CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* MESTRADO
EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS ALGÉBRICOS COM ALUNOS DO 7º ANO

Ayrton Góes de Magalhães

Lajeado/RS, setembro de 2016

Ayrton Góes de Magalhães

CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS ALGÉBRICOS COM ALUNOS DO 7º ANO

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu*, Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES, como parte da exigência para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, na linha de pesquisa Epistemologia da Prática Pedagógica no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Wolmir José Böckel

Co-orientadora: Profa. Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt

Lajeado/RS, setembro de 2016

Ayrton Góes de Magalhães

CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS ALGÉBRICOS COM ALUNOS DO 7º ANO

A Banca examinadora abaixo ____________________________ a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates, como parte da exigência para obtenção do grau de Mestre em Ciências Exatas.

____

Dr. Wolmir José Böckel - orientador

Centro Universitário Univates

____

Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt co-orientadora

Centro Universitário Univates

____

Dra. Marli Teresinha Quartieri

Centro Universitário Univates

____

Dra. Eniz Conceição Oliveira

Centro Universitário Univates

____

Dra. Lucélia Hoehne

Centro Universitário Univates

Lajeado/RS, setembro de 2016

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo consentimento da admissão ao curso de mestrado, dando-me sabedoria para realizar mais este ciclo; e, apesar dos espinhos no caminho, por nunca ter me abandonado.

À minha humilde família, minha fortaleza, pelo encorajamento em continuar a caminhada mesmo diante dos contratempos ao longo do percurso e pela compreensão nos momentos mais árduos em que estive longe.

À minha querida e compreensiva esposa, Maria Rita Paula da Silva, por sempre me incentivar a cursar o mestrado e por suas orações em todos os momentos de nossas vidas.

Às amadas filhas da minha vida, Andressa Paula Silva de Magalhães, Andria Paula Silva de Magalhães, e ao meu afilhado, Danilo Miranda, por terem sido minha fonte de motivação e incentivo na conclusão deste trabalho.

À minha adorável mãe, Vicência Góes de Magalhães, que sempre me aguardava das cansativas e longas viagens, a quem devo toda minha educação e humildade.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em ensino de Ciências Exatas que, com toda serenidade e obstinação, contribuíram para a minha aprendizagem e realização deste trabalho.

Aos meus colegas do curso de mestrado pela atenção, compreensão, carinho, respeito e troca de experiências.

Aos meus queridos irmãos, Odílio Góes de Magalhães, Eden Góes, Vanusa Góes, Marizete Góes, Nilda Góes, Dalgisa Góes, Marísia Góes, José Góes, Urbano Magalhães, Cecílio Magalhães e Ademar Dias Magalhães, pela ajuda durante o curso.

Ao Corpo Técnico e Docente da Escola na qual realizei a pesquisa, pela permissão à intervenção pedagógica.

Aos meus estimados alunos, que sempre têm me motivado a melhorar o desempenho em sala de aula e a ampliar os meus conhecimentos.

E ao orientador e à co-orientadora, respectivamente, professores Dr. Wolmir José Böckel e Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt, pela assiduidade, amparo e responsabilidade na construção deste trabalho.

"Cada pessoa que passa em nossa vida, passa sozinha, é porque cada pessoa é única e nenhuma substitui a outra! Cada pessoa que passa em nossa vida passa sozinha e não nos deixa só porque deixa um pouco de si e leva um pouquinho de nós. Essa é a mais bela responsabilidade da vida e a prova de que as pessoas não se encontram por acaso."

(*Charles Chaplin*)

RESUMO

Esta dissertação teve como propósito analisar as dificuldades para a construção de conceitos algébricos por alunos do 7º ano de uma escola de Ensino Fundamental, localizada no município de Santana, Estado do Amapá. O problema de pesquisa foi: *Como os alunos do 7º ano desenvolvem conceitos algébricos?* Como objetivos específicos, a pesquisa procurou: (i) Explorar atividades com padrões geométricos com os alunos para investigar como se dá a passagem da linguagem corrente para a algébrica e (ii) Analisar as contribuições de atividades com padrões geométricos para a compreensão de algumas operações da álgebra por letra ou símbolo. O aporte teórico utilizado teve como base os estudos de Usiskin (1999), que aponta a generalização de padrões como um caminho para o estudo do ensino e aprendizagem da álgebra, e os trabalhos de Lins e Gimenez (2006), que estudam o desenvolvimento do pensamento algébrico. Esta pesquisa, de natureza qualitativa, foi desenvolvida com oito alunos selecionados de uma turma com 34 alunos do 7º ano. Nesse contexto, a coleta de dados ocorreu em três momentos: 1º) por meio da aplicação de questionário investigativo, 2º) pela realização de oito aulas práticas e 3º) pela aplicação do questionário de percepção. A análise dos dados revelou que a maioria dos alunos consegue identificar e desenhar os elementos que completam uma sequência, empenhando-se nas atividades. No entanto, apresentam lacunas em relação à aritmética, erros no uso da elaboração das regras, problemas na leitura e na interpretação da situação problema, dificuldades para identificar generalizações e dificuldades na escrita de seu pensamento algébrico.

Palavras-chave: Ensino da álgebra. Padrões. Generalização

ABSTRACT

This dissertation aimed to analyze the difficulties for the construction of algebraic concepts by students of the 7^{th} year of grade school (Fundamental Teaching), in Santana City, state of Amapá. The research problem was: How do the students of the 7^{th} year build algebraic concepts? As specific objective, the research sought (i) to make the most of the activities with geometric patterns with the students in order to investigate how the change from the current language into algebraic one is carried out; (ii) to analyze the contributions of activities with geometric patterns for the comprehension about some operations in algebra with letter or symbol. The theoretical framework was based on the study by Usiskin (1999) that points the generalization of patterns as way to the study of Teaching and Learning of algebra, and the works by Lins and Gimenez (2006) that study the development of algebraic thought. This research, of qualitative basis, has been developed with eight students selected from a group of 34 in a class of the 7^{th} year. In this context, the data collection was accomplished in three moments, 1) by applying investigative questionnaires; 2) by carrying out eight practical classes; and 3) by applying a questionnaire to analyze ones perception. The analysis of the data has revealed that most of the students are able to identify and draw the elements that complete a sequence when striving in the activities. Nevertheless, they show some learning gaps in relation to arithmetic, take mistakes in rule making, problems in reading and difficulties in: interpreting the problem situation, identifying generalizations and writing their algebraic thought.

Keywords: Algebra Teaching, Patterns, Generalization.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

NCTM	*The National Council of Teachers of Mathematics*
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PPP	Projeto Político Pedagógico
DCNEB	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
PDE	Programa de Desenvolvimento da Escola
PDDE	Programa Dinheiro Direto na Escola
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
SEED	Secretaria Estadual de Educação
PISA	*Programme for International Student*
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
IDEB	Instituto de Desenvolvimento da Educação Básica
SEE-PE	Secretaria de Estado de Educação de Pernambuco
GESTAR II	Programa Gestão da Aprendizagem Escolar
OBEDUC/CAPES	Programa Observatório da Educação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CAPES	Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior
ANRESC	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
EJA	Educação de Jovens e Adultos
TCLE	Termo de Consentimento Livre Esclarecido

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Segundo Lins e Gimenez (2006), a álgebra é um segmento da Matemática que estuda a generalização e a abstração, representando quantidades por meio de símbolos e regras próprias. A educação algébrica, de acordo com Lins e Gimenez (2006), deve compreender dois objetivos centrais: 1) permitir que os alunos sejam capazes de produzir significado para a álgebra; e 2) permitir que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente. Como essas afirmações são resultados de simplificações e generalizações, elas exigem um maior desenvolvimento do pensamento abstrato do que aquele utilizado para o pensamento aritmético.

Pensando nisso, uma das possibilidades de ensinar álgebra em matemática pode ser a de o professor explorar atividades com padrões geométricos e numéricos, pois, dessa maneira, entende-se que o conteúdo pode tornar-se compreensível aos alunos. Sendo assim, é necessário criar oportunidades para que o aluno opere e se familiarize com formas simbólicas, a fim de que aprenda a construir significados da escrita algébrica, e não apenas decore regras.

Nesse sentido, o aprendizado algébrico tem se constituído historicamente como desafio no ensino de Matemática no ensino fundamental. A questão de melhorar a habilidade dos alunos nesse assunto, segundo Lins e Gimenez (2006), pode depender de algum tipo de prática, seja em atividades com padrões algébricos que envolvam raciocínios, seja em exercícios. Os exercícios de sala de aula, em sua maioria, são eficazes quando os alunos compreendem a natureza do que estão fazendo, para saber que, naquele momento, trata-se de praticar um conjunto de técnicas, inserido em um contexto maior. As ideias matemáticas que se quer explorar são aquelas que podem ser enfrentadas de forma direta e proveitosa (ELLENBERG, 2014).

O uso de estratégias matemáticas, em particular de padrões, para o ensino de álgebra, vem promovendo avanços no processo de ensino e aprendizagem, pois, segundo Vale (2013), os padrões são a essência da matemática, e a linguagem na qual é expressa procura compreender cada tipo de padrão. Nesse sentido, a procura e a observação de padrões conduzem à elaboração de conjecturas e, em muitos casos, à generalização e consequente prova. Dessa forma, uma aula de matemática desenvolvida por meio de tarefas desafiadoras, que envolvam a exploração de padrões, permite construir e ampliar conceitos matemáticos, principalmente dando significado a esses conceitos, bem como a procedimentos e ideias matemáticas.

Nesse contexto, o currículo escolar de matemática deve garantir e direcionar os alunos a pesquisar e analisar os padrões que podem encontrar no mundo à sua volta, especialmente descrevê-los matematicamente (NCTM, 2012). Em conformidade com essas ideias, muitos pesquisadores reconhecem a possibilidade encontrada nos padrões para potencializar e detalhar em minúcias conceitos básicos de números, pré-álgebra, álgebra, entre outros.

Para Barbosa e Borralho (2009), o desenvolvimento do pensamento algébrico necessita de técnicas compatíveis que possibilitem aos alunos especificar os procedimentos adotados, discutir e refletir sobre essas técnicas. Assim, destaco a importância do estudo de álgebra, em particular o uso de padrões para o ensino de generalizações. A álgebra é um conteúdo da matemática que ainda merece investigações, por tratar-se de algo abstrato e os alunos apresentarem muitas dificuldades. Dessa forma, acredita-se que as aulas com padrões permitem estimular a compreensão da matemática pelos alunos, visto que se articulam com atividades de exploração e de investigação. Desse modo, o uso de padrões pode ser um mecanismo para os professores explorarem junto aos alunos a percepção da álgebra.

No que tange à minha trajetória como professor de matemática, desde 1993, tive oportunidade de lecionar para turmas do Ensino Fundamental, por quase 12 anos, no turno da manhã. Nesse ínterim, fui convidado a participar de projetos escolares sobre Metodologias para o Ensino da Matemática, nos quais apresentei propostas metodológicas envolvendo jogos aos docentes do Ensino Fundamental e Médio. Ministrei também um curso de extensão para concurso público, durante dois meses, para os cargos de bombeiro, policial militar, agente administrativo e professores de séries iniciais. Foram experiências que muito contribuíram para minha trajetória profissional. Contudo, nesse contexto, identifiquei-me com o Ensino Fundamental e isso me fez repensar em estratégias que pudessem fazer a diferença na minha metodologia de ensino.

O planejamento de estratégias diferenciadas para o ensino de matemática oportunizou-me participar da publicação de uma antologia intitulada “Aulas que são dez”, que reúne projetos e atividades de professores (ANTOLOGIA, 2010, p. 95-100), com o trabalho “O dominó das potências e raízes quadradas” - jogo construído pelos alunos, desenvolvido numa escola pública em que trabalhei com turmas de 6º ano do Ensino Fundamental.

Durante essa experiência enquanto professor do Ensino Fundamental, pude perceber o entusiasmo dos alunos com atividades que exploravam padrões. No decorrer das aulas, sempre me preocupei em descobrir porque os alunos que saíam do Ensino Fundamental apresentavam dificuldades em resolver operações com expressões algébricas sendo que, muitas vezes, o professor era o mesmo nos dois níveis de ensino.

Neste cenário, penso que o ensino de álgebra é importante para proporcionar ao aluno atividades práticas que envolvam aspectos quantitativos da realidade. Aulas atraentes e participativas são um estímulo a mais na aprendizagem, contudo o professor tem que apresentar estratégias que envolvam os alunos e favoreçam o desenvolvimento de suas habilidades e competências.

Entendo que trabalhar com padrões pode ser pertinente como experiência de ensino, pois consiste no uso de instrumentos simbólicos. Destaco também a importância, por meio dessa prática, de possibilitar aos alunos a construção de conceitos, o desenvolvimento de seu pensamento algébrico e a investigação de soluções, rompendo, desse modo, com o excesso de aulas expositivas. Para Barbosa e Borralho (2009), a utilização de tarefas que envolvam o estudo de padrões é um excelente meio para trabalhar generalização, dando forma e significado aos símbolos algébricos.

Por tudo isso, o problema que norteou esta pesquisa é: *Como os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual no Município de Santana-AP desenvolvem conceitos algébricos?* O objetivo principal foi à investigação de como os alunos do 7º ano desenvolvem conceitos algébricos. Para desenvolver tal pesquisa, realizei diversas leituras. Na oportunidade, explorei vários autores, como Usiskin (1995 e 1999); Vale e Pimentel (2005); Lins e Gimenez (2006); Gil (2007 e 2008); Marcuschi (2011); Carvalho (2014); dentre outros.

Alguns documentos que embasam a prática docente também foram utilizados, pois já apresentam uma perspectiva de se desenvolver o pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental: *The National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000, 2007, 2012 e 2014) e o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD, 2005).

Os objetivos específicos desta pesquisa foram:

- Explorar atividades com padrões geométricos com os alunos para entender a passagem da linguagem corrente para a algébrica;
- Analisar as implicações referentes às atividades com padrões geométricos para a compreensão de algumas operações da álgebra por letra ou símbolo.

Além desta introdução na qual apresento o tema da pesquisa, a relevância do uso das atividades com padrões no processo de ensino da álgebra e os objetivos deste estudo, este trabalho está organizado nos seguintes capítulos:

No capítulo 1, exponho as ideias principais a respeito do desafio de ensinar matemática, a origem da álgebra, o pensamento algébrico abordado com base nos estudos de Lins e Gimenez (2006), as concepções da álgebra e a utilização de letras, segundo as concepções de Usiskin (1995).

No capítulo 2, Procedimentos Metodológicos, apresento a caracterização e delineamento da pesquisa, os participantes, o contexto da pesquisa, o passo-a-passo da intervenção pedagógica, os instrumentos de coleta e os procedimentos de análise dos dados.

O capítulo 3, Resultados e Discussão, traz a análise das respostas do questionário investigativo, os resultados da intervenção pedagógica e as respostas do questionário de percepção, acompanhados de fotos e registros das atividades realizadas.

Por último, nas Considerações Finais, retomo os resultados da pesquisa e apresento minhas reflexões pessoais sobre a investigação.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta o arcabouço teórico que fundamentou esta pesquisa e se divide em quatro partes: (a) O desafio de ensinar Matemática; (b) A origem da álgebra; (c) O pensamento algébrico; e (d) Concepções de álgebra, subdivida em: A utilização de variáveis; e Generalização de uma atividade algébrica.

1.1 O desafio de ensinar Matemática

O avanço da tecnologia, do conhecimento científico, bem como o aumento da demanda das necessidades sociais fez com que a Matemática se tornasse uma ferramenta indispensável no dia-a-dia. No entanto, às vezes, é difícil percebê-la no cotidiano, pois ela ainda passa despercebida, continua tímida e é causadora de ansiedade por parte de alunos e professores.

Nesse sentido, é necessário verificar onde está o problema. Será que está na metodologia utilizada pelo professor? Será que está na falta de motivação do aluno? Será que está no fato de todos dizerem que é uma disciplina difícil? De que forma pode-se intervir para que esse panorama seja modificado?

Essas questões fizeram-me refletir acerca de algumas inovações metodológicas que estão ocorrendo no ensino de Matemática e que, de certa forma, seguem na direção oposta de fixar conteúdos. Para os professores, parece haver necessidade de explorar atividades que permitam o desenvolvimento de cálculos de forma totalmente desarticulada do cotidiano, o cálculo pelo cálculo.

Segundo Carvalho (2014, p. 15):

> […] considera-se a Matemática como uma área do conhecimento pronta, acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das ideias e cuja estrutura de sistematização serve de modelo para outras ciências. A consequência dessa visão em sala de aula é a imposição autoritária do conhecimento de um professor que, supõe-se, domina e transmite a um aluno passivo, que deve moldar a autoridade da perfeição científica.

Além disso, há fatores que interferem diretamente na aprendizagem, como os distúrbios de aprendizagem, questões sociais e disfunções familiares (GIL, 2008). Em geral, as escolas não levam em consideração a diversidade da população escolar. A esse respeito, Pulaski (1986, p. 16) expõe que, “mesmo para as aprendizagens mais elementares, toda informação adquirida do exterior é sempre em função de um marco de esquema interno, mais ou menos estruturado”. Nesse sentido, a construção do conhecimento depende simultaneamente dos aspectos exógenos e endógenos, que têm relação com a progressiva estruturação da coordenação das ações do indivíduo.

Em outras palavras, a progressão do nível mental do indivíduo ocorre por meio de mecanismos internos ao sujeito, como também por meio de experiências vivenciadas por ele no meio externo. Nesse caso “a aprendizagem é um processo biológico porque é um ato de adaptação ao meio físico e de organização do meio ambiente, que procura sempre manter um equilíbrio” (Pulaski, 1986, p. 17).

Portanto, faz-se necessário considerar que, dentro de um mesmo espaço pedagógico, há indivíduos diferentes e únicos, que possuem realidades e modos de vida diferentes, experiências e formas diferentes de aprender.

Outro aspecto merecedor de discussão se refere à forma como estão sendo ministradas as relações entre a álgebra e a aritmética. De acordo com Gil (2008, p. 35), “devemos fazer um estudo das rupturas e continuidades existentes entre a álgebra e a aritmética, com o intuito de melhor aprender em relação às dificuldades apresentadas na aprendizagem em relação à álgebra”. É neste sentido que esta pesquisa procura contribuir, visto que, no 7º ano do ensino fundamental, os alunos ainda estão com muitas dificuldades em aprender álgebra, pois parece que no 5º e 6º anos não tiveram contato com este conteúdo, sendo que no 7º ano já deveriam ter um estudo mais aprofundado. O que se observa, no entanto, é que para os alunos é algo totalmente novo. Outro fator relevante é o fato de alguns professores utilizarem procedimentos de ensino muitas vezes contraditórios, como, por exemplo, listas de exercícios repetitivos em que os alunos não conseguem estabelecer relação entre a teoria e a realidade, gerando mais dificuldades no entendimento.

Dentro desse contexto, o que se observa atualmente é que aritmética e álgebra no ensino fundamental são trabalhadas separadamente sendo que, nos anos iniciais, é ensinada somente a aritmética. Segundo Silva (2007), apesar de saber que, para o desenvolvimento do pensamento aritmético trabalham-se intuitivamente noções de álgebra, em termos gerais, a álgebra é trabalhada somente nos anos finais do ensino fundamental.

Em geral, as escolas não levam em consideração a diversidade da população escolar e este pensamento é corroborado pelo Conselho Nacional de Educação, por meio do Parecer Nº 017/2001, quando reconhece que:

> A consciência do direito de constituir uma identidade própria e do reconhecimento da identidade do outro se traduz no direito à igualdade e no respeito às diferenças, assegurando oportunidades diferenciadas (eqüidade), tantas quantas forem necessárias, com vistas à busca da igualdade. O princípio da eqüidade reconhece a diferença e a necessidade de haver condições diferenciadas para o processo educacional (BRASIL, 2001, p. 11).

Essas questões deveriam ser contempladas no desenvolvimento do currículo escolar, na elaboração do Projeto Político Pedagógico (PPP), na prática pedagógica, como estabelece o Artigo 26 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB: “os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser contemplada em cada parte do sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela”.

Refletindo sobre essas questões, percebe-se que a escola precisa trabalhar uma prática pedagógica que atinja os objetivos propostos por meio de conteúdos explorados de forma dinâmica, com materiais adequados e textos específicos que contemplem esse universo tão diversificado de ideias. De acordo com Silva (2010, p. 14), a "questão central que serve de pano de fundo para qualquer teoria do currículo é a de saber qual conhecimento deve ser ensinado".

Diante desse contexto, entendo que as atividades com padrões, apresentadas nesta pesquisa, podem ser uma alternativa metodológica para que os alunos desenvolvam o pensamento e construam conceitos algébricos. Segundo Barbosa e Borralho (2009), as atividades que contemplam padrões são um bom meio condutor para explorar e trabalhar as generalizações. E ainda, de acordo com Linz e Gimenez (2006), o estudo da álgebra, da aritmética e da geometria compõem as bases da matemática do Ensino Fundamental, e ensinar álgebra de forma diferenciada significa possibilitar a formação do pensamento algébrico no indivíduo.

A esse respeito é interessante salientar que, nas últimas décadas, os recursos metodológicos para o ensino da matemática foram colocados no centro das atenções de grande parte das ações de capacitação de professores. No entanto, ressalta-se que, apesar de toda essa contribuição, por meio de informações, materiais e sugestões metodológicas para o professor utilizar em suas aulas, na prática, há dificuldade em aceitá-las. E quando isso é feito, é de forma esporádica, não havendo compreensão (RABONI, 2004).

Em face desse desafio, no Brasil, mais precisamente na região nordeste, a Secretaria de Estado de Educação de Pernambuco (SEE-PE), desenvolve desde 2009 o "Projeto Aprender Mais"[1], com o objetivo de garantir o compromisso de ofertar uma educação pública de qualidade para todos os estudantes. Tal iniciativa está em consonância com a LDB – 9394/96, que estabelece como dever do Estado garantir padrões mínimos de qualidade de ensino e a obrigatoriedade de estudos de recuperação, de preferência paralelo ao período letivo, para casos de baixo rendimento escolar, como política educacional. Segundo esse projeto é imprescindível que, ao identificar as dificuldades e possibilidades dos alunos, o professor trabalhe atividades pedagógicas desenvolvendo dinâmicas de sala de aula que possibilitem a eles construir o seu próprio conhecimento (BRASIL, 2011).

[1] http://www.educacao.pe.gov.br/diretorio/aprender_mais/orient_mat_af.pdf

Nessa perspectiva, a Secretaria de Estado de Educação de Pernambuco desenvolveu o projeto

> com o objetivo de atender os estudantes dos 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio das escolas estaduais que apresentavam defasagem e/ou dificuldades de aprendizagens. Os resultados obtidos foram bastante positivos, de forma que em 2011, a Secretaria de Educação reeditou este projeto. Neste contexto, a escola possui o importante papel de sistematizar o conhecimento socialmente construído para que os alunos construam suas aprendizagens, para isto o professor é agente primordial no processo de construção do conhecimento junto aos estudantes. É o professor quem observa, mais de perto, as necessidades dos alunos em relação aos conteúdos ministrados em sala de aula (SEE-PE, 2011, p. 3).

Ainda é grande a preocupação dos professores em seguir e aplicar todos os conteúdos, alguns se preocupam em mostrar a matemática como algo acabado, outros são levados a exagerar no número de exercícios repetitivos e sem contexto com a realidade dos alunos, acreditando que quem resolver mais exercícios será o melhor. Além disso, não há momentos que oportunizem ao aluno criar e questionar problemas de forma espontânea.

Por outro lado, o documento oficial das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica em Nível Superior (BRASIL, 2002) prioriza a valorização da prática e enfatiza a necessidade da formação do professor e o aperfeiçoamento de sua prática. Com isso, o referido documento assegura que o conhecimento de ações investigativas poderá proporcionar melhores práticas que devem ser trabalhadas no sentido de observar e refletir, objetivando o desenvolvimento de situações analisadas conforme o contexto.

Por ser um dos maiores desafios nas escolas de todo o mundo - o ensino da matemática - urge a necessidade de haver profissionais preparados em reconhecer a importância de um sistema cuidadosamente organizado para avaliar a aprendizagem dos alunos. O programa apela a todos os parceiros - estudantes, professores, líderes comunitários e pais, no sentido de contribuir com ações para se trabalhar a matemática de forma eficaz com todos os alunos (NCTM, 2014).

O cenário para a educação matemática, previsto pelo NCTM, é ambicioso. Conquistar tal objetivo propõe um currículo de matemática consolidado e profissionais capacitados, cujas habilidades se resumem em avaliar, com políticas de educação que favoreçam a aprendizagem, salas ambientes com acesso à tecnologia. O desafio é grande e longo, e a união é essencial. Faz-se necessário oferecer a todos os alunos uma boa educação matemática que lhes permita exercer os objetivos individuais, a fim de obterem êxito na carreira profissional, em um universo de constantes mudanças.

Para Ibrahim, Silva e Resende (2013), com base nos resultados da Prova Brasil de 2011, a qualidade da educação matemática básica tem se apresentado de forma a afligir os órgãos e as agências governamentais, gestores, pesquisadores da educação e professores envolvidos. As discussões e debates tomam frente a cada resultado nas avaliações nacional ou internacional, como a do *Programme for International Student* – PISA – e a do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB.

O resultado do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB - alcançado pela escola em que ocorreu a intervenção pedagógica, no ano de 2014, foi 3,4. Esse número representa o rendimento dos alunos nesta unidade, enquanto que a média nacional foi 5,2. Em linhas gerais, isso significa que os alunos dos 7º e 8º anos desenvolvem apenas operações matemáticas em nível de 4º e 5º anos (BRASIL, 2013).

Sabe-se que a Matemática, em uma época de constantes mudanças, é fundamental. Novos conhecimentos, ferramentas e formas de fazer e comunicar matemática continuam a surgir e a evoluir (NCTM, 2014). Dentre tantos tópicos trabalhados na área da Matemática, cujos estudos têm início no Ensino Fundamental, temos a álgebra. O ensino da Matemática e, mais especificamente da álgebra, no entanto, apresenta-se longe do contexto diário da maioria dos alunos. Há um conjunto de habilidades que são usadas no desenvolvimento de expressões algébricas, porém de forma mecânica. Segundo Bonadiman (2007), o aluno quase sempre não entende porque encontrou aquele resultado, aquela resposta ou porque tal problema foi resolvido daquela maneira, pela falta de relação da teoria com a sua realidade.

Dando sequência ao aporte teórico, na próxima seção, apresento um panorama das raízes da álgebra, a história de sua evolução, as convenções de número, a ideia da matematização, a álgebra antiga ligada ao estudo de resolução de equações; e a álgebra moderna, empregada na análise de estruturas matemáticas, a evolução do simbolismo e do campo algébrico.

1.2 Origem da álgebra

Ao pensar na ideia de número, não há como estudar álgebra sem fazer alusão ao Ocidente e a figuras como Pitágoras de Samos (c. 585 a. C – c. 497 a. C.) – o grego que elaborou o teorema que leva seu nome (o Teorema de Pitágoras) – e Platão (428 a. C. – 347 a. C.). O pré-socrático afirmara que tudo é número e que, desse modo, a essência da realidade se faz notar como expressão e uma natureza constitutiva, de ordem numérica. Essa essencialização do número, elevando-o à condição de fundamento da realidade natural, acaba influenciando a Academia Platônica, de forma marcante; por isso, havia, logo na entrada, a afirmação de que o conhecimento da Geometria, para quem ali entrasse, era indispensável.

Nesse sentido, Reale e Antiseri (2003, p. 27) asseveram:

> [...] o homem contemporâneo talvez tenha dificuldade para compreender profundamente o sentido dessa doutrina, caso não procure recuperar o sentido arcaico do "número". Para nós o número é uma abstração mental e, portanto, ente da razão; para o antigo modo de pensar (até Aristóteles), porém, o número era coisa real e até mesmo a mais real das coisas – e precisamente enquanto tal é que veio a ser considerado o "princípio" constitutivo das coisas. Assim, para eles o número não era um aspecto que nós mentalmente abstraímos das coisas, mas sim a própria realidade, a *physis* das próprias coisas.

Contudo, para compreender a origem da álgebra, é necessário um retorno na história da humanidade. Nesse contexto, deve-se, inicialmente, pensar num processo de formação matemático, sobretudo ligado a contagens simples, ao registro de objetos e a projeções imaginativas daquilo que posteriormente se convencionou chamar de número. Então, num primeiro momento, temos a formação da Aritmética, cujo objetivo, por assim dizer, estava em resolver pequenos problemas cotidianos envolvendo trocas, medidas, contagens. Essa matematização de certos aspectos da vida coletiva do homem, como não poderia deixar de ser, acabou promovendo desenvolvimentos que implicam em projeções abstratas, como a formulação de equações e a elaboração de regras para seu emprego e uso, culminando com o surgimento do pensamento algébrico. Conforme Boyer (1974), no livro de Diofante de Alexandria, no ano de 250 d. C., foi descoberto o uso de símbolos algébricos, sinais especiais para a incógnita, subtração, igualdade, inversões, abreviações, substituições e potências da incógnita até expoente seis.

A cultura matemática egípcia também teve grande contribuição e referência em álgebra. Segundo Boyer (idem), o mais célebre Papiro egípcio sobre matemática é o Papiro de *Rhind*, conhecido também por *Ahmes*, escrituras produzidas por volta de 1650 a. C., uma coletânea de 85 problemas da vida cotidiana com suas soluções. Outras contribuições significativas para o desenvolvimento da álgebra, como procedimentos de resoluções para equações algébricas vieram da China e Índia, em que os hindus foram hábeis aritméticos. Na Europa Ocidental, o autor comenta que a maior parte da álgebra continuou retórica até o século XV e, apesar de a álgebra simbólica ter surgido na Europa Ocidental no século XVI, apenas na metade do século XVII essa tendência foi posta.

Para Boyer (idem, p. 1):

> Em certa época pensou-se que a matemática se ocupava do mundo que nossos sentidos percebem, e foi somente no século dezenove que a matemática pura se libertou das limitações sugeridas por observações da natureza. É claro que a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da "sobrevivência do mais apto" a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento no homem de conceitos matemático.

Mesmo assim, para o autor, a álgebra somente começa a ser considerada uma área específica da matemática no Renascimento, expandindo-se absolutamente na Europa moderna e contemporânea. Com a era moderna, as letras passaram a representar as incógnitas e empregaram alguns símbolos: (+) para indicar uma adição, (-) para subtração e o sinal (=) para igualar os termos de uma equação.

De acordo com Eves (2005), a álgebra originou-se provavelmente na Babilônia, de modo que os babilônios anotavam seus conhecimentos em tabelas de argila, em escrita e notação sexagesimal cuneiforme. Pode-se dizer, segundo as pesquisas, que eles eram ótimos algebristas e tinham bastante habilidade em cálculos, eram capazes de resolver várias equações, incluindo cúbicas e quárticas. O surgimento da álgebra no Egito, que era também retórica, ocorreu quase ao mesmo tempo na Babilônia, porém era menos sofisticada.

Outras contribuições importantes, apontadas por Eves (1995), mostram que François Viète (1540-1603) adotou o uso de vogais para indicar uma quantia indeterminada ou desconhecida, e consoantes para representar uma grandeza ou número conhecido, realizando, dessa forma, um comparativo entre o conceito de parâmetro e a ideia de uma quantia desconhecida. Portanto, consideravam-se parâmetros e incógnitas como segmentos e não como números. Segundo Ribeiro (2015, p. 18), “Viète introduziu um cálculo com letras, iniciando assim a era das fórmulas em Matemática. Sua obra favoreceu a criação da geometria analítica do filósofo René Descartes (1596-1650) tornando a álgebra completamente simbólica”.

A partir do século XVI, os símbolos e as letras para representar números passaram a ser usados de forma sistemática. O matemático e filósofo francês René Descartes (1596-1650) também contribuiu para o aperfeiçoamento da álgebra utilizando uma simbologia muito próxima da nossa forma atual de representar as expressões algébricas. Até o século XVII, a álgebra era generalização da aritmética (DANTE, 2005).

A partir da Teoria de Grupos, a álgebra foi considerada “moderna”, devido, em parte, a Gauss e, sobretudo, a Evariste Galois (TELES, 2002). Vale destacar, de acordo com a concepção de Teles (2002), que, na segunda metade do século XX, a álgebra tem como principal objeto de estudo estruturas algébricas abstratas, devido a Kjummer (1810-1893) e à noção de ideal de um anel, de Dedekind (1831-1916).

Sendo assim, a passagem da aritmética para a álgebra, representada pelo desenvolvimento da linguagem algébrica na Idade Média, produz-se como resposta à busca de sistemas de representações que permitissem a resolução generalizada dos problemas clássicos gregos, conforme Teles (idem).

A álgebra tal qual conhecemos hoje, com seus símbolos e regras, é bastante recente, apesar de o pensamento algébrico estar presente na construção da matemática desde os princípios. A crescente utilização de símbolos na álgebra permitiu de tal maneira facilidades em seu ensino. A essa álgebra, ensinada e estudada na escola básica, denomina-se álgebra elementar, composta por operações básicas e regras para resolver expressões algébricas (CASTRO, 2003).

Ao conceber tais conhecimentos, pode-se dizer que enquanto a aritmética trata de números, operações e de suas propriedades, visando à resolução de problemas ou de situações que exigem uma resposta numérica, segundo Souza e Diniz (1996), a álgebra procura expressar o que é genérico, aquilo que se pode afirmar para vários valores numéricos independentemente de quais sejam eles exatamente.

1.3 Pensamento algébrico

Considerando o pensamento algébrico um caráter peculiar de minha investigação, busquei alguns trabalhos de pesquisa que tratam deste tema, como forma de alicerçar e construir este estudo. Nessa perspectiva, investiguei Lins e Gimenez (2006) com o objetivo de fomentar o desenvolvimento do pensamento algébrico de acordo com uma proposta de elaboração de tarefas de álgebra para a sala de aula no Ensino Fundamental.

Conforme Lins e Gimenez (2006), há concordância entre os conteúdos algébricos que devem ser ensinados, porém não existe concordância do que seja pensar algebricamente. A linguagem pela qual a álgebra se manifesta é composta por símbolos e rígidas regras, as letras são chamadas de variáveis ou incógnitas para servirem de auxílio na resolução de expressões. A linguagem algébrica representa a manifestação do pensamento algébrico.

No campo matemático, uma das dificuldades enfrentadas pelo aluno no Ensino Fundamental é a aprendizagem de álgebra, pois seu pensamento algébrico não está suficientemente desenvolvido de forma a compreender e manipular símbolos fazendo a relação entre eles. Nesse sentido, a partir de minhas experiências, pode ser que muitos alunos não tenham obtido informações necessárias no momento introdutório do conteúdo, deixando lacunas para os anos seguintes, ou seja, não se apropriaram de tais conhecimentos, tendo em vista que um número de alunos estava acostumado a manipular números e estabelecer relações matemáticas somente com números.

