CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

O ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DA CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS COM MATERIAIS ALTERNATIVOS

Janio Benevides de Souza Nascimento

Lajeado, dezembro de 2013

Janio Benevides de Souza Nascimento

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

O ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DA CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS COM MATERIAIS ALTERNATIVOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós – Graduação em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário Univates, como parte da exigência para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, na linha de pesquisa Novas Tecnologias, Recursos e Materiais Didáticos para o Ensino de Ciências Exatas.

Orientadora: Profª. Drª. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt

Coorientadora: Profª. Drª. Marli Teresinha Quartieri

Lajeado, dezembro de 2013

O ESTUDO DA GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DA CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS COM MATERIAIS ALTERNATIVOS

Janio Benevides de Souza Nascimento

A banca examinadora _____ a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário UNIVATES, como parte da exigência para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, na linha de pesquisa Tecnologias, Metodologias e Recursos Didáticos para o Ensino de Ciências Exatas.

BANCA EXAMINADORA

_____

Profª.Drª. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt – Orientadora - Centro Universitário UNIVATES

_____

Profª. Drª. Marli Teresinha Quartieri – Coorientadora - Centro Universitário UNIVATES

_____

Profª. Drª. Silvana Neumann Martins - Centro Universitário UNIVATES

_____

Profª. Drª. Ieda Maria Giongo - Centro Universitário UNIVATES

_____

Profª. Drª. Lucelia Hoehne - Centro Universitário UNIVATES

Lajeado, dezembro de 2013

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

AGRADECIMENTOS

A Deus por ser a luz que ilumina minha caminhada, e pela sabedoria concedida em tomar essa decisão tão importante.

Aos meus pais, pelo incentivo e apoio e oração constante.

À professora Ester Fernandes Ribeiro, por acreditar, e desde a minha infância, incentivar a seguir os estudos.

À Professora Catarina Lauer por certa vez ao me ver assistir uma formatura de Ensino Fundamental e Médio, disse: Antes tarde do que nunca. Nunca imaginei que pudesse chegar a tal ponto.

Aos alunos da turma 202, alunos estes que foram parte indispensável nesta pesquisa, por participarem, colaborarem, e pela amizade conquistada durante a realização desta.

À minha orientadora Profª. Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt que com muita competência orientou-me nos momentos mais atribulados na arte de escrever. O que seria deste trabalho?

À coorientadora Profª. Dra. Marli Teresinha Quartieri pela disponibilidade, pelas ligações atendidas, pelo rigor, e pelas valiosas contribuições e sugestões pertinentes.

Aos professores da Banca de Qualificação, Dr. Edson Oiagen, Drª. Silvana Martins e Drª. Madalena Dullius pelas preciosas contribuições e indicações bibliográficas e metodológicas oferecidas.

Às professoras da banca de defesa, Drª. Silvana Neumann Martins, Drª. Ieda Maria Giongo, Drª. Lucelia Hoehne

A todos os professores do PPGECE pela competência em ministrar excelentes aulas.

À Coordenação e Secretaria de Pós-Graduação de Ensino em Ciências Exatas pelos serviços prestados com esmero e dedicação.

Aos meus colegas de mestrado pelo apoio, convivência, amizade e constante troca de experiências e conhecimentos.

Aos meus amigos, pela paciência e compreensão nos momentos de ausência.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

DEDICATÓRIA

Aos meus pais Pedro Benevides e Zilda de Souza Nascimento por terem dedicado suas vidas à minha criação e educação e aos alunos da turma 202, participantes desta pesquisa, que se empenharam em todo o momento, fazendo o melhor que puderam e pela amizade conquistada.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

RESUMO

Na rotina de sala de aula percebe-se que os alunos apresentam dificuldades em aprender conteúdos matemáticos de forma significativa. Ao se observar esse contexto, verifica-se a importância da criação de estratégias pedagógicas como possibilidade de proporcionar condições favoráveis à aprendizagem significativa, na perspectiva de Ausubel. Este estudo apresenta um trabalho de construção de sólidos geométricos realizado com uma turma de 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual pública, em Boa Vista – RR. O objetivo principal foi analisar a ocorrência de aprendizagem significativa em cálculos de superfícies e volumes a partir da construção de sólidos geométricos com canudinhos de refrigerante e linha, jujubas (goma de mascar) e palito (palito de dente), cartolina e papel-cartão. Também teve o intuito de tornar mais significativa e presente a matemática na vida dos alunos, valorizando os saberes prévios dos mesmos. A pesquisa fundamentou-se na concepção teórica da aprendizagem significativa de David Ausubel (2003), e nas ideias de geometria plana e espacial, enfocando o auxílio que ela oferece para compreensão dos problemas do cotidiano, segundo Dante (2009), Nasser (1998) e PCN's, entre outros. Foi adotada a pesquisa-ação que permitiu intervir na situação, com vistas a modificá-la e possibilitou investigar atitude e motivações do público pesquisado. A prática pedagógica foi iniciada com a geometria plana como instrumento de leitura das formas existentes no mundo atual e sua visualização como meio fundamental para a construção do saber geométrico e culminou com a construção de sólidos geométricos com materiais alternativos. Além disso, oportunizou-se a construção de objetos de decoração ou caixas de presentes. Na análise dos resultados, identificou-se que os alunos aprenderam a fazer as construções a eles propostas, permitindo assim resolver problemas e utilizar conceitos básicos da geometria. Ademais, permitiu conceber que o uso do material manipulável contribuiu para a compreensão dos conceitos da geometria espacial, haja vista que os mesmos estavam em contato direto com os objetos.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa. Ensino de Matemática. Geometria Plana e Espacial. Uso de materiais alternativos.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

ABSTRACT

In classroom routines it was observed that students have difficulties in learning mathematical content significantly. By observing this context, and certifying the importance of creating teaching strategies with possibilities to provide favourable learning conditions to meaningful learning, by Ausubel perspect. This study presents a construction job of geometric solids conducted with a group of 2nd year public state high school in Boa Vista - RR. The main objective was to analyze the occurrence of meaningful learning in calculations of surfaces and volumes from the solid geometric construction with straws and thread, jujubes (gum) and stick (toothpick) and cardboard. It also aimed to make mathematics more meaningful and present in students' lives, valuing their prior knowledge. The research was based on the theoretical concept of meaningful learning of David Ausubel (2003), and the ideas of plane geometry and space, focusing on the aid it provides to understanding the problems of everyday life, according to Dante (2009), Nasser (1998) and NCP's, among others. An action research was adopted that allowed intervention in the situation, in order to modify and allow investigative attitudes and motivations of the public surveyed. The pedagogical practice began with the planar geometry as a tool for reading the forms in the world today and their visualization as fundamental means for the construction of knowledge culminated with the geometric construction of geometry with alternative materials. In addition, it provided an opportunity to build decorative objects or gift boxes. In analyzing the results, we found that students learned to make the buildings they were proposed, allowing them to solve problems and use the basic concepts of geometry. All in all, it served to show that the use of welding materials contributed to the understanding of the spatial geometry concepts, given that they were in direct contact with the objects.

Keywords: Meaningful Learning. Mathematical Teaching. Plane and Spatial Geometry. Use of alternative materials.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Comprovação da desigualdade triangular. 51
Figura 2 - Comparação das duas construções. 52
Figura 3 - Quadrilátero sem a diagonal: o losango. 54
Figura 4 - O quadrilátero com a diagonal: o quadrado. 55
Figura 5 - Comprovação da diagonal como sendo d= l$\sqrt{2}$ 57
Figura 6 - Erro e correção do cálculo da diagonal 58
Figura 7 - Cálculo do lado do quadrado a partir da diagonal dada. 59
Figura 8 - Cálculo do lado do quadrado a partir da diagonal dada. 60
Figura 9 - Tetraedro construído por um dos alunos. 64
Figura 10 - Hexaedro sem as diagonais. 66
Figura 11 - Hexaedro com as diagonais. 66
Figura 12 - Hexaedro feito com jujubas. 67
Figura 13 - Octaedro construído por S. 68
Figura 14 - Icosaedro feito por um dos alunos. 70
Figura 15 - Dodecaedro construído por um dos alunos. 72
Figura 16 - Pirâmide de base quadrangular e o Prisma de base triangular. 73
Figura 17 - Prisma de base pentagonal. 75
Figura 18 - Junção de 2 prismas de base pentagonal. 76
Figura 19 - O cubo construído com cartolina. 79
Figura 20 - Cubos de arestas 6cm e 7cm respectivamente. 80
Figura 21 - Percepção do volume do cubo e de dois paralelepípedos. 81
Figura 22 - Cálculo da área de superfícies planas. 82
Figura 23 - Caixas construídas a partir do papel sulfite. 88
Figura 24 - Prisma de base triangular. 94
Figura 25 - Prisma de base quadrada. 95
Figura 26 - Paralelepípedo em junção com o Prisma de base triangular. 95
Figura 27 - Cubo de aresta 3cm e a letra H recortada deste. 96
Figura 28 - Prisma de base hexagonal e sua planificação. 98
Figura 29 - Cilindro de altura h e raio r. 99
Figura 30 - Caneca, ou porta objetos. 102
Figura 31 - Prisma de base quadrangular. 103
Figura 32 - Saquinho/embalagem. 103
Figura 33 - Caixa de presente 105
Figura 34 - Sólidos construídos pelos alunos 106
Figura 35 - Prisma de base hexagonal. 106
Figura 36 - Cubo ou caixa sem tampa. 107

Figura 37 - Prisma de base quadrangular. 107
Figura 38 - Tetraedros regulares. 108

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Cronograma da primeira parte das atividades 38
Tabela 2: Cronograma da segunda parte das atividades 39
Tabela 3: Comprovação da Relação de Euler. 77

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

LISTA DE SIGLAS

PAPMEN – Programa de Aperfeiçoamento para Professores do Ensino Médio

PCN's – Parâmetros Curriculares Nacionais

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 13

2 REFERENCIAL TEÓRICO 18

2.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE AUSUBEL 18
2.2 GEOMETRIA ESPACIAL 25
2.3 A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NA ESCOLA BÁSICA 30

3. CAMINHOS METODOLÓGICOS 35

4. DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS 44

4.1 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DE SITUAÇÃO SOCIOECONÔMICA 44
4.2 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS SOBRE GEOMETRIA 46
4.3 ANÁLISE DA CONSTRUÇÃO DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS 49
4.3.1 A construção do triângulo 49
4.3.2 A construção do quadrado 53
4.4 ANÁLISE DA CONSTRUÇÃO DE ALGUNS SÓLIDOS 62
4.5 CONSTRUÇÃO DO CUBO COM CARTOLINA. 78
4.6 CÁLCULO DO VOLUME ATRAVÉS DE CUBINHOS 79
4.7 CÁLCULO DO VOLUME E DA SUPERFÍCIE DE SÓLIDOS EM SALA DE AULA 83
4.8 ATIVIDADES APRESENTADAS PARA FAZEREM EM CASA 94
4.9 DEMONSTRAÇÃO E CONSTRUÇÃO DO CILINDRO, ALÉM DOS CÁLCULOS DA SUPERFÍCIE E VOLUME 98
4.10 A CONSTRUÇÃO DA CAIXA DE PRESENTE 101
4.11 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM 109

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 113

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 116

APÊNDICES 121

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

1 INTRODUÇÃO

O estudo da geometria espacial tem merecido constante atenção de pesquisadores nos últimos anos, especialmente dentro de perspectivas históricas e psicopedagógicas. Neste trabalho, estão presentes questões que discutem alguns problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem da geometria espacial e sua aplicabilidade em uma escola da rede pública estadual, situada na zona oeste da cidade de Boa Vista/RR.

Como professor de Matemática do Ensino Médio, minhas inquietações iniciaram diante das dificuldades de aprendizagem dos alunos com os quais desenvolvo minha prática docente, pois acredito que a realidade destes pode estar interferindo no rendimento escolar dos mesmos. De acordo com uma pesquisa socioeconômica realizada recentemente na escola na qual desenvolvi minha prática pedagógica, um número significativo de alunos tem pais separados ou pais desempregados, ou, ainda, possuem sérios problemas familiares. Além disso, há um número expressivo de mães adolescentes que abandonam a escola para cuidar de seu filho ou que levam a criança para a sala de aula. Outro fator que pode estar interferindo no rendimento escolar de muitos alunos é o exercício laboral destes, pois como moram no extremo oeste da cidade de Boa Vista e trabalham no centro da capital, longe da residência, o tempo gasto na volta do trabalho para a casa afeta a pontualidade na entrada na escola, e, por conseguinte, na aprendizagem. Mesmo assim, lutam e empenham-se para alcançar seus objetivos.

Quanto à questão de aprendizagem, concordo com Sodré (2008, p. 13) quando esta afirma que “[...] cada um aprende de um jeito diferente, dependendo de

sua história de vida, de suas experiências". Esta concepção de Sodré me remete à ideia de Freire (1997, p. 11) para quem "a leitura de mundo precede a leitura da palavra". Isso me instiga a refletir que ao ingressar na escola a criança traz suas marcas culturais, e essas o acompanham ao longo da vida. Ela é também produtora de sua própria linguagem permitindo-lhe formular e expressar-se em conformidade com seu mundo social.

Contrariamente à citação de Sodré, antes de ingressar no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, em janeiro de 2011, acreditava que se ao menos um aluno tivesse entendido o que havia explicado, então teria alcançado meu objetivo, objetivo este que consistia em que minha explanação alcançasse a todos os presentes. Os demais que não entendiam, confesso que não me preocupava com eles, pois quem mandava não prestar atenção? Eu havia feito a minha parte. Se não tinham entendido, não era meu o problema. Quão medíocre estava sendo! Freire (2011) adverte que há algo a ser compreendido no comportamento dos alunos e que não é possível alhear-se das suas condições sociais, culturais e econômicas.

Sendo assim, nas reflexões de minha prática docente ocorridas principalmente, durante as aulas e leituras decorrentes do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, compreendi que cada aluno apresenta um modo diferente de aprender ou de relacionar os conteúdos e que é necessária uma atenção a cada um em particular. Fazendo uma autoavaliação da minha prática pedagógica, percebo que era comum desenvolver o máximo de conteúdo possível, o que muitas vezes comprometia a qualidade das minhas aulas. Preocupo-me muito com o conteúdo, com quantidade enquanto que a qualidade, que é a atenção individualizada por cada aluno, ficou desejar.

Reconheço que o tempo de cada aula é curto e o assunto é extenso, em especial, no 2º ano do Ensino Médio, e isso acaba fazendo com que eu acelere os conteúdos. Aos poucos estou mudando tal comportamento. Assim sendo, preciso ter mais calma no que estiver fazendo. E que se fizer pouco, que seja bem feito. Mas, às vezes a paciência falta, quando tenho que explicar e reexplicar conteúdos mais simples das séries anteriores. Penso que estou sendo posto à prova. Entristeço-me

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

diante de uma situação em que meus alunos apresentam dificuldade como no esboçar de um simples desenho de uma reta ou do plano cartesiano.

Porém, quando o nível de dificuldade do desenho aumenta, a dificuldade de reproduzi-lo aumenta também, é o caso de desenho em 3D. É algo muito complicado para eles. Que bom seria se somente em relação à geometria espacial houvesse o problema, este então seria resolvido com tamanha facilidade! Ou talvez não? A preocupação seria mais limitada? Existe ainda, aliada à matemática, a interpretação textual que é indispensável à resolução de problemas. Isso me faz ponderar o que realmente quero fazer. Porém, sei que o ser humano prefere agir a ter que ouvir teorias e mais teorias.

Diante deste contexto, acredito que o trabalho com a construção dos sólidos geométricos pode auxiliar em cálculos como volumes e superfícies que os cercam. E que, além dos alunos conhecerem os poliedros, figuras espaciais totalmente novas para eles, poderão também associar a geometria plana àquela, pois é impossível dissociar a primeira da segunda. Ademais, estarão trabalhando com as faces (planos), as arestas (retas) e os vértices (pontos)**.** Além disso, os alunos ao manusearem os instrumentos: compasso, régua, transferidor, esquadros, entre outros, na construção dos sólidos, poderão compreender de forma mais eficiente os itens relacionados anteriormente.

É importante proporcionar discussão em relação à utilização dos sólidos encontrados no cotidiano, ou seja, onde e para que estes são estudados e usados. Espero que os alunos se sintam parte ativa do próprio crescimento lógico. Meu desejo é que haja um laboratório de Matemática na Instituição em que trabalho, pois seria útil para as construções matemáticas a serem realizadas pelos alunos.

Portanto, meu objetivo foi a busca de uma estratégia de ensino que desperte nos alunos o interesse pelos números, que eles vejam que a matemática está presente em muitos contextos, mesmo nas coisas mais simples, tem sido minha principal inquietação. É o que justifica essa pesquisa. Pretendo ser um professor diferente, a fim de fazer a diferença na vida de outrem, bem como causar inquietação no comodismo, tanto meu, como no dos alunos.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Diante deste cenário, as questões que norteiam este trabalho são: alunos que iniciam o estudo de sólidos geométricos pela sua construção com materiais manuseáveis como palitos pontiagudos, goma de mascar (jujubas), canudinhos, linhas cartolina e papel-cartão conseguem compreender melhor as fórmulas para realizar os cálculos de superfície e de volume? Há evidências de aprendizagem significativa dessas fórmulas a partir do uso de materiais manuseáveis?

O objetivo geral deste trabalho foi analisar a ocorrência de aprendizagem significativa em cálculos de superfícies e volumes a partir da construção de sólidos geométricos com canudinhos de refrigerante e linha, jujubas (goma de mascar) e palito (palito de dente), cartolina, papel-cartão.

Este objetivo geral se desenvolveu por meio dos seguintes objetivos específicos:

1. Verificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação à geometria e aos instrumentos de desenho: compasso, régua, transferidor, esquadros e o manuseio destes na construção dos sólidos.
2. Construir sólidos geométricos com canudinhos e linha, jujubas (goma de mascar) e palitos pontiagudos (palito de dente), cartolina, papel-cartão e calcular superfície e volume.
3. Avaliar se a estratégia de ensino por meio da construção de sólidos favorece a aprendizagem significativa da Relação de Euler e o cálculo de superfície e volume.
4. Aplicar o conhecimento obtido com a construção dos sólidos na confecção de caixas para decorações e/ou embalagens para presentes.

A pesquisa aqui apresentada contempla seis capítulos. O primeiro refere-se à introdução. Neste abordei o tema de pesquisa, bem como a relação entre a geometria espacial e a educação matemática, e como esta relação merece atenção dos pesquisadores e/ou professores, bem como os problemas que discutem sua aplicabilidade (da geometria espacial) em sala de aula e as questões norteadoras. Discuto também o problema de pesquisa, o objetivo geral e os objetivos específicos, além das justificativas que me levaram a desenvolver este tema.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

O segundo capítulo trata dos tipos de aprendizagem segundo Ausubel, destacando a aprendizagem significativa, principal foco deste trabalho. Apresento também ideias sobre a geometria espacial, a beleza que esta contém, beleza esta encontrada na natureza, nas formas regulares e perfeitas, e como o universo está cheio de arte, bem como o auxílio que ela nos oferece para compreensão dos problemas deste mundo concreto. Neste capítulo, a importância do ensino de geometria espacial é ressaltada como uma possibilidade para os alunos desenvolverem a capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano.

O terceiro capítulo refere-se aos procedimentos metodológicos e contém a caracterização detalhada da pesquisa e dos instrumentos de coleta de dados. Para alcançá-los foram desenvolvidos dois questionários: um socioeconômico e outro acerca de conhecimentos sobre geometria espacial. Posteriormente são descritos a coleta e análise de dados e tabulações, a elaboração da estratégia de ensino e, as atividades e suas aplicações.

O quarto capítulo trata dos resultados obtidos com a análise dos dados oriundos da intervenção pedagógica. Apresento de maneira sistemática o progresso dos educandos, bem como o estímulo, as descobertas e a busca de respostas alternativas na solução de problemas semelhantes. Minha preocupação foi mostrar a contribuição no comportamento dos aspectos social, cognitivo e físico dos alunos.

O quinto capítulo aborda as considerações finais, minhas reflexões acerca da pesquisa e de todas as observações que foram realizadas ao longo da pesquisa.

A última parte constitui-se de referências bibliográficas e apêndices que fizeram parte da pesquisa.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo tem por intuito apresentar o referencial teórico que sustenta a pesquisa, e traz temas como a aprendizagem significativa, a geometria espacial, bem como um estudo acerca de sua importância.

2.1 Aprendizagem Significativa de Ausubel

A aprendizagem por recepção significativa envolve, de acordo com Ausubel (2003), a aquisição de novos significados a partir de material a ser aprendido, com a condição de que este material possa estar relacionado de forma não arbitrária e não literal com a estrutura cognitiva do aluno, conforme o autor.

Ou seja, para Ausubel (2003, p. 3), “a aprendizagem significativa envolve uma interação seletiva entre o novo material de aprendizagem e as ideias preexistentes na estrutura cognitiva” do aluno. O teórico sugere o termo ancoragem para sugerir a ligação de ideias preexistentes com as novas ao longo do tempo. Em outras palavras, no processo de aprendizagem significativa, a nova informação interage com a estrutura do conhecimento já existente na memória do aluno. De acordo com Moreira:

> Quando se fala em aprendizagem segundo o *construto cognitivista* [grifo do autor], está se encarando a aprendizagem com um processo de armazenamento de informação, condensação em classes mais genéricas de conhecimentos, que são incorporados a uma estrutura na mente do indivíduo, de modo que esta possa ser manipulada e utilizada no futuro. É a habilidade de organização das informações que deve ser desenvolvida (MOREIRA, 2011, p.13).

De forma mais específica, Novak (1981) alega que essas informações são armazenadas em locais específicos pelo cérebro e muitas células nervosas participam no armazenamento das informações, o que ele denomina de unidades de conhecimentos. Para Ausubel (2003) a aprendizagem significativa é um produto do processo psicológico cognitivo que envolve a interação entre as ideias que são significativas para os alunos. Ideias significativas são aquelas acompanhadas da bagagem cultural, experiência de vida, experiências vividas de cada indivíduo. Pois, acredita-se que é na estrutura cognitiva do aluno que ocorre o estabelecer de semelhanças e diferenças entres conceitos já existentes e os novos conceitos, ou novas informações.

Em adição, Moreira (2006) entende que a aprendizagem acontece de forma não-arbitrária e substantiva entre o conhecimento novo, significativo e algum conhecimento prévio (subsunçor) relevante existente na estrutura cognitiva do aprendiz. Para o autor, o subsunçor pode ser uma imagem, um conceito ou uma proposição.

Para Moreira e Masini essa substantividade (1982, p. 105) é a “propriedade da tarefa de aprendizagem que permite a substituição de termos sinônimos sem mudança no significado ou alteração significante no conteúdo da tarefa em si”. Também, a aprendizagem significativa pode ser um conceito expresso através de uma linguagem sinônima, o que vai remeter ao mesmo significado, conforme Ausubel, Novak e Hanesian (1980).

Sobre a aprendizagem escolar, Ausubel (2003) compreende como aquela que ocorre no cotidiano de boa parte das escolas, mas a parte que mais lhe chama a atenção, que é predominante, é o conhecimento que o aluno traz de casa. Conhecimento este que é fruto da sua convivência em sociedade, ou seja, são suas experiências de vida. Este conhecimento pode ser chamado de conhecimento prévio e cabe ao professor, em parceria com o aluno, identificar e relacionar a ele, novos conhecimentos.

Para o autor supracitado é o professor quem intermediará o conhecimento prévio do aluno com o conhecimento formal, com o conteúdo apresentado de forma

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

impressa ou visual (jornais, livros, televisão, vídeo). O aluno então formará novos conceitos, poderá organizar informações de maneira mais clara e essas informações servirão de âncora para as novas ideias que porventura virão. A cada momento, os conceitos mais relevantes “sofrerão” modificações em virtude do que o aluno já tem armazenado em sua memória.

Em outras palavras, o aluno, ao se dedicar à determinada área do estudo, não estará praticando apenas a leitura, mas também o armazenamento de informações de forma organizada. Dessa maneira, ele estará desenvolvendo aprendizagem quando este se dedicar à prática de resolução de problemas matemáticos, por exemplo. Tal dedicação amplia o raciocínio do indivíduo, fazendo com que este obtenha a resposta procurada em tempo hábil, pois:

> A estrutura cognitiva existente – a organização, estabilidade e clareza de conhecimentos de um indivíduo numa determinada área de matérias, em determinada altura – considera-se o principal factor [sic] a influenciar a aprendizagem e a retenção de novos materiais de instrução potencialmente significativos na mesma área de conhecimentos (AUSUBEL, 2003, p. 62).

Fazendo um elo com os pensamentos de Ausubel, Novak e Hanesian (1980) e Rehfeldt (2009), a estrutura cognitiva é todo o conteúdo/conhecimento que o indivíduo possui e que é apresentado de forma organizada por área específica. Para Moreira e Masini (1982, p. 4) estrutura cognitiva “é o complexo organizado resultante dos processos cognitivos, ou seja, dos processos mediante os quais se adquire e utiliza o conhecimento”. E Faria (1995, p. 47) baseado em Ausubel, Novak e Hanesian (1980) afirma que “a estrutura cognitiva apresenta um arcabouço de conceitos hierarquicamente organizados, que são as representações de experiência sensorial da pessoa”.

Em contraste com a aprendizagem significativa, Ausubel (2003) define a aprendizagem mecânica como sendo a aprendizagem que não apresenta interação com ideias relevantes na estrutura cognitiva do aluno. Enquanto a aprendizagem significativa armazena a informação de forma organizada, a aprendizagem mecânica armazena de forma aleatória e arbitrária. A aprendizagem mecânica nada mais é do que a memorização de fórmulas, leis e conceitos, segundo o autor.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

As duas aprendizagens, tanto a significativa, como a mecânica, são distintas entre si, segundo Moreira (2011). Segundo este autor, esse tipo de aprendizagem não pode ser confundido com a que há entre aprendizagem por descoberta e aprendizagem por recepção (AUSUBEL, 2003). De acordo com Ausubel, esta última é repassada ao aprendiz já pronta, em sua parte final, ou seja, ele apenas recebe as informações e as armazena. Já a aprendizagem por recepção é proveniente do buscar espontâneo do aprendiz, e se tal descoberta ligar conceitos relevantes, então é porque ocorre uma aprendizagem significativa.

Na perspectiva de Ausubel (2003), para que ocorra a aprendizagem significativa, quatro aspectos são necessários: a) O professor deve levar em consideração o que o aluno já sabe (conhecimento preexistente); b) Os materiais educativos devem ser potencialmente significativos; c) O aprendiz deve ter subsunçores relevantes para o que está sendo ensinado; e d) a pré-disposição do sujeito para aprender.

Em complemento, Ontoria *et al*. (1994, p. 11) argumentam que “as novas ideias só podem apreender-se e reter-se utilmente, desde que se refiram a conceitos ou proposições já disponíveis e proporcionadores de âncoras conceptuais [sic]”. Dependendo da associação da nova ideia com as já existentes, na aprendizagem significativa, segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), podem acontecer dois processos diferentes: a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora.

Moreira e Masini (1982, p. 21-22) definem diferenciação progressiva como “o princípio pelo qual o assunto deve ser programado de forma que as ideias mais gerais e inclusivas da disciplina sejam apresentadas antes e, progressivamente diferenciadas, introduzindo detalhes mais específicos”. Para Ausubel (2003), a diferenciação progressiva é possível alcançar com a utilização de uma série hierárquica de organizadores por ordem decrescente de inclusão. Antes de o aprendiz ser confrontado com qualquer novo material, os organizadores iniciais fornecem ancoragem a nível global.

Dessa maneira, a diferenciação progressiva fornece, de forma inicial, um modelo generalizado de relações de classes como ancorador geral para todas as

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

classes, subclasses, ou espécies particulares que estes incluem. Alunos expostos a organizadores privilegiados por princípios subordinantes relevantes e inclusivos de forma adequada, de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), têm melhor capacidade de ler e reter materiais desconhecidos.

Moreira e Masini (1982) e Ausubel (2003) destacam dois fatos que justificam a estrutura de organizadores a partir da diferenciação progressiva. Eles entendem que: (1) para o ser humano é mais fácil entender aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo do que, a partir de suas partes diferenciadas, se chegar ao todo; (2) a estrutura hierárquica é responsável pela organização do conteúdo de certa disciplina, na qual as ideias mais inclusivas estão no topo da estrutura, e continuamente incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusos e mais diferenciados.

A prática de ensino desprovida de integração de conceitos, dificilmente atingirá resultados expressivos, é o que dizem Ausubel, Novak e Hanesian (1980):

> Em materiais didáticos, às vezes, os conteúdos são segmentados em capítulos, sem observar a integração. Essa prática inadequada de ensino promove um caráter memorizador dos conteúdos e dificuldades na retenção dos conceitos. O ensino das ciências e da matemática pode ser um exemplo clássico, pois fórmulas e símbolos são memorizados e a resolução de problemas estereotipados não garante a aprendizagem. Assim, estudantes memorizam conceitos e fórmulas, na maioria das vezes, apenas para fins de avaliação (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN,1980, p. 44-45).

Sendo assim, cabe ao professor promover a diferenciação progressiva ao planejar suas aulas, bem como organizar os conteúdos, a fim de facilitar o estabelecimento de relações de semelhanças e diferenças entre conceitos ou proposições. Surge a um novo conceito: a reconciliação integradora. Nas palavras de Ausubel:

> A reconciliação integradora tem a tarefa facilitada no ensino expositivo, se o professor ou os materiais de instrução anteciparem e contra-atacarem, explicitamente, as semelhanças e diferenças confusas entre novas ideias e ideias relevantes existentes e já estabelecidas nas estruturas cognitivas dos aprendizes (AUSUBEL, 2003, p. 6).

As atividades propostas pelo professor, de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980) devem ser de tal forma, a proporcionar aos alunos o

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

reconhecimento explícito das semelhanças e diferenças, bem como conciliar as inconsistências reais ou aparentes. Segundo Ausubel (2003), a contradição entre o novo conhecimento e o conhecimento já adquirido e estabelecido na estrutura cognitiva do aprendiz, tem sido a principal dificuldade. Em tais circunstâncias, o aluno pode invalidar as novas proposições ou compartimentá-las como um aspecto isolado.

