



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

**CONSTRUINDO CONCEITOS MATEMÁTICOS DE FUNÇÕES DO 1º E
2º GRAUS POR MEIO DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS**

Jacy Pires dos Santos

Lajeado, agosto de 2016

Jacy Pires dos Santos

CONSTRUINDO CONCEITOS MATEMÁTICOS DE FUNÇÕES DO 1º E 2º GRAUS POR MEIO DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Mestrado em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates, como parte de exigência para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas. Linha de pesquisa: Tecnologias, Metodologias e Recursos Didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Marli Teresinha Quartieri

Lajeado, agosto de 2016

Jacy Pires dos Santos

CONSTRUINDO CONCEITOS MATEMÁTICOS DE FUNÇÕES DO 1º E 2º GRAUS POR MEIO DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

A Banca Examinadora abaixo aprova a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Exatas do Centro Universitário Univates, como parte da exigência para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Profa. Dra. Marli Teresinha Quartieri – Orientadora
Centro Universitário Univates

Profa. Dra. Ieda Maria Giongo
Centro Universitário Univates

Prof. Dr. Italo Gabriel Neide
Centro Universitário Univates

Profa. Dra. Josaine Moura Pinheiro
Universidade do Vale do Rio dos Sinos –
UNISINOS

Lajeado, agosto de 2016

AGRADECIMENTOS

“Luz que me ilumina o caminho e me ajuda a seguir. Sol que brilha à noite, a qualquer hora me fazendo sorrir. Essa Luz é claro que é Jesus”.

Meu Senhor, sou grata por todas as providências e bênçãos concedidas a mim ao longo deste trabalho e pela força de recomeçar em momentos marcados por grandes dificuldades, pois, sem a Sua presença em minha vida, nada disso seria possível. Obrigada pelas graças recebidas!

A meus pais, Arcangelo Pires dos Santos e Maria José Pereira dos Santos (*in memorian*), com amor e saudade eterna. Sei que vocês, no Céu da Glória, estão celebrando comigo esta conquista. Pai, vejo-te na construção deste trabalho, pois tudo o que fazias era com muita dedicação!

À minha orientadora, professora Dra. Marli Teresinha Quartieri, pela atenção, preocupação, dedicação e confiança que sempre imprimiu às nossas discussões; por ter me viabilizado escolher os meus próprios caminhos e neles ter trilhado comigo, de mãos dadas; para mim, um exemplo de profissional competente, pessoa maravilhosa, fácil de guardar no coração. Obrigada por tudo!

À minha irmã Maria de Jesus, pelos momentos que dedicou para me ajudar nessa etapa de minha vida.

À amiga Regilza, pelo companheirismo nessa jornada, pela colaboração, ajudando-me a viabilizar as etapas da intervenção deste trabalho. Meus agradecimentos por ter me acolhido!

À amiga Ana Célia, pelas orações e por todos os momentos que se dispôs a me auxiliar durante as etapas do mestrado.

À amiga Rosarinho, que, gentilmente, auxiliou-me nas atividades pedagógicas. Muito obrigada pela bondade e, também, pelo carinho que me foi destinado nesse período.

Ao amigo Pedro, pelo convite para compor o quadro de professores tutores do Curso de Matemática à distância da UFMA. Parceiro de trabalho que me oportunizou vivenciar experiências pedagógicas as quais imprimi nesta pesquisa. Sou grata pelas palavras encorajadoras e as alegrias manifestadas em minhas conquistas. Não esquecerei de tuas palavras: “Boto fé em ti”.

Ao amigo professor Dr. Nilson Santos Costa, pelas oportunidades de trabalho no Curso de Matemática à distância da UFMA, pelo incentivo e encorajamento nos momentos do Curso.

Aos meus alunos do 1º ano do Ensino Médio, que, de maneira incansável, participaram ativamente da implementação deste trabalho superando os obstáculos nas tarefas que lhes foram propostas. Muito obrigada a todos!

À equipe gestora da escola, que acolheu esta pesquisa, concedendo-me apoio e suporte ao longo de toda a intervenção pedagógica.

Ao pessoal que se dedicou com esforço e carinho na construção dos artefatos e artes gráficas.

Aos professores membros da banca, Dra. Ieda Giongo, Dr. Italo Neide e Dra. Josaine Pinheiro, pelas contribuições e sugestões com vistas à melhoria do meu trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação de Ciências Exatas, pelos estudos efetivados, os quais contribuíram para a minha formação e realização desta pesquisa.

E a todos que, de maneira direta ou indireta, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

Enfim, venci mais uma etapa de estudos. A minha missão corajosa, repleta de desafios, agora tem a marca da perseverança, da indeclinabilidade e do dever cumprido.

*“Sem a curiosidade que me move, que me
inquieta, que me insere na busca, não
aprendo nem ensino”.*

(Paulo Freire)

RESUMO

Este estudo descreve a análise de uma intervenção pedagógica que visou à construção dos conceitos de função de 1º e de 2º graus por meio da experimentação. Nesse sentido, o que se buscou foram melhorias no entendimento desses conceitos, pois tem sido frequente os alunos registrarem dificuldades na compreensão dessas ideias, levando-os, muitas vezes, ao desinteresse por esses conteúdos de ensino. O propósito do trabalho foi investigar as implicações nos processos de ensino e aprendizagem decorrentes da realização de atividades experimentais, com o tema função do 1º e do 2º grau, com os alunos do Ensino Médio. O estudo foi realizado com uma turma de 1º ano do Ensino Médio, de uma escola estadual em São Luís – MA. A pesquisa foi de cunho qualitativo e caracterizou-se como um estudo de caso. A recolha de dados ocorreu pela observação dos participantes em sala de aula mediante registros escritos (questionário, relatórios, resolução de tarefas propostas e autoavaliação das práticas), complementados por depoimentos audiogravados e do diário de campo da professora pesquisadora. No decorrer desta intervenção pedagógica, os estudantes foram estimulados ao uso do computador, o que possibilitou diferentes registros de representação de modelos algébricos e geométricos a partir dos dados emergentes dos experimentos. Os principais resultados evidenciam que as ideias de função presente nos experimentos favoreceram o entendimento dos conceitos matemáticos em questão. Ressalta-se ainda que tais tarefas proporcionaram a participação efetiva da turma investigada no tocante às discussões, interpretações e compreensão dos conceitos matemáticos vinculados ao tema funções.

Palavras-chave: Atividades Experimentais. Funções de 1º e de 2º graus. Ensino Médio.

ABSTRACT

This study describes the analysis of an educational intervention aimed at the construction of function concepts of the 1st and 2nd degrees through experimentation. In this sense, what was sought was improvements in the understanding of these concepts, it is often the students register difficulties in understanding these ideas, leading them often to lack of interest in these teaching contents. The purpose of the study was to investigate the implications for teaching and learning processes arising from the realization of experimental activities, with the function theme of 1st and 2nd degree, with High School students. The study was conducted with a group of students of the 1st year of High School, a state school in São Luis – MA. The research was qualitative in nature and was characterized as a case study. Data collection, occurred, by observing the participants in the classroom through written records (survey, reports, motions tasks and self evaluation), complemented by taped and recorded interviews and field diary researcher professor. During this educational intervention, students were encouraged to computer use which allowed different registers of representation of algebraic and geometric patterns, from the emerging data from experiments. The main results showed that, the function of ideas present in the experiments, favored the understanding of mathematical concepts in question. It is noteworthy that, such tasks provided the effective participation of students, in regard to the discussions, interpretations and understanding of mathematical concepts related to the theme functions.

Keywords: Experimental Activities. Functions 1 and 2 degrees. High School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Equipamento projetado para o experimento de uma esfera de aço em queda livre.....	57
Figura 2 - Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 1 em papel milimetrado.....	69
Figura 3 - Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 1 na Planilha <i>Excel</i>	69
Figura 4 - Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 1 no <i>software</i> GeoGebra.....	71
Figura 5 - Equipamento projetado para o experimento de alongamento de uma mola	86
Figura 6 - Alongamento da mola ao ser submetida a primeira massa.....	90
Figura 7 - Alongamento da mola ao ser submetida a segunda massa.....	91
Figura 8 - Alongamento da mola ao ser submetida a terceira massa.....	92
Figura 9 - Gráfico construído pelo Grupo 4 a partir de dados do experimento	100
Figura 10 - Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 4 na Planilha <i>Excel</i>	101
Figura 11 - Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 4 no <i>Software</i> GeoGebra.....	102
Figura 12 - Esboço do gráfico pelo aluno A14.....	117
Figura 13 - Equipamento projetado para a prática de um carrinho numa estrada ilustrativa	124
Figura 14 - Gráfico gerado pelo Grupo 4.....	142

Figura 15 - Gráfico construído a partir dos dados do experimento do Grupo 2 na Planilha <i>Excel</i>	143
Figura 16 - Gráfico construído a partir dos dados do experimento do Grupo 2 no <i>Software GeoGebra</i>	144
Figura 17 - Equipamento projetado para a prática de um <i>skate</i> descendo uma rampa ilustrativa	156
Figura 18 - Gráfico gerado pelo Grupo 5.....	172
Figura 19 - Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 5.....	173
Figura 20 - Gráfico construído a partir dos dados do experimento do Grupo 5 no <i>Software GeoGebra</i>	174

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Principais características experimentais de demonstração, de verificação e de investigação	27
Quadro 2 – Detalhamento das atividades da intervenção pedagógica	49
Quadro 3 – Procedimentos da primeira atividade prática.....	57
Quadro 4 – Dados coletados pelo Grupo 1	62
Quadro 5 – Análise de dados coletados pelo Grupo 1	66
Quadro 6 – Apuração de dados do Grupo 1.....	67
Quadro 7 – Procedimentos da segunda atividade prática.....	86
Quadro 8 – Dados coletados pelo Grupo 4	94
Quadro 9 – Dados extraídos da atividade prática do Grupo 4	96
Quadro 10 – Dados apurados pelo Grupo 4	99
Quadro 11 – Enunciado da questão 1	113
Quadro 12 – Enunciado da questão 2.....	115
Quadro 13 – Enunciado da questão 3.....	118
Quadro 14 – Resolução do item b.....	119
Quadro 15 – Resolução do item d.....	120
Quadro 16 – Enunciado da questão 4.....	121
Quadro 17 – Procedimentos da terceira atividade prática.....	124
Quadro 18 – Dados coletados pelo Grupo 3	128
Quadro 19 – Apuração de dados realizado pelo Grupo 3	132
Quadro 20 – Cálculo da aceleração realizado pelo Grupo 3	133
Quadro 21 – Cálculos realizados pelo Grupo 3.....	134

Quadro 22 – Cálculo da proporcionalidade realizado pelo Grupo 3	135
Quadro 23 – Análises efetivadas pelo Grupo 3	139
Quadro 24 – Exemplos da análise efetivada pelos alunos do Grupo 3	140
Quadro 25 – Apuração de dados realizado pelo Grupo 3	141
Quadro 26 – Procedimentos da quarta atividade prática.....	158
Quadro 27 – Dados coletados pelo Grupo 5	162
Quadro 28 – Apuração de dados realizados pelo Grupo 5.....	163
Quadro 29 – Cálculo da aceleração efetivado pelo Grupo 5	164
Quadro 30 – Cálculos realizados pelo Grupo 5	165
Quadro 31 – Resultados apurados pelo Grupo 5	166
Quadro 32 – Resultados apresentados pelo Grupo 5	169
Quadro 33 – Apuração de dados realizado pelo Grupo 5	171
Quadro 34 – Primeira questão proposta relativa à função de 2º grau	189
Quadro 35 – Transcrição das informações coletadas dos dados iniciais	190
Quadro 36 – Esquema da representação geométrica e algorítmica do terreno em análise 1.....	191
Quadro 37 – Esquema da representação geométrica e algorítmica do terreno em análise 2.....	192
Quadro 38 – Esquema da representação geométrica e algorítmica do terreno análise 3	193
Quadro 39 – Segunda questão proposta relativa a função de 2º grau.....	194
Quadro 40 – Resolução do grupo 1	195

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	20
2.1 Experimento e experimentação.....	20
2.2 Funções.....	35
2.3 Tópicos de Cinemática e Dinâmica	42
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	46
4 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E ANÁLISE DOS DADOS EMERGENTES	52
4.1 Encontro 1 – Apresentação do projeto e questionário inicial	52
4.2 Encontros 2, 3 e 4 – Primeira atividade prática: Movimento de uma esfera de aço em queda livre em um equipamento projetado	56
4.3 Encontros 5, 6 e 7 – Segunda atividade prática: Alongamento de uma mola em um equipamento projetado	84
4.4 Encontro 8 – Questões relativas à função do 1º grau.....	112
4.5 Encontros 9, 10 e 11 – Terceira atividade prática: Movimento de um carrinho numa estrada ilustrativa	122
4.6 Encontros 12, 13 e 14 – Quarta atividade prática: Movimento de um skate descendo uma rampa ilustrativa.....	156
4.7 Encontro 15 – Questões relativas à função do 2º grau.....	189
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	197
REFERÊNCIAS.....	201
APÊNDICES	207
APÊNDICE A – Termo de Anuência da Direção da Instituição de Ensino	208
APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre Esclarecido.....	209
APÊNDICE C – Questionário inicial	211
APÊNDICE D – Procedimentos da primeira atividade prática	212
APÊNDICE E – Modelo de Relatório	213

APÊNDICE F – Questionário de autoavaliação	214
APÊNDICE G – Procedimentos da segunda atividade prática	216
APÊNDICE H – Questões propostas relativas a função do 1º grau	217
APÊNDICE I – Procedimentos da terceira atividade prática.....	220
APÊNDICE J – Procedimentos da quarta atividade prática.....	221
APÊNDICE K – Questões propostas relativas a função do 2º grau	222

1 INTRODUÇÃO

A presente investigação teve como objetivo examinar a produtividade de atividades experimentais no ensino de funções polinomiais de primeiro e segundo graus. A escolha pelo conteúdo de funções se deveu à sua abrangência no ensino de Matemática, bem como às diversas aplicações que o assunto tem em diferentes situações. A centralidade desse conceito também é justificada pelos inúmeros trabalhos que iniciaram no século XVII e se estenderam no contexto do movimento da Educação Matemática por volta de 1930. Desde então, a ideia de função continuou agregando conhecimentos que podem ser aplicados na Matemática, em outras áreas e, também, em situações observáveis do cotidiano. Assim, o conceito de função é uma ferramenta matemática que nos permite expressar leis da natureza e solucionar problemas práticos nos diversos campos do saber.

As primeiras ideias de função, segundo Domingues e Iezzi (2003), remontam aos babilônios quando do estabelecimento de tabelas sexagesimais de quadrados, raízes quadradas e outras. Já a evolução em busca do refinamento do conceito de função surgiu com Nicole Oresme (1320 – 1382), quando fez uma das primeiras tentativas de representar graficamente uma quantidade em função da outra, expressando a distância percorrida por um objeto com velocidade variável. A representação gráfica foi retomada por Galileu-Galilei (1564 – 1642), quando dela fez uso nos resultados de suas pesquisas, sendo essa representação aprimorada por René Descartes (1596 – 1650).

Braga (2006) assinala que, no século XX, o processo inicial de inserção do

tema função nas escolas secundárias, principalmente alemãs, ocorreu por meio de discussões em nível internacional com propostas de renovação do ensino de Matemática influenciada pelas ideias do matemático Felix Klein. Essa abordagem objetivava a preparação dos estudantes quanto ao uso de conceitos e técnicas e, dessa forma, expandir as aulas de Matemática na universidade.

Em inúmeras situações envolvendo a Matemática no Ensino Médio, tem havido a importante participação das funções. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1999) assinalam que, nesta etapa da escolaridade básica, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência que possui características próprias de investigação e linguagem e com importante papel integrador junto às demais Ciências da Natureza.

Apesar das inúmeras pesquisas na literatura existente abordando o conceito de função, as dificuldades apresentadas pelos educandos em relação a essa conceituação, no Ensino Médio, vêm persistindo. O Referencial Curricular do Estado do Maranhão (2006) destaca que é necessário que o professor adote uma prática de ensino que aproxime o aluno dos conhecimentos da Matemática com o uso de metodologias práticas, vivas, laboratoriais que trabalhe casos concretos. Nesse sentido, vários pesquisadores, como por exemplo Lorenzato (2010), defendem que a experimentação na escola é o melhor modo de se obter a aprendizagem com significado, uma vez que valoriza a compreensão, a integração de diferentes assuntos, a descoberta e a verificação de resultados.

Nessa linha de pensamento, Rosito (2011) também destaca que tais atividades não devem ser desvinculadas das teóricas, das discussões em grupos e que os conceitos construídos nas atividades experimentais podem ser trabalhados ativamente pelos alunos por meio de construção de tabelas, gráficos e dados coletados por meio de experimentos. Essa perspectiva de mediar aprendizagens matemáticas, mediante a experimentação, fez-me recorrer a um problema identificado em minha prática pedagógica, ou seja, como melhorar os processos de ensino e aprendizagem do conceito de funções.

Nesse sentido, a curiosidade que me movia e inquietava, me impeliu a um olhar investigativo acerca do tratamento de funções ligadas às situações observáveis

por meio de atividades pedagógicas. Dessa forma, tanto na Licenciatura em Ciências (Habilitação Matemática) quanto no Mestrado, realizei estudos ligados ao conteúdo de Física, onde realizei experimentações. Estas me permitiram abordar tópicos de Cinemática e Dinâmica, criando, assim, as atividades práticas. Assim, propus que os alunos trabalhassem dados reais por eles coletados, transitando pelo conceito matemático de função. Nessa perspectiva, busquei, nas experimentações, auxiliar os discentes a entenderem melhor o conceito de função de 1º e de 2º graus, que, geralmente, vem sendo apresentado nos livros didáticos de maneira formal, dificultando a sua construção por parte dos discentes.

Ao longo dos catorze anos de atuação no Ensino Médio – sendo que os últimos oito dediquei-os à educação matemática dos jovens do 1º ano do Ensino Médio –, tenho acompanhado as dificuldades dos alunos em administrar situações de aprendizagem dentro e fora da Matemática. O fato é que o tema função tem sido apresentado, na maioria dos livros didáticos, de forma descontextualizada, limitando-se à construção mecânica de gráficos e tabelas, utilizando representação algébrica sem a compreensão e mobilidade de conhecimentos com a realidade dos discentes, levando-os a uma diminuição do interesse por esse assunto.

Como docente de uma escola pública da Rede Estadual em São Luís – MA, penso estar contribuindo para a Educação Matemática dos jovens, mas acredito que há muito a fazer. Por compreender que os processos de ensino e de aprendizagem não são simples, busquei atualização profissional, em 2014, quando ingressei no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário Univates – RS, com o desafio de desenvolver uma pesquisa com o olhar investigativo na apropriação da noção de função pelos aprendizes. Ao iniciar o Mestrado, percebi que trazia muitas indagações quanto à organização de uma prática pedagógica que contemplasse o objeto em estudo com o uso de experimentações.

Ao conhecer os aportes teóricos sobre as tendências atuais na Educação Matemática e, em particular, as atividades experimentais no ensino, as preocupações pessoais emergentes de minha prática docente convergiram para o tema que ora apresento: **Construindo conceitos matemáticos de funções do 1º e de 2º graus por meio de atividades experimentais.** A partir dessa definição, as

mencionadas inquietações se transmutaram em uma interrogação: **Quais as contribuições do uso de atividades experimentais nos processos de ensino e aprendizagem de funções de 1º e de 2º graus com alunos do 1º ano do Ensino Médio?**

Esse questionamento encontra respaldo em Bernardo e Prospero (2013), que pontuam que a abordagem experimental no ensino é uma importante ferramenta que proporciona aulas dinâmicas, com questionamentos importantes que desencadeiam discussões diversas e contribuem abundantemente para a compreensão do conceito de função.

Assim, esta pesquisa teve como objetivo principal analisar as contribuições do uso de atividades experimentais, nos processos de ensino e aprendizagem de funções de 1º e de 2º graus, com os alunos do Ensino Médio. Tal objetivo se desdobra em outros específicos:

- Propor atividades experimentais para o ensino de funções de 1º e de 2º graus para um grupo de alunos do 1º ano do Ensino Médio.
- Identificar indícios da compreensão dos conceitos matemáticos de função de 1º e de 2º graus, bem como analisar a postura dos alunos frente as atividades experimentais.

Para alcançar os objetivos delineados, a investigação foi desenvolvida numa abordagem qualitativa, utilizando estratégias vinculadas ao estudo de caso para a melhor compreensão do fenômeno estudado. Assim, utilizei a metodologia indicada por Yin (2010), que consiste nos registros de dados por meio de gravações (áudio e vídeo), questionários e um diário de campo do professor/pesquisador. Além disso, recolhi todas as resoluções das atividades realizadas pelos alunos, bem como os relatórios após as atividades experimentais. A abordagem qualitativa em uma pesquisa também procura “analisar fatos e/ou fenômenos, fazendo descrição detalhada da forma como se apresentam esses fatos e fenômenos, ou, mais precisamente, é uma análise aprofundada da realidade pesquisada” (OLIVEIRA, 2013, p. 68), sendo assim, este estudo mais indicado para essa investigação.

Destaco que a pretensão desta pesquisa era que os alunos desenvolvessem

a compreensão do conteúdo de função de 1° e de 2° graus, atrelada ao uso de atividades experimentais. Assim, a proposta visou contribuir com as demais pesquisas já realizadas, pois as investigações referentes às atividades experimentais no ensino de Matemática, de forma geral, têm sido tímidas. Ademais, em se tratando desse recurso no ensino de funções de 1° e de 2° graus, o índice de pesquisas tem sido quase inexistente.

Em relação à estrutura desta dissertação, após a parte introdutória, apresento, no capítulo dois, o referencial teórico que serviu de suporte à presente pesquisa. Portanto, discuto o uso de experimentos e o ensino de funções. Ademais, pontuo tópicos de Cinemática e Dinâmica utilizados nas atividades experimentais.

No capítulo três, relato os procedimentos metodológicos adotados, destacando os instrumentos que foram utilizados para a coleta de dados desta, que teve abordagem qualitativa. Além disso, exponho o planejamento das atividades que foram desenvolvidas durante a efetivação da prática pedagógica.

No capítulo quatro, descrevo e analiso os dados. Saliento que os que emergiram da investigação foram apresentados nos encontros e analisados em conexão com a pergunta de pesquisa e à luz do referencial teórico. Já no cinco, explano as considerações finais do trabalho. Aliado a isso, faço uma reflexão final acerca do desenvolvimento da pesquisa e suas contribuições para as atividades experimentais na construção do conceito de função de 1° e de 2° graus.

Por último, apresento as referências que se constituíram fontes importantes para manter o diálogo nesta pesquisa. Nos apêndices, encontram-se os termos de anuência e de consentimento para a efetivação da intervenção pedagógica, bem como o questionário de opinião, os procedimentos das práticas e as atividades propostas referentes ao estudo realizado.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, apresento ideias de alguns pesquisadores sobre os temas focos de estudo deste trabalho: experimentação e o ensino de funções. Além disso, explano tópicos relacionados à Cinemática e à Dinâmica utilizados no decorrer da prática pedagógica.

