomatemática. Ela reside na cidade de New York.

Tamanho é outro aspecto da arquitetura que os estudantes podem investigar. Algumas sociedades constroem impressionantes igrejas e lugares, outras têm construções que “arranham o céu”, enquanto que em outras culturas pouca diferenciação está aparente nas estruturas. Os estudantes de uma escola suburbana em que eu ensinava não podiam compreender como eu estava acostumada a viver em um grande apartamento em New York - e no 30º andar! Entre os fatores que influenciam o tamanho das construções estão o poder aquisitivo da sociedade e a distribuição da renda dentro da mesma.

### Investigação da Área e Perímetro

Convide seus alunos para uma viagem imaginária. Aqui está o cenário:

Imagine que você vive em uma sociedade na qual as pessoas devem produzir quase tudo que elas precisam para sua própria sobrevivência. Sua família está planejando construir uma casa. Você e sua família devem reunir todo material, talvez contem com a ajuda de seus vizinhos. Alguns materiais podem ser difíceis de se encontrar e você quer usar a menor quantidade possível de material.

Finja que você tenha coletado uma certa quantidade de materiais para as paredes. Agora você quer encontrar o formato para esta casa que dará o maior espaço possível com toda quantidade de material que você dispõe. Em termos matemáticos, você quer encontrar a figura que terá a maior área possível com um dado perímetro.

O seguinte experimento pode guiá-lo para uma resposta. Desenhe muitas figuras diferentes, todas com o mesmo perímetro, em um papel quadriculado. Você obterá a área de cada figura contando os pequenos quadrados inseridos dentro das mesmas.

#### Experimento:

#### Materiais:

Barbante  
Papel quadriculado

#### Procedimento:

Corte um pedaço de barbante com 32 unidades de comprimento. Com a ajuda do barbante, desenhe cada figura na grade de papel de modo que o perímetro seja 32 unidades de comprimento.

Figuras:

- A - Círculo
- B - Quadrado
- C,D - Dois retângulos diferentes (não quadrados)
- E - Triângulo

Conte o número de pequenos quadrados inseridos em cada figura. Este número é a área. Escreva a área em unidades quadradas dentro de cada figura.

Conclusões:

- Que figura tem a maior área?

- Que retângulo cerca a maior área?
- Que outras conclusões você pode tirar?
- Que figura você escolheria para a base de sua casa? Por quê?

Os estudantes podem criar muitas questões a partir desta atividade:

- Como nós podemos fazer o círculo perfeito?
- Como nós contamos frações de pequenos quadrados?
- Como nós vamos lembrar quantos quadrados já temos contado?
- Contar todos os pequenos quadrados é tão chato! Não existe um caminho mais curto?

Encoraje os estudantes a trabalharem em pequenos grupos e a discutir, eles mesmos, os caminhos para superar suas dificuldades. Aqui estão algumas sugestões que você pode oferecer se eles não forem capazes de imaginar estratégias apropriadas:

- Para marcar um círculo, marque uns poucos pontos no círculo enquanto um colega segura o barbante no local. Então marque o círculo à mão livre ou com o compasso. Em sociedades onde “feitos humanos”, como o compasso, não estavam disponíveis, as pessoas imaginavam métodos apropriados, como aquele das pessoas de Chagga no Monte Kilimanjaro (Zaslavsky, 1973, 1979):

O giro da ponta do dedo de uma mão para outra é chamado laa. Para marcar uma circunferência, o construtor amarrava em uma enxada uma corda de dois ou três laa de comprimento. A corda estava amarrada em uma estaca e, como ele caminhava ao redor desta estaca, ele marcava um círculo com esta enxada.

Um procedimento similar com barbante e giz pode ser usado para marcar círculos em um quadro giz.