Baseado nos conceitos de Ausubel (2003), e em minhas observações cotidianas na sala de aula, é frequente a dissociação entre quadrado, retângulo e losango. No entanto, sabe-se que todo quadrado é também um retângulo, bem como todo quadrado é um losango. A mesma situação ocorre com figuras espaciais, como um cubo que também pode ser considerado como um prisma ou um paralelepípedo.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) é importante compreender que não são excludentes os processos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora, mas inerentes, acontecendo ao mesmo tempo. De acordo com os autores:

> [...] toda aprendizagem que resulta na reconciliação integradora resultará também na posterior diferenciação dos conceitos e proposições existentes. A reconciliação integradora é uma forma de diferenciação progressiva de estrutura que ocorre na aprendizagem significativa (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 104).

Para Rehfeldt (2009), a reconciliação integradora é mais eficiente se o aluno tiver a capacidade de reconciliar por si só seus próprios conceitos, de estabelecer as semelhanças e diferenças, de reunir novos significados. Outros autores, como Novak (1977), conforme afirmam Moreira e Masini (1982) argumentam ainda que para alcançar a reconciliação integradora de forma eficiente, o ensino deve ser organizado das partes para o todo, ou do todo para as partes; ou ainda, do simples para o complexo, ou do complexo para o simples.

Assim, o professor deveria organizar materiais e atividades que poderiam promover ambos os processos, constituindo-se num organizador. Esse organizador é um mecanismo pedagógico que auxilia na implementação destes princípios,

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

fixando o que o aprendiz já sabe com o que ele precisa saber, caso necessite aprender novos conceitos.

Na compreensão de Ausubel:

> O organizador avançado resolve esta dificuldade desempenhando um papel de mediador, i.e., sendo mais relacional e relevante para o conteúdo *particular* [grifo do autor] da tarefa de aprendizagem específica, por um lado, e para com o conteúdo mais *geral* [grifo do autor] das ideias potencialmente ancoradas, por outro. Também facilita a aprendizagem através da alteração destas ideias, no sentido do conteúdo particular da matéria de aprendizagem (como resultado de o aprendiz as estudar antes de estudar a matéria de aprendizagem) (AUSUBEL, 2003, p. 11).

Outro aspecto a ressaltar na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003) são as evidências de que a referida aprendizagem ocorreu. O autor define isso como evidências na observação da aprendizagem significativa. Assim, quando se fala em aprendizagem significativa, deve-se pensar de que forma isso poderá ocorrer. Para o autor podem-se observar apenas indícios de sua existência. De acordo com Moreira (1999), esta se dá a partir da compreensão genuína/verdadeira de um conceito ou proposição que são os significados claros, precisos, diferenciados e intransferíveis.

Mas, para se testar tal compreensão, caso peça aos alunos que digam algum atributo, conceito ou proposição de elementos essenciais, é possível que se obtenha deles apenas as respostas memorizadas e mecânicas. Isso pode acontecer pelo fato de os alunos passarem por longas experiências nos exames que lhe são propostos, fazendo com que se habituem a memorizar o problema de forma geral, isto é, todas as fases: o problema, a explicação, o modo de resolver e as fórmulas utilizadas na solução deste, pois o problema já se tornou familiar para eles.

Para evitar a simulação de aprendizagem significativa Moreira (1999), baseado na teoria de Ausubel sugere aplicar questões/problemas novos e atípicos, ao ponto de requerer dos alunos o máximo possível do conhecimento outrora adquirido. Sugere ainda que se façam testes de compreensão formulados de maneira diferente do habitual, diferente dos que estão nas aulas previamente planejadas.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Neste trabalho a aprendizagem significativa foi observada no estudo dos sólidos geométricos. Desta forma, torna-se imprescindível a inclusão do próximo item: a geometria espacial.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

2.2 Geometria espacial

A Geometria, de acordo com Baldissera (2007) é um ramo da Matemática que estuda as formas planas e espaciais com o auxílio de suas propriedades. Ela também permite, com o uso de conceitos elementares, construir objetos mais complexos como pontos especiais, planos de todos os tipos, ângulos e até centro de gravidade dos objetos.

Foi a partir da necessidade de constante organização do espaço de terra destinada ao plantio, bem como aos conflitos constantes e inundações frequentes que deu-se origem à palavra geometria que, em grego significa medir terra (geo = terra; metria = medir). Para Baldissera (2007), se buscarmos na história sua origem, talvez a Geometria tivesse início com Euclides, quando este escreveu os Elementos em 300 a. C. Nesta época, segundo o autor, a Geometria teria surgido de forma lógica e organizada, o que leva a crer que ela já era ensinada nas escolas por meio dos estudos axiomáticos e das demonstrações de teoremas.

De acordo com Lyudmil (2007), a geometria teve como berço o Egito:

> A Geometria foi descoberta pelos egípcios como resultado das medidas de suas terras, e estas medidas eram necessárias devido às inundações do Nilo, que constantemente apagavam as fronteiras. Não existe nada notável no fato de que esta ciência, da mesma forma que as outras, tenha surgido das necessidades práticas do homem. Todo o conhecimento que surge de circunstâncias imperfeitas tende por si mesmo aperfeiçoar-se. Surge das impressões dos sentidos, porém, gradativamente converte em objeto de nossa contemplação e finalmente entra no campo do intelecto (LYUDMIL, 2007, p. 39).

Para Boyer (1996), Heródoto acreditava que a geometria surgira em virtude da necessidade prática de medir as terras e Aristóteles entendia que a Geometria surgira como uma prática de lazer entre os sacerdotes egípcios. Membros das classes mais elevadas acreditavam que a Geometria surgiu do cotidiano, no trabalho

e no lazer. Mas, segundo Aleksandrov (1985) a Geometria levou muito tempo para se transformar em teoria matemática.

Já para Freudental (1973), a geometria iniciou bem antes de Euclides, ou seja, no momento em que o homem necessitou organizar suas experiências espaciais. De acordo com Eves (1969), foi a partir de observações que o homem passou a perceber as regularidades através de comparações entre as formas existentes na natureza, formas que iam desde a teia de aranha ao contorno circular da lua. Desta forma, o homem construiu a geometria por intuição, (ou geometria intuitiva), que posteriormente, tornou-se geometria científica.

No entanto, concordando com Heródoto e Aristóteles, Engels (1975) afirma que da necessidade do trabalho do homem surgiu o geometrizar, e como pontua Eves (1969), foi observando as formas geométricas na natureza, que o homem de forma ativa, reproduziu formas de objetos tais como: as curvas para as panelas de barro, as retas para as cordas e arcos. O homem fez isso a fim de satisfazer suas necessidades, sendo então reconhecidas com abstração material.

Por outro lado, na visão de Baldissera (2007) e Gerdes (1992) a geometria nasceu como ciência empírica ou experimental, para depois se tornar uma ciência Matemática capaz de estabelecer relações entre o desenvolvimento das técnicas de confecções de objetos e antigos meios, despertando então o conhecimento geométrico.

Gerdes (1992) considerou que não existiam formas naturais que se distinguissem a serem observadas pelo ser humano, pois este passou, de forma criativa, a elaborar seus instrumentos, descobrir as vantagens, semelhanças e regularidades de determinadas formas. Dessa maneira, passou então a construir objetos parecidos com outros, simplificando a reprodução, o que fez crescer o interesse pelas formas ao ponto de descobrir sua beleza e reproduzi-la noutras situações.

Ainda citando Gerdes (1992), o pensamento matemático libertou-se da necessidade material, dando início ao conceito da forma. E como sabemos, o mundo

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

está repleto de formas. Formas dos mais diversos tipos: um dado, uma lata de leite, uma caixa de fósforos. Faltaria espaço para descrever todas as formas existentes em todos os lugares. Essas formas podem ser vistas e apreciadas por todas as idades: desde a mais tenra idade ao mais experiente adulto.

Eves (2002) afirma que a Geometria e o pensamento geométrico fizeram e continuam a fazer parte no processo de evolução histórica do ser humano, pois o homem tem utilizado constantemente os sólidos geométricos que estão no espaço. Para o autor, a construção da noção de espaço na criança se dá gradativamente com a percepção de si mesma até a percepção do espaço e do mundo que o cerca, para posteriormente, abstrair para a sua representação. O autor endossa esta ideia quando afirma que ao seguir esse pensamento a geometria é a área da Matemática que foi pioneira no seu desenvolvimento, estimulando o ser humano, pois foi exigida pela necessidade prática do uso do espaço. Quanto maior e melhor a noção de espaço e a estrutura de percepção espacial do homem, tanto melhor será a projeção do espaço vivido por ele através do desenho. Assim, é natural que o ser humano desenhe as coisas simples que vê, que sente, as quais vivencia no seu dia a dia. Na antiguidade, o registro do cotidiano era desenhado nas paredes das cavernas. Foi assim que o homem primitivo construiu e contou a sua história preservando, segundo Eves (2002, p. 22), “os registros de suas caçadas em pinturas murais elegantes e detalhadas”.

Para Radaelli (2010) ao abandonar a vida nômade, o ser humano necessitou de conhecimentos geométricos intuitivos para sua sobrevivência. O aperfeiçoamento das noções de geometria surgiu com a necessidade de transformar a natureza em busca de conforto. Dessa forma, o ser humano contribuiu para a evolução das formas e medidas geométricas. Isto causou, segundo a autora, a emersão de grandes modificações culturais, aumento da população e escassez de alimento proveniente da caça, e forçando-os a ampliar o investimento na agricultura.

> O cultivo da terra significou irrigação dos vales do norte da África e do Oriente Médio onde a chuva era muito escassa; as periódicas cheias do Amarelo, do Nilo, do Tigre e do Eufrates significaram construção de barragens – atividade que requeria não só cooperação e a arte da engenharia como também, igualmente, um sistema de preservação de registro. Os agricultores precisavam saber quando as enchentes ou a

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

> estação das chuvas chegariam, e isso significaria calendário e almanaques. Os proprietários de terras mantinham anotações escritas sobre a produção agrícola e traçavam mapas que especificavam as valas de irrigação (EVES, 2002, p. 53).

Com essas mudanças ocorridas, outras necessidades surgiram, estimulando novos avanços:

> [...] Junto com a capacidade de ler e escrever veio à necessidade de novas tecnologias. Os primeiro engenheiros planejaram barragens e sistemas de irrigação. Os arados de metal eram melhores do que os de madeira; o homem aprendeu a forjar o bronze por volta de 3000 a.C. e o ferro por volta de 1100 a.C. A necessidade de instrumentos especializados gerou a necessidade de mais uma nova classe social: os artesãos especializados (EVES, 2002, p. 53).

Eves cita ainda como exemplo o artesão que desenvolveu as relações de medidas ao criar seus instrumentos, tendo como objetivo a organização e aproveitamento do espaço no ambiente natural que lhe fora proporcionado. À medida que produzia seu alimento, possibilitava dar formas aos objetos, visando sua utilidade e praticidade, recriando objetos encontrados no meio ambiente no qual vivia, aperfeiçoando de acordo com a necessidade, superando os limites da natureza. Dessa forma, os povos antigos "trabalharam metais; construíram cidades; desenvolveram empiricamente a matemática básica da agrimensura, da engenharia e do comércio" (EVES, 2002, p. 56).

Atualmente, matemáticos contemporâneos, como: Helon Lages Lima[1], Paulo Cezar Pinto Carvalho[2], Eduardo Wagner[3], entre tantos outros estão constantemente buscando evolução e aperfeiçoamento no seu trabalho manual. Os referidos matemáticos são idealizadores do Programa de Aperfeiçoamento para Professores do Ensino Médio – PAPMEN[4] e desenvolvem a noção abstrata da forma, passando a dominar as relações geométricas já vistas no mundo antigo. É construindo objetos de maneira eficiente que o indivíduo pode pensar melhor sobre o uso diferenciado do espaço, localizando-se com mais facilidade e se organizando melhor,

[1] Professor, membro da Sociedade Brasileira de Matemática e idealizador do PAPMEN.
[2] Professor, membro da Sociedade Brasileira de Matemática e idealizador do PAPMEN.
[3] Professor, membro da Sociedade Brasileira de Matemática e idealizador do PAPMEN.
[4] O programa citado acontece semestralmente no Rio de Janeiro, e é transmitido via teleconferência para muitas universidades federais de todo o Brasil.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

compreendendo as formas e suas utilizações, obtendo assim melhor qualidade de vida.

Segundo Angeli (2007), ao iniciar o estudo da geometria espacial, uma grande ênfase é dada à visualização de situações geométricas e à sua representação no plano. Sem tais habilidades é praticamente impossível desenvolver qualquer trabalho em geometria. A geometria é considerada uma ferramenta que descreve o espaço no qual vivemos. É usada em aplicações e é, segundo o autor, a parte da matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade. Ela tem sido estimulada tanto na própria matemática, quanto em outras disciplinas, como na ciência da computação e nas artes.

Angeli (2007) sugere ainda que, melhor do que o estudo do espaço é o estudo da geometria por meio da investigação do “espaço intelectual” já que esta começa com a visão e percepção. Ela vai do que pode ser percebido para o que pode ser concebido, isto é, instiga o aluno a pensar de forma concreta, ou seja, dá forma ao “abstrato”. Atividades de caráter geométrico, de acordo com o autor, mudam as atitudes matemáticas dos alunos e a geometria é um componente importante inclusive no desenvolvimento da aritmética e da álgebra.

Neste contexto, a Geometria deveria ser trabalhada ao longo de todo o ano, não apenas de forma teórica, mas principalmente de forma prática, fazendo com que os alunos construam sólidos, familiarizando-se cada vez mais com seus componentes, chegando ao ponto de, na íntegra, visualizá-la no dia a dia, aplicando o conhecimento de forma consciente. É importante transformar a teoria em prática, ao invés de decorar fórmulas apenas para avaliação, como habitualmente acontece.

No item a seguir descrevo a importância do ensino da geometria na escola para alunos da Educação Básica.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

2.3 A importância do ensino de Geometria espacial na Escola Básica

Esta pesquisa teve por finalidade despertar a imaginação e a criatividade dos alunos no que diz respeito à construção e manipulação de sólidos geométricos, para que estes sejam percebidos e notados no cotidiano dos alunos. Neste sentido, tornou-se necessário desenvolver tópicos simples e básicos da geometria, tais como reta, vértices, triângulos e quadriláteros, bem como o estudo dos sólidos, para que ao manuseá-los, os alunos atentem para a presença destes em todos os lugares, tais como: em casa, na rua, nas praças, no supermercado, enfim, no dia a dia e consigam resolver seus problemas.

Como professor, o que percebo atualmente nas escolas é que a geometria espacial, geralmente, é repassada aos alunos de forma independente, sem vínculo com a geometria plana. Porém, concordando com o que diz Moraco (2006), ambas devem ser apresentadas aos alunos de forma conjunta. Embora elementos da geometria espacial possam ser observados nas formas da natureza, nas construções civis, nas decorações residenciais, comerciais ou nas praças, e ainda, nas embalagens dos produtos comprados nos supermercados, nota-se que nem sempre um aluno sabe, por si só, que as formas citadas acima e visualizadas por eles estejam relacionadas a este tema. Neste caso, torna-se importante desenvolvê-la em sala de aula, para que eles possam compreendê-la e solucionar problemas práticos do cotidiano, bem como fazer comparações, estimativas, e reconhecer as propriedades geométricas, ou ainda, formalizar o conhecimento informal que cada um tem e traz de sua cultura (BRASIL, 2006).

Acredito que compete ao professor investigar os conhecimentos que os alunos possuem em relação a este tema e explorar os conceitos de geometria espacial, fazendo-os compreender as relações entre os elementos, as fórmulas e comparar com a realidade. Segundo Hoffer (1981), o objetivo da geometria é o desenvolvimento da percepção ao ponto de, por si só, obter a capacidade de construir, demonstrar, distinguir, comparar objetos, construções, decorações, embalagens com o conteúdo que viram em sala de aula.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Também nos Parâmetros Curriculares da Matemática para o Ensino Médio (2006) está expresso:

> O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do quotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes (BRASIL, 2006, p. 75).

Porém, o professor ao decidir pôr em prática tal plano, depara-se com outra realidade, isto é, os alunos pouco conseguem relacionar os conceitos, usar as fórmulas, identificar cada sólido ou ainda, compará-los entre si. Tal dificuldade é verificada tanto na geometria plana como na geometria espacial, sendo que nesta última, a dificuldade é maior, segundo minha percepção empírica. E levando em conta que há ainda professores que, talvez por falta de tempo, (conteúdo extenso) ou pelo motivo de não terem o domínio necessário ou suficiente para ensinar este conhecimento aos alunos, acabam por deixá-la de lado, tratando-a de forma superficial, negligenciando-a.

E essa negligência, de acordo com Oliveira (1998), Pirola (1995) e Viana (2000) faz com que os alunos apresentem dificuldades de reconhecimento das figuras geométricas planas e espaciais. Os autores sugerem que tal negligência seja reparada ao ponto de propor novas formas de aperfeiçoamento no/do ensino de geometria, tanto plana como espacial. O que se pode notar é que a geometria espacial muitas vezes é apresentada aos alunos de forma separada pelos próprios professores.

Krutetsky (1976) defende que a geometria espacial pode ser aprendida desde que se respeitem o desenvolvimento da habilidade de cada aluno, no mesmo espaço de tempo. Para Pires (2000) e Ponte (2003), os professores devem estar cientes de que os conceitos de geometria serão adquiridos pelos alunos a partir de observações, comparações entre figuras vistas de diferentes pontos. Segundo Pavanello (2001, p. 183), “os professores ao ensinar Geometria, pouco se

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

preocupam em trabalhar as relações existentes entre as figuras, fato esse que não auxilia o aluno a progredir para um nível superior na compreensão de conceitos".

Moraco e Pirola (2005) trabalharam com o objetivo de verificar o modo como os alunos do Ensino Médio entendem a linguagem geométrica e suas propriedades. Esses objetivos tiveram suas bases nos níveis de Van Hiele - que trata de reconhecimento, análise, abstração, dedução e rigor – o qual verificou que ao resolver problemas geométricos, os alunos desenvolvem suas habilidades, seja elas de percepção, desenho, no plano, construção no espaço (3D). Essas habilidades possibilitarão soluções de problemas do cotidiano, desde a criação de um simples desenho ou brinquedo, como montar um equipamento simples ou não.

E, segundo as autoras supracitadas, se não tiver tal preparo, ou se o aluno não possuir os conceitos geométricos, o que é simples pode oferecer dificuldades em sua resolução, causando a estes, desmotivação. E diante de tantos desafios, num mundo cada vez mais globalizado, com tecnologias avançadas, torna-se interessante o conhecimento da geometria, pois esta é importante para que se tome parte na construção dos conhecimentos tecnológicos, conhecimentos que cada cidadão deve se apropriar (KUENZER, 2005). Dessa forma, criar um modo de articulação entre o saber teórico e o saber prático formará alunos/cidadãos que desempenhem suas atividades, capacidades e habilidades no que diz respeito ao uso da Matemática, em especial a geometria.

Muitos trabalhos têm focalizado, de maneira crescente, a atenção na construção de sólidos como elemento motivador da aprendizagem significativa – na perspectiva ausubeliana –, entre eles, destaco as dissertações intituladas "Ensino e Aprendizagem da Geometria Espacial a partir da Manipulação de Sólidos" (VIDALETTI, 2009), "Aprendizagem Significativa, explorando alguns conceitos de geometria analítica: pontos e retas" (CORREIA, 2011), "Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: uma proposta para a aprendizagem de Geometria Básica" (SOARES, 2009) e "*Propuesta Metodológica de enseñanza y aprendizaje de la Geometría, aplicada em escuelas críticas" (*TORRES, 2005*)*, bem como os eventos XIII CIAEM - Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife, Brasil, 2011 e o 4º CUREM – Congreso Uruguayo de Educación Matematica, 2011. Nos

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

referidos eventos alguns trabalhos demonstraram que as aulas práticas realizadas com os alunos confirmaram-se como uma metodologia favorável à aprendizagem significativa.

De acordo com Vidaletti (2009), a partir da proposição do trabalho, as dificuldades dos discentes em relação a este assunto foram minimizadas e favoreceu a aplicação prática na resolução de problemas do cotidiano, do interesse dos alunos, motivando-os a relacionarem a importância do que já aprenderam com os conteúdos trabalhados no momento. Dessa forma, para a autora, a geometria espacial dos sólidos, através da construção de embalagens, representa um suporte à aprendizagem significativa, configurando-se em uma ferramenta capaz de organizar e representar o conhecimento em termos de conceito e prática.

Diante do cenário acima descrito reporto-me a Freire (2011) quando este diz que o professor não é aquele que ensina, mas, o que de repente aprende e com isto deparei-me com situações questionáveis na minha prática docente: como ensinar e aprender? O que ensinar e aprender? Qual a melhor forma de ensinar os conceitos geométricos? Qual a contextualização adequada para que a aprendizagem seja notada? Em se tratando de situações tais em que o aluno é o principal agente, há necessidade do professor se adequar. Porém, quando se pensa na estrutura da escola para o professor desenvolver seu trabalho (aulas práticas de geometria espacial), às vezes, se esbarra na falta de um laboratório de matemática, equipado com instrumentos adequados para serem usados com a orientação do professor.

Neste trabalho, meu objetivo foi analisar a ocorrência de aprendizagem significativa em cálculos de área a partir da construção de triângulos, quadriláteros e hexágonos com canudos e linhas; e, cálculos de volume a partir da construção de sólidos geométricos com canudos e linha, jujubas e palitos pontiagudos (goma de mascar e palito de dente), cartolina e papel cartão.

As atividades práticas foram desenvolvidas com o intuito de superar ou tentar superar os problemas de aprendizagem existentes em relação aos conteúdos de geometria espacial. Ainda procurou-se motivar atividades em grupo, com problemas práticos e contextualizados, tendo por finalidade despertar para os conhecimentos

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

de geometria espacial, bem como apurar as habilidades matemáticas para dar solução aos problemas existentes no cotidiano dos alunos. Por último, busquei contribuir para o crescimento do processo de ensino e de aprendizagem dos alunos do Ensino Médio da escola onde desenvolvi a prática pedagógica. O fato de os alunos tomarem parte na construção dos sólidos contribuiu em muito com o rendimento extraclasse.

No próximo capítulo apresento os procedimentos metodológicos, bem como a caracterização detalhada da pesquisa sobre o perfil socioeconômico dos alunos (APÊNDICE A), dos instrumentos de coleta de dados (APÊNDICE B), e por fim o questionário de avaliação de aprendizagem (APÊNDICE C).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

3. CAMINHOS METODOLÓGICOS

A pesquisa foi conduzida a partir dos seguintes questionamentos: alunos que iniciam o estudo de sólidos geométricos pela sua construção com materiais manuseáveis como palitos pontiagudos, goma de mascar (jujubas), canudinhos, linhas, cartolina e papel cartão conseguem compreender melhor as fórmulas para realizar os cálculos de superfície e de volume? Há evidências de aprendizagem significativa dessas fórmulas a partir do uso de materiais manuseáveis?

Para entender em que medida os alunos compreendem as fórmulas e os cálculos geométricos a partir da construção de sólidos com materiais alternativos com evidências de aprendizagem significativa, a coleta de dados foi realizada a partir de instrumentos como questionário socioeconômico dos alunos participantes; questionário de conhecimentos prévios sobre a geometria espacial diário de bordo das atividades da pesquisa e do questionário avaliativo, explorados após a prática pedagógica.

Foi adotada a pesquisa-ação como metodologia para intervenção, desenvolvimento e mudança dos sujeitos pesquisados (GIL, 2010). A relevância da pesquisa-ação para este trabalho deve-se ao fato de que ela permite “[...] além de compreender, intervir na situação, com vistas a modificá-la. O conhecimento visado articula-se a uma finalidade intencional de alteração da situação pesquisada” (SEVERINO, 2008, p. 120) e a análise desses dados se efetivou a partir da discussão em torno dos dados obtidos, de onde decorreu a interpretação dos resultados, conforme Gil (2010).

A pesquisa-ação pode ser entendida como “um tipo de pesquisa em base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou ainda, com a resolução de um problema coletivo onde todos os pesquisadores e participantes estão envolvidos de modo cooperativo e participativo” (THIOLLENT, 1985, p. 14). Para Gil (2010, p. 42) a “pesquisa-ação tem características situacionais, já que procura diagnosticar um problema específico numa situação específica, com vistas a alcançar algum resultado prático”. Assim, de acordo com os autores citados, neste estudo a pesquisa-ação foi de fundamental importância na elaboração de um plano que indicou os objetivos que se pretendeu atingir, o público beneficiado com a pesquisa, assim como os procedimentos que foram adotados para assegurar a participação do público-alvo.

Dessa forma, Gil (2010) argumenta que o planejamento da pesquisa-ação envolve a ação do pesquisador e dos grupos envolvidos, o que privilegia o contato com o campo em que está sendo desenvolvida. Na pesquisa-ação, ainda segundo o autor, diversas técnicas são adotadas para coletas de dados, como a utilização de questionários, por exemplo, questionários estes que buscam conhecer a realidade do público pesquisado, suas histórias de vida e seus conhecimentos prévios.

Em relação à análise e interpretação dos dados, na pesquisa-ação, se privilegia a discussão em torno dos dados obtidos de onde decorre a interpretação dos seus resultados com contribuições teóricas relevantes e também do público participante.

Seguindo esta linha de pensamento, na análise dos dados utilizei palavras, frases, temas e falas dos alunos que foram considerados como elementos representativos e que podem ser compreendidos fora do contexto original em que se encontravam. Neste estudo, os alunos foram identificados apenas pelas iniciais dos seus nomes para preservar o anonimato. Para aqueles que têm nomes que começam com a mesma letra, acrescentei um índice numérico para diferenciá-los.

O estabelecimento de ensino em que realizei a intervenção pedagógica foi a escola em que desenvolvo minhas atividades docentes, que está localizada na zona oeste de Boa Vista-RR. Suas salas são amplas e a maioria das turmas é composta

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

por número reduzido de alunos, o que favorece o relacionamento professor/aluno e aluno/aluno, bem como o aprendizado, pois assim, se torna mais fácil o professor atender de forma individual cada aluno. A escola, por estar localizada distante do centro da cidade, é discriminada pela distância e pelo histórico de violência.

Essa situação está mudando a cada dia em virtude dos trabalhos conjuntos realizados pelos poder público e comunidade escolar. Com aproximadamente 45000m^2, a escola apresenta uma estrutura muito boa, pois é a única escola pública que possui uma piscina, mas, que por falta de recursos para a manutenção, não está em uso atualmente. A escola ainda possui uma quadra coberta, um campo de futebol *society***,** além de laboratório de informática, salas de aulas, sala de professores e salas administrativas. Oferece os programas Mais Educação, Ensino Médio Inovador, além de projetos como: feira de iniciação científica, visita domiciliar, simulados, Legião Urbana, Varal da Poesia e Programa Força no Esporte (este em parceria com o Exército Brasileiro).

A escola não possui um laboratório de matemática, o que favoreceria a aplicação das minhas atividades práticas. Em alguns momentos, as aulas práticas foram desenvolvidas na biblioteca, por ser um ambiente mais apropriado pela existência de mesas grandes, que poderiam ser utilizadas por até três alunos simultaneamente para medir, recortar e colar.

Quanto às atividades da estratégia de ensino, estas foram elaboradas e desenvolvidas em dois momentos: o primeiro foi a construção de figuras planas como o triângulo e o quadrado. O objetivo da construção do triângulo foi a percepção da desigualdade triangular como condição de existência deste. Já o objetivo da construção do quadrado, foi a verificação das condições de existências deste, como lados iguais e ângulos iguais e também o cálculo da diagonal do quadrado como d=l$\sqrt{2}$. Neste primeiro momento, os materiais utilizados foram canudinhos, linha. As atividades desenvolvidas e o tempo aproximado de duração para realização de cada uma estão apresentadas na Tabela 1, a seguir:

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Tabela 1: Cronograma da primeira parte das atividades.

Atividade	***Nº de Aulas = Nº de encontros***
Cortar os canudos e em seguida, passar a linha pelo interior, e amarrar suas pontas a fim de construir o triângulo.	1h/a
Medir e cortar o canudo ao ponto de não conseguirem montar o triângulo após amarrar as pontas da linha.	1h/a
Discutir entre primeira construção (de medidas quaisquer) e a segunda construção (5cm, 6cm e 12cm), e a desigualdade triangular.	2h/a
Discutir a desigualdade triangular com as medidas 5cm, 6cm e 12cm que não formaram um triângulo.	2h/a
Com canudo, régua, tesoura e linha construir uma figura que tem a forma de um quadrado.	1h/a
Construir um quadrado de medida do lado a definir. Em seguida, calcular a medida da diagonal.	1h/a
Calcular a diagonal de um quadrado cujo lado media $6\sqrt{2}$cm.	1h/a
Calcular a medida do lado do quadrado de diagonal $5\sqrt{2}$cm.	1h/a

Fonte: o Autor da pesquisa, 2013

O segundo momento constituiu-se na construção dos sólidos utilizando os seguintes materiais: canudinhos, linha, palitos pontiagudos, goma de mascar (jujubas), cartolina e papel-cartão, além dos instrumentos de desenho geométrico, tais como régua, esquadro, compasso e transferidor. Ainda foram utilizados livros didáticos, dicionários, quadro e pincel. Todos os participantes receberam os materiais manipulativos referentes a cada atividade. Este segundo momento teve como objetivo o cálculo da superfície e volume dos sólidos, e confecção de objetos/sólidos para decoração de ambientes, e finalmente, caixas de presentes. As atividades desenvolvidas e o tempo aproximado de duração para realização de cada uma estão apresentadas na Tabela 2, a seguir:

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Tabela 2: Cronograma da segunda parte das atividades.