2.1 Experimento e experimentação

O propósito desta seção é compreender as pesquisas cujo objeto de estudo são atividades experimentais apresentadas como alternativa metodológica tanto no ensino de Ciências quanto na Matemática. Quanto à prática em sala de aula, (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 86) comenta que “[...] os professores das ciências naturais, sobretudo biologia, parecem ter sido mais arrojados em propor uma abertura do currículo levando o aluno a fazer, quando adotaram o método de projetos”. Nesse sentido, o autor coloca que, em menor escala, o ensino da Física e da Química tem utilizado o caráter experimental; contudo, o mais resistente tem sido o da Matemática. Diante desse contexto, há incipientes pesquisas que usam as atividades de experimentação no ensino dessa disciplina, motivo pelo qual há muito o que pesquisar. Logo, o interesse desta pesquisa é investigar a produtividade de aulas experimentais no ensino de funções polinomiais de primeiro e segundo graus visando melhorias nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

No âmbito da investigação científica, Rosito (2011) nos diz que o conceito de

experiência é polissêmico¹. Em sua concepção, esse termo é entendido como um ensaio científico destinado à verificação de um fenômeno físico. Destaca também que a palavra experimentar implica pôr à prova; ensaiar; testar algo. Em harmonia com essa visão, Japiassú e Marcondes (1996, p. 96) se posicionam colocando o sujeito na experimentação como aquele que efetivamente faz

Interrogação metódica dos fenômenos, efetuada através de um conjunto de operações, não somente supondo repetibilidade dos fenômenos observados, mas a medida dos diferentes parâmetros: primeiro passo para a materialização da realidade.

Nesse sentido, os autores ainda apresentam a originalidade do significado da palavra experiência como o ato ou efeito de praticar, uso, exercício, aplicação da teoria. Com base nessas argumentações, Gaspar (2011, p. 8 – 9) enfatiza que

A ciência² é uma construção humana e qualquer passo adiante só pode ser dado por quem já percorreu ou tem conhecimento dos anteriores. Assim, é preciso que o conhecimento científico atinja o mínimo para que sejam possíveis novas descobertas. Embora, o conhecimento científico cresça de maneira notável, ainda está muito longe de oferecer ao ser humano respostas a todas as indagações.

Partindo das ideias do fragmento anterior, Rosito (2011) declara que a experimentação é essencial para um bom ensino de Ciências. Afirma que isso, em parte, deve-se ao fato de que o uso de atividades práticas permite maior interação entre professor e alunos, proporcionando, em muitas ocasiões, a oportunidade de um planejamento conjunto e o uso de estratégias de ensino que podem levar à melhor compreensão do ensino das Ciências. Ressalta ainda que tais atividades não devem ser desvinculadas das teóricas, das discussões em grupo, e que os conceitos construídos nas práticas experimentais podem ser trabalhados ativamente pelos discentes por meio de construção de tabelas, gráficos e pelos dados coletados de experimentos realizados por outros.

Já Gaspar (2011) tem opinião diversa quando enfatiza que a experimentação nunca chegou a ser uma prática pedagógica rotineira nas atividades escolares. De acordo com o autor, até meados do século XX, poucas escolas possuíam aparelhos específicos para determinados experimentos de demonstração. Nessa visão, os

¹ Polissêmico: segundo Rosito (2011), o conceito de experiência tem diversos significados.

² A palavra *ciência* tem inúmeros significados. Nessa citação, o autor adota um dos significados apresentados no *Dicionário eletrônico Houaiss*: ciência é o processo racional usado pelo homem para relacionar com a natureza e assim obter resultados que lhe sejam úteis (GASPAR, 2011).

alunos apenas assistiam às demonstrações realizadas pelo professor, em geral, em laboratórios didáticos, únicos para todas as disciplinas de Ciências com grandes balcões e paredes azulejadas. Ainda, nesse sentido, Gaspar (2011, p. 18) destaca que,

No panorama atual, embora as atividades experimentais sejam uma necessidade incontestável para o professor de disciplina da área de Ciências, sua utilização em sala de aula ainda é inexpressiva no Ensino Fundamental e raríssima no Ensino Médio; quando aplicadas, os procedimentos são quase sempre tradicionais.

Moraes (1993), no contexto de análise das propostas alternativas para o ensino de Ciências, pontua que esse ensino deveria priorizar o desenvolvimento de habilidades e atitudes científicas; a organização, enfatizar a aprendizagem da estrutura das Ciências, seus princípios e teorias; o currículo, ser direcionado para a autonomia e crescimento pessoal do aluno, envolvendo questões sociais. Ademais, o ensino de Ciências precisaria estar voltado à aprendizagem das questões do conhecimento, envolvendo problemas na relação das Ciências com a tecnologia e a sociedade, sendo, assim, interdisciplinar.

Ao conduzir as discussões referentes às experimentações no ensino de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2002) enfatizam que tais atividades fazem parte da vida, seja na escola ou no cotidiano das pessoas, e devem partir de um problema, de uma questão a ser respondida. Dessa forma, o professor orientaria seus alunos em busca de respostas, ou seja, as perguntas lhes oportunizariam elaborar hipóteses, testá-las, organizar os resultados obtidos, refletir sobre o significado dos esperados, sobretudo, o dos inesperados, usar as conclusões para elaborar o conceito pretendido.

Esse documento (BRASIL, 2002) destaca que os caminhos da investigação podem ser diversos, e a liberdade para descobri-los, uma fonte aliada na construção do conhecimento individual. Assinala, inclusive, que as habilidades necessárias para que se desenvolva o espírito investigativo nos alunos, geralmente, não estão associadas a laboratórios modernos, com equipamentos sofisticados e sim, muitas vezes, a experimentos simples realizados em casa, no pátio da escola ou na sala de aula, com materiais do dia a dia e que proporcionem descobertas importantes.

O Referencial Curricular do Ensino Médio para o Estado do Maranhão (2006)

também dialoga com o documento oficial do Governo Federal no que diz respeito ao aprendizado da Química, da Física e da Biologia, disciplinas que compõem as Ciências da Natureza. A proposta do referencial curricular recomenda que o ensino de tais áreas seja contextualizado, valendo-se, assim, de procedimentos que promovam informação, investigação, experimentação, compreensão da realidade, bem como ofereçam o uso de recursos científicos e tecnológicos que o mundo do trabalho exige. Ademais, sugere que a aprendizagem nessas áreas se apoie em dois pilares: a fundamentação teórica do fenômeno e a experimentação. Nesse sentido, Lorenzato (2010, p. 72) afirma que propiciar a experimentação na escola é

Um processo que permite ao aluno se envolver com o assunto em estudo, participar das descobertas e socializar-se com os colegas. Inicialmente a experimentação pode ser concebida como uma ação sobre os objetos (manipulação), com valorização da observação, comparação, montagem, decomposição (separação), distribuição. Mas a importância da experimentação reside no poder que ela tem de conseguir provocar raciocínio, reflexão, construção do conhecimento. Facilita que o aluno levante hipóteses, procure alternativas, tome novos caminhos, tire dúvidas e constate o que verdadeiro, válido, correto ou solução. Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la. Enfim, experimentar é investigar.

Analisando esse aspecto supracitado, Lorenzato (2010, p. 72) ainda destaca que

A experimentação é o melhor modo para se conseguir a aprendizagem com significado, uma vez que ela realça o “porque”, a explicação e, assim, valoriza a compreensão, a integração de diferentes assuntos, a redescoberta, a memorização de resultados, a aprendizagem de diferentes estratégias de resolução e a verificação de conjecturas de ou resultados.

O mesmo autor aponta que, na utilização da experimentação, o professor precisa conhecer o assunto a ser aprendido pelos alunos, ter os objetivos da aula bem definidos, adequar as estratégias de ensino ao nível de desenvolvimento dos alunos e que os materiais didáticos estejam disponíveis.

Diante desse cenário, D’Ambrósio (2012) pontua que a Matemática experimental, para muitos, soa estranho. Destaca também que o caráter experimental da citada disciplina foi removido do ensino e isso pode ser reconhecido como um dos fatores que mais contribuíram para o pouco rendimento escolar. Ainda, para o autor, os professores das Ciências Naturais, sobretudo os de Biologia, parecem ter mais flexibilidade quanto à abertura do currículo, levando o aluno a

realizar experimentos, principalmente quando adotam o método de projetos.

O Referencial Curricular do Estado do Maranhão (2006, p. 145) destaca a importância da prática de ensino por experimentos para a produção de aprendizagem da Matemática. Em efeito,

É necessário que o professor adote uma prática de ensino que aproxime o aluno dos conhecimentos da Matemática, com o uso de metodologias práticas, vivas, laboratoriais, que trabalhe casos concretos. O ensino da Matemática deve ser, portanto, interdisciplinar, contextualizado e deve estar ligado ao desenvolvimento de habilidades previstas para a produção desse conhecimento.

Nesse panorama de discussões, autores como Araújo e Abib (2003, p. 181 – 182) destacam as seguintes abordagens das atividades experimentais:

a) Atividades de demonstração ou observação

É uma categoria de atividades dirigidas pelo professor em que os alunos observam a ocorrência dos fenômenos e, de alguma forma, dela participam, elaborando a compreensão e a explicação de aspectos do fenômeno na construção de novas ideias. Essas atividades, geralmente, são de curta duração e utilizadas para introduzir ou finalizar um determinado conteúdo.

Na visão dos autores, é do conhecimento dos professores que as aulas práticas funcionam como meio de envolver os alunos com conteúdos curriculares. Para Giordan (2003), o uso da experimentação no ensino de Ciências desperta um forte interesse entre os alunos dos diversos níveis de escolaridade. Nesse sentido, Oliveira (2010, p. 148) aponta algumas estratégias para melhor aproveitamento das atividades demonstrativas com os alunos:

[...] explicar o que se pretende fazer na aula e perguntar aos alunos o que eles esperam que aconteça, solicitando suas explicações prévias para possíveis eventos. Essa estratégia possibilita a verificação das concepções alternativas dos alunos. Durante a realização do experimento, solicitar que os alunos observem cuidadosamente todas as etapas e destaquem o que lhes chamou atenção e solicitar aos alunos os registros do que foi observado. Ao final da demonstração, questionar novamente os alunos sobre explicações para o experimento apresentado. Em seguida, apresentar (ou revisar) o modelo científico que explica os fenômenos observados e comparar tais explicações com as ideias dos alunos. Utilizar questionário para serem respondidos em grupos sobre a atividade realizada (como tarefa de casa, por exemplo) de modo que os alunos possam novamente discutir sobre os fenômenos observados e os conteúdos científicos da aula.

b) Atividades de verificação

Essa modalidade de atividade experimental, diferentemente dos aspectos analisados no tópico anterior, busca a verificação da validade de leis físicas ou o estudo do comportamento de diversos fenômenos físicos. Ainda que apresente limitações quanto ao seu uso, os autores concordam que ela pode contribuir para um aprendizado consistente, propiciando o desenvolvimento de importantes habilidades nos estudantes. Aliado a isso, oportuniza a capacidade de reflexão, de realizar generalizações, o espírito de trabalho em equipe, assim como o aprendizado no tratamento estatístico de dados e a criticidade de validade de modelos físicos (ARAÚJO; ABIB, 2003).

Oliveira (2010, p. 147 – 148) enfatiza algumas estratégias que podem ser observadas no sentido de tornar pedagogicamente eficaz essa modalidade de atividade prática:

Solicitar aos alunos que relatem os fenômenos observados e suas respectivas explicações científicas. Com essa estratégia, os alunos desenvolvem a capacidade de expressar a relação teoria e prática. Sugerir variações dentro do experimento realizado e questionar aos alunos sobre possíveis fenômenos que podem ocorrer durante a modificação sugerida e as explicações para as respostas. Testar, se possível, tais variações e verificar se as hipóteses levantadas pelos alunos estavam corretas ou não. Ao permitir que os alunos identifiquem e reflitam sobre variáveis experimentais contribui-se para aumentar e valorizar processos cognitivos mais complexos. Comparar os dados obtidos pelos grupos, verificar e discutir com os alunos as possíveis divergências.

Ainda em relação às atividades de verificação, Araújo e Abib (2003, p. 184) ressaltam que, quando conduzidas adequadamente, podem contribuir para o aprendizado com significado, propiciando o desenvolvimento de habilidades nos estudantes; entre elas, a capacidade de reflexão, de efetuar generalizações e de realização de atividades de equipe. Além disso, destacam o aprendizado de alguns aspectos envolvidos com o tratamento estatístico de dados e a possibilidade de questionamento dos limites de validade de modelos físicos. Essa atividade é considerada vantajosa por ser mais fácil de supervisionar e avaliar o produto final obtido pelos alunos.

c) Atividades de investigação

A experimentação baseada em uma atividade investigativa (não

necessariamente de laboratório) é uma importante estratégia no ensino de Física e de Ciências em geral. Para ser considerada investigação, Araújo, Abib (2003) pontuam que a ação do aluno não deveria se limitar ao trabalho de manipulação ou observação, mas conter características de um trabalho científico. Assim, ele deveria refletir, discutir e relatar os resultados do experimento, o que dará ao seu trabalho as características de uma investigação científica. Nesse sentido, Azevedo (2013) completa que

Utilizar atividades investigativas como ponto de partida para desenvolver a compreensão de conceitos pode ser uma forma de levar o aluno a participar do processo de aprendizagem, sair da postura passiva e começar a perceber e agir sobre o objetivo de estudo. Nesse sentido, relacionará o objeto com os conhecimentos e poderá buscar as causas dessa relação, procurando, portanto, uma explicação causal para o resultado de suas ações/e ou interações (AZEVEDO, 2013, p. 20 – 23).

Enfatizando a teoria supracitada, Moraes (1993) destaca que o verdadeiro experimento é aquele que permite ao aluno encaminhar as investigações, descrevendo quais os procedimentos que devem ser utilizados, bem como explorar e analisar os dados obtidos e dissertar acerca de seus experimentos. O autor acrescenta que um experimento será verdadeiramente uma atividade prática se os discentes forem conduzidos a investigar um determinado problema. Nesse sentido, ele explicita os principais elementos que deverão ser considerados:

- Fase inicial, preparatória, na qual os problemas são expostos e discutidos; as hipóteses para resolução são formuladas e os procedimentos, instrumentos escolhidos;
- Fase de desenvolvimento, em que os experimentos são realizados para a coleta de dados;
- Fase de busca de referencial teórico e de reflexão por meio da qual se analisam e interpretam os dados coletados;
- Fase de elaboração de um relatório na qual se registram as atividades desenvolvidas juntamente com a análise e interpretação dos resultados obtidos.

Com base nas considerações tecidas acerca dos tipos de abordagens experimentais, o Quadro 1 apresenta as principais características de atividades de

demonstração, verificação e investigação propostas por Oliveira (2010, p. 151):

Quadro 1 – Principais características experimentais de demonstração, de verificação e de investigação

	Modalidades de atividades experimentais		
	Demonstração	Verificação	Investigação
Papel do professor	Executar o experimento; fornecer explicação para os fenômenos	Fiscalizar a atividade dos alunos; diagnosticar e corrigir erros	Orientar as atividades; incentivar e questionar as decisões dos alunos
Papel do aluno	Observar o experimento e, em alguns casos, sugerir explicações	Executar o experimento; explicar o fenômeno observado	Pesquisar, planejar e executar a atividade; discutir explicações
Roteiro da atividade experimental	Fechado, estruturado e de posse exclusiva professor	Fechado e estruturado	Ausente ou quando presente, aberto ou não estruturado
Posição ocupada na aula	Central para ilustração ou após a abordagem expositiva.	Após a abordagem do conteúdo em aula expositiva.	A atividade pode ser a própria aula ou pode ocorrer previamente à abordagem do conteúdo
Algumas vantagens	Demandam pouco tempo; pode ser integrada à aula expositiva; úteis quando não há recursos materiais ou espaço físico suficiente para todos os alunos realizarem a prática	Os alunos têm mais facilidade na elaboração de explicações para os fenômenos; é possível verificar através das explicações dos alunos se os conceitos abordados foram bem compreendidos	Os alunos ocupam uma posição mais ativa; há espaço para criatividade e abordagem de temas socialmente relevantes; o “erro” é mais aceito e constitui para o aprendizado
Algumas desvantagens	A simples observação do experimento pode ser fator de desmotivação; é mais difícil manter a atenção dos alunos; não há garantia de que todos estarão envolvidos	Pouca contribuição do ponto de vista da aprendizagem de conceitos, o fato dos resultados serem relativamente previsíveis não estimula a curiosidade dos alunos	Requer maior tempo para sua realização. Exige um pouco de experiência dos alunos na prática de atividades experimentais

Fonte: Oliveira (2010, p. 151).

Entretanto, Oliveira (2010) aponta que as modalidades de atividades experimentais, como as descritas no Quadro 1, necessitam ser compreendidas em suas especificidades para que o professor possa utilizá-las respeitando o limite de cada uma e conseguir a máxima eficiência para o aprendizado de novos conteúdos, procedimentos e atitudes.

Em relação aos conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais, Zabala (2010, p. 46) relata que

Os conteúdos conceituais tratam de atividades complexas que provocam um verdadeiro processo de elaboração e construção pessoal do conceito. Atividades experimentais que favoreçam que os novos conteúdos de aprendizagem se relacionem substantivamente com os conhecimentos prévios; atividades que promovam uma forte atividade mental que favoreça estas relações; atividades que outorguem significado e funcionalidade aos novos conceitos e princípios; atividades que proponham um desafio ajustado às possibilidades reais, etc. Já os conteúdos procedimentais se descrevem como um conjunto de ações ordenadas e com um fim, quer dizer, dirigidas para a realização de um objetivo. E a aprendizagem dos conteúdos atitudinais engloba uma série de conteúdos que por sua vez podemos agrupar valores atitudes e normas.

Baseado no fragmento acima, Campiteli e Campiteli (2006) afirmam que é possível o professor planejar ações didático-pedagógicas voltadas a proporcionar ao aluno a construção do conhecimento. Esses autores destacam que Delizoicov et al. (2011) propõem uma metodologia do ensino de Ciências que pode ser utilizada no ensino de funções e que envolve três momentos: problematização inicial, organização do conhecimento e aplicação do conhecimento.

a) Problematização inicial

O professor prepara uma situação real de aprendizagem cuja solução inclui o conceito que precisa ser apreendido. Na organização, o problema deve ser apresentado na linguagem do discente e adaptado à sua realidade, para que uma vez compreendido, possa encontrar resposta baseado nos conhecimentos de que já dispõe. Neste primeiro momento, a função do docente é fazer questionamentos, mediando a percepção dos alunos, já que, muitas vezes, não possuem conhecimentos suficientes para responder à questão proposta, e conduzi-los à pesquisa.

b) Organização do conhecimento

Uma vez realizada a tarefa de pesquisa por meio da qual os alunos teriam se apropriado do tema, a problematização será retomada sob a orientação do professor. A aprendizagem de conceitos, definições e relações pode ser conduzida mediante ações didáticas, tais como: exposição dialogada, estudo em grupo, leitura e discussão de texto impresso, seminário, discussão de questões e problemas, registro sistemático de observações, construção de tabelas, construção e utilização

de materiais e equipamentos e coleta e seleção de materiais. Após essas ações, os discentes deveriam reunir conhecimentos suficientes para chegar à solução do problema. Nesse sentido, Campiteli e Campiteli (2006, p. 38 – 39) propõem que

No trabalho do professor, para que o aluno aprenda o conceito de função, pode lançar mão de fatos da realidade (em forma de problemas) e daí, chegar à sua representação simbólica através da representação matemática. A expressão matemática será escolhida entre aquelas disponíveis no conteúdo de funções, como, entre outras, a equação da reta, a exponencial, a de potência, a logarítmica e a polinomial. Assim, pode-se chegar a uma expressão matemática em que os elementos que a compõem a tornam adequada especificamente para fatos analisados e não para outro. Nessa expressão matemática do fenômeno estudado, os alunos acabam por aprender conceitos envolvidos no estudo de funções, podendo então aplica-los às mais variadas situações do cotidiano.

c) Aplicação do conhecimento

É o momento em que o aluno terá oportunidade de fazer uso do conhecimento científico apreendido em várias situações diferentes da inicial. Nesse sentido, Delizoicov et al. (2011, p. 202) destacam que

A meta pretendida com este momento é muito mais que capacitar os alunos ao emprego dos conhecimentos, no intuito de formá-los para que articulem, constante e rotineiramente, a conceituação científica com situações reais, do que simplesmente encontrar uma solução, ao empregar algoritmos matemáticos que relacionam grandezas ou resolver qualquer outro problema típico de livros-textos.

Com base nessas reflexões, muitos trabalhos na área de Ensino de Ciências e Matemática têm a experimentação como objeto de pesquisa. No ensino de Matemática, me apoiei em pesquisas já realizadas na formalização de conceitos de funções mediante o uso de experimentação.

Com o propósito de reunir produções sobre a aprendizagem de funções polinomiais de 1° e de 2° graus pela via experimental, procurei trabalhos no Portal de periódico da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) em seu banco de dissertações e teses. Nessa consulta, utilizei a expressão “Atividades experimentais no ensino de funções de 1° e 2° graus”, mas não encontrei nenhuma produção. Em seguida, realizei a mesma busca no Portal da Scielo Brasil, no qual não havia nenhum título com esse tema. Por fim, pesquisei no Google Acadêmico e em revistas acadêmicas, encontrei duas dissertações e dois artigos que detalho em seguida.

A primeira pesquisa que analisei tem como título “Gráfico de funções: uma abordagem dinâmica e experimental”, dissertação de Fábio Garcia Bernardo apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ. O estudo objetivou explorar os gráficos de funções com auxílio de computadores e do *Software* GeoGebra e também propor uma abordagem com experimentos físicos, estabelecendo, assim, uma conexão com os conteúdos abordados na disciplina Física e aplicações do dia a dia.

O trabalho teve duas fases: a primeira, em 2010, envolveu duas turmas do 2º ano do Ensino Médio, no Colégio Aplicação da Universidade do Rio de Janeiro, onde foram propostas várias atividades para serem trabalhadas junto ao GeoGebra. Para desenvolvê-las, as duas turmas foram separadas, e os discentes trabalharam de forma individual ou em dupla, no laboratório de Matemática. Na ocasião, eles receberam fichas contendo o endereço eletrônico para *download* do *Software* GeoGebra e seu manual para conduzir todas as atividades que foram exploradas mediante um roteiro fornecido pelo professor.

A segunda fase constou de ações reflexivas e práticas experimentais do conceito fundamental de função. A prática envolveu três experimentos, os quais foram explorados com os alunos do nono ano de uma escola privada, na Barra da Tijuca, Rio de Janeiro, nos anos 2011 e 2012. A pesquisa foi realizada em oito encontros de cinquenta minutos cada. As turmas foram conduzidas, separadamente, ao laboratório de Ciências, onde formaram grupos de cinco componentes para o desenvolvimento da atividade prática. Após disporem de tempo suficiente para se ambientarem ao equipamento, receberam instruções do professor, fichas para fazerem as anotações de análise dos dados, construções de gráficos e conclusões da atividade, sendo o experimento realizado diversas vezes.