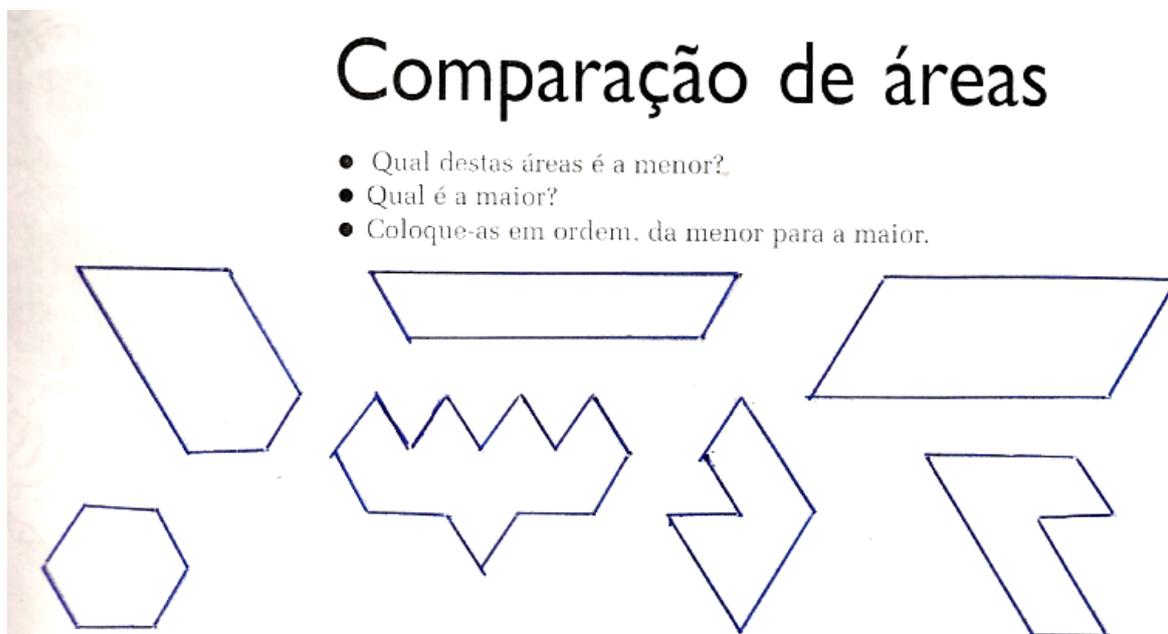
- Para obter uma aproximação para a área, os estudantes podem contar como quadrados aquelas frações que igualam ou excedem uma metade e ignorar as pequenas frações. Se os alunos se preocuparem com a exatidão, podem tentar estimar o tamanho de cada fração do quadrado e então adicionar todas aquelas frações desiguais. Este é um bom exercício aritmético, mas um desnecessário e complicado procedimento para nosso experimento. É claro, a medição não será exata.
- Para se ter uma idéia da contagem, os estudantes podem marcar os quadrados que eles contam.
- Para não contar todos os pequenos quadrados, os estudantes podem dividir a figura em  $n$  partes congruentes, contar os quadrados de uma seção e então multiplicar o resultado por  $n$ . O número de pequenos quadrados no retângulo é o produto das duas dimensões, na verdade, a fórmula da área.

Os estudantes podem comparar seus resultados, chegando a muitas conclusões:

- O círculo é a figura que tem a maior área para um dado perímetro. No caso do círculo, seu perímetro recebe o nome de circunferência. Todos os estudantes devem obter aproximadamente o mesmo resultado para a área.