Dando sequência ao pensamento algébrico, vale destacar os princípios e *Estándares para La Educación Matemática*, do NCTM (2008), que apresenta a ideia de pensamento algébrico ao raciocínio proporcional, significado de variáveis, padrões e funções, igualdades, e raciocínio dedutivo e indutivo. Dessa forma, esse documento orienta que seria adequado desenvolver atividades que assegurem o exercício deste pensamento para se chegar ao real pensamento algébrico.

Para justificar a necessidade de os alunos se apropriarem do conhecimento relativo à álgebra, Lins e Gimenez (2006, p. 10) evidenciam que, “no Brasil, a maioria das escolas explora a álgebra precedida pela aritmética”. Para os autores, ela se torna “infundada e prejudicial”, ou seja, não é necessariamente obrigatório o aluno aprender primeiro os conteúdos de aritmética para depois saber álgebra. Segundo eles “é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, de modo que ambas desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”.

> O que precisamos fazer é entender de que modo a Álgebra e a Aritmética se ligam, o que elas têm em comum. Feito isso, teremos encontrado uma verdadeira raiz, o que nos permitirá repensar a educação aritmética e algébrica de forma única (LINS E GIMENEZ, 2006, p. 113).

Levando em consideração que essa discussão já é apresentada em documentos oficiais (NCTM, 2008; BRASIL, 2012), na presente pesquisa, busquei analisar como os conceitos de álgebra, através de atividades práticas com padrões geométricos e numéricos, podem ser abordados nos anos finais do Ensino Fundamental. Assim, os resultados obtidos poderão contribuir para o aperfeiçoamento da prática do ensino de matemática no Ensino Fundamental, pois estes podem ser lembrados e estudados com mais propriedade em anos seguintes como, por exemplo, na resolução de sistemas de equações e cálculos com diversas variáveis. Mas, para isso, é necessário construir gradativamente a linguagem algébrica a partir dos anos iniciais.

Diante disso, e à luz de estudos como o de Lins e Gimenez (2006), observa-se a relevância do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais. Os autores apresentam a construção de significado para álgebra, com base no pensamento algébrico. Assim, é preciso estar sempre atento para o objetivo esperado por todo professor: o sucesso da aprendizagem em termos de desenvolvimento do pensamento algébrico.

Cabe, portanto, ao professor pensar no papel da álgebra na escola e principalmente na formação do pensamento algébrico do aluno, pois este pensamento relaciona-se, no processo de escolarização, com o pensamento aritmético e geométrico. Percebe-se que o desenvolvimento do pensamento algébrico deve proporcionar ao aluno aprender álgebra. De acordo com Usiskin (1995), o ensino de álgebra deve estar fundamentado em quatro concepções: a álgebra deve ser ensinada como uma aritmética generalizada e, sobretudo, como um recurso para resolver problemas; estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas; estudo de relações entre grandezas; e como estudo das estruturas.

Uma das questões mais relevantes para o estudo da álgebra, principalmente no Ensino Fundamental, é delimitar seu campo conceitual. Nesse contexto, assume-se que o conhecimento está organizado em campos conceituais cuja elaboração, pelo sujeito, depende da experiência, maturidade, aprendizagem, além de outros fatores que influenciam diretamente no processo da aprendizagem (SOUZA e KATO, 2013). Logo, o que se pretende é estabelecer o alcance, a amplitude e a natureza do conceito e das ideias algébricas, embora isso nem sempre seja uma tarefa fácil.

Há muitos posicionamentos sobre o trabalho de professores em formação, como o de Santos (2009), que chegou a afirmar que uma das causas da dificuldade dos alunos em aprender álgebra pode estar associada às orientações de ensino existentes nos livros didáticos, ou seja, o modo como alguns livros iniciam a álgebra pode explicar as dificuldades apresentadas pelos alunos na forma de aprender esse conteúdo. Dessa forma, pode-se considerar que o problema do ensino de álgebra não está somente no papel do professor, mas na concepção de ensino adotada nos livros didáticos, cujos conteúdos vêm separados juntamente com seus capítulos, levando o aluno ao equívoco de entender que a aritmética deve ser separada da álgebra e esta da geometria. Esses posicionamentos podem inclusive esboçar certo antagonismo que acabam, por assim dizer, quase inviabilizando a elaboração de uma teoria, uniforme e única, da álgebra enquanto conhecimento.

Segundo Lins e Gimenez (2006, p. 89):

> No caso da álgebra, teremos de adotar um caminho um pouco diferente, pelo menos em princípio, e o motivo é o seguinte: por incrível que pareça, não há consenso a respeito do que seja pensar algebricamente. Há, é verdade, um certo consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças – gráficos são ou não parte da álgebra?

Há autores e especialistas, como Lins e Gimenez (2006) – professores com ampla formação em matemática – além de Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) – professores de notória contribuição à Metodologia de Ensino de Matemática – cujas ideias podem ser foco de debates, discussões e inovações, no sentido de explorar junto aos professores uma compreensão mais abrangente do que seria o conhecimento algébrico e de como ele poderia (e deveria) ser realmente ensinado nas escolas de Educação Básica, por exemplo. O que de fato norteia esses empreendimentos é, fundamentalmente, o desejo de potencializar, instrumentalizar e dinamizar, da melhor maneira possível, o ensino e a aprendizagem do conhecimento algébrico, e que, dessa forma, segundo Góes (2009), alguns fatores fundamentais devem ser considerados com base na proposta do material didático adaptado: a organização do espaço e dos aspectos físicos da sala de aula, adaptar e selecionar a utilização de ferramentas e materiais no sentido de possibilitar a aprendizagem, o planejamento de estratégias de ensino.

Procedendo dessa maneira, inevitavelmente depara-se com a questão dos conteúdos, o que, segundo Lins e Gimenez (2006, p. 89), “acaba gerando outras dificuldades em razão de somente determinarmos aquilo que “é” álgebra, sem, no entanto, se poder afirmar se outros tópicos também não fariam parte deste mesmo conteúdo algébrico”; consequentemente, a elaboração de um “currículo para a educação algébrica” também se converte em uma questão delicada. Logo, segundo o autor, fica claro, que a discriminação linear dos conteúdos de álgebra nos livros didáticos não reflete, em sua dimensão mais elementar, as dificuldades de sistematização, ordenação e escolha, do que se entende por conhecimento algébrico.

Em termos de ensino, uma das questões mais emblemáticas é saber qual o processo cognitivo mais adequado ao ensino de álgebra. Bem, se o objeto de estudo (ou de ensino) é circunscrito ou caracterizado, e, por conseguinte, determinado, cabe estabelecer os instrumentos de ensino e de aprendizagem mais apropriados (LINS e GIMENEZ, 2006). Nesse caso, para muitos professores de matemática, ou quem sabe até a maioria, a atividade algébrica se limita a resolver, por meio de equacionamentos, em certos casos bem complexos e abstratos, problemas matemáticos, como diriam Lins e Gimenez (idem, p. 91), mesmo que sejam problemas “descontextualizados”, num simples “calcular com letras”, dentro de uma sistematização próxima à defendida pelo francês Viète (1540-1603).

Há de se defender, acima de qualquer contestação possível, que a história do conteúdo algébrico perpassa pela ideia de cálculos expressos ou representados em forma literal. Entretanto, ainda assim, a álgebra se estende para além destas limitações conceptivas, cuja configuração se baseia em simplificações desprovidas de embasamento teórico concreto: a teoria algébrica não é só isso.

Para Lins e Gimenez (2006, p. 92):

> Essa visão, a de que a introdução de notação especial (no caso, letras) corresponde diretamente a determinadas mudanças conceituais, e, mais do que isso, que essas mudanças sinalizam claramente um estágio de “desenvolvimento” da atividade algébrica, continua a ter implicações nas ideias de pesquisadores em Educação Matemática. Noções são mais ou menos *adequadas* em certa atividade, mas isso depende fundamentalmente dos significados em jogo [...].

Segundo Lins e Gimenez (2006), é necessário um olhar além das características superficiais de que a atividade algébrica é fundamentada por autores somente em uma descrição associada a conteúdos e procurando relacionar o que de fato é e o que não é álgebra. Esta linha de pensamento, construída com um modelo de concepção conteúdista, nos favorece saber se isso ou aquilo é álgebra e explorar esses conteúdos, mas ainda encontram alguns desafios. Tais desafios incidem no fato de que tal tipo de abordagem não permite identificar dois aspectos essenciais: 1) propor a existência de outros tópicos que deveriam estar incluídos nesse currículo e, ainda, 2) a dificuldade em organizar um currículo para a educação algébrica, em que os temas tradicionais são tão necessários quanto parece nos currículos.

Os elementos responsáveis pela diversidade de concepções da educação algébrica são as diversas noções atribuídas à atividade algébrica. Lins e Gimenez (2006) apontam quatro possibilidades de caracterização relacionadas à atividade algébrica, promovendo associações entre atividade algébrica e as concepções algébricas. Profissionais vinculam a educação algébrica a uma tendência conhecida, por Lins e Gimenez (2006), de letrista. Para os especialistas que adotam essa concepção, a atividade algébrica se limita ao uso de cálculos com letras e algoritmos. Tal concepção é, ainda hoje, resistente nos livros didáticos brasileiros, vista como uma atividade de cálculo literal.

Outra tendência de educação algébrica é a facilitadora ou letrista facilitadora, que é caracterizada pelo uso de certos temas e conteúdos que tem como base, situações didáticas criadas, partindo do que é conhecido pelo aluno (LINS e GIMENEZ, 2006).

Lins e Gimenez (idem, p. 94) ignoram "que a álgebra, incluindo aí qualquer tipo de 'cálculo com letras', é assunto praticamente exclusivo do domínio da escola", por isso, acabam reafirmando o que já se esperava: se alunos já trabalharam com certo conteúdo, certamente terão mais chances de sucesso ao serem levados, novamente, através de um processo de ensino e aprendizagem, a trabalhar com ele.

Dentro desse contexto, Booth (1995) procurou verificar se os erros cometidos pelos alunos, em determinadas faixas etárias, na resolução de problemas algébricos, decorriam de seus despreparos ou carências intelectuais. Ou seja, se eles poderiam ser corrigidos com o ensino das técnicas apropriadas.

Segundo os estudos de Kern e Gravina (2012, p. 54):

> Quando se inicia o estudo de conteúdos algébricos (equações, polinômios, produtos notáveis, fatoração), há um questionamento sobre a necessidade da formalização algébrica, sobre a utilidade do conteúdo trabalhado. A mudança de um trabalho voltado para a Matemática concreta, diretamente ligada a situações do dia a dia, para um trabalho voltado para aspectos mais abstratos, mais afastados do cotidiano, é um dos motivos para as dificuldades no ensino e na aprendizagem da Matemática. Em particular, o aprendizado da álgebra tem se constituído como um dos maiores desafios no ensino de Matemática do Ensino Fundamental.

Diante disso, Lins e Gimenez (2006) apontam a relevância do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais, pois a álgebra constitui um dos alicerces da matemática escolar relativamente ao Ensino Fundamental. Segundo eles, ensinar álgebra é possibilitar a formação do pensamento algébrico do indivíduo.

1.3.1 Uso de letras

Para Usiskin (1995), muitos alunos entendem que variáveis são letras representando números. Daí a importância de o professor estar atento na orientação do aluno para as interpretações equivocadas sobre o conceito de variável. O autor sugere relacionar os diferentes processos de uso de variáveis referente às concepções de álgebra.

A simbologia matemática como <, >, =, {, bem como o uso de letras, principalmente "*x*" e "*y*", começam a fazer parte da realidade do aluno. Segundo Usiskin (1995), a concepção de variável, como "símbolo que representa indistintamente os elementos de um conjunto", parece tão natural hoje em dia que raramente é questionada. Porém não é o único ponto de vista possível a respeito de variáveis.

Ainda segundo o autor (idem), as atividades que envolvem padrões são as que mais auxiliam o desenvolvimento do processo de generalização. Nesse sentido, percebe-se ainda a necessidade dos alunos em aprender a definir variável, pois de acordo com o autor, num nível mais avançado, a noção de variável como generalizadora de modelo é fundamental na matemática.

Um aspecto de significância para Usiskin (1995) é a importância de se começar a desenvolver mais cedo o conhecimento algébrico nas escolas. O ensino de matemática nos anos iniciais pode proporcionar fatores significativos do desenvolvimento do pensar matemático dos alunos como as relações entre duas ou mais expressões associando termos semelhantes, envolvendo as operações fundamentais, além de estudar e reconhecer as generalizações a partir de casos particulares, conduzindo os alunos a compreenderem as diversas propriedades dos números e despertar a utilização de outras representações. Dessa forma, no Programa Gestão da Aprendizagem Escola - Gestar II, “o domínio da escrita algébrica requer um trabalho de observação e de significação das diferentes incógnitas” (BRASIL, 2008, p. 9).

O desenvolvimento do pensamento algébrico está relacionado à produção de significados (USISKIN, 1995). Como posto anteriormente, para o desenvolvimento de uma forma algébrica de pensar há a imposição de se atribuir significados algébricos aos símbolos que, da mesma forma, são utilizados nas operações de adição, subtração e multiplicação. Além disso, na linguagem algébrica, as letras assumem diferentes usos que também requerem notável atenção quando se comenta em aprendizagem de álgebra. Usiskin (1995) aponta distintos papéis das letras diretamente relacionados a diferentes concepções da álgebra, conforme o Quadro 1 que organiza essa comparação.

Quadro 1 – As concepções de álgebra e o uso das letras

Concepção da Álgebra	**Uso das variáveis**	**Exemplos**
Aritmética Generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)	$\boldsymbol{3.n(n \in N)}$ **3=3.1; 6=3.2, 9=3.3**
Meios de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)	Adicionando 2 ao quádruplo de um certo número, a soma é 22. **4n + 2 = 22 (subtrair -2)** **4n + 2-2 = 22-2** **4n = 20 (dividir 4)** **n= 5** logo o certo número é 5.
Estudo das relações	Argumentar, parâmetros (relacionar, gráficos)	Fórmula da área de um triângulo, conhecendo a medida de sua base e de sua altura. $\boldsymbol{A = \dfrac{base\ x\ altura}{2}}$
Estruturas	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)	Simplificar a expressão: $\boldsymbol{\dfrac{x^2 - 5x + 6}{(x-2)} = \dfrac{(x-2).(x+3)}{(x-2)} = (x+3)}$

Fonte: Do autor, adaptado de Usiskin (1995, p. 20)

O quadro adaptado de Usiskin (1995) evidencia as concepções da álgebra e as correspondentes funções das letras, ou seja, as distintas formas de uso das letras. Na álgebra configurada como aritmética generalizada, as letras são empregadas para modelar, compondo expressões que descrevem a generalidade de uma situação quando são usadas para traduzir as propriedades dos números. Portanto, nessa concepção da álgebra como aritmética generalizada, percebe-se que as variáveis (letras) são tratadas como generalizadoras de modelos e sua finalidade é apenas substituir os números. Nesses casos, os processos de generalização e tradução para uma linguagem adequada estão envolvidos.

Especificamente, a proposta deste trabalho está centrada na habilidade de traduzir e generalizar questões relacionadas a uma regularidade com padrões. Sobre o reconhecimento de regularidades em matemática, Chiconello (2013, p. 22) menciona que “a investigação de padrões em sequências numéricas e a generalização através de regras que os próprios alunos podem formular permitem que a aprendizagem de álgebra se processe de um modo gradual e ajudem a desenvolver a capacidade de abstração”. Dessa forma, percebendo as regularidades e fazendo generalizações “este é, no entanto, um dos mais importantes aspectos para o desenvolvimento do pensamento algébrico” (SEE-PE, 2011, p. 50). Dessa forma, compreende-se que a generalização é um processo que pode partir de casos particulares para algo comum em um dado conjunto; se confirmada, a regra geral pode ser expressa verbalmente ou por meio de uma linguagem concisa ou simbólica.

Quando a álgebra é apresentada como um meio de resolver certos problemas, a função das letras constitui-se em interpretar determinadas quantidades desconhecidas que solucionam o problema, ou seja, aparecem como incógnitas. Quando se aborda em álgebra os estudos das relações cuja forma, cito $y = mx + n$, serve para expressar uma função, existe uma relação de dependência indicada pela igualdade, sendo descrita por letras que representam uma relação entre os elementos de dois ou mais conjuntos.

Por fim, a álgebra é vista como estudo das estruturas como monóide, grupo, anel e corpo. Na dimensão estrutural as letras representam símbolos abstratos com ênfase nos cálculos algébricos e expressões literais. A concepção de variável não está vinculada a uma relação ou função, nem atua como uma incógnita, ou seja, a variável não é um argumento. Nesse caso, a ênfase passa a ser nos símbolos algébricos, como, por exemplo, os polinômios e as técnicas abstratas de resolução/manipulação, sem qualquer resquício numérico, sem um modelo aritmético a ser generalizado.

“A atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a álgebra” (LINS E GIMENEZ, 2006, p. 137). Associando uma mesma linha de pensamento, segundo Usiskin (1999), atividades que envolvem padrões são as que mais contribuem com o desenvolvimento do processo de generalização ou regra matemática.

Compreende-se que os professores de matemática reconhecem que os alunos têm condições de manejar as técnicas ou de generalizar uma determinada situação a partir de regularidades. Vê-se também a necessidade dos alunos de definir variável, pois, de acordo com Usiskin (1995), num nível mais avançado, a noção de variável, como generalizadora de modelo, é fundamental na matemática.

De certa forma, pergunta-se: Será que os professores têm consciência dessa necessidade, ou simplesmente seguem os programas pré-elaborados e reforçam tal prática com o uso do livro didático, o qual se encarrega de propor exercícios e atividades repetitivas, sem que o aluno consiga verdadeiramente compreender a ideia de variável assim como desenvolver o pensamento algébrico?

Nesse sentido, Lins e Gimenez (2006, p. 90) afirmam que:

> As tentativas mais superficiais de descrever a atividade algébrica têm em comum o fato de ficarem apenas na primeira parte do trabalho; a associação com o conteúdo é imediata, e a caracterização pára por aí: atividade algébrica é resolver problemas da álgebra, sejam eles problemas “descontextualizados” ou parte da solução de problemas contextualizados.

Ressalto ainda que a nova postura do professor, diante dessa abordagem, exige que ele adote propostas que envolvam e incentivem a formação de cidadãos através dos conhecimentos da álgebra, por meio de análises, reflexões e construção de um pensamento algébrico e de comportamento individualizado, focados em atividades de sala de aula dentro de situações com padrões geométricos e numéricos, que devem ser abordados e vivenciados na escola.

Analisando a estrutura do ensino de álgebra, pode-se dizer que os conteúdos são apresentados como uma estrita sequência de regras evidenciando, dessa forma, a dependência de cada um dos temas relativamente ao anterior. Refletindo-se sobre esta afirmação, em relação aos conteúdos e ao conhecimento nas disciplinas, percebe-se que o ensino da álgebra manifesta-se de forma superficial, pois muitos temas não são explorados em alguma fase da escolaridade, nem retomados, simplesmente são deixados de lado e, na apresentação de um novo conteúdo, a dificuldade em formar o pensamento algébrico do aluno torna-se maior.

Nesse contexto, de acordo com Lins e Gimenez (2006), a álgebra visa à representação de fatos genéricos, ela nada mais é que a busca da generalização de um determinado problema. Então, o objetivo de desenvolver o estudo da álgebra em sala de aula é explorar e mobilizar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico.

Ainda assim, compreende-se álgebra não somente como síntese à resolução de certos problemas com a execução de regras algébricas. Ela se apresenta com um aspecto próprio e específico de pensamento, no qual se experimentam não só os conceitos, mas também um olhar cauteloso na compreensão de ideias. Para o aluno, ao expressar matematicamente esses significados na estrutura de um problema, ele pode genericamente conduzir a compreensão de regularidades, assim como constituir relações entre grandezas.

Encerrado o capítulo teórico, apresento, na sequência, a abordagem metodológica adotada na pesquisa.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresento a caracterização e delineamento da pesquisa, os participantes, o contexto da pesquisa, o passo-a-passo da intervenção pedagógica, os instrumentos de coleta de dados e os procedimentos de análise.

2.1 Caracterização da pesquisa

Segundo Demo (2000, p. 20), “pesquisa é uma ação racional e sistemática com objetivo de apresentar solução aos problemas que são propostos”. Nesse sentido, este estudo caracteriza-se como uma investigação de cunho qualitativo. Para Sampieri, Collado e Lucio (2006, p. 8), “o enfoque qualitativo caracteriza-se pela coleta de dados no ambiente natural, onde o próprio pesquisador deve buscar as informações, para que possa compreendê-las melhor em seu contexto”.

De acordo com Gibbs (2009), as pesquisas qualitativas apresentam várias peculiaridades, tais como acesso a experiências e ao contexto de determinado problema, hipóteses são desenvolvidas e refinadas durante a pesquisa e pode-se lançar mão de notas, manuscritos e transcrições. Para Malhotra (2006, p. 56), a pesquisa qualitativa tem como objetivo alcançar uma compreensão qualitativa das razões, das motivações do contexto do problema e normalmente é utilizada para um número pequeno de casos não representativos.

Outro fator importante é que o enfoque qualitativo facilita ao pesquisador conhecer e compreender o grupo social de seus pesquisados, dentro da instituição de ensino, principalmente quanto à observação do comportamento e às atitudes de seu público alvo.

Oliveira (2002, p.117) fala a respeito das vantagens da abordagem qualitativa:

> As pesquisas que se utilizam da abordagem qualitativa possuem a facilidade de poder descrever a complexidade de uma determinada hipótese ou problema, analisar a interação de certas variáveis, compreender e classificar processos dinâmicos experimentados por grupos sociais, apresentar contribuições no processo de mudança, criação ou formação de opiniões de determinado grupo e permitir, em maior grau de profundidade, a interpretação das particularidades dos comportamentos dos indivíduos.

Este método representa, em princípio, a intenção de garantir a precisão dos resultados, evitando distorções de análise e interpretação, possibilitando, consequentemente, uma margem de segurança quanto às inferências (RICHARDSON, 2008).

Diante disso, considero a abordagem qualitativa adequada a este estudo, uma vez que entendo que é um campo interdisciplinar preocupado com a compreensão do comportamento humano a partir do quadro de referência do próprio sujeito da pesquisa, com base em dados reais.

2.2 Delineamento da pesquisa

Para a realização deste estudo, optei por fazer um estudo de caso, selecionando uma amostra de oito alunos. Os procedimentos técnicos ou instrumentais técnicos correspondem à parte prática da coleta de dados de uma pesquisa, ou seja, “são preceitos ou processos que o cientista deve utilizar para garantir, de forma racional e organizada, o processo de coleta, análise e interpretação dos dados” (BEUREN, 2006, p. 128), e saber quais serão usados, o que depende essencialmente dos propósitos que o pesquisador almeja obter e do contexto a ser investigado.

Nesse sentido, o estudo de caso foi de suma importância para que eu pudesse me aprofundar e fundamentar a minha pesquisa, reunindo todas as informações acerca do problema levantado para ter subsídios na análise dos dados coletados.

2.3 Participantes da pesquisa

O grupo participante desta pesquisa foi formado por 8 alunos, selecionados dentre os 34 de uma turma de 7º ano, com idades entre 12 e 15 anos. Foram 2 meninos e 6 meninas, identificados pela palavra aluno seguida por um número, dado conforme a ordem da chamada elaborada por mim, a saber: aluno 6, aluno 8, aluno 9, aluno 20, aluno 21, aluno 28, aluno 29 e aluno 33. Dessa forma, os selecionados apresentaram características distintas: os alunos 20 e 29 apresentam muitas dificuldades em Matemática; os alunos 8 e 33 gostam muito de Matemática; os alunos 9 e 6 gostam mais ou menos de Matemática e, por fim, os alunos 21 e 28 declararam ter dificuldades em Matemática.

Na ocasião, os alunos levaram para seus pais assinarem o Termo de Consentimento Livre Esclarecido (Apêndice A), com informações sobre os objetivos da pesquisa, bem como o pedido de autorização de seus responsáveis para fotografias, gravações, dentre outros aspectos que necessitassem de autorização prévia.

Esses alunos receberam um comunicado de participação das atividades com padrões geométricos e numéricos em Matemática, endereçado aos responsáveis, orientando quanto ao dia e horário de início e término dos oito encontros em contra turno na escola. Na oportunidade, foi entregue a esses alunos o TCLE mencionado anteriormente, para que os responsáveis tivessem ciência da atividade. Os documentos foram devolvidos a mim, assinados pelos responsáveis.

2.4 O contexto da pesquisa

A intervenção pedagógica foi realizada numa escola pública localizada no município de Santana, Estado do Amapá, lugar onde resido. A Figura 1 mostra a localização do município.

Figura 1 – Mapa do Estado do Amapá

Fonte: //www.google.com.br/search?q=mapa+do+estado+do+amap 2014.

O Estado do Amapá está localizado no extremo Norte do Brasil, quase que inteiramente no hemisfério Norte. Por suas características geofísicas, sociais, políticas e econômicas faz parte da vasta região Amazônica ou região Norte do Brasil. A configuração do mapa é a de um losango imperfeito, tendo seus vértices dirigidos para os pontos cardeais. A linha do Equador passa ao sul do Estado, na cidade de Macapá (IBGE, 2010).

A cidade de Macapá é a capital do Estado, fica localizada ao sul e é banhada pelo braço norte do Rio Amazonas. O seu litoral com 242 km de extensão é banhado pelo Oceano Atlântico, que vai do Cabo Orange ao Cabo Norte, isto é, da foz do Rio Oiapoque à foz do Rio Amazonas.

De acordo com levantamento feito pelo IBGE, em novembro de 2010, a população do estado estava estimada em 668.689 habitantes, dos quais 397.913 residiam em Macapá e 101.203 no Município de Santana, local da pesquisa.

O município de Santana localiza-se ao Sul do Estado do Amapá, com uma área aproximada de 1.599,70 km² e faz limite com os municípios de Macapá, Mazagão e Porto

Grande. Com relação à divisão política, o município obedece à seguinte divisão: sede do município (Santana), Ilha de Santana, Igarapé da Fortaleza e Igarapé do Lago. Em relação à vegetação, o município tem cinco predominâncias: cerrado, floresta tropical densa, área alagada, floresta de várzea e tensão ecológica. No aspecto hidrográfico, no município há vários rios e igarapés. Os rios mais importantes são Amazonas, Matapi, Maruanum, Piassacá, Vila Nova, Igarapé do Lago e da Fortaleza. O clima predominante da cidade é do tipo tropical chuvoso, com temperatura média de 23ºC.

Atualmente no município há 118 escolas: 50 públicas, 30 municipais, 14 particulares, 10 com cursos e aulas particulares, 6 de educação infantil, 5 de idiomas e 3 faculdades. O indice do IDEB de 2013 do município de Santana, com base nas escolas estaduais, foi 3,6 enquanto que a meta era 4,6.

A pesquisa, como já dito anteriormente, foi realizada numa escola pública, localizada na área urbana do Município de Santana, que oferece seus serviços a 1.420 alunos, distribuídos nos seguintes níveis: Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), Educação Especial, Educação de Jovens e Adultos (EJA) e Ensino Médio.

A estrutura física da instituição passou por alguns reparos, proporcionando melhores condições de atendimento à comunidade. A sala do gestor, Coordenação Pedagógica e a Secretaria Escolar são espaços adequados para atender com eficiência o público.

Além desses espaços, a escola oferece outras dependências: 14 salas de aula, 01 sala dos professores, 01 banheiro conjugado para atender os alunos, 01 depósito para armazenamento da merenda e outros materiais, 01 cozinha com refeitório, desprovido de mobiliário, 01 banheiro para atender os profissionais de apoio e 01 quadra poliesportiva, adequada ao desenvolvimento das atividades esportivas.

Quanto à gestão financeira da escola, os recursos são oriundos do Governo Federal, através do Fundo Nacional de Desenvolvimento Educacional – FNDE, tais como: Programa de Desenvolvimento da Escola (PDE) e do Programa Dinheiro Direto na Escola (PDDE), sendo que os recursos do PDE são utilizados para capacitação profissional e compras de materiais permanentes, já o PDDE é utilizado para a manutenção escolar. Além disso, a escola possui o Caixa Escolar, mantido pelo Governo do Estado, que é responsável pelos demais custos financeiros.

No que concerne aos aspectos pedagógicos, o Projeto Político Pedagógico da escola encontra-se em fase de elaboração; já o Regimento Interno Escolar ainda é oriundo da Secretaria Estadual de Educação – SEED. Segundo os técnicos pedagógicos, a escola tem como linha filosófica o Construtivismo.

A escolha por esta escola, para o desenvolvimento da pesquisa, ocorreu por ser uma escola em que eu ainda não trabalhei, portanto não conhecia a realidade dos alunos e porque alguns professores que nela lecionam alegam que, nos 7º anos, os alunos não conseguem aprender álgebra. Os docentes disseram que “os discentes têm dificuldades de concentração, não se respeitam, não fazem atividades na sala de aula nem as tarefas de casa e conversam muito durante a aula”. Diante deste cenário, resolvi assumir este desafio no intuito de buscar alternativas para minimizá-lo.

Docentes e discentes têm um desafio grande quanto ao ensino de álgebra. Para Lins e Gimenez (2006), no ensino da álgebra, é necessário conjecturar, o fato de que qualquer procedimento técnico só pode ser compreendido pelo aluno a partir da produção de significados.

Nesse contexto, Bormes, Rocha e Basso (2008, p. 42) enfatizam que “É no 7º ano do Ensino Fundamental que se inicia esta nova fase e vem a aprofundar-se no 8º ano quando os alunos se deparam com procedimentos e técnicas totalmente novos e, geralmente, contraditórios aos conceitos e métodos aritméticos, com os quais estavam habituados nos anos anteriores de estudo”.

2.5 Intervenção pedagógica

Na intervenção pedagógica, além de minhas experiências vividas em sala de aula, como professor de matemática no Ensino Fundamental, também utilizei materiais oriundos do Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2005), referentes ao sétimo ano, cujas atividades foram inseridas no Plano de Aula de cada encontro (Apêndice B).

A seguir, apresento com detalhes os três momentos da coleta de dados.

2.5.1 Primeiro momento: aplicação do questionário investigativo

No primeiro encontro, apliquei o questionário investigativo para os 34 alunos da turma, no intuito de descobrir se eles gostavam ou não de matemática e se tinham ou não dificuldade nessa disciplina, além da disponibilidade para participar das atividades em contra turno. O questionário continha quatro questões objetivas (Apêndice C). Na ocasião, foi feita uma frequência nominal datada e assinada por cada aluno, caso houvesse necessidade de comprovação da participação deles (Apêndice D) no questionário investigativo. A partir desse questionário, selecionei o grupo de oito alunos para participar da pesquisa, com base nos seguintes critérios:

- 02 alunos que disseram ter dificuldade em Matemática;
- 02 alunos que disseram ter muita dificuldade em Matemática;
- 02 alunos que disseram gostar muito de Matemática;
- 02 alunos que disseram gostar mais ou menos de Matemática.

Ressalto que os oito alunos foram selecionados aleatoriamente, dentre outros que apresentaram respostas semelhantes. E ainda, foi feito esse recorte por considerar esse quantitativo suficiente aos propósitos desta pesquisa e por ser uma amostra representativa da turma (23%).

2.5.2 Segundo momento: oito aulas práticas

Foram ministradas 08 aulas, de 50 minutos cada, com os oito alunos selecionados. As aulas tinham como objetivos: (i) Explorar atividades com padrões geométricos com os alunos para entender a passagem da linguagem corrente para a algébrica e (ii) Analisar as contribuições de atividades com padrões geométricos para a compreensão de algumas operações da álgebra por letra ou símbolo.

Os alunos foram orientados pela direção da escola para participar dessa atividade na turma de tarde, no horário das 13h30min às 16h. A sugestão das aulas em contra turno foi informada aos responsáveis dos alunos em caráter de reforço em Matemática. Durante as aulas práticas, procurei observar a participação dos alunos na resolução das atividades, individualmente, e promover reflexões acerca dos diferentes procedimentos desenvolvidos nos cálculos. Para Berton e Itacarambi (2009, p. 13), “o professor deve criar oportunidades para que os alunos sejam capazes de enfrentar situações problemas em contextos variáveis, que exijam deles a aprendizagem de novos conhecimentos e habilidades”.

Quanto aos procedimentos adotados para a realização das atividades e das entrevistas individuais com os alunos, ocorreram da seguinte forma:

No primeiro dia, concluída a atividade, os 8 alunos me entregaram a atividade em sala de aula. Em seguida, no mesmo dia e horário, solicitei que cada um dos alunos entrasse individualmente na sala para a realização da entrevista, que na oportunidade foi gravada e filmada. Não houve necessidade de um roteiro específico, uma vez que os questionamentos eram focados nas questões da atividade realizada no dia. Essas entrevistas foram importantes para analisar a eficácia das atividades, observar estratégias de resolução, identificar as dificuldades de aprendizagem e verificar o raciocínio desenvolvido pelo aluno em cada atividade.

No segundo dia, ao iniciar a aula, solicitei que os alunos resolvessem novamente no quadro a atividade realizada no primeiro dia (no caso, a 1ª atividade), proporcionando momentos de novas descobertas, como métodos diferentes de resolução, verificação do raciocínio utilizado para resolver a questão e por que foi usado esse e não outro caminho, entre outros. Depois disso, iniciei a atividade do 2º dia. Assim que todos entregaram a atividade resolvida, começaram as entrevistas individuais.

E assim aconteceu nos demais dias da intervenção. Segui a mesma dinâmica e adotei o mesmo procedimento até a conclusão das atividades, no 8º dia.

2.5.3 Terceiro momento: questionário de percepção

A aplicação do questionário de percepção (Apêndice E) teve como objetivo investigar a percepção dos alunos em relação à metodologia de ensino de álgebra. O questionário foi aplicado no último encontro, numa aula de 50 minutos.

2.6 Instrumentos de coleta de dados e procedimentos de análise

Como instrumentos utilizados para viabilizar a coleta de dados, utilizei o registro de observação, filmagens, gravações, registros fotográficos o questionário e a entrevista individual. As observações feitas por mim durante a intervenção foram registradas para análises posteriores, assim como as entrevistas e outros instrumentos.

Gil (2008, p. 106) aponta que o registro de observação consiste em "assumir diferentes níveis de estruturação, e em algumas pesquisas é bastante aberto, conferindo ao pesquisador ampla liberdade para proceder durante as anotações".

Com relação ao questionário, o autor (idem, p. 121), considera que:

> é uma técnica de investigação composta por um conjunto de questões a que são submetidas as pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamentos presente ou passado, etc.

Para que a coleta de dados fosse efetuada com mais precisão, o questionário foi elaborado com questões abertas e fechadas. Nas questões abertas, o respondente expressa sua própria opinião, e nas questões fechadas pede-se aos respondentes para que escolham uma alternativa dentre as que são apresentadas numa lista (idem, p. 122).

Quanto aos procedimentos de análise dos dados, foi feita leitura e interpretação minuciosa do material coletado, com ênfase: nas estratégias de resolução adotadas pelos alunos nas atividades, observando o nível gradual de dificuldade; nas anotações dos questionamentos dos alunos durante as atividades; nas respostas do questionário investigativo; nas respostas do questionário de percepção; nas filmagens e fotografias. Realizei a descrição dos dados relatando o que ocorreu em cada encontro, facilitando, assim, a compreensão da pesquisa realizada.