Atividade	***Nº de Aulas = Nº de encontros***
Com 4 vértices e 6 arestas construir um sólido no qual de cada vértice partem 3 arestas, cujas faces têm a forma de triângulos equiláteros.	1h/a
Com 8 vértices e 12 arestas construir um sólido em que partem 3 arestas de cada vértice e possui faces quadrangulares.	1h/a
Com 6 vértices e 12 arestas, construir um sólido no qual partem 4 arestas de cada vértice, cujas faces têm a forma de triângulos equiláteros.	2h/a
Com 12 vértices, e 30 arestas, construir um sólido no qual partem 5 arestas de cada vértice e possui faces triangulares.	2h/a
Com 20 vértices, 30 arestas, construir um sólido no qual partem 3 arestas de cada vértice, cujas faces são pentágonos regulares.	1h/a
Construir um prisma de face triangular e de uma pirâmide de base quadrada.	1h/a
Construir um prisma com 10 vértices e 15 arestas.	1h/a
Comprovar a Relação de Euler.	1h/a
Construir o cubo com cartolina.	1h/a
Calcular o volume através de cubinhos.	1h/a
Calcular o volume e a superfície de sólidos em sala de aula.	2h/a
Calcular a quantidade de madeira para construir uma caixa cúbica de 10 cm de aresta.	1h/a
Calcular a quantidade de madeira para construir uma caixa cúbica de 10 cm de aresta, sem tampa.	2h/a
Calcular quantas viagens são necessárias para transportar 435 cm^3 de areia numa caixa cúbica de 5 cm de aresta.	2h/a

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Calcular a área/superfície total de um cubo sabendo que seu volume é de 3375 cm^3.	2h/a
Calcular a área e o volume de um paralelepípedo que possui as 3 dimensões diferentes.	2h/a
Calcular o volume, a superfície, a quantidade de ladrilhos e vazão de uma piscina cujas dimensões são 2m, 8m e 15m.	4h/a
Construir uma caixa sem tampa com uma folha de papel sulfite para obter o maior volume possível.	1h/a
Construir um prisma de base triangular e calcular sua superfície total e volume.	2h/a
Construir um prisma de base quadrangular e calcular a sua superfície e o seu volume.	2h/a
Calcular o volume do prisma de base triangular cujas arestas da base medem 4 cm e altura mede 8 cm.	3h/a
Calcular área total do prisma de base quadrada cujas arestas da base medem 3cm e sua altura 12cm, conforme figura 25.	2h/a
Calcular a capacidade do galpão de dimensões 10m x 6m x 5m e telhado com 10m x 5m x 5m.	2h/a
De um bloco cúbico de madeira de aresta 3 cm, recorta-se um sólido na forma de H como mostra na figura 27. Calcular o volume do sólido após recortado.	4h/a
Construir um prisma hexagonal cujas arestas da base mede 6cm e altura mede 15cm, em seguida calcular sua superfície total e volume.	4h/a
Demonstrar e construir um cilindro, além de calcular sua superfície e volume.	3h/a
Construir a caixa de presente com papel-cartão.	5h/a

Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Ao final das construções eles foram orientados a comparar as construções realizadas com canudinhos, com cartolina e com papel cartão às embalagens dos produtos de supermercados e as de presentes. Ainda foram estimulados a refletir sobre a contribuição financeira que eles poderiam proporcionar às suas famílias ao confeccionarem as embalagens, caso fornecessem às lojas, em especial, aquelas que trabalham com perfumaria e comércio em geral.

A observação de evidências da aprendizagem significativa foi realizada por meio da análise durante a construção dos sólidos: tetraedro, hexaedro, octaedro, pirâmide, prisma, cilindro. Observou-se também se os alunos foram capazes de calcular superfície e volume destes sólidos. Isso foi investigado por meio de exercícios diferentes dos que foram resolvidos em sala de aula. A expectativa é que, futuramente, parte desses sólidos, construídos pelos alunos, possa ser doada para o laboratório de matemática da escola. A seguir explicito com mais detalhes cada atividade realizada, em ordem cronológica.

Explorei dois questionários com a turma participante deste estudo. O primeiro, a pesquisa socioeconômica (APÊNDICE A) teve como objetivo conhecer o perfil de cada aluno, família, trabalho, atividades do dia a dia, bem como problemas que cercam a vida de cada um. Todos responderam este questionário, porém alguns não compreenderam os enunciados, necessitando da minha intervenção enquanto respondiam, isto é, tive que expressar de forma mais simples para que os alunos pudessem compreender algumas das questões.

Já o segundo questionário (APÊNDICE B) buscou identificar os conhecimentos dos alunos (identificação dos subsunçores) acerca do manuseio dos instrumentos de medidas e de desenhos tais como: régua, esquadro, transferidor e compasso. Ainda foi avaliado o conhecimento dos alunos em relação às figuras planas como o triângulo, o quadrilátero, o pentágono; e, aos sólidos, como o tetraedro, o hexaedro, o octaedro, o prisma, a pirâmide e o cilindro. Nesse questionário, a identificação de conhecimentos prévios envolveu ainda: geometria espacial, construção de sólidos e de figuras planas, forma de uso de materiais de desenho, associação da geometria espacial e plana com as formas encontradas na

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

natureza, nas construções do homem, nas embalagens de presentes, nos objetos de decoração de ambientes.

Neste segundo questionário, os alunos sentiram dificuldades em algumas questões, tendo novamente de intervir para facilitar a compreensão. Porém, não obtive resultados muito satisfatórios neste instrumento, pois o assunto foi novidade para a turma, que também apresentava limitações ao manusear os instrumentos de desenhos como o compasso, transferidor, esquadro e régua. Eles sabiam manusear apenas a régua. Os demais instrumentos, embora fossem do conhecimento deles, não tinham ideia de como utilizá-los.

Após as pesquisas realizadas, iniciei a prática pedagógica conforme o cronograma das Tabelas 1 e 2. Distribuí a cada aluno os materiais como: canudos de refrigerante, linha e tesoura para a construção do triângulo[5]. Em seguida, iniciamos a construção do quadrado. Novamente distribuí os materiais para a sua construção. O termo quadrado[6] despertou a curiosidade dos alunos, pois, com o uso da régua mediram, e com a tesoura cortaram o canudo em 4 pedaços praticamente iguais. Todos conseguiram formar o quadrilátero solicitado. Em seguida, adicionaram a diagonal para que o quadrilátero mantivesse firme e com os ângulos iguais. Tratamos também da condição de existência para a formação de um quadrado regular.

Na aula seguinte, como percebi que eles não sabiam manusear os instrumentos de desenhos, distribuí papel, compasso, esquadros e transferidor para cada aluno. Construí com eles as figuras planas através dos instrumentos de desenho.

Nas aulas seguintes, iniciamos a construção dos sólidos. Novamente distribuí os materiais e as regras de construção. O primeiro sólido construído foi o tetraedro,

[5]Foi solicitado que desconsiderassem a espessura dos canudos, para que a figura construída suscitasse a ideia de triângulo após amarradas as duas pontas com a linha passada por dentro destes.

[6] Novamente, solicitei que desconsiderassem a espessura do canudo para que a figura suscitasse a ideia de quadrado e que isso seja considerada apenas como face do prisma construído pelos canudos.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

em seguida, o cubo ou hexaedro. Estes dois sólidos foram construídos com canudos e linha. Nesta aula trocamos os canudos e linhas por jujubas e palitos de dentes. Os sólidos construídos foram o hexaedro, o octaedro, o icosaedro, o dodecaedro, a pirâmide de base quadrangular, o prisma de base triangular e o de base pentagonal. Houve um pouco de resistência, mas, todos concluíram com êxito suas construções.

Após essa fase, instruí os alunos a construir os sólidos com cartolina. Para estas construções, eles tiveram que utilizar os esquadros, transferidor, régua e compasso. Os sólidos construídos foram o tetraedro, o cubo, o paralelepípedo, os prismas de bases triangular, quadrada e hexagonal. Além de construir os sólidos foi calculado a superfície e o volume de alguns deles.

Por último, foi realizada a construção de caixas de presentes, ou objetos de decoração. Afinal, este era um dos objetivos deste trabalho. Para esta última aula, substituímos a cartolina pelo papel-cartão. A aceitação foi positiva, o que acredito ter interferido na qualidade das construções das caixas. Os sólidos escolhidos foram o tetraedro, cubo, prisma de base quadrada e hexagonal. Vale ressaltar que a partir das construções com jujubas e palitos de dente, os trabalhos foram realizados em duplas para incentivar o companheirismo entre eles.

Na última aula da intervenção pedagógica foi realizado um questionário de avaliação das aulas (APÊNDICE C), tendo como finalidade opinião dos alunos a respeito das aulas práticas e relação desta com o conhecimento teórico obtido durante a prática pedagógica. Também procurei saber se aprovaram, se consideraram interessante a metodologia usada, bem como os materiais alternativos utilizados. Procurei instigá-los a perceberem que a geometria espacial está presente em todo lugar, no dia a dia de cada um, e que procurassem, caso tivessem interesse, constituir dessa prática empreendedora uma fonte de renda.

A seguir, no capítulo 4 apresento a aplicação prática deste estudo, bem como a análise de cada construção, interpretação dos alunos, comentários entre eles e entre eles e o professor, além de relatos contidos nos diários de campo e o questionário (APÊNDICE C), que objetivou avaliar ocorrências de aprendizagem significativa.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

4. DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresento os resultados obtidos com a análise dos dados obtidos a partir da intervenção pedagógica de forma prática. Apresento também de maneira sistemática os detalhes das construções de polígonos e dos sólidos com materiais alternativos, assim como o estímulo às descobertas e a busca de respostas alternativas na solução de problemas semelhantes.

4.1 Análise do questionário de situação socioeconômica.

A prática pedagógica foi desenvolvida com uma turma de 2º ano do Ensino Médio de uma escola púbica estadual compreendida por 15 alunos, na faixa etária entre 16 e 17 anos. De maneira geral, são alunos provenientes de famílias com três, cinco ou mais integrantes. Foi observado que o número de membros não-alfabetizados é consideravelmente baixo, assim como também o número dos que cursam nível superior, apenas dois componentes, no seio familiar desses alunos.

Outro fator a considerar é que a maioria dos membros familiares que desenvolvem atividades laborais é autônoma. As ocupações dos pais são as mais variadas: pedreiros, garimpeiros, comerciante, vigilante, eletricista, madeireiro, tapeceiro, técnico de som, e leiteiro. Já as mães são domésticas em sua maioria. As demais são: merendeiras, zeladoras e uma comerciante. Em relação aos alunos participantes da pesquisa, um número de cinco (5) deles disseram que trabalham de maneira informal: ajudante de borracharia, babás, ajudantes no comércio dos pais, ajudam os pais no serviço de pedreiro. Tal afirmação reflete diretamente na renda familiar, pois a renda familiar de oito (8) alunos compreende até um salário mínimo,

cinco (5) famílias tem renda entre um e dois salários e duas (2) famílias entre três e quatro salários mínimos.

De acordo com o questionário sócio econômico (APÊNDICE A), um total de onze (11) famílias possui casa própria e quatro (4) moram de aluguel. Os alunos são provenientes de seis estados brasileiros: Amazonas, Goiás, Maranhão, Pará, Paraná e Roraima. Seis famílias vivem, no máximo, há 10 anos em Boa Vista, as demais estão a mais tempo no estado. Apenas cinco famílias têm alguém com algum tipo de problema de saúde, enquanto que nenhuma família tem portador de necessidades especiais.

Ao serem questionados se pretendem seguir os estudos, tendo em vista um curso superior, todos os alunos foram unânimes em afirmar positivamente. E a respeito dos problemas que impedem o bom rendimento em sala de aula, dois alunos citaram o trabalho em horário oposto, dois alunos alegaram que o trabalhar distante de casa dificulta os estudos, enquanto que um deles mencionou morar com parentes, enquanto que a maioria, ou seja, oito alunos, não souberam especificar o que atrapalha o rendimento em sala de aula. Por fim, dois alunos alegaram preguiça de estudar.

Analisando as respostas dos alunos, notei que o fato de alguns trabalharem longe de casa e em horário oposto tem impedido o bom rendimento nas tarefas e na compreensão do conteúdo, pois além de demonstrarem exaustão nas aulas, com frequência, atrasam-se no horário no início das aulas, em virtude de ter que utilizar o transporte público, como ônibus, para ida e volta do trabalho. De Paula (2009, p. 206) também comenta as dificuldades dos alunos que têm dupla jornada quando afirma: “as crianças se dedicam a ele de tal maneira que quando precisam ir para a escola não possuem força nem ânimo para desenvolver nenhuma atividade de modo que o fracasso é coisa certa”. Para Ceccon, Oliveira e Oliveira (1984, p. 29):

> [...] na verdade, a escola, é feita para aqueles que não precisam trabalhar, ela faz de conta que ninguém trabalha e coloca as exigências que os que trabalham não têm tempo nem condições de cumprir. Com o tempo as reprovações e repetências vão se acumulando até que as crianças e os próprios pais desistem.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Assim, trabalhar e estudar torna-se tarefa difícil, pois estudar é algo que requer dedicação e empenho. No trabalho não é diferente, e raramente, encontram-se supervisores que auxiliam seus empregados nesse quesito: liberar mais cedo para não atrasar a chegada à escola.

Na próxima seção, apresento a análise de resultados encontrados com a aplicação de um questionário voltado para os conhecimentos prévios envolvendo questões relacionadas à geometria.

4.2 Análise do questionário de conhecimentos prévios sobre Geometria

O conhecimento prévio para Ausubel (2003) é fator determinante do processo de aprendizagem. Segundo o autor, o conhecimento significativo é resultado de um processo psicológico que envolve a interação entre ideias culturalmente significativas, já “ancoradas” na memória particular de cada aprendiz e o seu próprio mecanismo mental para aprender de forma significativa. Dessa forma, o segundo questionário (APÊNDICE B) tinha como objetivo analisar os conhecimentos prévios sobre geometria, bem como as concepções iniciais dos alunos sobre este tema. Cabe destacar, entretanto, que o foco principal era o tema geometria espacial.

Ao observar as respostas dos alunos, deparei-me com as mais variadas. A primeira pergunta foi: O que tu entendes por geometria e o que esta significa? Dos quinze alunos, oito apresentaram alguma resposta. Um achou que era um tipo de progressão geométrica. Os demais, afirmaram que tinha a ver com medidas das formas, tamanhos, do espaço, fórmulas e ciência que estuda as dimensões dos seres matemáticos, ou ainda, ideia de soma. Os demais não responderam, ou expressaram que não sabiam nada de geometria.

A segunda pergunta tinha como objetivo verificar quais as percepções acerca da diferenciação entre as geometrias analítica, plana e espacial. Dos sete alunos que não responderam a primeira pergunta, quatro responderam que às vezes sabem distinguir uma das outras. Os demais alegaram não perceber a diferença entre estas. A terceira questão propôs que escrevessem a diferença entre as geometrias e neste sentido apenas uma aluna, a **F** se manifestou da seguinte forma: “A geometria

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

plana é uma forma planária, reta, e a geometria espacial, que flutua que não tem lados". Com essa resposta, percebeu-se que esta aluna demonstrou algum conhecimento a mais sobre a diferença entre a geometria plana e espacial.

Quanto à identificação e desenho de figuras planas, as que foram desenhadas de forma correta por todos os alunos foram o quadrado e o triângulo. Em seguida, o retângulo, sendo que 13 alunos afirmaram saber identificar e desenhar. Já o paralelogramo apenas um aluno afirmou saber identificar e desenhar. As figuras planas expostas e a quantidade de alunos que se manifestaram saber do que se trata foram, respectivamente, o quadrado (15), o triângulo (15), o losango (4), o pentágono (6), o trapézio (2), o retângulo (13), o hexágono (6), o paralelogramo (1) e a circunferência (7).

Ao pedir-lhes que explicassem com as próprias palavras sobre o que entendem por geometria espacial, quatro alunos se manifestaram, sendo que dois disseram que esta estuda as formas espaciais. A aluna **F** afirmou que "é aquela que não tem como saber quantos lados tem"; outro aluno disse que tem a ver com medida de casa ou fundo de quintal. Os 11 restantes, não se manifestaram, ou disseram que não sabiam ou não entendiam nada a respeito de geometria espacial.

Dos 15 alunos, apenas dois afirmaram saber o que são os poliedros, e expressaram que estão relacionados à medida de casa ou medida do quintal. Todos os outros afirmaram não saberem o significado da palavra poliedro. A aluna **F** disse que o poliedro "é um sólido limitado por polígonos planos". Ao procurar saber sobre o nível de prática com desenho em 3D, 8 alunos disseram que às vezes conseguem, enquanto que 7 alunos negaram a arte de desenhar em 3 dimensões.

Ao questionar sobre os instrumentos de medidas, 11 alunos afirmaram conhecer a trena, e 10 a fita métrica. Em relação aos instrumentos de desenho, 7 conhecem o compasso e 6, a régua graduada. Destacaram-se como pouco conhecidos o transferidor (1 aluno) e o esquadro (apenas 4). Além disso, poucos sabem a arte de manuseio. Quatro alunos não se manifestaram em nenhum conhecimento acerca do manuseio destes, ou seja, não conhecem nenhum dos instrumentos acima citados, tampouco como usá-los.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Ao apresentar-lhes os sólidos ou figuras espaciais, apenas um aluno manifestou conhecer o hexaedro. Entretanto, doze alunos disseram conhecer o cubo (denominação do hexaedro também). Eis os sólidos e o respectivo número de alunos que conhecem cada um: prisma (1), cilindro (8), pirâmide e cone (9), tronco de pirâmide (1), esfera (8), paralelepípedo (8). Já o tetraedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro não houve ninguém que se manifestasse. Cabe destacar que, dois alunos alegaram não conhecer nenhum dos sólidos apresentados. Para conhecer e construir os sólidos, apenas um aluno disse que talvez desejasse participar da aula prática, construindo os sólidos.

Ao apresentar o cubo, apenas dois alunos souberam identificar as faces, as arestas e os vértices do sólido. Algo que chamou a atenção foi o fato de todos sugerirem que a melhor maneira de entender a geometria espacial é a junção das três ações: assistindo a explicação, construindo os sólidos e manuseando-os. Quanto à presença de geometria espacial no cotidiano, 13 alunos disseram sim, e apenas 3 apresentaram algum depoimento com as mais variadas respostas. Todos citaram objetos conhecidos como: caixa de leite, embalagens, o copo d'água, lata de ervilha, e ainda, o paralelepípedo usado para calçar as ruas.

De acordo com as respostas dos alunos, pode-se inferir que a maioria dos respondentes não possui na estrutura cognitiva os subsunçores necessários para alicerçar novos conhecimentos como propõe Ausubel (2003). Desta forma, foi necessário desenvolvê-los para que de fato ocorra uma aprendizagem significativa de forma não-arbitrária e substantiva para estabelecer uma equivalência representacional de conceitos na referida estrutura.

Conforme Ausubel (2003), quando não existe um conceito prévio na memória do aluno, o organizador avançado serve como estratégia para manipular a estrutura cognitiva com fins de facilitar a aprendizagem significativa. Ou seja, o organizador avançando potencializa a criação de relações não arbitrárias e substantivas entre os novos conceitos e as ideias que lhes servirão de âncora na estrutura cognitiva do aluno, através da "inserção" ou da explicitação destas ideias.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

4.3 Análise da construção das figuras geométricas planas

Neste item são descritos as construções do triângulo e do quadrado que os alunos realizaram no decorrer da intervenção pedagógica que se estendeu por todo o semestre. A referida construção teve por intuito auxiliar no desenvolvimento dos subsunçores ausentes acima mencionados.

4.3.1 A construção do triângulo

Fundamentado na concepção de que para haver aprendizagem significativa, as condições básicas são que o aluno tenha uma disposição para aprender e que o material de ensino seja potencialmente significativo (Ausubel, 2003), iniciei a prática pedagógica com a construção de triângulos com canudos de refrigerantes, tesoura e linha.

A princípio solicitei aos alunos que cortassem os canudos em tamanhos quaisquer e em seguida, passassem a linha pelo interior do canudo, encerrando a construção do triângulo com um nó cego (amarrando as pontas da linha). Percebi que todos, sem exceção, cortaram os canudos em três pedaços que possibilitaram a construção do triângulo. Alguns tiveram o cuidado de cortar em “tamanhos iguais”, mas sem uso de régua.

Em seguida, solicitei que, com o uso da régua, medissem o canudo, e indiquei os próximos cortes a ponto de não conseguirem montar o triângulo. Alguns ficaram admirados com a não construção, já que o canudo era do mesmo tamanho do inicialmente dado. Ausubel (2003) argumenta que quando se tenta influenciar intencionalmente a estrutura cognitiva, de forma a maximizar a aprendizagem e a retenção significativas, está-se no âmago do processo educativo. Foi então que formulei a seguinte pergunta: **Porque a primeira construção que vocês realizaram formou um triângulo e a segunda construção não?**

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Algumas respostas dos alunos para esta questão foram:

F – É que a primeira, por ter os lados iguais, ficou mais fácil montar pelo fato de um triângulo ser formado por partes iguais. Já o segundo não deu certo porque a soma dos lados menores tem que ser maior do que o lado maior.
J_1 – A primeira construção foi mais fácil, nós cortamos em três pedaços e saiu perfeito, mas o outro não teve muito em comum, foram também cortados três pedaços, mas ficou diferente.
E_2 – A diferença é que a primeira construção foi cortada sem medir e conforme a minha vontade, e a segunda construção, foi medida duas partes, uma em 5cm e a outra em 6cm e o resto do canudo não foi medido, mais é maior que as duas partes medidas. As construções têm formatos muito diferentes, um é triângulo e o outro não sei identificar.
M_3 – Por que na primeira construção, houve uma medida que eu fiz, os dois lados deram 9cm e o outro 6cm e na segunda deu 6cm e outro 5cm, já o outro deu 13,5cm.

O que percebi foi que apenas uma aluna entendeu a desigualdade triangular. Os demais, não a perceberam e deram respostas vagas, entretanto todos souberam identificar um triângulo. Sendo assim, posso inferir que os alunos não compreenderam de forma significativa a desigualdade triangular na escola em anos anteriores.

Nesse caso, de acordo com Ausubel (2003), faz-se necessário que sejam organizados os conteúdos a serem ensinados, partindo de uma visão geral para chegar aos conteúdos específicos, identificando os subsunçores relevantes que o aluno possui e que se avalie até que ponto eles se encontram diferenciados na mente e, assim, aprender o conteúdo significativamente.

No caso desta pesquisa, foi relevante estabelecer relações entre as medidas que formaram ou não um triângulo, conforme pode ser visto na figura 1. Para Tashima (2007, p. 23) “O fato de o aluno trabalhar previamente com a condição de existência de triângulo o auxilia a perceber que deve existir ‘algo mais’, isto é, alguma propriedade específica”, no caso da construção de um triângulo qualquer.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Nesse caso, conforme, os PCN's, "é importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas" (BRASIL, 2006, p. 40).

Figura 1 - Comprovação da desigualdade triangular.

Fonte: Autor da pesquisa, 2013

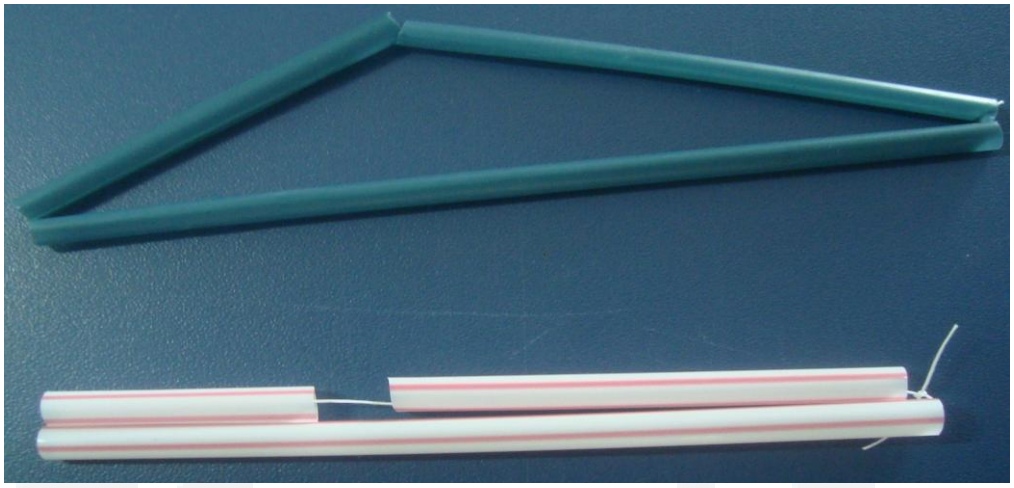
Prosseguindo com minhas indagações formulei a segunda pergunta: **Por que a segunda construção com as medidas 5cm, 6cm e 12cm não formou um triângulo?** Continuei observando e anotando algumas respostas dos alunos:

R_1 – Porque a maior é desproporcional em relação às outras (porque a soma dos 2 lados menores tem que ser maior do que a do maior).
E_1 – Porque a soma dos lados não é igual, tem um lado maior que o outro.
A – Porque o primeiro triângulo tem quase a mesma medida, e o segundo tem um lado que é 5cm, o outro, 6cm, e a outra 12cm. Por isso não deu para construir um triângulo, porque tinha uma parte maior.
Y – Porque as medidas são todas diferentes e não tem como formar um triângulo.
E_2 – Porque não foram medidos igualmente, e ficou cada peça menor do que a outra, a 5 menor que a 6 e a 6 menor que a 12, e por isso é impossível formar um triângulo com essas medidas totalmente desiguais.
M_2 – Porque o primeiro foi cortado o tamanho qualquer, e o outro, foram medidos na régua.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Ao analisar as respostas, notei que todos deram respostas vagas, sem que estivessem totalmente corretas. Instiguei-os a comparar as duas construções, como mostra a figura 2, e olhando para ambas, tentassem chegar a uma resposta.

Figura 2 - Comparação das duas construções.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013

Após alguns comentários dos alunos, apresentei as condições necessárias para fazer ou construir um triângulo, ou seja, a desigualdade triangular: **a < b + c.** Embora a desigualdade triangular possa parecer algo abstrato para os alunos, entendo assim como Cantoral *et al.* (2000) que a matemática trata dos processos de abstração demonstração, raciocínio através de hipóteses, planejamento e resolução de problemas como sendo este um dos mais altos níveis do saber matemático a ser alcançado.

É de forma gradativa que o saber geométrico vai sendo construído. O raciocínio lógico é a principal ferramenta para que o aluno realize a passagem do concreto para o abstrato. É o que diz Kant *apud* Boyer (1996): “Todo conhecimento humano começa com intuições, passa a conceitos e termina com ideias”. Concordando com Fainguelernt (1999), o ensino da Geometria deve partir da percepção e intuição de dados concretos e experimentais, explorando os conceitos, as representações e as aplicações para que seja desenvolvido o raciocínio lógico, e assim chegar ao processo de abstração.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

4.3.2 A construção do quadrado

Na aula seguinte, o objetivo era a construção do quadrado. O enunciado da atividade foi o seguinte: **Com canudo, régua, tesoura e linha construam uma figura que tem a forma de um quadrado.** Novamente os alunos encontraram dificuldades sendo algumas destas relatadas a seguir:

S – Ao cortar os lados para montar o quadrado tive certa dificuldade para cortar os lados iguais, pois dois dos quatros saíram com um centímetro a mais que o esperado.

E_1 – Para que desse certo os lados iguais de um quadrado eu dividi o canudo por quatro, porque ele media 24 cm. E foi dividido por quatro aí o canudo ficou com o tamanho que se formou um quadrado.

J_1 – Em relação ao quadrado que construí em casa foi um pouco difícil, pois não tinha os materiais para medir corretamente, pois faltou a régua que não tinha em casa, (este aluno sugeriu levar a tarefa para casa, já que na sala de aula, não concluíra com êxito).

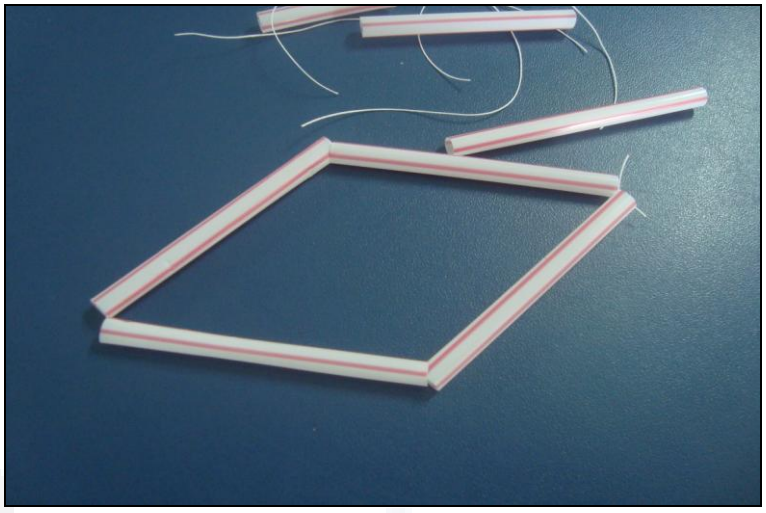
J_3 – Eu não pensei muito para fazer esse quadrado, apenas peguei o canudo e vi que se dava para cortar em 4 lados iguais, então deu, daí, eu cortei e saiu um quadrado bem bonitinho. Cortei o canudo no tamanho de 6 cm.

M_2 – No quadrado que eu fiz deu 24,3, dividi por 4, que deu 6,2. Também tem que ser do mesmo tamanho para poder dá o número exato.

Nessa atividade, os alunos não demonstraram dificuldades relevantes no que diz respeito ao corte em quatro partes, mas, o fato de os canudos diferirem no comprimento: 24cm, 25cm e 26cm, dificultou a divisão por quatro. Apenas um aluno não atentou para as medidas e cortou o canudo com dois pares de dimensões iguais dois a dois. O aluno **R_2** não atentou para o termo “quadrado” e montou um “retângulo”. Enquanto que os demais, embora não cortassem os canudos em quatro partes iguais, se aproximaram ao máximo do objetivo proposto. Houve um aluno que não conseguiu fazer a divisão do comprimento do canudo em quatro partes iguais. A figura 3 apresenta um quadrilátero construído por um deles, neste caso, o losango.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Figura 3 - Quadrilátero sem a diagonal: o losango.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Após essa prática pus-me a observar a atitude de cada aluno, como se portariam diante desse novo desafio como o manuseio da régua, uma vez que apresentavam dificuldades em medições. O aluno **Y** não conseguiu dar início à construção do quadrado, não conseguindo medir o canudo para então dividi-lo em quatro partes iguais. E três alunos (**M_1**, **J_1** e **A**), embora fizessem o quadrilátero, não apresentaram habilidade quanto ao uso da régua, não montando o quadrado de forma perfeita. Os demais conseguiram usar a régua e, com êxito, venceram o desafio proposto.