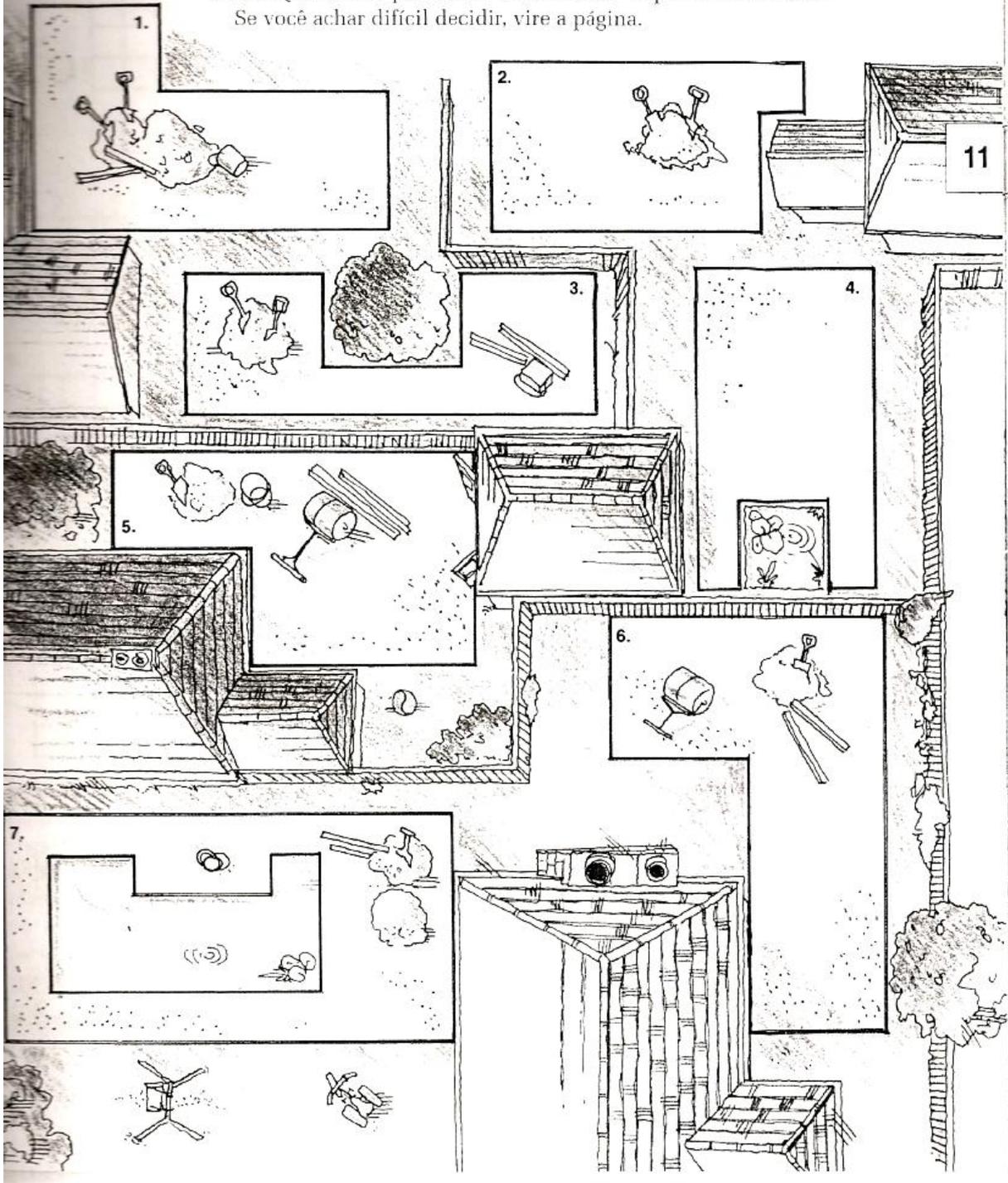
## ANEXO C

ATIVIDADES extraídas de: SMOOTHY, Marion. **Atividades e jogos com áreas e volumes**. São Paulo: Scipione, 1997.