De acordo com o autor, os experimentos proporcionaram aulas dinâmicas, com questionamentos importantes, desencadeando diversas discussões que contribuíram para a compreensão e amadurecimento do conceito de função. Os resultados foram muito significativos e, devido às excelentes avaliações obtidas, ratificados (BERNARDO, 2013).

A dissertação de Matheus de Barros Ramos Prospero, com o título “Uma Atividade Experimental para o Ensino de Funções no Ensino Fundamental”, foi apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de São Carlos, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática, cuja defesa ocorreu no ano de 2013. O estudo abordou a Engenharia Didática que, segundo (Almouloud; Coutinho 2008, p. 66), caracteriza-se como “esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino”.

O autor realizou suas investigações em duas turmas de oitava série, cuja média era de vinte e cinco alunos em cada uma, da Escola Municipal do Ensino Fundamental Professora Eponina de Britto Rossetto, localizada na cidade de Ribeirão Preto, Estado de São Paulo. O trabalho teve como objetivo principal explorar um experimento que possibilitasse iniciar o desenvolvimento do conceito de função. A prática foi desenvolvida em duas aulas de cem minutos cada, e as turmas foram divididas em grupos de três pessoas. Nas semanas anteriores à aplicação, o professor pesquisador retomou o estudo de áreas e volumes e realizou alguns exercícios para praticar manipulações algébricas que funcionaram como pré-requisitos para realizar a atividade. O experimento consistiu na construção de uma caixa sem tampa a partir de uma folha de papel retangular e do cálculo do volume.

O autor salientou que a realização do experimento teve como proposta apresentar as primeiras ideias envolvidas no ensino de funções. Segundo Prospero (2013), a partir dessa prática, as turmas tiveram maior facilidade de entender os conteúdos apresentados nas aulas seguintes. O pesquisador ainda ressaltou que as atividades experimentais, de fato, são uma ferramenta facilitadora no ensino de função.

O artigo de Denilso da Silva Camargo, publicado na revista Renote - Novas Tecnologias na Educação, edição de julho de 2011 -, intitulado “Ensinando Funções de Primeiro Grau – Experimento, *Software* Livre e Mídia”, tratou-se de um projeto de ensino de vinte horas com os alunos da primeira série do Ensino Médio de uma escola privada de Porto Alegre – RS. De acordo com seu relato, a proposta de trabalho foi oportunizar aos discentes a capacidade de desenvolver relações entre

diferentes áreas do conhecimento por intermédio de atividades que envolvessem Matemática e Física, cuja finalidade era compreender o conceito de função, particularmente a de primeiro grau e suas aplicações. O pesquisador organizou grupos de quatro ou cinco componentes para vinte vagas, preenchidas pela ordem de chegada.

Essas atividades foram realizadas em três etapas: a primeira ocorreu em sala de aula, onde foi montado o equipamento e fornecido para os alunos o roteiro para que, após o experimento, pudessem construir o conceito de função, descobrir a representação gráfica da função de primeiro grau e a equação que descrevesse o experimento. Na segunda, os discentes realizaram uma atividade didática com o *software* educacional Winplot no laboratório de informática. Já na terceira, analisaram aplicações dos conteúdos trabalhados em gráficos publicados em mídias impressas e digitais. O pesquisador mencionou que a avaliação realizada pelos grupos em relação à sequência didática foi produtiva.

O artigo de Marília Zabel e de Ivanete Zuchi Siple relata uma experiência, intitulada “Experimento massa-mola: uma abordagem dinâmica para o ensino das funções”, realizada em 2012, com uma turma de Licenciatura em Matemática, do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade de Santa Catarina. A proposta foi a introdução do conceito de função por meio de um experimento prático mediado pelas ferramentas tecnológicas, buscando incentivar a aplicação de metodologias diferenciadas pelos futuros professores da Educação Básica. As autoras utilizaram materiais disponíveis nos Laboratórios de Matemática e Física da Universidade para o desenvolvimento das atividades experimentais em grupo de quatro alunos.

As atividades foram organizadas em dois momentos: o primeiro foi destinado à realização do experimento, registro de dados e representação gráfica no papel milimetrado. No segundo, os grupos utilizaram o ambiente computacional para identificarem de maneira dinâmica o comportamento dos dados obtidos pelo experimento. De acordo com o relato das professoras, os grupos tiveram facilidade de apresentar o processo de conversão do registro de representação em tabelas para a gráfica. As autoras ainda pontuam que os principais avanços nessa atividade foram os momentos de discussão, interpretação e compreensão do objeto matemático, além de se tornar um elemento motivador para o trabalho pedagógico

da disciplina.

Ainda, consultei o Portal de Periódico da CAPES e no Portal da Scielo Brasil, para as quais usei as palavras-chave “Ensino de funções polinomiais do 1° e 2° graus”, mas não havia produções com essa temática. Entretanto, encontrei três trabalhos em Programas de Pós-Graduação (Mestrados e Doutorados), em Revista Eletrônica, e em Anais, cujos comentários aparecem na sequência.

A dissertação de Rita dos Santos Guimarães (2013), intitulada “Atividades para aprendizagem do conceito matemático de função”, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, na Universidade de São Carlos, para a obtenção do título de Mestre, investigou os processos de ensino e aprendizagem do conceito matemático de funções. As atividades foram desenvolvidas com pequenos grupos de estudantes de duas escolas do primeiro ano do Ensino Médio, uma pública e outra privada, com duração de uma semana em cada educandário.

Para isso, os alunos receberam folhas de atividades, que mesclavam textos explicativos e problemas visando ao uso do conceito espontâneo de relação como base para a construção do conceito científico de função. Todos os resultados foram analisados e comparados com as observações prévias, tendo a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. A autora enfatizou que a sua intervenção pedagógica estimulou e incentivou a participação dos estudantes no processo de aprendizagem e que o material elaborado pode auxiliar outros profissionais da área.

A pesquisa de Renata Cristina Geromel Meneghetti e Julyette Priscila Redling (2012), apresentada em forma de um artigo intitulado “Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio”, foi desenvolvida com uma classe de treze alunos da terceira série do Ensino Médio de uma escola pública no interior de São Paulo. A investigação teve como objetivo favorecer uma aprendizagem mais significativa aos discentes, permitindo-lhes a construção de conceitos matemáticos, desenvolvimento de atitudes de aprendizagem e de convívio social. O trabalho seguiu as seguintes etapas: aplicação de um questionário de identificação e realização de uma avaliação diagnóstica inicial (para um levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos); aplicação de tarefas

elaboradas e avaliação do minicurso.

As autoras, durante o desenvolvimento das tarefas na escola, foram auxiliadas pelas futuras professoras de um Curso de Licenciatura, docentes da disciplina Prática de Ensino. A investigação foi desenvolvida como um estudo de caso, que consistiu na análise de informações realizadas por meio de correções de atividades, de entrevistas e leitura oriunda dos registros do diário de campo. De acordo com as pesquisadoras, foi possível concluir que tais tarefas favoreceram uma aprendizagem mais significativa aos estudantes, permitindo uma maior compreensão conceitual, tornando-os mais potentes quando considerado o seu contexto sociocultural.

Os autores Eduardo Brandl e Elenita Eliete de Lima Ramos, com o trabalho nomeado “As funções polinomiais do 1° e 2° grau sob a perspectiva da teoria das representações semióticas de Raymond Duval”, apresentaram o artigo no Encontro Nacional de Educação Matemática, em Curitiba – PR, no ano de 2013. O estudo teve por objetivo analisar como dois livros didáticos de Matemática, um do Ensino Fundamental e outro do Ensino Médio, utilizados na rede pública na cidade catarinense de Trombudo Central, abordavam funções polinomiais de 1° e de 2° grau sob à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Ao analisarem o material, os autores identificaram poucas situações contextualizadas, prevalecendo os exercícios. Na abordagem das funções de 1° grau, perceberam um equilíbrio entre os tratamentos e conversões; já em relação às funções de 2° grau, predominaram os tratamentos. Sobre isso, Brandl e Ramos (apud QUEIROZ; RAMOS; SIPLE, 2011, p. 16) afirmam que

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou sistema. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registros conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica.

Diante das pesquisas efetivadas, ressalto que foram encontradas poucas produções voltadas para o foco desta investigação. Os estudos analisados correspondem ao período de 2010 a 2013. Nos trabalhos analisados, pode-se inferir que as experimentações foram consideradas importantes ferramentas para o

desenvolvimento do conceito de função. Mas houve carência de atividades práticas em que os educandos pudessem coletar dados, apurá-los, montar o modelo matemático e interpretar os resultados. Nesta linha que desenvolvi a pesquisa de intervenção.

Na próxima seção, apresento algumas ideias sobre funções, as quais contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa.

2.2 Funções

Como afirmam Iezzi et al. (2011), a palavra *mathema* é de origem grega e significa “pensamento” e “aprendizagem”, sendo que seu conhecimento surgiu e se desenvolveu em diferentes culturas ao longo da história, principalmente para contar, medir, desenhar, planejar, localizar, explicar e julgar. Ademais, na percepção dos autores, a Matemática é um modo de pensar e conhecer os fatos e conceitos, cujo aspecto essencial é o seu uso como recurso estruturante do pensamento, da reflexão e da ação. Ainda destacam que

[...] pode-se considerar a matemática a construção do conhecimento que trata das relações qualitativas e quantitativas do espaço e do tempo, a atividade humana que trata dos padrões, resolução de problemas, raciocínio lógico, [...] na tentativa de compreender o mundo e fazer uso desse conhecimento (IEZZI et al., 2011, p. 23).

Conforme Machado (2001), no campo educacional, a Matemática tem passado por evoluções, e o seu ensino tem sido, frequentemente, uma tarefa difícil. Nesse sentido, o autor ressalta que, os componentes fundamentais de tal visão estão na concepção difundida entre leigos e especialistas de que o conhecimento matemático possui, sobretudo, características de precisão e rigor.

Desse ponto de vista, Garbi (2010) destaca que muitas pessoas afirmam detestá-la. Contudo, muitas situações da civilização moderna e da atual só se tornaram possíveis porque o homem, por meio da Matemática, acumulou, ao longo dos séculos, conhecimentos sobre o mundo físico, conseguindo, parcialmente, dominá-lo e colocá-lo a seu serviço.

De acordo com Caraça (1951), a história da humanidade possui marcas de

desenvolvimento em todos os campos do saber, e, na Matemática, o surgimento do conceito de função apareceu como instrumento para estudo de fenômenos naturais. Autores como Domingues, Iezzi (2003) comentam que, somente no século XIX, essa ideia ganhou forma na Matemática. Entretanto, ressaltam que as primeiras concepções de funcionalidade remontam aos babilônios quando do estabelecimento de tabelas sexagesimais de quadrados e raízes quadradas. E mesmo diante dos avanços da Matemática, no período medieval, não foi percebida a evolução na formação do conceito de função em virtude do tardio surgimento da álgebra literal, importante para a exploração desse conhecimento (CARAÇA, 1951). O fato é que ela só apareceu no final do século XVI pelo motivo de a ciência não ter elegido a descrição quantitativa dos fenômenos como meta, o que só ocorreu na época do Renascimento com as contribuições de Galileu-Galilei (1564 – 1642). Sobre isso, cabe destacar Campitelli e Campitelli (2006, p. 19) quando explicam que

Foi com Galileu (1564 – 1642) e Kepler (1571 – 1630) que a noção de função surgiu como instrumento matemático indispensável para o estudo quantitativo dos fenômenos naturais. Reagindo às tradições da escolástica medieval, Galileu sublinhava ser a matemática a linguagem apropriada para estudar a natureza. Era preciso medir grandezas, identificar regularidades e obter relações que tivessem tanto quanto possível uma descrição matemática simples. O estudo do movimento da queda dos corpos, do movimento dos planetas e, em geral, dos movimentos curvilíneos conduziu a necessidade de considerar as funções de proporcionalidade direta e inversa, bem como as funções polinomiais (incluindo as cônicas) e as trigonométricas. A matemática e a física estavam, naquela época, estreitamente ligadas.

No desenvolvimento histórico do conceito de função, Ávila (2003, p. 56) relata que a construção desse saber seguiu um percurso semelhante ao que foi percorrido por outros conhecimentos matemáticos onde destaca que

O uso de símbolos, não apenas as letras, mais também sinais “mais”, de “menos” que só apareceu na matemática após um longo período de maturação levou muitos séculos. Essa falta de símbolos foi um dos motivos por que a matemática numérica (Aritmética e Álgebra) levou tempo para se desenvolver. Embora tenha havido alguma tentativa na introdução de símbolos com o matemático Diofanto de Alexandria, por volta do século III d.C., foi a partir do século XVI que esse processo se intensificou, graças aos trabalhos de vários matemáticos, dentre os quais se destaca o francês François Viète (1540 – 1603). Depois, no século seguinte, surgiu a Geometria Analítica, que abriu caminho para a reformulação do conceito de função.

O autor ainda comenta que, devido ao atraso do desenvolvimento do simbolismo algébrico, o conceito de função demorou a se desenvolver. Este teve início com Nicole Oresme (1320 – 1382), quando tentou representar graficamente

uma quantidade em função da outra em seu estudo sobre distância percorrida por um objeto em movimento com velocidade variável. Essa ideia foi desenvolvida mais tarde, nos séculos XVI e XVII, em um trabalho de Galileu–Galilei (1564 – 1642), por meio do qual o estudioso fez uso da representação gráfica em seus experimentos. Entretanto, foi o francês René Descartes (1596 – 1650) que propiciou a ampliação do conceito de função visando abranger a ideia de variabilidade, uma simbologia algébrica conveniente ao representar lugares geométricos por intermédio de equações algébricas e fazer correspondências entre as variáveis a fim de esboçar um gráfico correspondente.

Já no século XVIII, por meio do matemático Joseph Fourier (1768 – 1830), surgiu a noção mais geral do conceito de função, que só veio à luz com o surgimento de problemas com a utilização da Matemática em domínios científicos aplicados. Ponte (1990) relata os estudos desenvolvidos por Fourier que envolveram problemas de condução de calor nos objetos materiais, cujas contribuições foram importantes para a ampliação do estudo de função.

Nesse caminhar histórico, a definição de função continuou a ser um tópico interessante, e, em 1837, Dirichlet (1805 – 1859) conseguiu separar o conceito de função de sua representação analítica, formulando-o em termos de correspondência arbitrária entre conjuntos numéricos (BOYER, 1996). Nesse ponto de vista, uma função seria uma correspondência entre duas variáveis de tal modo que a todo valor da variável independente se associa apenas um valor da variável dependente. O autor, ainda, relata que foi a partir da evolução da teoria dos conjuntos, iniciada por Cantor (1845 – 1918) no século XX, que a ideia de função acabou sendo estendida, passando da noção de correspondência para a de relação.

Ponte (1990, p. 5) acrescenta que três elementos são considerados essenciais para a formação do primitivo conceito de função:

Notação algébrica, portadora de importantes factores como simplicidade e o rigor, permitindo a manipulação de expressões analíticas condensando uma grande quantidade de informação. A representação geométrica, proporcionando uma base intuitiva fundamental (de que é exemplo da associação de noções de tangente a uma curva e derivada de uma função. A ligação com problemas concretos do mundo físico, associada à ideia de regularidade, que forneceu a motivação e o impulso fundamental do estudo.

Ao enfatizar essas relações entre as funções, Ponte (1990, p. 5) expressa que

A matemática hoje em dia já não está vinculada de forma tão exclusiva como no passado às ciências físicas. Ela viu-se desdobrarem-se os seus domínios de aplicação, servindo igualmente de instrumento para o estudo de fenômenos e situações das ciências da vida, das ciências humanas e sociais, da gestão, da comunicação, da engenharia e da tecnologia, constituindo um meio de descrição, explicação, previsão e controle.

Braga (2006) relata que o processo inicial da inserção do tema funções na escola secundária brasileira surgiu mediante discussões em nível internacional relacionadas à renovação no ensino da Matemática. Esse movimento conseguiu reunir professores, psicólogos e grandes matemáticos da época. Dentre eles, destaca-se o alemão Felix Klein (1849 – 1925), consagrado matemático, que, em função do respeito conquistado perante a comunidade científica, pôde defender o pensamento funcional do estudante. Klein propunha a abordagem dos conceitos e técnicas do estudo de função no ensino secundário com o intuito de melhorar as aulas de Matemática na universidade.

No tocante as principais ideias do nomeado matemático alemão, sintetizadas por Braga (2006, p. 52),

[...] o assunto função não poderia constituir um capítulo à parte e ministrado num período limitado do curso, mas sim, apresentado e desenvolvido de forma paulatina e gradativa, ao longo de todo o curso secundário, conectando e intermediando, sempre que possível, os conceitos e processos empregados na Aritmética, na Álgebra e na Geometria. Por esse motivo, o conceito de função torna-se naturalmente a ideia central e coordenadora dos diversos assuntos da matemática escolar.

Braga (2006) também relata que Klein se tornou voz influente entre os professores, inclusive no Brasil. Em 1929, Euclides Roxo (1890 – 1950), professor de Matemática e diretor do Colégio Pedro II do Rio de Janeiro, implantou uma reforma influenciada na concepção do renomado matemático alemão. De acordo com Braga (2006), tal transformação estrutural reservou à função um papel de destaque na nova disciplina escolar, a Matemática, a qual se tornou decorrente da junção da Aritmética, Álgebra e Geometria. O autor salienta que Euclides Roxo buscou a centralidade da noção de função no Ensino Secundário com edição de três livros nos anos de 1929 e 1930. Embora suas obras editoriais tenham fracassado, muitas de suas ideias foram mantidas nas Reformas de Francisco Campos e de Gustavo Capanema ocorridas nesses dois anos.

Assim, no período de reforma de Francisco Campos, o tema função ganhou importância nos programas oficiais da Matemática no Ensino Secundário como fator

unificador entre a Aritmética, a Álgebra e a Geometria por meio do Decreto nº 19.890 de 1931. A esse respeito, Campitelli e Campitelli (apud MIORIM, 2006, p. 16 – 17) destacam que,

Com relação ao estabelecimento de inter-relações entre os três ramos, foram apresentadas sugestões para que fossem representadas geometricamente grandezas numéricas, para que fosse estabelecida uma correção entre os conceitos e expressões algébricas com as noções de perímetro, área, volume e segmentos orientados. Essas inter-relações estabelecidas tinham em vista o fornecimento de elementos básicos para a compreensão do fator unificador da proposta, ou seja, o conceito de função: A noção de função constituirá a ideia coordenadora do ensino. Introduzida, a princípio intuitivamente, será depois desenvolvida sob feição mais rigorosa, até ser estudada, na última série, sob ponto de vista geral e abstrato. Antes mesmo de formular qualquer definição e de usar a notação especial, o professor não deixará, nas múltiplas ocasiões que se apresentarem, tanto em Álgebra como em Geometria, de chamar a atenção para a dependência de uma grandeza em relação a outra ou como é determinada uma quantidade por uma ou por várias outras. A representação gráfica e a discussão numérica devem acompanhar, constantemente, o estudo das funções e permitir, assim, uma estreita conexão entre os diversos ramos das matemáticas elementares. [...] Como recursos indispensáveis à resolução rápida dos problemas da vida prática, é necessário que o estudante perceba serem tabelas, gráficos e formas algébricas representações da mesma espécie de conexão entre quantidades e que ele verifique a possibilidade de se tomar qualquer desses meios como ponto de partida, conforme as circunstâncias.

É possível constatar a valorização do estudo de função ocorrida por meio de reformas nas décadas de 1930 e 1940 e percebidas até os dias de hoje. Exemplo disso são as propostas implementadas pelo Ministério da Educação por intermédio das Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2008), que direcionam o trabalho do professor na Educação Básica para o ensino da Matemática, quando destacam que,

Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como o conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico (BRASIL, 2008, p. 69).

Para o alcance dos objetivos traçados no fragmento, os conteúdos básicos para esse nível de ensino, se organizam em quatro blocos: Números e Operações; Funções; Geometria e Análise de Dados e Probabilidade. Quanto ao ensino de funções, esse documento fornece sugestões e modelos a serem estudados, como exemplos de aplicações das funções em problemas de outras áreas do

conhecimento. Com efeito,

O estudo de *Funções* pode prosseguir com diferentes modelos que devem ser objeto de estudo na escola – modelos linear, quadrático e exponencial. [...] É recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes modelos, tomados em diferentes áreas do conhecimento (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamento na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia, etc) (BRASIL, 2008, p. 72).

Ainda, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1999), nessa etapa da escolaridade básica, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência que possui características próprias de investigação e linguagem. Ademais, possui importante papel integrador com as demais Ciências da Natureza. Tal documento afirma que,

Além das conexões internas próprias da matemática, o conceito de função desempenha um papel também importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto no cotidiano, como em outras áreas do conhecimento, como Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto ao ensino da matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações-problema de matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir, um modelo para a interpretação e investigação em matemática (BRASIL, 1999, p. 216).

Na análise das Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2008), foi constatado que a função polinomial de 1º e de 2º graus; exponencial; logarítmica e trigonométrica são os principais focos para esse nível de ensino. Dentre as apresentadas, este projeto pretende dar atenção às polinomiais, também conhecidas como função afim e quadrática, respectivamente. Contudo, é importante investigar a concepção que se tem sobre a noção de função entendida e explicada pelos matemáticos.

Munem e Foulis (1982, p. 29 – 30) definem função polinomial como sendo

[...] uma função definida por uma equação da forma $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$, onde n é um inteiro não-negativo e os coeficientes $a_0, a_1, a_2, \dots, a^n$, são números reais constantes. Se $a_n \neq 0$, diz-se que está função é polinomial de grau n . Uma função polinomial da forma $f(x) = a_0 + a_1x$, onde $a_1 \neq 0$ é denominada função afim.

Já para Sáfadi et al. (2000, p. 8 – 9), ela é

- Uma terna $(A, B, x \mapsto y)$, onde A e B são dois conjuntos e $x \mapsto y$, uma lei de associação que permite associar a cada elemento x de A um único elemento y de B .
- As funções são representadas através de letras do alfabeto. Usando f para denotar uma função qualquer, então a equação $y = f(x)$ indica que y é uma função de x , sendo x um elemento do conjunto A e $f(x)$ o elemento, no conjunto B , que corresponde a x .
- O conjunto A , onde f está definida, chama-se domínio de f , denotado por $D(f)$, e o conjunto B onde a função assume valores é denominado contradomínio de f .
- O elemento $f(x)$ é chamado de imagem de x por f e o conjunto de todas as imagens de pontos do domínio de f é um subconjunto de B chamado de imagem de f e denotado por $Im(f)$.
- Ainda o conjunto $G(f) = \{x, f(x)\}; x \in A\}$ chamado gráfico de f , o qual pode ser pensado como lugar geométrico descrito pelo ponto $(x, f(x))$ quando x percorre o domínio de f .

Por sua vez, os autores Iezzi et al. (2001, p. 30) declaram que,

- Em Matemática, se x e y são duas variáveis tais que para cada valor atribuído a x existe, em correspondência, um único valor para y , dizemos que y é uma função de x .
- O conjunto D de valores pode ser atribuído a x é chamado domínio da função. A variável x é chamada *variável independente*.
- O valor de y corresponde a determinado valor atribuído a x , é chamado imagem de x pela função e é representado por $f(x)$. A variável y é chamada *variável dependente*, porque y assume valores que dependem dos correspondentes valores de x .
- O conjunto Im formado pelos valores que y assume, em correspondência aos valores de x , é chamado *conjunto imagem* da função.