Medeiros (2011), em sua dissertação de mestrado intitulada “Elaboração de uma sequência didática sobre os conceitos geométricos preliminares ao estudo da trigonometria” também faz menção às dificuldades encontradas pelos seus alunos no que diz respeito ao manuseio dos instrumentos de desenho. De acordo com este autor, a falta de prática no manuseio do compasso, esquadro e régua, ou ainda, a não familiaridade com estes instrumentos de desenho, constitui-se em dificuldade que prejudica o desenvolvimento da aprendizagem.

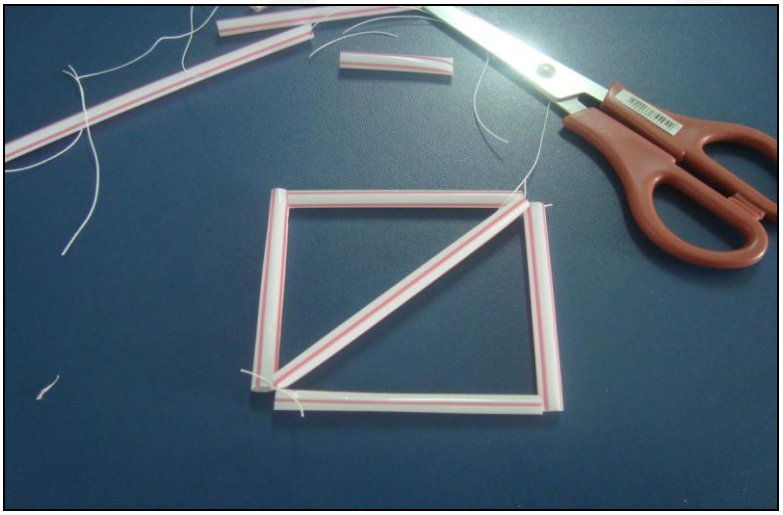
Depois, solicitei que segurassem na ponta da linha que sobrara, e instiguei-os a afirmarem se a construção recém-terminada ainda se mantinha um quadrado. Ao fim, propus-lhes um questionamento para que pesquisassem em casa: quais eram as duas condições necessárias para montar um quadrado.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Na aula seguinte, antes que apresentassem suas respostas, instiguei-os a observarem as diferenças entre as construções e as alterações sofridas nas formas ao pedir que segurassem na ponta da linha, no local da amarração. Perguntei-lhes se ainda era um quadrado. A resposta foi negativa. Alguns afirmaram que agora se tinha um losango. Depois de algumas ponderações, **R_1** afirmou que além dos lados serem iguais, os ângulos deveriam ser iguais também. Em seguida solicitei que construíssem um novo quadrado e verificassem o que seria necessário para que os ângulos não sofressem alteração. Novamente, foram entregues aos alunos os instrumentos para a construção do quadrado: canudos, tesoura, régua e linha.

Depois de respostas vagas como colar as pontas (cantos) dos canudos, amarrar os cantos, **M_1** respondeu: “É só amarrar um pedaço do canudo na diagonal”. Bem, essa resposta foi dada após mostrar exemplos de construção de móveis como cadeira, cama, ou até mesmo porta, porteira, construções de casas, e o que o carpinteiro fazia para que a construção ficasse firme. Ainda questionei-os: Será que essas construções ficariam firmes sem um suporte interior? Eles acenaram negativamente. Entenderam que deve existir um suporte para que a construção fique firme. Na figura 4, verifica-se o quadrilátero construído por **M_1** com a diagonal que mantém os ângulos retos.

Figura 4 - O quadrilátero com a diagonal: o quadrado.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Foi pedido então que o novo quadrado tivesse lado de medida 5cm. **F** estranhou o fato de o canudo, quando cortado, resultasse em 5 pedaços, pois este tinha 25cm e ao cortar os pedaços de 5cm, era natural que resultasse em 5 partes iguais, mas, que fossem usados apenas 4 partes, restando um pedaço e na construção anterior, o canudo fora utilizado por completo. Como a construção com canudos não deixava perfeito o quadrilátero, mesmo que este possuísse uma diagonal, decidi que era o momento de iniciar o desenho do quadrilátero para que melhorassem a noção da condição de existência deste: lados iguais e ângulos iguais, bem como a existência da diagonal como bissetriz.

Aproveitei para explicar a eles o que era uma bissetriz, e que esta divide qualquer ângulo ao meio. Foi então que apresentei os instrumentos de desenho como o esquadro de 45º e o transferidor e mostrei como usá-los. Perguntei também se alguém sabia usar esses instrumentos. Não houve quem se manifestasse e também notei que não sabiam a utilidade dos mesmos. Comecei mostrando como se usava o transferidor, apresentando as duas leituras: externa e interna, e como fazer para usar uma ou outra.

Quanto ao esquadro, mostrei como desenhar um quadrado com a utilização deste: primeiro traça-se um segmento de reta, em seguida, “apóia-se” qualquer uma das bases do esquadro sobre o segmento de reta, para então traçar os outros segmentos, ou, os outros lados do quadrado. Observei que todos apresentaram dificuldade no manuseio do transferidor e do esquadro. Mas, com calma, todos conseguiram construir seus quadrados. Segundo os PCN’s:

> [...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas [...] para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca (BRASIL, 2006, p. 44).

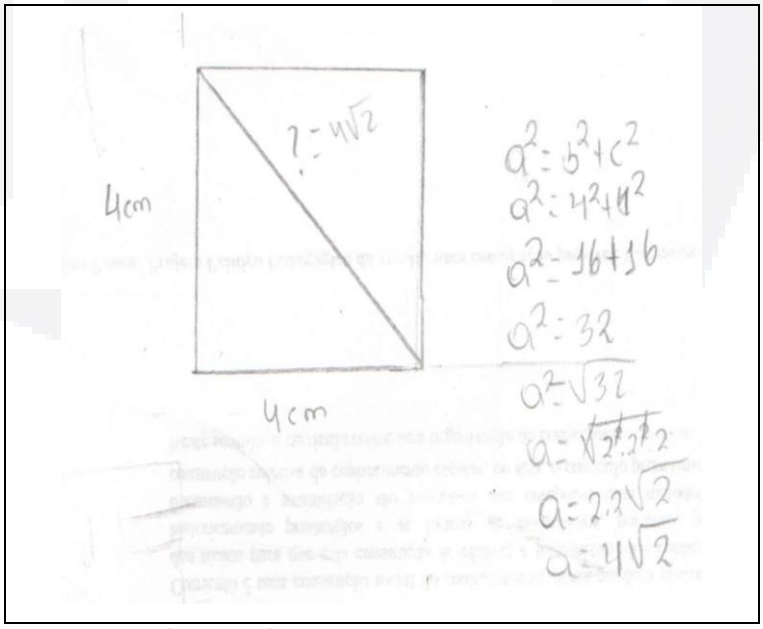
Para os autores, essas competências são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Depois disso, sugeri a seguinte atividade: **Desenhar um quadrado de medida do lado a definir. Em seguida, calcular a medida da diagonal**. Após algum tempo de inquietação, de perguntas sem respostas, **E_2** disse: “Não sei como fazer”. **M_1** perguntou então: “Professor é pelo teorema de Pitágoras”. Embora ele afirmasse ser necessária sua utilização não se lembrava da relação $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$, e essa obliteração não permitiu chegar ao resultado esperado. Segundo Ausubel (2003), a obliteração ocorre quando há perda de informação.

Isto é, **M_1** sabia que era por Pitágoras, mas a relação de que precisava não lembrava. Enquanto alguns perguntavam como fazer, **M_3** caladamente chegou ao resultado de forma prática: a partir da diagonal do quadrado visualizou um triângulo retângulo. **J_2** estava junto a **M_3** e de “carona” apresentou o resultado esperado. Ambos fizeram seus quadrados com lados diferentes, mas com as resposta na forma $l\sqrt{2}$**.** E essa foi a resposta de **M_3,** conforme pode ser visto na Figura 5.

Figura 5 - Comprovação da diagonal como sendo d= $l\sqrt{2}$.

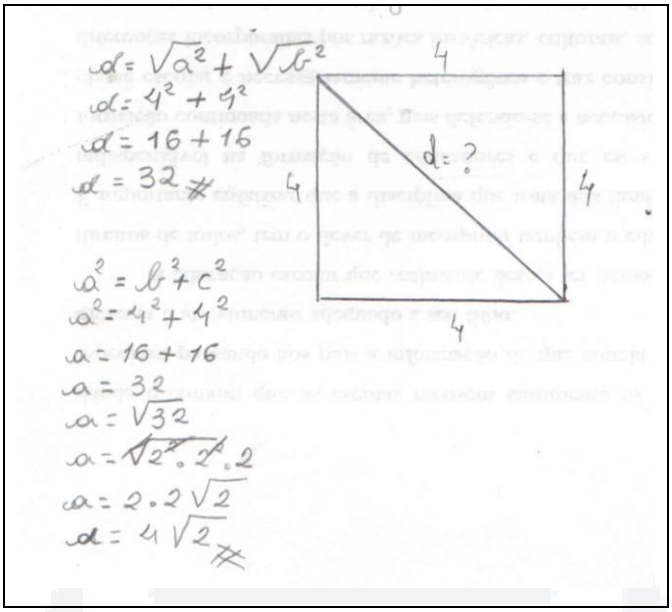


Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

A seguir, na Figura 6, apresento o cálculo de K, com o erro no primeiro momento e a correção após o **M_3** apresentar no quadro a solução do problema.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Figura 6 - Erro e correção do cálculo da diagonal



Fonte: Autor da Pesquisa, 2013

Já **S, A**, **M_2**, e **R_2** apresentaram as respostas, mas, não da forma convencional, pois multiplicaram o resultado por $\sqrt{2}$**,** isto é, suas respostas foram apresentadas como número decimal (ou na forma decimal). **Y**, **E_1**, **J_1** e **E_2** depois de um bom tempo tentando, não conseguiram chegar ao resultado esperado, isto é, não conseguiram usar o Teorema de Pitágoras da forma adequada.

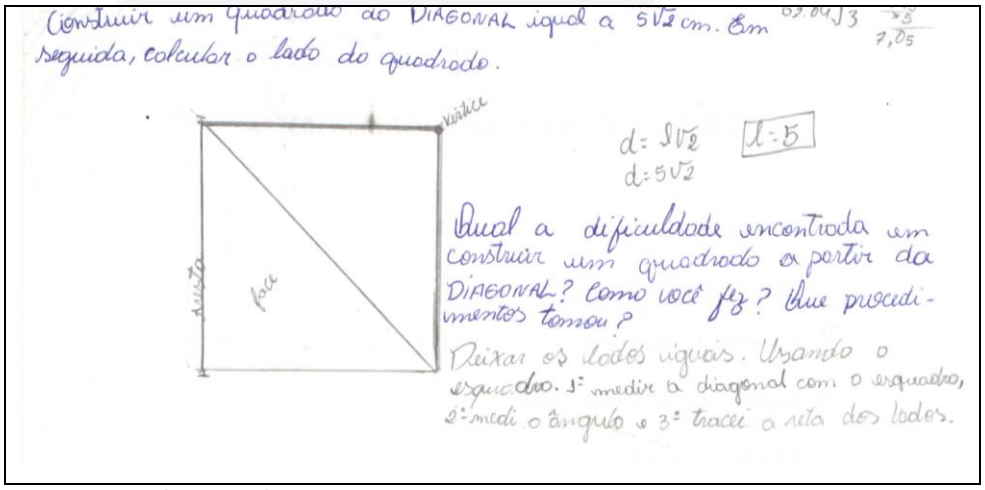
Após as soluções apresentadas por eles, pedi ao **M_3** e ao **J_2** que resolvessem suas questões, no quadro. Solicitei a ambos, pois como seus quadrados tinham medidas de lados diferentes, a forma de calcular era a mesma: l$\sqrt{2}$**.** Ao terminarem, perguntei à turma se observavam alguma semelhança nas respostas. Depois de algum tempo, viram a semelhança nas respostas de **M_3** e **J_2** e entenderam a razão da diagonal **d= l$\sqrt{2}$. E_2** disse: “Professor achei a resposta medindo com a régua”. Ela afirmou isso após ver a resposta de **S** no quadro e confirmar que era o mesmo valor ao medir com a régua. Segundo Ausubel (2003), o aluno assume uma responsabilidade adequada pela própria aprendizagem quando aceita a tarefa de aprender ativamente procurando entender o material de instrução que o professor apresenta, ou seja, **E_2** por não lembrar-se do Teorema de Pitágoras, tratou de buscar a resposta d’outra maneira, confirmando o resultado no quadro com o uso da régua, agindo com responsabilidade no seu processo de aprendizagem.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Ao fim, sugeri nova atividade: **Calcular a diagonal de um quadrado cujo lado media $6\sqrt{2}$cm.** O objetivo era utilizar a forma concluída anteriormente, mas, notei que ninguém usou **d= l$\sqrt{2}$**, mas sim o teorema de Pitágoras. Quando disse que iria corrigir no quadro, **R_2** manifestou-se para ir à frente e resolver a atividade. Ele resolveu por meio do Teorema de Pitágoras. Solicitei que não apagassem os cálculos que fizeram em seus diários de campo. Em seguida, apresentei a simplicidade que era resolver através da relação **d= l$\sqrt{2}$.** Ao passar em algumas classes, percebi que seis alunos resolveram a partir do Teorema de Pitágoras, enquanto que os demais não conseguiram, pois encontraram dificuldade ao depararem com duas raízes de dois.

A atividade seguinte foi: **Calcular a medida do lado do quadrado de diagonal $5\sqrt{2}$cm**. Muitos tiveram dificuldades. Apenas o **M_3** e a **S** chegaram ao resultado de forma convencional, usando a fórmula anteriormente citada. Perguntei então a **S** como ela fizera para chegar ao resultado e descobrir o lado do quadrado. Ela disse: "Professor, na primeira tentativa não consegui desenhar a figura, mas, sabia qual o valor do lado do quadrado de diagonal d=5$\sqrt{2}$cm. Já na segunda tentativa consegui". E continuou: "Ah Professor, se d=5$\sqrt{2}$cm, então o lado mede 5cm, pois a diagonal é d= l$\sqrt{2}$ e por comparação, é simples verificar esse valor!". A seguir, apresento, respectivamente, os cálculos de **S** e **M_3** nas figuras 7 e 8.

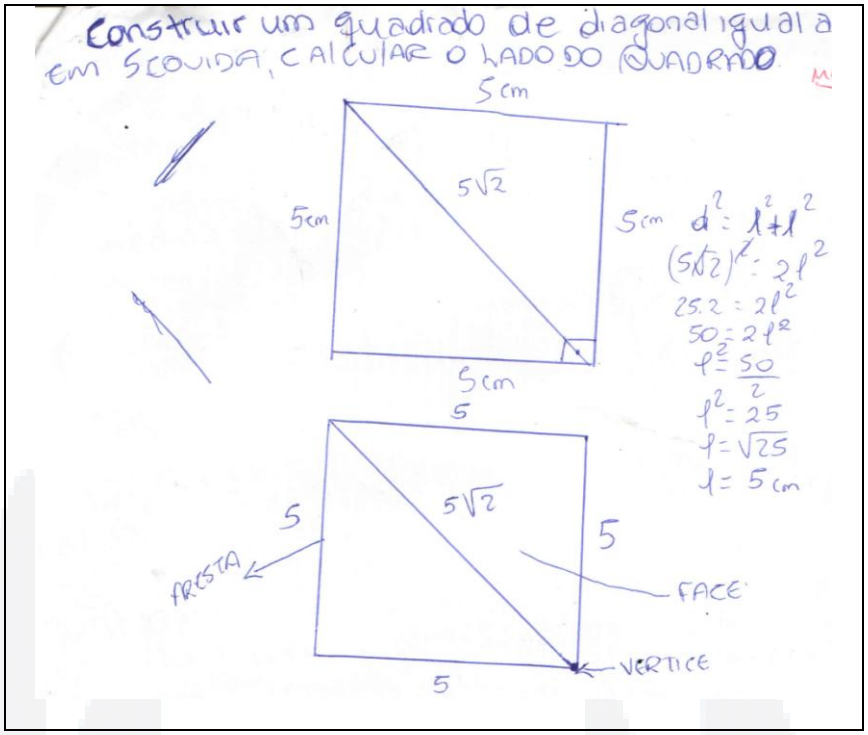
Figura 7 - Cálculo do lado do quadrado a partir da diagonal dada.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Figura 8 - Cálculo do lado do quadrado a partir da diagonal dada.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Mas, como fazer para encontrar o valor exato dessa diagonal? Observei que alguns tiveram a iniciativa de extrair o valor da $\sqrt{2}$ com apenas uma casa de aproximação, até porque a régua graduada possui partes milimétricas, facilitaria a identificação da casa decimal. E como alguns não compreenderam, auxiliei-os, mostrando como calcular o valor da diagonal: $5\sqrt{2}$= 5 x 1,4 = 7,1. Como já sabiam manusear a régua graduada, identificaram com facilidade este valor. A dificuldade agora era: como construir esse quadrado a partir da diagonal? Claro, todos estavam com o esquadro e o transferidor, além da régua graduada. Eis o depoimento de alguns:

E_2 – Não tive dificuldade. Olhei como os outros faziam e fiz também. Peguei a régua e medi na diagonal em 7,1 cm e 5 cm de cada lado.

Y – A dificuldade foi achar a diagonal em centímetros na régua. Depois que achei, foi bem mais fácil encontrar os seus lados.

M_3 – Devido eu não ter usado o esquadro para apoiar a partir das extremidades, fiz de forma que usei a régua para medir os lados, o qual não saiu como é o quadrado.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

S – Deixei os lados iguais usando o esquadro, primeiro medi a diagonal e depois o ângulo, e por último, as retas dos lados.

Mesmo apresentando o modo de utilização do esquadro e transferidor, alguns alunos apresentaram dificuldade no manuseio destes para a construção do quadrado. Não sabiam se mediam antes ou depois de riscar, se usavam ou não a régua para medir. O que mais dificultava era a insegurança em apoiar o esquadro no primeiro segmento de reta horizontal, para então construir o segmento de reta vertical. Quanto ao transferidor, a dificuldade foi ajustar o centro deste no início do segmento, bem como a leitura, pois esta poderia ser feita pelas medidas externas ou internas dependendo da posição do transferidor sobre a reta. Mostrei-lhes que com o transferidor era possível construir um triângulo, um quadrado, ou qualquer polígono. Ao agir assim, remeti ao que Pais (2000, p. 13-14) comenta:

> Nas atividades de ensino da geometria, envolvendo o uso de materiais, é preciso estar duplamente vigilante para que toda informação proveniente de uma manipulação esteja em sintonia com algum pressuposto racional e, ao mesmo tempo, que todo argumento dedutivo esteja associado a alguma dimensão experimental. Acreditamos que este é o primeiro passo para valorizar uma interpretação dialética para o uso dos materiais didáticos. Evitar uma racionalidade vazia desprovida de significado, assim como evitar toda espécie de atividade empírica desconexa de um objetivo educacional previamente analisado.

Embora a dificuldade no manuseio seja visível, a interferência do professor nessas horas poderá contribuir para que os alunos percam o medo de errar, medo de tentar. Ao longo do tempo, tenho percebido ser este um dos problemas existentes no contexto escolar, principalmente nos anos iniciais, pois os alunos, por mais que saibam, têm medo que o professor lhes chame a atenção ou que “briguem” com eles pelos erros cometidos em situações tão simples.

O que observei durante essas aulas práticas sobre geometria plana foi à dificuldade na percepção da desigualdade triangular como condição de existência para obter um triângulo qualquer. Notei também que eles apresentaram dificuldades em diferenciar um losango de um quadrado regular, bem como as condições necessárias para a obtenção de um quadrado, pois este, além dos lados iguais, deve ter os ângulos iguais. Os alunos tiveram problemas em relação ao cálculo da diagonal $d=l\sqrt{2}$ e demonstraram também dificuldades no manuseio dos instrumentos

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

de desenhos, em especial, o compasso. Mas, embora deparassem com essas dificuldades, eles apresentaram força de vontade e disciplina para contornar cada situação desfavorável.

Ao concluir esta parte da geometria plana, preparei-os para a apresentação da geometria espacial, pois até então, eles só a conheciam nos livros, nunca tinham presenciado algo prático como a construção de um sólido. Além disso, não percebiam semelhança entre os sólidos comumente estudados e alguma construção civil, ou ainda, nem sabiam que existiam nomes para tantas construções existentes no cotidiano. Ausubel (2003, p. 15), argumenta que “a experiência de aprendizagem na aprendizagem significativa é subjectivamente [sic] agradável e familiar e aguça, também, a curiosidade intelectual e a perspectiva de se adquirirem novos conhecimentos”. O item 4.4 a seguir traz este modo de pensar, de ver, de manusear, de construir, de comparar os conhecimentos encontrados nos livros com a realidade dos alunos.

4.4 Análise da construção de alguns sólidos

Antes de encerrar as atividades envolvendo geometria plana, pedi aos alunos que procurassem o significado de arestas, vértices e faces. Poucos pesquisaram. Em seguida, noutra aula solicitei que buscassem o que é necessário para ter qualquer um desses três elementos. E só a **S**, após pesquisar, confirmou que para ter uma aresta são necessários duas faces, e para ter um vértice, deve-se ter 3 ou mais arestas, e para se ter uma face, é necessário ter 3 ou mais arestas.

Então propus aos alunos a seguinte atividade: **Com 4 vértices e 6 arestas construir um sólido no qual de cada vértice partem 3 arestas, cujas faces têm a forma de triângulos equiláteros.**

Em seguida, entreguei 2 canudos para cada aluno, bem como tesoura, régua e linhas. A princípio, questionaram o fato de com apenas 4 vértices e 6 arestas terem que fazer sair 3 arestas de cada vértice, isto é, segundo os cálculos deles, deveria ter disponível 12 arestas, já que 4 vértices * 3 arestas resultaria em 12, ou

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

seja, faltariam arestas. Neste momento Perguntei: E a pesquisa? Fizeram? Poucos consentiram positivamente. Nesta pesquisa, solicitara que estudassem um pouco sobre as arestas, vértices e faces dos sólidos. Expliquei então: São 6 arestas, certo? E se vocês tem dois canudos cada um, então podem fazer três arestas, resultando nas 6 arestas. O que eles não tinham observado inicialmente é que uma aresta é contada duas vezes, este era o motivo de resultar em 12 arestas, em seguida expliquei-lhes que bastava dividir por 2 que teríamos a quantidade apresentada no enunciado.

A partir dessa informação, cada aluno, de posse da tesoura e régua, dividiu os canudos em três pedaços, obtendo as 6 arestas solicitadas. Após um momento, surpreendi-me: Todos, com exceção da **S** e **A**, das 6 arestas construíram uma figura com a forma de um hexágono regular. A **S** no início teve um pouco de insegurança, mas, com um aceno de cabeça ou um olhar incentivador, prosseguiu na construção, e obteve o tetraedro regular. Após o término, pedi-lhe que levantasse sua construção para que os demais vissem. Os que não conseguiram ficaram olhando surpresos. Em seguida, todos desmancharam seus hexágonos e rapidamente construíram seus sólidos também.

Solicitei então que declarassem suas curiosidades, dificuldades, facilidades ou dúvidas no momento da construção. Eis as expressões de alguns alunos:

S – O tetraedro não foi difícil de construir, gastei apenas um pouco do raciocínio, era apenas observar o enunciado. O que achei interessante foi como se formou a figura.
R_2 – Minha dificuldade foi na hora de definir a figura que eu pensava que era um losango, mas na verdade era uma pirâmide. Então, tentei fazer uma pirâmide, mas não consegui, não obtive sucesso. E achei interessante o modo de construção da pirâmide, enquanto que no começo, a gente pensa que vai formar um triângulo com volume. Interessei-me muito.
J_1 – Bom! A minha dificuldade de construir foi fazer com que o esquema saísse corretamente na hora de colocar a linha dentro do canudo. Eu estava demorando a fazer, mas no final, consegui fazer o que estava pedindo, que era o tetraedro. O meu erro foi na hora de colocar os seis pedaços de canudo num formato de pirâmide. Só duas alunas, a **S** e a **A** conseguiram.

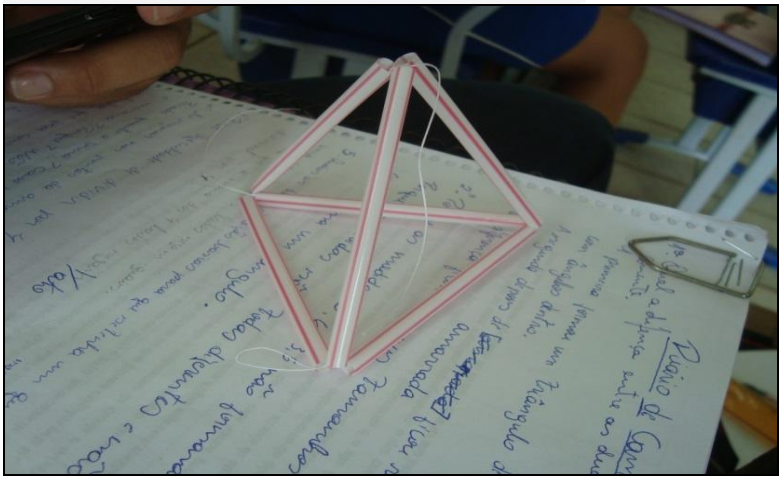
BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

M_3 – Esse projeto é muito bom e prático, pois propõe o uso do esquadro facilitou a precisão de um quadrado e o transferidor só ajudou na precisão dos ângulos. Eu achei difícil no princípio, mas o ensinamento do professor ajudou a manusear esse instrumento. Nesse momento, quando o professor pediu que para fazer um sólido, fiquei com dúvida e com muita dificuldade, porém, quando o professor mostrou o modo certo, logo vi que é muito simples e fácil de aprender. Esse projeto também modificou nosso dia a dia no sentido de descobrirmos que as coisas que a gente pensava ser difícil, são meras facilidades. Ao fazer o tetraedro, vimos que esse não é complicado, mas é uma situação que exige uma atenção especial e completa nesse sentido.

Y – Hoje trabalhamos com arestas e vértices. Construímos uma figura diferente das outras, e bem mais bonita, mas para se construir essa figura, tem que saber bem o que são arestas e vértices, pois o professor deu só a quantidade de arestas e vértices para fazer a figura com canudos. A dificuldade eu creio que a partir dessa aula vai ser maior, mas, daqui para o final do projeto eu quero aprender bem esse assunto sobre vértices, arestas e face. O interessante é que a forma da figura fica numa forma triangular que consegue se firmar no solo facilmente.

A Figura 9 ilustra o tetraedro de um dos alunos confeccionado na aula, com canudos e linha.

Figura 9 - Tetraedro construído por um dos alunos.



Fonte: Pesquisador, 2013

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Embora tenham encontrado dificuldades, todos conseguiram construir seus tetraedros. Apenas uma aluna alegou não ter encontrado dificuldades no momento da construção. O que chamou a atenção nos comentários dos alunos foi o fato de não conseguirem interpretar o enunciado, por exemplo, como “distribuir” tantas arestas em tão poucos vértices. De acordo com Nasser:

> Os alunos progridem segundo os níveis hierárquicos de conhecimento quando aprendem geometria. Estes níveis podem ser descritos como: reconhecimento (visualização), análise, abstração (síntese) dedução e rigor. Van Hiele estabelece que o progresso de nível depende da experiência de atividades especialmente preparadas pelo professor, com essa finalidade, e passa por cinco fases de aprendizagem. Portanto o modelo de Van Hiele incorpora ao cognitivo um aspecto didático (NASSER, 1998, p. 71).

Na aula seguinte, desafiei os alunos com a seguinte atividade: **Com 8 vértices e 12 arestas construir um sólido em que partem 3 arestas de cada vértice e possui faces quadrangulares.**

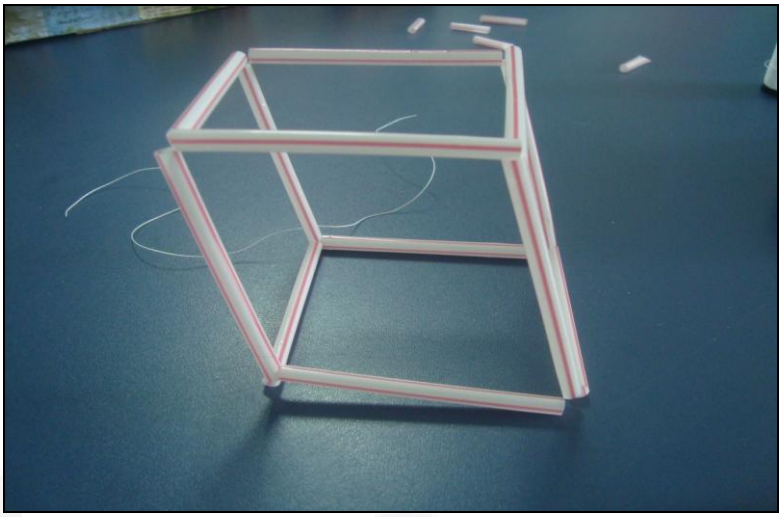
Ao distribuir os materiais para cada aluno, deixei que tomassem suas iniciativas ou conclusões. Em seguida, fui passando de carteira em carteira para ver a iniciativa de cada um. Penso que alguns, estudaram em casa qual poderia ser a próxima atividade, pois todos têm o livro de matemática, e certamente, olharam no capítulo que trata da geometria espacial, bem como de alguns sólidos em especial. Ao visualizarem o enunciado, já foram desenhando nos seus respectivos cadernos de campo o que poderia ser o sólido: um hexaedro. Porém, não sabiam o seu nome. Dentre esses valores e atitudes, os PCN’s destacam que:

> [...] ter iniciativa na busca de informações, demonstrar responsabilidade, ter confiança em suas formas de pensar, fundamentar suas idéias e argumentações são essenciais para que o aluno possa aprender, se comunicar, perceber o valor da Matemática como bem cultural de leitura e interpretação da realidade” (BRASIL, 2006, p. 45).