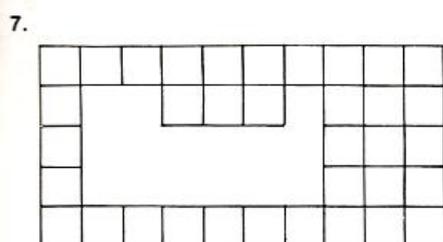
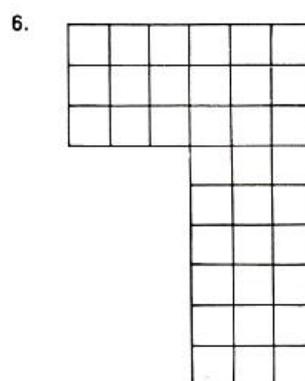
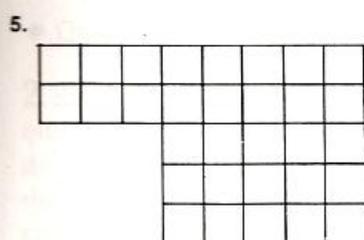
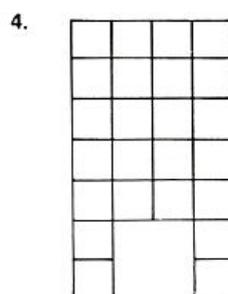
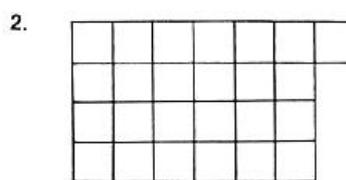
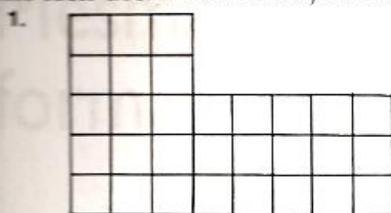


SMOOTHY, Marion. **Atividades e jogos com áreas e volumes**. São Paulo: Scipione, 1997, p. 7.

- Nascimento, o pedreiro, é especialista em revestimento de piso. Ele cobra de acordo com o número de lajotas que precisa assentar para cobrir toda a área. Qual destes pátios ficaria mais caro? E qual o mais barato? Se você achar difícil decidir, vire a página.



É mais fácil decidir com as lajotas desenhadas!



SMOOTHEY, Marion. **Atividades e jogos com áreas e volumes.** São Paulo: Scipione, 1997, p. 11-12.

# Mesma área, formas diferentes

## Três quebra-cabeças

1. Quantos quadrados há em cada uma destas formas? Observe que dois triângulos formam um quadrado.

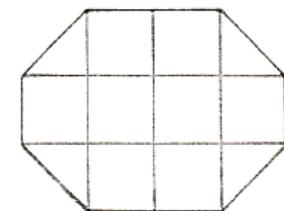
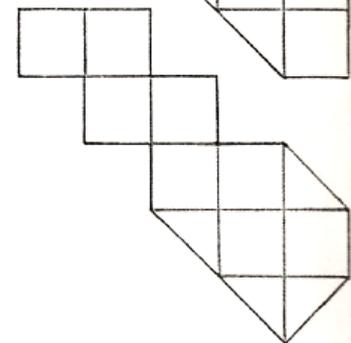
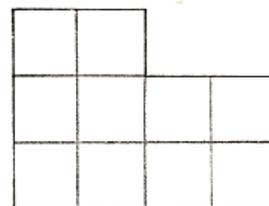
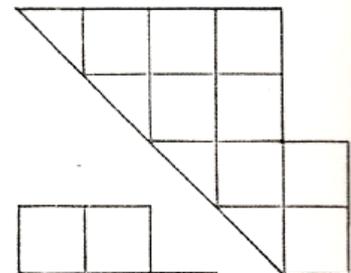
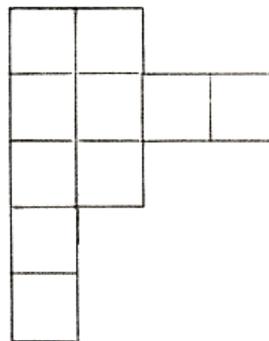
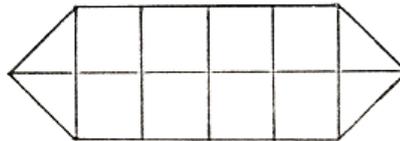
- Qual forma tem a maior área?