Os autores (2011, p. 90) ainda apontam que,

Quando uma grandeza y é função de uma grandeza x e para cada par de valores (x, y) se observa que o quociente $\frac{y}{x} = k$ é constante, as duas grandezas são ditas diretamente proporcionais. A função $y = f(x)$ é uma função linear, e seu gráfico é uma reta que passa pela origem.

Aliados aos excertos anteriores, Campitelli e Campitelli (2006, p. 33 – 37) destacam algumas ideias que se enquadram no estudo de funções, tais como:

- Proporcionalidade: Observada na representação gráfica por meio da declividade que é ao mesmo tempo a relação passiva entre os valores de y ou $f(x)$ e os correspondentes valores de x e o coeficiente

multiplicador das variações de x que permite calcular as variações correspondentes de y .

- **Dependência:** Havendo uma relação de dependência entre as medidas de várias grandezas, ou seja, no caso de uma grandeza ser determinada, se por causa disso as outras também o forem, então a primeira é função das demais.
- **Relação:** Trata-se de uma representação concreta de relações. Um dos modos de representar a noção de relação é mediante o emprego de setas unindo membros do universo considerado.
- **Variável:** Ao estudar leis qualitativas, é necessário criar instrumento matemático cuja essência seja a correspondência de dois conjuntos. Cabe, pois, de posse dos materiais colhidos, proceder à montagem do instrumento e aperfeiçoá-lo. O instrumento consiste na correspondência de dois conjuntos de números, o primeiro procedimento a realizar para torná-lo facilmente manejável é arranjar uma representação simbólica para os conjuntos.
- **Regularidade:** Muitos fenômenos fluem com regularidade tal que, se for detectada, será possível fazer previsões sobre as etapas que não podem ser observadas. O reconhecimento de regularidades em situações reais, em sequências numéricas ou padrões geométricos, é uma habilidade essencial à construção do conceito de função.
- **Correspondência:** Para estudar leis qualitativas é necessário criar um instrumento matemático cuja essência seja correspondência de dois conjuntos.
- **Generalização:** fenômenos que ocorrem com regularidade podem ser generalizados, e a capacidade de generalizá-los normalmente envolve abstração.

A seguir, apresento os tópicos de Cinemática e Dinâmica, conhecimentos contemplados nas atividades práticas desenvolvidas.

2.3 Tópicos de Cinemática e Dinâmica

Nesta seção, enfatizo os estudos da Física contemplados nas atividades experimentais. Tratam-se de conteúdos da Cinemática, parte da Mecânica que se ocupa do movimento, bem como a dinâmica, que se dedica à relação entre o movimento e suas causas. Diante disso, apresento, inicialmente, aspectos relacionados ao Movimento Retilíneo e em seguida, descrevo a lei de Hooke.

a) Características básicas do Movimento Retilíneo

Quando, nas aulas de Física, fala-se em movimento uniforme, primeiramente, remonta-se à ideia de uma partícula se deslocando ao longo de uma linha reta. Ao

refletir a esse respeito, Young e Freedman (2008) ressaltam que nesse tipo de movimento são introduzidas grandezas físicas de velocidade e aceleração. Mencionam que essas grandezas possuem módulo, direção e sentido, isto significa, que elas são vetores. Todavia, o foco na descrição dos movimentos das partículas em linha reta, dispensará o tratamento matemático dessas grandezas sob o ponto de vista vetorial.

Em linhas gerais, ao tratar do Movimento Uniforme, Young e Freedman (2008) destaca as notações que fornecem modelos compostos por fórmulas que relacionam grandezas estudadas nesse tipo de movimento. Reafirmando isso, descrevem:

O componente x da velocidade média, ou velocidade média, é o componente x do deslocamento, $(\Delta x)^3$, dividido pelo intervalo de tempo Δt durante o qual o deslocamento ocorre. Representamos essa grandeza por pelo símbolo v_{mx} (em que o 'm' subscrito significa valor médio e o 'x'

subscrito indica que esse é o componente de x): $V_{xm} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

(YOUNG; FREEDMAN, 2008, p. 36).

Essa expressão da função horária do espaço em função do tempo nos diz que é possível determinar a posição (x) de um objeto que estava na posição (x_0) e se move com uma velocidade constante (v_0) em qualquer momento (t). Ou seja, a posição (x) depende do tempo (t), o que caracteriza um tipo de função de 1º grau. Ainda em relação à função horária do espaço no Movimento Uniforme, Young e Freedman (2008, p. 42) expressam que, “para um deslocamento ao longo do eixo Ox , a velocidade média de um objeto V_{mx} é igual à inclinação de uma linha que liga os pontos (x) versus tempo (t)”.

Além das características descritas anteriormente, sabe-se que o móvel não se locomove sempre na mesma velocidade, o que remete a outro movimento, desta vez, o Uniformemente Variado. Neste, o móvel se locomove com alterações na grandeza velocidade, determinada pela atuação de uma variável conhecida como aceleração. Em relação a essa ideia, Young e Freedman (2008, p. 47) afirmam que,

³ Nessa citação os autores pontuam que o significado de Δx não é o produto de Δ vezes x ; esse símbolo significa simplesmente 'variação de grandeza x '. Sempre usamos a letra grega maiúscula Δ (delta) para representar a variação de uma grandeza, calculada como a diferença entre o valor final e o valor inicial da grandeza — nunca ao contrário. Analogamente, escrevemos o intervalo de tempo t_1 e t_2 como Δt e a variação da grandeza t : $\Delta t = t_2 - t_1$ (a diferença entre o valor final e o valor inicial).

no estudo do Movimento Uniformemente Variado, a

- equação $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$, (somente para a aceleração constante), esta equação mostra que se para um instante inicial $t = 0$ a partícula está na posição x_0 e possui velocidade v_{0x} , sua nova posição em qualquer instante t é dada pela soma de três termos — a posição inicial x_0 , mais a distância $v_{0x}t$ que ela percorreria caso a velocidade permanecesse constante, mais a distância adicional $\frac{1}{2}a_x t^2$ produzida pela variação da velocidade.
- um gráfico da equação $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$, quando a aceleração é zero, o gráfico xt é uma linha reta; quando a aceleração é constante o termo adicional $\frac{1}{2}a_x t^2$ para x em função de t encurva o gráfico para formar uma parábola.

Dessa forma, a literatura aponta que Galileu – Galilei (1564 – 1642) se dedicou ao estudo de movimentos. Conhecido por iniciar, na Física, a experimentação como forma de validar hipóteses teóricas, formulou hipóteses com proposições acerca do Movimento retilíneo. A esse respeito, Gaspar (2011, p. 1), em seu material complementar digital, destaca que

[...] a distância percorrida pelo móvel nesse movimento é diretamente proporcional ao quadrado do tempo gasto em percorrê-la; no dobro do tempo, o móvel percorre o quádruplo da distância; num tempo três vezes maior, a distância percorrida é nove vezes maior; e assim por diante.

A essa caracterização, o autor cita que esses movimentos quase sempre são “[...] realizados em pequenos intervalos de tempo. Uma das situações em que eles ocorrem é nas partidas dos veículos, até que atinjam uma velocidade constante, ou nas chegadas, até que parem”. Segundo Hewitt (2011), desde muito cedo, esse cientista demonstrou interesse em estudar movimento dos corpos, desenvolvendo o conceito de aceleração em seus experimentos em planos inclinados. O autor destaca que ele

[...] estava interessado na queda dos objetos, e como lhe faltavam instrumentos precisos para medir o tempo, usou planos inclinados para tornar efetivamente mais lentos os movimentos acelerados e assim poder investigá-los de forma mais detalhada (HEWITT, 2011, p. 40).

Ao finalizar esta breve abordagem de conteúdos, dedico o item seguinte ao tópico da Dinâmica.

b) Lei de Hooke

Estudar a deformação de um corpo provocado por uma força atuante nele é o objeto de estudo de uma das atividades propostas neste trabalho. Nesse contexto, Young e Freedman (2008) apontam a existência de vários tipos de forças atuantes compartilhadas entre os corpos, a exemplo, a força de tensão. Este foi um estudo experimental desenvolvido por Robert Hooke (1635 – 1703) em corpos elásticos, nos quais analisou a relação entre as forças e as deformações de corpos. Assim, o cientista constatou que para cada tipo de deformação em corpos rígidos há uma grandeza denominada tensão. Nesse aspecto, Young e Freedman (2008, p. 364) enfatizam que o resultado experimental obtido pelo cientista, válido para alguns materiais, assim se explica:

Quando a tensão e a deformação são suficientemente pequenas, verificamos que elas são diretamente proporcionais e denominamos a constante de proporcionalidade de módulo de elasticidade. Quanto mais você estica algo, mais o objeto se dilata; quanto mais você o esmaga, mais ela se comprime. O comportamento geral que emerge pode ser formulado do seguinte modo: Tensão/Deformação = Módulo da elasticidade. A constante de proporcionalidade entre a tensão e a deformação (sob certas condições) denomina-se lei de Hooke (YOUNG; FREEDMAN, 2008, p. 364).

Com esta seção, finalizo a revisão de literatura. Dessa forma, os conhecimentos aqui formalizados se constituíram no fundamento físico e matemático quanto ao conceito de função. Em relação às grandezas relacionadas e ao movimento retilíneo, tais como tempo, posição, velocidade e aceleração, na possibilidade de haver correspondência entre os valores dessas grandezas, pode-se obter função de 2º grau que permitirá representar algebricamente esses movimentos. Já em relação à força que uma mola compartilha com objetos em contato com ela, sendo diretamente proporcionais à sua deformação, as grandezas envolvidas no experimento também podem expressar uma função matemática; por sua vez, de 1º grau.

No próximo capítulo, relato os procedimentos metodológicos que nortearam os caminhos que efetivei durante a realização desta pesquisa.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa se originou de um problema identificado em minha prática pedagógica como docente de uma escola pública. Cabe lembrar que, nos últimos oito anos, dediquei-me à educação matemática de jovens do primeiro ano do Ensino Médio. Ao longo de todo esse tempo, observei as dificuldades dos alunos em administrar situações de aprendizagem envolvendo a noção do conceito de função. Diante dessa inquietação, decidi realizar as atividades de intervenção em uma turma da referida escola visando melhorias nos processos de ensino e aprendizagem e, dessa forma, levar os estudantes a compreenderem o conceito de função.

Portanto, os integrantes desta pesquisa foram os alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio, formada por trinta alunos, cuja faixa etária era de quinze a dezesseis anos. Destaco que as atividades se efetivaram num período de dois meses durante o ano de 2015. A modalidade da atividade prática embasada para a criação das utilizadas foi investigativa, pois estimula a interatividade intelectual do aluno por meio de discussão de ideias extraídas de dados do experimento, contribuindo, para a formação de conceitos.

A investigação foi desenvolvida numa abordagem qualitativa, e as estratégias, vinculadas ao estudo de caso, uma vez que a pergunta norteadora da pesquisa – **Quais as implicações do uso de atividades experimentais nos processos de ensino e aprendizagem de funções com os alunos do 1º ano do Ensino Médio?** – envolveu meus dados descritivos de pesquisadora com os participantes. Dessa forma, acredito que essa questão esteve em harmonia com a metodologia escolhida.

Contudo, é necessário um breve relato do questionamento adotado inicialmente.

Então, ao escrever **quais são as implicações do uso de atividades experimentais nos processos de ensino e aprendizagem de funções**, estive com o olhar atento às potencialidades que essas práticas poderiam oferecer ao aluno quanto ao entendimento do conceito de função. E, para o alcance da resposta à pergunta, inicialmente formulada, ofereci aos alunos um espaço sem o formalismo da aula tradicional e recursos materiais adequados a fim de que pudessem experimentar e interagir com seus pares na busca de relações entre o objeto de estudo e as teorias estabelecidas acerca do conceito de função.

Uma vez exposta a intencionalidade da pergunta de pesquisa, saliento que este trabalho se valeu da abordagem qualitativa, pois Moreira e Caleffe, (2006, p. 73) destacam que “explora as características dos indivíduos e cenários que não podem ser facilmente descritos numericamente. O dado é frequentemente verbal e é coletado pela observação, descrição e gravação”.

Diante das argumentações apresentadas, Creswell (2010, p. 208 – 209) elenca algumas características que devem ser observadas no processo de pesquisa qualitativa:

Os pesquisadores qualitativos tendem a coletar dados no campo e no local em que os participantes vivenciam a questão ou o problema que está sendo estudado. Baseia-se no pesquisador como instrumento fundamental de coleta dos dados por meio de exame de documentos, de observação do comportamento ou de entrevista dos participantes. Emprega múltiplas fontes de coleta de dados, tais como entrevistas, observações e documentos. É indutiva, pois criam seus próprios padrões, categorias e temas de baixo para cima, organizando os dados em unidades de informação cada vez mais abstratas. Baseia-se em significados dos participantes. É emergencial, isto significa que o plano inicial não pode ser rigidamente prescrito, e que todas as fases podem mudar ou se deslocar depois que o pesquisador entrar no campo e começar a coletar os dados. Frequentemente envolvem uso de lente teórica. É interpretativa, pois os pesquisadores fazem interpretação do que enxergam, ouvem e entendem e relato holístico, ou seja, com a proposta de investigar o estudo como um todo considerando as partes que o compõem.

Dentro dos planos de natureza qualitativa que foram apresentados, desenvolvi um estudo de caso, pois esta pesquisa visou compreender os acontecimentos de um determinado objeto de estudo com vistas à possibilidade de fornecer uma visão ampla do fenômeno estudado. Nessa perspectiva, a minha intenção foi explorar e descrever as implicações do uso de atividades experimentais na compreensão do

conceito de função com um grupo de estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Yin (2010) refere que o estudo de caso se adapta à pesquisa em educação a partir do momento em que o pesquisador é confrontado com situações para as quais atribui importância, de tal maneira que busque fundamentos e explicações para um determinado fato ou fenômeno da realidade empírica.

Os diagnósticos das atividades realizadas consistiram em uma etapa fundamental desta pesquisa, e, nesse sentido, Yin (2010) destaca que é importante fazer uso de denominadas “fontes de evidência”, que são nomeadamente os registros em arquivos, as entrevistas, a observação direta e os artefatos físicos. Os primeiros podem configurar “dados de levantamentos, como os dados previamente coletados” (YIN, 2010, p. 132).

Por sua vez, as entrevistas são consideradas uma forma de investigação por meio de questões, ou seja, esse instrumento é visto como diálogos dirigidos pelo pesquisador. Em se tratando da observação direta, o autor coloca que esse recurso consiste em dar atenção aos comportamentos no decorrer do tempo previsto e pode ser aplicado, inclusive, em sala de aula, caracterizando momentos úteis para recolher informações adicionais sobre o estudo. Já os artefatos físicos surgem como fontes finais de evidências acerca da prática desenvolvida, legitimando o estudo, uma vez que, os dados encontrados ao longo da pesquisa foram armazenados, possibilitando o acesso a outros investigadores, inclusive pela via impressa.

Nesta investigação, para a recolha de dados de aplicação de questionários, utilizei registros de áudios e vídeos e o diário de campo, para registrar todos os encontros. Além disso, as resoluções das atividades propostas, juntamente com os relatórios realizados pelos alunos, serviram de fonte de dados para análise. Esses recursos representaram não apenas essas fontes pontuais, mas, sobretudo, um conjunto de eventos gerados a partir da prática pedagógica desenvolvida pelos alunos.

As fases de análise e tratamento de dados obtidos nesta intervenção ocorreram em ordem cronológica. Para isso, realizei a transcrição integral e, repetidas vezes, de auscultações das gravações em áudio e vídeo das atividades. Durante o processo, registrei todas as ações realizadas pelos participantes de forma

literal e com revisão periódica sobre os dados coletados. As atividades impressas, com apoio de *softwares*, questionários e relatórios, foram realizadas por meio de estudo descritivo. O foco essencial desta investigação, conforme Oliveira (2013, p. 68), é “analisar fatos e/ou fenômenos, fazendo descrição detalhada da forma como se apresentam esses fatos e fenômenos, ou, mais precisamente, é uma análise aprofundada da realidade pesquisada”.

Para efetivar a análise dos episódios ocorridos, foi necessário o consentimento do gestor da escola e dos pais ou responsáveis pelos alunos. Nesse sentido, Yin (2010) afirma que, nesse consentimento, o responsável pela condução dos estudos precisa evidenciar às pessoas que participarão do estudo e aos que contribuirão de forma direta com o trabalho que sua privacidade será preservada. Portanto, na observância dessa realidade, antes de dar início às atividades da intervenção pedagógica na escola, o Termo de Anuência da Direção da Instituição de Ensino (conforme APÊNDICE A) foi previamente assinado pelo gestor; por sua vez, os alunos receberam o Termo de Consentimento Livre Esclarecido (APÊNDICE B), o qual foi cuidadosamente lido, preenchido e assinado pelo responsável do menor.

Esta intervenção pedagógica, como já referi anteriormente, contemplou atividades experimentais no ensino de Matemática com o intuito de contribuir para a consolidação de conceitos de funções de 1º e de 2º graus. Com essa finalidade, elas foram planejadas para quinze encontros, com duração de noventa minutos (duas horas/aulas). No Quadro 2, aparecem, de forma resumida, as que foram desenvolvidas com os alunos.

Quadro 2 – Detalhamento das atividades da intervenção pedagógica

Encontro	Aula	Objetivos	Atividades
Encontro 1	Apresentação do projeto e questionário de opinião.	Apresentar a pesquisa a ser realizada. Responder um questionário inicial para conhecer os alunos.	Exposição do cronograma; Assinatura do Termo de Anuência pelo Gestor Geral (APÊNDICE A); Entrega do Termo de Consentimento Livre Esclarecido (APÊNDICE B) e aplicação de questionário inicial (de acordo com o APÊNDICE C).
Encontros 2,3 e 4	Prática 1: Movimento de uma esfera de aço em queda livre em um equipamento projetado.	Descobrir o modelo matemático e construir o gráfico de uma função polinomial do 1º grau.	Realização da atividade prática 1 (conforme APÊNDICE D); construção do modelo matemático e do gráfico; familiarização e utilização da

(Continua...)

(Continuação)

Encontro	Aula	Objetivos	Atividades
Encontros 2,3 e 4		Explorar os dados da prática 1 nas formas tabular e gráfica por meio de ferramentas tecnológicas.	planilha do <i>Excel</i> e <i>software</i> GeoGebra na montagem da tabela e esboço do gráfico da função do 1º grau; elaboração de um relatório (APÊNDICE E)
Encontros 2,3 e 4		Apresentar o detalhamento das etapas da prática e avaliar a prática efetivada	Relacionado à atividade prática 1; avaliação da atividade realizada por meio de um questionário (conforme APÊNDICE F).
Encontros 5, 6 e 7	Prática 2: Alongamento de uma mola em um equipamento projetado.	Encontrar o modelo matemático e construir o gráfico de uma função polinomial de 1º grau. Explorar os dados da prática 2 nas formas tabular e gráfica por meio ferramentas tecnológicas. Apresentar o detalhamento das etapas da prática por meio de um relatório e avaliar a prática efetivada.	Realização da atividade prática 2 (APÊNDICE G); construção do modelo matemático e do gráfico; utilização da planilha do <i>Excel</i> e <i>software</i> GeoGebra na montagem da tabela e esboço do gráfico da função do 1º grau; elaboração de um relatório e respostas às perguntas do questionário de avaliação da atividade.
Encontro 8	Aplicação de questões relativas à função do 1º grau.	Resolver questões propostas referentes a funções do 1º grau.	Realização de questões em grupos (APÊNDICE H).
Encontros 9, 10 e 11	Prática 3: Trajetória de um carro por uma estrada ilustrativa.	Descobrir o modelo matemático e construir o gráfico de uma função polinomial do 2º grau; explorar os dados da prática 3 nas formas tabular e gráfica por meio ferramentas tecnológicas; elaborar um relatório e avaliar a prática efetivada.	Realização da atividade prática 3 (APÊNDICE I); elaboração do modelo matemático; construção do gráfico da função do 2º. grau por meio do <i>software</i> GeoGebra; produção do relatório referente à prática 3; avaliação da prática por meio de um questionário.
Encontros 12, 13 e 14	Prática 4: Movimento de um <i>skate</i> descendo uma rampa.	Descobrir o modelo matemático e construir o gráfico de uma função polinomial do 2º grau; explorar os dados da prática 4 nas formas tabular e gráfica por meio ferramentas tecnológicas; apresentar o detalhamento das etapas da prática por meio de um relatório escrito e avaliar a prática efetivada.	Realização da atividade prática 4 (APÊNDICE J); construção do modelo matemático e do gráfico; utilização da planilha do <i>Excel</i> e <i>software</i> GeoGebra na montagem da tabela e esboço do gráfico da função do 2º grau. Produção do relatório e avaliação da atividade por meio de respostas às perguntas do questionário.

(Continua...)

(Conclusão)

Encontro	Aula	Objetivos	Atividades
Encontro 15	Aplicação de questões relativas à função do 2º grau.	Resolver questões propostas referentes a funções do 2º grau.	Realização de questões em grupos (APÊNDICE K).

Fonte: Elaborado pela autora.

No próximo capítulo, descrevo a intervenção pedagógica realizada com os alunos, bem como a análise dos dados emergentes e os resultados decorrentes dos encontros.

4 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E ANÁLISE DOS DADOS EMERGENTES

Neste capítulo, descrevo, detalhadamente, os encontros efetivados durante a intervenção pedagógica e realizo a análise dos dados emergentes da pesquisa. Ressalto que esta se apoiou numa abordagem qualitativa onde foram analisados e discutidos os dados coletados com as experimentações realizadas pelos alunos. Ademais, priorizaram-se a linguagem, a simbologia e o pensamento ligados à construção do conceito de função de 1° e de 2° graus. Assim, para o melhor entendimento de como se desenvolveu a investigação, relato a apresentação e o detalhamento de como ocorreu o desenvolvimento das atividades; os resultados dos relatórios após as experimentações e os dados do questionário de autoavaliação após cada atividade. Além disso, realizo a análise desses dados coletados à luz dos referenciais teóricos utilizados neste trabalho.

4.1 Encontro 1 – Apresentação do projeto e questionário inicial

Como mencionei, esta pesquisa foi desenvolvida em uma escola estadual de Ensino Médio em São Luís – Maranhão, onde atuo como professora de Matemática em turmas do 1° ano. As atividades foram efetivadas em quinze encontros, no turno vespertino, em horário das aulas de Matemática, com duração de noventa minutos, cada, totalizando vinte e duas horas e meia de atividades. Participaram das etapas da intervenção pedagógica trinta estudantes, sendo estes nomeados por A1, A2, A3, ... para manter o sigilo. Durante os experimentos os alunos se dividiram em grupos

de trabalhos, os quais foram denominados por Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4 e Grupo 5. No encontro, compareceram os trinta alunos participantes da pesquisa. Primeiramente, apresentei-me como mestranda do Ensino de Ciências Exatas pela UNIVATES e justifiquei por que escolhi uma turma de 1º ano: melhorar o aprendizado do conceito de função, fruto de minha inquietação profissional. Aliado a isso, expus o cronograma do projeto por meio de slides. Durante a explanação do cronograma, os estudantes ficaram atentos e mostraram curiosidade pela forma como ocorreria o aprendizado do conceito de função pela via experimental, motivos pelos quais surgiram vários questionamentos: *“Nunca vi se estudar Matemática fazendo experiências”!* (A5); *“Como podemos aprender função através de atividades experimentais, eu nunca estudei Matemática desse jeito”!* (A31). Nesse momento, percebi que estavam interessados em conhecer a maneira como se daria esse processo de construção do conhecimento de função por meio de práticas.