As entrevistas possibilitaram ao pesquisador melhor compreensão dos procedimentos de cálculos feitos nas questões, nas tabelas e nos desenhos e também nas generalizações escritas em cada questão, por meio de indagações como: "Como você encontrou essa ou aquela figura na sequência?", "Qual o raciocínio usado para encontrar esse ou aquele elemento da sequência?", ou ainda, "Me explique como você encontrou essa regra ou essa generalização”. Na ocasião da entrevista, alguns alunos realizavam correções nas questões que haviam confundido ou não entendido.

No próximo capítulo, apresento os resultados e a discussão das análises.

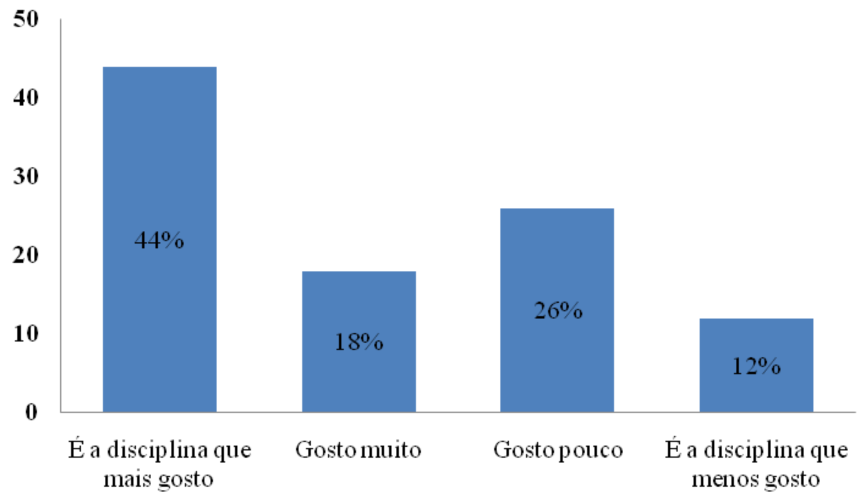
3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, apresento a análise das respostas do questionário investigativo, os resultados da intervenção pedagógica e as respostas do questionário de percepção, acompanhados de fotos e registros das atividades realizadas.

3.1 Análise das respostas do questionário investigativo

A primeira pergunta do questionário foi: *Você gosta de Matemática?* A partir das respostas dadas pelos alunos, a representação gráfica ficou da seguinte forma (Gráfico 1):

Gráfico 1 – Percentual de respondentes da questão 1



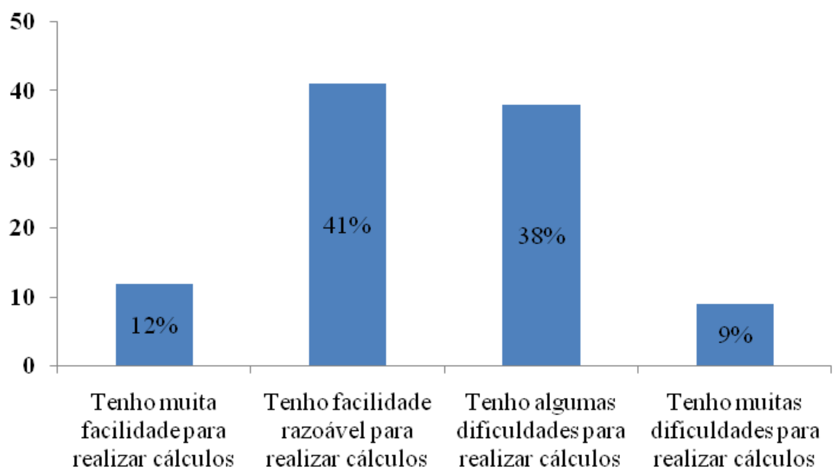
Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Pode-se visualizar no Gráfico 1 que, na primeira pergunta, dos 34 alunos, quase a metade da turma (quinze alunos), equivalente a 44%, afirmou que é a disciplina que mais gostam; seis alunos, equivalente a 18%, disseram gostar muito; nove alunos, correspondendo a 26%, disseram ser a disciplina que gostam pouco, e quatro alunos consideraram a Matemática como a disciplina que menos gostam, correspondendo a um percentual de 12%.

Analisando o gráfico 1, observei ainda que, dos 34 alunos, vinte e um gostam da disciplina. Nesse contexto, é possível perceber que existem aspectos divergentes em relação ao que comenta Ávila (2000, p. 61): “uma simples pesquisa que se faça em sala de aula demonstra que é raro algum aluno afirmar que goste de Matemática, é quase unanimidade a aversão por essa matéria, e os alunos dizem que só estudam por ser um mal necessário”. Sendo assim, a partir dos dados levantados na pesquisa, posso dizer que a maioria dos alunos dessa turma tem certa afinidade com Matemática.

A questão 2 foi sobre se eles tinham ou não facilidade com a Matemática. A partir das respostas, a representação gráfica (Gráfico 2) ficou da seguinte forma:

Gráfico 2 – Percentual de respondentes da questão 2



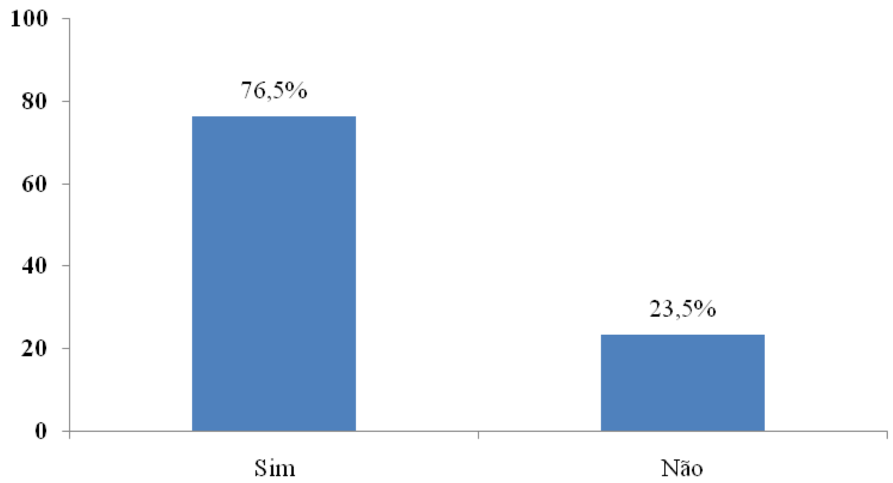
Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Com base no Gráfico 2, observei que quatro alunos (12%) afirmaram ter muita facilidade para realizar cálculos. Os que têm razoável facilidade para realizar cálculos correspondem a quatorze alunos (41%). Verifiquei ainda que treze participantes (38%) disseram ter alguma dificuldade para realizar cálculos, e três (9%) justificaram ter muita dificuldade na realização de cálculos.

Como é possível perceber, de uma maneira geral, os alunos que têm muita facilidade, somados aos que têm muita dificuldade de realizar cálculos, representam as menores taxas percentuais, 21%. Percebi ainda que os entrevistados alegaram ter facilidade razoável e os que têm alguma dificuldade para realizar cálculos correspondem, respectivamente, a quatorze (41%) e treze (38%) alunos, isso representa um percentual agregado de 79% dos alunos.

Na pergunta 3, questionei se teriam disponibilidade para participar dos oito encontros em contra turno. Vinte e seis alunos (76,5%) afirmaram que sim, enquanto oito disseram que não, como é possível observar no Gráfico 3.

Gráfico 3 – Percentual de respondentes da questão 3

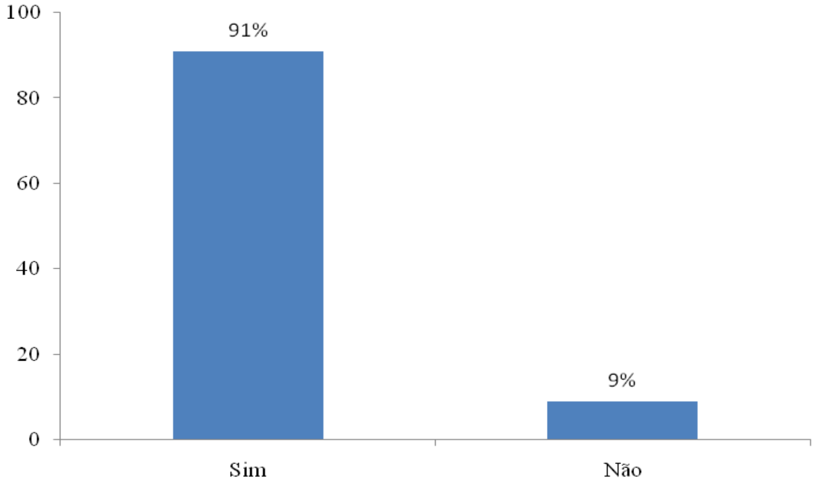


Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Os números demonstram que a maioria dos participantes tinha disponibilidade para participar dos oito encontros em contra turno. Cavaliere (2007, p. 1029) afirma que “a permanência por mais tempo na escola garantiria melhor desempenho em relação aos saberes escolares, os quais seriam ferramentas para a emancipação”.

O interesse do aluno em participar das atividades com padrões para compreender álgebra foi analisado na questão 4, e as respostas estão representadas no Gráfico 4.

Gráfico 4 – Percentual de respondentes da questão 4.

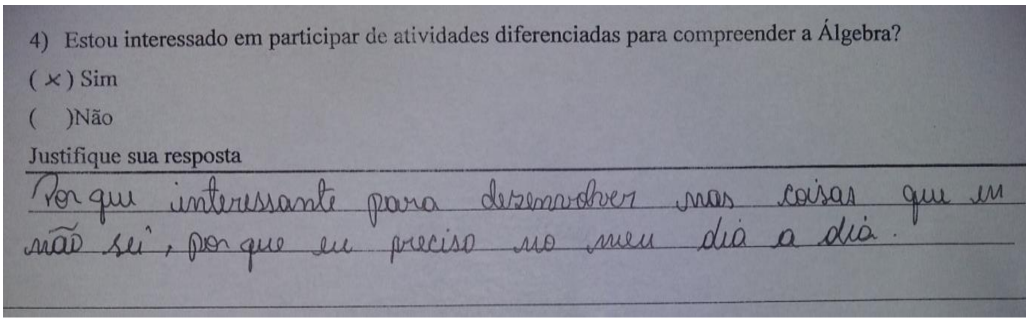


Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Dos 34 alunos participantes, trinta e um (91%) alegaram estar interessados. Dentre estes, dezesseis justificaram ter algum tipo de dificuldade para realizar cálculos, e três (9%) responderam que não, pois disseram não ter tempo devido às atividades domésticas ou porque moram longe. A partir de minha experiência como professor de Matemática no Ensino Fundamental, vejo que, para haver aprendizagem, é preciso que o aluno esteja interessado em aprender, o que ocorreu com a maioria dos alunos.

Quando analisei as justificativas em relação à participação nas atividades, observei que a maioria dos alunos percebeu que a Matemática é importante e útil para suas vidas. Eles responderam que é importante para saber calcular. Cerca de 65% desses alunos destacaram que Matemática é a disciplina que mais gostam e que é importante para o dia a dia, como mostra a resposta do aluno 21 (Figura 2).

Figura 2 – Resposta do aluno 21 à questão 4



4) Estou interessado em participar de atividades diferenciadas para compreender a Álgebra?

(x) Sim

( )Não

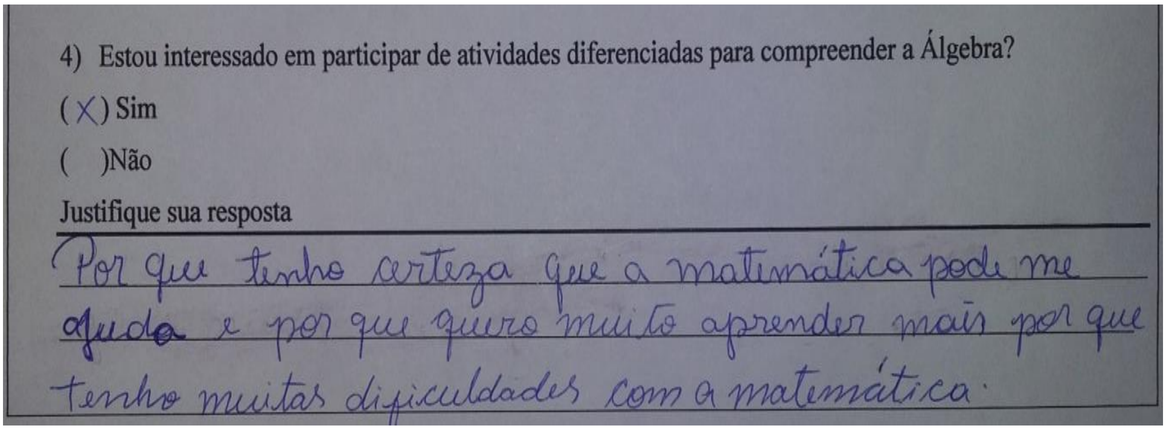
Justifique sua resposta

Porqui interessante para desenvolver mas coisas que eu não sei, porque eu preciso no meu dia a dia.

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Outros 26% destacaram que querem aprender mais porque têm muitas dificuldades, como ilustra a resposta do aluno 15 (Figura 3).

Figura 3 – Resposta do aluno 15 à questão 4



4) Estou interessado em participar de atividades diferenciadas para compreender a Álgebra?

(X) Sim

( )Não

Justifique sua resposta

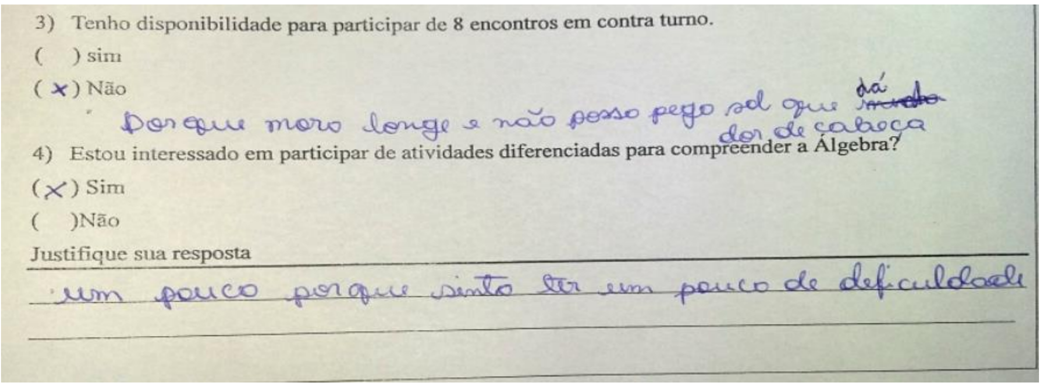
Por que tenho certeza que a matemática pode me ajuda e por que quero muito aprender mais por que tenho muitas dificuldades com a matemática.

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Três alunos (9%) justificaram não estarem interessados em participar da pesquisa pela falta de tempo e/ou distância da escola e problemas de saúde devido ao calor da tarde. Apesar disso, posso inferir que esse mesmo grupo mostrou-se interessado em participar da pesquisa, pois, diante das justificativas apresentadas, ficou claro que essa intervenção seria para eles uma oportunidade de desenvolver o gosto pela Matemática.

Dando prosseguimento, em minha análise cruzei ainda as informações obtidas nas questões 2 e 3 e percebi que entre os alunos que gostam pouco da disciplina (nove alunos), seis reconhecem ter algumas dificuldades para realizar cálculos e justificam interesse em participar de atividades com padrões geométricos e numéricos para compreender a álgebra. Dentre esses seis alunos, identifiquei um (aluno 25) que disse estar interessado em participar das atividades, porém justificou nas questões 3 e 4 não poder participar à tarde porque reside longe da escola e por sentir dores de cabeça que são provocadas pelo sol (Figura 4).

Figura 4 – Resposta do aluno 25 às questões 3 e 4


3) Tenho disponibilidade para participar de 8 encontros em contra turno.

( ) sim

(x) Não

Porque moro longe e não posso pego sol que dá dor de cabeça

4) Estou interessado em participar de atividades diferenciadas para compreender a Álgebra?

(x) Sim

( )Não

Justifique sua resposta

um pouco porque sinto ter um pouco de dificuldade

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

O que se observou diante das respostas dos 34 alunos é que quase todos optaram em participar das atividades, com exceção de alguns casos, como o aluno 25, que mora longe e disse que o sol provoca dores de cabeça. No item a seguir, descrevo a análise das atividades realizadas com os oito alunos selecionados.

3.2 Das 8 atividades realizadas

Cada atividade foi elaborada com objetivos específicos, e os procedimentos na execução das atividades ocorreram sempre da mesma forma. Para cada atividade realizada, utilizei 5 minutos para as informações principais como: início e término da atividade, resolução à caneta, com clareza, identificação do nome e leitura de duas ou mais vezes de cada questão. Ainda comentei que faria filmagens, gravações e registros fotográficos das atividades. Após a finalização de cada atividade, foi realizada a entrevista com cada um dos alunos. Ainda foi proporcionado um momento de correção, esclarecimento de possíveis dúvidas, confronto de estratégia de resolução e comentários pertinentes e relacionados ao tema trabalhado, sendo que isso ocorreu antes do início da próxima atividade, sempre no encontro seguinte. Solicitei ainda que fizessem as correções e comentários a respeito dessa ou daquela estratégia de resolução. Assim, os alunos poderiam atentar para seus equívocos e corrigi-los.

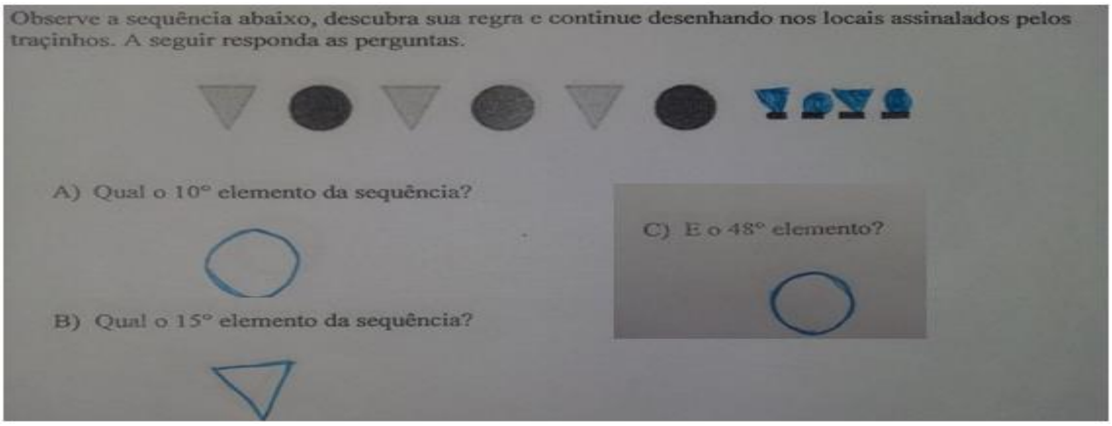
As atividades foram corrigidas no quadro pelos próprios alunos, sendo que, para a correção da atividade 1, foi escolhido apenas um aluno, e na correção das atividades seguintes, dois alunos. Esses estudantes foram indicados por mim, cujos critérios, em linhas gerais, se resumem a: alunos que resolveram as atividades com diferentes estratégias, alunos que se equivocaram no momento da resolução, procedimentos algébricos considerados importantes e diferenciados, alunos com muitas dificuldades em realizar operações Matemática, entre outras.

O objetivo era proporcionar o estudo do desenvolvimento do pensamento algébrico através da exploração de tarefas desafiantes com padrões geométricos e numéricos, em contextos figurativos. Também discutir diversos modos de generalização relacionados com diferentes formas de ver esses padrões, com significado para os alunos. Mais do que desenvolver nos alunos capacidades que lhes permitam escrever uma fórmula é importante que consigam compreender a origem e o significado dessa fórmula ou regra e raciocinar de modo a se convencerem da validade dessa regra ou fórmula, que obtiveram através da generalização, recorrendo a regularidades e a raciocínios sobre os números e/ou figuras.

3.2.1 Atividade prática 1

A atividade 1 abordou 4 subitens divididos por letras A, B, C e D, cada um com uma questão com duas figuras (triângulo e círculo) em uma sequência que se repetia indefinidamente (Apêndice F). Analisando a atividade 1, percebi nos itens 1A, 1B e 1C que a maioria dos alunos (sete) representou corretamente os desenhos das figuras e compreendeu de forma similar ao aluno 28, conforme ilustra a Figura 5. O objetivo da questão era identificar, numa dada sequência de elementos, o 10º, 15º e o 48º elementos, respectivamente.

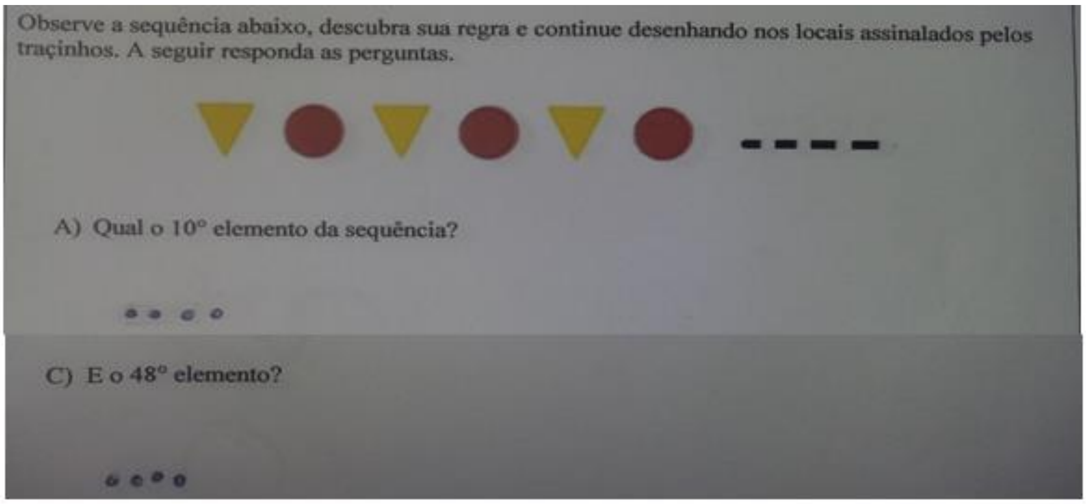
Figura 5 – Resposta do aluno 28 aos itens 1A, 1B e 1C da atividade 1



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Durante a entrevista individual, perguntei de que forma eles encontraram o círculo no item A. A maioria respondeu de forma semelhante: "*Por que o primeiro é o triângulo e o segundo é o círculo e que tem seis elementos"*. Para encontrar o 15º e o 48º elementos, os alunos justificaram: "*eu fiz a mesma coisa*", ou seja, continuaram contando. Apenas o aluno 29 não conseguiu compreender as perguntas dos itens 1A e 1C (Figura 6). Este aluno, conforme perfil indicado, tem muita dificuldade em Matemática.

Figura 6 – Resposta do aluno 29 aos itens 1A e 1C da atividade 1



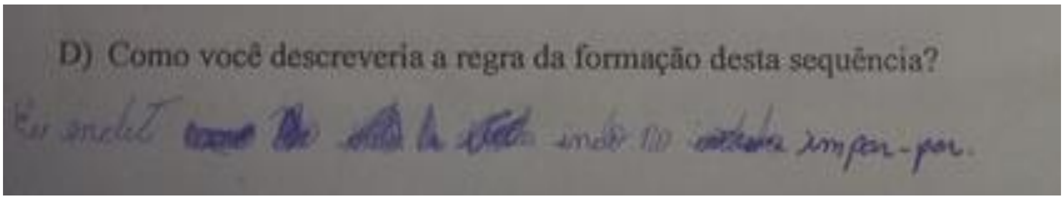
Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já no item 1D, abaixo, pude perceber nas entrevistas realizadas individualmente, como o aluno procedeu na resolução da questão, por meio de perguntas sobre o procedimento adotado e o resultado encontrado. Acerca disso, Van de Walle (2009, p. 65) lembra que:

> Essa é uma das oportunidades que você terá na lição para descobrir o que seus alunos sabem, como eles pensam e como eles estão abordando a tarefa que você lhe deu. Você pode se sentar com um grupo e simplesmente escutar durante algum tempo, pode pedir a eles para explicar o que estão fazendo ou pode tomar notas. Se você quiser informações adicionais, experimente dizer: "Me conte o que você está fazendo", ou "você começou a multiplicar esses números, pode me dizer por que você está multiplicando?".

Segundo os próprios alunos, eles não recordam ter realizado atividade semelhante a esta, seguida de entrevista, em nenhum momento na escola. E sobre o procedimento adotado na resolução do item 1D, três alunos justificaram dar continuidade à regra, dois contaram triângulo e círculo, um aluno aferiu de 2 em 2, e dois alunos conferiram do ímpar-par, similar à forma como procedeu o aluno 33, conforme ilustra Figura 7.

Figura 7 – Resposta do aluno 33 à atividade 1



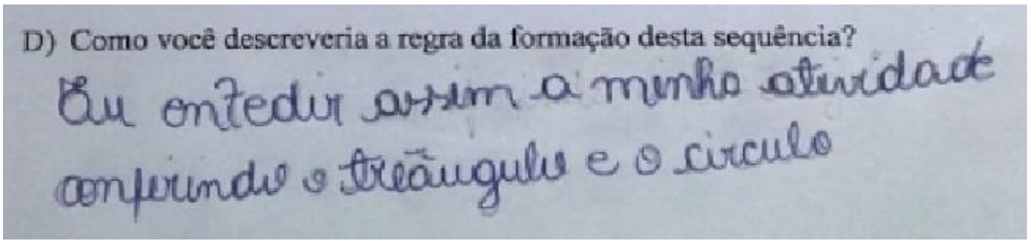
Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Diante desses relatos e de registros escritos, percebi que dois alunos podem ter compreendido e generalizado a regra do ímpar-par, um aluno classificando de 2 a 2, e o outro utilizando o método de conferir contando.

Por ser considerada uma questão de padrões geométricos, segundo Usiskin (1995), há um modelo a ser generalizado, mas não se trata de um modelo que se pareça com a aritmética. Trata-se de um modelo fundamentalmente geométrico, contemplando padrões. Notou-se claramente nesta atividade inicial que a maioria dos alunos tem dificuldades de generalizar padrões, assim como de representá-los de acordo com uma determinada regra, com uso de letras ou símbolos.

Com relação em descrever uma forma generalizada para tal atividade, foi observado que apenas três alunos (6, 9 e 33) o fizeram, dos quais dois (9 e 33) usaram a regra do ímpar-par e um aluno (6) juntando de dois em dois. Diante disso, percebi que esses alunos (6, 9 e 33) pouco conseguiram estabelecer relações entre os elementos dessa sequência. Observei também que não houve uso de linguagem simbólica, como pude verificar na resposta do aluno 20, conforme ilustra a Figura 8:

Figura 8 – Resolução do item 1D pelo aluno 20


D) Como você descreveria a regra da formação desta sequência?

Eu entedir assim a minha atividade confurindo o treãngulo e o circulo

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Tal relação do uso de uma linguagem simbólica pode, ainda, não estar compreendida por esses alunos que têm o hábito de usar a linguagem materna para responder os problemas. Entretanto, Gomes (2013, p. 28) afirma que “não somente é necessário, mas muito importante, que o aluno compreenda o uso da linguagem simbólica e relacione essa linguagem com a linguagem natural, isto é, com sua língua materna”.

Sintetizando, verifiquei que na atividade 1, dos oito alunos, sete utilizaram um sistema de contagem de elementos, ou seja, ora de dois em dois, ora de ímpar-par, entretanto, apenas um deles, o aluno 29, deu uma resposta incorreta aos itens 1A, 1C e 1D, observando-se assim um alto índice de acerto na atividade realizada. Dos entrevistados, apenas o aluno 28 (aluno que tem dificuldade em Matemática) teve problemas e não conseguiu explicar como resolveu o item 1D, pois sua resposta estava confusa.

Desse modo, verifiquei no decorrer das análises, que a técnica de entrevista utilizada com esses alunos, de forma geral, proporcionou um momento de aprendizagem para aquilo que estava incorreto nas atividades. Nessa ótica, tornam-se significativas as contribuições, pois, segundo Leopardi (2002), a entrevista, enquanto técnica de coleta de dados, tem a vantagem de que são os próprios atores sociais que oferecem os dados relativos às suas condutas, opiniões, desejos e expectativas. Ninguém melhor do que a própria pessoa envolvida para falar sobre aquilo que pensa e sente.

3.2.2 Atividade prática 2

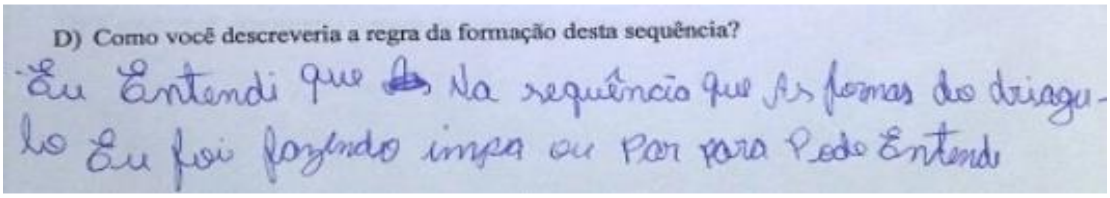
Iniciei o segundo encontro solicitando ao aluno 33 que fosse ao quadro registrar suas respostas, pois foi quem utilizou generalização na resposta da questão anterior e declarou ter facilidade em Matemática (Figura 9). As correções das atividades do dia anterior tornaram-se uma regra nos encontros seguintes. Nesta primeira atividade, reservei o momento da correção apenas com o aluno 33, pois essas respostas seriam uma forma de incentivar e encorajar o grupo para outras atividades, como também esclarecer métodos e estratégias de resolução, sanando possíveis dúvidas que surgissem. O intuito foi incentivar os alunos nas correções das atividades seguintes, nas quais seriam convidados dois alunos para levantar questões que pudessem contribuir com o processo de resolução dos problemas com padrões geométricos e numéricos.

Figura 9 – Resolução da atividade 1 pelo aluno 33

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Durante a resolução da atividade pelo aluno 33, considerei alguns questionamentos pertinentes à pesquisa: o aluno 8, por exemplo, perguntou se estava certa a resolução feita pelo aluno 33 para descrever a regra de formação da sequência como sendo ímpar-par (Figura 10). Esse mesmo método fora usado pelo aluno 6. Então o aluno 8 declarou: "*É, dá certo mesmo!*".

Figura 10 – Resolução do item 1D da atividade 1 pelo aluno 6


D) Como você descreveria a regra da formação desta sequência?

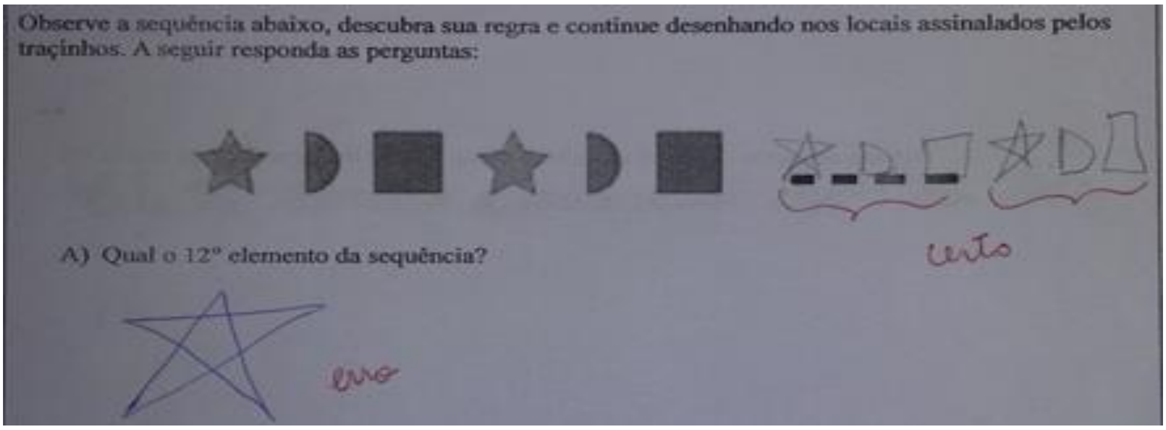
Eu Entendi que Na sequência que As formas do triagu-
lo Eu foi fazendo impa ou Par para Pode Entende

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Os outros alunos que receberam a atividade, com exceção do aluno 28, não fizeram alterações na resolução. Depois disso, entreguei a atividade 2 (Apêndice G). Esta atividade envolvia uma sequência com três figuras diferentes que se repetiam inúmeras vezes, agora com nível de dificuldade um pouco maior em relação à atividade 1, a qual envolvia duas figuras geométricas.

Logo no início apareceram os primeiros comentários, o aluno 6 questionou: *"poxa professor agora são duas folhas de atividades?*". Na atividade havia cinco itens e, por esse motivo, houve a necessidade de um espaço maior para a resolução. Os oito alunos levaram de 30 a 40 minutos para realizá-la. A partir dos dados coletados na atividade 2, percebi que seis alunos continuaram a desenhar as figuras geométricas na sequência padrão. Esse fato pode ser considerado como um aspecto facilitador para resolver os itens seguintes. Contudo, houve dois casos com equívocos para encontrar e desenhar a figura correta, semelhante à resolução do aluno 6, conforme ilustra a Figura11.

Figura 11 – Resolução do item 2 A pelo aluno 6



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

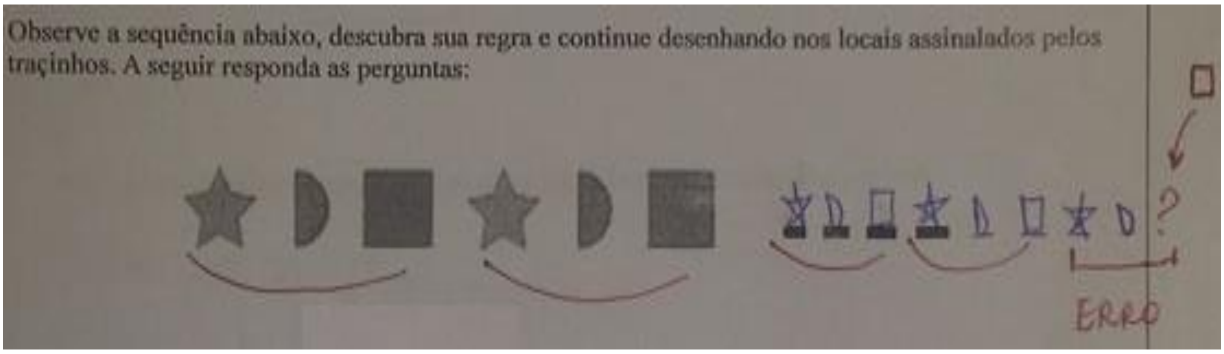
Observa-se que o aluno compreendeu a regularidade que o padrão adota como elemento constante, ou seja, o grupo que se repete por inúmeras vezes nesta sequência; no caso, as três figuras na ordem acima. Porém, o aluno não conseguiu identificar o 12º elemento e não se observou nenhum processo de contagem por escrito na atividade, que venha a comprovar que o mesmo procurou outros meios de resolver o item 2A. Durante a entrevista individual, ele não soube explicar como encontrou a estrela na 12ª posição.