2. Em uma folha de cartolina, corte três quadrados com 6 cm de lado. Deixe um deles inteiro e corte os outros dois na diagonal, formando dois triângulos com cada um.

- Junte as duas metades de cada quadrado, formando figuras geométricas diferentes. O que você pode dizer sobre a área das novas formas e a área do quadrado inteiro?

3. Corte seis retângulos idênticos. Corte cinco deles ao meio, pela diagonal.

- Junte cada par de metades para obter uma nova forma. Quais os nomes das novas formas? O que você sabe sobre a área das cinco formas?



## Contagem em três dimensões

Preencha a prateleira

◇ Quantas latas estão empilhadas?

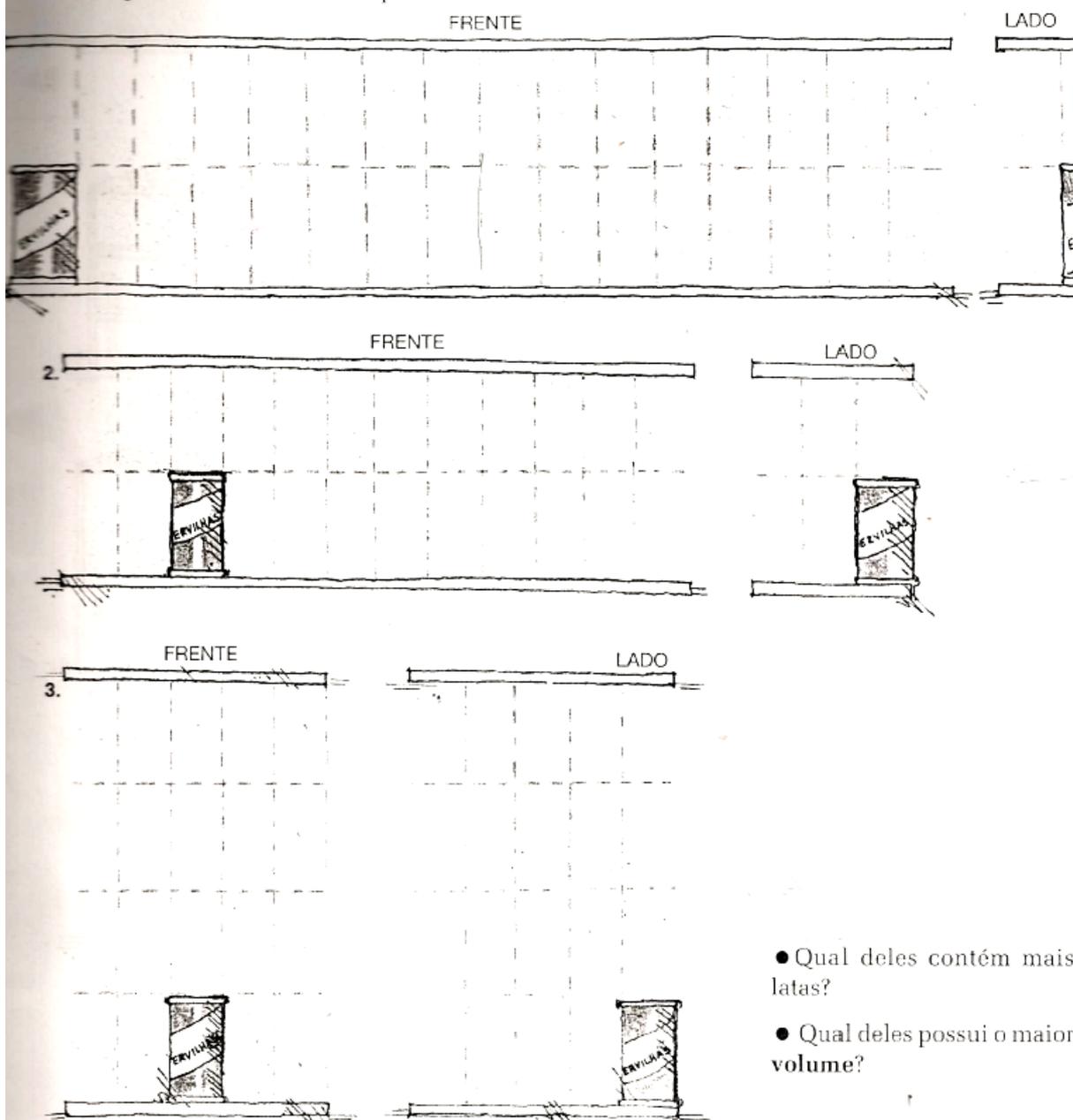
Você não consegue contar uma a uma porque as fileiras de trás estão escondidas. Mas você pode ver a frente e o lado da pilha. Combinando as duas vistas você pode chegar à resposta.