Assim, quanto à iniciativa de cortarem os canudos, alguns alunos hesitaram, enquanto que outros, de posse da régua, já foram medindo os canudos e cortando. Foram distribuídos três canudos para cada um, além de linha, tesoura e régua. Em pouco tempo já estavam com o hexaedro quase pronto. Na figura 10 exemplo do hexaedro construído.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

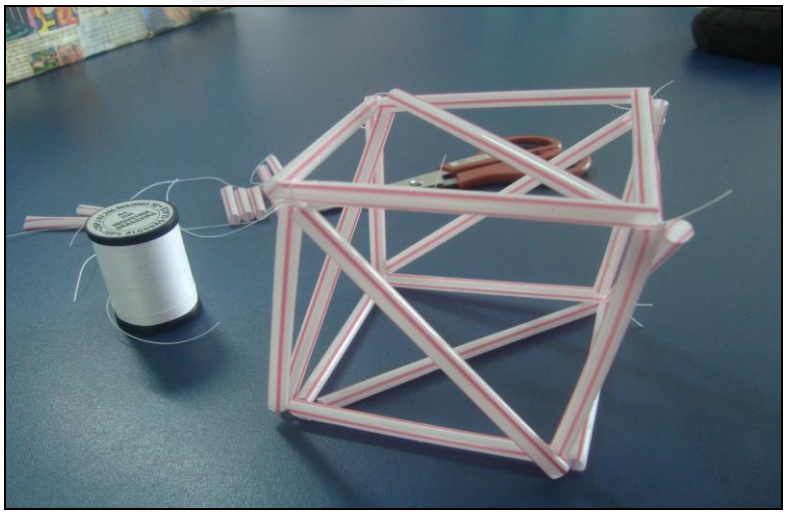
Figura 10 - Hexaedro sem as diagonais.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013

Conversei com a **E_2** (uma das primeiras a terminar o sólido) e perguntei-lhe o que fazer para que o sólido ficasse firme. Ela titubeou, mas com a ajuda de alguns colegas que ouviram a minha pergunta, respondeu: “Tem que colocar as diagonais em cada face”. Continuei passando em cada carteira e verifiquei como alguns alunos enfrentavam dificuldades para amarrar as pontas das linhas. A aluna **F** que faltara a aula anterior, não sabia por onde começar, até que a **E_2** e a **M_2** a convidaram para vir para perto delas e observar como fazer. Eis na figura 6 o hexaedro construído por um dos alunos. Mas, mesmo com as diagonais, o hexaedro não ficou firme como deveria, conforme mostrado na figura 11.

Figura 11 - Hexaedro com as diagonais.



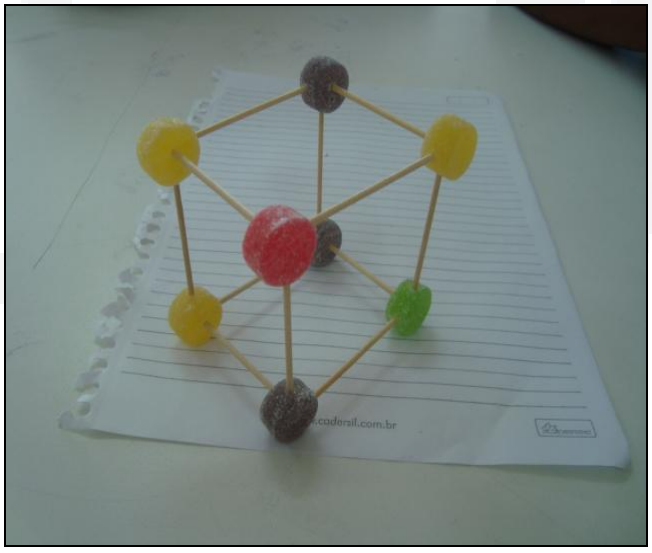
Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Ao fim, perguntei: “Vocês sabem que nome leva esse sólido? Não?” Então sugeri que pesquisassem e na próxima aula trouxessem o nome correto. Na aula seguinte, perguntei sobre a pesquisa solicitada. Apenas a **S** tomou a palavra e disse: “É um hexágono”. Revidei: “hexágono?” Ela então repensou e corrigiu. “Ah! Um hexaedro”. E em seguida ela completou: “Professor, quando vamos fazer o octaedro e o icosaedro?” Perguntei: “O que é o octaedro?” Ela então disse que é o sólido que possui 8 faces, e o icosaedro, tem 20 faces. Perguntei-lhe se vira o dodecaedro, ela disse que não. Ao partir para a construção do octaedro, resolvi utilizar outro material.

Iniciei então à construção dos sólidos usando jujubas (utilizadas nos vértices) e palitos pontiagudos (para as arestas) conforme vídeo “Aula Lúdica de Geometria Espacial”[7]. Antes de construir o octaedro, repeti a construção do hexaedro com jujubas para que eles vissem como a mudança de material influenciaria na aparência do sólido. A figura 12 mostra o sólido construído.

Figura 12 - Hexaedro feito com jujubas.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

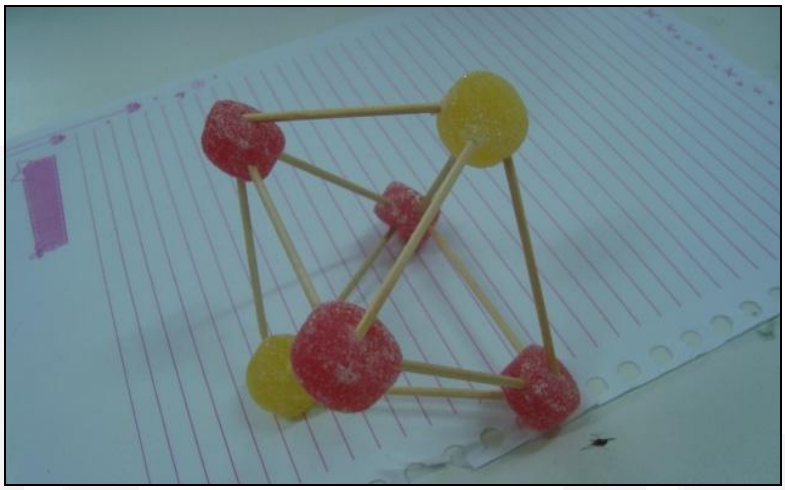
Em seguida, expus o seguinte enunciado: **Com 6 vértices e 12 arestas, construir um sólido no qual partem 4 arestas de cada vértice, cujas faces têm a forma de triângulos equiláteros.** Mal terminara de expor o enunciado, a **S** já

[7] Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=qI5agL6LngU>. Acesso em 16 mai. 2013.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

estava terminando de construir o seu octaedro. Para a minha surpresa ela revelou haver pesquisado sobre os sólidos ao ponto de entender como proceder na construção de cada um. Após construir, mostrou aos seus colegas. Alguns alunos puderam ver e construir os seus sólidos também. Na figura 13 o octaedro construído por **S:**

Figura 13 - Octaedro construído por **S**.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Outros, também estavam terminando suas construções, sem visualizar que **S** terminara primeiro. O companheirismo demonstrado pelos que iam terminando foi posto em prática ao ajudar os que estavam com dificuldade. Seguem algumas falas:

S – Achei divertido construir o octaedro com jujubas e palitos. Embora houvesse pesquisado a respeito deste sólido me compliquei um pouco, mas consegui terminar logo. Percebi que é uma estrutura sólida, mas que se manteria sólida apenas se não comesse as jujubas. Tentação.

J – A aula de hoje, achei melhor. Pois o fato de não trabalhar com canudos, fez com que o sólido ficasse firme. Interessante. Confesso que tive dificuldade, mas, o professor deu uma dica, e então consegui construir o octaedro.

M_1 – Achei interessante, mas, só consegui fazer com o auxílio dos colegas que vieram até minha carteira e me ajudaram.

Percebi que a mudança no material (canudos e linha para jujubas e palitos pontiagudos) ajudou muito na construção, pois ficou bem mais fácil o manuseio. E é

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

claro, todos conseguiram construir seus octaedros, mas como foi dito, alguns tiveram que ajudar os demais. Todos fotografaram e registraram a aula prática que despertara a curiosidade deles. Algo que os intrigou, foi o fato de em um único vértice, sair mais de 3 arestas.

De acordo com Ausubel (2003, p. 36) o aluno "[...] assume uma responsabilidade adequada pela própria aprendizagem quando aceita a tarefa de aprender ativamente, procurando compreender o material de instrução que lhe ensinam", tentando, genuinamente, integrar o conhecimento novo aprendido nos que já possui em sua memória de forma descontraída, indagando quando necessário sobre o que não compreende.

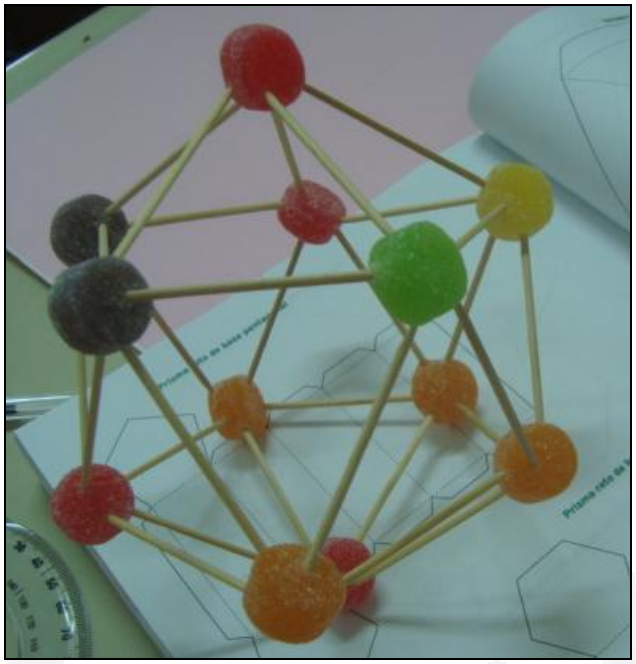
A atividade seguinte foi relacionada à construção do icosaedro. Cabe ressaltar que eles ainda não conheciam esse sólido e nem o seu nome. Os dados para a construção foram: **Com 12 vértices, e 30 arestas, construir um sólido no qual partem 5 arestas de cada vértice e possui faces triangulares.**

Após lançado o desafio, eles ficaram por um tempo imaginando como poderiam usar tantos palitos (arestas) e apenas 12 jujubas (vértices). Começaram então a riscar no papel a fim de verem como seria essa figura, esse sólido. Mas, apenas a aluna **S** conseguiu. Penso que isto se deve ao fato dela ser uma aluna esforçada e sempre folheando o livro de matemática, ao ponto de ligar o enunciado à figura já vista. Como já dissera, ela havia pesquisado sobre os sólidos de Platão.

E só após a **S** terminar sua construção, os demais deram início às suas construções. Mas, antes de virem o sólido que a **S** havia feito, 4 deles tentaram também, porém, a construção que obtiveram, mas, sem saber, foi o prisma de base triangular. Também não sabiam o significado da palavra prisma. Então sugeri que pesquisassem. Os demais, não obtiveram êxito e produziram outros tipos de sólidos de nome indefinido. Tiveram apenas a preocupação de utilizarem as jujubas e os palitos. Estes ficaram intrigados com o fato de não conseguirem chegar ao objetivo proposto. Após virem o da **S**, com dificuldade, conseguiram construir o seus também. A figura 14 mostra o icosaedro construído por um dos alunos, e em seguida algumas falas acerca das construções:

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Figura 14 - Icosaedro feito por um dos alunos.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

A – Tive que contar com a ajuda da **S**, pois ela terminou primeiro e sem a sua ajuda, não teria conseguido.

J_1 – Dessa vez não consegui sozinho, mas, ao ver que a **S** conseguira, então consegui fazer também.

E_2 – Tive que contar com a ajuda de alguém, e foi o **Y** quem me ajudou.

R_2 – Consegui, mas com dificuldade. Claro, o fato de ver a construção da **S** ajudou muito mesmo.

Nessa atividade, o fator que predominou foi novamente o companheirismo e cooperativismo, pois ao virem que a **S** terminara de forma rápida e eficiente, começaram a pedir ajuda dela, que prontamente atendeu os colegas. Alguns após verem a construção de S, fizeram rapidamente e ajudaram os demais colegas. De acordo com Dante (2009), ao despertar nos alunos interesse em algum conteúdo é possível que a participação deles se torne mais efetiva, propiciando maior companheirismo entre eles. Isso também pode colaborar no sentido de um ajudar ao outro na execução e no auxílio em conteúdos novos, gerando entusiasmo ao aprender. Dessa forma o ensino e a aprendizagem podem ser mais significativos, tornando o trabalho matematicamente mais interessante, e isso pode ser um bom caminho como estratégia metodológica para o ensino desta disciplina.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Na aula seguinte, propus o seguinte desafio: **com 20 vértices, 30 arestas, construir um sólido no qual partem 3 arestas de cada vértice, cujas faces são pentágonos regulares.**

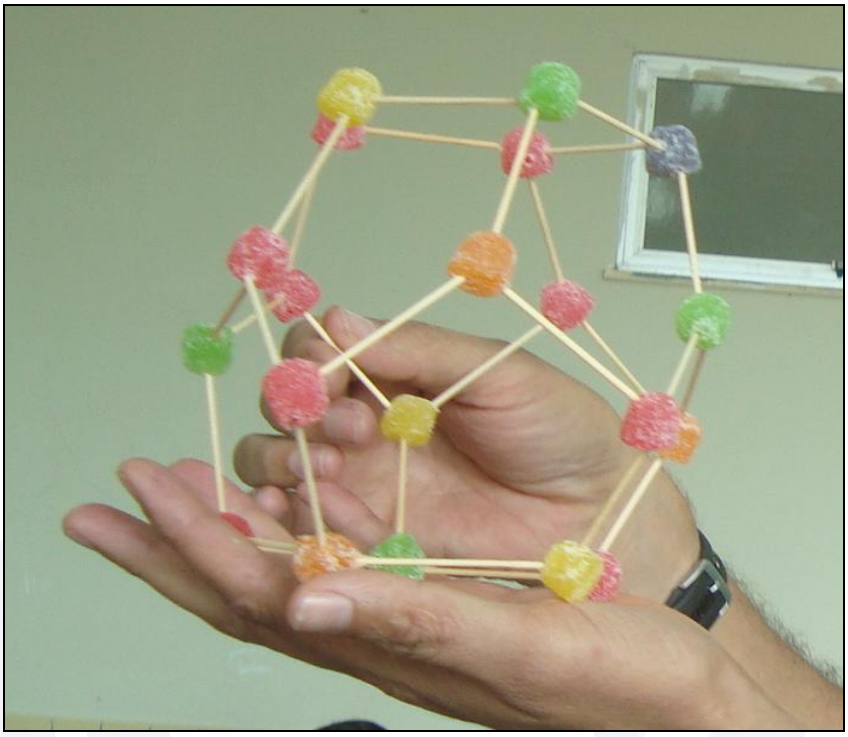
A construção do dodecaedro, não obteve muita resistência, pois o fato de partir apenas três arestas de cada vértice facilitou a interpretação e construção do sólido. Esse foi o primeiro sólido que todos fizeram de forma eficiente, porém este foi realizado em dupla. Percebi que o trabalho em dupla proporciona aos alunos pensar mais e os resultados obtidos foram positivos. Seguem alguns relatos:

R_1 – Bem, essa figura foi mais fácil, pois o fato de partir apenas 3 arestas de cada vértice, e possuir faces pentagonais, facilitou a construção.
M_2 – Achei que em dupla, a dificuldade foi bem menor, foi mais fácil com a ajuda da colega chegar ao fim da construção.
M_3 – Achei espetacular, pois vi que se assemelha com a “esfera”. Embora pensasse ser difícil, o fato de construir em dupla, tornou mais fácil.
S – Não foi muito difícil montar a figura. O que não gostei foi o fato de, após terminar, as jujubas não suportaram o peso uma das outras, e se desmanchou. As arestas eram grandes para que as jujubas suportassem o peso recebido das demais arestas. Precisa de cuidado ao construir.

Dessa maneira, considero que o trabalho se configurou num processo para facilitar a observação da aprendizagem significativa de Geometria Espacial, pois a partir do momento em que os alunos perceberam a importância de aprender esse tema com material potencialmente significativo, passou a interessá-los e a ter um significado para cada um deles, conforme Ausubel (2003). O dodecaedro construído por um dos alunos está na Figura 15.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Figura 15 - Dodecaedro construído por um dos alunos.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Analisando os demais comentários, vi que todos enfrentaram dificuldades no início, mas como foi em dupla, um ajudou o outro, e ao fim, todos conseguiram desenvolver a ideia de construção do dodecaedro. Oliveira (1997, p. 10) afirma que este desenvolvimento constitui-se um processo de transformação, pois

> primeiramente o indivíduo realiza ações externas que serão interpretadas pelas pessoas ao seu redor, de acordo com os significados culturalmente estabelecidos às suas próprias ações e assim desenvolve os seus processos psicológicos internos.

Cabe ainda comentar que os alunos consideraram interessantes as atividades realizadas. Um fator que tornou a aula interessante para os alunos foi o fato de após cada aula, poderem saborear suas jujubas. Alguns levaram suas construções para mostrarem aos pais e comentaram que estes acharam interessante o trabalho desenvolvido por eles em sala de aula.

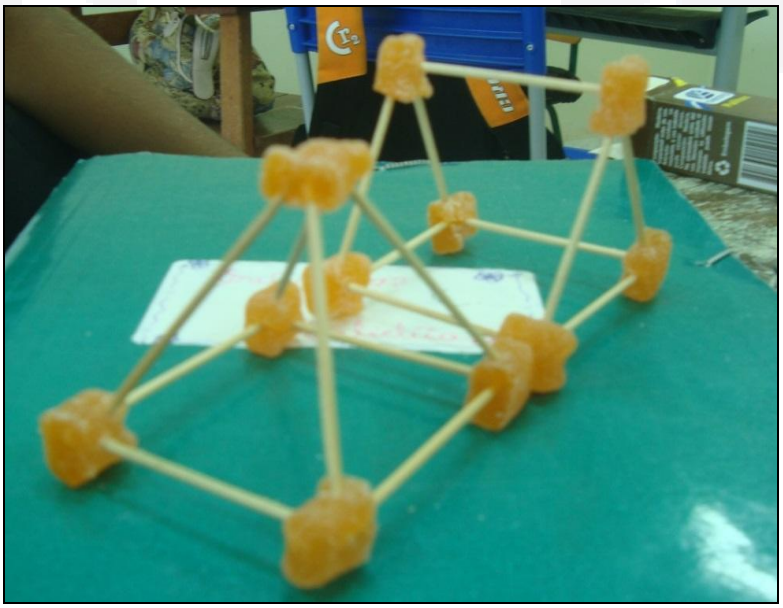
A atividade seguinte foi mais fácil, pois os sólidos possuíam menos arestas e menos vértices, o que facilitou a compreensão de quase todos. **Trata-se da construção de um prisma de face triangular e de uma pirâmide de base quadrada.**

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Ao expor os dados no quadro, omiti a informação de quantas arestas partiam de cada vértice. O **Y** prontamente se manifestou: “Professor não vai dizer a quantidade de arestas que partem de cada vértice?” Percebi que essa informação ajudara em muito nas aulas anteriores. Então respondi para ele e para os demais que esperavam uma resposta que seria útil a todos: “Hoje a aula é com um grau maior de dificuldade”.

Mas surpreendi-me, pois em tempo recorde, eles terminaram suas construções. A pirâmide foi feita primeiro e de forma mais fácil. Em relação ao prisma, ocorreram dificuldades. Alguns não sabiam o que era um prisma, mas, mesmo assim, tentaram construir. A aluna **E_2** disse que estava fazendo a pirâmide, mas na verdade, estava construindo o prisma. Ao terminar, perguntei se o que terminara de fazer era uma pirâmide, ela respondeu que não. Começou a segunda construção, fazendo a pirâmide**.** Na figura 16, temos o prisma de base triangular e a pirâmide de base quadrangular, ambos construídos nesta aula.

Figura 16 - Pirâmide de base quadrangular e o Prisma de base triangular.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Seguem os comentários de alguns alunos após a construção da pirâmide e do prisma de base triangular:

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Y – A pirâmide foi fácil pelo fato de se tratar de poucos vértices e poucas arestas. Já o prisma, por não saber como era a sua forma, foi difícil no início, mas como a base era triangular, logo visualizei que os vértices se encontravam nas bases, e então foi fácil usar as arestas que restavam. Já o prisma de base pentagonal, foi mais fácil, pois segui o modelo do primeiro. Se o prisma de base triangular tinha como base um triângulo, logo o prisma de base pentagonal, tinha como base um pentágono.

S – A pirâmide foi fácil. Não tive dificuldade de manejar as jujubas e os palitos, mas o prisma de base triangular me enrolou. Meu raciocínio ficou lento. Achei difícil a construção, e o prisma de base pentagonal, foi mais fácil, pois já havia feito o de base triangular.

J_3 – Achei mais fácil que os demais. Eles são pequenos e práticos. Os outros eram grandes e complicados.

M_1 – Para fazer a pirâmide tive que ter muita paciência, o prisma, achei mais difícil por causa da base triangular. Mas, o prisma de base pentagonal, foi mais tranquilo. Já consigo fazer vários tipos de prismas.

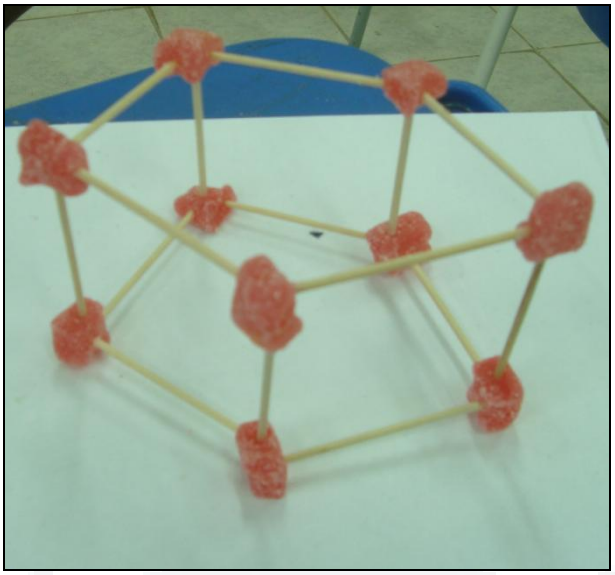
Ao analisar as falas dos alunos, reportei-me aos PCN's:

> [...] os alunos, confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto-confiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação (BRASIL, 2006, p. 52).

Em seguida solicitei que construíssem um prisma de base pentagonal. A princípio demonstraram indecisão, pois até então não sabiam que a identidade do prisma estaria no polígono da base. Após explicar esse detalhe, conseguiram construí-lo como mostra a figura 17.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Figura 17 - Prisma de base pentagonal.



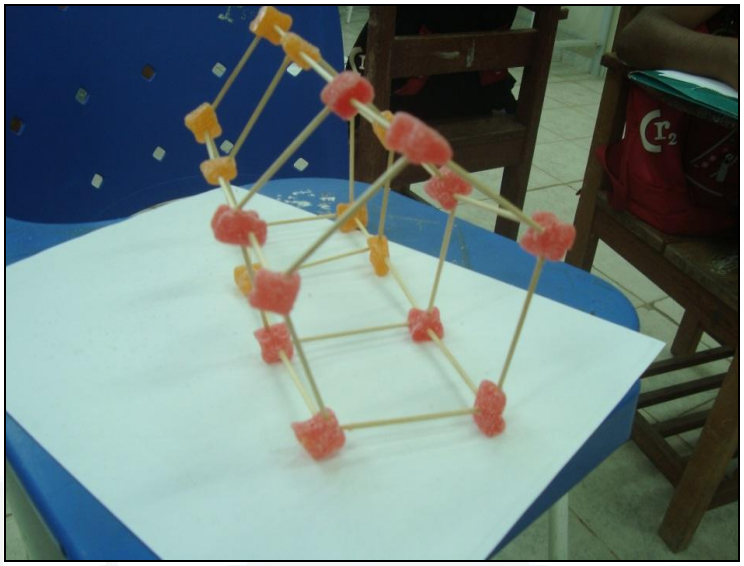
Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Na mesma aula, lancei novo desafio: **Construir um prisma com 10 vértices e 15 arestas.** O detalhe é que não foi informado o formato da base. Apenas disse que observassem a construção do prisma de base triangular e que de lá retirassem informações que são válidas para todos os prismas: todo prisma, independente da classificação, possui bases paralelas. Os alunos **J_1**, **M_3** e **E_2** construíram-no de forma regular no que diz respeito às bases. Os demais conseguiram após visualizarem as construções dos três colegas citados, porém, não atentaram para a regularidade das bases e fizeram uma espécie de “casinha”.

De forma contrária, a **S** foi a única que enfrentou dificuldade para construir o seu prisma, mesmo depois que os colegas já haviam terminado, ela se negou a olhar as construções deles. Depois de algum tempo, terminou. Ao fim, a **M_2** e **E_2** uniram as bases dos seus prismas, como mostra a figura 18.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Figura 18 - Junção de 2 prismas de base pentagonal.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Quantos vértices e quantas arestas possuem esse novo sólido? Os demais alunos que observavam meu questionamento, prontamente tomaram a palavra e disseram: 20 arestas e 30 vértices. Percebi então que não assimilaram a ideia de prismas. Em síntese e à luz da teoria da aprendizagem significativa, pode-se inferir que, neste caso, os alunos não conseguiram alicerçar novos conhecimentos sobre os antigos já construídos.

Pode-se ainda intuir, de acordo com Teixeira (2009), que há um abismo entre a matemática intuitiva e a simbólica, resultado do caráter abstrato do ensino. Ainda segundo o mesmo autor, na maioria das vezes a matemática parte do abstrato, e não de situações concretas, o que causa um desconforto, pois esta habilidade (abstração) não é fácil visualizá-la e aplicá-la na vida diária, algo que normalmente exige soluções práticas e imediatas para problemas. Neste momento, mostrei-lhes que todos os prismas têm a mesma propriedade: bases paralelas da mesma forma e as faces laterais têm a forma retangular. Entretanto, o fato de unirem dois prismas pelas bases, a nova figura continua com o mesmo número de arestas e vértices como foi demonstrado na figura 18.

Analisando os comentários dos alunos, notei que a maioria deles, ou seja, 10 alunos não tiveram muita dificuldade em construir a pirâmide e o prisma. Estes

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

alunos alegaram que o fato de ter poucas arestas e poucos vértices, facilitou a construção. Notei também que o prisma de base pentagonal foi mais fácil em virtude de terem feito o prisma de base triangular primeiro. Em seguida, explanei um pouco sobre os prismas e suas propriedades, destacando que todo prisma, possui um par de bases paralelas e as faces laterais têm o formato retangular.

Sugeri então que pesquisassem a razão de os sólidos platônicos receberem esses nomes, bem como por que os demais, como a pirâmide de base quadrada, pentagonal, os prismas de base triangular, pentagonal entre outros, não serem classificados como sólidos platônicos. Apenas a $\mathbf{E_2}$ e a $\mathbf{M_2}$ utilizaram o livro de matemática para verificaram essa informação.

Ao fim, coloquei a tabela com o nome de cada poliedro construído e solicitei que completassem com o número de vértices, arestas e faces com o objetivo de que os alunos chegassem à Relação de Euler. Com o auxílio deles, preenchi a primeira linha. As demais, cada aluno preencheu e, em seguida, discutimos a Relação de Euler presente no número de vértices, arestas e faces. Para o preenchimento, eles utilizaram o caderno de campo, bem como as anotações feitas durante as construções. Na Tabela 3 tem-se a Relação de Euler.

Tabela 3: Comprovação da Relação de Euler.

	Vértices	***Faces***	***Arestas***	***V + F - A = 2***
Tetraedro	4	4	6	4 + 4 – 6 = 2
Hexaedro	8	6	12	8 + 6 – 12 = 2
Octaedro	6	8	12	6 + 8 – 12 = 2
Dodecaedro	20	12	30	20 +12 – 30 = 2
Icosaedro	12	20	30	12 +20 – 30 = 2
Pirâmide Quadrangular	5	5	8	5 + 5 – 8 = 2
Prisma triangular	6	5	9	6 + 5 – 9 = 2
Prisma pentagonal	10	7	15	10 + 7 – 15 = 2

Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

A maioria dos alunos notou a relação entre os elementos do sólido. É sabido que os conhecimentos geométricos constituem parte importante e indispensável do

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

currículo de matemática no Ensino Médio. Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam, dentre outras coisas, a importância desses conhecimentos na formação dos alunos:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (BRASIL, 1997, p. 56).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais da Matemática (BRASIL, 1997), o ensino de Geometria nos anos iniciais já deve favorecer ao aluno pontos de referência que lhe permitam situar-se e posicionar-se no espaço, para que percebam as semelhanças e as diferenças entre objetos no espaço, para que, quando solicitados, ou, quando depararem com tais situações, saibam identificar e representar as formas dimensionais.

4.5 Construção do cubo com cartolina.

Ao expor uma nova atividade, usando cartolina, fiz da seguinte forma: Construir um cubo de 5cm de aresta. Todos, sem exceção, compreenderam e deram início à construção do cubo. Mas, apenas 3 alunos (**S**, **M_3**, **Y**) usaram o esquadro e a régua para suas marcações, os demais, usaram só a régua. Durante a atividade, observei cada aluno e vi que todos se saíram bem na planificação e na construção do cubo. Quanto à medida da aresta deixei por conta deles, para que evitassem a igualdade entre as construções, e percebessem a semelhança entre elas.

Conversei com os alunos e perguntei se já haviam feito algo parecido em casa, ou nas séries anteriores. Apenas a **J_3** nunca havia feito algo do gênero, enquanto que todos, em momentos anteriores, já haviam visto o cubo planificado, o que acredito ter facilitado esta atividade. Alguns alunos, porém, não atentaram para as abas, 3 alunos para ser exato: **E_2**, **M_2**, e **M_3**. Enquanto que os demais as incluíram no momento da planificação do cubo. Perguntei ao **R_2** o porquê das abas. Ele respondeu que era para colar quando dobrasse as faces do cubo. Notei que todos os alunos obtiveram êxito. Ao conversar com os 3 alunos que usaram abas nas

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

suas construções, estes afirmaram que “com elas (as abas) a construção fica mais firme, pois tem onde colar”. A figura 19 apresenta o cubo feito com cartolina.