Pesquisas de Mason (1996) e Vale e Pimentel (2005) indicam que a descoberta da lei de correspondência entre cada elemento de uma sequência e sua respectiva posição tem um papel investigativo e oportuno para uma expansão do pensamento algébrico. Nesse sentido, Lins e Gimenez (2006) primam pelo desenvolvimento do pensamento algébrico para a construção do significado de álgebra, visualizando este pensamento para ser desenvolvido em todos os anos da educação básica.

Vale e Pimentel (2005) têm pesquisado algumas tarefas baseadas em padrões para estabelecer conexões entre os padrões e a álgebra, adaptáveis a vários níveis de ensino. As autoras deduzem que o trabalho com padrões possibilita investigar uma lei de formação para continuar determinada sequência e chegar à generalização de todos os termos pertencentes a ela.

Nesse sentido, percebi que uma das possibilidades é continuar com os desenhos da sequência por sete vezes conforme padrão estabelecido (no caso de 3 em 3 figuras), necessitando apenas de mais duas figuras para o 23º elemento. Observei, contudo, equívocos na resolução feita por 3 alunos, visto que faltaram grupos de desenhos, conforme ilustra a Figura 12.

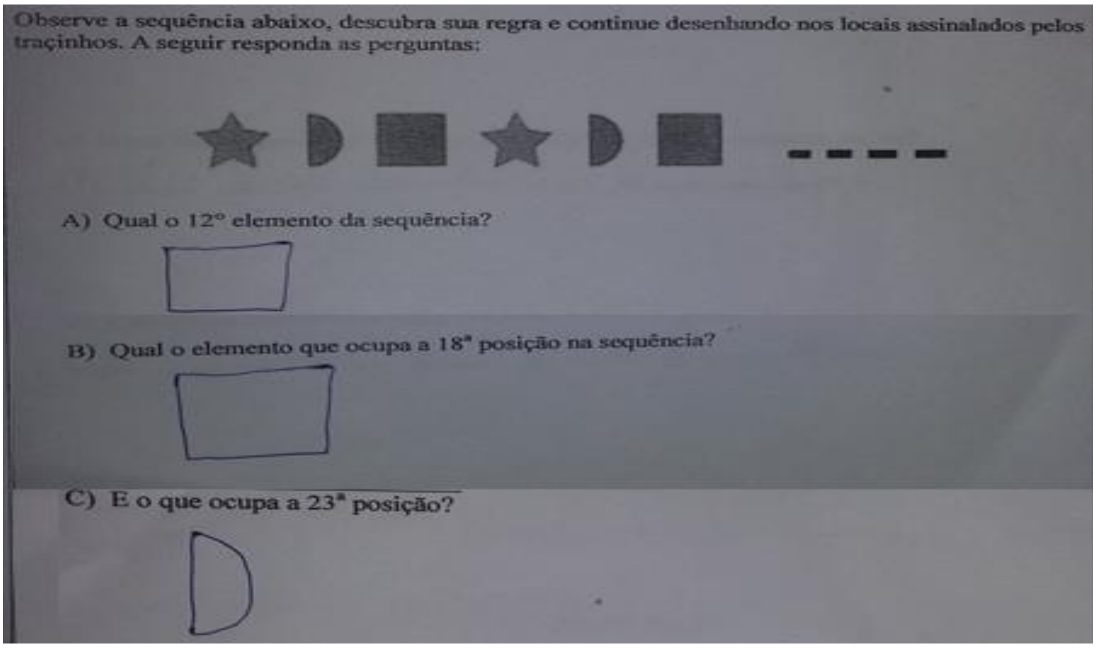
Figura 12 – Desenhos de figuras no padrão estabelecido



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Analisando a questão 2, pude verificar que cinco alunos resolveram os itens 2A, 2B e 2C, por desenhos, corretamente, de modo similar à forma como procedeu o aluno 29, conforme Figura 13.

Figura 13 – Resolução dos itens 2A, 2B e 2C da questão 2 pelo aluno 29

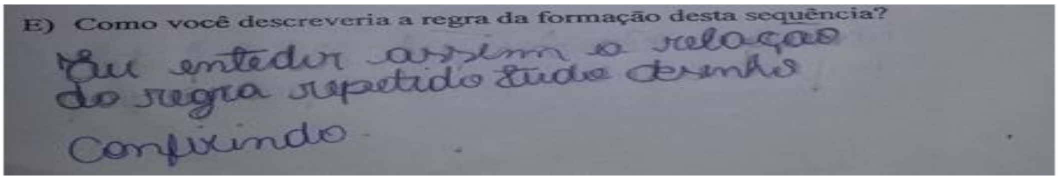


Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já no item 2D, percebi que quatro alunos especificaram na posição do quadrado a regra como sendo sempre em 3º lugar. Dois justificaram que o quadrado sempre está ao lado da estrela e da lua, um explicou que o quadrado tem continuidade de 3 em 3, e um aluno não conseguiu explicar. Nas entrevistas individuais, procurei instigar os alunos, como, por exemplo, o aluno 6, para o qual perguntei: "qual estratégia ou mecanismo que você usou para identificar o 12º e o 18º elementos da sequência?". Ele respondeu: *"fui conferindo na sequência e o resultado foi o quadrado (12º) e a estrela (18ª)"*, sendo que nesse último o aluno se confundiu.

Na entrevista, perguntei ao aluno 9 se poderia melhorar sua resposta (sempre a 3ª posição), então indaguei a ele: *"qual a posição que o quadrado ocupa no início da sequência?"*. Ele disse: *"na terceira"*. Perguntei novamente qual a próxima posição ocupada por ele. Ele respondeu: *"na sexta"*. Então faltou melhorar a sua resposta acima, pois o quadrado não aparece só na terceira posição. O aluno respondeu: *"Ele aparece na terceira, na sexta, na nona, na décima segunda, e assim por diante"*. Também no decorrer da entrevista, três alunos conseguiram identificar seus erros nas questões. No item 2E, pude perceber que seis alunos relataram que foram conferindo de um em um, até chegar no elemento ou na posição solicitada na questão, conforme procedeu o aluno 21 (Figura 14). Observei que até o momento nenhum dos alunos registrou uma regra que generalizasse o problema em questão.

Figura 14 – Resposta do aluno 21 ao item 2E da atividade 2


E) Como você descreveria a regra da formação desta sequência?

Eu entedir assim a relação do regra repetido tudo desenho Confirindo

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

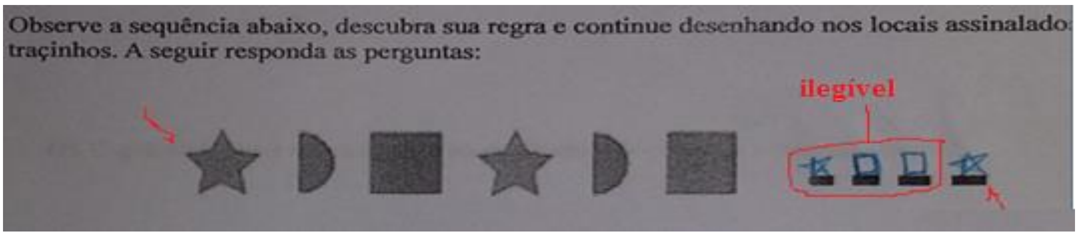
As recentes pesquisas de Vale (2013), Possamai e Baier (2013), no âmbito do estudo de padrões geométricos e numéricos, evidenciam que a resolução de tarefas baseada na exploração de padrões através de inúmeras representações se privilegia dos contextos visuais e figurativos para identificar uma generalização, o que pode ser um dos componentes mais importantes no conhecimento matemático e na base do pensamento algébrico. Dessa forma, procedi dessa maneira no encontro seguinte, que contempla tal objetivo.

3.2.3 Atividade prática 3

Inicialmente, convidei os alunos 9 e 20 para realizarem as correções da atividade 2 no quadro e, em seguida, fazer comentários e discussões. Acredito que as questões propostas podem favorecer uma discussão em sala de aula para a análise desses padrões, possibilitando que os alunos façam generalizações envolvendo os três elementos dessa sequência.

Ao resolver no quadro, o aluno 20 representou a sequência com vários grupos repetidos de três elementos (estrela, meia-lua e quadrado), facilitando a resolução de todos os itens contidos na atividade, conforme observou o aluno 8: "*assim ficou fácil encontrar qualquer elemento*". Perguntei ao aluno: "*mas porque você achou que ficou fácil?*" O mesmo respondeu: "*só é contar*!". Por outro lado, verifiquei que o aluno 28 representou a segunda figura (quadrado) de forma ilegível, pode ser que o aluno tenha tentado corrigir sobre o quadrado e, em seguida, tenha registrado apenas um trio (estrela, meia-lua e quadrado) e ainda uma estrela isolada, que pode ter gerado equívocos na atividade. Então o aluno 33 perguntou: "*Porque você não completou com as outras duas figuras*?". O aluno 28, que estava no quadro, respondeu: "*não tem mais tracinhos*". Dessa forma, este aluno estabeleceu a regularidade entre os elementos da sequência, pois me parece que ele entendeu que deveria somente preencher sobre os tracinhos, uma vez que o enunciado da questão dizia "continue desenhando nos locais indicados pelos tracinhos", conforme ilustra a Figura 15.

Figura 15 – Preenchimento ilegível feito pelo aluno 28



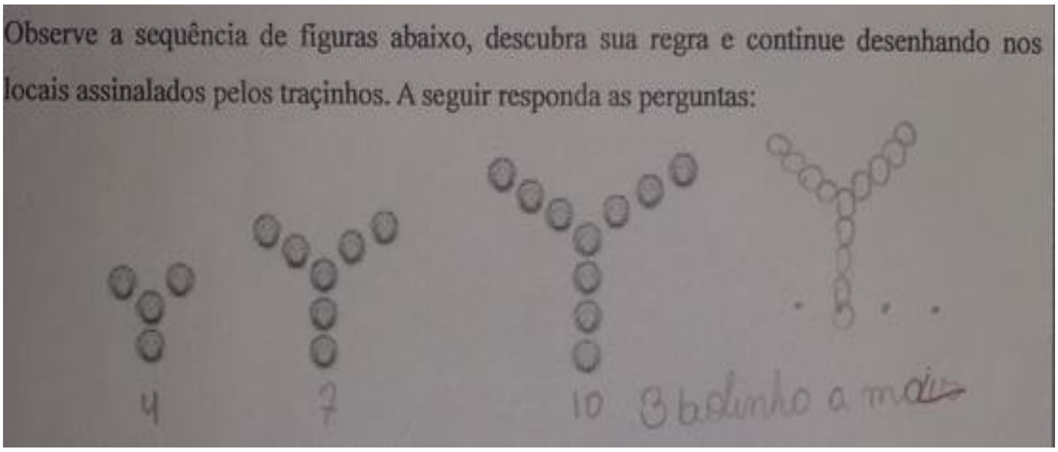
Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Depois das observações feitas por mim, os alunos fizeram as devidas correções nas atividades, assim como o aluno 28. Passados cinco minutos, iniciei a entrega da atividade 3 (Apêndice H). A questão envolvia uma sequência com figuras que se repetiam inúmeras vezes, na qual reconhecendo uma diferença constante de três figuras entre os termos da sequência, numericamente, o aluno iria constatar que qualquer termo subsequente poderia ser calculado ao se adicionar o número 3 ao anterior.

Durante a atividade 3, pude perceber alguns avanços importantes com relação à interpretação feita pelo aluno 28, que conseguiu contar o número de bolinhas em cada elemento e continuou a desenhar os elementos da sequência, respeitando sempre o padrão ou a regularidade estabelecida por eles.

Analisando a questão 3A, pude verificar que sete alunos conseguiram, por meio de desenhos, identificar a quantidade que varia de elemento para elemento da sequência, de modo análogo como simulou o aluno 20, conforme Figura 16.

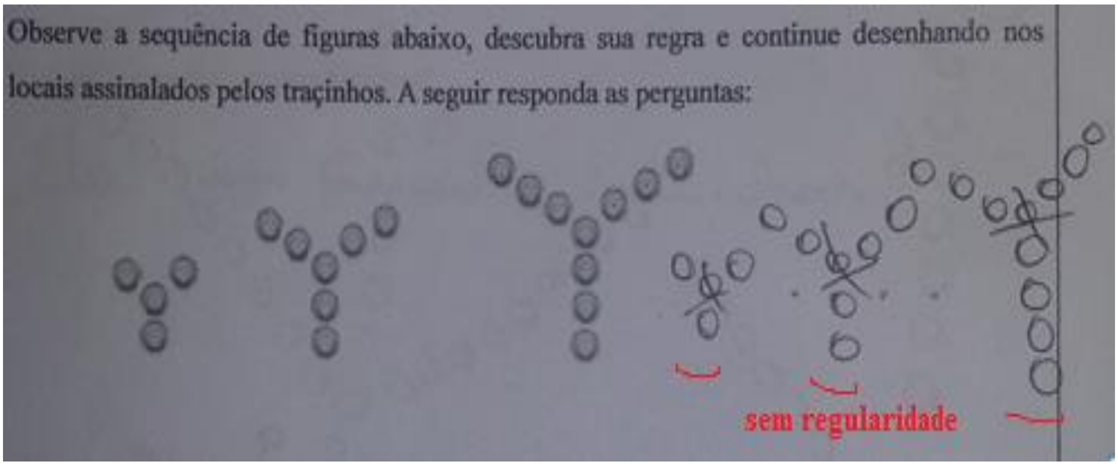
Figura 16 – Identificação da quantidade de elementos pelo aluno 20



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já o aluno 9 identificou de forma diferente a regularidade entre os elementos, conforme ilustra Figura 17.

Figura 17 – Representação da regularidade pelo aluno 9



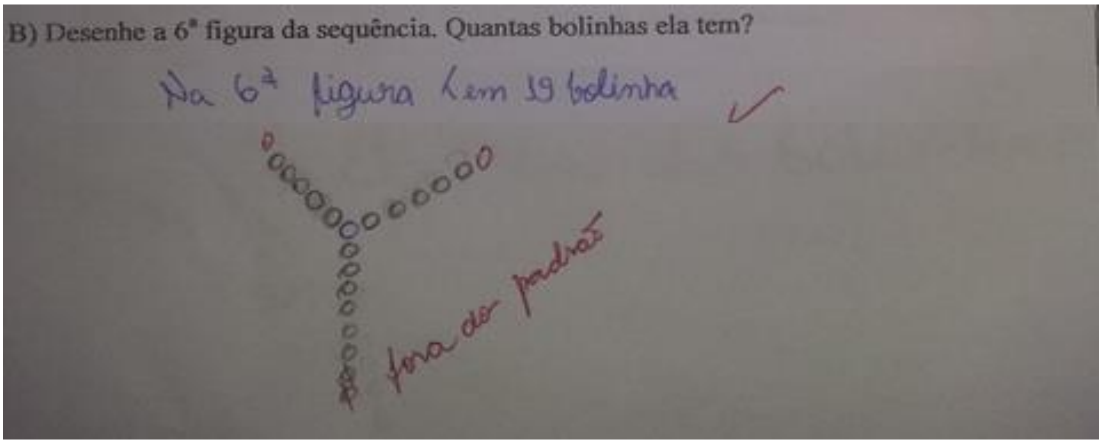
Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Na entrevista, o aluno não soube explicar qual procedimento usou na construção sem regularidade dos elementos seguintes da sequência. Observei também que o mesmo tinha dificuldades de identificar as regularidades que os elementos obedeciam na formação da sequência. Entretanto, o referido aluno desenhou a mesma sequência inicial, conforme foi feito nas atividades anteriores. Tal lógica pode ser resultado de práticas de sala de aula inadequadas, semelhantes aos problemas explorados aqui. Nessa direção, os pesquisadores Lins e Gimenez (2006, p. 157) acreditam que:

> Quando se propõe o início do ensino algébrico antes, este ensino não terá a abordagem formal com o simbolismo algébrico, mas sim a exploração de situações que propiciem ao aluno a percepção de regularidades em diversas situações, como aritmética e geométrica; comparação de situações com aspectos variantes com outros que não variam. Acredito que este seria um bom começo, para que, ao chegar à 7ª série, o formalismo algébrico, este que contém a síntese de um longo processo de evolução, seja mais facilmente entendido.

Outras irregularidades foram observadas no item 3B como, por exemplo, na 6ª figura, em que cinco alunos contaram 19 bolinhas, mas representaram tal desenho fora de padrão, ou seja, sem conexão com os outros e de modo similar à forma como fez o aluno 28, conforme ilustra a Figura 18.

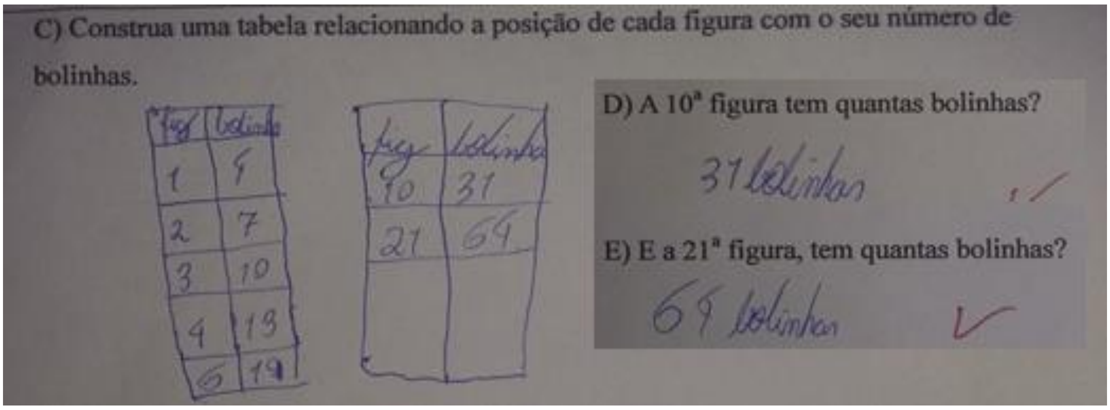
Figura 18 – Desenho sem regularidade do aluno 28



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já nos itens 3C, 3D e 3E, cujo objetivo era construir uma tabela, pude perceber que cinco alunos construíram uma tabela com quatro elementos, outros com dez e suas posições correspondentes, auxiliando, assim, na resolução dos itens seguintes, de modo análogo ao aluno 33, conforme ilustra a Figura 19.

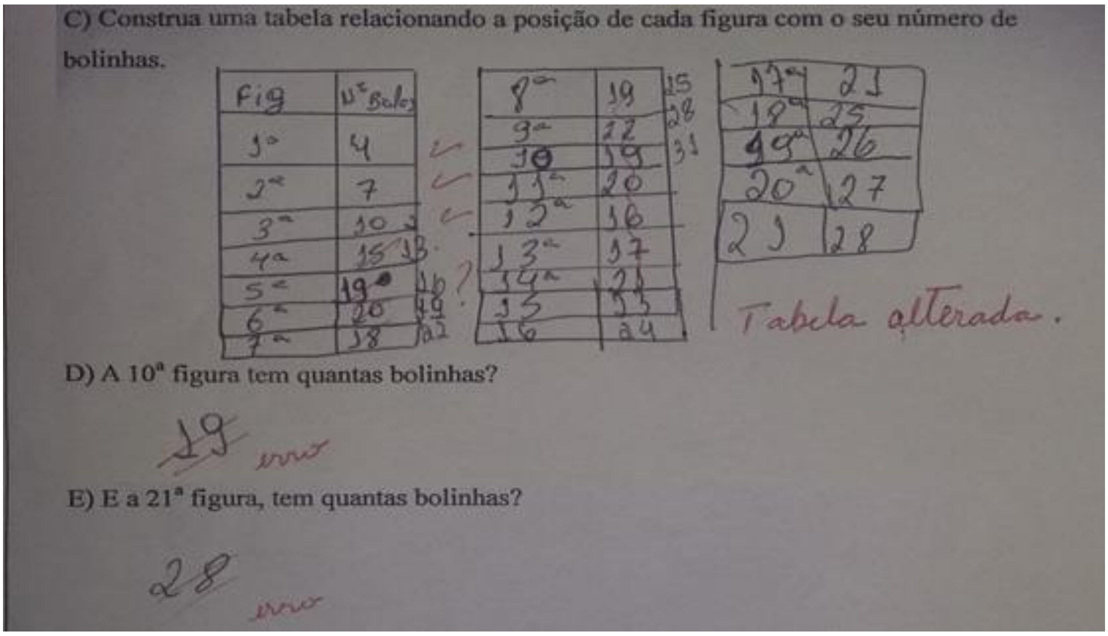
Figura 19 – Construção de uma tabela com dez elementos pelo aluno 33



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Durante as entrevistas realizadas após as atividades, perguntei ao aluno 9 como ele havia construído a tabela, e ele me falou o seguinte: "*É que eu não sei como fazer tabela e eu fiz assim*". Verifiquei também que alguns alunos realizavam nas atividades as correções da tabela no item 3C, pois eles se equivocaram quanto ao número de bolinhas e isso pode ter induzido ao erro nos itens seguintes (3D e 3E), de forma semelhante como apresentou o aluno 21, conforme ilustra a Figura 20.

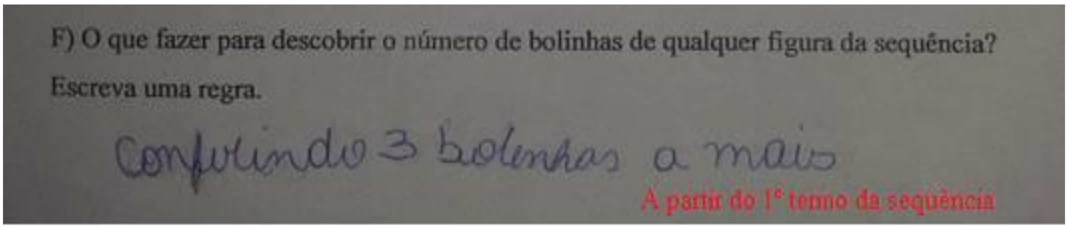
Figura 20 – Atividade do item 3C com tabela alterada[2] após entrevista com o aluno 21



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Analisando o item 3F, para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura da sequência, observei que seis alunos responderam conferindo 3 bolinhas a mais, aproximando-se de um dos modelos de resposta, conferindo 3 bolinhas a mais a partir do 1º elemento da sequência, de modo similar à forma como procedeu o aluno 20, conforme mostra a Figura 21.

Figura 21 – Resposta do aluno 20 ao item 3F

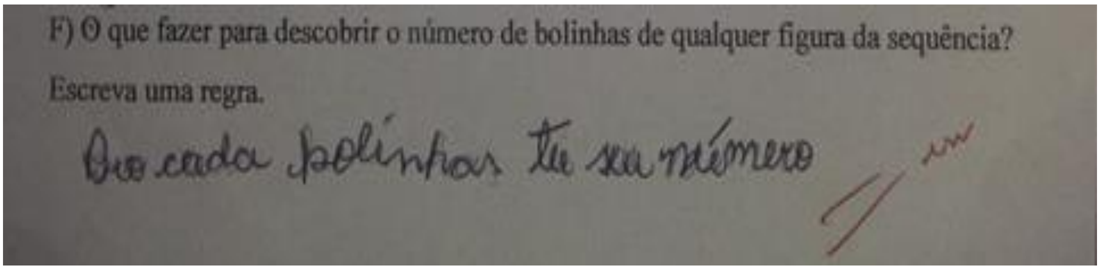


Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

[2] Significa que o aluno alterou ou corrigiu durante a entrevista com o professor .

Na mesma questão (3F), dois alunos apresentaram a justificativa de forma equivocada similar ao aluno 29, conforme mostra a Figura 22.

Figura 22 – Resolução do item 3F pelo aluno 29



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Como foi possível perceber, de uma maneira geral, a maioria dos alunos conseguiu interpretar e compreender a regularidade estabelecida entre os elementos da sequência. Uns respondiam que seria conferindo de 3 em 3, outros, somando mais 3. Porém não se observou o uso de qualquer variável ou símbolos algébricos nas respostas desses alunos. O que se verificou foi uma forma aritmética distante da algébrica (de 3 em 3).

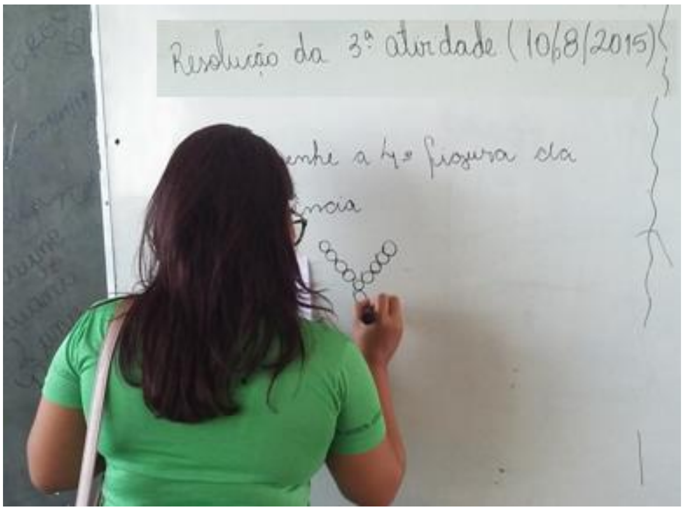
Nesse contexto, Usiskin (1995) lembra que uma variável não necessariamente tenha que ser uma letra. E é essa a ideia do aluno que tende a acreditar que uma variável sempre é uma letra. O autor ainda acrescenta que esta concepção é reforçada pelo professor. De acordo com essa ideia, poderíamos usar qualquer simbologia para representar um valor que não é conhecido, não obrigatoriamente uma letra.

É provável que as relações entre álgebra e aritmética possam estar trazendo dificuldades para o estudo algébrico. No momento em que acontece a continuidade entre esses dois campos da Matemática, ou seja, quando os procedimentos aritméticos aparecem no contexto algébrico, o aluno traz consigo as dificuldades que já havia na aritmética. Já nas frestas existentes, o aluno acaba se equivocando com as novas técnicas que divergem do contexto a que estava condicionado. Esta é uma tarefa talvez não muito simples para o professor.

3.2.4 Atividade prática 4

No início do encontro 4, solicitei aos alunos 21 e 29 que resolvessem suas atividades no quadro, tendo em vista que o aluno 29 acertou as questões 3A e 3C, enquanto que o aluno 21 acertou as questões 3B, 3D e 3E, ou seja, o que um aluno acertou, o outro não. Enquanto estavam resolvendo, perguntei ao aluno 29 o que ele observou de interessante nas figuras desenhadas por ele. Ele respondeu: "*que está aumentando*". Também em sala, o aluno 8 questionou a resolução do aluno 21: "*Como foi que você achou a 4ª figura*?". O aluno 21 respondeu: "*desenhando e depois conferindo quantos tem*", conforme ilustra a Figura 23.

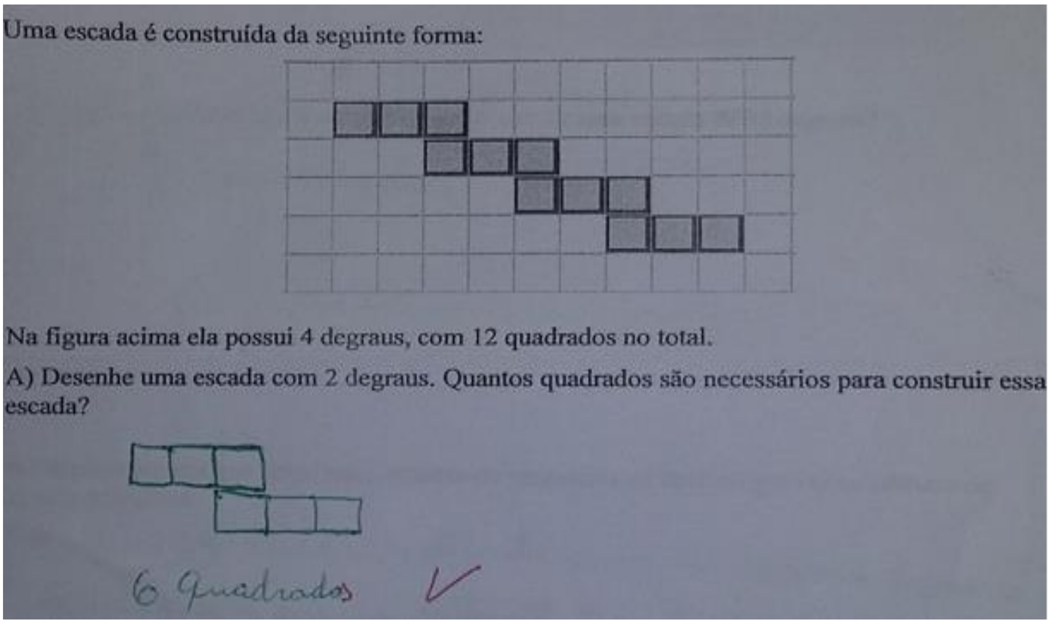
Figura 23 – Resolução da atividade 3 pelo aluno 21



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Iniciado o momento 4, entreguei a atividade 4 fotocopiada (Apêndice I). A questão envolveu quatro subitens divididos por letras A, B, C e D e tinha como objetivo que os alunos identificassem e, se possível, utilizassem as relações existentes entre o número de quadrados de uma escada com o número de degraus da mesma. Nesse direcionamento, cito relato da dúvida do aluno 28, quando este me dirigiu a seguinte pergunta: "*o que é pra fazer aqui nessa primeira?*". Pedi a ele que repetisse a leitura e, ainda se possível, visualizasse uma outra escada com menor número de degraus. Com o encerramento do horário estabelecido, os alunos entregaram-me as atividades. Feitas as análises dos dados da atividade 4, observando a questão 4A, verifiquei que sete alunos desenharam degrau em degrau, de modelo similar à forma como conduziu o aluno 8, conforme ilustra a Figura 24.

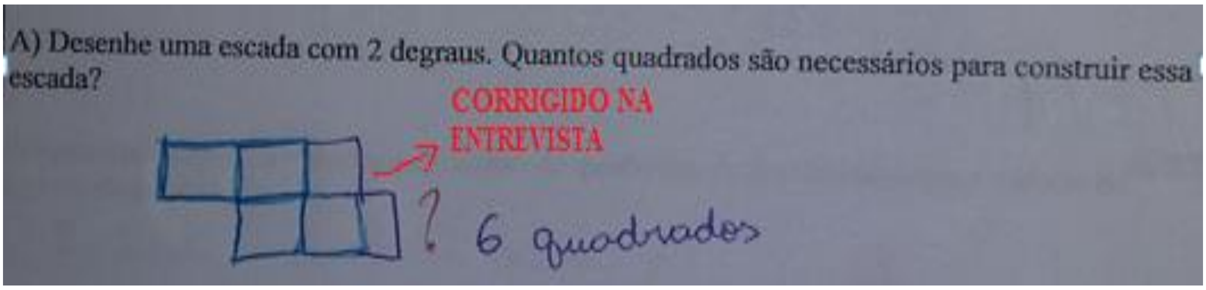
Figura 24 – Resolução do item 4A pelo aluno 8



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já o aluno 28, identificou a quantidade de quadrados (6), porém não representou corretamente o desenho da escada, durante a realização da entrevista individual ele identificou o erro e corrigiu, como mostra a Figura 25.

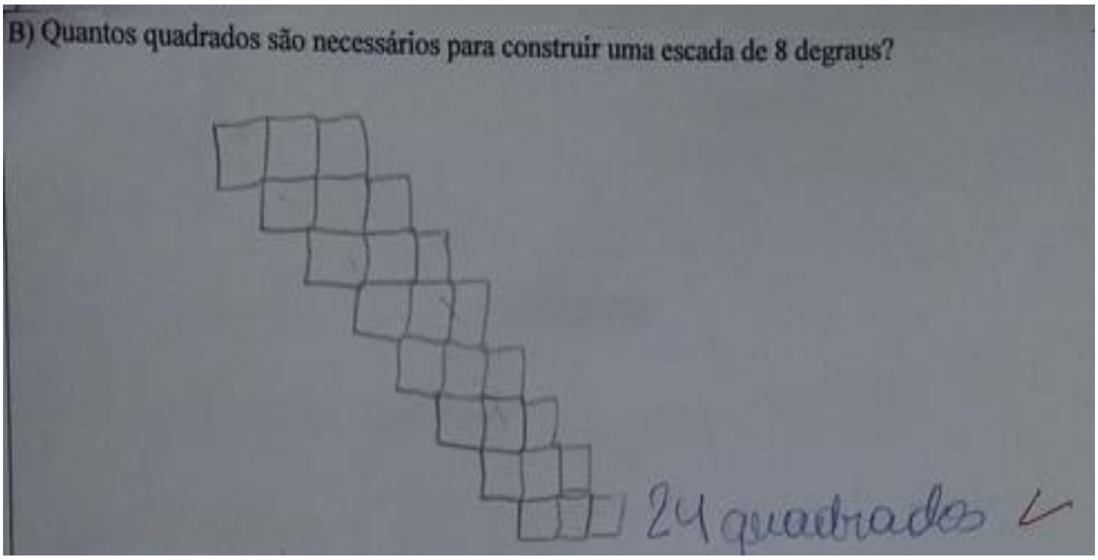
Figura 25 – Resolução corrigida na entrevista pelo aluno 28



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Analisando a questão 4B, dos oito alunos, pude perceber que dois calcularam corretamente o número de degraus e, no decorrer da entrevista, que utilizaram técnicas de multiplicação, talvez pelo processo multiplicativo ou aditivo, uma vez que eles não desenharam a figura. Ainda nessa questão, verifiquei que quatro alunos desenharam a figura da escada com 8 degraus e conferiram 24 quadrados, com grande possibilidade de terem resolvido por contagem, de modo análogo como fez o aluno 20, conforme a Figura 26.

Figura 26 – Resposta com desenho do aluno 20



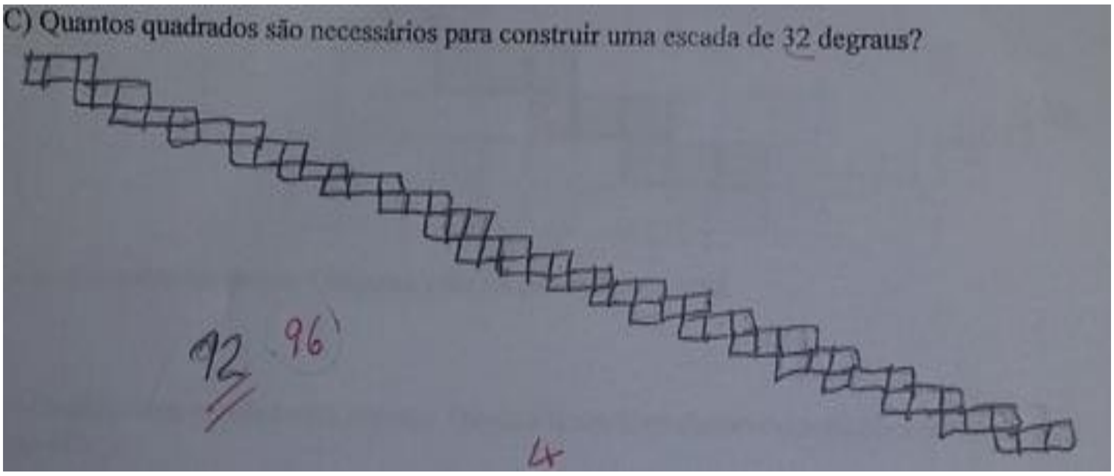
Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Também pude verificar no item 4B que dois alunos desenharam a escada com os oito degraus, contudo eles não registraram o número de quadrados necessários solicitado no enunciado. Neste item, pode ter ocorrido esquecimento por parte do aluno. Daí a importância de ler e reler o enunciado durante a resolução. Orientações como esta foram repassadas por mim constantemente no decorrer das atividades.