SMOOTHEY, Marion. **Atividades e jogos com áreas e volumes.** São Paulo: Scipione, 1997, p. 46.

Pela frente você pode ver que há três fileiras com oito latas em cada uma, somando 24 latas. Pelo lado você vê que a prateleira contém três fileiras de profundidade. Assim, há um total de 72 latas:  
 $3 \text{ fileiras} \times 24 \text{ latas} = 72 \text{ latas}$ .

- Quantas latas há nestes empilhamentos?



- Qual deles contém mais latas?
- Qual deles possui o maior volume?

SMOOTHEY, Marion. **Atividades e jogos com áreas e volumes.** São Paulo: Scipione, 1997, p. 47.

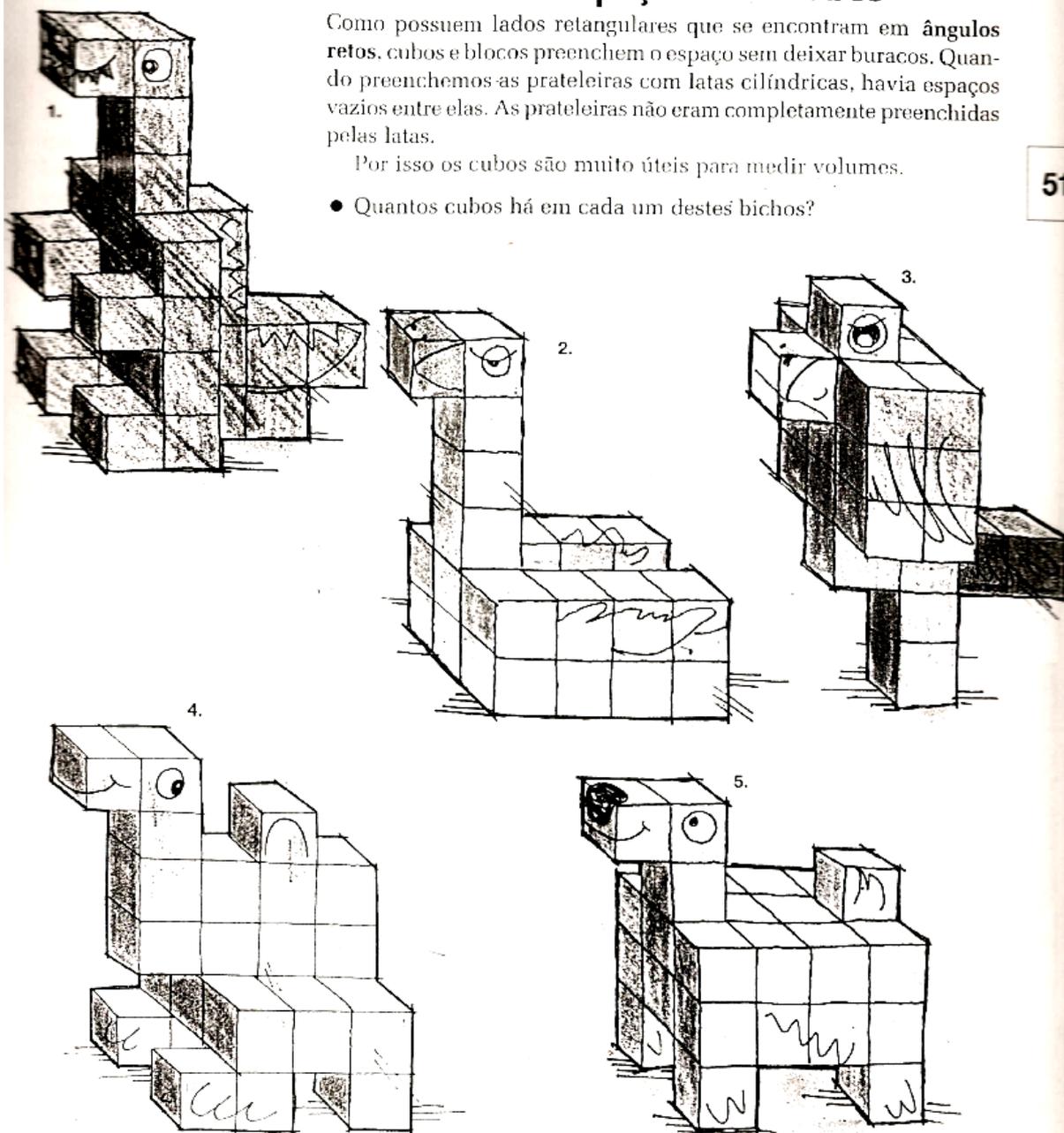
## Preenchendo espaços com cubos

Como possuem lados retangulares que se encontram em ângulos retos, cubos e blocos preenchem o espaço sem deixar buracos. Quando preenchemos as prateleiras com latas cilíndricas, havia espaços vazios entre elas. As prateleiras não eram completamente preenchidas pelas latas.

Por isso os cubos são muito úteis para medir volumes.

- Quantos cubos há em cada um destes bichos?

51



SMOOTHEY, Marion. **Atividades e jogos com áreas e volumes.** São Paulo: Scipione, 1997, p. 51.



## Anexo E

Adaptado e Extraído de :

<http://www.parquedaciencia.com.br/sitemm/roteiros/geometria.pdf>

Acessado: 12 de abril de 2012

Considere um agricultor cultivando terras divididas em lotes. O período de chuvas sempre é um tormento para este agricultor, pois a enxurrada, os

### MATERIAL:

- 1 caixa retangular, com areia;
- Malha quadriculada;
- Régua;