Ao término da apresentação, expliquei-lhes que a participação deles na pesquisa dependeria da autorização dos pais e/ou responsáveis por meio do documento “Termo de Consentimento Livre Esclarecido” (APÊNDICE B), o qual deveria ser devolvido no encontro seguinte. Ademais, informei-os de que contaríamos com a presença de um observador, que, durante a realização das atividades, faria a gravação em vídeo para posterior análise.

Após a explanação, os participantes foram convidados a responder, individualmente, a um questionário, onde constavam perguntas abertas e fechadas, cujo objetivo era verificar que conhecimentos tinham sobre o tema proposto. O questionário inicial (APÊNDICE C) foi estruturado em duas partes. A primeira contava com três perguntas fechadas; a segunda, com quatro indagações acerca do conceito de função. Os estudantes dedicaram, aproximadamente, quinze minutos para respondê-las. Findo o tempo estimado, foram recolhidas.

Com relação à primeira parte, os resultados apontaram que, no grupo de trinta alunos, dezesseis eram do sexo masculino e catorze, do feminino, cuja faixa etária variava de quinze a dezesseis anos, sendo que vinte e quatro tinham quinze. Ao serem questionados a respeito do rendimento na disciplina Matemática, 10% revelaram ter excelente progresso; 47% registraram um bom aproveitamento e 43% declararam um desempenho regular.

Prosseguindo a análise do questionário no tocante à avaliação do entendimento do aluno ao tema funções, a primeira pergunta objetivava verificar a ideia intuitiva do conceito de função. Para 40%, ela relaciona grandezas, como expresso por A30: *“São conjuntos que relacionam duas grandezas”*. Já 7% declararam que ela possui uma ou mais incógnitas; 53% responderam que não sabiam dizer o que é função pelo fato de nunca terem estudado o assunto no ano/série anterior, conforme o depoimento de (A 25): *“Eu não sei porque eu ainda não estudei sobre isso”*.

Pelas respostas obtidas, constatei que o grupo tinha pouca compreensão acerca do conceito de função. Uma parte revelou não saber conceituar pelo fato de ainda não haver estudado esse tema; outra, na tentativa de apontar esse conceito, expressou ideias sem clareza. Neste sentido, privilegiar a realização de atividades concretas no ensino da Matemática poderia ser um meio de facilitar a compreensão de conceitos. A esse respeito, Lorenzato (2010, p. 72) destaca que

A experimentação é o melhor modo de se conseguir a aprendizagem com significado, uma vez que ela realça o “porque”, a explicação e, assim valoriza a compreensão, a integração de diferentes assuntos, a redescoberta, a memorização de resultados, a aprendizagem de diferentes estratégias de resolução e a verificação de conjecturas ou de resultados.

Na questão dois, “Em quais situações do dia a dia você utiliza o conceito de função?”, a intenção era privilegiar as respostas de cada estudante, mas pelo fato de apresentarem argumentos comuns, as ideias foram sintetizadas. Ao analisar as respostas, verifiquei que 40% não responderam; 37% revelaram ideias totalmente errôneas do que foi perguntado, como a declaração de A1: *“Em casa, um exemplo seria o computador”*. Por sua vez, 23% relacionaram função a duas grandezas, tais como se pode observar nas seguintes respostas:

“O valor a pagar quando se abastece um veículo” (A23).

“O preço em função da quantidade de combustível” (A22).

“O preço em função de quilogramas de um produto comprado, conta de energia, movimento de um veículo, etc”. (A21).

Portanto, esses alunos demonstraram possuir algum conhecimento sobre a

utilidade de função. Ainda com relação a essa indagação, as respostas remetem à ideia de que eles, até então, como verificado nos comentários, pareciam compreender esse conceito com estreita explicação em situações reais ou próxima deles. Tal fato evidencia que o conhecimento apreendido nas aulas de Matemática, em que esse tema foi objeto de estudo, careceu de maior aprofundamento.

Em relação à terceira pergunta do questionário “O que você já estudou sobre funções”?, as declarações podem ser divididas em três categorias: os que não responderam, totalizando 13%; os que não sabiam dizer, correspondendo a 60%; aqueles que já estudaram funções de 1° e 2° graus, num total de 27%.

E por fim, quando instigados ao quarto questionamento que trata dos tipos de funções que conheciam, 57% apontaram que tinham conhecimento de funções de 1° e 2° graus. Os demais se dividiram em duas categorias: as que não conheciam nenhum tipo de função, num total de 23%; as que apontaram ideias incorretas, totalizando 20%. Neste sentido, é importante que os educandos se apropriem desse conhecimento matemático, pois ele auxilia na aplicação de situações práticas. Essa relevância está explícita nos Parâmetros Curriculares Nacionais quando destacam que

O estudo de *Funções* pode prosseguir com diferentes modelos que devem ser objeto de estudo na escola – modelos linear, quadrático e exponencial. [...] É recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes modelos, tomados em diferentes áreas do conhecimento (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamento na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia, etc) (BRASIL, 2008, p. 72).

Ainda nessa questão, o que chamou atenção foi o fato de a maioria dos alunos ter apontado dois tipos de funções, uma vez que, na questão número três, 60% relataram que não sabiam dizer. Essa ocorrência me permitiu inferir que, em algum momento das aulas de Matemática, no Ensino Fundamental, eles tiveram contato com esses conteúdos de ensino.

Elucidadas as análises das respostas dos questionamentos, a seguir, apresento a descrição e a análise da atividade prática inicial.

4.2 Encontros 2, 3 e 4 – Primeira atividade prática: Movimento de uma esfera de aço em queda livre em um equipamento projetado

Nesta fase da pesquisa, o meu propósito era utilizar o Laboratório de Matemática da escola. Contudo, o local era pequeno para acomodar a demanda dos alunos. Assim, as atividades foram realizadas na sala de aula convencional (utilizada nas aulas diárias). Além disso, planejei tarefas que envolviam o uso do Laboratório de Informática por ser um espaço amplo com todo o equipamento montado e pronto para o uso. Entretanto, esse ambiente não foi utilizado por haver problemas no funcionamento de sua estrutura (climatização) e também pela impossibilidade da abertura de suas janelas. Esse obstáculo foi resolvido, pois a direção da escola colocou à disposição cinco *notebooks* para serem utilizados em sala de aula. Para o alcance de maior abrangência dos fatos ocorridos, as atividades foram gravadas em vídeo, transcritas e, posteriormente, digitadas. Durante todo o trabalho de transcrição, tive a preocupação de manter os detalhes das enunciações⁴ dos alunos e, assim, manter o ambiente de estudo vivenciado por eles.

A intenção desta primeira atividade foi oportunizar aos alunos do 1º ano do Ensino Médio momentos de experimentações por meio de equipamentos projetados, visando construir o conceito matemático. Neste sentido, busquei conceder significado aos dados colhidos e, assim, estabelecer o diálogo de questões emergentes durante e após a prática, as quais constituíram elementos facilitadores ao objetivo que se desejava alcançar, que foi construir o conceito de função de 1º grau.

Para que a atividade prática ocorresse, reservei alguns minutos que precederam a aula para organizar o ambiente. Agrupei as carteiras e cadeiras em forma de bancadas, num total de cinco grupos com seis membros cada. Após essa fase, os equipamentos, conforme visualizado na Figura 1, foram devidamente colocados nos grupos.

⁴ Devido ao grande volume de informações geradas pelas transcrições das atividades, as enunciações não estão integralmente reproduzidas neste trabalho. Foram adotados o resumo e a descrição de alguns diálogos, reservando a transcrição literal para os momentos que considerasse importante o pronunciamento dos participantes.

Figura 1 – Equipamento projetado para o experimento de uma esfera de aço em queda livre



Fonte: Adaptado de Peruzzo (2012, p. 62).

Além desse artefato, outros materiais foram necessários para o experimento, tais como: cronômetro, régua, esfera, ímã cilíndrico de neodímio, réguas, borrachas, lápis, papel milimetrado, folhas de papel A₄. Ademais, distribuí os procedimentos impressos da prática conferidos no Quadro 3.

Quadro 3 – Procedimentos da primeira atividade prática

1. Um aluno abandona a esfera de aço do topo do tubo de plástico.
2. Com o ímã cilíndrico de neodímio, um aluno conduz a esfera da base até uma altura de 100 centímetros de onde a mesma cairá em queda livre em um tubo plástico contendo álcool em gel.
3. Um aluno fará a cronometragem do tempo do deslocamento da esfera ao longo do tubo plástico, comunicando ao outro colega o momento em que o objeto passará pelos marcadores indicados na régua do equipamento.
4. Cada aluno deverá realizar o experimento uma vez, podendo ser repetido caso haja necessidade.

(Continua...)

(Conclusão)

5. De posse dos tempos t (segundos) e posições s (centímetros) correspondentes, um aluno preencherá o quadro abaixo:

x (cm)	0	20	40	60	80	100
t (s)						

6. Construção do modelo matemático e do gráfico da função.

7. Elaboração do relatório.

Fonte: Elaborado pela autora.

Para essa atividade, foram dedicados noventa minutos, distribuídos em dois períodos de quarenta e cinco. O primeiro horário foi reservado à realização da prática e coleta de dados; o segundo, à interpretação de dados, construção do modelo matemático e representação gráfica do experimento.

Quando os primeiros alunos entraram na sala, manifestaram admiração ao observarem a disposição das carteiras e a presença de artefatos. O cenário era diferente do que estavam habituados a ver nas aulas diárias. Diante dessa realidade, uma aluna exclamou: “*Nossa, a sala está arrumada diferente, nem parece que vai ter aula de Matemática*”! (A9). O fato é que, antes de iniciar as atividades, eles conversaram entre si, circularam pela sala, leram o material impresso, observaram e tocaram os materiais e demonstraram interesse em saber como funcionava o equipamento. Em um determinado momento, fui questionada: “*Professora, como é que é estudar função usando esse aparelho*”? (A22). Não satisfez de imediato a sua curiosidade, levando-o à descoberta das respostas por meio da experimentação. Sobre isso, Lorenzato (2010, p. 53), argumenta que

Não há professor que não tenha recebido de seus alunos perguntas do tipo: “onde vou aplicar isso?”, “quando usarei isso?”, “por que tenho que estudar isso”? A frequência com que tais questões são apresentadas pelos alunos em sala de aula mostra o clamor deles por um ensino de matemática mais prático do que aquele que têm recebido. Tal pedido é plenamente justificável, pois quem de nós se sente bem fazendo algo sem saber por que o faz?

Seguindo o caminho da experimentação, informei que a escolha da formação de grupos de estudo ficaria a critério deles, processo que demorou alguns minutos para ser concluído. Findo este, as primeiras orientações relativas aos procedimentos da atividade foram lidas e discutidas. Na ocasião, ficou acordada a observância do

tempo para que a atividade não ultrapassasse o horário estimado.

Assim, uma vez familiarizados com as instruções da prática, os grupos iniciaram a tarefa no momento em que um aluno abandonava a esfera num tubo de plástico contendo álcool em gel. A dinâmica continuou quando outro estudante realizou a ação de conduzir essa mesma esfera até uma altura de cem centímetros utilizando um ímã cilíndrico de neodímio. Ainda nesta fase introdutória, ao acompanhar o desenvolvimento das práticas, percebi a insegurança de muitos discentes pelo fato de não estarem habituados a realizar atividades desse tipo nas disciplinas das Ciências da Natureza. Nesse sentido, Bassoli (2014) auxilia no entendimento e reflexão acerca desse cenário quando enfatiza que,

Quando o trabalho experimental não é realizado, ou é muito pouco utilizado, como acontece na realidade educacional brasileira as deficiências na educação científica são atribuídas (entre outros “culpados”) à ausência de atividades de experimentação, vistas, sob essa ótica como a “panaceia” do ensino de ciências (BASSOLI, 2014, p. 587).

Apesar desse obstáculo, a maioria dos educandos, movida por uma aula diferente, desenvolveu as primeiras ações do experimento com desenvoltura, seguindo com tranquilidade o roteiro da atividade. Apenas dois grupos tiveram contratempos em função da retenção da esfera no tubo plástico, resultante da formação de bolhas de ar no álcool. O problema contribuiu para que houvesse repetições do mesmo procedimento por alguns alunos até que essa fase fosse concluída.

Finda essa ação, cada aluno desenvolveu a prática e, ao abandonar a esfera no tubo de plástico, era auxiliado por um cronometrista e outro colega que fazia as anotações. As repetições foram inevitáveis, pois se tratou de um experimento onde foi registrada uma situação imprevista, isto é, a retenção da esfera durante o percurso pelo tubo de plástico em razão da presença de bolhas de ar. Assim, coube ao cronometrista ditar os tempos em que o objeto passava pelas posições indicadas na régua para quem fazia os registros. A aferição foi para as marcações 0 cm, 20 cm, 40 cm, 60 cm, 80 cm e 100 cm.

À medida que coletavam os dados da experiência, os alunos exploravam, por meio de comparações, tais registros e associavam que nem todos os valores numéricos coincidiam. Como observadora participante, ficava circulando pela sala,

acompanhando livremente seus entendimentos sobre a prática, auxiliando-os no que fosse necessário sem, no entanto, responder diretamente às indagações, tais como:

“Professora, aqui na nossa equipe os dados estão diferentes, não foram exatos” (A1).

“O meu resultado ficou diferente da equipe, tem algum problema?” (A15).

“É necessário que os resultados do experimento de todos da equipe sejam iguais?” (A21).

Quanto às diferenças entre os dados coletados nas experimentações dirigidas por cada educando, Araújo e Abib (2003) são contundentes quando afirmam que a ação do aluno nas atividades de investigação não deve se limitar ao trabalho de manipulação ou observação de um fenômeno, mas conter características de um trabalho científico. Além disso, utilizar tais atividades como ponto inicial para desenvolver a compreensão de conceitos, sair da postura passiva, começar a perceber e agir sobre o objeto de estudo rumo ao processo de aprendizagem.

Nessa perspectiva, a prática envolvendo um fenômeno físico foi pensada para que alunos construíssem um conceito matemático. Tratou-se de um equipamento simples; porém, interessante, de rápida realização, com roteiro detalhado, contendo os materiais utilizados que a turma precisou manusear na busca de dados para a solução de um problema. Nesse sentido, Lorenzato (2010, p. 72) destaca que

[...] a importância da experimentação reside no poder que ela tem de conseguir provocar raciocínio, reflexão, construção do conhecimento. Facilita que o aluno levante hipóteses, procure alternativas, tome novos caminhos, tire dúvidas e constate o que é verdadeiro, válido, correto ou solução. Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez de resultados dele, pois na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la. [...].

Diante do exposto, a experimentação assume um valor pedagógico importante no contexto da sala de aula. O Referencial Curricular do Estado do Maranhão (2006, p. 145) reforça essa ideia quando apresenta que “é necessário que o professor adote uma prática de ensino que aproxime o aluno dos conhecimentos da Matemática, com o uso de metodologias práticas, vivas, laboratoriais, que trabalhe casos concretos”. Nessa linha argumentativa, por meio da experimentação,

que envolveu o ato de observar, tocar, testar, comparar e registrar; o aluno agregou a capacidade de manipular os dados, gerar questionamento e construir explicações para a compreensão do conceito de função.

Todavia, durante o desenvolvimento da prática, percebi pouca interatividade de alguns alunos de um grupo. Quando indagados, manifestaram criticamente: “*Estudar Matemática fazendo experimento dá muito trabalho, eu preferia que fosse usado o livro*”! (A5); “*É melhor utilizar a fórmula já pronta*”! (A30). Tais concepções podem evidenciar que eles foram estimulados a receber tarefas selecionadas pelo professor privilegiando o resultado e não a compreensão ou significado da situação apresentada. Tendo em vista que esses estudantes estavam habituados à cultura da valorização de respostas objetivas, a proposta de trabalho de aulas experimentais em Matemática lhes pareceu muito trabalhosa e pouco produtiva. Corroborando com esse pensamento, Van de Walle (2009) faz a seguinte referência:

Quando os estudantes fazem matemática diariamente em um ambiente de que encoraja o risco e promove a participação, a matemática se torna um empreendimento excitante. Os indivíduos se sentem mais incomodados com um ambiente orientado para respostas e centrado no professor começam a desenvolver autoconfiança. Os estudantes falam mais, compartilham ideias, oferecem sugestões e desafiam ou defendem as soluções de outros colegas (VAN DE WALLE, 2009, p. 39).

O modelo de ensino que tem predominado nas aulas de Matemática limita a atividade intelectual do aluno. Geralmente, as questões matemáticas têm sido apresentadas somente depois que o professor já ensinou como se deve proceder para respondê-las. Exemplo disso foi o tratamento matemático dos discentes na extração da média dos tempos registrados. Pensavam que essa ferramenta estivesse restrita aos cálculos mecânicos dentro da própria Matemática e, quando tiveram que utilizá-la associando-a a um fenômeno físico, causou-lhes estranheza a discussão do significado dos resultados. Muitos buscavam compreender a utilização desse tópico matemático no experimento. Para isso, realizamos pequenas incursões onde Follador (2007, p. 89) comenta média aritmética:

De maneira geral a média de um conjunto de números é um valor que, levando em conta a totalidade dos elementos do conjunto, pode substituir a todos sem alterar determinada característica desse conjunto. Existem diversos tipos de média, porém a média mais utilizada no cotidiano é a média aritmética simples, a qual é obtida dividindo-se a soma das observações pelo número delas, ou seja, a soma de todos os valores dividida pelo número de valores da amostra.

O uso da média aritmética nas atividades foi importante, pois representou o resultado de dados coletados de todos os envolvidos no experimento. Esse momento proporcionou uma aplicação não apenas do que os docentes já haviam internalizado na Matemática, mas, sobretudo, do significado do resultado encontrado. Como recurso, utilizaram, durante todo o processo de apuração dos dados, a calculadora do aparelho celular. Enquanto desenvolviam a atividade, solicitavam minha presença, pois sentiam insegurança em manipular os números decimais. No Quadro 4, seguem os resultados da apuração do Grupo⁵ um.

Quadro 4 – Dados coletados pelo Grupo 1

Tempo – t (s)	Deslocamento da esfera – s (cm)
0	0
1,2	20
2,4	40
3,6	60
4,8	80
6,0	100

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Nesse processo de apuração de dados, os alunos dialogavam e discutiam os resultados do experimento realizado. Sobre isso, expuseram os seguintes comentários:

“Esses resultados estão estranhos, muitos números decimais, será que está certo?” (A11).

“E se nós diminuíssemos as medidas na régua, ficaria melhor, ver tempo” (A20).

“Engraçado! Cada número que representa o tempo está ligado a uma medida na régua, será que isso é função?” (A23).

Nessa perspectiva, os alunos mesclavam pensamentos, tais como: trajeto percorrido pela esfera versus tempo que ocorreu, velocidade e variação, expressões que utilizavam na Física. Na Matemática, a ênfase girou em torno dos vocábulos

⁵ Os resultados do experimento foram apresentados por diferentes grupos de trabalho para evitar repetições.

relação e conjunto de números que geraram incerteza, ou seja, se o que haviam coletado correspondia à ideia de função. Expliquei-lhes que aplicassem o arredondamento para dois algarismos significativos para melhor compreensão da ideia de função. O conhecimento prático resultou em uma síntese parcial na tentativa de combiná-lo ao teórico, em que os discentes estabeleceram a relação entre o deslocamento e o tempo gasto por uma esfera no interior de um tubo contendo álcool em gel, constituindo fundamento importante para a efetiva construção do conceito de função de 1º grau. Em seguida, a transcrição das observações de alguns estudantes:

“Tem uma associação entre trajetória da esfera com o tempo” (A1).

“O tempo tem relação com as medidas da régua” (A8).

“Professora, para que a esfera passe pelo tubo precisa do tempo, pois a partir do momento que ela cai em queda livre só existe um valor do tempo se correspondendo com a marcação da régua” (A10).

“Que o trajeto percorrido depende do tempo” (A23).

Essas ideias canalizaram um importante caminho de investigação ao alcance do conceito de função mediante uma situação prática. Geralmente, as oportunidades de se estabelecerem relações funcionais são inúmeras, principalmente por meio de problemas verbais. Frequentemente, a atenção do aluno é focada na expressão matemática já pronta, havendo pouca menção quanto à variação e à relação de dependência de grandezas envolvidas. Sobre o experimento que refletiu as características de um movimento retilíneo, Gaspar (2011, p. 57 – 58) afirma que “É o movimento mais simples que pode existir, não há diferença entre a velocidade média e instantânea, não existe aceleração e a única grandeza que varia com o tempo é a posição”.

Nesse sentido, 10% dos alunos declararam que já haviam estudado esse assunto nas aulas de Física (estudo recente), mas, nesse momento, não se lembravam das “fórmulas”. Questionados sobre um possível modelo para o experimento, surpreenderam-se com a ideia de conceber uma fórmula para o experimento físico utilizando os dados coletados. A reorganização desse

pensamento foi se revelando paulatinamente quando transitaram da prática para a teoria. Primeiramente, os grupos teriam que calcular a velocidade média do movimento da esfera e, posteriormente, dialogar com os resultados alcançados.

Estimulados a procurar o modelo físico, os alunos foram desafiados a manipular a expressão algébrica que traduz a velocidade média proposta por Young e Freedman (2008), $v_{m_x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ a fim de estabelecer uma harmonia entre a Física e a Matemática. No que tange a essa relação, o modelo surgiu a partir de dados pertinentes ao próprio fenômeno físico que eles realizaram. Desse modo, os grupos utilizaram os dados armazenados da experiência conforme segue o modelo abaixo:

$$v_m = \frac{100 - 0}{6,0} = \frac{100\text{cm}}{6,0\text{s}} \cong 16,6\text{cm/s} \quad (1)$$

Esse número se refere à velocidade de deslocamento da esfera. Dessa forma, a expressão analítica da função, considerando um tubo totalmente preenchido contendo álcool em gel, fixado numa régua graduada e disposto na vertical, teve como simbolização $x = 16,6t$ (sendo x o deslocamento e t o tempo). Ao analisar os dados, os alunos perceberam a existência de uma relação aproximada entre as medidas dos deslocamentos numa trajetória vertical (reta) e o tempo de deslocamento em segundos.

À medida que os grupos concluíam a apuração dos dados, conduzia-os a dialogarem com os resultados encontrados. A esse respeito, questionei os participantes do Grupo 4 sobre os dados da coluna (deslocamento) e os tempos que a esfera percorreu no tubo plástico. Seus componentes apontaram que,

“Na escala localizada ao lado do tubo, não mudou nada. Continuam as marcações de 20 em 20 centímetros” (A7).