Figura 19 - O cubo construído com cartolina.

Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Repetimos então a atividade, dessa vez, com arestas de tamanhos diferentes, pois a finalidade era enchê-los com cubinhos feitos manualmente em casa. Cubos esses semelhantes ao material dourado. Durante as construções, a **S** perguntou o porquê de repetir novamente a mesma atividade. Respondi que aguardasse que ao fim entenderia a razão da repetição. Ao ir a cada mesa, vi que $\mathbf{M_3}$, ao desenhar a planificação, não atentou para o número de abas e só percebeu o equívoco ao colar as abas, pois notou a falta de duas abas. Já $\mathbf{R_2}$ usou abas em excesso. Percebi que todos, aos poucos adquiriam prática com o manuseio dos instrumentos de desenho, mas, que por alguma desatenção, ou pressa em terminar, acabavam cometendo erros pequenos

4.6 Cálculo do volume através de cubinhos

Depois de concluída a construção do cubo com cartolina, apresentei-lhes os cubinhos de madeira, uma versão artesanal do material dourado que fizeram em casa, para que pudéssemos visualizar e calcular o volume dos cubos que eles construíram. Com isto calcularíamos a área da base, ou de cada face e o volume da cada sólido. Mas, os cubinhos fabricados em casa, não eram perfeitos, ao ponto de

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

suas dimensões serem exatas, e aconteceu o seguinte: no cubo construído com cartolina cuja aresta era **6cm**, couberam 5 cubinhos de madeira na aresta da base, resultando em 25 cubinhos na área da base. No cubo construído com cartolina, cuja aresta era **7cm**, couberam 6 cubinhos de madeira na aresta da base, resultando 36 cubinhos na área da base. No cubo construído com cartolina cuja aresta era **10cm**, couberam 9 cubinhos de madeira na aresta da base, resultando em 81 cubinhos na área da base.

Estas “falhas” os alunos notaram no momento em que preenchiam as caixas recém-construídas, pois nas faces das bases não couberam o número esperado, isto é, no 1º cubo de aresta 6cm, era para comportar em sua base 36 cubinhos, no 2º cubo de aresta 7cm, era comportar 49 cubinhos em sua base, e no cubo de aresta 10cm, era comportar 100 cubinhos em sua base. Na figura 20 podemos observar duas construções em que comprovaram a falha advinda do material utilizado: o cubo de aresta **a=6**, o da esquerda, coube 125 cubinhos ao invés de 216, e o cubo de **a=7**, o da direita, coube 216 cubinhos ao invés de 343 como mostra figura 20.

Figura 20 - Cubos de arestas 6cm e 7cm respectivamente.

Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

O objetivo desta atividade era demonstrar que o volume de qualquer cubo será sempre $V=a^3$. Notei que o objetivo foi alcançado, mesmo com o uso de cubos feitos manualmente.

A seguir, distribuí um número, de no máximo, 50 cubinhos para cada aluno e sugeri que fizessem blocos, ou que os empilhassem, para que pudessem visualizar

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

as 3 dimensões. Perguntei qual era o volume de cada bloco construído. Todos deram respostas diferentes em virtude da quantidade de cubinhos utilizados. Vi que todos contaram quantos cubinhos tinham em suas construções. Perguntei aos alunos quantos cubinhos existiam em cada dimensão: comprimento, largura e altura. Também direcionei a atenção deles para o fator camada de cada bloco. Eles contaram quantos cubinhos havia em cada camada, e ao fim somaram, resultando o volume já calculado. Por último, apresentei o fator fatia, isto é, camadas na vertical. Novamente, contaram quantas fatias e quantos cubinhos havia em cada uma, procedendo da mesma forma, somando, chegaram ao volume inicialmente calculado. A figura 21 mostra três demonstrações feitas pelos alunos.

Figura 21 - Percepção do volume do cubo e de dois paralelepípedos.

Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

O objetivo desta atividade era instigar os alunos a perceberem que em qualquer sólido cujos ângulos fossem retos, e suas bases fossem quadrangulares, como é o caso do cubo e do prisma de base quadrada, e base retangular, como é o caso do paralelepípedo, o volume pode ser calculado multiplicando-se as três dimensões, isto é, **V=a.b.c.** Além disso, tinha o intuito de que percebessem de que independente da ordem, que contassem os cubinhos empilhados o resultado era sempre o mesmo.

O uso dos cubinhos semelhantes ao material dourado teve o objetivo não apenas de proporcionar a visualização das propriedades, características e formação dos prismas, mas também de produzir objetos utilitários, relacionando dessa forma o conteúdo aprendido com sua aplicação em situações reais. O cálculo de volume

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

com a utilização do material dourado teve também como objetivo o desenvolvimento da interpretação e da percepção espacial. De acordo com Alsina, Burguês e Fortuny:

> A percepção espacial pode ser comparada com a interpretação de um texto escrito. Da mesma forma que no processo de leitura são agrupados as palavras em frases, para a obtenção de um entendimento global da informação, na percepção espacial trata-se de obter uma mensagem através de uma interpretação e visualização das formas e relações das propriedades geométricas espaciais.(1985, p. 16).

Ainda segundo estes autores, os níveis de organização espacial devem partir da construção de atividades. Como se sabe, o conceito geométrico de espaço não é dado, mas é construído mentalmente, depois de fazer operações adequadas. Assim, a percepção de espaço não é uma simples cópia da realidade, mas é o resultado de atividades organizacionais e de codificação de informações sensoriais.

Na aula seguinte distribuí novamente uma mão cheia de cubinhos para cada aluno e pedi que os organizassem lado a lado, como se fossem ladrilhar uma superfície qualquer ou como quisessem, desde que fosse organizado. Nesta aula, o ideal seria se tivéssemos, ao invés de cubos de madeira, pedaços quadrados de tábuas cuja espessura fosse menor possível e cuja área medisse 1cm^2 para então demonstrarmos o cálculo da área. Neste momento, assim como nas atividades de física, onde é solicitado para desprezar o atrito, solicitei que desprezassem o volume dos cubinhos e considerassem apenas uma das faces para que pudessem visualizar a área quadrada ou retangular como sendo o produto de duas dimensões: largura * comprimento. Alguns formaram áreas quadradas, outros áreas retangulares, outros enfileiraram os cubinhos. Na figura 22, temos as áreas construídas e calculadas por eles com a utilização dos cubinhos feitos na marcenaria.

Figura 22 - Cálculo da área de superfícies planas.

Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Pedi que calculassem a área ocupada pelos cubinhos no plano, ou seja, sobre a sua carteira/classe. Novamente, alguns contaram um a um, enquanto que outros foram mais rápidos multiplicando as duas dimensões: largura e comprimento. O objetivo desta aula era alcançar o entendimento de todos, que a área é o produto entre a largura e o comprimento de qualquer figura plana, quadrilátera, cujos ângulos internos sejam (são) retos.

4.7 Cálculo do volume e da superfície de sólidos em sala de aula

Nesta seção, apresento 9 atividades realizadas em sala de aula que tinham o objetivo de calcular o volume e a superfície de alguns sólidos.

1) Cálculo da quantidade de madeira para construção de uma caixa cúbica de 10 cm de aresta.

Ao apresentar a atividade, todos afirmaram que a quantidade de madeira seria de 1000 cm^3. Neste momento, estava segurando uma caixa cúbica construída por um deles. Após apresentar a caixa, perceberam que estavam calculando o volume. Como vocês fizeram para construir o cubo? Foram pegando a cartolina, dobrando e colando? Não, responderam. O que fizeram antes? Eles responderam: “Desenhamos a figura aberta”. Novamente perguntei: E essa figura aberta? O que vem a ser? **R_2** respondeu: “As faces do cubo”. Perguntei então o que eles usariam para construir uma caixa de madeira. A aluna **R_1** respondeu: “Tábuas, professor”. E para construir essa caixa, é preciso saber o volume das tábuas? Não, responderam. Perceberam então que as tábuas seriam as faces do cubo, ou da caixa. Instiguei-os a pensar na quantidade de tábuas necessárias para fazer a caixa. Claro, todos disseram 6. Instiguei-os a pensar nas dimensões dessas tábuas. Foi então que, apenas um aluno, **Y** afirmou que seriam necessários 600 cm^2 de madeira.

2) Cálculo da quantidade de madeira para construção de uma caixa cúbica de 10 cm de aresta, sem tampa.

Eles demoraram um tempo para entender o enunciado. A aluna **S** prontamente calculou a quantidade de madeira em cm^2. Ela disse 500cm^2. Os

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

demais alunos entenderam que ela não calculara a 6ª face, resultando assim neste valor. Novamente, com a caixa cúbica em mãos, e esta caixa, tinha tampa, mas, não estava colada, perguntei: O volume dessa caixa altera se tirar a tampa? Todos sem exceção disseram que sim, que altera. Foi então que perguntei: vejam o volume da caixa tampada, agora, vejam o volume da caixa destampada. Altera ou não altera? Neste momento, conseguiram ver que não há diferença no volume na caixa com tampa e sem tampa.

3) Quantas viagens são necessárias para transportar 435 cm^3 de areia numa caixa cúbica de 5 cm de aresta?

Apenas 3 alunos souberam responder e explicaram o porquê das suas respostas. Eles disseram que dividiram o volume da areia pelo volume da caixa cúbica de aresta **a=5 cm**, calculado previamente. Os alunos foram o **M_3**, a **S**, e o **Y**. Os demais não entenderam o cálculo feito pelos 3 alunos. Em seguida, apresentei-lhes como resolver o problema. Ao agir assim estava em concordância com Polya (2006) que afirma que quando o professor auxilia o aluno a resolver o problema que é apresentado estará ajudando a desenvolver no educando a capacidade de resolver futuros problemas ou situações-problemas por si próprios.

4) Calcular quanto mede a área total de um cubo sabendo que seu volume é de 3375 cm^3.

De imediato, os alunos **M_3** e **Y** apresentaram o que julgavam ser a resposta procurada. Como entenderam o volume do cubo, imediatamente encontraram a aresta, mas, quanto ao cálculo da área, fizeram apenas de uma face. Eles me chamaram e mostraram o resultado, mas afirmei que não era o resultado esperado. **M_3** entendeu que tinha que multiplicar por 6, pois descobrira a área de uma face apenas. Os demais acompanharam o raciocínio dele.

5) Calcular a área e o volume de um paralelepípedo que possui as 3 dimensões diferentes.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Como não foram informadas as dimensões, deixei a critério deles as medidas, o que gerou dúvidas em todos. A aluna **R_1** pediu que desenhasse no quadro o paralelepípedo. Percebi que não era ela apenas que tinha essa dúvida. Apenas o **R_2**, **M_3**, **Y**, **J_1**, **S**, e **A** sabiam o que era o paralelepípedo, pois já tinham pesquisado sobre este sólido em oportunidade anterior. Ao mostrar no quadro o desenho do paralelepípedo, reforcei a dica de que as 3 dimensões deveriam ser diferentes.

Neste momento, comecei a ir de classe em classe e notei que as alunas **S**, **A**, **E_2** e **M_2** tiveram muitas dúvidas de como começar os primeiros riscos, ao ponto de a aula terminar e não terminarem a planificação. Os demais riscaram e desenharam numa folha à parte para em seguida, darem início à planificação na cartolina. Mas, quando recortaram, e foram dobrar, viram que as dobras não combinavam com as demais, com exceção do **R_2** e do **E_1** que obtiveram êxito nas suas construções. **Y** e **M_3** resolveram reajustar as dobras após novos cortes, e assim as abas puderam ser coladas. Ao vê-los recortar, percebi que estavam confiantes, mas na hora de colar, sorriram diante do equívoco. Enquanto isso, as alunas **S**, **A**, **E_2** e **M_2** continuavam sem ação, sem saber como riscar e planificar o paralelepípedo para em seguida, recortar e montar.

Esta atividade tinha como objetivo a percepção planificada do paralelepípedo com as 3 dimensões diferentes. Entretanto, nenhum aluno conseguiu visualizar as 3 dimensões ao ponto de virem que as 6 faces geram 3 pares de faces iguais. Ao expor o resultado no quadro, eles confessaram que nunca tinham visto tal desafio. Sugeri que ao depararem com uma situação como esta, primeiramente desenhassem a planificação do sólido, a fim de perceberem os 3 pares de faces iguais e paralelas, bem como a igualdade entre cada par de faces.

6) Cálculo do volume, da superfície, da quantidade de ladrilhos e vazão de uma piscina cujas dimensões são 2m, 8m e 15m.

De imediato, 6 alunos apresentaram o volume em m^3. Foram eles: **E_2**, **R_2**, **J_1**, **M_3**, **S** e **E_1**. Mas, apenas **S** apresentou o volume em litros a partir da relação $1m^3$=1000l. Porém, ao perguntar quantos conseguiram calcular a superfície da piscina em m^2 (as partes que seriam ladrilhadas), ninguém se manifestou. De acordo

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

com Moreira e Masini (1982), essa é uma situação prática de aprendizagem, cuja dificuldade, está na aparente contradição entre os conceitos novos e as ideias pré-estabelecidas na estrutura cognitiva do aluno, pois diante desta dificuldade, o aluno poderá relacioná-la a conhecimentos anteriores.

Os alunos se lembraram da aula anterior cuja atividade foi a planificação e a construção do paralelepípedo. Após discussão, foi necessário desenhar o que seria a piscina. Algo que todos entenderam foi que uma piscina, não tem a face superior, isto é, todos contaram 5 faces. Eles conseguiram calcular a superfície em m^2. Entretanto, não conseguiram definir quantas cerâmicas de 30cm de lado seriam necessárias para ladrilhar a piscina. Isto é, não conseguiram relacionar a área maior (superfície da piscina) com a área menor (área da cerâmica) e assim, por regra de 3, definir a quantidade de cerâmicas. Ao dizer-lhes que teriam que transformar a área da cerâmica de cm^2 para m^2, o **M_1** antecipou e disse: “Tem que andar uma ‘casa’ para a esquerda, não é professor?”. Ele se referia à medida do lado da cerâmica. Respondi que sim. E ao apresentar a área da cerâmica, continuaram sem conseguir dar continuidade à solução.

Novamente, apresentei-lhes os 3 passos a serem seguidos para fazer a relação entre a área maior e a área menor: 1º desenha-se o sólido, 2º planifica-o, 3º calcular a área de cada face e então a área total. E em seguida, dividir a área total pela área da cerâmica. Relembrei-lhes sobre a importância das medidas das duas áreas estarem na mesma unidade. Afirmei que se primeiramente transformassem as medidas das arestas e depois calculassem a área, esta já se apresentaria transformada também.

Ao apresentar o passo a passo, eles consentiram ter compreendido. **R_2** acrescentou após os cálculos: “Professor, neste caso, é necessário arredondar o resultado para cima, já que não encontramos o material incompleto, ou em partes menores que o convencional, isto é, não vendem cerâmica aos pedaços, correto?”. Consenti com ele.

Na aula anterior, havíamos calculado o volume, mas a vazão apenas **S**, **R_2** e **M_3** apresentaram a resposta, porém de forma equivocada, pois fizeram uma divisão

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

a mais. O volume da piscina foi de 240000l. Para a vazão, eles dividiram o volume encontrado pela capacidade de vazão 50l/min, isto é 240000l/(50l/min), resultando em 4800min, mas, eles resolveram dividir por 60. Por um momento, não entendi o raciocínio deles, mas logo vi que eles queriam transformar o resultado em horas. Ao efetuar a divisão, eles encontraram o valor 80, julgando ser minutos, então apresentaram esses 80min como sendo o resultado final, ou seja, 1h20min, o tempo de duração de vazão da piscina. Neste momento, vi a necessidade de intervir, mostrando que o valor 4800min que encontraram era o valor final.

> Quando o professor consegue identificar a causa do erro, ele planeja a intervenção adequada para auxiliar o aluno a avaliar o caminho percorrido. Se, por outro lado, todos os erros forem tratados da mesma maneira, assinalando-se os erros e explicando-se novamente, poderá ser útil para alguns alunos, se a explicação for suficiente para esclarecer algum tipo particular de dúvida, mas é bem provável que outros continuarão sem compreender e sem condições de reverter a situação (BRASIL, 1997, p. 41).

Neste caso, a divisão seguinte que fizeram era necessária para transformar os minutos em horas, isto é, 80h, pois o convencional é apresentar a resposta em unidade maior. Em seguida, por conta própria transformaram as 80h em 3d e 8h (3dias e 8horas).

Embora compreendessem, achei importante ir além de relacionar a vazão com o tempo. Apresentei-lhes que se 50 litros escoam em 1min, 100 litros em 2 min, cheguei ao resultado que relacionava quantidade com hora, isto é, 3000 litros em 60 min, ou 3000l/h. Foi então que perguntei a eles: como pode 240000l escoar em 1h20min? Impossível. Pude aqui, segundo Moreira e Masini (1982) perceber a reconciliação integradora através da exploração, relação e comparação entre ideias, tendo como finalidade o apontamento de igualdades e diferenças significativas entre essas informações. Eles entenderam a lógica da divisão e da transformação de minutos para horas, e por último, horas em dias. Sugeri-lhes que em casa, de posse de um balde, de capacidade conhecida, o pusessem para encher numa torneira ou chuveiro, e assim, marcassem o tempo que o balde levaria para encher. Fazendo isso, teriam a capacidade de compreender melhor a vazão, ou a quantidade de água que a torneira jorraria.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

7) Construção de uma caixa sem tampa com uma folha de papel Sulfite para obter o maior volume possível.

Ao apresentar essa atividade, todos os alunos acharam estranha, e perguntaram: “Como fazer isso?” Respondi-lhes: “Usem a imaginação”. Eles então começaram a riscar o que seria a caixa planificada. Para a minha surpresa, eles logo conseguiram resolver o desafio. **M_1** foi o primeiro a apresentar a sua caixa. Quando todos terminaram, fui ao quadro e pedi que informassem as dimensões da caixa, da área total e do volume. Porém, apenas as dimensões e o volume souberam informar, já a superfície, não. Novamente relembrei-lhes a atividade da piscina, e sua planificação para saber a área a ser ladrilhada. Na figura 23 apresento as caixas construídas por todos eles.

Figura 23 - Caixas construídas a partir do papel sulfite.

Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Foi então que a **S** me chamou à sua carteira/classe e mostrou como calculara a planificação da sua caixa, para mostrar a comparação que fizera. Isto é, enquanto falava à turma sobre o exemplo da piscina, ela já estava terminando o seu cálculo de superfície da caixa. Ela continuou: “Professor, como tinha a planificação da piscina aqui no caderno, substituí pelas medidas da caixa, então cheguei ao valor procurado”. Elogiei-a dizendo que este era o caminho a ser seguido: resolver problemas por comparação. A afirmação de **S** me remete a citação de Ausubel (2003), quando este diz que o aluno quando tenta, de forma genuína, integrar os novos conhecimentos com os que já possuem, ele assume uma responsabilidade pela própria aprendizagem. É o que diz Polya (1995) a respeito de problemas

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

geométricos e sobre a importância do desenho ou da figura, esteja em nossa imaginação ou desenhada no papel.

> Se o nosso for um problema geométrico, teremos de considerar uma figura, que pode estar em nossa imaginação ou ser desenhado no papel. Em certas ocasiões, será melhor imaginar a figura sem desenhá-la. Mas se tivermos de examinar vários detalhes, um após o outro, será desejável traçar uma figura. Se os detalhes forem numerosos, não poderemos imaginá-los todos simultaneamente, mas eles estarão todos juntos sobre o papel. Um detalhe visualizado em nossa imaginação pode ser esquecido, mas o mesmo detalhe desenhado no papel aí permanece, de tal maneira que quando a ele voltamos, relembramos as observações anteriores, com isto nos poupando tempo e trabalho (POLYA, 1995, p.82).

Foi o que **S** fez. Então os demais entenderam do que se tratava e começaram a fazer o mesmo: calcular as superfícies das suas caixas, isto é, em comparação às atividades realizadas no caderno.

8) Construção de um prisma de base triangular e cálculo da superfície total e do volume.

A propósito, não defini as dimensões do prisma, o que causou novamente inquietação em todos. Entretanto, em pouco tempo elas se foram, e as primeiras retas começaram a aparecer. **Y** perguntou: “Como é esse prisma?” Respondi: “A base classifica o prisma, em que a base é o seu nome”. Ao dar essa informação, todos aproveitaram e começaram a planificação dos seus prismas.

Durante a construção, percebi que $\mathbf{R_2}$, por algum motivo, não fez as bases, isto é, não as incluiu na planificação, obtendo assim um prisma “oco”. Perguntei-lhe: “E as bases?” Ele disse que tivesse calma, que as faria depois. Foi o que aconteceu. Logo que terminou as faces laterais, construiu as bases separadamente. Porém, não ficou como os prismas dos demais cujas bases estavam na mesma planificação, junto com as faces laterais.

S ao terminar perguntou: “Professor como devo analisar a altura do prisma?” Respondi-lhe: “De preferência, deixe as bases na horizontal, e, claro, isto não impede que o prisma seja visualizado noutras posições, desde que entenda que suas bases sejam paralelas”. Ela entendeu então que a base deve estar na horizontal, para que a altura estivesse na vertical, favorecendo a compreensão.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Pude aqui me reportar ao que Moreira e Masini (1982) e Ausubel (2003) *apud* Rehfeldt (2009) dizem sobre diferenciação progressiva, quando o aluno, a partir de uma informação particular, a generaliza, tornando-a válida para qualquer situação, neste caso particular, o prisma. No entendimento destes autores é mais fácil para o ser humano captar aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo do que chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas. Ela fez essa pergunta, pois queria dar início ao cálculo da área total do prisma. Algo que percebi em todos os alunos foi o fato deles não calcularem a superfície total do prisma quando desenhavam a planificação na cartolina, pois a visualização, antes de dobrar e colar provê melhor entendimento para o cálculo.

Ao término da aula, quando quase todos os alunos haviam saído, dois alunos, **E_1** e **R_1** permaneceram na sala com os seus sólidos em mãos. O prisma de **E_1** estava quase perfeito. Um detalhe impedia a perfeição. Ele colara as abas para fora. Enquanto conversávamos, interpelei-o com o prisma em minhas mãos: Está perfeito? Ele pensou e respondeu: “Não”. Perguntei novamente: “Por quê?” Ele disse: “As abas deveriam ter sido coladas para dentro”. Após essa observação, relembrei-lhe do objetivo do projeto que era o de constituir uma fonte de renda com o trabalho desenvolvido em sala da aula, e para isso, deveriam estar conscientes de que a busca pela perfeição deveria ser constante. Ausubel (2003) defende a ideia de que para haver aprendizagem significativa, o aluno deve ter consciência do conhecimento possui, bem como conhecer o objeto de estudo, o que possibilita adquirir novas informações significativas.

Nessa tarefa, todos os alunos dispunham de materiais de desenho, mas dos 13 alunos, (apenas) 8 usaram os instrumentos de desenho como esquadro, transferidor e régua, enquanto que os demais usaram apenas a régua. Ao fim, pedi que comparassem as construções entre os que usaram os instrumentos e os que não usaram.

Na aula seguinte, ao retomarmos o cálculo da superfície do prisma, notei que todos tiveram dificuldade para desenhar novamente a sua planificação, ao ponto de não perceberem que as bases, por terem a forma de triângulos, deveriam ser calculadas à parte. Foi então que decidi intervir. Desenhei um prisma no quadro e coloquei as dimensões nos devidos lugares. Em seguida, planifiquei-o, repetindo a

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

medida da altura em cada aresta das faces laterais, bem como coincidindo a largura das faces com os lados do triângulo equilátero.

Até esse ponto, todos compreenderam. Relembrei novamente que poderiam ter feito o cálculo no início da planificação para construir o prisma. O cálculo da área lateral foi compreendido com facilidade, mas a área dos triângulos das bases, não. Foi necessário relembrar o conceito de área do triângulo, sua base e sua altura, bem como o teorema de Pitágoras para definir a altura do triângulo equilátero (base do prisma) e mostrar o passo a passo do teorema de Pitágoras mencionado. Enquanto calculavam a área do triângulo, mostrei que se juntassem os dois triângulos, teria um paralelogramo, facilitando o cálculo.

Analisando esta atividade, notei que não relembravam dos conhecimentos apresentados nas primeiras aulas, bem como o cálculo da diagonal do quadrado que fora feito com a utilização do teorema de Pitágoras. Noutra oportunidade, foram apresentados no quadro dois sólidos: um prisma de base triangular e um prisma de base retangular, para que calculassem a área total e o volume. A intenção era verificar se haviam retido alguma informação da aula anterior. O prisma de base retangular foi solucionado com sucesso, mas o prisma de base triangular, não.

Notei que todos estavam tendo dificuldade no cálculo da área da base, pois era necessário usar o teorema de Pitágoras para definir a altura do triângulo (base do prisma), em seguida, a área deste. Noutra ocasião, certamente o professor não faria a devida relação entre figuras para facilitar o entendimento do aluno. Pavanello (2001) afirma que é fundamental a preocupação do professor com o aprendizado do aluno, para que este ao trabalhar as relações existentes entre as figuras possa progredir para um nível superior de compreensão de conceitos. Outra dificuldade notada foi o cálculo do volume, pois ao invés de usarem a altura do sólido, estavam usando a altura do triângulo (base do prisma), bem como a base do prisma, pois queriam usar as duas bases. Foi então que, resolvi-o novamente para que vissem todo o passo a passo, reportando ao que dizem os PCN's sobre a interação do professor com os alunos:

> Além de organizador, o professor também é consultor nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

> as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função, faz explanações, oferece materiais, textos, etc (BRASIL, 1997, p. 31).

Quando o aluno, **E_1** disse: “Professor não me lembro mais de nada da aula anterior”. Disse-lhe: “Impossível você não se lembrar de nada”. Ele confessou que se lembrara do que vira na aula anterior. Com esta situação percebi o quanto é importante o papel do professor, bem como a necessidade de constantemente se rever os conteúdos estudados.

> Outra de suas funções é como mediador, ao promover a confrontação das propostas dos alunos, ao disciplinar as condições em que cada aluno pode intervir para expor sua solução, questionar, contestar. Nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas. Ele também decide se é necessário prosseguir o trabalho de pesquisa de um dado tema ou se é o momento de elaborar uma síntese, em função das expectativas de aprendizagem previamente estabelecidas em seu planejamento (BRASIL, 1997, p. 31).

9) Construção de um prisma de base quadrangular, o cálculo da sua superfície e do seu volume.

Enquanto expunha esse problema, apresentei-lhes uma caixa de suco, cuja base era quadrangular, para que tivessem um pouco de contato com o que seria um prisma de base quadrangular. Ao distribuir o material (cartolina, régua, esquadros, tesoura e cola) todos entraram em ação. Uns de forma mais prática, outros de forma mais cuidadosa e com receio. Embora tenha sido aceita com menos estranheza, apenas 5 alunos, **E_1**, **R_2**, **M_3**, **Y**, e **S** apresentaram desenvoltura na construção, agindo em companhia um do outro. Tal atitude é determinada pelos PCN’s quando estes tratam sobre a interação que deve haver entre os alunos em momentos como estes:

> [...] a interação entre alunos desempenha papel fundamental na formação das capacidades cognitivas e afetivas. Em geral, explora-se mais o aspecto afetivo dessas interações e menos sua potencialidade em termos de construção de conhecimento (BRASIL, 1997, p. 31).

Os demais alunos foram mais lentos, pois só apresentaram suas construções ao fim da aula. Destaco que os 5 alunos fizeram o cálculo da superfície no momento em que desenhavam, pois com o prisma planificado, perceberam que era bem mais

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

fácil calcular a área total. Ao fim, apresentaram o volume sem nenhuma dificuldade. Um detalhe que observei no aluno **M_3** (este fora um dos 5 alunos que terminaram a atividade de forma mais rápida), foi o fato de, novamente, não colar ao menos uma aba para dentro do sólido.

Enquanto isso, os demais com dificuldade conseguiam terminar suas construções, com exceção da **E_2** e da **M_2** que tentavam, riscavam e apagavam. As duas alunas citadas demoraram toda a aula sem ao menos terminar o desenho da planificação. Suas construções não ficaram milimetricamente perfeitas, pois as arestas das bases diferiam questão de milímetro de uma para a outra, ao ponto de se perceber no olhar. Neste momento, mostrei a eles três embalagens no formato de prisma: um de base retangular, um de base quadrada e um cubo. Foi quando perguntei se, após conhecerem um pouco sobre geometria espacial, e se no momento das compras o olhar e o apalpar as embalagens havia mudado. Se conseguiam associar o que estavam estudando em sala de aula com o que observavam nas prateleiras do supermercado. Foi então que **S** se manifestou dizendo: “Professor, confesso que observo sim as embalagens e fico imaginando-as como seriam planificadas”.

E_2 e **M_2** continuavam com suas planificações inacabadas. A aula terminou e elas permaneceram na sala. Pude então, de forma individual, tirar as dúvidas que ainda pairavam. Notei que **E_2** confundira o modo de calcular a área da base, pois para calcular a área da base do prisma de base quadrangular, usara a fórmula da área do triângulo. Também não estava conseguindo notar que as faces laterais apresentavam retângulos. Após explicar a diferença e demonstrar no quadro, ela mostrou ter entendido o que realmente fora pedido. Ao fazer isso, estava concordando com Polya (2006), quando este diz sobre os dois motivos que leva o professor a indagar seus alunos:

> Primeiro, auxiliá-lo a resolver o problema que lhe é apresentado; segundo, desenvolver no educando a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio. [...] O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhe oportunidades de imitar e de praticar (POLYA, 2006, p. 03).

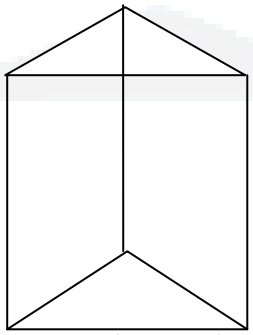
BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

4.8 Atividades apresentadas para fazerem em casa

Nesta seção apresento a descrição e a análise de algumas atividades realizadas pelos alunos em casa.