- Barbante;
- Palitos de fósforo e de Picolé.

Após a apresentação do problema, os professores serão instigados a darem suas opiniões sobre o problema exposto. Na sequência será lido e debatido o texto a seguir:

Extraído de: [http://www.uff.br/cdme/tangrans\\_pitagoricos/saber\\_mais.html](http://www.uff.br/cdme/tangrans_pitagoricos/saber_mais.html)

Acessado em 21 de abril de 2012.

### Geometria dos egípcios

O maior historiador da antiguidade foi Heródoto (cerca de 500 a.C.), o qual considera o desenvolvimento da geometria no Egito ser consequência direta das inundações periódicas das terras cultiváveis às margens do rio Nilo. Devido às águas das enchentes apagarem as demarcações determinadas para os terrenos de plantio, foram criadas técnicas de mensuração, que permitissem uma maior agilidade nessa demarcação.

Foi a partir da necessidade da mensuração dos terrenos e da experiência com o meio ambiente, ou seja, da prática da resolução desses problemas da vida cotidiana dos egípcios, que os conceitos e fórmulas geométricas foram se desenvolvendo e se tornaram conhecidos.

Após a história, o grupo de professoras com os materiais acima deverão fazer demarcações como os egípcios faziam.

No final desta atividade serão feitos questionamentos orais a cerca das dificuldades encontradas e das relações entre o presente e o passado.

Ao término das demarcações cada professor deverá na malha quadriculada desenhar e identificar as formas geométricas feitas nas demarcações.