“Professora, o tempo passa rápido demais. Os nossos tempos variaram bastante. O meu não foi igual do colega” (A18).

No tocante ao excerto, comentei com os alunos ser aceitável que os dados não coincidissem, pois como se tratou de um experimento não se espera exatidão

nos resultados. Orientei-os a procurarem a diferença entre os tempos que haviam obtido na prática. A apuração revelou que, nos primeiros 20 centímetros, o tempo foi 1,3 segundos; nos 20 centímetros seguintes, $2,5 - 1,3 = 1,2$ segundos; ao atingir os 20 centímetros, $3,8 - 2,5 = 1,3$; ao completar os 20 centímetros, $5,1 - 3,8 = 1,3$ e, nos seguintes 20 centímetros, $6,3 - 5,1 = 1,2$. Quanto aos resultados obtidos, perguntei-lhes se tinham encontrado a variação de tempo constante durante todo o percurso da esfera. Responderam-me que ela não foi permanente, mas que se aproximou. Nesse sentido, sugeriram a repetição do experimento para conseguir a correspondência entre as variáveis de formar linear.

Toda a análise de dados empíricos permitiu que os alunos estabelecessem a relação de dependência entre as grandezas do fenômeno observado. Ademais, perceberam que o deslocamento da esfera pelo tubo dependia do tempo transcorrido. Esse fato lhes possibilitou saírem do campo experimental em busca de exemplos do cotidiano, onde o pensamento funcional é aplicado. Nessa perspectiva, Fainguelernt e Nunes (2012, p. 30) colocam que

Um aluno, ao analisar as situações práticas comuns à sua vivência, desenvolve inicialmente a noção de relação unívoca entre variáveis, caracterizando uma função, de modo informal e simples. Ele percebe, por exemplo, que o preço a ser pago em uma conta de luz é função da quantidade de energia consumida, que o custo de uma corrida de táxi é função da distância percorrida, que o consumo de combustível depende da distância percorrida por um automóvel e que o perímetro de um quadrado é função do comprimento do seu lado.

Ainda com referência ao experimento físico estudado, o Grupo 1 conseguiu obter os tempos com regularidade. Esse fato ocorreu pela ausência de bolhas de ar contidas no álcool em gel, o que facilitou o trânsito da esfera ao longo de todo o tubo. Essa constatação dos estudantes contribuiu para que fizessem previsões sobre as etapas que não foram observadas. Os participantes dessa equipe apresentaram seus dados, Quadro 5, justificando a validade da expressão analítica da função.

Quadro 5 – Análise de dados coletados pelo Grupo 1

Tempo – t (s)	Deslocamento da esfera – s (cm)	Raciocínio envolvido
0	0	$0 = 0$
1,2	20	$20 \cong 1,2 \cdot 16,6$
2,4	40	$40 \cong 2,4 \cdot 16,6$
3,6	60	$60 \cong 3,6 \cdot 16,6$
4,8	80	$80 \cong 4,8 \cdot 16,6$
6,0	100	$100 \cong 6,0 \cdot 16,6$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

A interpretação que os alunos realizaram em relação ao experimento físico refletia uma função matemática de 1º grau. Assim, o pensamento funcional foi se estabelecendo ao compreenderem o funcionamento da experiência. Nessa jornada, a expressão $s = 16,6t$ se traduziu no que Campitelli e Campitelli (2006, p. 33 – 34) denominam proporcionalidade quando enfatizam que é a “relação passiva de y ou f (x) e os correspondentes valores de x e o coeficiente multiplicador das variações de x que permite calcular as variações correspondentes de y”.

Uma vez estabelecida essa discussão, os alunos foram indagados a apontarem a interdependência existente entre as duas grandezas (no caso, o deslocamento da esfera e do tempo). Essa questão está sujeita ao que matematicamente é expresso por “o deslocamento é função do tempo”, ou seja, $s = f(t)$, que se lê “s igual a função de t”. O “t” é chamado de variável independente, porque o tempo está ao arbítrio da esfera no tubo. O “s” (trajeto) é denominado variável dependente, pois varia em função do tempo (t). Com a velocidade da esfera em torno de 16.6.t cm/s, o deslocamento “s” é dado pela representação analítica $s = 16.6.t$, estabelecendo uma relação entre “t” e “s”. Os deslocamentos da esfera se tornaram, então, em função do tempo “t”, que decorreu a partir do momento em que ela se pôs a percorrer o tubo plástico.

Após essa etapa, seguiram os diálogos e discussões, havendo a necessidade da representação da função por meio de um gráfico. Nessa questão, na qual teriam que demonstrar os dados do experimento graficamente, surgiram reclamações, tais como: “Professora, eu não sei desenhar gráfico!” (A12); “É para desenhar aquela cruz”? (A25); “Confundo toda vez esse “negócio” de abscissa com a coordenada!” (A30). Nesse momento, constatei que muitos não detinham o simples conhecimento

de como localizar um ponto no eixo de coordenadas cartesianas. Apenas um grupo demonstrou corretamente a função que originou o gráfico, sendo que a maioria confundiu o eixo das abscissas com o das ordenadas. Diante disso, expliquei-lhes que, no eixo positivo x , marca-se o tempo t e, no eixo positivo y , os trajetos correspondentes. Com relação a isso, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1999, p. 216) afirmam que

[...] o conceito de função desempenha um papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto no cotidiano, como em outras áreas do conhecimento, como Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto ao ensino da Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações-problemas de matemática e de outras áreas, o aluno possa ser incentivado a buscar solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para a interpretação e investigação em Matemática.

Para visualizar toda a trajetória da esfera no tubo, os alunos organizaram os dados empíricos conforme a descrição do Quadro 6. Os valores para o tempo (t) corresponderam à variável independente, assumindo valores naturais (incluindo o zero), bem como ao campo da variável dependente “ s ” (deslocamento da esfera), atingindo valores inteiros.

Quadro 6 – Apuração de dados do Grupo 1

Tempo – t (s)	Deslocamento da esfera – s (cm)	Par ordenado (t ; s) = (x ; y)
0	0	(0; 0)
1,2	20	(1,2; 20)
2,4	40	(2,4; 40)
3,6	60	(3,6; 60)
4,8	80	(4,8; 80)
6,0	100	(6,0; 100)

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Nessa fase, solicitei-lhes que demonstrassem graficamente os dados sistematizados extraídos da atividade experimental; entretanto, outras etapas que precederam esse momento foram necessárias. De acordo com o planejamento, nas duas semanas que antecederam a intervenção pedagógica, os educandos tiveram um período de formação correspondente a duas horas/aulas relativo ao manuseio e familiarização do uso de ferramentas tecnológicas Planilha Eletrônica (*Excel*) e o

*Software GeoGebra*⁶, como recursos auxiliares nas atividades.

Com o objetivo de determinar a representação gráfica do experimento, essa tarefa foi dividida em dois momentos: no primeiro, desenharam em papel milimetrado como seria o gráfico que melhor representasse o deslocamento da esfera ao longo do tubo. No segundo, executaram essa mesma atividade utilizando, primeiramente, a Planilha Eletrônica (*Excel*) e, posteriormente, o *Software GeoGebra*.

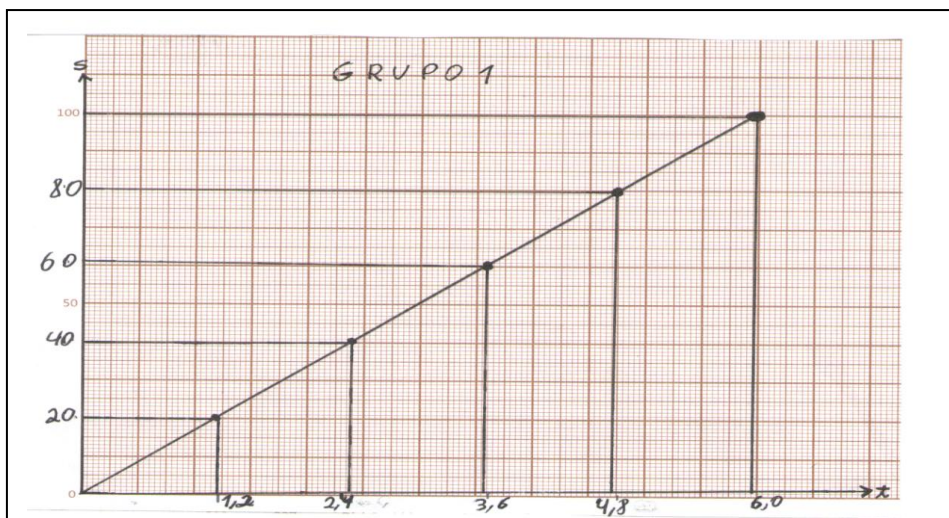
Sobre a importância do uso de Planilhas Eletrônicas na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, os PCNs do Ensino Médio (BRASIL, 2008, p. 87 – 89) pontuam que

[...] programas de computador que servem para manipular tabelas cujas células podem ser relacionadas por expressões matemáticas. Mesmo não sendo ferramentas que não foram pensadas para propósitos educativos, também podem ser utilizadas como recursos tecnológicos úteis à aprendizagem matemática. [...] oferecem um ambiente apropriado para trabalhar com análises de dados extraídos de situações reais. É possível organizar atividades em que os alunos têm oportunidade de lidar com as diversas etapas de análise de dados reais: tabular, manipular, classificar, obter medidas como média e desvio padrão e obter representações gráficas variadas.

Antes de os alunos iniciarem a atividade utilizando o papel milimetrado, orientei-os quanto à nomenclatura dos eixos cartesianos. No eixo horizontal (abscissa), expressariam os tempos (t) versus deslocamento (s), demonstrados no eixo vertical (ordenada). Após as orientações, eles colocaram os dados contendo os valores experimentais no plano cartesiano. Durante a atividade, percebi o quanto ficaram “surpresos” com o desenho no gráfico do experimento que haviam realizado. Nesse sentido, um aluno exclamou: “*Quer dizer que é esse o gráfico do experimento que fizemos*”? (A14). Ao lhes propiciar um momento de discussão, constatei que um dos grupos buscou articular a compreensão dos dados coletados com o modelo gráfico. A Figura 2 representa o desenho realizado pelo Grupo 1.

⁶ Disponível em: <<http://www.baixaki.com.br/download/geogebra.htm>>; <<http://www.professores.uff.br/hjbortol/geogebra/index.html>> ou ainda em: <<http://www.geogebra.org>>.

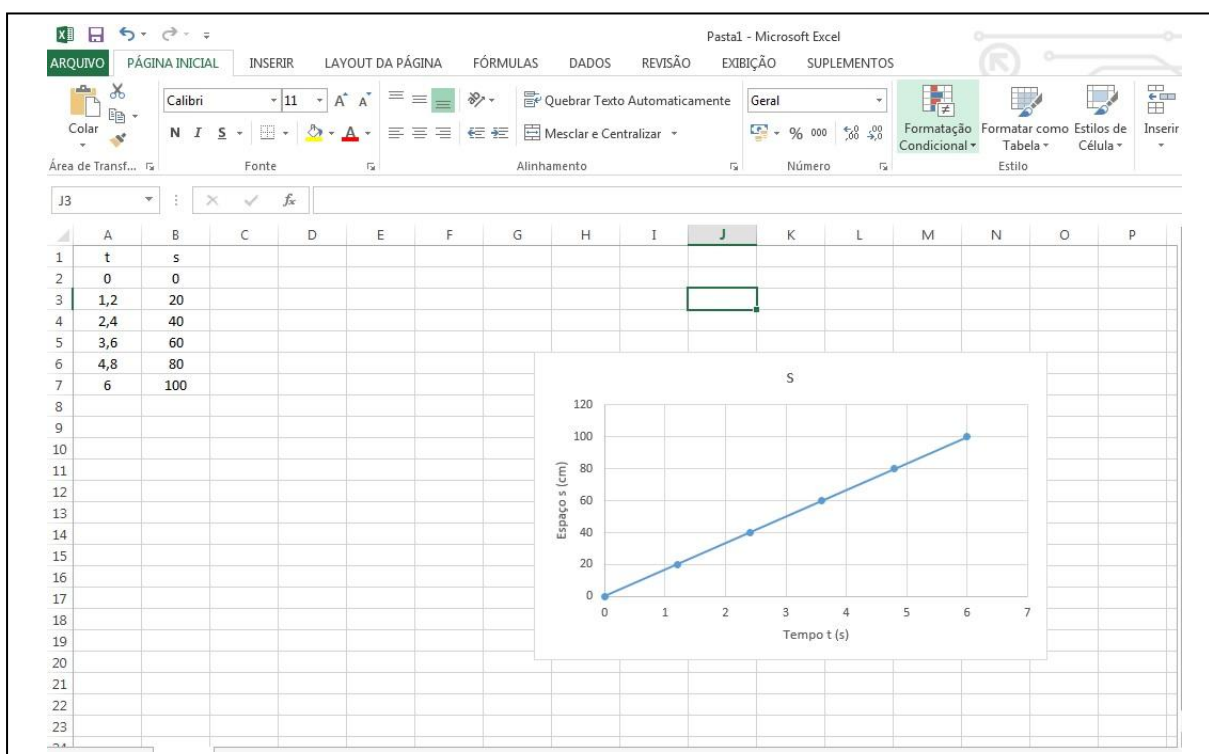
Figura 2 – Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 1 em papel milimetrado



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Na segunda parte da atividade, os alunos utilizaram o *Excel* para esboçar o gráfico conforme visualizado na Figura 3.

Figura 3 – Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 1 na Planilha *Excel*



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Esse desenho, elaborado pelo Grupo 1, apontou um gráfico com precisão, ou

seja, houve correspondência entre os valores das variáveis, gerando uma representação linear. Durante as construções, os alunos interagiram bastante nas equipes, momento em que, uns com mais habilidades, outros com menos, organizavam os dados na tentativa de esboçar o gráfico. Como nem todos os grupos obtiveram os mesmos valores, como o Grupo 1, queriam constatar se, de fato, os dados representavam uma reta. Cabe registrar que a movimentação na sala de aula foi significativa, pois, ao obterem os gráficos, estabeleciam comparações quanto ao aspecto linear.

Também fez parte desse momento a análise do gráfico que representou a atividade prática. Surgiram comentários no sentido de articular os dados empíricos: para cada medida t (tempo), existe uma única correspondência para o deslocamento (s), ou seja, o deslocamento da esfera é função do tempo. Nesta análise, destaco os pares de valores do Quadro 5. Percebe-se que a razão entre o deslocamento (s) e os tempos (t), em todas as linhas, é igual a 16,6.

$$\frac{20}{1,2} \cong 16,6 \qquad \frac{40}{2,4} \cong 16,6 \qquad \frac{60}{3,6} \cong 16,6 \qquad (2)$$

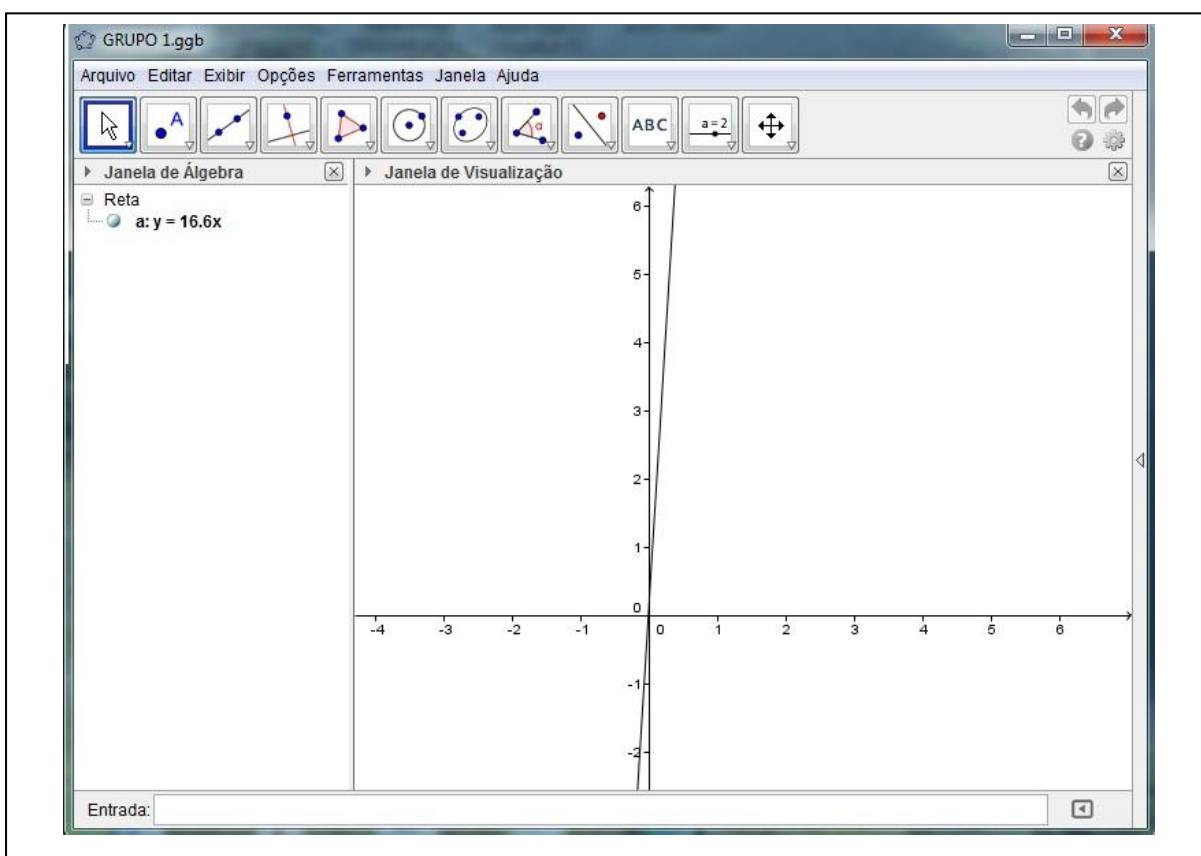
Os alunos observaram que, quando o tempo (t) foi dobrado, o deslocamento (s) também o foi; triplicado o tempo (t), o mesmo ocorreu com (s) e assim até atingirem a sexta medição. Nessa análise, concluíram que as grandezas eram diretamente proporcionais. Essa sequência de discussões resultou no desenho de uma reta, que, na linguagem matemática, representa uma função polinomial de primeiro grau.

Ademais, concluíram que o campo de variação de t é o conjunto dos números reais e positivos (também o zero) bem como o é o campo de variação de s . Os valores admitidos para (t) constituem o domínio, ou seja, é o conjunto $\{t \text{ em } \mathbb{R} \mid 0 \leq t \leq 6\} = [0;6]$. Já a imagem é o intervalo $[0;100]$. Assim, na Figura 2, o gráfico é um segmento de reta compreendido entre os pontos $(0;0)$ e $(6,0;100)$.

Da mesma maneira que os dados coletados do experimento foram explorados na Planilha do *Excel*, a utilização do *Software GeoGebra* teve sua relevância neste contexto de pesquisa, pois, de acordo com (BRASIL, 2008, p. 88), “representam recursos que provocam, de forma muito natural o “pensar matematicamente”, ou

seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas”. Nessa perspectiva, Fainguelernt e Nunes (2012, p. 122 – 123) salientam que “além das contribuições na atividade cognitiva relacionada à matemática, os *softwares* contribuem para aumentar a motivação dos alunos para a aprendizagem”. Além disso, assinalam que o uso de ambientes dinâmicos contribui para modificar a visão da matemática e do ensino, visto que proporciona maneiras diferentes na compreensão de conceitos matemáticos. O GeoGebra permite criar páginas interativas, denominadas folhas de trabalho dinâmicas, consentindo que, em uma página HTML, trabalha-se diretamente com o *software*, aplicativo utilizado e ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 1 no *software* GeoGebra



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Essa etapa de organização de dados no *Software GeoGebra* não foi uma tarefa fácil para os grupos, pois não lembravam a maneira de utilizar os comandos para a elaboração do gráfico. Mas, após algumas instruções, conseguiram esboçar o gráfico no *Software*. Os gráficos por eles esboçados tiveram o mesmo formato de

reta, porém com expressão analítica da função diferente por grupo. De acordo com Moretti (2003, p. 159), “o gráfico das funções polinomiais do 1º grau ($y = ax + b$, $a \neq 0$) pode ser obtido a partir das funções lineares ($y = ax$) com apenas um dos movimentos de translação horizontal ou vertical”. Nesse sentido, Fainguelernt e Nunes (2012, p. 45) comentam que

A principal característica de uma função afim, f é que a acréscimos iguais dados a x correspondem acréscimos iguais para $f(x)$. De um modo geral, quando uma grandeza y é função de uma grandeza x tal que para cada par de valores (x,y) se observa que o quociente $y/x = k$ é constante, as grandezas são ditas diretamente proporcionais, e a função $y = f(x)$ é uma função linear.

As descrições do excerto das autoras apontam características que os participantes da pesquisa puderam observar ao realizarem translações dos gráficos construídos. Logo, posso inferir que o caminho ou o procedimento utilizado até aqui produziu discussões conceituais acerca do tema função. Esse percurso se constituiu em uma maneira de construir esse conhecimento por meio de um experimento. O estudante foi o sujeito investigador na experimentação, bem como organizou suas ideias na construção de elementos suficientes que possibilitaram respostas ao objeto de pesquisa. Assim, esse cenário de descoberta, fruto de diálogos em sala de aula, permitiu a elaboração de relatórios. Estes se constituíram em registros experimentais que contemplaram com maior destaque o relato do aluno na tentativa de expressar por escrito como entendeu a atividade prática que foi explorada.

No entanto, foi um procedimento iniciado de forma lenta, pois os estudantes, ao ingressarem no Ensino Médio, de maneira geral, têm apresentado deficiências relativas à redação e formas de expressão. A principal ideia na elaboração do relatório foi apresentar o detalhamento da atividade investigatória, principalmente os resultados obtidos e a Matemática que deles emergiu. Portanto, finda a atividade experimental, orientei os alunos a redigirem um relatório, em grupo, da experiência realizada (conforme o APÊNDICE E) após a discussão de todas as informações coletadas durante a execução das tarefas. Para essa produção, concedi-lhes um prazo de três dias.

Os tópicos para a elaboração desse relatório foram os seguintes:

- Cabeçalho: escola, data, disciplina e nome dos participantes dos grupos.

- Título: cada grupo deve elaborar um título para o experimento.
- Objetivos da atividade: Que objetivos podem ser observados durante a realização da tarefa?
- Procedimentos: descrever todas as ações realizadas na obtenção de dados.
- Tratamento de dados: descrever os dados encontrados e a análise realizada com os dados obtidos.
- Conclusão: escrever as impressões que foram extraídas a partir dos resultados encontrados e dos objetivos propostos na atividade.

Em relação ao título do experimento, diferentes ideias surgiram: “*Queda livre de um objeto*” (Grupo 1); “*Juntando a Matemática e a Física*” (Grupo 2); “*Experimentando e aprendendo função através da Física*” (Grupo 3); “*Aprendendo função por uma grande experiência*” (Grupo 4); “*Descobrimos função utilizando o experimento em um equipamento*” (Grupo 5).