Continuando, durante a entrevista com o aluno 29, perguntei a ele como tinha resolvido a questão 4B (24 quadrados) e ele respondeu: "*conferindo*". Ao instigá-lo, expliquei a ele que cada degrau equivale a 3 quadrados, ou seja, para cada degrau na figura [...], e ele concluiu: " *multiplico por três*".

Observando a questão 4C, constatei que o aluno 33 calculou 96 quadrados usando raciocínio multiplicativo (3 x 8 = 24) ou somativo (3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 24), mas ele não representou o desenho da escada. Um aluno equivocou-se na resposta, três alunos calcularam os 96 quadrados desenhando corretamente a escada, e outros três desenharam a escada, porém com a quantidade de quadrados equivocada (92), de modo similar à forma como resolveu o aluno 29, conforme demonstra a Figura 27.

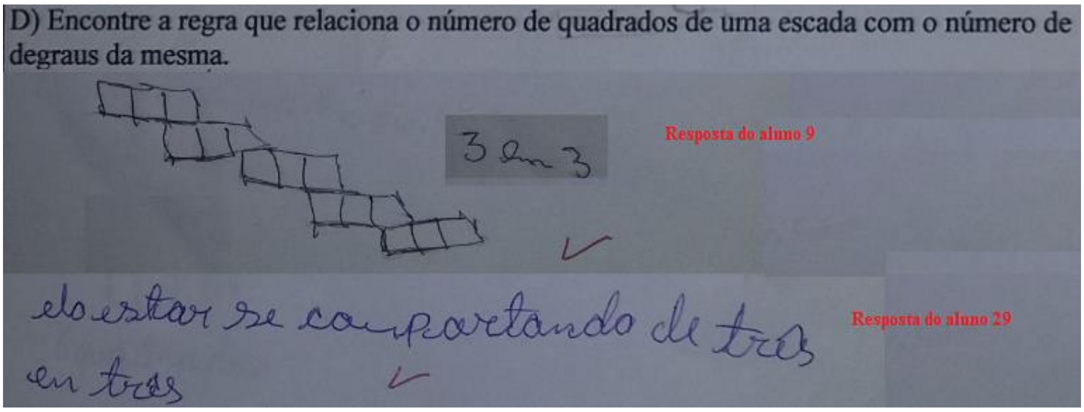
Figura 27 – Resolução com a quantidade de quadrados pelo aluno 29



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já no item 4D, observei que cinco alunos não conseguiram escrever uma regra que relacionasse o número de quadrados da escada com o número de degraus. Também constatei que um aluno (aluno 8) apresentou certas regularidades a partir das informações contidas na questão. No entanto, notei que o mesmo não registrou essas regularidades numa linguagem simbólica com uso de variáveis. Ainda observei que dois alunos escreveram a regra na forma de três em três quadradinhos, conforme mostra a Figura 28.

Figura 28 – Regra da questão 4D escrita por dois alunos na atividade 4



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

O que se verificou até o presente momento se resume num processo prático ou técnica de contagem descrita numa linguagem aritmética e muito superficialmente algébrica. Diante disso, entendo que o desenvolvimento dessas capacidades pode permitir que os alunos avancem para tarefas de contagem em contextos figurativos diversificados, permitindo uma flexibilidade de pensamento ao nível de estratégias de contagem que conduzam a expressões diversificadas. Isto é, os alunos podem ter experiências em distintos contextos, de modo a serem estimulados a procurar diferentes modos de ver, optando pela técnica de contagem mais eficaz, de escrever expressões. Estas tarefas podem ser o ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

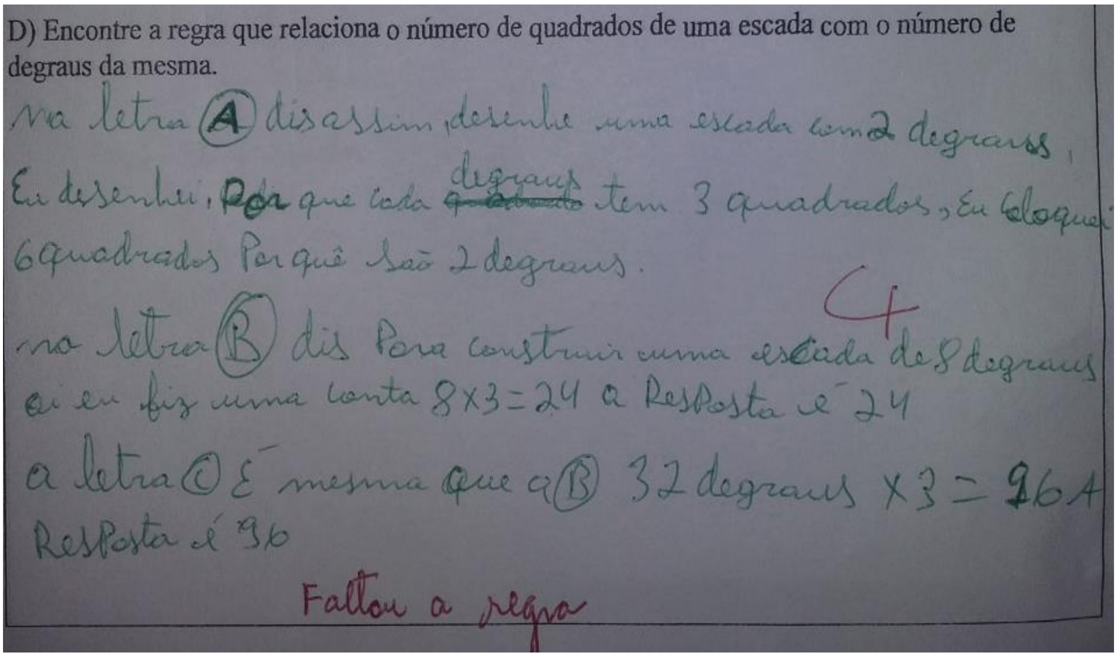
Para muitos alunos, parte da estrutura e do simbolismo algébrico pode ser construída a partir da sua experiência com números, realçando os aspectos estratégicos e intuitivos (NCTM, 2007), na qual a visualização assume uma função importante. Segundo Usiskin (1999), atividades que envolvem padrões são as que mais auxiliam o desenvolvimento do processo de generalização.

Na próxima seção, descrevo a atividade 5 e, nesta transição, objetivei que os alunos começassem a adquirir alguma familiaridade com o simbolismo algébrico. Para tal, foi necessário compreender que os símbolos algébricos têm diferentes interpretações, de acordo com o domínio conceptual a que se referem, e que podem, por exemplo, representar uma situação com padrões geométricos e numéricos, similar à atividade seguinte.

3.2.5 Atividade prática 5

Neste encontro, convidei os alunos 8 e 29 para que justificassem, a partir de comprovações, as respostas encontradas. Escolhi o aluno 8 pelo fato de o mesmo descrever relações matemáticas a partir de informações contidas no enunciado da questão 5, mesmo sem conseguir registrar uma regra matemática. Por outro lado, esse mesmo aluno, através de argumentos, demonstrou interesse em identificar uma representação simbólica para tal situação, conforme ilustra a Figura 29.

Figura 29 – Resolução com argumentação e organização de dados pelo aluno 8



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

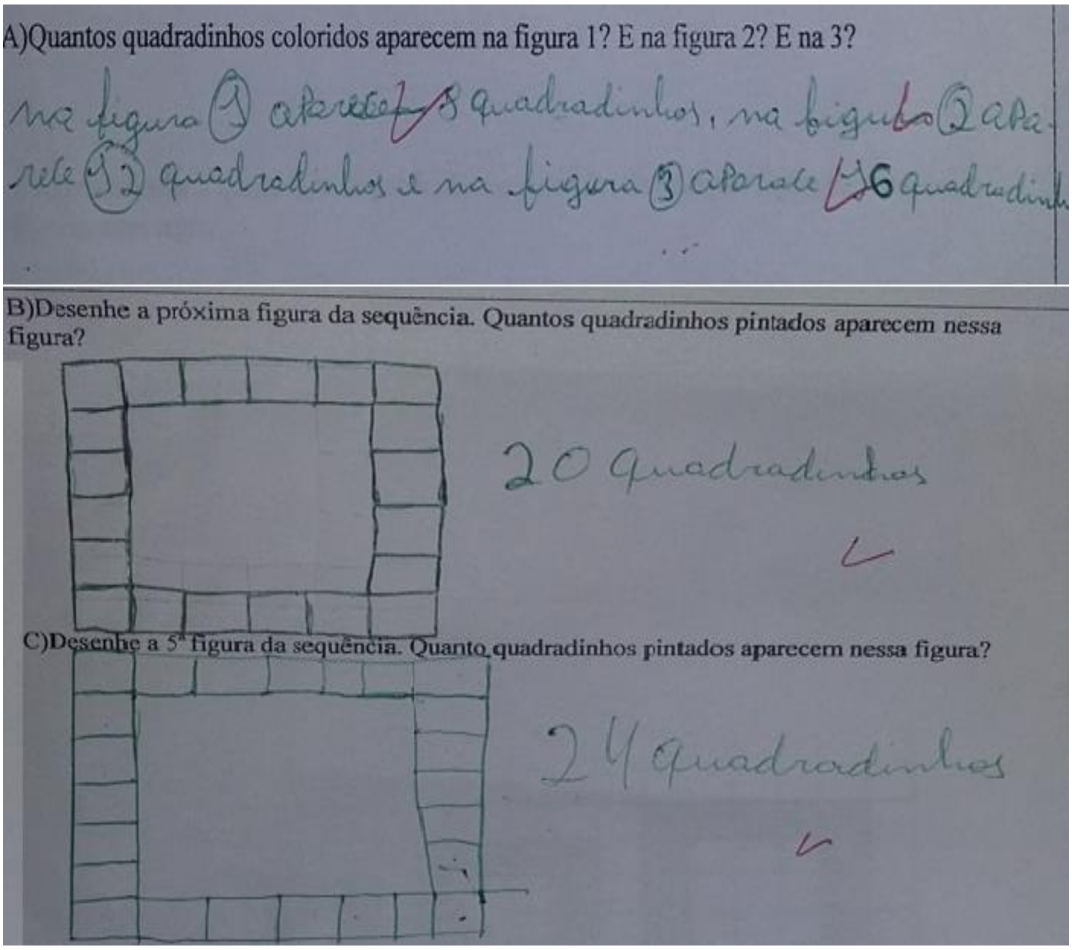
Já o aluno 29, na mesma questão (4D), não conseguiu representar a regra, nem registrou qualquer procedimento que confirmasse que ele usou informações ou propriedades com o objetivo de tentar resolver tal questão.

Com o início do encontro 5, dei prosseguimento com a entrega do material fotocopiado (Apêndice J). O objetivo da atividade foi fazer com que o aluno percebesse generalidades a partir de sequências de figuras com padrões geométricos. O aluno deveria familiarizar-se com sequências repetitivas, identificando a correspondência entre o número de quadradinhos coloridos e a posição desses elementos na sequência. A atividade consistia na apresentação de uma sequência de figuras geométricas que obedecessem a um determinado padrão ou regra, em que se esperava do aluno uma manifestação predominantemente voltada para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Com todos os alunos presentes, ao dar início à atividade 5, o aluno 29 perguntou: “*professor é só contar os quadrados coloridos é* ?”. Eu respondi ao aluno 29: “*O que você acha?* E ele falou: “*porque está aumentando pra cá*”. O aluno deu prosseguimento na atividade. Concluída a tarefa, recebi as atividades dos alunos em sala de aula.

A partir da análise dessa atividade, verifiquei que nos itens 5A, 5B e 5C, sete alunos contaram de 4 em 4 o número de quadradinhos coloridos de modo semelhante ao aluno 8, conforme a Figura 30.

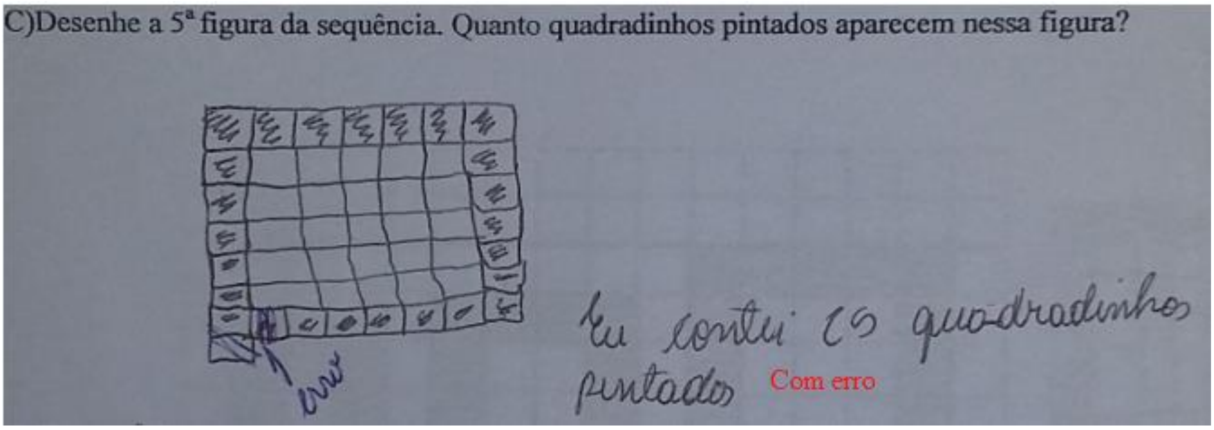
Figura 30 – Resolução dos itens 5A, 5B e 5C pelo aluno 8



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Apenas um aluno representou o desenho da 5ª figura da sequência de forma equivocada, quanto ao número de quadradinhos coloridos (25 ao invés de 24), do mesmo modo como fez o aluno 21, conforme a Figura 31.

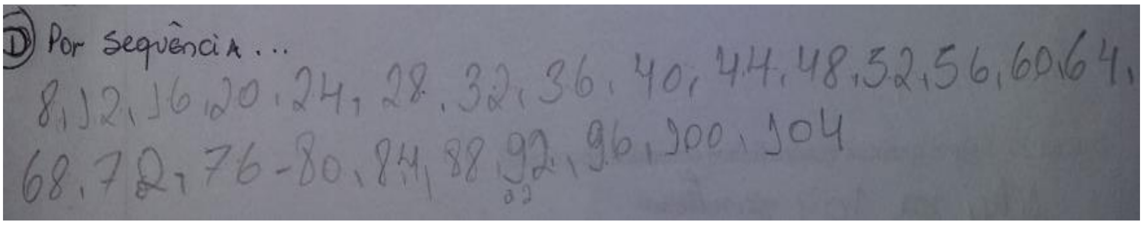
Figura 31 – Resolução do número de quadradinhos coloridos pelo aluno 21



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já no item 5D, pude constatar que cinco alunos contaram corretamente o número de quadradinhos coloridos na 25ª figura da sequência (104), provavelmente recorrendo a algum critério aditivo de 4 em 4, e outros através da descrição da sequência numérica de 25 termos, a partir dos dois primeiros degraus, acrescentando 4 quadradinhos, conforme procedeu o aluno 6 no verso da atividade, demonstrado na Figura 32.

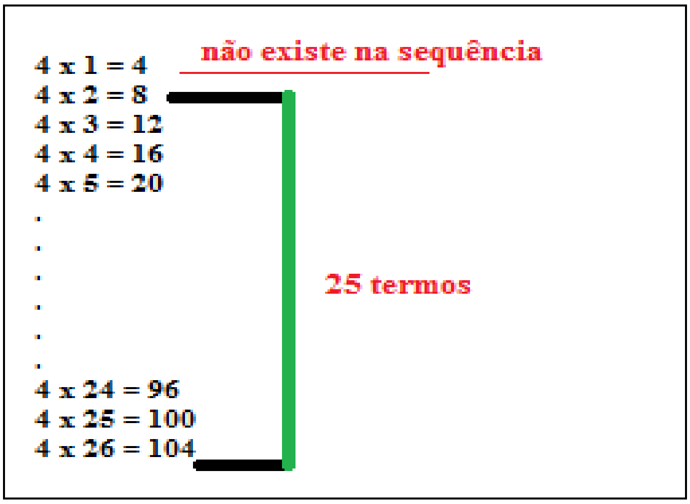
Figura 32 – Resolução do item 5D por sequência numérica pelo aluno 6



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Dois alunos realizaram a atividade de forma equivocada. Pode ser que eles tenham deduzido uma técnica multiplicativa, pois já tinham identificado que a cada elemento se acrescentavam 4 quadradinhos. Como se pretendia calcular o número de quadradinhos da 25ª figura da sequência, a partir das observações apontadas durante a entrevista, constatou-se que o raciocínio usado por eles foi: 4 x 25=100. Na oportunidade, perguntei ao aluno 33 como ele tinha encontrado 100 quadradinhos coloridos, o mesmo respondeu: *“eu peguei e multipliquei quatro vezes vinte e cinco deu cem*”. Durante a entrevista perguntei ao aluno qual o procedimento utilizado para escrever os elementos dessa sequência, o mesmo respondeu que foi multiplicado 4 x 2, 4 x 3, 4 x 4, e assim por diante até completar os 25 termos, como a sequência inicia com 8 e não 4 quadradinhos, como ilustra a Figura 33 a seguir:

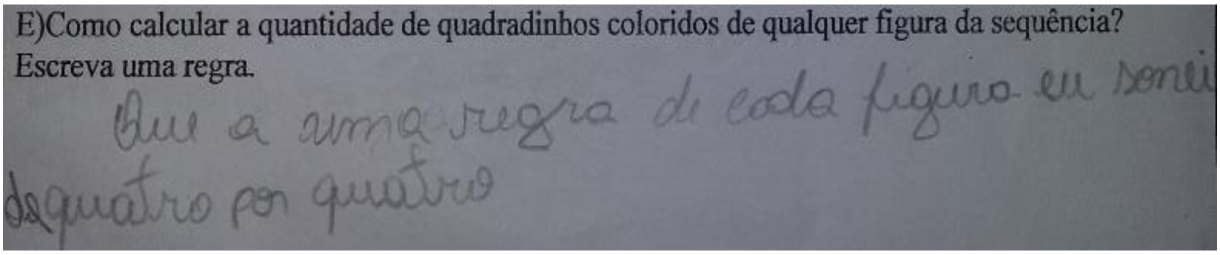
Figura 33 – Possível lógica desenvolvida na atividade 5D



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já no item 5E, foi solicitado aos alunos que escrevessem uma regra para calcular a quantidade de quadradinhos coloridos de qualquer figura da sequência. Quatro alunos justificaram tal regra como sendo a sequência escrita de 4 em 4, conforme ilustra a Figura 34. Nesse caso a resposta desses quatro alunos está incorreta, pois deveriam mencionar a regra como sendo 4 em 4, a partir do 1º termo da sequência.

Figura 34 – Descrição da regra do item 5E pelo aluno 6



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Observei ainda que o aluno 21 resolveu o item 5E de forma equivocada e sem descrição de qualquer relação fundamentada nos elementos e suas respectivas posições na sequência. Dessa forma, não se observou uma generalização por parte do mesmo. De acordo com Lins e Gimenez (2006), a álgebra visa à representação de fatos genéricos, ela nada mais é que a busca da generalização de um determinado problema.

A partir dessas análises, até o presente momento, posso inferir que há grande dificuldade por parte dos alunos em traduzir a linguagem natural numa linguagem algébrica. Os alunos identificam as regularidades e características nas sequências geométricas, mas não conseguem transpor esse pensamento em símbolos ou regras.

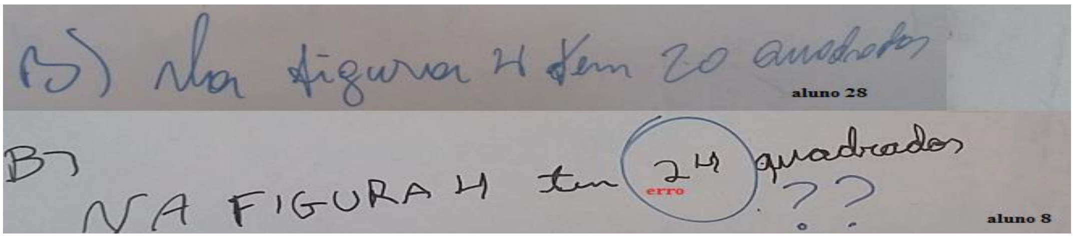
> Quando os estudantes notam que operações parecem ter propriedades particulares, eles estão começando a pensar algebricamente sobre a importância de um trabalho algébrico desde as séries iniciais, apontando experiências sistemáticas com padrões e números como base para o entendimento posterior da compreensão e utilização da linguagem algébrica (NCTM, 2000, p. 91).

A realização de tarefas que envolvam o estudo de padrões pode ajudar o aluno a perceber a verdadeira noção de variável que, para a maioria, é apenas vista como um número desconhecido. É importante que, ao explorar padrões e relações numéricas, o aluno tenha a possibilidade de explicitar as suas ideias e possa discutir e refletir sobre as mesmas.

3.2.6 Atividade prática 6

Ao iniciar o encontro 6, convidei os alunos 8 e 28 para socializarem com a turma a resolução da atividade 5 no quadro. No mesmo momento em que o aluno 28 escrevia a resposta referente ao item 5B (20 quadrados), o aluno 8 também resolvia tal questão (24 quadrados) conforme ilustra a Figura 35. Então, perguntei para a turma o porquê das duas respostas diferentes e qual seria a certa. O aluno 20 disse: "*a resposta certa é 20*", perguntei a ele porque ele achava que seriam 20 quadradinhos. Ele respondeu: "*pela sequência eu fiz, 8, 12,16, 20, é o que dá*". Logo em seguida, o aluno 8 corrigiu a questão. Os itens restantes dos dois alunos (8 e 28) estavam corretos.

Figura 35 – Respostas do item 5B dos alunos 8 e 28



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Minha preocupação em explorar o raciocínio algébrico, acreditando que isso poderia ser feito por meio de sequências de padrões geométricos, sempre foi grande. Por esse motivo, essas tarefas podem ser o ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que essas sequências envolvem padrões de repetição, ou seja, de crescimento e têm o objetivo de reconhecer, descobrir, continuar, completar e generalizar padrões.

Após esse momento, iniciei a entrega da atividade 6, individualmente, aos 8 alunos da intervenção (Apêndice K). Durante a entrega, pedi aos alunos que atentassem para a atividade 6, pois a mesma continha dois desafios, e que os rascunhos fossem feitos na própria folha da atividade, sem apagá-los. O desafio 1 se referia a uma sequência de número de cubos empilhados sob uma mesa e o número de faces visíveis. Tinha como objetivo completar uma tabela com a quantidade de faces visíveis, conforme o número de cubos empilhados e, em seguida, descobrir a regra da sequência escrevendo uma expressão algébrica que representasse o número de faces visíveis de uma pilha com X cubos.

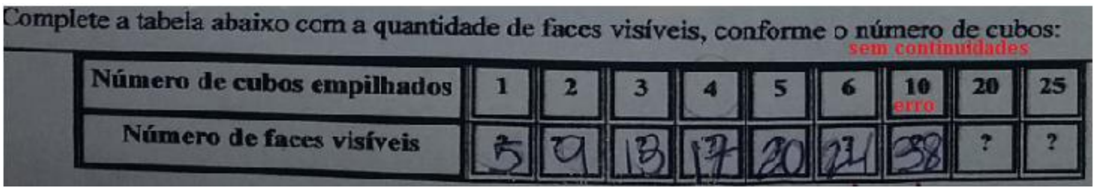
O desafio 2 apresentava três tabelas similares à primeira, porém com outros números. O objetivo seria completar e identificar as regras que expressavam a relação entre o número dito e o número respondido em cada tabela e, em seguida, escrever uma expressão algébrica, usando linguagem matemática. Observei que uma das barreiras enfrentadas pelos alunos no estudo da álgebra está no momento de fazer a passagem de uma situação-problema na linguagem corrente para a linguagem algébrica.

No desafio 2, observei que a maioria estava com dificuldades de encontrar uma regra exclusiva para cada tabela. Por esse motivo, resolvi realizar uma retomada de 5 minutos, sem comprometer o tempo de atividade dos alunos, pois ao término prorroguei o período. Também detectei, a partir das resoluções das atividades anteriores no quadro, dificuldades dos alunos em representar uma regra ou uma expressão algébrica que, de alguma forma, pudesse representar uma sequência com padrões geométricos e numéricos e que, como professor pesquisador, eu poderia contribuir com explicações importantes e desenvolver, junto a eles, estratégias para saná-las. Essas estratégias se concentraram em explicações de como obter uma dada regra ou expressão algébrica, a partir de uma determinada sequência com regularidade entre seus elementos. A retomada foi realizada com uma situação análoga à atividade 6.

Penso ainda que o professor tenha que estudar os avanços e as dificuldades do seu aluno, a fim de saber como ele está pensando, como está o seu raciocínio para que desenvolvam conceitos mais elaborados. Como exemplo, cito a atividade 6, cujo objetivo era completar a tabela e escrever uma regra matemática para essa situação. Feito isso, dei continuidade à referida atividade. Ao término da aula, os alunos me entregaram a atividade 6 para que se iniciassem as entrevistas individuais.

Analisando a questão 6A (desafio 1), pude verificar que nenhum aluno atentou para os números da tabela, pois os mesmos não se encontravam em ordem numérica. Na tabela, havia 6 cubos empilhados; na sequência, havia 10 cubos empilhados (e não 7, 8 e 9 como eles pensavam). Dessa forma, pode ter havido falta de compreensão dos alunos no momento do preenchimento da tabela. Portanto, posso considerar que a tabela estava parcialmente correta de modo similar como procedeu o aluno 20, conforme ilustra a Figura 36.

Figura 36 – Resposta do aluno 20 ao desafio 1 da atividade 6

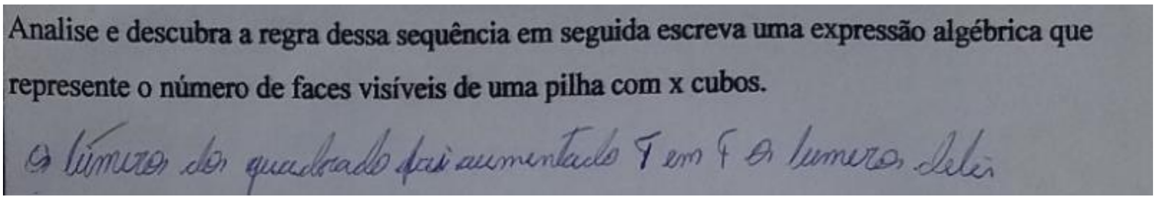

Complete a tabela abaixo com a quantidade de faces visíveis, conforme o número de cubos: sem continuidades

Número de cubos empilhados	1	2	3	4	5	6	10 erro	20	25
Número de faces visíveis	5	9	13	17	20	21	38	?	?

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Ainda no desafio 1, o aluno teria que analisar e descobrir a regra dessa sequência, em seguida escrevê-la em forma de uma expressão algébrica que representasse o número de faces visíveis de uma pilha com X cubos. Uma possível generalização desse problema seria que a partir do 1º elemento são acrescidas ou adicionadas quatro unidades (n+4). No entanto, verifiquei que cinco alunos se aproximaram da resposta e escreveram que a regra do número de faces vai aumentando de 4 em 4 os números, como conduziu o aluno 33, conforme Figura 37 a seguir.

Figura 37 – Resposta do aluno 33 ao desafio 1


Analise e descubra a regra dessa sequência em seguida escreva uma expressão algébrica que represente o número de faces visíveis de uma pilha com x cubos.

Os lúmeros dos quadrados fai aumentando 4 em 4 os lumeros deles

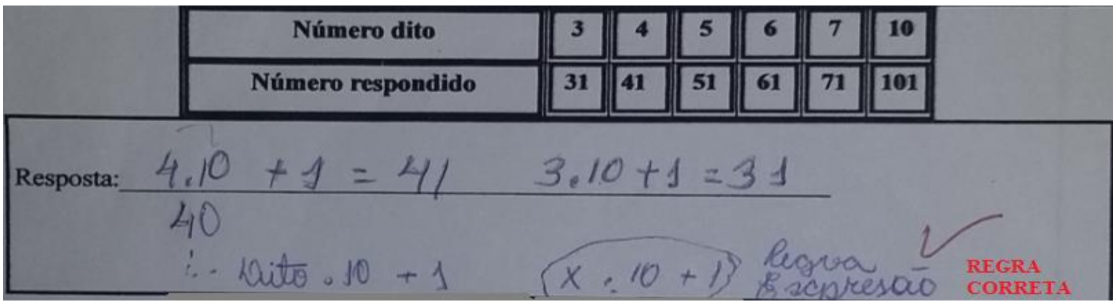
Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Até esse ponto da investigação, o que se destaca é a dificuldade de raciocínio algébrico, e isso pode ser o agravante para o insucesso do aluno nessa atividade. Ainda nesse sentido, percebi a dificuldade dos alunos em trabalhar com expressões literais, mesmo após as explicações feitas pelo professor pesquisador em sala. O aluno conseguia escrever uma regra em forma de frase, mas não conseguia desenvolver uma simbologia própria com as regras desejadas na atividade.

O desafio 2 apresentava três tabelas similares a do desafio 1. O objetivo dessa atividade era descobrir as regras que expressavam a relação entre o número dito e o número respondido em cada questão. A questão apresentava um grau maior de dificuldade, exigindo mais atenção dos alunos, pois na questão havia números negativos.

Na tabela 1, pude verificar que 7 alunos escreveram corretamente a regra matemática, como fez o aluno 29, conforme ilustra a Figura 38.

Figura 38 – Resposta do aluno 29 ao desafio 2



Número dito	3	4	5	6	7	10
Número respondido	31	41	51	61	71	101

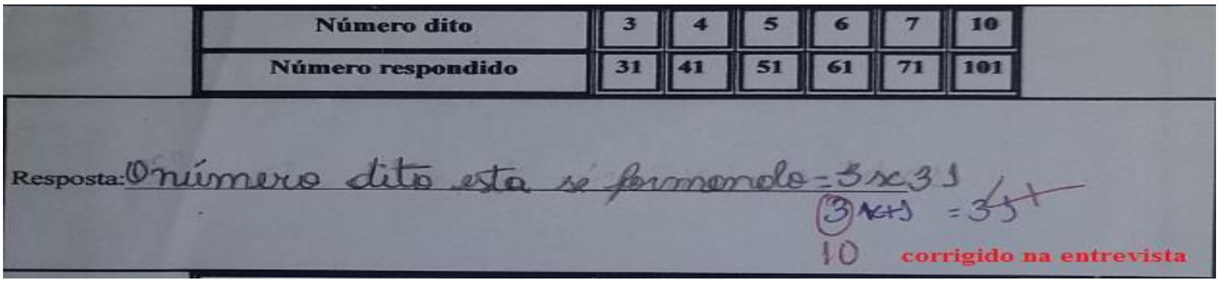
Resposta: 4.10 + 1 = 41   3.10 + 1 = 31
40
∴ Dito . 10 + 1   (X . 10 + 1) Regra Expressão

REGRA CORRETA

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Ao cruzar os resultados dos alunos 6 e 29, na mesma tabela, constatei que o aluno 6 descreveu de forma equivocada a regra da referida sequência, como mostra a Figura 39 a seguir:

Figura 39 – Resposta do aluno 6 ao desafio 2



Número dito	3	4	5	6	7	10
Número respondido	31	41	51	61	71	101

Resposta: O número dito esta se formando = 3x31

corrigido na entrevista

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

No momento da entrevista pedi ao aluno 6 que explicasse como encontrou tal expressão (3x31), descrita abaixo da tabela 1, pois questionei se poderia ficar o número dito 3 vezes, o outro número que resultasse ao número respondido, 31. Então, com as orientações feitas por mim, o aluno conseguiu corrigir e escrever a expressão certa (10x + 1). Ainda perguntei qual nome se dava para essa expressão. O aluno respondeu: “*é a regra*”.

Analisando a tabela 2 do desafio 2, constatei que cinco alunos escreveram corretamente a regra que expressa a relação entre o número dito e o número respondido, dois alunos não preencheram corretamente a tabela e houve um caso de troca de sinal da variável X, conforme procedeu o aluno 8, ilustrada na Figura 40.

Figura 40 – Resolução do desafio 2 pelo aluno 8

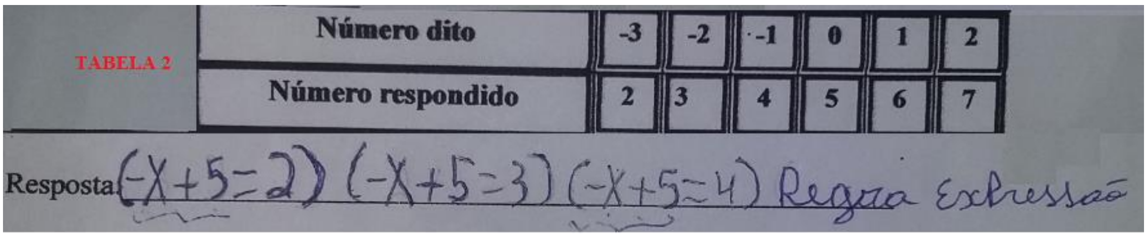


TABELA 2

Número dito	-3	-2	-1	0	1	2
Número respondido	2	3	4	5	6	7

Resposta: (-X+5=2) (-X+5=3) (-X+5=4) Regra Expressão

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Como se observa na resolução da questão, o aluno 8 confirma a troca de sinal da variável X na tal regra, fato este muito observado por professores de Matemática, quando são aplicadas as atividades avaliativas.

Observando a tabela 3, pude identificar que apenas dois alunos registraram de forma correta a regra matemática, de acordo com os elementos na tabela, semelhante à forma como conduziu o aluno 33, em que se observa o uso de variável X, como ilustra a Figura 41.