1) Calcular o volume do prisma de base triangular da Figura 24, cujas arestas da base medem 4 cm e altura mede 8 cm.

Figura 24 - Prisma de base triangular.



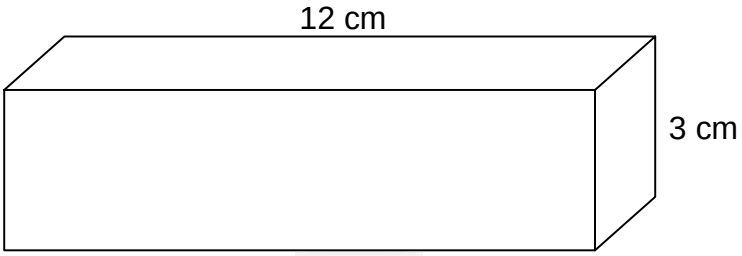
Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Apenas 5 alunos não conseguiram resolver esta atividade. Foram eles: $\mathbf{E_2}$, $\mathbf{M_2}$, $\mathbf{E_1}$, $\mathbf{R_1}$ e $\mathbf{J_3}$. O aluno $\mathbf{E_1}$ afirmou que não resolveu, pois pensava que para calcular o volume, fosse necessária a área lateral, isto é, planificá-lo, e como não conseguiu, desistiu de tentar. Já os outros 4, não conseguiram definir a área da base do prisma, por se tratar de um triângulo, pois não haviam entendido ainda a maneira de calcular a área do triângulo. Os demais conseguiram, sem dificuldade, resolver a atividade. Por se tratar de um triângulo equilátero, mostrei como encontrar a altura de forma prática, ou seja, utilizando $h=\frac{l\sqrt{2}}{2}$, sendo o lado do triângulo de medida **l.** Ao apresentar essa relação, apenas os 5 alunos citados tiveram dificuldades em generalizá-la, isto é, utilizá-la em qualquer triângulo equilátero. O equívoco que cometeram foi confundir a altura do triângulo da base com a altura do prisma. Mas, de forma simples, depois de uma breve explicação, entenderam, passando a resolver tal problema de forma prática.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

2) Calcular área total do prisma de base quadrada da figura 25.

Figura 25 - Prisma de base quadrada.



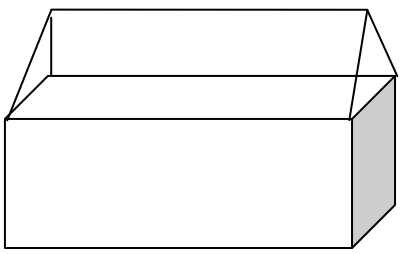
Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Apenas 4 alunos resolveram esta atividade. Foram eles: **M_3**, **R_2**, **S** e **Y**. Porém, apenas **M_3** e **S** resolveram planificar o prisma para então calcular sua área total. **S** afirmou que teve dificuldade em definir o que seria a base do prisma, pois esta fora apresentada na posição horizontal, ou seja, ela não atentou para o fato do prisma ser um paralelepípedo retângulo. Este poliedro possui ângulos retos, e qualquer posição que for apresentada a base pode ser a face que está na horizontal. **R_2** e **Y** alegaram não encontrar dificuldades, pois de forma prática, sem planificá-lo, obtiveram o mesmo resultado.

Em seguida foram apresentadas a todos duas formas de solução: por planificação e por soma das áreas de cada face, bem como a fórmula geral para este caso: **$A_t = 2.(ab + ac + bc)$**, em que **a**, **b**, e **c** são as dimensões do paralelepípedo.

3) Calcular a capacidade do galpão de dimensões 10m x 6m x 5m e telhado com 10m x 5m x 5m conforme a figura 26 abaixo:

Figura 26 - Paralelepípedo em junção com o Prisma de base triangular.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

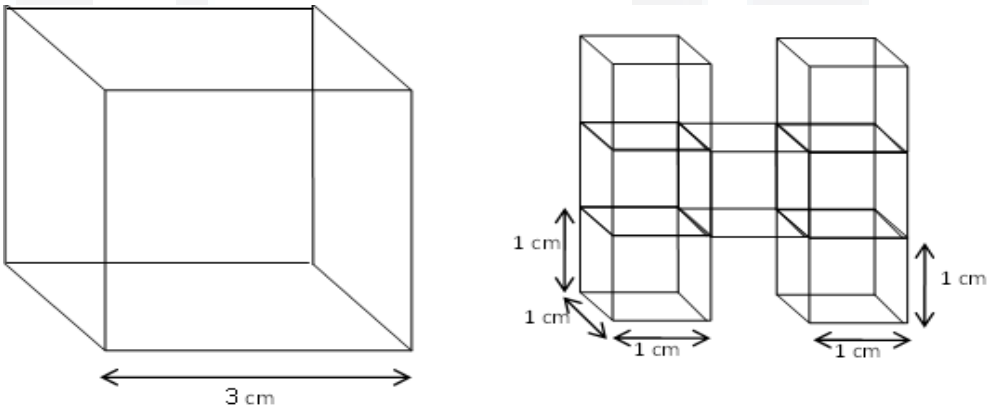
BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Nenhum aluno conseguiu encontrar a capacidade do galpão. Apenas **M_3** e **Y** começaram, mas, não concluíram, pois não imaginaram que poderiam separar os dois sólidos: o paralelepípedo e o prisma, e calcularam apenas o volume do paralelepípedo.

Neste momento, mostrei-lhes que poderiam desmembrar as figuras, para facilitar a solução do problema. Ao desmembrar, puderam ver que não era tão difícil como imaginavam. Citei alguns exemplos que conheciam, mas não associavam ao problema proposto. Enquanto citava, eles iam consentindo com a cabeça, pois relembravam que já tinham visto em algum momento do cotidiano.

4) De um bloco cúbico de madeira de aresta 3 cm, como mostra na figura 27, recorta-se um sólido na forma de H como mostra ao lado. Calcular o volume do sólido após recortado.

Figura 27 - Cubo de aresta 3cm e a letra H recortada deste.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013

Apenas **M_3** conseguiu resolver este desafio. Segundo ele, foi muito fácil, pois verificou que a letra era formada por cubinhos de aresta a=1cm e que cada cubinho tinha $v=1cm^3$, ele apenas contou os cubinhos, 7 no total, logo, o volume do sólido é $V=7cm^3$. Ao resolver no quadro esse desafio, os alunos puderam ver que realmente era muito fácil. Inicialmente, eles sabiam qual era o volume do bloco, mas, a partir de então, não souberam dar sequência na solução. Quando perguntei pelo volume

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

de madeira que sobrara, não tiveram dúvida em subtrair a “letra agá” formada por 7 cubinhos de 1cm de aresta do volume inicial do cubo de aresta 3cm e afirmar que era de $20cm^3$ como pode ser visto na figura 27 acima. **M_3** ainda completou confirmando que só não acertara a questão do galpão, pois não imaginava que poderiam ser desmembrados.

No que diz respeito a essas 4 atividades/problemas, verificou-se que a maioria estava insegura. Insegurança esta que os impediam de começar, de tomar iniciativa, pois enquanto eu resolvia cada questão no quadro, entendiam perfeitamente. Creio que os fatores como imaginação e segurança precisam ser trabalhados com os alunos para que ao virem os objetos que os cercam, possam associar com a geometria espacial.

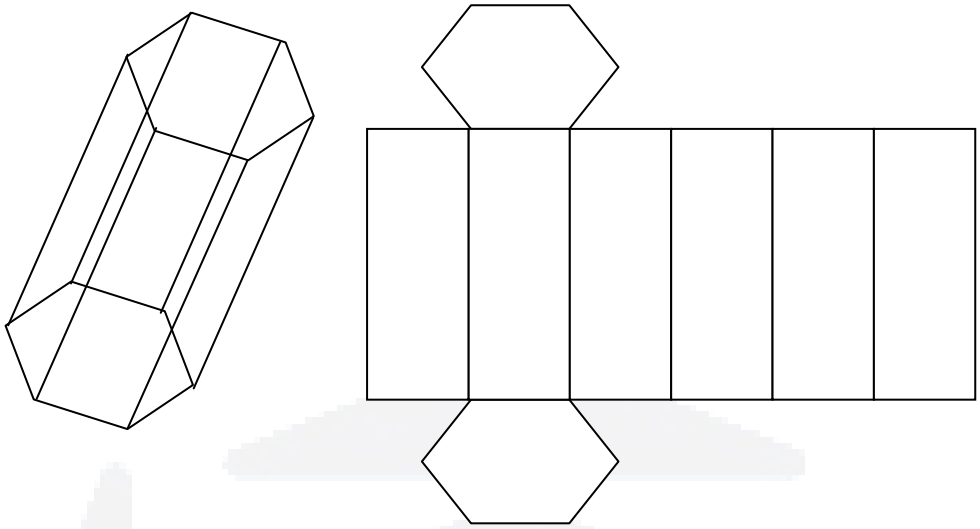
Para que as situações cotidianas possam ser comparadas com problemas expostos em sala de aula Dante (2005) expõe sobre a oportunidade do aluno ao este deparar com conceitos matemáticos no seu dia a dia, pois estes favorecem o desenvolvimento de uma atitude positiva (do aluno) em relação à matemática. Dante (2005, p. 13) ainda complementa: “Não basta saber fazer mecanicamente as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. É preciso saber como e quando usá-las convenientemente na resolução de situações-problema”.

5) Construção de um prisma hexagonal, o cálculo de sua superfície total, do seu volume, sabendo que a aresta da base mede 6cm e a altura do prisma mede de 15cm.

Para esta atividade, desenhei o prisma hexagonal de aresta da base a=6cm e altura h=15cm. Após todos receberem os materiais de desenho, puseram-se a pensar em como começariam. Expus o prisma de duas formas conforme figura 28.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Figura 28 - Prisma de base hexagonal e sua planificação.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Observei que os alunos não tomaram iniciativa para a resolução, não lembravam mais do manuseio do transferidor. Ao conversar com eles, verifiquei que na construção do prisma de base hexagonal, o transferidor foi usado por 7 alunos, o esquadro, por 12, e a régua, por 12. Após construírem, apresentei a generalização das fórmulas para o cálculo da área lateral ($A_L = 6.a.h$), área total ($A_T = 2.Ab + A_L$), e o volume ($V_p = Ab.h$) do prisma de base hexagonal, bem como para outros prismas cujas bases são polígonos regulares.

Após a construção do prisma de base hexagonal, debatemos sobre o cuidado que devemos ter ao construir os sólidos. Estes devem ser os mais perfeitos possíveis, pois futuramente, poderá se constituir em uma fonte de renda. Teci este comentário por notar que alguns alunos insistiam em colar a última aba para fora, ou as medidas não eram iguais nas bases, ou não usavam os esquadros, e transferidor de forma correta, o que interferia diretamente no acabamento do produto.

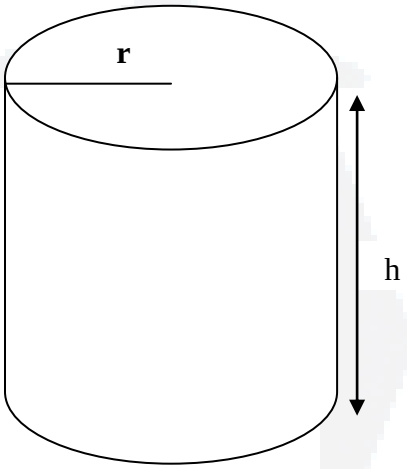
4.9 Demonstração e construção do cilindro, além dos cálculos da superfície e volume

Na aula seguinte, damos início ao estudo do cilindro. Perguntei se sabiam o que era um cilindro e que exemplo poderiam dar a respeito deste sólido. Eles responderam de forma insegura. Neste momento, apresentei para eles alguns

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

objetos que têm a forma de cilindro como os pneus, os rolos de fitas adesivas, de fitas zebradas (esta última, utilizada para isolamento de locais que aguardam perícia) e algumas embalagens que eles conheciam muito bem como: lata de leite em pó, lata de óleo, algumas latas de conservas, entre outros objetos. Apresentei também os elementos do cilindro: raio, diâmetro e altura. Percebi que não tiveram dificuldade em entender a aplicação de cada um deles. Em seguida, falei-lhes do volume e da planificação deste sólido. Neste momento, apresentei a eles o problema abaixo que pedia para construírem um cilindro de raio **r** e altura **h**, como mostrado na figura 29. As dimensões foram definidas por eles.

Figura 29 - Cilindro de altura **h** e raio **r**.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Desenhei-o no quadro, e perguntei: “Alguém pode dizer como é um cilindro planificado?!” Todos responderam sem hesitar: “É um retângulo com duas circunferências em cada base”. Correto. Complementei. Neste momento, discutimos o cálculo da área do círculo que é dado por: $\mathbf{A_C = \pi r^2}$ (base do cilindro), bem como o comprimento da circunferência que é dada por: $\mathbf{C_C = 2\pi r.}$ Este comprimento é a base do retângulo cuja área é: $\mathbf{A_L = 2\pi r * h}$ (área lateral do cilindro), a área total é dado por $\mathbf{A_T = 2\pi r*(r+h).}$ Enquanto que o volume dado por $\mathbf{V_C = \pi r^2*h}$. Apresentei todas essas relações e todos consentiram que as entenderam. Aproveitei para apresentar duas situações distintas. Quais dos dois sólidos apresentam maior volume: um cilindro de altura 20cm e raio 5cm, ou uma caixa de base quadrada, também de 20cm de altura e aresta da base igual a 10cm. Apenas **Y**, $\mathbf{M_3}$ e $\mathbf{R_2}$ entenderam que a caixa possui maior volume.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Na aula seguinte, distribuí o material para que cada um construísse seu cilindro. Todos conseguiram manusear o compasso e na planificação não tiveram dificuldades. Quanto às dimensões, deixei-os livres para decidirem o raio e a altura do cilindro a fim de não obterem os mesmos resultados. Durante a construção, quase todos tiveram dificuldades, não com a planificação, mas com as abas, pois não as picotaram (não a cortaram em "v"), o que dificultou a colagem. Apenas **R_2** construiu o cilindro sem que as bases fossem parte da área lateral, fazendo-o "oco".

Para esta construção, eles não olharam o livro didático, pois neste, tem parte dos poliedros trabalhados nas aulas. Quanto à planificação do cilindro, não tiveram dificuldade em afirmar como ficaria, pois havíamos planificado outros poliedros, o que ampliou a visão deles, facilitando o modo de ver como seria a planificação deste. Porém, ao manusearem o livro, viram que erraram em não "picotar a aba em V". Atribuíram este "erro" ao não cumprimento da tarefa de forma perfeita.

Ao findar essa fase de desenhos, cortes, recortes e colagens, foi feito então, uma aula de revisão. A aula foi: Reconstruir os 5 poliedros platônicos com palitos pontiagudos e jujubas. Eles aprovaram a ideia, pois há tempos perguntavam pelas jujubas que restaram das primeiras construções. A turma foi dividida em duplas e trios e cada grupo ficou responsável por um poliedro. Ao distribuir o material, para cada grupo, pairou uma dúvida inicial: "Como começar?". "Como fazer?". Mas, em instantes a dúvida esvaiu-se, e todos fizeram seus poliedros. Todos obtiveram êxito nas construções, ao ponto de rapidamente concluírem cada uma.

Em seguida, foram distribuídos cartolina, cola, tesoura e os instrumentos de desenho. Cada grupo ficou responsável em construir o poliedro cuja construção fizera com palitos e jujubas. Todos, após receberem os materiais, de imediato, buscaram no livro didático a planificação de cada sólido e começaram os primeiros riscos. Mas, apenas o tetraedro e o hexaedro foram construídos com êxito. O icosaedro também foi construído, mas sem muito cuidado. O octaedro também foi planificado, mas não foi concluso.

O dodecaedro, porém não foi bem aceito. Mesmo olhando como este era planificado, as dificuldades continuavam. Sugeri que fizessem com arestas de

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

medidas diferentes das que viram nas planificações, teriam que manusear o esquadro e o transferidor para construir cada polígono (face) e medir cada ângulo interno do pentágono que media 108º. Tal fator impediu a planificação e a construção perfeita do dodecaedro, isto é, a colagem não ficou como o esperado.

Com base nas figuras planas construídas, cálculo de áreas, e nos poliedros cuja superfície e volume foram calculados pude então apresentar-lhes o que fora comentado/prometido no início da aplicação deste trabalho: a construção da caixa de presente/objeto de decoração e comercialização desta como fonte de renda[8]. Acredito que nesta fase final os alunos já tenham adquirido conhecimentos suficientes para a realização desta atividade.

Conforme Ausubel (2003, p. 49), o aluno organiza uma determinada quantidade de informações e após integrá-la na estrutura cognitiva existente ele reorganiza a combinação integrada "de forma a criar um produto final desejado ou a descobrir uma relação meios-fim ausente". De acordo com o autor, depois de completada esta fase o aluno interioriza o conteúdo descoberto, "criando proposições que representem soluções para os problemas suscitados, ou passos sucessivos para a resolução dos mesmos" (Ausubel, 2003, p. 5).

4.10 A construção da caixa de presente

Por último, a tão esperada aula chegou: a construção da caixa de presente, ou objeto para decoração, ou ainda, porta objetos. Levei para a sala algumas embalagens para que servissem de modelo ao construírem seus sólidos. A princípio, dividi a turma em duplas, mas por ser um num ímpar de alunos, a aluna **E_2** fez questão de ficar só nesta última aula. Enquanto apresentava os modelos que trouxera, disse que se tivessem algum outro modelo de embalagem, caixa, ou objeto de decoração, ou vaso de mesa em mente, poderiam fazê-los também, que ficassem à vontade.

[8] Para realização desta nova etapa, orientei-lhes que trabalhassem com mais atenção, pois deveriam evitar o desperdício de material, já que a construção da caixa de presente/objeto de decoração seria a parte final.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Mostrei neste momento um tetraedro e perguntei: “existe algum objeto que pode ser guardado ou usado com este modelo?”. Apenas a **S** respondeu que sim. Ela disse que poderia ser usado como um vaso de flores, ou porta-flores (cortassem um dos vértices), ou como um cofre. E, acrescentou mostrando um livro em mãos cuja ilustração trazia uma festa de aniversário cuja decoração e utensílios eram sólidos geométricos que iam desde os pacotes para a pipoca, copos, caixas de presentes, pirâmides de base triangular, aquário, e por último a luminária no teto cujo formato era uma pirâmide de base quadrangular, mas sem a base.

Após distribuir o material, todos deram início às suas obras. A princípio distribuí cartolina. A 1ª dupla a terminar foi **Y** e $\mathbf{M_3}$, que construíram um prisma de base quadrangular, porém sem a tampa. Em seguida sugeri que calculassem o volume, e a superfície total da caixa. Para isso, eles usaram a régua. Segundo eles, o volume foi de $931cm^3$ e superfície total, $552cm^2$. A princípio, ao calcularem a superfície total, incluíram a tampa da caixa (a base superior), mas depois recuaram, pois perceberam que esta não poderia ser calculada, já que a caixa não possuía tampa. A 2ª dupla composta por $\mathbf{M_2}$ e **L** (aluna novata) construiu um caneco, ou copo com alça que poderia ser usado como porta lápis. Mas, por ter formato cilíndrico, elas não usaram as abas para a base inferior, o que evitou que a construção ficasse perfeita conforme Figura 30:

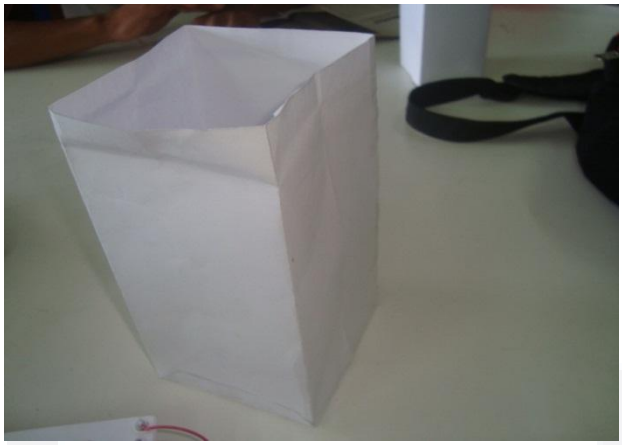
Figura 30 - Caneca, ou porta objetos.

Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Já a dupla **J_1** e **M_1** construiu um prisma de base quadrangular, porém sem tampa. Como não atentaram para a planificação, ao montar, obtiveram o que mostra a figura 31:

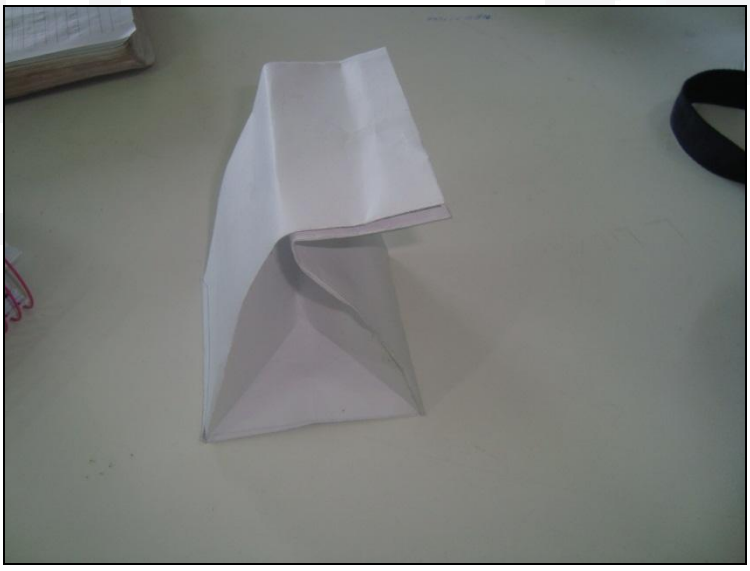
Figura 31 - Prisma de base quadrangular.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

E em que o transformaram, conforme figura 32.

Figura 32 - Saquinho/embalagem.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Percebi que o uso da cartolina não estava produzindo bons resultados. Foi então que apresentei o papel cartão por este ser mais firme, e deixava as construções melhor apresentáveis. Todos gostaram de trabalhar com o papel cartão. Os sólidos escolhidos foram: o tetraedro, o cubo, o prisma de base triangular, o

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

prisma de base quadrangular e o prisma de base hexagonal. Apenas o tetraedro foi indicado para decoração, já os demais poderiam ser usados como porta objetos, caixa de presente, pois todos foram feitos sem tampa, ou com a tampa à parte. Solicitei que fosse calculado a área do papel recebido, usado e desperdiçado, além de valores como preço do papel, preço da venda do objeto e lucro.

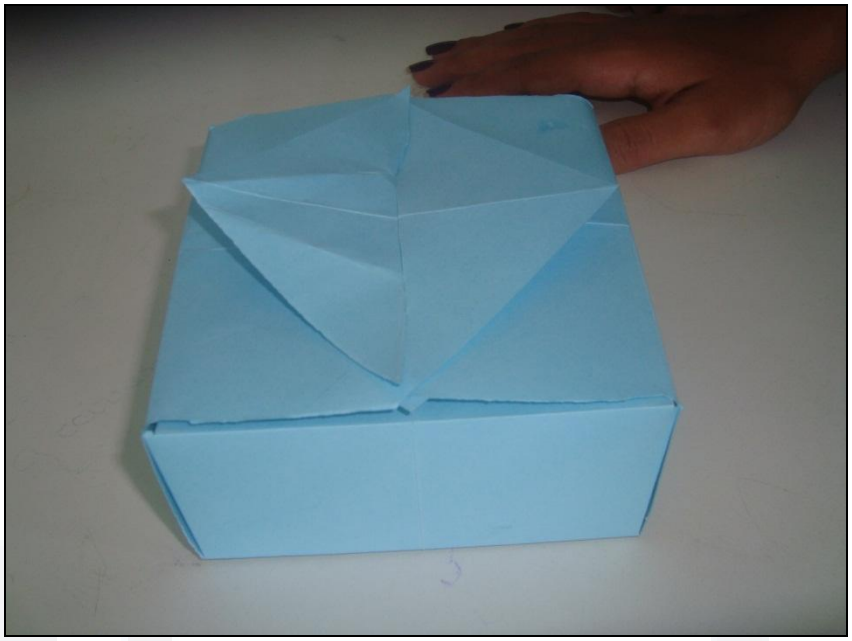
Neste momento, a aluna **R_1** perguntou: “Professor, para calcular o papel desperdiçado, basta subtrair a superfície total do sólido do papel cartão recebido, e então temos o desperdício?” Consenti com ele dizendo: “Isso mesmo”.

Durante a construção aconteceu um equívoco com a dupla **R_2** e **E_1**. Eles não atentaram para a quantidade de faces, e após terminarem de recortar as faces com as abas e dobrarem estas, no momento da colagem, percebeu que faltava uma face. Foi então que decidiram que seria uma caixa sem tampa. E esta poderia ser utilizada como porta objetos.

A dupla **M_2** e **L** construiu uma caixa de presente que tinha algumas particularidades: não precisa de cola, o papel deve ser quadrado, e ela tem o formato de um prisma de base quadrangular, ou se preferir, um paralelepípedo. A aluna **E_2** e a dupla **R_1** e **K** também optaram por esta construção após terminar a construção do cubo. Após observá-las pude perceber os seguintes passos para construí-la: após a obtenção do papel quadrado, define-se novo quadrado, cujos vértices são os pontos médios do quadrado anterior. Em seguida, o papel é subdividido em quadrados menores cujas dimensões são ¼ das dimensões do quadrado maior, mas, claro, há alguns recortes para definir os quadrados menores, bem como as tampas em dois momentos para fechar a caixa de presente. Neste caso, só precisa de tesoura, pois as dobras ao se repetirem em ambas as diagonais, formam os quadrados pequenos de dimensões já citadas. Até a régua pode ser dispensada nesta construção, pois para obter um papel quadrangular, basta dobrar sua largura sobre o seu comprimento, obtendo então o papel quadrado. Eis a caixa de presente, de acordo com a figura 33.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Figura 33 - Caixa de presente



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

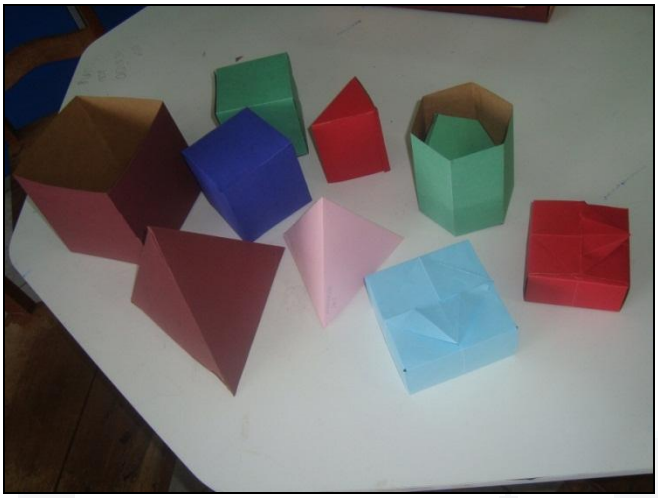
Enquanto construíam, **R_1** perguntou: “Professor esta caixa de presente é um cubo?” Respondi-lhe que não, que o termo cubo remete ao sólido cujas três dimensões são iguais, isto é, largura, comprimento e altura. Foi então que mostrei a ela a caixa que acabara de construir e que esta possuía apenas duas dimensões iguais. A terceira dimensão, a altura, era diferente. Ela então entendeu e relembrou que já havíamos abordado este conteúdo no início do projeto.

A dupla composta pela **S** e **A** construiu um prisma de base hexagonal (base regular). Elas não tiveram dificuldade em planificar o prisma, mas, por não centralizarem o desenho no papel, acabaram suprimindo uma base. A **S** perguntou: “E agora professor?” Dei-lhes uma dica: que tal fazer a tampa separada? Ela aceitou e partiu para a construção do prisma. Embora fizesse direito a planificação, temia que na hora da colagem desse errado, o que não aconteceu. Ao colar as abas, ela aos poucos foi conseguindo e ao fim, com um sorriso e com a certeza do dever cumprido, exclamou: “Não acredito que deu certo!” Como estava junto neste momento, complementei sua surpresa dizendo: É deu certo, parabéns! Em seguida **A** tratou de fazer a tampa para o prisma contando com ajuda da **S**.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Vale ressaltar que a divisão da turma em duplas teve o objetivo de facilitar a interação entre eles. Seguem os sólidos construídos pelos alunos na figura 34:

Figura 34 - Sólidos construídos pelos alunos

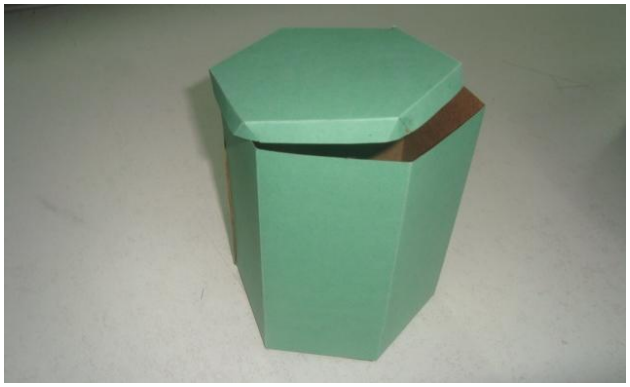


Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Solicitei que relatassem algo sobre a construção final. Seguem as falas e construções de algumas duplas:

S e **A** “No começo foi um pouco difícil, depois encontramos a solução. A dificuldade maior foi a de relembrar algumas fórmulas como a da área da base do prisma hexagonal, e como esta depende diretamente da fórmula da área do triângulo, tudo estava anotado, consultamos o caderno, ao fim, deu certo. A planificação foi tranquila”. Eis na figura 35 o prisma de base hexagonal construído por elas.

Figura 35 - Prisma de base hexagonal.