Outro item interessante do relatório foi o olhar reflexivo dos alunos em relação ao objetivo da experimentação. Vale destacar que ficou evidente que a intenção era descobrir as relações envolvidas na atividade experimental na compreensão de um conceito matemático. A exposição dos objetivos na atividade de investigação, desenvolvida pelos discentes, é constatada nas transcrições abaixo:

“O principal objetivo da experimentação era descobrir o intervalo de tempo que a bolinha passava pelas das marcações da régua, obtendo tais resultados e achamos uma função na matemática usando a equação da Física” (Grupo 4).

“Nosso objetivo foi criar uma fórmula matemática de função utilizando um experimento da Física” (Grupo 5).

Para alcançar tais objetivos, os grupos observaram as orientações da atividade prática. Assim, primeiramente, dividiram as tarefas entre si e, posteriormente, obedeceram aos procedimentos de realização da atividade experimental. Uma vez cumprida essa etapa e com os dados já coletados,

prosseguiram com esse tratamento quando pontuaram a extração da média aritmética de todos os tempos das marcações que realizaram. Relataram que a experiência contou com os estudos já realizados na Física, os quais foram úteis ao entendimento do modelo matemático da função de 1° grau.

Dentre as diferentes formas de representar a função, tanto na forma analítica quanto gráfica, acentuaram as dificuldades em construir o modelo matemático, pois a maioria nunca havia estudado função. Ademais, no momento de demonstrá-la graficamente, os obstáculos foram ainda maiores, fazendo-se necessária minha intervenção. O fato pode ser confirmado com o depoimento extraído de um dos relatórios:

“Pegamos os dados e tiramos a média aritmética de todos os tempos das marcações. Com base nos cálculos a professora nos ajudou a associar a fórmula da física que a professor de Física já tinha ensinado para gente com a fórmula da função do 1° grau. Calculamos a velocidade da bolinha também. Ela também nos ajudou a encontrar a função com os números do experimento. Para construir o modelo que a professora pediu tivemos dificuldades porque nunca estudamos função. Na hora de colocar os números no plano cartesiano a gente não sabia colocar, mas a professora nos disse como desenhar o gráfico” (Grupo 1).

Os grupos foram unânimes em considerar que estudar função pela via experimental não foi uma tarefa fácil. Além disso, declararam que nunca a haviam estudado por meio de atividades experimentais. O fator tempo se constituiu em um entrave para explorar, de maneira profunda, todo o contexto que envolveu a relação da Física com a Matemática. Entretanto, ressaltaram que os dados do experimento se traduziram em elementos importantes no entendimento do conceito de função. Por fim, destacaram que seria pertinente se todas as aulas de Matemática envolvessem práticas, pois assim despertaria maior interesse por essa disciplina.

Nesse sentido, a opinião dos alunos esteve em consonância com a afirmação de Skovsmose (2014, p. 45 – 46):

Um cenário para a investigação é um terreno sobre o qual as atividades de ensino-aprendizagem acontecem. Ao contrário da bateria de exercícios tão característica do ensino tradicional de matemática, que se apresenta como uma estrada segura e previsível sobre o terreno, as trilhas dos cenários para a investigação não são tão bem demarcadas. Há momentos de prosseguir com cautela, e outros de se atirar loucamente e ver o que acontece.

As narrativas até aqui apresentadas contemplam todo o percurso dos alunos na atividade experimental na apropriação de um conceito matemático. É importante destacar que, diante de uma atividade diferenciada, houve reflexões em que o discente foi conduzido a registrar posicionamentos de experiências vivenciadas, bem como críticas e sugestões. Essa avaliação foi realizada sempre no final de cada atividade prática mediante um questionário de autoavaliação (APÊNDICE F) composto de oito questões dissertativas. Apoiando-me nas respostas, procurei identificar indícios da contribuição de atividades experimentais na construção do conhecimento durante as aulas de Matemática, motivo pelo qual transcrevo e analiso algumas delas.

Com relação à primeira pergunta “Você achou interessante estudar função por meio de experimento”?, seguem alguns depoimentos:

“Sim, por meio do experimento, consegui absorver mais conhecimento e, de maneira mais dinâmica, chegar à representação de uma função” (A1).

“Sim, é mais fácil para entender o que é uma função. É como um exemplo fácil de explicar e entender” (A3).

“Sim, ficou muito mais fácil de aprender através do experimento e, também, muito prazeroso” (A11).

“Claro, o experimento facilitou compreender função, pois é um assunto que os alunos têm muitas dificuldades” (A14).

“Sim, pois, na minha opinião, aprendi muito mais que usando o livro” (A17).

“Nunca pensei que, através de um experimento, poderíamos criar uma função e poder estudá-la. Foi interessante em pontos de renovação de conhecimentos, e a fundamental importância é que podemos usar no nosso dia a dia” (A25).

A análise dos excertos apontou a relevância da metodologia atividades experimentais no aprendizado de função. A turma a considerou uma estratégia de ensino que promoveu significado da noção de função na Matemática, pois a atividade foi mais dinâmica, mais prazerosa, favorecendo, principalmente, o desenvolvimento de diferentes formas do pensamento funcional. Nesse sentido, a maioria destacou que, por meio do experimento, foi mais fácil a compreensão desse conceito e que podem relacioná-lo a situações do dia a dia. Passos (2009, p. 78) ressalta que a manipulação de materiais nas aulas de Matemática

[...] envolvem uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem. [...] esses materiais devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que o saber está sendo construído.

Em relação à segunda pergunta “O que você aprendeu sobre função?”, os alunos foram unânimes em considerar que é possível aprender função por meio de um fenômeno físico. As manifestações comprovam a afirmação: “*O trabalho com experimento dá mais vontade, não só de aprender o que é função como outros assuntos na Matemática*” (A1); “*Foi ótima a aprendizagem, principalmente o nosso trabalho em grupo*” (A2); “*Aprendi que, através da experiência, é o jeito mais simples de se aprender função*” (A11).

Nesse questionamento, eu esperava que os alunos manifestassem algo relacionado à ideia de relação entre os dados coletados no experimento. Entretanto, apontaram o entusiasmo e o envolvimento, algo positivo nesse cenário de investigação. O interessante foi perceber que, para aqueles que, no início, causou estranheza a presença de tantos recursos nas aulas de Matemática e /ou resistiram à proposta, essa fase foi superada, pois todos passaram a se envolver na atividade em busca do aprendizado de função. Fazendo alusão a essa ideia, Braga (2006, p. 17) afirma que

[...] o avanço de um educando em direção a um conhecimento maior do conceito de função deverá levá-lo a uma compreensão melhor do seu dia-a-dia, disponibilizando-lhe ferramentas úteis ao exercício de sua cidadania como, por exemplo reconhecimento de variáveis e o estabelecimento de relações entre elas. Esse alcance confere ao referido conteúdo uma relevância incontestável na matemática escolar.

A terceira questão solicitava aos alunos que fizessem um retrato do que haviam achado da aula. De uma forma geral, conseguiram se expressar da seguinte

forma:

“Achei ótima, foi uma forma diferente e legal de aprender um assunto na Matemática” (A1).

“Legal, porque eu nunca tinha olhado esse tipo de experimento na Matemática” (A3).

“Boa, com a prática aprendemos melhor, pois, através do experimento, podemos fazer relações entre os dados obtidos” (A13).

“Uma excelente maneira de aprender funções a partir da correlação da Física com a Matemática” (A26).

“Muito interessante, pois, além de aprendermos a fazer experimentos, ainda aprendemos a construir função” (A22).

Com essas enunciações, pude inferir que os educandos constataram a viabilidade de se estudar conceitos matemáticos em sala de aula a partir de outra área do conhecimento. Essas afirmações mostram que, por meio do experimento físico, foi possível um olhar apurado referente ao tópico de função. Nesse sentido, Delizoicov et al. (2011, p. 202) destacam que

A meta pretendida com este momento é muito mais que capacitar os alunos ao emprego dos conhecimentos, no intuito de formá-los para que articulem, constante e rotineiramente, a conceituação científica com situações reais, do que simplesmente encontrar uma solução, ao empregar algoritmos matemáticos que relacionam grandezas ou resolver qualquer outro problema típico de livros-textos.

Ao responderam à quarta pergunta “Você recebeu orientação suficiente para realizar a atividade experimental”?, os respondentes evidenciaram a imensa satisfação pela forma como foram auxiliados e conduzidos à realização das atividades. Os depoimentos comprovam que as explicações recebidas corresponderam às suas expectativas:

“Sim, a qualquer hora que eu precisava de uma ajuda, eu chamava perguntava, e ela, a professora, sempre me auxiliava” (A50).

“Sim, a professora explicou o suficiente para eu fazer o experimento com os

(Continua...)

(Conclusão)

meus colegas do grupo” (A14).

“Sim, a todo o momento nossa professora mestranda fazia o acompanhamento, se não fosse ela, não conseguiríamos completar a atividade experimental, pois nunca fizemos” (A25).

Além disso, declararam que desenvolveram o trabalho de maneira satisfatória, já que discutiam a efetivação da atividade prática dentro de cada grupo e solicitavam a minha orientação quando não conseguiam solucionar dúvidas, cujos esclarecimentos evitavam que o andamento da investigação fosse interrompido. Nesse sentido, Gaspar (2014, p. 210 – 211) ressalta que

[...] a realização de uma atividade experimental por um grupo de alunos sobre determinado conteúdo só possibilita a aprendizagem desse conteúdo se esse grupo contar com a colaboração de alguém que domine esse conteúdo e oriente a realização dessa atividade em todas as suas etapas: a exposição de seus objetivos e de seus fundamentos teóricos, [...], a adoção dos procedimentos experimentais, a realização das medidas, análise de dados, a obtenção de resultados e a apresentação das conclusões.

Ao ler as respostas da questão “Na atividade prática que você realizou, qual a relação entre o experimento e a Matemática?”, verifiquei que a maioria conseguiu estabelecer essa conexão. Tal fato é atestado pelas enunciações que seguem:

“Aparentemente, eu pensava que o experimento não tinha nada com a Matemática. Quando foi encontrado o tempo que a esfera passava pela régua, vi que a Matemática estava presente no experimento” (A9).

“Envolveu o tempo, a altura do tubo que foi de 100 centímetros, os números que apareceram e os cálculos tinha tudo a ver com a Matemática” (A15).

“Pensei que experimento era só em Ciências. Quando fizemos os experimentos, os números foram aparecendo e fizemos os cálculos” (A23).

“É tudo ligado (Física e Matemática). O experimento é baseado para entendermos que a Matemática está presente em situações do dia a dia” (A24).

“A relação entre o experimento e a Matemática é que a Matemática calcula e o experimento realiza. Mas, para fazermos a interpretação do experimento, precisamos representar os dados por meio da Matemática. Fizemos os cálculos e

(Continua...)

chegamos à fórmula e desenhamos no plano cartesiano” (A30).

No questionamento relativo à experiência envolvendo um fenômeno físico e a Matemática, os alunos evidenciaram que o diagnóstico da atividade prática permitiu-lhes entender o conceito de função. Além disso, os dados coletados possibilitaram construir modelos algébrico e gráfico partindo de uma interpretação de conhecimentos físicos. Ademais, o comentário de um educando - “que a Matemática calcula e o experimento realiza” – comprova a conexão estabelecida entre o conhecimento apreendido no desenvolvimento da prática e a leitura matemática do fenômeno observado. Sobre isso, Valladares (2003, p. 48) destaca que

Esse “aprender observando” deve ser complementado com o uso, a reflexão, a autocrítica e a revisão. [...] Devemos criticar o que fizemos, pensar e repensar sobre o que estamos fazendo, falando ou escrevendo, corrigindo erros e aprimorando acertos, buscando aquele “aprender fazendo”, tão importante para a vida, que certamente terá as melhores influências sobre tudo que viermos a fazer.

As respostas da sexta questão, “Qual foi o teu envolvimento (motivação/inteiração/ trabalho em equipe) na realização do experimento”?, demonstraram que os alunos permaneceram confiantes mesmo diante do desafio de estudar função numa atividade diferenciada com a qual não estavam habituados. A motivação e o companheirismo os levaram a atingir o objetivo conforme os depoimentos que seguem:

“Aprender, absorver aquele conhecimento do experimento para mim. A minha motivação foi maior quando chegou a minha vez de fazer o experimento e o meu colega registrar os dados” (A1).

“No começo fiquei com medo, pois nunca tinha feito experiência. Mas o meu grupo me ajudou. Os meus cálculos não deram muito certo, mas a professora me ajudou a encontrar a resposta certa, tenho dificuldades na Matemática” (A2).

“Fiz a experimentação com a ajuda dos colegas, pois a esfera não descia direito, ficava parada por causa de bolhas de ar. Fiquei agoniada por que meu experimento deu errado. Fiz várias tentativas e consegui o resultado” (A21).

“Foi a motivação de ter um déficit meu em relação a função e querer entender o seu valor na Matemática” (A25).

(Conclusão)

“Tentar enxergar o que aqueles números obtidos através dos experimentos se aplicaria a ideia de função através dos cálculos matemáticos” (A27).

A menção ao envolvimento dos participantes nessa atividade como primeira experiência prática, a qual exigiu ações pouco comuns nas aulas de Matemática, foi um momento interessante da avaliação. Pelos depoimentos, os educandos conseguiram estabelecer interações em grupo, desenvolvendo habilidades no ato de coletar, organizar e registrar dados, bem como compartilhar os resultados. E se por um lado, a experimentação causou estranheza em uma aula de Matemática; por outro, a forma como relataram a condução e a evolução das tarefas propostas, mesmo diante dos obstáculos, foi um aspecto positivo dessa proposta. Nesse sentido, Costa (2006, p. 118) argumenta que

Qualquer estratégia de ensino ou qualquer recurso didático só funciona para o aluno motivado. Conquistada a motivação, aí sim o professor conseguirá ensinar os conteúdos matemáticos e atingir os objetivos. Quando o aluno está motivado a realizar uma determinada atividade, sua persistência aumenta, bem como o tempo dedicado a essa atividade, mesmo diante de dificuldade e obstáculos. O sucesso na realização da tarefa aumenta a autoconfiança e a autoestima das pessoas, uma vez que, a partir daí, saberão que obterão sucesso numa tarefa, desde que seu esforço pessoal seja envolvido.

Ao serem questionados se “Você teve alguma dificuldade na realização do experimento”?, 60% dos estudantes, de acordo com os depoimentos fornecidos pelo instrumento de avaliação, informaram que:

“Sim, no começo eu tinha. Não sabia direito o que fazer, embora a professora tivesse lido com a turma os procedimentos. Depois de mais algumas explicações, as dúvidas foram embora” (A1).

“No começo sim. Nunca fiz experimento. Na escola que eu estudava, tinha laboratório de Ciências, mas a professora nunca levou a gente” (A2).

“Muitas, pois não sabia criar uma função através de experimento, mas, durante a atividade, a professora foi nos orientando e tirando as nossas dúvidas” (A25).

(Continua...)

(Conclusão)

“A minha dificuldade foi para fazer o cálculo para achar a média, mas a professora explicou e conseguimos achar a média dos tempos e o resultado final deu certo” (A27).

Essas colocações revelam que os estudantes têm recebido um ensino de Matemática que privilegia o resultado oriundo de resolução de numerosos exercícios e não a compreensão com significado daquilo que realizam. Ao ressaltar o papel da Matemática na construção do conhecimento, Pietrocola (2004, p. 126) assevera que

A Matemática é justamente importante por dar formas as ideias, auxiliando o pensamento a apropriar-se e utilizar-se delas. Nesse sentido, a Matemática é necessária, mas insuficiente à fundamentação do pensamento científico. Ela constitui o veículo que o capacita a lidar com as ideias. No entanto, dominar a Matemática não garante a apropriação das ideias científicas, muito menos capacita na tarefa de articulá-las entre si e relacioná-las com o mundo dos fenômenos. No processo de criação científica, as ideias vêm antes. As expressões matemáticas vêm depois para organizar o pensamento.

Já os restantes 40% declararam que não enfrentaram nenhum tipo de dificuldade. Abaixo, a transcrição de algumas deposições:

“Não. Pois foi bem explicado e bem orientado” (A3).

“Aprendi o conceito de função com os dados do experimento”.

“Sem problemas algum” (A14).

“Não. Um experimento simples; porém, necessário e com bom aproveitamento para entender função” (A26).

“Conseguí enxergar quem é variável dependente e independente. Muito legal” (A29).

Os comentários desse grupo apontaram indícios de aprendizagem do conceito de função. E, à medida que identificavam vários aspectos, como os de relação, variação e dependência no fenômeno observado, evoluíam com mais rapidez nessa perspectiva investigatória. O fato é corroborado por Mendes (2009, p. 26) quando defende que “a aprendizagem é um processo progressivo que não se esgota na manipulação de modelos físicos, mas nas relações manipulativo-

simbólicas e abstrativas em cada atividade”.

“Você considerou o uso de atividade experimental importante para a construção do conhecimento sobre função? Justifique”. A essa questão, 100% dos estudantes responderam afirmativamente:

“Sim. Quando o assunto é visto na prática, compreende melhor” (A2).

“Sim, porque sem experimentar não é possível fazer novas descobertas” (A5).

“Sim, vai me ajudar muito nos estudos e é uma ótima forma de aprender mais funções” (A13).

“Claro, pois fica mais fácil e interessante aprender experimentando” (A14).

“Sim, função eu creio que seja uma dificuldade de muitos estudantes. Se o aprendizado fosse através da experimentação na educação, o conhecimento seria mais rápido” (A24).

A asserção dos alunos quanto ao uso de atividades experimentais evidencia que as situações por eles vivenciadas possibilitaram a compreensão do conceito de função. Nesse sentido, Lorenzato (2010) expressa que, no processo de ensino de Matemática, a experimentação é um dos meios de se conseguir aprendizagem com significado, pois permite que os alunos vivenciem aulas dinâmicas, interessantes e motivadoras.

A questão “O que poderia ser mudado em relação às atividades futuras utilizando a experimentação para o ensino de função”?, 30% dos alunos preferiram deixá-la sem resposta. Por sua vez, outros 30% emitiram os seguintes comentários:

“Nada. Pois com o experimento se entende o ensino de função” (A4).

“Nada. O equipamento é bem fácil de se utilizar” (A15).

“Na minha opinião, acho que não há mudança a fazer, pois ocorreu tudo bem na medida do possível, pois nós alunos nos motivamos a fazer o experimento, e a professora deu o suporte necessário e, assim, chegamos à

(Continua...)

(Conclusão)

conclusão de uma fórmula matemática e gráfico” (A28).

“Para mim não muda nada. Achei muito bem feito o equipamento para usar na experimentação” (A30).

Nesses depoimentos, não há indícios de haver a necessidade de qualquer modificação para atividades futuras que envolvam essa estratégia de ensino nas aulas de Matemática. Os alunos salientaram que, partindo da experiência por eles vivenciada, no final da atividade experimental, conseguiram compreender com clareza os elementos ligados à leitura matemática de função. Nesse sentido, Rosito (2011, p. 157) relata que,

Seja qual for o tipo de estruturação de atividade experimental, é importante salientar que um experimento não deve envolver apenas nas tarefas de manipulação de materiais e instrumentos, mas dedicar boa parte do tempo no envolvimento reflexivo do aluno.

Abaixo, encontram-se os pareceres dos 40% restantes:

“Os alunos aproveitarem mais, se dedicarem mais aos experimentos, mais tempo” (A1).

“Mais tempo para realizar com calma os experimentos” (A4).

“Poderíamos trabalhar outros assuntos na prática” (A17).

“Mais experimentos para depois irmos para as resoluções de problemas no livro” (A20).

“Que as aulas fossem experimentais” (A22).

“Trazer alguma vivência do dia a dia e transformar em experimentos para encontrar uma função” (A24).

“Na minha opinião, poderia mudar um pouquinho o experimento, fazendo a experimentação em outro equipamento seria ótimo, mas assim também está muito bom. Gostei muito da aula” (A27).

“Temos muitos cálculos para fazer depois do experimento” (A30).

Para esses alunos, o experimento oportunizou discussões que geraram compreensão do conceito de função. Entretanto, destacaram que as aulas poderiam dispor de mais tempo, pois a coleta e o tratamento de dados não se constituíram em tarefas rápidas. Ademais, argumentaram a possibilidade de contemplar outros conhecimentos matemáticos pela via da experimentação. Esses posicionamentos estão de acordo com o que pensa Azevedo (2013, p. 22):

Utilizar atividades investigativas como ponto de partida para desenvolver a compreensão de conceitos é uma forma de levar o aluno a participar do processo de aprendizagem, sair de uma postura passiva e começar a perceber e a agir sobre o objeto de estudo, relacionando o objeto com acontecimentos e buscando as causas dessa reação, procurando, portanto, uma explicação causal para o resultado de suas ações e/ou interações.

Nesta seção, efetivei a análise da primeira atividade experimental sob a luz do referencial teórico apontado. Na próxima, apresento os dados e a análise referentes à segunda atividade experimental.

4.3 Encontros 5, 6 e 7 – Segunda atividade prática: Alongamento de uma mola em um equipamento projetado

Na seção anterior, evidenciei a compreensão do conceito de função de primeiro grau por meio de dados coletados da atividade experimental 1. Agora, ao tratar da segunda prática, dou continuidade ao mesmo processo investigativo tal como fiz no experimento anterior e, ao mesmo tempo, identifico possibilidades de respostas à pergunta de pesquisa.

Assim, esta experimentação está diretamente ligada à natureza da atividade – a lei de Hooke. Desta forma, este tema tem relação às características do experimento que esteve relacionado à deformação de uma mola. A esse respeito, Young e Freedman (2008, p. 193), discorrem

Para esticar uma mola de uma distância x além de sua posição não deformada, aplica-se uma força de módulo F em cada uma de suas extremidades. Quando o alongamento x não é muito grande, verifica-se que o módulo F é diretamente proporcional ao modo do deslocamento x : $F_x = kx$, onde k é uma constante denominada constante da força (ou constante da mola).

Nesse sentido, fiz a adaptação dessa expressão algébrica por F ou $P = k \cdot \Delta L$

com a intenção de facilitar a análise dos dados do experimento, bem como o entendimento da ideia de função. Neste contexto, levou-se em consideração que quanto maior a massa de um corpo suspenso em uma das extremidades da mola (extremidade presa a um suporte fixo) maior a deformação (aumento de comprimento) sofrida pela mola (DOCA et al., 2011). Nessa perspectiva, o autor ainda discorre que,

Em regime elástico, a deformação sofrida por uma mola é diretamente proporcional à intensidade que ela provoca. A expressão matemática da Lei de Hook é dada por: $F = k \cdot \Delta L$, em que F é a intensidade da força deformadora, k é a constante de proporcionalidade, ΔL é a deformação (alongamento ou encurtamento sofrido pela mola). [...] A constante k é comumente chamada de constante elástica e tem por unidade, no SI, o N/m (DOCA et al., 2011, p. 141).

Em se tratando do contexto do excerto, Doca et al. (2011) ressaltam que as molas e elásticos são estruturas que possuem propriedade de deformar-se sob esforços de tração ou compressão (efeito estático). Assim, a força que os objetos aplicam a uma mola que estão em contato com ela pode sofrer relação diretamente proporcional à sua deformação, pois tudo depende do material de que é feita, bem como das massas (pesos) quando lhe são submetidas, para poder estabelecer a relação linear entre o peso do corpo (P) e o alongamento (ΔL).