Figura 41 – Resolução da expressão algébrica da tabela 3 pelo aluno 33

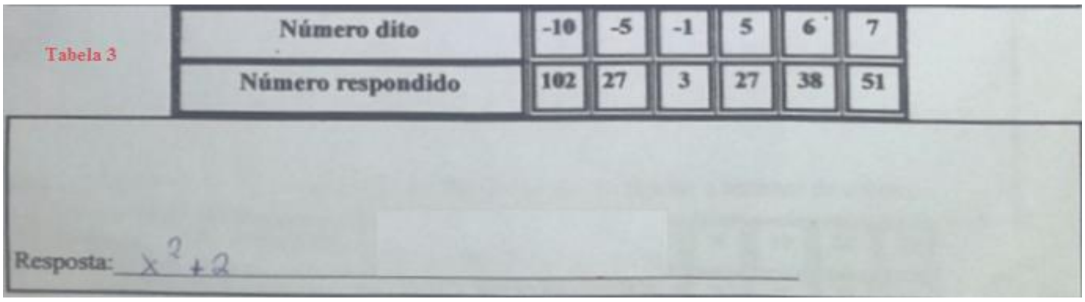


Tabela 3

Número dito	-10	-5	-1	5	6	7
Número respondido	102	27	3	27	38	51

Resposta: $x^2 + 2$

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Nesta atividade pode-se utilizar um modelo matemático que venha a representar a relação entre o número dito, que pode se indicado por uma letra (d) e o número respondido, que, por outro lado, pode ter notação (r). Uma possível regra matemática que obedeça a essa relação é a expressão $r = (d)^2 + 2$. Neste caso, cinco alunos resolveram de maneira equivocada, e um aluno (20) deixou a questão em branco, conforme a Figura 42 abaixo.

Figura 42 – Resolução da expressão da tabela 3 pelo aluno 20

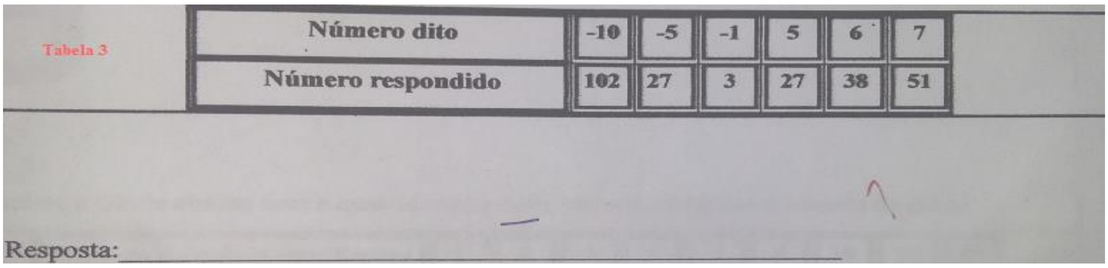


Tabela 3

Número dito	-10	-5	-1	5	6	7
Número respondido	102	27	3	27	38	51

Resposta:

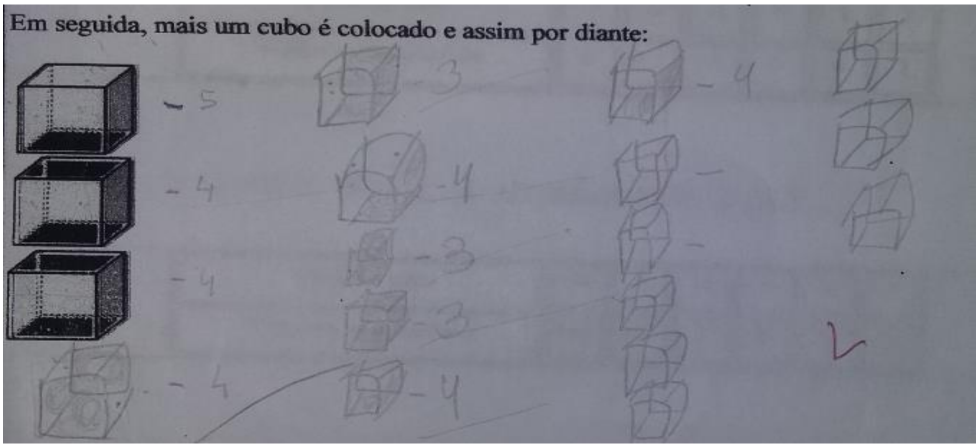
Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Neste ponto, pode ser interessante tecer um comentário a respeito desse tipo de atividade. A experiência em sala de aula indica que esses alunos sentem muita dificuldade com notação algébrica, ou seja, em representar de forma genérica uma determinada situação. É necessário o professor estar atento para o objetivo esperado, que é o sucesso da aprendizagem em termos de desenvolvimento do pensamento algébrico, segundo Lins e Gimenez (2006). Dessa forma, faz-se necessário que os alunos aprendam conceitos algébricos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no sentido de favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico, a partir de atividades que criem oportunidades para eles generalizarem padrões geométricos e numéricos, estabelecerem relação entre grandezas e resolverem problemas com os diferentes termos desconhecidos das operações.

3.2.7 Atividade prática 7

Ao iniciar o encontro 7, solicitei aos alunos 6 e 20 que registrassem no quadro suas resoluções referentes à atividade 6. O aluno 20 mostrou conhecimento em representação geométrica, desenhando outros cubos seguintes da sequência (Figura 43).

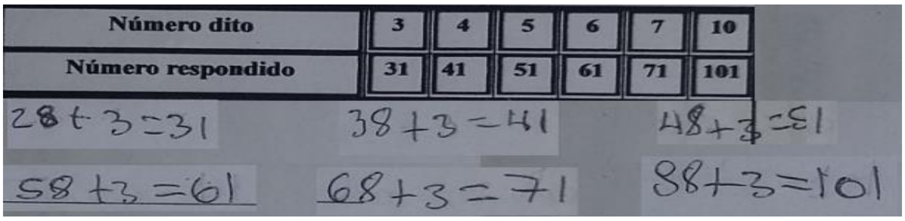
Figura 43 – Resolução do desafio 1 pelo aluno 20



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Quanto ao aluno 6, pude perceber, em especial no desafio 2, tabela 1, que ele explorou excessivamente a aritmética para escrever uma regra, expressando a relação entre o número dito e o número respondido, conforme Figura 44.

Figura 44 – Resolução do desafio 2 pelo aluno 6



Número dito	3	4	5	6	7	10
Número respondido	31	41	51	61	71	101

28+3=31 38+3=41 48+3=51

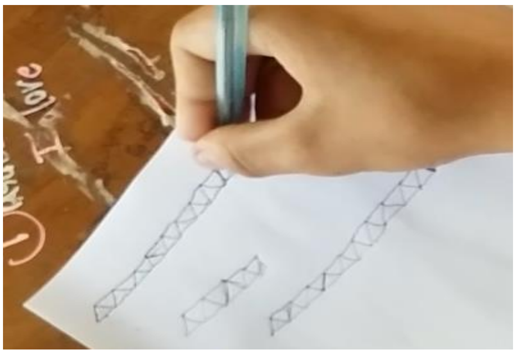
58+3=61 68+3=71 88+3=101

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Analisando as relações de aritmética descritas pelo aluno, na oportunidade das entrevistas, perguntei por que ele usou essa forma com as seis operações indicadas abaixo da tabela 1, o mesmo respondeu que tentou resolver dessa forma. Observei também que o aluno 6 vinha obtendo progressos, pois em todas as atividades sempre mostrava seus cálculos matemáticos por meio de outras estratégias. Também observei que, em virtude de não compreender uma regra, o aluno não acertou a questão, pois não generalizou o problema.

Após esse momento inicial de resolução, entreguei a atividade 7 aos alunos (Apêndice L). Durante a realização da atividade, observei, com o auxílio das filmagens, que três alunos ficaram muito pensativos, outros dois preenchiam a tabela a partir do entendimento assimilado no próprio enunciado da atividade, e três alunos representavam a continuação dos desenhos com os triângulos formados com palitos nas sequências, de modo similar à forma como procedeu o aluno 9 (Figura 45).

Figura 45 – Resolução da atividade 7 pelo aluno 9

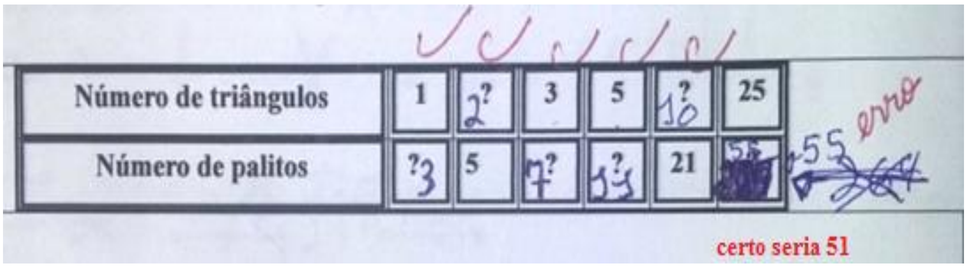


Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Com a conclusão da atividade 7, dei início às entrevistas individuais, em que pude discutir com mais propriedade as estratégias de resolução dos alunos, assim como avanços e dificuldades encontrados nas questões. Tais comentários serão mencionados juntamente com as considerações das correções e observações em sala, vídeos e imagens feitas por mim.

Analisando a atividade 7, pude verificar que para resolver os itens seguintes seria necessário o preenchimento de uma tabela inicial na atividade. Nesta atividade, o aluno 28 completou parcialmente a referida tabela, não acertando os outros exercícios. Dentre os oitos alunos, apenas dois completaram corretamente, como registrou o aluno 8, que se confundiu apenas no último elemento da tabela, conforme ilustra a Figura 46.

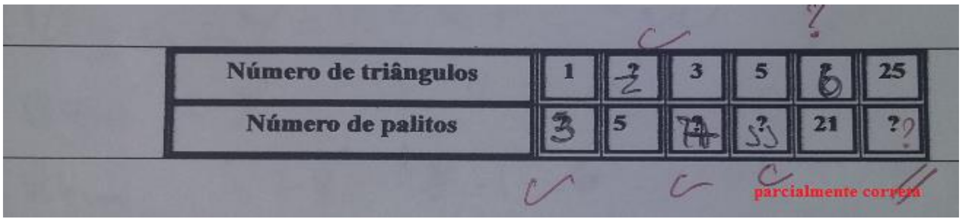
Figura 46 – Resolução da atividade 7 pelo aluno 8



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já com os outros seis alunos, considerei como parcialmente correta, pois esses alunos não conseguiram preencher a tabela por completo. No geral, o erro se deu na passagem do número de triângulos, 3 para o número 5, que pode ser compreendido pelo que ocorreu em atividades anteriores. Durante a realização da entrevista individual com o aluno 33, ele percebeu que, no momento em que solicitei que explicasse como encontrou o número 31 como resposta na tabela (logo abaixo do número 25), o resultado do número de palitos era 51 e não 31, como tinha registrado. Essa falta de continuidade pode ser gerada no momento em que o aluno resolve de forma automática, achando que sempre teria sequência, pois considera o número 6 e, em seguida, o 7, depois 8, e assim por diante, de forma semelhante como procedeu o aluno 9, conforme indicado na Figura 47.

Figura 47 – Resolução da atividade 7 pelo aluno 9

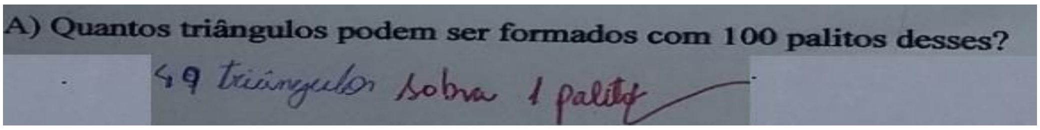


Número de triângulos	1	2	3	5	6	25
Número de palitos	3	5	7	?	21	?

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Durante a entrevista, o aluno 9 relatou que resolveu as questões da atividade 7 fazendo os desenhos das figuras no verso da atividade. Considerando a questão 7, percebi que um aluno deixou em branco a resposta, e apenas o aluno 33 encontrou a resposta 49, pois se tratava de calcular quantos triângulos podiam ser formados com 100 palitos, conforme a Figura 48.

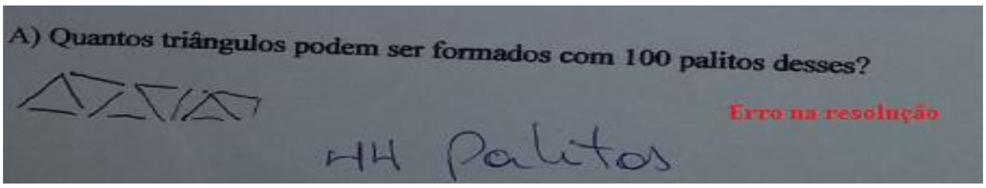
Figura 48 – Resolução da questão 7A pelo aluno 33



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já os outros seis alunos resolveram de maneira incorreta a questão 7A com respostas diferentes e similares as do aluno 6, conforme ilustra a Figura 49.

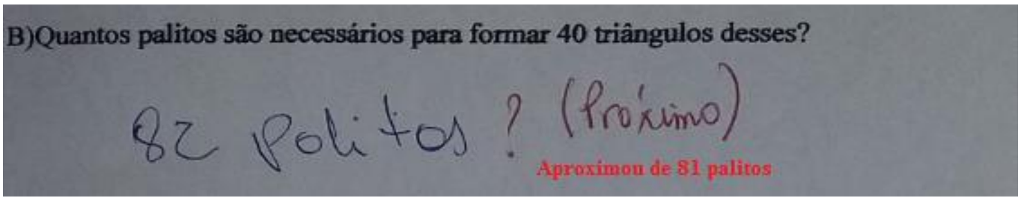
Figura 49 – Resolução da questão 7A pelo aluno 6



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Analisando a questão 7B, pude verificar que 5 alunos responderam equivocadamente quantos palitos seriam necessários para formar 40 triângulos. Apenas um aluno encontrou a resposta certa e dois alunos encontraram uma resposta aproximada e similar à do aluno 6, conforme Figura 50.

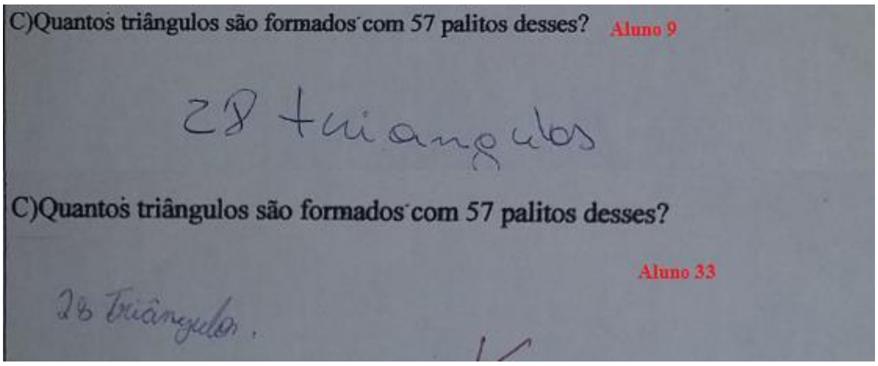
Figura 50 – Resposta da questão 7B do aluno 6



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Já no item 7C, verifiquei que dois alunos resolveram corretamente a questão, conforme ilustra a Figura 51.

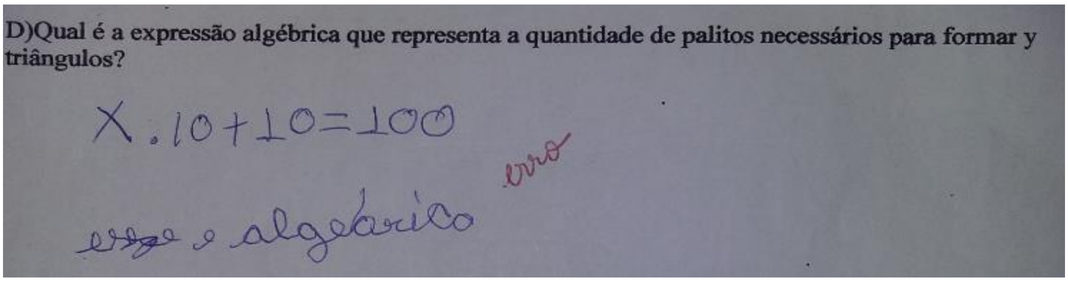
Figura 51 – Resolução do item 7C pelos alunos 9 e 33



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Outros cinco alunos não conseguiram encontrar a resposta correta. No item 7D, pude observar que um aluno (20) conseguiu encontrar um resultado próximo da resposta, apenas um aluno conseguiu obter a resposta certa (33), um aluno deixou em branco (28) e cinco alunos desenvolveram algumas operações na tentativa de encontrar a regra matemática, similar à forma como conduziu o aluno 29, conforme Figura 52 a seguir:

Figura 52 – Resolução da questão 7D pelo aluno 29



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Para desenvolver atividades desse tipo, o aluno deverá analisar cuidadosamente e descobrir qual a regra ou expressão matemática que descreva a quantidade de palitos necessários para formar “y” triângulos, quer dizer: descobrir um padrão e, em seguida, generalizar.

Alguns desses alunos procuraram escrever, mesmo com tentativas frustradas, uma regra ou expressão matemática que viesse de fato comprovar o que o problema pedia. Apesar dessas práticas com atividades de padrões geométricos e numéricos estarem um pouco distantes da sala de aula da turma pesquisada, já se percebe um uso de simbologias, regras e desenhos, mesmo que de forma inadequada do emprego da variável X. Nesse sentido, estudos envolvendo a generalização de padrões são considerados por pesquisadores, como Mason (1996) e Vale e Pimentel (2005), fundamentais para que os alunos criem expressões algébricas ou mecanismos que conduzam a estas, dando sentido à utilização dos símbolos e ao pensamento algébrico. Vale e Pimentel (2005) afirmam que o enfoque generalizador da álgebra é reconhecido pelo trabalho com padrões numéricos ou figurativos, pois torna propício o desenvolvimento do pensamento algébrico, ao promover investigação e manipulação adequada para a descoberta de uma regra geral que identifique todos os casos particulares.

Na seção seguinte, apresento a atividade 8 que irá encerrar as análises com padrões geométricos e numéricos, também focando em conceitos algébricos, regras ou expressões que contribuam para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

3.2.8 Atividade prática 8

Ao iniciar o encontro 8, solicitei aos alunos 6 e 9 que registrassem sua respostas no quadro para o grupo, pois o aluno 6, que vinha progredindo nas atividades anteriores, não conseguiu o mesmo êxito na atividade 7. Ao contrário, o aluno 9 resolveu corretamente os itens 7A, 7B e 7C desenvolvendo as atividades por aproximações. Na Figura 53 abaixo, vemos que o aluno 6 não preencheu corretamente a tabela inicial das questões. Caso a referida tabela tivesse sido corretamente preenchida, a possibilidade de acertos dos itens seguintes seria grande, pois o aluno conseguiria, dessa forma, observar a regra matemática que a sequência obedecia.

Figura 53 – Resolução da atividade 7 pelo aluno 6

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Observei que a partir de registro como filmagens e gravações, durante a resolução dos itens da atividade 7 no quadro, o aluno 8 perguntou ao aluno 6, com relação ao item 7A: "*porque a resultado foi 106 triângulos*?". Sabendo que a resposta certa seria 49 triângulos, o aluno 6 não soube explicar. No mesmo instante, o aluno 21 perguntou ao aluno 9: "*Como que você achou 82 palitos no item 7B?"* Certo de que o resultado era 81, o aluno 9 respondeu: "*Eu resolvi por desenhos no verso da atividade"*. Ou seja, o aluno resolveu todas as questões da atividade, a partir de desenhos dos elementos da sequência. Como o aluno 6 não havia resolvido corretamente todos os itens, houve a necessidade de registrar as correções na pauta da atividade também.

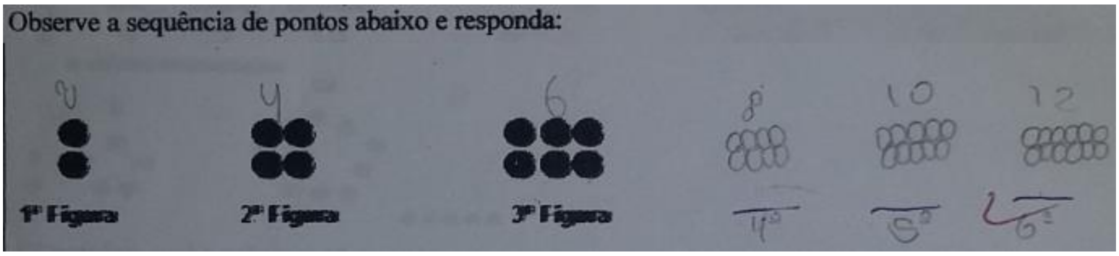
A atividade 8 contemplava dois desafios (Apêndice M). No desafio 1, composto pelos subitens 8A, 8B e 8C, o objetivo era observar uma sequência de pontos, representar as três figuras seguintes, contar o número de pontos em cada uma e, por fim, escrever uma regra que representasse a quantidade de pontos de qualquer figura da sequência. No desafio 2, que contemplava cinco subitens indicados por 8A, 8B, 8C, 8D e 8E, eram abordadas três classes numéricas: Números Triangulares, Números Quadrados e Números Pentagonais. Os objetivos se concentravam na observação das três classes numéricas: descobrir o próximo número de cada sequência, desenhando ao lado; escrever os quatro primeiros números quadrados na forma de potência de expoente 2; determinar o sétimo e o décimo números quadrados; calcular o número de bolinhas existentes na sétima figura triangular e na quinta figura pentagonal; e escrever uma regra que representasse o número de bolinhas triangulares e outra regra para os números pentagonais. A atividade 8 consistia na determinação de padrões, pois, com o pensamento algébrico, dá-se a possibilidade de atenção não só para com os objetos, mas principalmente para com as relações existentes entre eles, o que faz parte do processo de generalização; assim, uma das possíveis vias para promover tal pensamento é pelo estudo de padrões.

Ao entregar a atividade 8 aos alunos, percebi que haviam faltado dois alunos (21 e 29). Durante a realização dessa atividade, o aluno 6 perguntou: *"É pra fazer alguma coisa aqui nos desenhos?"*- referente ao desafio 1. Respondi que resolvesse apenas os itens A, B e C. A aula foi concluída com a entrega das atividades para mim em sala. Em seguida, fui à orientação em busca dos endereços dos alunos faltosos.

Desloquei-me até a residência das alunas para que ambas realizassem a atividade 8. Feito isso, após terem concluído essa atividade, iniciei as correções e o levantamento dos dados em gravações, imagens, filmagens e registros escritos juntamente com os dados das resoluções e estratégias usadas nas questões.

No desafio 1, percebi que cinco alunos completaram os desenhos das figuras na sequência dada, e três alunos não completaram. O fato de o aluno desenhar alguns elementos da sequência pode ser um aspecto considerado facilitador, pois além de dar condições para resolver os itens seguintes, o aluno tem a possibilidade de interpretar melhor e apresentar uma regra com mais consistência, de modo análogo à forma como conduziu o aluno 20, conforme Figura 54.

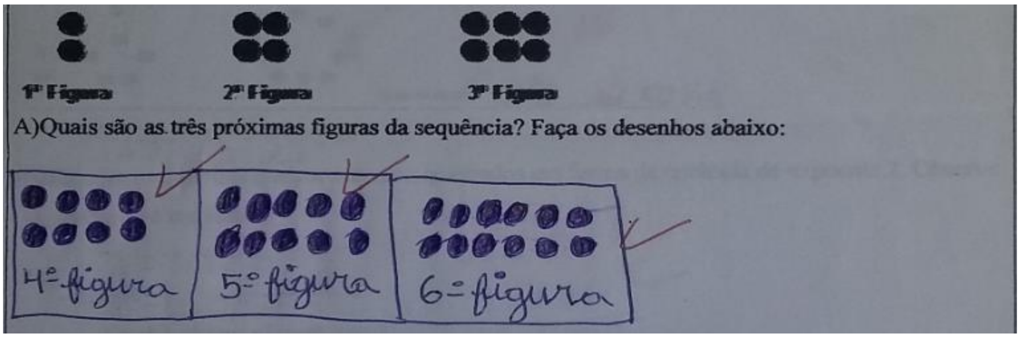
Figura 54 – Continuação da sequência dos elementos por desenhos pelo aluno 20



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Analisando o item 8A do desafio 1, pude verificar que um aluno resolveu de forma parcial a questão, dois não resolveram corretamente e cinco conseguiram resolver, desenhando as três próximas figuras da sequência, de modo similar à forma como procedeu o aluno 28, conforme Figura 55. Durante a entrevista individual com o aluno 8, questionei o porquê de ele não ter registrado os desenhos nas três próximas figuras da sequência. O mesmo alegou falta de atenção.

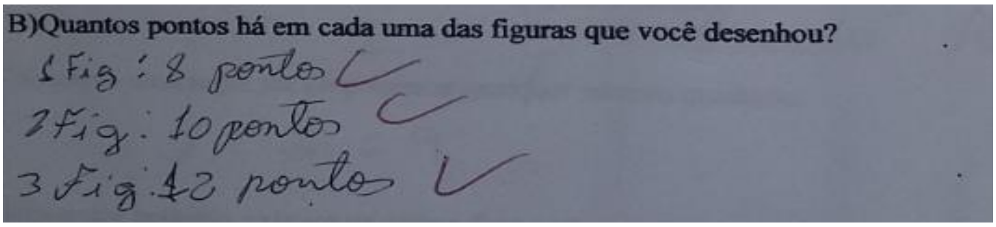
Figura 55 – Resolução da questão 8A pelo aluno 28



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

No item 8B, cinco alunos não resolveram corretamente a questão; por outro lado, três alunos contaram 8, 10 e 12 pontos, de modo similar como procedeu o aluno 21, conforme Figura 56.

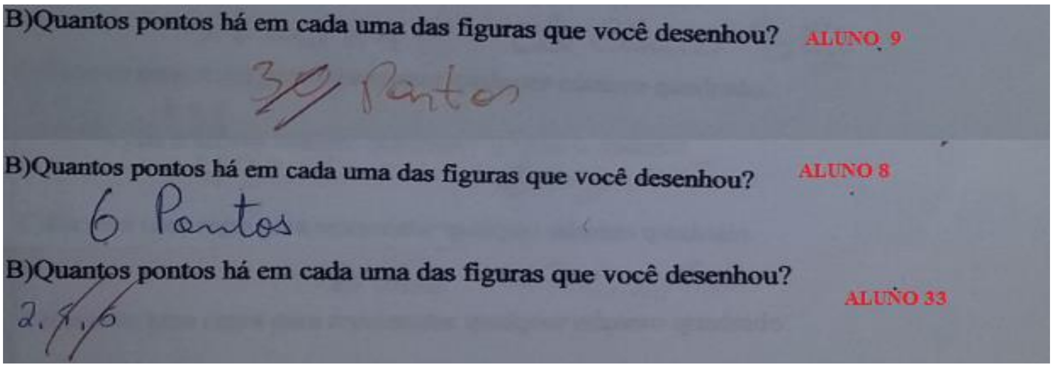
Figura 56 – Resolução do item 8B do desafio 1 pelo aluno 21



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Uma sequência pode apresentar um padrão de crescimento quando cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior. Este tipo de padrão proporciona explorações matematicamente ricas e variadas e é um contexto privilegiado para o desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular na transição da aritmética para a álgebra. A tradução algébrica da generalização de um padrão pode ser facilitada e mais bem entendida pelos alunos se for efetuada através de tarefas em contextos figurativos. No mesmo item, fiz o cruzamento das respostas incorretas de cinco alunos e observei que houve falta de atenção ou falta de leitura do enunciado, ou mesmo falta de conhecimento de padrões, conforme ilustra a Figura 57.

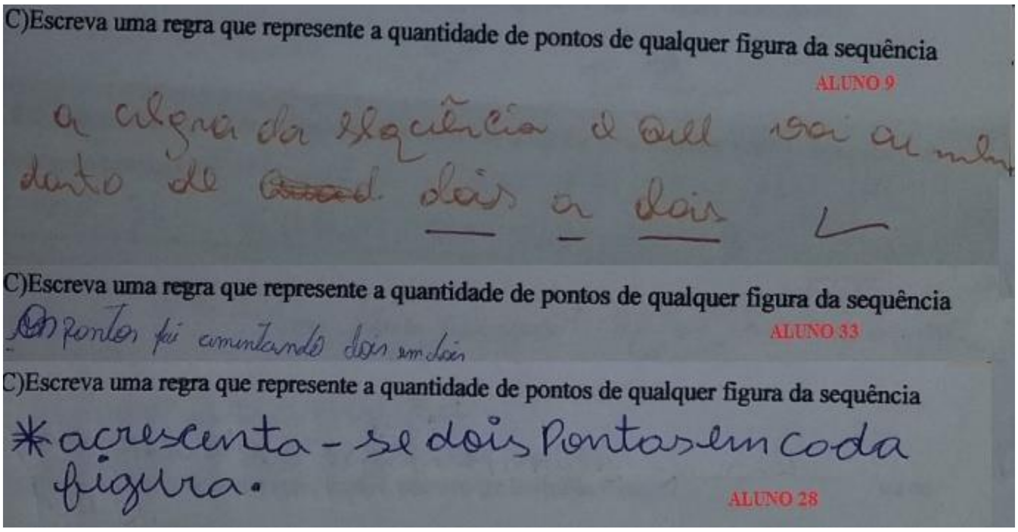
Figura 57 – Resposta de três alunos ao item 8B do desafio 1



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

No último item do desafio 1, 8C, percebi que três alunos não conseguiram escrever corretamente uma regra que representasse a quantidade de pontos de qualquer figura da sequência, e cinco alunos escreveram não como regra matemática que estariam aumentando de dois em dois pontos a cada elemento da sequência dada. Na Figura 58, trago um recorte das respostas de três alunos.

Figura 58 – Respostas de três alunos ao item 8C do desafio 1



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

A partir de estudos do NCTM (2000, p. 29),

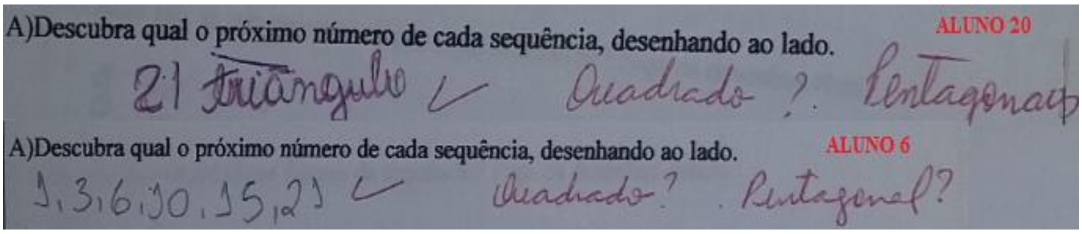
> outro ponto mais crucial em Álgebra do que em aritmética é a necessidade de uma precisão absoluta no registro de afirmações. Essa precisão, é claro, também é importante na aritmética, mas as consequências de impropriedades nesse aspecto podem ser menores se o aluno sabe o que se pretende e efetua a operação correta, independentemente do que está escrito.

As minhas expectativas para esta tarefa envolveram o reconhecimento de padrões e consistiam em que os alunos descobrissem formas originais de ver ou pensar na relação da posição (lugar), no número de bolinhas em determinada posição e na identificação de como os elementos se comportam na sequência. E assim o fizeram.

Analisando o desafio 2, constatei que sete alunos completaram os desenhos das figuras na sequência, um completou apenas escrevendo o número de bolinhas em cada figura, sem representar tal desenho. Um aluno não desenhou nenhum elemento que completasse qualquer uma das três sequências (triangular, quadrada ou pentagonal).

Quanto ao item 8A, desafio 2, verifiquei que apenas um aluno resolveu adequadamente a questão, um aluno resolveu de forma errônea e seis resolveram de forma parcial, pois alguns escreviam de modo correto o próximo número triangular, outros escreviam inadequadamente o próximo número quadrado e pentagonal, procedendo de forma similar ao raciocínio utilizado pelos alunos 20 e 6, conforme ilustra a Figura 59.

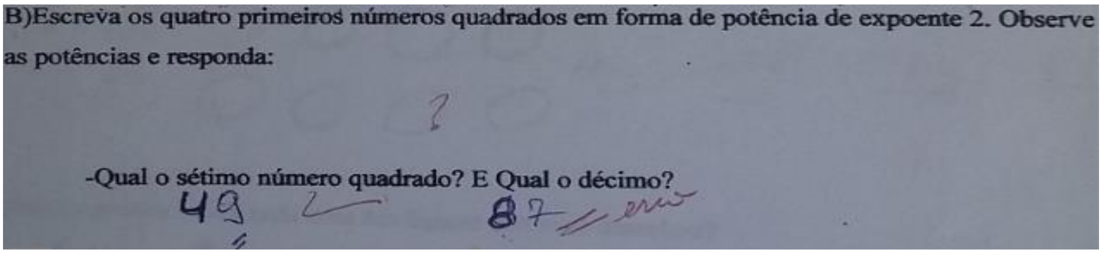
Figura 59 – Resolução do item 8A do desafio 2 pelos alunos 6 e 20



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Acerca do item 8B, observei que dois alunos resolveram de forma adequada a questão, dois resolveram de modo parcial, garantindo ou o sétimo ou o décimo número quadrado, sem a representação escrita deles em potência de expoente 2, de modo similar à forma como executou o aluno 8, conforme a Figura 60.

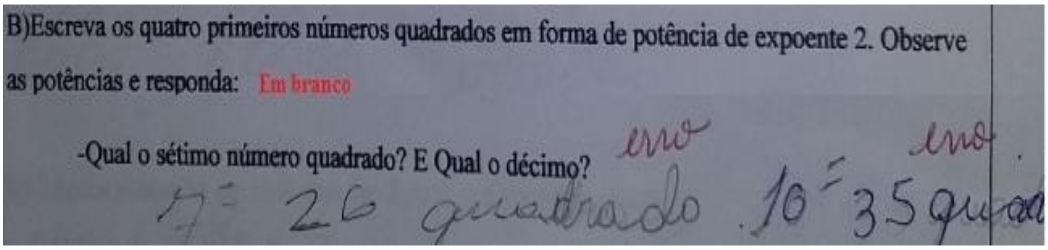
Figura 60 – Resolução do item 8B do desafio 2 pelo aluno 8



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Outros quatro alunos resolveram erroneamente a questão e, em certos casos, até deixaram-na em branco sem qualquer registro de cálculo, de modo similar à forma como resolveu o aluno 21, conforme ilustra a Figura 61.

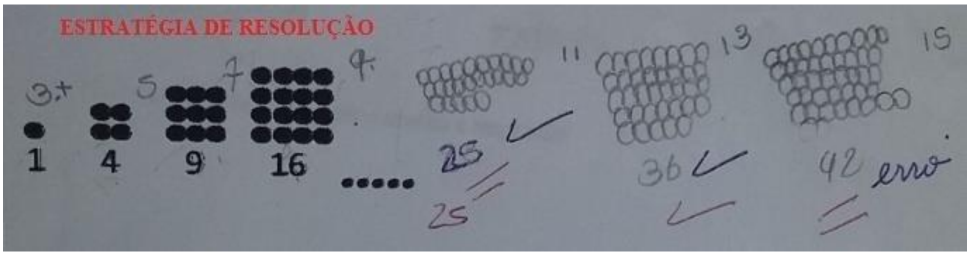
Figura 61 – Resolução do item 8B do desafio 2 pelo aluno 21



Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Analisando o item 8C, notei que um aluno resolveu a questão de forma correta, um aluno tentou resolver, pois percebi diferentes estratégias de resolução, semelhante ao aluno 20, conforme ilustra a Figura 62.