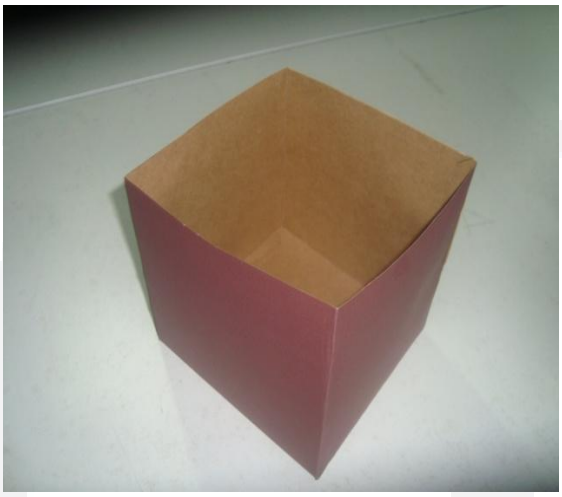


Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

R_2 e **E_1** “Hoje a dificuldade foi um pouco maior, pois não estava correndo bem, mas depois conseguimos encaixar as medidas, mas, só que ocorreu um erro. Nós desenhamos pensando que íamos ter um cubo completo. Mas, esquecemos de desenhar uma tampa, e obtemos um cubo quase perfeito, pois o transformamos numa pequena caixa”. A figura 36 apresenta o cubo construído por **R_2** e **E_1**.

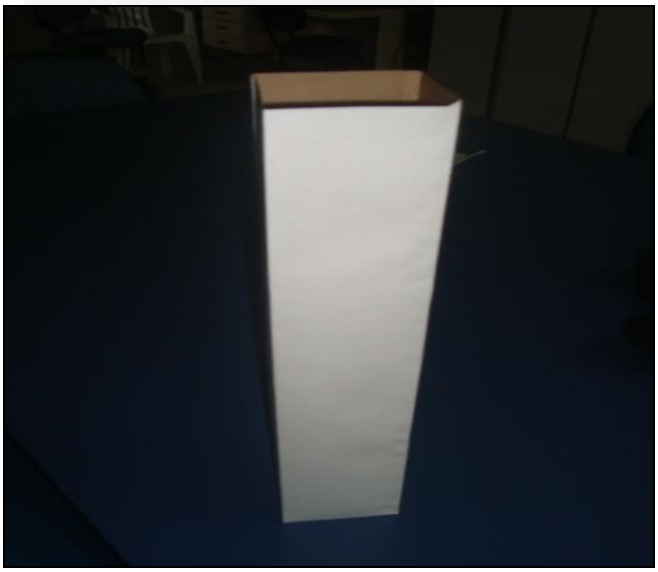
Figura 36 - Cubo ou caixa sem tampa.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

M_3 e **Y** “Na aula de hoje, fizemos um prisma de base quadrangular. No início foi difícil, pois erramos na base, mas logo consertamos”. A figura 37 ilustra a construção da dupla.

Figura 37 - Prisma de base quadrangular.

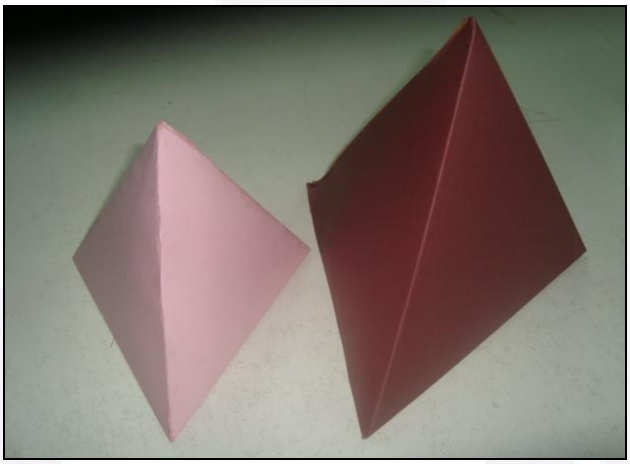


Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

L e **M_2** “Primeiro desenhamos a pirâmide de base triangular, depois recortamos e colamos suas abas. No começo foi difícil, mas com o passar do tempo, se tornou mais fácil. Vimos que ficou lindo o nosso desenho. Ficamos orgulhosas da nossa construção que poderá ser usado como objeto de decoração de ambientes, ou após um corte em um dos vértices, servir de porta-objetos”. A Figura 38 ilustra o sólido confeccionado.

Figura 38 - Tetraedros regulares.



Fonte: Autor da pesquisa, 2013.

Notei que os alunos realizaram com desenvoltura esta última atividade proposta, utilizando-se dos conhecimentos obtidos através das atividades anteriores apresentadas no decorrer da aplicação desta prática. Isto me remeteu ao pensamento de Freire (2011, p. 47) “saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas, criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção”. Percebi que durante o desenvolvimento desta prática os alunos mudaram de atitudes, pois passaram a demonstrar maior interesse em cada informação recebida, ao ponto de superarem a demonstração de insegurança ao exporem suas dúvidas e curiosidades.

A atitude dos alunos me fez acreditar que o professor deveria planejar as atividades com reflexão, selecionando o maior número possível de situações que promovam o desenvolvimento de habilidades variadas, que, conforme Freire (2011) exercitem a curiosidade deles, convocando a imaginação, a intuição, as emoções, a

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

capacidade de comparar na busca do perfil do objeto a ser construído. Como professor, a minha postura segue o pensamento de Freire (2011, p. 101):

> Assim como não posso ser professor sem me achar capacitado para ensinar certo e bem os conteúdos de minha disciplina, não posso, por outro lado, reduzir minha prática docente ao puro ensino daqueles conteúdos. Esse é um momento apenas da minha atividade pedagógica. Tão importante quanto ele, o ensino dos conteúdos, é o meu testemunho ético ao ensiná-los. É a decência com que o faço. É a preparação científica revelada sem arrogância, pelo contrário, com humildade.

Portanto, ao ensinar geometria espacial de forma significativa acredito que se deveria levar em consideração as motivações dos alunos para aprenderem. Vale também destacar que para o aluno elaborar e reelaborar suas ideias de forma significativa é imprescindível que haja elo entre o conhecimento e o cotidiano para que possam entender e solucionar cada situação-problema. Entendo que a pesquisa obteve êxito quanto à perspectiva de criar um espaço para que os alunos pudessem desenvolver os objetivos propostos desta pesquisa, a ponto de verificar indícios de aprendizagem significativa.

4.11 Análise do questionário de avaliação de aprendizagem.

Pude verificar também alguns indícios de aprendizagem a partir de um questionário (APÊNDICE C) respondido pelos alunos ao término da investigação que envolvia perguntas sobre o que havíamos visto no decorrer das aulas práticas. As perguntas foram respondidas das diversas maneiras. Uns foram objetivos, diretos, outros, foram mais detalhistas em suas respostas.

A primeira e a segunda questão respectivamente questionaram: “Comente sobre o seu esforço ao executar as tarefas práticas das aulas sobre Geometria Espacial” e “Do que você mais gostou nessas aulas”. Todos gostaram de realizar as atividades, acharam interessante o medir, o recortar, o colar, o construir, o manusear. Fiquei satisfeito com as respostas deles, pois percebi que o desenvolvimento do conteúdo acompanhado da prática produziu resultados positivos, despertando o interesse dos alunos nas atividades propostas. Ademais, não fora em vão o esforço de apresentar uma aula diferente, pois os alunos se sentiram importantes no desenvolvimento da proposta.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

A terceira questão tratou da motivação encontrada na estratégia utilizada para ensinar a geometria espacial. Eles afirmaram que ainda não haviam se deparado com essa forma de aprender geometria espacial, e sequer sabiam que existia relação entre o cotidiano deles e a geometria espacial, mas, todos afirmaram que o desenvolvimento deste projeto, bem como a maneira prática de estudar geometria plana e espacial, despertou o gostar de matemática. A aluna **J_3** fez a seguinte afirmação: “Aprendi a gostar de matemática através dessas aulas práticas que fizemos na sala. Não dá muito trabalho, e o resultado é nota 10. Depende da gente”. Já aluno **E_1** fez a seguinte declaração: “Aprendi muitas coisas interessantes e se divertindo”.

Já a quarta, questionou suas opiniões no que diz respeito à compreensão das fórmulas utilizadas, bem como a associação destas nas resoluções dos problemas, e nas construções dos sólidos. Os alunos demonstraram entender a utilização delas ao ponto de no ato das planificações, lançavam mão delas para facilitar o entendimento, resolução e construção dos sólidos. O aluno **E_1** se expressou da seguinte maneira: “As fórmulas são para facilitar as construções dos objetos”, e o aluno **R_2** expressou essas palavras: “Nos ajuda a facilitar o trabalho e obter a geometria no nosso dia a dia”.

A quinta questão argumentou acerca da comprovação das fórmulas antes de cada resolução, planificação ou construção. Eles demonstraram entender cada certificação no momento que resolviam as atividades. A prova disso foi a afirmação do aluno **M_3**: “Pois ao analisar cada figura, foi preciso entender as fórmulas e associar com cada figura” e da aluna **S**: “Soube de onde vem o desenvolvimento das fórmulas”. A satisfação deles, certamente me fez sentir satisfação também. E pelo poucos anos de magistério, raramente, sendo eu professor, pouco dediquei o meu tempo para apresentar uma aula prática. Neste caso, as aulas práticas duraram quase seis meses, o que predominou a comprovação, a comparação entre o que eles viam nos livros e a prática desenvolvida com eles, bem como a demonstração das fórmulas. Os alunos não tinham conhecimento que por trás daquelas palavras contidas nos livros de matemática existia tanta beleza de forma prática, bastava o professor querer fazer diferente.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

A sexta questão solicitou que comentassem sobre o desempenho durante as aulas práticas. Neste quesito, percebi que todos se dedicaram ao fazer de cada aula uma oportunidade para ampliar seus conhecimentos, embora apresentassem dificuldades em algum momento, não se deixaram abater. Em resposta a esta questão, a aluna **J_3** afirmou que: "[...] Nossa, [...], agora tudo para mim é matemática. Quando vejo alguma caixinha me lembro de você. Muito bom". A aluna **R_1** fez o seguinte comentário: "Acredito que meu maior desempenho tenha sido a arte de ver as coisas de outra forma, como por exemplo, ver uma caixa de presente e imaginar sua criação". Respostas como essas soam como música suave aos ouvidos do professor.

A sétima questão pediu que os alunos expusessem as dificuldades encontradas durante as aulas práticas. Todos afirmaram ter encontrado um pouco de dificuldade, mas, que estas foram supridas com a presença do professor ao lado deles, sempre, tornando cada aula interessante por causa das novas descobertas. Observei que em cada construção, cada fórmula comprovada, cada cálculo efetuado, cada atitude tomada, cada aluno fazia sempre o seu melhor, ainda que com dificuldades.

A penúltima questão, a oitava, instigou a identificação da geometria espacial no cotidiano. As respostas foram favoráveis, pois até então, nunca haviam feito tais comparações entre o que viram nos livros e o que encontravam no dia a dia. Ademais, não sabiam que tudo tinha um nome, uma forma de planificar, de construir, de calcular, de medir, de manusear. A última questão abordou a prática pedagógica desenvolvida com eles, se aprovavam este tipo de estratégia. As respostas deles foram favoráveis, pois agora, poderiam comparar as construções feitas pelo homem, com as figuras contidas nos livros. Também já sabiam como planificar cada sólido, ou como imaginá-los planificados.

Os alunos afirmaram também que a estratégia utilizada pôde despertar o interesse por algo que até então mal entendiam, ou sequer sabiam que existia uma aplicação prática para o conteúdo em questão, pois cada aula, para eles, foi uma nova descoberta, uma descoberta que poderá ser útil, basta desejar por em prática, basta ter iniciativa para transformar o conhecimento em algo concreto. Vi também

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

que o objetivo de construir objetos de decoração ou caixas de presentes, foi alcançado por eles.

Percebi ao acompanhar os alunos durante cada aula, cada risco, cada desenho, cada planificação e cada construção dos sólidos, além dos cálculos de superfícies e volumes, que todos fizeram o seu melhor. Na parte dos cálculos, tive o cuidado de apresentar o passo a passo para comprovação das fórmulas de maneira prática. Percebi também todos puderam, de alguma forma subtrair algo de bom para si. Apresento, respectivamente, as respostas de dois alunos que retratam a compreensão e prática deste trabalho: **Y** e $\mathbf{R_1}$: “Pegando objetos recicláveis e usando a criatividade para transformá-los em algo que possa ser vendido por um preço bom”, e “Minha mãe faz cestas de jornal, e agora eu ajudo ela com a geometria. Já criamos lindos formatos”. Vi que as aulas práticas apresentaram resultado no artesanato desenvolvido em casa.

No próximo capítulo apresento as considerações finais, minhas reflexões acerca da pesquisa e de todas as observações que foram realizadas ao longo da prática pedagógica, além da análise do questionário envolvendo a parte prática, opinião dos alunos sobre as construções dos sólidos e as relações entre o conhecimento prévio e conhecimento teórico.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao terminar este estudo percebi como professor, que construir é mais interessante, do que apenas ler, interpretar e calcular. Presenciei o interesse e o entusiasmo em cada aluno, quando era anunciado que naquele dia, naquela tarde, teríamos uma aula diferente. Eles aguardavam cada aula prática. Nestas aulas que, pela primeira vez, presenciei algo real e prático, pois até então só estudara também. Sabia que era possível construir, mas nunca construíra, nunca pusera em prática desde que começara a lecionar Matemática. Ao longo desses quase cinco meses, acompanhei cada passo dos alunos, cada medo de errar, e ainda, cada alegria em acertar.

Embora fosse professor, não agi muito como tal no sentido de suprimir algumas atitudes deles. Deixei-os à vontade para errarem, ou acertarem, para perguntarem, para debaterem entre eles, para ajudar um ao outro. Verifiquei também o quanto a geometria espacial é negligenciada, pois nós professores, queremos cumprir o conteúdo no seu devido tempo e deixamos de fazer uma boa explanação do conteúdo. Explanação esta que requer prática, paciência e despreocupação com o tempo que passa e com a enxurrada de conteúdos que costumamos “empurrar” goela abaixo.

O estudo que apresentei é resultado de um trabalho de investigação que analisou a contribuição do uso de materiais alternativos nos processos de ensino e de aprendizagem da geometria espacial. Ao decidir pela construção dos sólidos com materiais alternativos, levei em conta a aquisição destes por serem de baixo custo, o que torna acessível a quem queira desenvolver essa prática, contribuindo para a

aprendizagem de geometria plana e espacial. Acredito que o resultado poderá ser direcionado a todos os profissionais da educação, em especial, os professores de matemática que acreditam que por meio da geometria podemos auxiliar o educando a construir uma base de conhecimento que servirá de sustentação ao processo do desenvolvimento de sua aprendizagem.

Em relação aos objetivos propostos, esta investigação obteve êxito. Percebi que ocorreu a construção do conhecimento acerca da geometria espacial e sua relação com o cotidiano por meio da confecção de sólidos com materiais alternativos. Tais conhecimentos começaram a ser verificados a partir da tarefa mais simples que tratava do conhecimento e manuseio dos instrumentos de desenho, na construção de polígonos regulares.

Ao dar início à parte prática, comecei pelos polígonos. Primeiramente, foi utilizada a régua para medição dos canudos. Alguns alunos apresentaram dificuldades no manuseio desta, mas, no decorrer das aulas, adquiriram prática. Também mostrei como manusear os instrumentos de desenho como o transferidor, compasso e o par de esquadros, já que não tinham habilidade para utilizá-los. Após essas aulas sobre desenho no plano, eles compreenderam melhor as planificações dos sólidos e, por conseguinte, a construção destes.

A construção dos sólidos geométricos com canudinhos e linha, e posteriormente, jujubas (goma de mascar) e palitos pontiagudos (de dente) e finalizando com cartolina e papel-cartão favoreceu o cálculo de superfície e volume dos sólidos construídos. Cada ação praticada pelos alunos girou em torno do concreto, de algo que estava em suas mãos, e diante dos seus olhos. Notei também que a construção e o manuseio destes sólidos serviram como estratégia para avaliar se houve indícios de aprendizagem significativa.

A parte culminante da prática pedagógica foi a associação do conhecimento de geometria espacial às aulas práticas. Observei que os alunos desenvolveram o interesse por este tema, pois perceberam que existem sólidos geométricos presentes em muitas situações do cotidiano. Além destas construções, o objetivo era

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

despertar a curiosidade deles, para que ao fim, pudessem constituir a partir destas aulas práticas, uma fonte de renda alternativa.

Ao finalizar este trabalho, acredito que o mesmo poderá contribuir com as discussões que vêm sendo realizadas no mundo acadêmico sobre o ensino da geometria. Enfim, penso que o professor deva estimular descobertas e a busca de respostas alternativas para resolver problemas semelhantes. Assim, espero que esta pesquisa venha a colaborar com os estudos já desenvolvidos e contribuir no comportamento dos aspectos social, cognitivo e físico dos alunos. Ademais, percebi que ocorreu a construção do conhecimento e que a estratégia realizada durante a prática pedagógica constituiu-se como ferramenta metodológica eficiente para o ensino de geometria espacial. No entanto, penso que no decorrer do desenvolvimento de novas pesquisas, poderão surgir novas descobertas e novas formas de pensar sobre o tema.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEKSANDROV, Aleksandr Danilovich *et al*. **La matemática, su contenido, métodos y significado**. Madrid: Alianza Editorial, 1985.

ALMEIDA, Regina Sodré. **Alfabetização.** São Luís: UEMANET, 2008.

ALSINA, Claudia; BURGUÉS, Carme; FORTUNY, Josep Maria. **Invitación a La Didáctica de Geometria**. Madri: Síntesis, 1989.

ANGELI, Angela Maria Alves; NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. **A Resolução de Problemas como um caminho para o ensino e aprendizagem de Geometria Espacial**, 2007. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/945-4.pdf>. Acesso em 16 ago 2013.

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

_____; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980**.**

BALDISSERA, Altair. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos, 2007.** Disponível em: <www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf> acesso em 01 ago 2013.

BOYER, Carl. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. Ministério da educação e cultura**. Parâmetros curriculares nacionais**: Ensino médio. V. 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006, p. 75-76.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**; v. 2, Brasília: MEC/SEB, 2006, 135 p.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: apresentação dos temas transversais, ética / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CANTORAL, Ricardo, FARFÁN, Rosa Maria, CORDERO, Francisco, RODRÍGUEZ, Rosa Amélia; GARZA, Adolfo; ALANÍS, Juan Antonio. **Desarrollo del pensamiento matemático***.* México: Trillas, 2000.

CECCON, Claudius; OLIVEIRA, Miguel Darcy de; OLIVEIRA, Rosiska de. **A vida na escola e a escola da vida.** 11. Petrópolis: Vozes, 1984.

CORREIA, Warley Machado. **Aprendizagem significativa, explorando alguns conceitos de geometria analítica**: pontos e retas, 2011. Ouro Preto, 2011. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas *de* matemática**: 1ª a 5ª séries. Para estudantes do curso Magistério e professores do 1º grau. 12 ed. São Paulo: Ática, 2005.

_____. **Formulação e Resolução de problemas de matemática**: Teoria e Prática. São Paulo: Ática, 2009.

DE PAULA, Valderly Maria dos Santos Rodrigues. **Fracasso Escolar**: quem são os culpados? 2009. Disponível em: <http://periodicos.uems.br/novo/index.php/anaispba/article/viewFile/150/85>, acesso em 30 ago 2013.

ENGELS, F. Sobre o papel do trabalho na transformação do macaco em homem. In: MARX, K.; ENGELS, F. **Textos.** São Paulo: Edições Sociais, vol.1, 1975.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: UNICAM, 2002.

_____. **An introduction to the history of mathematics**. New York: Holt Rinehart and Winston, 1969.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

FARIA, Wilson de. **Mapas conceituais: aplicações ao ensino, currículo e avaliação**. São Paulo: EPU, 1995.

FREIRE, Paulo. **A importância do ato de ler: em três artigos que se completam**. 34 ed. São Paulo: Cortez, 1997. v.13.

_____. **Pedagogia da Autonomia**. 43 ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

FREUDENTHAL, Hans. **Mathematics as an Educational Trask**. Dordrecht: Reidel, 1973.

GERDES, Paulus. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba: UFPR, 1992.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

HOFFER, Alan. **Geometry is more than proof. Mathematics teacher**. January, 1981.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

KRUTETSKY, Vadim Andreyevich. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.** Chicago: University of Chicago Press, 1976.

KUENZER, Acácia. **Ensino Médio: Construindo uma proposta para os que vivem do trabalho**, 4 ed, São Paulo: Cortez, 2005.

LYUDMIL, Aleksandrov. **O mundo das formas**. Disponível <http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec/cursos/ep155_2002/ep155/g1/Site/resenhas.html>, acesso em 10 ago 2013.

MEDEIROS, Suzany Cecília da Silva. **Elaboração de uma sequência didática sobre os conceitos geométricos preliminares ao estudo da trigonometria,** RN, 2011. 92 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.

MORACO, Ana Sheila do Couto Trindade. **Um estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do Ensino Médio,** SP. 2006. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciência). Universidade Estadual Paulista, Bauru, 30 set. 2006.

_____; PIROLA, Nelson Antonio. Uma análise da linguagem geométrica no ensino de matemática. In: X ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. n.5, 2005, Caxias do Sul: [s.n]. **Atas do EMPEC***:* Associação brasileira pesquisa em educação para ciências. p. 1-10.

MOREIRA, Herivelto; CALEFFE, Luiz Gonzaga. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador.** 2 ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora da Unb, 2006.

_____. **Aprendizagem significativa: A teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2011, p. 13.

_____; MASINI, Elcie F. Salzano. **Teorias de Aprendizagem.** São Paulo: EPU, 1999.

_____; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem Significativa:** a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

NASSER, Lílian. **A construção do pensamento geométrico**. Palestra apresentada. Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática, IV, São Leopoldo, Rio Grande Sul, 1998.

NOVAK*,* Joseph Donald. **A theory of education.** Ithaca, Cornell Univerity Press, 1977(b). Tradução de M. A. Moreira, Uma teoria de educação. São Paulo: Pioneira, 1981.

_____. **Na alternative do piagetian psychology for Science and Mathematics education.** Science Education. Ithaca, NY: Cornell University Press, 1977.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

OLIVEIRA, Ludmila Tamega Ferreira de. **Habilidades espaciais subjacentes às atividades de discriminação e composição de figuras planas**. 1998. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, 1998.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Aprendizado e processo de desenvolvimento**: um processo sócio-histórico. São Paulo, 1997.

ONTORIA, Antonio. *et al*. **mapas conceptuais**: uma técnica para aprender. 3.ed., Porto: ASA Editores, 1994.

PAIS, Luiz Carlos. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria. **Anped**. 23ª Reunião, Caxambu, 2000. Disponível em: <http://anped.org.br/23/textos/1919t.pdf>, acesso em: 11 mar. 2010.

PAVANELLO, Regina Maria. Geometria: atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. In: **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**. Curitiba: 2001, p. 172-183.

PIRES, Célia Maria Caroline. **Currículos de matemática***:* da organização linear à ideia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

PIROLA, Nelson Antonio. **Um estudo sobre a formação de conceitos de triângulos e quadriláteros em alunos da quinta série do primeiro grau**. 1995. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. UNICAMP. 1995.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Traducao de Heitor Lisboa de Araujo.Rio de Janeiro: Iinterciencia, 2006.

_____. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático*.* 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, João Pedro *et al*. Investigações geométricas. In: _____. **Investigações matemáticas na sala de aula***.* Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RADAELLI, Rosibel. **A investigação e a ação docente no ensino de geometria em anos iniciais do ensino fundamental.** 2010. 133 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciëncias Exatas). – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2010.

REHFELDT, Márcia Jussara Hepp. **A aplicação de modelos matemáticos em situações-problema empresariais com uso do software lindo.** 2009. 299 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande Sul, Porto Alegre, 2009.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2008.

SMOLE, Katia Cristina Stocco; Diniz, Maria Ignez de Souza Vieira: **Matemática**: Ensino Médio, vol. 2, 6 ed. São Paulo: Saraiva. 2010.

SOARES, Luís Havelange. **Aprendizagem Significativa na Educacao Matemática**: uma proposta para a aprendizagem de Geometria Básica, 2009. Dissertação de

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2009.

TASHIMA, Marina Massaco **As Lacunas no ensino-aprendizagem da geometria**. (2007, p. 23) – Itambaracá. Disponível em: < http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_marina_massaco_tashima.pdf >. Acesso em 02 de set. de 2013

TEIXEIRA, Jerônimo. A matemática que você não sabia que sabia. In: **Revista Veja**, Acessível em < http://veja.abril.com.br/180209/p_128.shtml>, acesso em 10 set de 2013.

TORRES, Sonia Lastra. **Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas**, 2005. Tesis para optar al grado de Magíster. Facultad de Ciencias Sociales Escuela de Postgrado, Programa de Magíster, Universidad de Chile, Santiago, 2005.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 1985

TRIVIÑOS, Augusto Nibaldo Silva. **Introdução à pesquisa em Ciências Sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 2008.

VIANA, Odaléa Aparecida. **O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceitos**. SP. 2000. 249 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

VIDALETTI, Vangiza Bortoleti Berbigier. **Ensino e aprendizagem da geometria espacial a partir da manipulação de sólidos**. RS. 2009. 85 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas). – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2009.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

APÊNDICES

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO DE PERFIL SOCIOECONÔMICO DOS ALUNOS PARTICIPANTES DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Centro Universitário Univates

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

1. Quantas pessoas moram na casa incluindo você?_____
2. Qual a faixa etária de cada membro:
   a) 0 a 10 anos:____ b) 10 a 15 anos: ____c) 15 a 18 anos: ____
   d) 18 a 25 anos: ____e) 25 em diante: ____
3. Quantos estudam?___
4. Qual o grau de escolaridade:
   a) Não – alfabetizado:_____
   b) Fundamental – 1ª a 4ª série: ____
   c) Fundamental – 5ª a 8ª série: ____
   d) Médio: ____
   e) Superior: ____
5. Quantos estão empregados?_____
6. Quantos são autônomos?_____
7. Qual a principal ocupação?____
8. Qual é a renda familiar:
   ( ) até 01 salário mínimo
   ( ) 01 a 02 salários mínimos
   ( ) 03 a 04 salários mínimos
   ( ) mais de 04 salários mínimos
9. Mora em casa própria?_____
10. Qual a naturalidade da família?_____
11. Há quanto tempo mora em Boa Vista?_____
12. Existe alguém com problemas de saúde na família?_____
13. Existe alguém portador de necessidades especiais?____
14. Após terminar o nível médio, pretendes seguir os estudos?

    Observações:.....

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

APÊNDICE B- INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Centro Universitário Univates

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

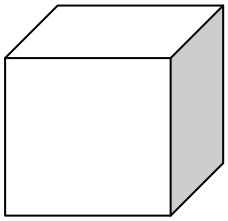
Prezado aluno (a):

Você está sendo convidado a colaborar na pesquisa do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, a partir do instrumento elaborado pelo mestrando Janio Benevides de Souza Nascimento, sobre conhecimentos prévios de Matemática e Geometria Espacial. Agradeço sua gentileza em participar desse estudo.

1. O que tu entendes por Geometria ou seu significado?
2. Sabes identificar a diferença entre Geometria Analítica, Geometria Plana e Geometria Espacial? ( ) sim ( ) não ( ) às vezes
3. Em caso afirmativo, escreve as diferenças existentes.
4. Sabes desenhar e identificar alguma das figuras geométricas abaixo relacionadas?
   ( ) quadrado ( ) pentágono ( ) trapézio ( ) retângulo ( ) triângulo
   ( ) losango ( ) hexágono ( ) circunferência ( ) paralelogramo
5. Com tuas palavras, podes explicar o que entendes por Geometria Espacial?
6. Sabes o que significa a palavra “poliedro”? ( ) sim ( ) não
7. Em caso afirmativo, explica com tuas palavras o que significa a palavra poliedro?
8. Tens facilidade para fazer desenhos em 3D? ( ) sim ( ) não ( ) às vezes
9. Assinale quais dos instrumentos de medida abaixo conheces:
   ( ) esquadro, ( ) compasso, ( ) transferidor ( ) régua graduada, ( ) fita métrica ( ) trena
10. Quais dos instrumentos de medida abaixo sabes utilizar com segurança?
    ( ) esquadro, ( ) compasso, ( ) transferidor ( ) régua graduada, ( ) fita métrica ( ) trena
11. Quais das figuras espaciais conheces?
    ( ) tetraedro ( ) hexaedro ( ) octaedro ( ) dodecaedro
    ( ) icosaedro ( ) prisma ( ) cilindro ( ) pirâmide ( ) cone
    ( ) tronco de pirâmide ( ) esfera ( ) cubo ( ) paralelepípedo

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

12. Tens curiosidade e vontade em conhecê-los? ( ) sim ( ) não ( ) talvez
13. Sabes identificar num poliedro as faces, as arestas e os vértices?
14. Na figura abaixo, indique a aresta, face e o vértice:



15. Na tua opinião, qual a melhor maneira de entender os sólidos geométricos?
    ( ) assistindo a explicação do professor ( ) construindo os sólidos
    ( ) manuseando os sólidos ( ) Outra. Explique.
16. Achas que a Geometria Espacial está presente no teu dia a dia?
    ( ) sim ( ) não
17. Em caso afirmativo, explica a resposta.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM

Centro Universitário Univates

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

Aluno:

1 - Comente sobre o seu esforço ao executar as tarefas práticas das aulas sobre Geometria Espacial.

2 - Do que você mais gostou nessas aulas?

3 - Você considera que a estratégia para ensinar Geometria Espacial motivou seu interesse em Matemática? De que forma?

4 - Quanto à compreensão das fórmulas, de que maneira você as aliou aos conceitos de geometria espacial?

5 - As comprovações das fórmulas foram eficientes para o entendimento das aulas práticas? De que forma?

6 - Comente sobre o seu desempenho após essas aulas práticas.

7- Descreva sobre as dificuldades encontradas no processo de aprendizagem de Geometria Espacial.

8 - A partir da atividade prática você consegue identificar a geometria espacial no seu cotidiano? Justifique.

9 - A partir da prática pedagógica você vê na construção de sólidos uma possibilidade para constituir uma fonte de renda? De que maneira?

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)