Figura 62 – Resolução do item 8C pelo aluno 20

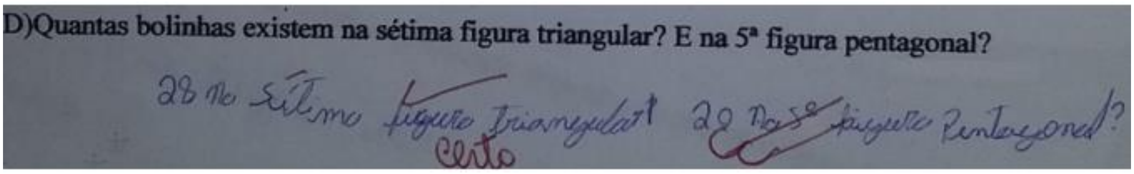


Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Observei que a partir da estratégia usada pelo aluno 20, o raciocínio matemático usado foi: **1** + 3 = **4** + 5 = **9** + 7 = **16** + 9 = **25** + 11 = **36** + 13 = **49** (no caso o aluno escreveu equivocadamente, 42), e assim por diante. Cada número quadrado, na ordem, soma-se aos números ímpares, gerando dessa maneira o próximo número quadrado.

No item 8D, pude perceber que um aluno deixou em branco a questão, dois erraram por completo, quatro alunos resolveram de forma parcial; a maior dificuldade foi contar quantas bolinhas havia na quinta figura da sequência dos números pentagonais. Um aluno (33) resolveu de forma correta, conforme ilustra a Figura 63.

Figura 63 – Resolução do item 8D pelo aluno 33


D)Quantas bolinhas existem na sétima figura triangular? E na 5ª figura pentagonal?

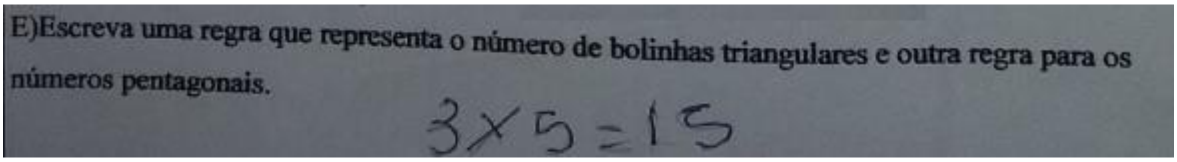
28 no sétimo figura triangular 22 na 5ª figura Pentagonal?

Certo

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Investigando o item 8E, observei que dois alunos (alunos 33 e 8) deixaram em branco a questão, o aluno 28 escreveu que: *sempre deve haver o mesmo número de bolinhas nos lados dos elementos das figuras: triangular, quadrada e pentagonal*. A resposta do referido aluno foi aquela que mais se aproximou da escrita ideal. Cinco alunos (alunos 29, 6, 9, 21 e 20) resolveram equivocadamente, de modo semelhante ao aluno 21, como ilustra a Figura 64.

Figura 64 – Resolução do item 8E pelo aluno 21


E)Escreva uma regra que representa o número de bolinhas triangulares e outra regra para os números pentagonais.

3x5=15

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Lins e Gimenez (2006, p. 83) relatam que o aluno deve reconhecer a possibilidade de generalização desde cedo, como, por exemplo, o trabalho de reconhecer os padrões numéricos. Os autores ainda afirmam que a situação “generalizada” emerge quando os alunos passam a falar do que é comum a um conjunto de casos particulares (como no padrão de número de bolinhas triangulares). “A maioria de nós ainda não está convencida da importância de trabalhar, desde cedo, com os processos de generalização na direção da álgebra, nem insiste suficientemente no cálculo com medidas e enunciados”.

A seguir, sintetizo as informações mais relevantes sobre os resultados até aqui expostas em um quadro resumo (Quadro 2).

3.3 Quadro dos resultados obtidos nos encontros

Aluno	Características	Atividade 1	Atividade 2	Atividade 3	Atividade 4	Atividade 5	Atividade 6	Atividade 7	Atividade 8	Dificuldades encontradas
Aluno 6	Gosta muito de Matemática, tem muita facilidade de realizar cálculos.	Acertou as letras A, B, C e generalizou de dois em dois.	Não acertou as letras A, B, C, D e não generalizou o item E.	Acertou as letras A, B. O item C parcial, não acertou os itens D e E, generalizou o item F indo de 3 em 3.	Não acertou as letras A, B, e não generalizou o item D.	Não acertou as letras A, B, C, D generalizou o item E, indo de 4 em 4.	No desafio 1, não preencheu certo a tabela, mas escreveu uma regra de 4 em 4. No desafio 2, não acertou nenhum item.	Tabela incompleta e com erros, não acertou nenhum dos itens.	No desafio 1, não acertou os itens A, B e C. No desafio 2, resolveu de forma incompleta os itens A e B, não acertou os itens C e E. Deixou em branco item D.	Nas primeiras questões, ele desenhou os elementos da sequência e empenhou-se em escrever uma regra. Nas questões com tabelas, não preencheu com precisão e não apresentou regras claras.
Aluno 8	Gosta pouco de Matemática, pois tem facilidade razoável para realizar cálculos.	Acertou as letras A, B, C e não generalizou.	Acertou as letras A, B, C, D e não generalizou.	Completou a sequência e acertou as letras A, B, C, D, E, mas não generalizou o item F.	Acertou as letras A, B, C e procurou generalizar, mas não de forma algébrica.	Resolveu as letras A, B, C, D e procurou generalizar, mas não de forma algébrica.	No desafio 1, deixou a tabela incompleta e não generalizou. No desafio 2, generalizou os itens A e B, e trocou o sinal na regra do x no item C.	Preencheu corretamente a tabela, mas não acertou nenhum dos itens.	No desafio 1, não acertou os itens A e B, mas dedicou-se em escrever uma regra, não de forma algébrica. No desafio 2, acertou o item A, deixou incompleto o B, não acertou C e D e deixou em branco o item E.	Resolveu as questões iniciais, mas não generalizou. Nas questões seguintes resolveu certo e procurou em todos os casos identificar uma regra para cada situação.
Aluno 9	É a disciplina que mais gosta apesar de ter facilidade razoável para realizar cálculos.	Acertou os itens A, B, C e não generalizou o item D.	Acertou a letra A, confundiu-se nos itens B, C, D e não generalizou o item E.	Resolveu as letras A, B, C. Equivocou-se nos itens D e E. Representou generalização, por desenhos, no item F.	Resolveu os itens A, B, C e generalizou o item D, de 3 em 3.	Acertou os itens A, B, C e procurou resolver os itens D e F de modo parcial.	No desafio 1, tabela com equívocos e generalizou de forma errônea. No Desafio 2 apresentou as regras para as tabelas 1 e 2 incompletas. Equivocou-se na regra da tabela 3.	Tabela incompleta, resposta aproximada dos itens A e B. Resolveu o item C. Generalizou de forma confusa o item D.	No desafio 1, acertou a letra A. Confundiu-se na letra B e generalizou o item C, 2 a 2. No desafio 2, deixou em branco os itens A e C. Confundiu-se nos itens B e D. Generalização confusa do item E.	Resolveu as questões iniciais, apresentou impasse nas regras e nas tabelas. Não atentou para a continuidade dos termos na tabela 1. Rascunhou e tentou resolver.
Aluno 20	É a disciplina que mais gosta, pois tem muita facilidade para realizar cálculos.	Resolveu os itens A, B, C e Generalizou no item D.	Acertou os itens A, B, C. Não resolveu o item D e nem generalizou o item E.	Resolveu os itens A, B, C, D. Confundiu-se no item E, e generalizou o item F sendo 3 bolinhas a mais.	Acertou as letras A, B, C e generalizou o item D, de 3 em 3 em cada degrau.	Resolveu o item A, B, C, D e generalizou o item E como: soma de 4 em 4.	No desafio 1, preencheu a tabela com erros e deixou em branco a generalização. No desafio 2, resolveu a regra da tabela 1 e deixou em branco as regras das tabelas 2 e 3.	Tabela incompleta e com erros. Não acertou as letras A, B, C e não generalizou o item D.	No desafio 1, resolveu certo as letras A, B e generalizou o item C. No desafio 2, resolveu, em parte, os itens A, B e D. Confundiu-se nos itens C e E.	Resolveu as questões de identificar elementos, mas com dificuldades nas de generalizar. Encontrou dificuldades nas questões finais (atividade 7 e 8).
Aluno 21	É a disciplina que menos gosta, pois tem algumas dificuldades para realizar cálculos.	Resolveu as letras A, B, C e não generalizou o item D.	Confundiu-se nas letras A, B, C, D e não escreveu uma regra no item E.	Resolveu, em parte, os itens A, B, C, E. Resolveu certa a letra D e não escreveu uma regra no item F.	Acertou as letras A, B, C e não escreveu uma regra no item D.	Resolveu as letras A, B, C, D e não generalizou o item E.	No desafio1, tabela com erros e procurou generalizar o desafio. No desafio 2, resolveu a regra da tabela 1, resolveu, em parte, a regra da	Tabela inicial com erros, não acertou os itens A, B, C e não generalizou o item D.	No desafio 1, Resolveu os itens A, B, mas não generalizou o item C. No desafio 2, resolveu, em parte, o item A, e confundiu-se nos itens B, C, D e E.	Resolveu as questões iniciais para identificar e desenhou elementos da sequência, mas possui certa dificuldade em preencher as tabelas e

							tabela 2 e se confundiu na tabela 3.			nas generalizações. Mesmo assim procurou resolver conforme rascunhos e desenhos indicados nas questões.
Aluno 28	É a disciplina que mais gosta, mas tem algumas dificuldades para realizar cálculos.	Acertou as letras A, B, C e não generalizou.	Equivocou-se nas letras A, B, C, D e não escreveu uma regra no item E.	Deixou em branco o item A, incompleto o item B, acertou as letras C e D e confundiu-se nos itens E e F.	Nas letras A, B e C desenhou e não registrou quantos quadrados em cada item. Não generalizou no item D.	Resolveu as letras A, B, C, D e generalizou como sendo de 4 em 4 o item E.	No desafio 1, deixou a tabela incompleta e generalizou como sendo de 4 em 4. No desafio 2, generalizou, em parte, as tabelas 1 e 2, e confundiu-se na regra da tabela 3.	Completou a tabela inicial com equívocos, não acertou as letras A, B, C e não escreveu uma regra para o problema.	No desafio 1, acertou as letras A, B e escreveu uma regra: acrescentou dois pontos em cada figura, no item C. No desafio 2, procurou resolver, em parte, os itens A, B, C, D e generalizou em parte o item E.	Nas atividades com desenhos e para identificar elementos na sequência tem bom desempenho, completou sequências, não indicou o número de quadrados necessários nos itens. Tem dificuldades em generalizar.
Aluno 29	É a disciplina que mais gosta, embora tenha algumas dificuldades para realizar cálculos.	Confundiu-se nas letras A e C. Acertou a letra B e escreveu, em parte, a regra do item D.	Completou a sequência e resolveu certo as letras A, B, C, não acertou o item D e descreveu, em parte, a regra no item E.	Completou a sequência e acertou as letras A e C. Confundiu-se nos itens B, D e E. Não generalizou o item F.	Acertou as letras A, B. Errou o item C e não generalizou o item D.	Acertou as letras A, B, C, confundiu-se no item D e generalizou, em parte, o item E.	No desafio 1, tabela com erros e não generalizou o problema. No desafio 2, acerta a generalização das tabelas 1 e 2. Equivocou-se na regra da tabela 3.	Completou a sequência com desenhos, tabela inicial preenchida com erros, não acertou os itens A, B e C. Não generalizou o item D.	No desafio 1, acertou a letra A e confundiu-se nas letras B e C, não generalizou a situação. No desafio 2, procurou completar as sequências, acertando, em parte, os itens A e B. Não acertou os itens C, D e não generalizou o item F.	Apresentou dificuldades nas questões iniciais em completar sequências e em identificar elementos. Nas questões finais conseguiu generalizar, mas confundiu-se no preenchimento de tabelas.
Aluno 33	É a disciplina que mais gosta e tem facilidade razoável para realizar cálculos.	Acertou as letras A, B, C e generalizou como ímpar-par o item D.	Resolveu as letras A, B, C, D e generalizou como sendo de 3 em 3.	Completou a sequência, resolveu as letras A, B, C, D, E, e generalizou.	Resolveu a letra A e confundiu-se nas letras B e C. Generalizou, em parte, o item D.	Acertou as letras A, B, C. Teve resultado aproximado no item E, e descreveu a regra que aumenta de 4 em 4.	No desafio 1, preencheu a tabela, em parte, com erros e generalizou a situação relatando que aumenta de 4 em 4. No desafio 2, descreveu certo as regras das tabelas 1, 2 e 3.	Preencheu a tabela inicial com erros, acertou as letras A, B, C e generalizou o item D.	No desafio 1, não acertou as letras A, B e generalizou, descrevendo que aumenta de 2 em 2. No desafio 2, fez desenhos dos elementos de cada sequência, resolveu os itens A, B e D, mas não acertou os itens C e E com a generalização.	Apresentou bom rendimento nas questões iniciais e finais, contudo apresentou dificuldades nas tabelas e em algumas generalizações.

A respeito do quadro resumo, com o volume de informações obtido, procurei desenvolver um formato de análise que ajudasse a compreender o problema investigado permitindo estabelecer relações entre os sujeitos que apresentaram mais ou menos dificuldades, suas características, e aqueles que demonstraram certa facilidade nas atividades, de maneira a interpretá-lo com mais consistência.

Dos oito alunos envolvidos na intervenção, três foram os que apresentaram um nível constante de aprendizagem e se comportaram de forma semelhante no decorrer de todas as atividades exploradas. Esses alunos, segundo as respostas do questionário investigativo, são os que mais gostam de matemática e que tiveram uma facilidade razoável para resolver cálculos (alunos 9, 20 e 33). Com os resultados proporcionais entre o número de acertos e o de erros, ficaram os alunos que disseram ser a disciplina que mais gostam, embora tenham algumas dificuldades para realizar cálculos (alunos 21, 28, 29). O aluno que obteve um bom desempenho nas atividades foi o de número 8, cuja característica descrita por ele próprio no Questionário Investigativo, é a de que é um aluno que gosta pouco de matemática, mas que tem facilidade razoável para resolver cálculos, pois é ciente de sua importância. Quem errou mais itens foi o aluno 6, cujo perfil é o de um aluno que gosta muito da disciplina matemática, mas que, por outro lado, tem muitas dificuldades em realizar cálculos. No entanto, o aluno que mais acertou foi justamente o aluno 33, cuja característica é de que tem facilidade em resolver cálculos e a disciplina que mais gosta é matemática.

A partir dessas constatações, posso inferir que, devido ao fato desses alunos não realizarem atividades similares a estas aplicadas nesta intervenção, eles não estavam acostumados a representar uma regra ou expressão matemática. Este fato foi mencionado por eles nas entrevistas individuais e também descrito na pesquisa de percepção. Segundo eles, o professor de matemática utilizava somente o livro didático nas aulas; em outros momentos, faziam apenas exercícios copiados no quadro pelo professor. Outro comentário feito pelos alunos durante a entrevista foi que eles não realizavam atividades em grupos, o que não possibilitava a troca de ideias e experiências entre eles. Percebi fragilidade por parte dos mesmos no sentido de identificar regularidades e generalizar padrões porque, para mim, tais elementos são fundamentais para despertar no aluno o uso de simbologia e, por conseguinte, desenvolver o pensamento algébrico.

Segundo o NCTM (2008, p. 11), “Muitos alunos acham que todas as variáveis são letras que representam números. Contudo, os valores assumidos por uma variável nem sempre são números, mesmo na matemática do 2º grau". No caso do grupo pesquisado, esse tipo de situação pode ter sido gerado pela falta de atividades diversificadas focadas no estudo dos padrões algébricos. Os alunos demonstraram grande dificuldade em generalizar uma situação problema, o que foi comprovado nas oito atividades individuais.

Como exemplo, destaco o aluno 6, que iniciou as atividades 1 e 2 resolvendo todas as questões. Já nas atividades 2, 4 e 5, ele resolveu de forma incorreta todas as questões e não acertou a generalização. Por fim, na atividade 8 deixou a atividade incompleta ou em branco. No geral, observei que esse aluno apresentou interesse maior nas atividades de completar com os elementos. Contudo não se via o mesmo nas questões de generalização, nas quais teve dificuldade.

Já o aluno 8 não acertou a maioria das questões nas duas primeiras atividades. Da atividade 3 até a atividade 6, o referido aluno conseguiu obter ótimos resultados, mas nas duas últimas atividades não conseguiu acertar sequer as mais simples. Segundo ele, essas atividades são consideradas importantes para que se desperte o gosto pela disciplina. Ele tentou generalizar as atividades, através de vários acertos e rascunhos deixados por ele nas próprias atividades, mas não conseguiu; esse aluno gosta pouco de matemática e disse ter facilidade razoável para realizar cálculos.

Quanto ao aluno 9, teve bom desempenho nas atividades iniciais e nas de completar com o desenho os elementos da sequência. Nas tabelas, o aluno não preencheu devidamente os valores, já nas atividades 6, 7 e 8 mostrou-se interessado em resolvê-las, pois o mesmo deixava sempre registrado seus rascunhos nessas questões. Nas questões com generalização conseguiu escrever uma regra, mas não na forma de notação característica da álgebra. Ele cita ser a disciplina de que mais gosta, apesar de ter facilidade razoável em realizar cálculos.

O aluno 20 começou muito bem a atividade 1, pois acertou todas as questões. Nas atividades 2, 3, 4 e 5 acertou quase todas as questões de identificar elementos na sequência e de generalização também. Nas atividades 6 e 7 teve dificuldades em completar as tabelas e não generalizou essas atividades. Na atividade 8, contendo dois desafios, no primeiro conseguiu acertar todos os itens, inclusive os de generalizar. No desafio 2, não conseguiu ter um bom rendimento, errou muitas questões e não generalizou o problema. Disse ser a disciplina de que mais gosta, uma vez que tem muita facilidade para realizar cálculos.

Em relação ao aluno 21, ele teve dificuldade em resolver as questões iniciais, principalmente as de generalizar. Na atividade 5, conseguiu resolver todas as questões inclusive a de generalização. Nas atividades com os desafios, conseguiu resolver parcialmente e, em alguns casos, equivocou-se. No geral, atingiu um bom desempenho e, a cada atividade realizada, o aluno apresentava avanços na resolução das atividades. Esse aluno disse que a matemática é a disciplina que ele menos gosta.

Já o aluno 28, mesmo sendo a matemática a disciplina que mais gosta, declarou ter algumas dificuldades para realizar cálculos. Ele acertou as questões consideradas mais fáceis (de desenhar e de identificar um elemento na sequência), e não resolveu as de generalização, com exceção da questão 5E. Também deixou as tabelas incompletas. Nas atividades seguintes (como foi o caso das atividades 7E e 8E), o aluno evoluiu significativamente, pois, nos desafios, registrou as regras que generalizavam tais questões acertadamente.

O aluno 29 sempre buscava alternativas de resolver as questões, contudo expressava dificuldades nas atividades iniciais e também nas atividades posteriores. Poucas vezes ele generalizava o problema, uma vez que se confundia em descrever as regras para cada tabela de valores referentes aos desafios das atividades 7 e 8, assim como identificar elementos numa sequência dada.

O aluno 33 apresentou bom rendimento, tanto nas atividades iniciais quanto nas finais. Em alguns dos cálculos, manifestou certa confusão no preenchimento das tabelas e na generalização dos problemas. Contudo, no decorrer das atividades demonstrou entusiasmo e dedicação em realizá-las, pois, segundo ele, é a disciplina que mais gosta.

Encerradas as análises dos dados referentes às oito aulas práticas, apresento a seguir a análise do questionário de percepção.

3.4 Análise da percepção das atividades

A aplicação do questionário de percepção, contendo 5 questões, já citado no corpo deste trabalho, teve como objetivo saber a opinião dos alunos acerca da intervenção pedagógica (8 encontros) realizada por meio de atividades com padrões geométricos e numéricos. Assim como as aulas práticas, as opiniões expressas nesse questionário foram importantes para esta pesquisa porque podem ajudar a repensar o processo de ensino e aprendizagem de álgebra. A seguir descrevo cada uma das questões, enfocando alguns comentários dos alunos.

Analisando a questão 1, *"Em sua opinião, essa metodologia de ensino da álgebra a partir de atividades com padrões geométricos e numéricos ajudam o aluno a aprender o conteúdo? Justifique sua resposta"*, constatei resposta afirmativa dos oitos alunos. As justificativas foram diversas como, por exemplo:

- Aluno 9 – "Por que ajuda muito aquelas pessoas com dificuldades".

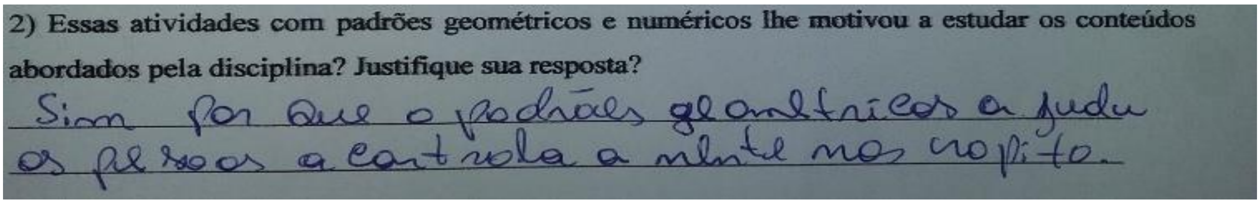
- Aluno 21 – "O aluno pode aprender mais e se interessar com a Matemática".

Percebi que os próprios alunos têm consciência da necessidade de atividades com padrões geométricos e numéricos para o ensino de Álgebra, provavelmente por que as aulas de matemática que frequentam não suprem essa necessidade, gerando, com isso, defasagem na aprendizagem. É nesse âmbito que a presente pesquisa pretende oferecer contribuições, caminhos, alternativas para a melhoria do ensino aprendizagem de matemática, no que concerne aos estudos da Álgebra. Considero que os resultados decorrentes deste estudo são relevantes, uma vez que a Educação Matemática pode representar um instrumento de inclusão.

Nesse contexto, o papel do professor é o de estimular, instigar e pesquisar outras formas de motivar o gosto pela matemática, como também, planejar e organizar esse espaço de modo a facilitar a aprendizagem do aluno, considerando a matemática um conhecimento importante na vida.

Em relação à questão 2, *"Essas atividades com padrões geométricos e numéricos lhe motivou a estudar os conteúdos abordados pela disciplina? Justifique sua resposta"*, observei que os oito alunos responderam sim; com base nas justificativas apresentadas, percebi o envolvimento deles nas atividades e a importância que estas tiveram para o cálculo mental com regras, ajudando a desenvolver o raciocínio matemático. A resposta dada pelo aluno 9, conforme Figura 65, confirma essas constatações.

Figura 65 – Resposta do aluno 9 à questão 2


2) Essas atividades com padrões geométricos e numéricos lhe motivou a estudar os conteúdos abordados pela disciplina? Justifique sua resposta?

Sim por que o padrões geometricos a judu os pessoas a controla a mente nos cropito.

Fonte: Autor da pesquisa, 2016.

Para Bourdenet (2007), trabalhar cálculo mental regularmente permite ao aluno ser mais flexível na mudança de registro dos números. O autor defende que o cálculo mental não se deve restringir ao operar “de cabeça”, mas que a utilização de papel e lápis para cálculos intermédios pode ser útil.

Acerca da questão 3, *“No seu ponto de vista, quais as principais dificuldades que você encontrou para realizar essas questões? Justifique sua resposta”*, o aluno 33 relatou que sua maior dificuldade foi no tópico potências. Já o aluno 28 respondeu que sua dificuldade foi saber a ordem em que os números eram postos. E o aluno 29 comentou que teve muitas dificuldades por não saber Matemática. Observei que as dificuldades resultam de problemas na transição conceitual da aritmética para a álgebra ou de falsas generalizações sobre operadores ou números. Em relação à transição da aritmética para a álgebra, os erros se resumem em três aspectos principais: a natureza e o significado dos símbolos e das letras; o objetivo da atividade e a natureza das respostas em álgebra; a compreensão da aritmética por parte dos estudantes.

Na questão 4, *“Você está satisfeito com o nível de aprendizado que desenvolveu acerca dos conteúdos trabalhados nas atividade com padrões geométricos e numéricos? Justifique sua resposta”*, constatei que seis alunos responderam sim, um aluno respondeu “às vezes sim às vezes não”, explicando que existiam níveis fáceis e difíceis. Como justificativa, o aluno 9 disse: “Essa é a atividade que deu pra mim aprender um pouco”, já o aluno 33 escreveu: “Estou satisfeito com todos os resultados que tive”. E a que me chamou mais atenção foi a justificativa do aluno 29: “Não, porque eu queria que o professor ficasse mais, ensinando a gente”. Diante disso, posso inferir que os alunos gostaram e entenderam serem importantes as atividades com padrões geométricos e numéricos.

Por último, na questão 5: *Quais sugestões você aponta para que essa estratégia de ensino possa ser melhorada?*, o aluno 20 sugeriu que alunos e professores precisam melhorar; já o aluno 28 escreveu que não precisa melhorar nada; e o aluno 33 deu como sugestão abordar os conteúdos de forma prática, rápida e dinâmica. Diante dessas sugestões, percebo que, apesar das dificuldades, esses alunos têm consciência de que a Matemática é importante na sua vida escolar e no seu futuro.

Dessa forma, encerro o trabalho de análise do corpus. No próximo capítulo, apresento sinteticamente as conclusões que estabeleci a partir do trabalho de análise aqui exposto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, com embasamento nos princípios da álgebra, investigou como os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual no Município de Santana-AP, desenvolvem conceitos algébricos. Para tanto, utilizei atividades envolvendo problemas de generalização com padrões geométricos e numéricos. Durante o processo, procurei relacionar o assunto matemático com as atividades individuais junto aos alunos, mostrando-lhes a importância e a aplicabilidade da álgebra, facilitando, assim, a compreensão dos conceitos envolvidos.

O pensamento algébrico e o aritmético são partes integrantes da matemática e se completam. A primeira esfera de conhecimento se relaciona com as generalizações ou regras e com as regularidades e os padrões, enquanto que a outra diz respeito aos números e as suas operações matemáticas denominadas de operações fundamentais.

Atividades de regularidades e figurativas, como, por exemplo, as de padrões geométricos e numéricos, podem ampliar a predisposição dos alunos em querer aprender, conforme constatei nesta pesquisa. Percebi por meio do questionário de percepção que os alunos envolvidos puderam refletir sobre a importância da representação algébrica em suas atividades do dia a dia. Dessa forma, as atividades com padrões geométricos e numéricos podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico, caso sejam estudadas e trabalhadas desde os anos iniciais, de acordo como foi mencionado nesta pesquisa anteriormente.

Nessa direção, procurei promover aos alunos, por meio de atividades com padrões geométricos e numéricos, de uma maneira didática e pedagógica, a oportunidade de conhecerem e desenvolverem conceitos algébricos.

Durante a pesquisa, observei o envolvimento e a dedicação dos oito alunos na realização das atividades. De certa forma, isso contribuiu muito com minha formação como professor de Matemática, pois me senti renovado e realizado, uma vez que esses alunos nunca tiveram oportunidade de participar de atividades dessa natureza. Também observei, no decorrer das entrevistas, que a maioria deles conseguiu visualizar as operações incorretas ou equivocadas que desenvolveram, o que lhes possibilitou vislumbrar um novo olhar, um novo modo de pensar sobre a álgebra. Nessa experiência, aprendi que devemos renovar nossa prática de ensino constantemente e nos aproximar dos alunos fazendo com que se sintam valorizados e importantes. A experiência vivida por mim nesta intervenção também foi grandiosa quanto ao processo de avaliação, na medida em que procurei entender quais os mecanismos e técnicas usadas por cada aluno na resolução das questões com padrões geométricos e numéricos. Esse aprendizado será compartilhado com meus colegas de áreas específicas e afins, com o objetivo de melhor conduzir o processo de ensino e aprendizagem.

Nesse contexto, um dos objetivos da Educação Matemática é mostrar aos alunos como conhecimentos e métodos são construídos e desenvolvidos. Desse modo, a relevância da intervenção pedagógica realizada nesta pesquisa está no fato que os alunos puderam estabelecer relações entre padrões, generalizações e elementos nas questões aplicadas no momento das atividades, imprimindo um novo olhar para os estudos de álgebra.

Tais relações proporcionaram aos alunos maior autonomia na busca de meios de resolução para as questões algébricas. Desse modo, entendo que os professores de matemática devem dedicar-se ao planejamento de estratégias de ensino diferenciadas, desde os anos iniciais para que, gradativamente, os alunos possam interpretar e compreender com mais propriedade os conceitos algébricos.

Nos relatos dos próprios alunos, observou-se que os professores utilizam apenas atividades repetitivas de completar e de cálculos aritméticos diretos, sem estímulo ao raciocínio do pensamento algébrico. Isso gera uma desmotivação pelo conteúdo e, assim, frustração pela disciplina. Esse fato foi comprovado nas entrevistas individuais, em que seis, dos oito alunos, demonstraram timidez para responder aos questionamentos feitos.

Nas atividades realizadas em sala de aula, observei algumas dificuldades em relação aos conceitos algébricos:

- Lacunas em relação à aritmética: foi possível perceber, através da resolução das questões, que havia conceitos ainda não estruturados;

- Erros no uso das elaborações das regras e, consequentemente, na resolução dos cálculos: essa dificuldade foi observada nas questões onde havia a ausência de desenho representativo;

- Problemas de leitura e interpretação da atividade: ocasionando erros de desenhos e de operações matemáticas;

- Dificuldades em resolver situações-problema com padrões geométricos e identificar uma generalização para determinada sequência: mesmo que o professor pesquisador já houvesse explicado que tipo de situação seria interessante, os alunos acabaram resolvendo apenas exercícios mais fáceis, ou seja, problemas-padrão. Quanto a estes, posso inferir que era hábito da turma resolvê-los nas aulas regulares de matemática, mas não problemas relacionados a uma expressão algébrica.

- Problemas na escrita por meio do uso de termos matemáticos: no momento de escrever, os alunos demonstraram dificuldades em explicar o significado de cada uma das regras. Além disso, afirmaram não ter o hábito de escrever nas aulas de matemática.

Diante desse quadro, esta pesquisa possibilitou-me investigar a problemática envolvendo o processo de ensino e aprendizagem de conceitos algébricos, bem como a aquisição do conhecimento algébrico pelos alunos. A aplicação de atividades envolvendo padrões geométricos e numéricos sobre álgebra contribuiu com a aprendizagem dos alunos, o que pôde ser constatado nos resultados encontrados e demonstrados neste trabalho. É incontestável, portanto, que as atividades com padrões geométricos e numéricos podem ser utilizadas como metodologia de ensino no Ensino Fundamental. Dessa forma, os alunos poderão trabalhar com conceitos algébricos de modo mais dinâmico, resolvendo atividades com regras ou generalização de uma expressão algébrica, sem dificuldade.

REFERÊNCIAS

AMAPÁDIGITAL. **O Mapa do Amapá**. Amapá, 20 de maio de 2015. Disponível em: <http://www.amapadigital.net/santana.php>. Acesso em: 20 mai. 2015.

_______________. **Conheça o Amapá – Município de Santana** [recurso eletrônico]. Disponível em: <http://www.amapadigital.net/santana.php>. Acesso em: 14 mai. 2016.

ANTOLOGIA. **Aulas que são dez** - Relatos de projetos dos professores da Fundação Bradesco. São Paulo, 2010.

ÁVILA, I. V. **A dificuldade em aprender Matemática**. Revista do Curso de Especialização em Educação Brasileira, Rio Grande, RS, v. 3, p. 61- 65, 2000.

BARBOSA, E.; BORRALHO, A. **Pensamento algébrico e exploração de padrões.** Centro de Investigação em Educação e Psicologia e Departamento de Pedagogia e Educação da Universidade de Évora - Portugal. 2009, Adapt. De Vale e Pimentel, 2005. Disponível em: < http://www.apm.pt/files/_Cd_Borralho_Barbosa_4a5752d698ac2.pdf >. Acesso em: 14 abr. 2016.

BERTON, I. C. B.; ITACARAMBI, R. R. **Números brincadeiras e jogos**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

BEUREN, I. M. (Org.). **Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade**: teoria e prática. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2006.

BONADIMAN, A. **Álgebra no Ensino Fundamental**: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul-UFRGS - Porto Alegre. 2007. Disponível em:< http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/11228/000609939.pdf>. Acesso em: 07 abr. 2016.

BOOTH, L. R. **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra**. As ideias da álgebra. Organizadores A. F. Coxford e A. P. Shulte; traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: ed. Atual, 1995.

BORMES, M. R. R.; ROCHA, F. J. B. da; BASSO, N. R. de S. **Avaliação e Iteratividade na Educação Básica em Ciências e Matemática**. Porto Alegre: ed. PURCRS, 2008. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/res1_2.pdf>. Acesso em: 06 mai. 2016.

BOURDENET, G. **Cálculo Mental:** Atividades Científicas e Matemática. n. 61, p. 5–32. Strasbourg: IREM, 2007.

BOYER, C. B**. História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Parecer nº 017/2001**. Brasília. MEC/CNE - 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação e Tecnologia do Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília: SEMT/MED, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Programa Nacional do Livro Didático – PNLD.** Coleção: Ideias e Relações – Matemática 6ª série – TOSATO. M. C. (orgs.). 1. ed. Nova Didática – Positivo, Curitiba, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e Secretaria de Educação Básica – Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – GESTAR II. Matemática: **Atividades de Apoio à Aprendizagem 6** – AAA6. Matemática nas migrações e em fenômenos cotidianos (Versão do Professor). Brasília, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Guia de livros didáticos PNLD. 2011**: Matemática - Anos Finais do Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação e Tecnologia do Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, 2012.

BRASIL. **Instituto de Desenvolvimento da Educação Básica** - IDEB – 2013. Disponível em: <http://idebescola.inep.gov.br/ideb/escola/dadosEscola/16004400>. Acesso em: 25 mai. 2016.

BRASIL. **Índice de Desenvolvimento da Educação Básica** – IDEB – 2013. Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=2423325>. Acesso em: 11 mai. 2016.

BRASIL. **Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional- LDB**, Lei Nº 9394/96. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em: 16 mai. 2016.

CARVALHO, D. **Metodologia do ensino de matemática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2014.

CASTRO, M. R. **Educação algébrica e resoluções de problemas**. Disponível em: <http://eda/index.htm>. Acesso em 23 mai. 2015.

CAVALIERE, A. M. V. **Tempo de escola e qualidade na educação pública**. Educ. Soc., Campinas, vol. 28, n. 100 – Especial, p. 1015-1035, out. 2007.

CHICONELLO, L. A. **Números Figurados e as sequências recursivas**: Uma atividade didática envolvendo números triangulares e quadrados. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – PROFMAT. Universidade Federal de São Carlos – UFSCAR, 2013. Disponível em:< http://www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes>. Acesso em: 02 abr. 2016.

CONSELHO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA – NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar Lisboa**: Tradução de Manuel Fernández Reyes. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2000.

______. NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar Lisboa**: Tradução de Manuel Fernández Reyes. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2007.

______. NCTM**. Princípios e Normas para a Matemática Escolar Lisboa**: APM – Associação de Professores de Matemática, 2008.

______. NCTM**. Princípios e Normas para a Matemática Escolar Lisboa**: APM – Associação de Professores de Matemática, 2012.

______. NCTM**. Princípios e Normas para a Matemática Escolar Lisboa**: APM – Associação de Professores de Matemática, 2014.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática**: Ensino Fundamental. São Paulo: Ática, 2005.

DEMO, P. **Pesquisa**: princípio científico e educativo. 7. ed. São Paulo: Cortez. 2000.

ELLENBERG. J. **O poder do pensamento matemático**. Tradução de George Schlesinger. Jorge Zahar Editor Ltda, 2014.

EVES, H. **Introdução à historia da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1995.

______. H. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2005.

FIORENTINI, D.; MIORIN, M. Â.; MIGUEL, A. **Contribuição para um Repensar a Educação Algébrica Elementar**. Pro - Posições. Campinas: UNICAMP, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

GIBBS, G. **Análise de dados qualitativos**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GIL, K H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. Porto Alegre, 2008. Disponível em: <http://tede.pucrs.br/tde-arquivos/24/TDE2008-0527T053243Z-1306/Publico/401324.pdf >. Acesso em: 23 mai. 2015.

GÓES, R. S. de. **O direito à educação**: um estudo sobre as políticas de educação especial no Brasil (1974/2008). 65 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Pontifícia Universidade

Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

GOMES, M. L. M. **Álgebra e funções na educação básica**, Belo Horizonte, v. 1, p. 28, CAED - UFMG, 2013.

IBRAHIM, S. A.; SILVA, M. G. da; RESENDE, M**. R. Análise das questões da Prova Brasil segundo as concepções algébricas de Usiskin**. VII Encontro de Pesquisa em Educação. Revista Encontro de Pesquisa em Educação. Uberaba, v. 1, n. 1, p. 146-159, 2013.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE. **Senso Demográfico e Estatístico**. 2010. Disponível em <www.igbe@.ap.ap.gov.br. 2010>. Acesso em: 27 abr. 2015.

KERN, N. B.; GRAVINA, M. A. **Introdução ao Pensamento algébrico por meio de relações Funcionais.** Série Educação à Distância – A matemática na Escola: Novos conteúdos, novas abordagens. Elisabete Zardo Búrigo (Org.). p. 53-74. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2012.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século vinte e um.** Campinas: Papirus, 2006.

LEOPARDI, M. T., **Metodologia da Pesquisa na Saúde**. 2 ed. Florianópolis: UFSC, 2002.

MALHOTRA, N. K. **Pesquisa de marketing**: uma orientação aplicada. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

MARCUSCHI, L. A., **Compreensão textual como trabalho criativo**. In: UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA. Programa Caderno de formação: formação de professores didática geral. São Paulo: Cultura Acadêmica, p. 89-103, v. 11. 2011.

MASON, J. **El futuro de La Aritmética y Del Álgebra**: utilizar El sentido de generalidad. UNO – Revista de Didática de las matemáticas, n. 9. p. 15-22. Barcelona, 1996.

OLIVEIRA, M. K. **Aprendizagem e desenvolvimento**: um processo sócio-histórico. Ed. Scipione, 2. ed. 2002.

POSSAMAI, P. J.; BAIER, T. **Primeiros Passos na álgebra**: Conceitos elementares e atividades pedagógicas. Revista Dynamics. FURB, Blumenau, v.19, n.2, p. 72–86, edição especial. 2013.

PULASKI, M. A. S., **Compreendendo Piaget**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1986.

RABONI, E. A. R. S. **Saberes profissionais do professor de matemática**: Focalizando o professor e a álgebra no Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Presidente Prudente. 2004. Disponível em: <www.2.fct.unesp.br/pos/educacao/teses/edmea.pdf>. Acesso em: 25 mai. 2016.

REALE, G.; ANTISERI, D. **História da filosofia:** filosofia pagã antiga. V. 1. São Paulo: Paulus, 2003.

RIBEIRO, D. B. D. **O uso da história das equações nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática na Educação Básica**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015. Disponível em: <http://www.matematicaepraticadocente.net.br/pdf/teses_dissertacoes/dissertacao_DENISE_BENINO_DOURADO_RIBEIRO.pdf>. Acesso em: 13 Mai. 2016.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa Social - Métodos e Técnicas**. 3. ed. São Paulo, Atlas, 2008. 334 p.

SAMPIERE, R. H. COLLADO, C. F., & LUCIO, P. B. **Metodologia de Pesquisa**. 3. ed. São Paulo, SP: McGraw-Hill, 2006.

SANTOS, D. M. F. **Ensino de Equação do 1º grau**: Concepções de professores de matemática e formação docente. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Presidente Prudente. 2009. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/92279/santos_dmf_me_prud.pdf>. Acesso em: 10 mai. 2016.

SEE-PE. Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco – **Projeto Aprender mais - Matemática**. Ensino Fundamental – Anos Finais. Edição 2011. Disponível em: < http://www.educacao.pe.gov.br/diretorio/aprender_mais/livro_aprender_mais_matematica_anos_finais.pdf>. Acesso em: 12 mai. 2016.

SILVA, R. N. **Álgebra e Aritmética no Ensino Fundamental**: Um Estudo de como ensiná-los de forma integrada e com Bases em significados. Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Católica de Brasília. 2007. Disponível em: < https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/RondineleNunesdaSilva.pdf >. Acesso em: 12 mai. 2016.

SILVA, T. T. da. **Documentos de identidade**: uma introdução às teorias do currículo. 3. ed. 1. reimp – Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SOUZA, J. T. G. de. ; KATO, L. A. **Um estudo do Campo Conceitual das Cônicas**. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática – Sociedade Brasileira de Educação matemática (SBEM). Curitiba - PR. 2013. Disponível em: < http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3356_1744_ID.pdf>. Acesso em 13 mai. 2016.

SOUZA, E. R. e DINIZ, M. I. de S. V**. Álgebra**: das Variáveis às Equações e Funções. São Paulo: IME-USP, 1996.

TELES, R. A. M. **A relação entre Aritmética e Álgebra na matemática escolar:** um estudo sobre a influência da compreensão das propriedades da igualdade e do conceito de operações inversas com números racionais na resolução de equações polinomiais do 1º grau. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação, 2002). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 2002.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis**. In: COXFORD, A. F. e SHULTE, A. P. (orgs.). As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, p. 9 - 22, 1995.

______. Z. **Pensamento algébrico, notas k-12**. In: Barbara Moises (Ed.), Algebraic thinking, grades K-12. Reston: NCTM, 1999.

VALE, I.; PIMENTEL, T. **Padrões**: Um tema transversal no currículo. Revista Educação e Matemática, Portugal, v. 85, p. 14 - 20, nov/dez, 2005.

VALE. I. **Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática.** REVEMAT, e ISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, n. 2, p. 64-8, 2013. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p64>. Acesso em: 14 abr. 2016.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental** [recurso eletrônico]: Formação de professores em sala de aula/John A. Van de Walle: Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre. Artmed, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO - TCLE

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU

Termo de Consentimento Livre Esclarecido

Com a finalidade de obter o objetivo apresentado para este projeto: “Construção de conceitos algébricos com alunos do 7º ano”, que será desenvolvido numa Escola pública[3], venho por meio deste documento, convidar-lhe a compartilhar desta pesquisa que faz parte da dissertação de mestrado desenvolvida no Programa de Pós Graduação *Stricto Sensu*, Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, tendo como Orientador o Professor Wolmir Bockel a Co-orientadora a Professora Márcia Jussara Hepp Rehfeldt, ambos na área de Ciências Exatas.

Desta forma, na hipótese de concordância em participar desta pesquisa, ficará inteirado de que a partir da presente data:

- Os direitos das entrevistas respondidas (Atividades com padrões geométricos e numéricos e questionários), fotografias ou filmagens realizadas pelo professor pesquisador serão empregadas completas ou limitadamente, sem impedimentos;

- Estará assegurado o anonimato nos resultados dos dados obtidos, sendo que todos os documentos e registros ficarão de posse do pesquisador por cinco anos e após esse período serão extintos. Será garantido também:

-Receber a resposta e/ou esclarecimento de qualquer pergunta e dúvida a respeito da pesquisa;

-Poderá retirar seu consentimento a qualquer momento, deixando de integrar do estudo, sem que isso traga qualquer tipo de agravo.

Assim, mediante termo de Consentimento Livre e Esclarecido, declaro que autorizo meu filho na participação desta pesquisa, por estar esclarecido e não me oferecer nenhum risco de qualquer natureza. Declaro ainda, que as informações fornecidas nesta pesquisa podem ser usadas e divulgadas neste curso Pós-graduação *stricto sensu*, Mestrado em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, bem como nos meios científicos, publicações eletrônicas e apresentações profissionais.

____

(Responsável pelo aluno menor de idade)

____

Pesquisador: Ayrton Góes de Magalhães – ayrton_goes@hotmail.com

Santana (AP) ___________de______2015.

[3] Pelo fato de não ter autorização, o nome da escola não foi mencionado.

APÊNDICE A – Plano de Aula de Matemática para o 7º ano do Ensino Fundamental

Plano de Aula		
Escola:		Professor: Ayrton Góes de Magalhães
Curso: Ensino Fundamental	Turma: 7º ANO	Ano/Semestre: 2015/2
Disciplina: Matemática		
Tema: Álgebra (Operações com Polinômios e Expressões Algébricas)		Carga Horária: 10 h/a

Crono grama	Objetivos	C.H.	Conteúdos	Estratégias	Recursos/espaço físico
1º Encontro	Selecionar alunos para o grupo de intervenção com as atividades proposta.	1 h/a	Questionário investigativo.	Aplicação de um Questionário conforme Apêndice C, o mesmo sendo impresso e individual para os 34 alunos da turma, contendo questões fechadas. O mesmo será realizado em um período de 50 minutos. Na oportunidade, a partir desse questionário o professor ira selecionar um grupo de 08 alunos, a qual a intervenção será realizada. Para o processo de seleção desses alunos, serão adotados alguns critérios: -02 alunos com muitas dificuldades em matemática; -02 alunos que gostam muito de Matemática; -02 alunos que gostam mais ou menos de Matemática; -02 alunos que tem dificuldades em Matemática. Dessa forma, a amostra composta por tal grupo em que será realizada a intervenção fica completa. O questionário realizado com a população envolvida também foi instrumento importante para esta formação. A aula terá registro fotográfico e filmagens.	Material impresso (questionário)
2º Encontro	Observar o processo de construção de conceitos algébricos a partir as atividades.	1 h/a	Padrões geométricos	Aplicação da 1ª atividade com padrões geométricos, conforme Apêndice F, envolvendo conceitos algébricos. A atividade individual composta por 04 questões de padrões geométricos e algébricos, e será realizada no período de uma aula de 50 minutos, envolvendo os 8 alunos escolhidos. Após o término do período a atividade será entregue ao professor em sala. Quando todos concluírem a 1ª atividade, o professor inicia entrevista individual com cada aluno, ou seja, primeiro entra um aluno para a entrevista e, seguida o outro, depois outro aluno, e assim por diante, até que se chegue no 8º aluno. Esse momento será para problematizar suas respostas, assim como, justificar procedimentos e raciocino adotado na resolução das questões. Todo o material registrado	-Material impresso (1ª atividade individual) -Caderno de anotações.

				será utilizado no trabalho de dissertação. A aula terá registro fotográfico e filmagens.	
3º Encontro	Observar o processo de construção de conceitos algébricos a partir as atividades.	1 h/a	Padrões geométricos	A aula será iniciada com as resoluções da atividade da aula anterior (1ª atividade), no quadro pelos alunos em seguida, será entregue individualmente aos 08 alunos, a 2ª atividade sobre padrões geométricos algébricos, conforme Apêndice G. Após a conclusão feita por todos os alunos, o professor inicia a problematizar as respostas individualmente com um aluno por vez, registrando e acompanhando os passos realizados pelo aluno na realização da 2ª atividade. A aula terá registro fotográfico e filmagens.	-Material impresso (1ª/2ª atividades individuais) -Caderno de anotações.
4º Encontro	Explorar atividades com padrões geométricos com os alunos para entender a passagem da linguagem corrente para a algébrica	1 h/a	Padrões geométricos	A aula será iniciada com as resoluções da atividade da aula anterior (2ª atividade), no quadro pelos alunos, em seguida, será entregue individualmente aos 08 alunos, a 3ª atividade impressa conforme Apêndice H, sobre padrões geométricos algébricos. Após a conclusão feita por todos os alunos, o professor inicia a problematizar as respostas individualmente com um aluno por vez, registrando e acompanhando os passos realizados pelo aluno na resolução da 3ª atividade. A aula terá registro fotográfico e filmagens.	-Material impresso (2ª/3ª atividades individuais) -Caderno de anotações.
5º Encontro	Explorar atividades com padrões	1 h/a	Padrões geométricos	Correção individual com resolução no quadro feita pelo aluno, referente a atividade da aula anterior (3ª atividade), possibilitando momento de troca de ideias e novas estratégias de resolução, em seguida, será entregue individualmente aos 08 alunos, a 4ª atividade	-Material impresso (3ª/4ª

	geométricos com os alunos para entender a passagem da linguagem corrente para a algébrica			impressa conforme Apêndice I, sobre padrões geométricos algébricos. Após a conclusão feita por todos os alunos, o professor inicia a problematizar as respostas individualmente com um aluno por vez, registrando e acompanhando os passos realizados pelo aluno na resolução da 4ª atividade. A aula terá registro fotográfico e filmagens.	atividades individuais) -Caderno de anotações.
6º Encon tro	Explorar atividades com padrões geométricos com os alunos para entender a passagem da linguagem corrente para a algébrica	1 h/a	Padrões geométricos	Correção individual com resolução no quadro feita pelo aluno, referente a atividade da aula anterior (4ª atividade), possibilitando momento de troca de ideias e novas estratégias de resolução, em seguida, será entregue individualmente aos 08 alunos, a 5ª atividade impressa conforme Apêndice J, sobre padrões geométricos algébricos. Após a conclusão feita por todos os alunos, o professor inicia a problematizar as respostas individualmente com um aluno por vez, registrando e acompanhando os passos realizados pelo aluno na resolução da 5ª atividade. A aula terá registro fotográfico e filmagens.	-Material impresso (4ª/5ª atividades individuais) -Caderno de anotações.
7º Encon tro	Observar o processo de construção de conceitos algébricos a partir	1 h/a	Padrões geométricos	Correção individual com resolução no quadro feita pelo aluno, referente a atividade da aula anterior (5ª atividade), possibilitando momento de troca de ideias e novas estratégias de resolução, em seguida, será entregue individualmente aos 08 alunos, a 6ª atividade impressa conforme Apêndice K, sobre padrões geométricos algébricos. Após a conclusão feita por todos os alunos, o professor inicia a problematizar as respostas individualmente	-Material impresso (5ª/6ª atividades

	de atividades com padrões.			com um aluno por vez, registrando e acompanhando os passos realizados pelo aluno na resolução da 6ª atividade. A aula terá registro fotográfico e filmagens.	individuais) -Caderno de anotações.
8º Encon tro	Observar o processo de construção de conceitos algébricos a partir de atividades com padrões.	1 h/a	Padrões geométricos e algébricos.	Correção individual com resolução no quadro feita pelo aluno, referente a atividade da aula anterior (6ª atividade), possibilitando momento de troca de ideias e novas estratégias de resolução, em seguida, será entregue individualmente aos 08 alunos, a 7ª atividade impressa conforme Apêndice L, sobre padrões geométricos algébricos. Após a conclusão feita por todos os alunos, o professor inicia a problematizar as respostas individualmente com um aluno por vez, registrando e acompanhando os passos realizados pelo aluno na resolução da 7ª atividade. A aula terá registro fotográfico e filmagens.	-Material impresso (6ª/7ª atividades individuais) -Caderno de anotações.
9º Encon tro	Observar o processo de construção de conceitos algébricos a partir de atividades com padrões.	1 h/a	Padrões geométricos e algébricos.	Correção individual com resolução no quadro feita pelo aluno, referente a atividade da aula anterior (7ª atividade), possibilitando momento de troca de ideias e novas estratégias de resolução, em seguida, será entregue individualmente aos 08 alunos, a 8ª atividade impressa conforme Apêndice M, sobre padrões geométricos algébricos. Após a conclusão feita por todos os alunos, o professor inicia a problematizar as respostas individualmente com um aluno por vez, registrando e acompanhando os passos realizados pelo aluno na resolução da 8ª atividade. A aula terá registro fotográfico e filmagens.	-Material impresso (7ª/8ª atividades individuais) -Caderno de anotações.
10º Encon	Investigar o nível de percepção dos	1h/a	Questionário de Percepção	Aplicação do Questionário de percepção com os alunos. A pesquisa será realizada com 08 alunos de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental na Escola pública, no período	Participação no

tro	alunos a respeito da metodologia utilizada com padrões para o ensino de álgebra.			da tarde, no tempo de um horário de 50 minutos. O questionário terá 05 questões, que serão posteriormente coletadas pelo pesquisador. Será realizado o registro fotográfico e em vídeo desse encontro para futuras análises.	questionário.
OBSERVAÇÕES DO PROFESSOR					

APÊNDICE C — Questionário Investigativo

Aluno (a):______________________________nº:_________ Turma:________

Professor Pesquisador:____

Santana, AP, Data: ______/______/_______

Estimado aluno, precisamos saber sua opinião acerca da disponibilidade, seu interesse pela disciplina Matemática, se você tem ou não dificuldades e se é de seu interesse participar das atividades propostas para compreender Álgebra. Sua opinião auxiliará para repensarmos os processos de construção desse grupo de estudos em contra turno.

QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO

1) Você gosta de Matemática?

( ) É a disciplina que mais gosto.

( ) Gosto muito.

( ) Gosto pouco.

( ) É a disciplina que menos gosto.

2) Em relação à Matemática:

( )Tenho muita facilidade para realizar cálculos.

( )Tenho facilidade razoável para realizar cálculos.

( )Tenho algumas dificuldades para realizar cálculos.

( )Tenho muitas dificuldades realizar cálculos.

3) Tenho disponibilidade para participar de 8 encontros em contra turno.

( ) sim

( ) Não

4) Estou interessado em participar de atividades com padrões para compreender a Álgebra?

( ) Sim

( )Não

Justifique sua resposta

____

APÊNDICE D – FREQUÊNCIA NOMINAL DOS 34 ALUNOS

RELAÇÃO DOS ALUNOS DO 7º ANO DA ESCOLA PESQUISADA
1. Adriano de Jesus dos Santos
2. Ailton Franço
3. Alexandro Bianos dos Santos
4. Ana Paula Duart Sodré
5. Andreu lima de Souza
6. Carolaine Gomes da Silva
7. Clerton Castro de Freitas
8. Diego Santos dos Santos
9. Eduarda de O. Sanches
10. Eleny Cruz Ferreira
11. Emilly Cristina Marques Hage
12. FLAVIO Campos Abreu
13. GLEDISON Silva de Coelho neves
14. Glegsoni
15. Ingrid Brenda gama Nunes
16. Izaque do Carmo Felix
17. Jaely Costa. O

18.	Jhemerson Pinheiro dos Santos
19.	Thully Florranne Souza.
20.	Kássio da Silva Cardoso
21.	Lorena Carvalho
22.	Luana Santos
23.	[illegible]
24.	Lucas Carvalho [illegible]
25.	Marcela Santos de Oliveira
26.	Maria de Jesus Gonçalves de Abreu
27.	Mileny de Oliveira Rodrigues
28.	Nelma da Costa Gama
29.	Raielle Medeiros [illegible]
30.	[illegible]
31.	Renner de Sousa
32.	Tânia Heitor dos Santos
33.	Thiago Romualdo de Souza
34.	Walex Deilson Dias Barbosa

APÊNDICE E — QUESTIONÁRIO DE PERCEPÇÃO

Questionário de Percepção

Aluno (a):_____________________________nº:________ Turma:_______

Professor Pesquisador:____

Santana, AP, Data: ______/______/_______

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU

QUESTIONÁRIO DE PERCEPÇÃO

Estimado aluno, precisamos saber sua opinião acerca da prática pedagógica realizada com as atividades com padrões geométricos e numéricos. Assim como as aulas, sua participação e opinião referente à Matemática são importantes. Sua opinião auxiliará para repensarmos os processos de ensino e de aprendizagem desse conteúdo.

QUESTÕES

Nessa prática pedagógica, os conteúdos de Álgebra que foram trabalhados com atividades com padrões geométricos e numéricos foram: Regras e generalizações com uso de variáveis, noções com conceitos algébricos.

1) Em sua opinião, essa metodologia de ensino da Álgebra a partir de atividades com padrões geométricos e numéricos ajudam o aluno a aprender conteúdo?___________________

Porquê? ____

____

____

2) Essas atividades com padrões geométricos e numéricos lhe motivou a estudar os conteúdos abordados pela disciplina? Justifique sua resposta?

____

____

3) No seu ponto de vista, quais as principais dificuldades que você encontrou para realizar essas questões? Justifique sua resposta?

____

____

4) Você está satisfeito com nível de aprendizado que desenvolveu acerca dos conteúdos trabalhados nas atividades com padrões geométricos e numéricos? Justifique sua resposta.

____

____

5) Quais sugestões você aponta para que essa estratégia de ensino possa ser melhorada?

____

____

APÊNDICE F – ATIVIDADE 1 REFERENTE AO ENCONTRO 2

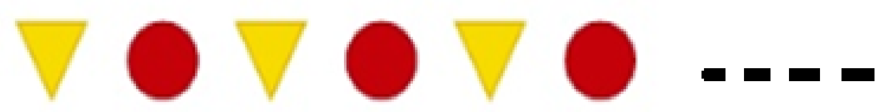
Aluno (a):_____________________________nº:________ Turma:_______

Professor Pesquisador:____

Santana, AP, Data: ______/______/_______

ATIVIDADE 1

Observe a sequência abaixo, descubra sua regra e continue desenhando nos locais assinalados pelos traçinhos. A seguir responda as perguntas.



A) Qual o 10° elemento da sequência?

B) Qual o 15° elemento da sequência?

C) E o 48° elemento?

D) Como você descreveria a regra da formação desta sequência?

Fonte: Adaptado do PNLD, 2005.

APÊNDICE G – ATIVIDADE 2 REFERENTE AO ENCONTRO 3

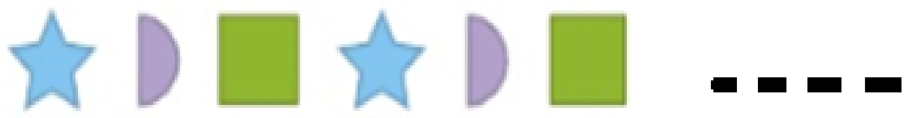
Aluno (a):_____________________________nº:________ Turma:_______

Professor Pesquisador:____

Santana, AP, Data: ______/______/_______

ATIVIDADE 2

Observe a sequência abaixo, descubra sua regra e continue desenhando nos locais assinalados pelos tracinhos. A seguir responda as perguntas.



A) Qual o 12° elemento da sequência?

B) Qual o elemento que ocupa a 18ª posição na sequência?

C) E o que ocupa a 23ª posição?

D) O que você observa em relação ao quadrado e às posições ocupadas por ele?

E) Como você descreveria a regra da formação desta sequência?

Fonte: Adaptado do PNLD, 2005.

APÊNDICE H – ATIVIDADE 3 REFERENTE AO ENCONTRO 4

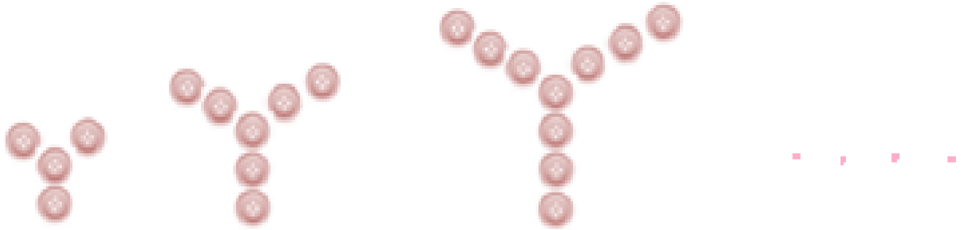
Aluno (a):_____________________________nº:________ Turma:_______

Professor Pesquisador:____

Santana, AP, Data: ______/______/_______

ATIVIDADE 3

Observe a sequência de figuras abaixo, descubra sua regra e continue desenhando nos locais assinalados pelos traçinhos. A seguir responda as perguntas:



A)Desenhe a 4ª figura da sequência.

B) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantas bolinhas ela tem?

C) Construa uma tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de bolinhas.

D) A 10[a] figura tem quantas bolinhas?

E) E a 21[a] figura, tem quantas bolinhas?

F) O que fazer para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura da sequência? Escreva uma regra.

Fonte: Adaptado do PNLD, 2005.

APÊNDICE I – ATIVIDADE 4 REFERENTE AO ENCONTRO 5

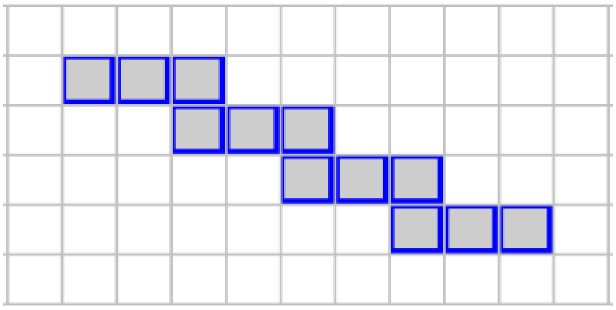
Aluno (a):_____________________________nº:________ Turma:_______

Professor Pesquisador:____

Santana, AP, Data: ______/______/_______

ATIVIDADE 4

Uma escada é construída da seguinte forma:



Na figura acima ela possui 4 degraus, com 12 quadrados no total.

A) Desenhe uma escada com 2 degraus. Quantos quadrados são necessários para construir essa escada?

B) Quantos quadrados são necessários para construir uma escada de 8 degraus?

C) Quantos quadrados são necessários para construir uma escada de 32 degraus?

D) Encontre a regra que relaciona o número de quadrados de uma escada com o número de degraus da mesma.

Fonte: Adaptado do PNLD, 2005.

APÊNDICE J – ATIVIDADE 5 REFERENTE AO ENCONTRO 6

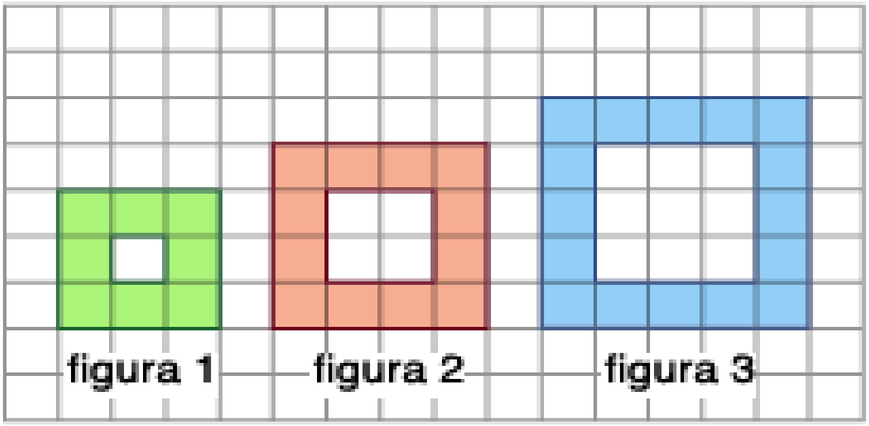
Aluno (a):____________________________nº:________ Turma:_______

Professor Pesquisador:____

Santana, AP, Data: ______/______/_______

ATIVIDADE 5

Observe como se forma a sequência de figuras abaixo, descubra sua regra e continue desenhando. A seguir responda as perguntas:



A)Quantos quadradinhos coloridos aparecem na figura 1? E na figura 2? E na 3?

B)Desenhe a próxima figura da sequência. Quantos quadradinhos pintados aparecem nessa figura?

C)Desenhe a 5ª figura da sequência. Quantos quadradinhos pintados aparecem nessa figura?

D)E na 25ª figura, quantos quadradinhos coloridos aparecem?

E)Como calcular a quantidade de quadradinhos coloridos de qualquer figura da sequência? Escreva uma regra.

Fonte: Adaptado do PNLD, 2005

APÊNDICE K – ATIVIDADE 6 REFERENTE AO ENCONTRO 7

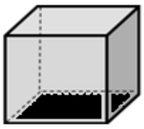
Aluno (a):____________________________nº:________ Turma:_______

Professor Pesquisador:____

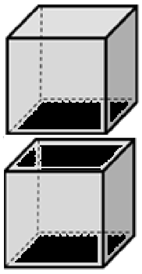
Santana, AP, Data: ______/______/_______

ATIVIDADE 6

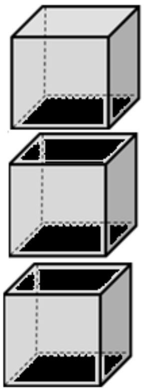
DESAFIO 1. Sob uma mesa, um aluno coloca um cubo e consegue ver 5 faces possíveis dele.



Ao empilhar dois desses cubos ele consegue visualizar 9 faces possíveis do cubo.



Em seguida, mais um cubo é colocado e assim por diante:



Complete a tabela abaixo com a quantidade de faces visíveis, conforme o número de cubos:

Número de cubos empilhados	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**10**	**20**	**25**
Número de faces visíveis	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**

Analise e descubra a regra dessa sequência em seguida escreva uma expressão algébrica que represente o número de faces visíveis de uma pilha com x cubos.

<u>DESAFIO 2</u> Nestas questões, descubra quais são as regras que expressam a relação entre o número dito e o número respondido em cada questão. Represente cada uma delas com uma expressão, usando linguagem matemática:

Número dito	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**10**
Número respondido	**31**	**41**	**51**	**61**	**71**	**101**

Resposta:____

Número dito	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**
Número respondido	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

Resposta:____

Número dito	**-10**	**-5**	**-1**	**5**	**6**	**7**
Número respondido	**102**	**27**	**3**	**27**	**38**	**51**

Resposta:____

Fonte: Adaptado do PNLD, 2005.

APÊNDICE L – ATIVIDADE 7 REFERENTE AO ENCONTRO 8

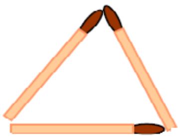
Aluno (a):______________________________nº:________ Turma:_______

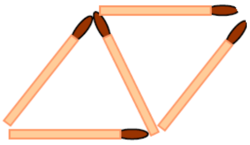
Professor Pesquisador:____

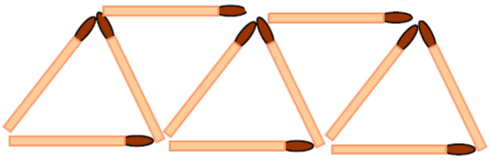
Santana, AP, Data: ______/______/_______

ATIVIDADE 7

Nestas figuras, cada lado do triângulo é formado por um palito de fósforo. Complete a tabela com o que falta e depois, responda:


Para formar 1 triângulo preciso de 3 palitos.


Para formar 2 triângulos preciso de 5 palitos


Aqui tem-se 5 triângulos.

Número de triângulos	**1**	**?**	**3**	**5**	**?**	**25**
Número de palitos	**?**	**5**	**?**	**?**	**21**	**?**

Agora responda:

A) Quantos triângulos podem ser formados com 100 palitos desses?

B)Quantos palitos são necessários para formar 40 triângulos desses?

C)Quantos triângulos são formados com 57 palitos desses?

D)Qual é a expressão algébrica que representa a quantidade de palitos necessários para formar y triângulos?

Fonte: Adaptado do PNLD, 2005.

APÊNDICE M – ATIVIDADE 8 REFERENTE AO ENCONTRO 9

Aluno (a):____________________________nº:________ Turma:_______

Professor Pesquisador:____

Santana, AP, Data: ______/______/_______

ATIVIDADE 8

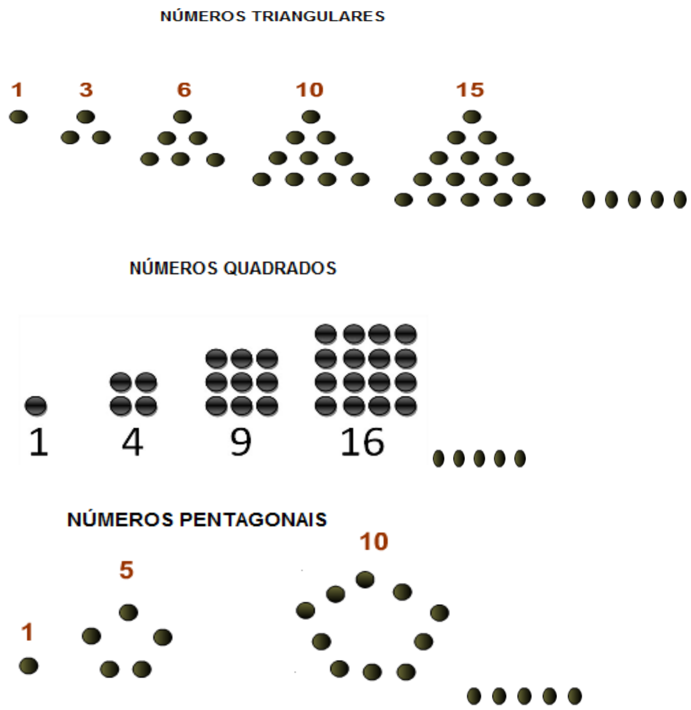
DESAFIO 1: Observe a sequência de pontos abaixo e responda:

A)Quais são as três próximas figuras da sequência? Faça os desenhos abaixo:

B)Quantos pontos há em cada uma das figuras que você desenhou?

C)Escreva uma regra que represente a quantidade de pontos de qualquer figura da sequência

DESAFIO 2: Os números são classificados de muitas maneiras. Alguns nomes vêm do fato de poderem ser dispostos segundo formas geométricas. Veja a seguir alguns exemplos:



A)Descubra qual o próximo número de cada sequência, desenhando ao lado.

B)Escreva os quatro primeiros números quadrados em forma de potência de expoente 2. Observe as potências e responda:

-Qual o sétimo número quadrado? E Qual o décimo?

C)Escreva uma regra para representar qualquer número quadrado.

D)Quantas bolinhas existem na sétima figura triangular? E na 5ª figura pentagonal?

E)Escreva uma regra que representa o número de bolinhas triangulares e outra regra para os números pentagonais.

Fonte: Adaptado do PNLD, 2005.