No que tange a deformações em sistemas elásticos, (DOCA et al., 2011, p. 141) afirmam que “considerando uma mola de massa desprezível, ao sofrer deformações (verticalmente ou horizontalmente), o seu comportamento linear é diretamente proporcional à intensidade da força que a provoca”.

Cabe destacar que orientei os alunos a não adotarem, na atividade experimental, as medidas padronizadas pelo Sistema Internacional de Medidas – SI⁷ relacionadas à Lei de Hooke, que são Newton e o quilograma, unidades escolhidas para a constante elástica (k). Esse encaminhamento ocorreu pelo fato de demandar mais tempo para as conversões de unidades de medidas. Além disso, a duração da prática era restrita, motivo pelo qual solicitei que usassem a medida do peso (massa)⁸ e a da extensão da mola (alongamento)⁹ em unidades diferentes das

⁷ No Sistema Internacional, a constante elástica (k) é medida em N/m.

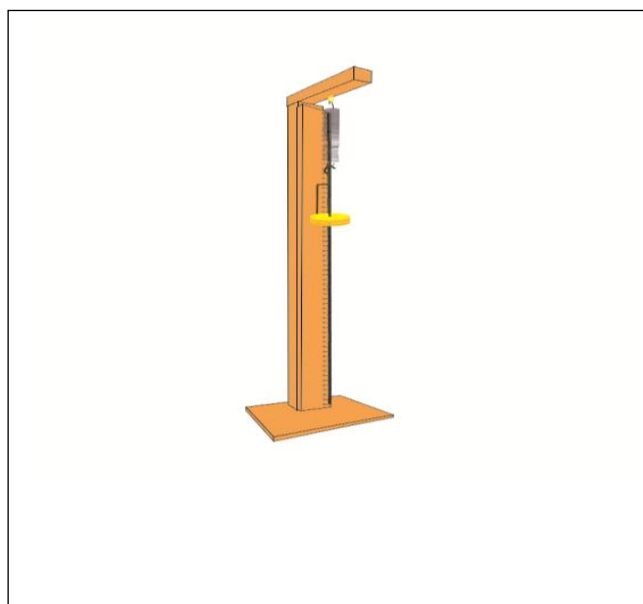
⁸ Massa (o grama) é a unidade de medida adotada no experimento.

⁹ Alongamento da mola (centímetros) é a unidade medida utilizada no experimento.

convencionadas pelo SI.

Com essas orientações, os alunos tomaram seus lugares nos grupos para o desenvolvimento da atividade. Nesse momento, distribuí-lhes uma mola de tração, três massas, um gancho metálico, uma balança de precisão, régua, trena, papel milimetrado, papel A₄, lápis e borracha. Agregado a esses materiais, o equipamento projetado, visualizado na Figura 5.

Figura 5 – Equipamento projetado para o experimento de alongamento de uma mola



Fonte: Adaptado de Peruzzo (2012, p. 62).

Ainda no planejamento dessa experimentação, achei conveniente elaborar um roteiro que servisse de guia para que cada educando acompanhasse com os demais colegas as etapas da atividade prática. No Quadro 7, encontra-se a reprodução do que lhes foi distribuído nesse dia.

Quadro 7 – Procedimentos da segunda atividade prática

1. Um aluno medirá o comprimento da mola com uma trena e a colocará no gancho metálico.
2. Outro estudante verificará o valor da massa de cada objeto a ser medida na balança de precisão.
3. Um participante fará o encaixe da primeira massa no suporte e posicionará na mola e, em seguida, anotará o alongamento da mola.

(Continua...)

(Conclusão)

4. A segunda massa será encaixada em cima da já existente no suporte e será registrada a segunda distensão da mola.

5. A última massa será inserida em cima das duas cargas já existentes no suporte e o terceiro estiramento será descrito.

6. Tomadas as medidas, em grupo, preencher o quadro seguinte.

Massa - em gramas	Alongamento da mola $\Delta L = L - L_0$ (em cm)	Constante elástica (k) g/cm

7. Elaboração do modelo matemático e do gráfico da função.

8. Elaboração do relatório.

Fonte: Elaborado pela autora.

Neste instante, penso ser importante comentar que a maioria dos alunos continuava surpresa com a possibilidade de estudar um conteúdo matemático pela via experimental. Para eles, era estranho participar de um modelo de aula em que teriam que aprender experimentando. Entretanto, movidos pela curiosidade e despertados por momentos de aprendizagem que vivenciariam, alguns tocavam os equipamentos projetados, percebendo os seus detalhes; já outros ficavam atentos à leitura dos procedimentos impressos e realizavam testes preliminares com os materiais. Por sua vez, uma minoria observava a ação dos colegas e acompanhava os informes sobre a atividade. Sobre isso, o Referencial Curricular do Estado do Maranhão (2004, p. 121) alude que

A prática de ensino por experimentos para a produção da aprendizagem Matemática significa a relação efetiva entre a teoria e a prática. O aluno receberá as relações entre os conceitos matemáticos, as fórmulas em que estes se manifestam, os símbolos e demais elementos em que estes são e conhecerá com significação o *corpus* dessa ciência, ao realizar a aprendizagem Matemática por atividades e experimentos práticos.

Mas o fato é que, ao iniciar a prática, notei o envolvimento dos grupos, que organizavam os instrumentos para coletar os dados. Nesse período, apenas os componentes de um deles aguardavam pela iniciativa uns dos outros, episódio que me chamou a atenção. Em vista disso, procurei reuni-los em torno da proposta de

trabalho e alertá-los sobre tempo cedido à realização do experimento. Minha intervenção produziu resultados positivos, pois a empolgação e o entusiasmo dessa equipe com a tarefa, aos poucos, tornou-se evidente. Assim, a dinâmica da prática já era vivenciada, motivo pelo qual são transcritas algumas declarações:

“Parece que essa atividade vai dá menos trabalho do que a outra”! (A11).

“Já percebi uma coisa: que é muito mais fácil estudar dessa forma, pois os cálculos eu esqueço tudinho depois. Está na minha memória tudo do experimento da esfera” (A19).

“Gente, como é legal ver a relação que encontramos da Física junto com a Matemática” (A24).

“As aulas de Matemática deveriam ser desse tipo, descontraídas, como esta. Estudar no livro é muito cansativo” (A28).

“Hum, achar essa função deve ser trabalhosa, devemos buscar a teoria numa aula de Física, só eu não sei nada sobre esse assunto” (A27).

Um aspecto que merece ser destacado é que, nos primeiros momentos da prática, observei que um aluno havia colocado a mola no gancho do equipamento projetado sem antes medi-la. Nesse instante, um colega, ao presenciar essa ação, advertiu: *“Ei, não é assim não, pelo roteiro, primeiro a mola deve ser medida para depois colocar no gancho” (A2)* e, em seguida, tomou a iniciativa de medi-la e verbalizou: *“Olha, pega a trena e mede assim ó”! (A2)*. Diante desse exemplo, percebi que trabalhavam de maneira autônoma e, que aos poucos, iam se familiarizando com o regulamento da prática.

Com o propósito de levar os alunos participantes da pesquisa a atingirem os objetivos, procurei sempre orientá-los, evitando deixá-los sozinhos durante as atividades, já que receava que poderiam não as desenvolver a contento. No processo de medição da mola, eles ficaram muito confusos, pois havia alças em suas extremidades. Sobre isso, fui questionada por um deles: *“Professora, tá certo medir só a espiral ou tenho que medir desde a alça”? (A17)*. Minha resposta envolveu outra pergunta: *“A alça faz parte da mola, o que achas”? Assim, sugeri que,*

para chegarem a uma conclusão, discutissem a questão no grupo. Com essa ação, observei que não se preocuparam com o que perguntar, mas como fazê-lo. A esse respeito, Lorenzato (2010, p. 81) comenta que,

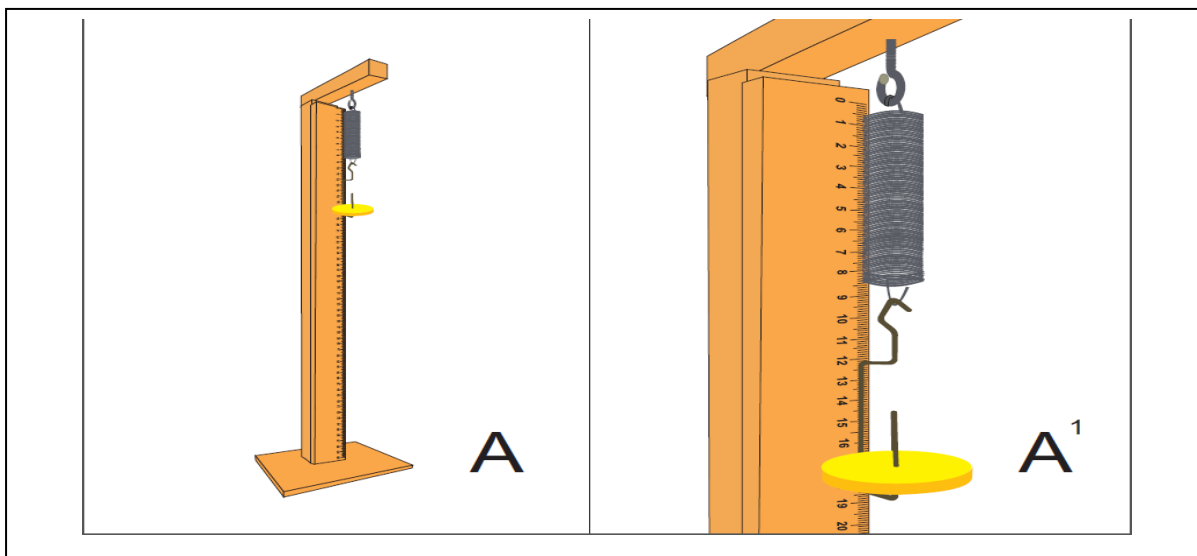
Na sala de aula, a melhor maneira de fazer um aluno não pensar é revelar a ele o caminho, a solução e a estratégia. [...] agindo assim, o professor estará pensando pelo aluno e não ensinando a pensar. Mas como ensinar a pensar? Favorecendo, sempre que possível, a realização das descobertas como decorrência da experimentação.

Dessa forma, os alunos refletiam e discutiam entre si e com os demais grupos, trocando informações para apontar a medida correta da mola. Ao analisar o material, registraram a medida linear correspondente a 7,5 centímetros de comprimento. Ao me perguntarem se a medida que haviam encontrado estava correta, respondi-lhes afirmativamente. Os que lidaram com as medidas das massas usando a balança de precisão, oralmente, declararam: “*Tem cinquenta gramas, cada*”! (A12). Nessas interações, percebi que eles tiveram a oportunidade de se tornarem mais espontâneos e dispostos a se expressarem, perdendo, inclusive, o medo de errar. Nesse sentido, Nacarato e Santos (2014, p. 38) declaram que

Outro ponto relevante no processo de mediação pelo professor nas aulas de Matemática é a comunicação com os alunos, pois ela estimula os estudantes a capacidade de pensar matematicamente, rompendo com a crença de que aprender Matemática é privilégio de poucos; e possibilita que o professor crie um ambiente de negociação de significados, permitindo que os alunos expressem as suas ideias, estejam elas certas ou não. Essa flexibilidade propicia que eles construam caminhos para a aprendizagem.

Durante as práticas, constatei que alguns grupos avançavam mais que outros. Dessa forma, o experimento prosseguia quando colocaram a mola no gancho do artefato físico; adicionaram o suporte à mola e inseriram a primeira massa. Com uma simples verificação, perceberam, com facilidade, que o comprimento da mola se alterou da medida de 7,5 centímetros (sem alongação) para 9,5 centímetros. A Figura 6 ilustra a medição verificada pelo Grupo 4.

Figura 6 – Alongamento da mola ao ser submetida a primeira massa

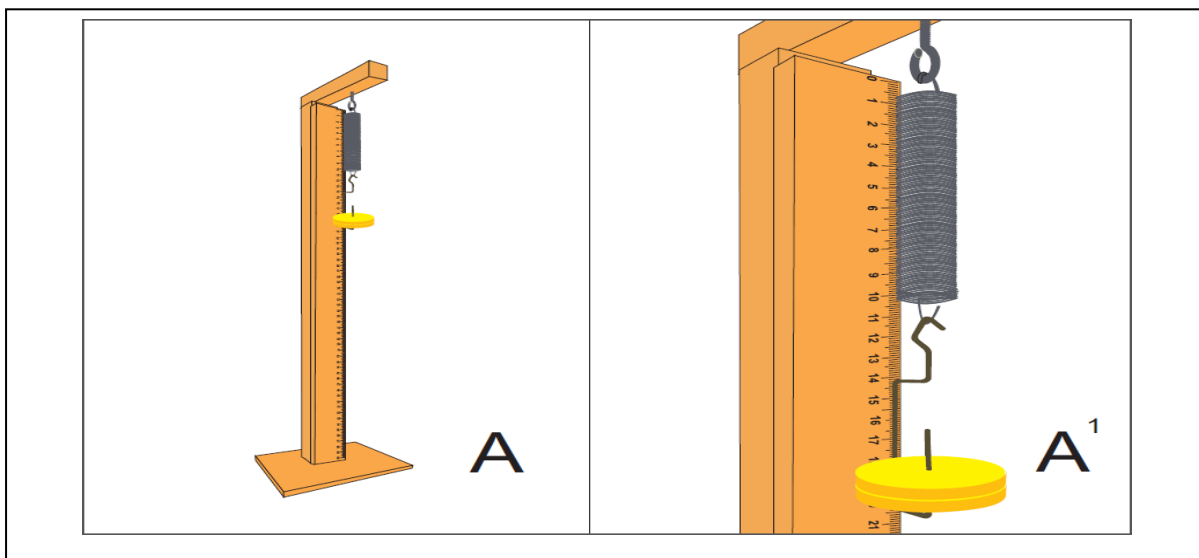


Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Cabe citar que, à medida que a mola se distendia, muitos alunos eram cativados pelo fenômeno e realizavam interações buscando explicações incipientes para os dados coletados. Essas reflexões os levaram a compreender que “as molas e elásticos são estruturas que possuem propriedade de deformar-se sob esforços de tração ou compressão, e exercem forças de reação no sentido de se recuperar as suas dimensões originais” (PERUZZO, 2012, p. 62). Embora nem todos tenham manifestado essa mesma atitude, não significou, necessariamente, a ausência de relações construídas por eles mesmos.

Pela simplicidade do procedimento experimental, os grupos seguiram rapidamente as medições. Para isso, adicionaram ao suporte outra massa correspondente a cinquenta gramas para determinar o segundo alongamento da mola. Então, conferiram com atenção e verificaram que ela se alongou até 11,5 centímetros. Neste sentido, cabe enfatizar o engajamento dos alunos ao associarem a teoria à prática. A segunda elongação da mola registrada pelo Grupo 4 pode ser observada na Figura 7.

Figura 7 – Alongamento da mola ao ser submetida a segunda massa



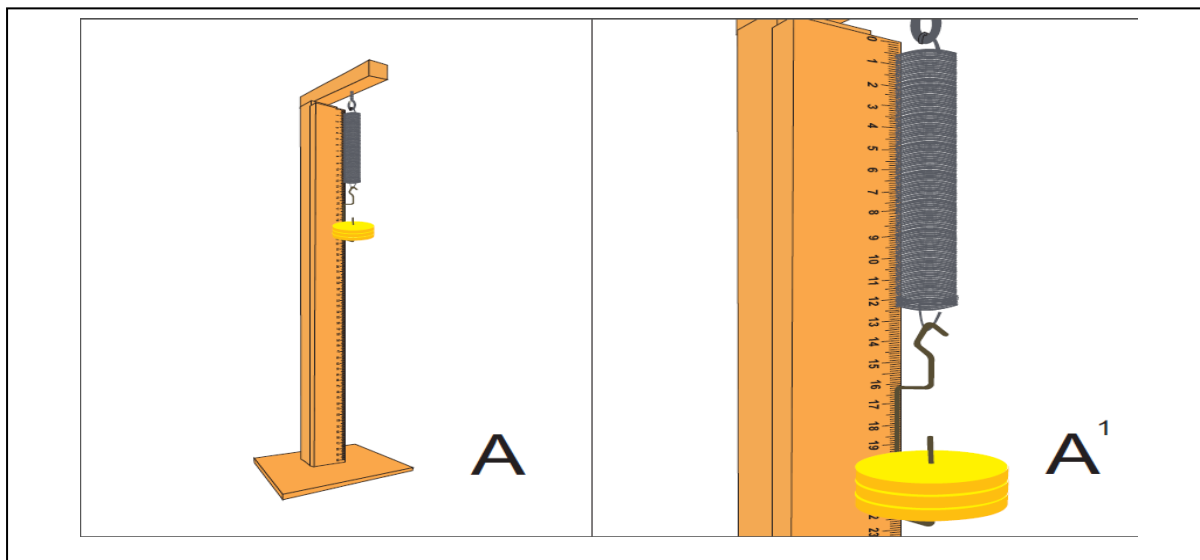
Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

A última distensão foi registrada quando penduraram a terceira massa no suporte juntamente às demais. E, como resultado da medição, encontraram 13,5 centímetros de distensão. Nessa fase, algumas reflexões se tornaram comuns a todas as equipes, tais como: “*O que vamos fazer com esses números?*” (A30). Esse relato aponta que os alunos estavam preocupados com o que estavam coletando e suas implicações. Sobre isso, alguns autores, como Fainguelernt e Nunes (2012, p. 11 – 12), declaram que

Os alunos mudaram, novos ambientes de aprendizagem surgiram e a construção do conhecimento ocorre hoje de forma muito diversa da do passado. É preciso então dar ao ensino uma dimensão mais dinâmica, romper de vez com uma prática reprodutora. Os alunos precisam ser expostos a atividades significativas e desafiadoras, que lhes interessem, estimulem a curiosidade e que possibilitem ricas oportunidades de aprendizagem.

A Figura 8 expressa a medida coletada da atividade experimental apresentada pelo Grupo 4.

Figura 8 – Alongamento da mola ao ser submetida a terceira massa



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Na experimentação, embora sem explicações consistentes, havia consenso de que o experimento estava ligado a um conceito da Física intitulado “Lei de Hooke”. Uma significativa parte dos alunos afirmou que já havia visto a fórmula no livro didático, mas que ainda não conseguia interpretar as informações coletadas. Outra, durante o processo de recolhimento de dados, externava suas interpretações a respeito do que conseguiu entender do experimento conforme atestam suas enunciações:

“As massas têm pesos e, ao ser penduradas, a mola esticou com medidas iguais. E agora, o que fazer”? (A1).

“Gente, e agora o que vamos fazer com esses dados”? (A9).

“Para falar a verdade, eu não sei o que fazer, só perguntando para a professora”! (A27).

“Ora, ora, é só fazer a subtração entre as medidas”! (A11).

“No início, parecia ser fácil, mas não é” (A30).

Os excertos permitem inferir que, apesar de já terem realizado a experiência, os alunos continuavam automatizados às aulas tradicionais, por meio das quais, na maioria das vezes, o conhecimento é apresentado de forma pronta e acabada.

Sobre isso, Fiorentini e Cristovão (2006, p. 134) nos apresentam considerações pertinentes ao questionarem:

O que está faltando para esse aluno? Saber matemática? Claro que não, ele não havia passado por nenhuma experiência em que tivesse que testar suas conjecturas. Em sua vida escolar provavelmente só havia trabalhado com questões para as quais tinha que chegar a uma resposta, e ela poderia estar certa ou errada.

Após a fase de coleta de dados, percebi a necessidade de retomar a teoria do comportamento mecânico de uma mola verificado por Robert Hooke. Em seus estudos, o cientista observou que deformações elásticas (de alguns materiais) obedecem a uma expressão algébrica bem simples, ou seja, F ou $P = k \cdot \Delta L$. E, ao analisar o comportamento de um corpo elástico, descobriu que quanto maior fosse a massa de um corpo suspenso em uma das extremidades da mola (extremidade presa a um suporte fixo) maior seria a deformação desta (aumento de comprimento) (DOCA et al., 2011).

Outra dificuldade, merecedora da mesma atenção que a primeira, é que quase todos os alunos não entendiam o significado da letra “k” na expressão analítica descrita. Nesse contexto, Peruzzo (2012) assegura que, se uma mola em seu comprimento normal, tiver uma de suas extremidades fixada, ela vai apresentar uma resistência denominada “força elástica”, e seu sentido é oposto quando ela está distendida. A sua deformação é decorrente do surgimento de uma força cujo sentido é para baixo quando determinadas massas são inseridas na mola. No que tange a esse aspecto, Haliday e Resnick (2016, p. 243) afirmam que “quanto maior o valor de k , mais rígida é a mola, ou seja, maior é a força exercida pela mola para um dado deslocamento”.

Ao realizar reflexões teóricas sobre a Lei de Hooke, um aluno declarou: “*Caiu como luva essa ideia para se chegar à representação matemática do experimento*” (A8). A partir dessa breve noção, partiram para o tratamento de dados da atividade por eles realizada. Por meio de conversas informais, procuravam os valores das distensões da mola, utilizando papel e lápis para realizarem os cálculos. Durante as apurações dos dados, os diferentes grupos, constantemente, solicitavam a minha presença para justificar o raciocínio por eles desenvolvido. Na ocasião, um aluno declarou: “*É que eu estou em dúvida aqui, professora, se considero a posição inicial da mola sem o estiramento ou se considero o último estiramento*”! (A8). Mesmo

sabendo que eles esperavam uma resposta, priorizei considerar a aprendizagem a partir de desafios enfrentados respondendo à questão com outra pergunta: “Que pensam a esse respeito”? Nesse sentido, o professor precisa incentivar e estimular o interesse do discente à aprendizagem, pois, segundo Valladares (2003, p. 63),

Um professor de Matemática não pode dar todas as informações sobre um problema proposto à turma. Pelo contrário, o interesse despertado, o grau de dificuldade, bem como a própria existência do problema dependem da omissão de algumas informações cuja descoberta faz parte da resolução. Por outro lado, um espetáculo de mágica depende da omissão de certos fatos que não podem ser descobertos, sob pena de estragar tudo.

O fato é que as relações que os alunos estavam estabelecendo correspondiam à lei que relaciona a massa de um corpo pendurado a uma mola. Essa evidência foi constada na capacidade de generalização de um aluno, que declarou: “*Gente, acabei de descobrir uma coisa, as grandezas se relacionam*”! (A2). Por sua vez, um colega o questionou: “*Como tu chegaste a essa conclusão*”? (A20). Nesse momento, percebi que buscavam explicações para o contexto “físico” realizado. Assim, com naturalidade, concedia-lhes espaços para se posicionarem e questionarem para que pudessem expor seus saberes e dúvidas. Também observei que o trabalho em grupo se apoiou no compartilhamento de experiências, fazendo do processo de construção do conhecimento um momento de real aprendizado.

Convém explicitar que, ao iniciar o tratamento de dados, primeiramente, os grupos procuraram a distensão (ΔL) dada pelo comprimento final menos o comprimento inicial ($L - L_0$). No Quadro 8, aparecem os resultados obtidos pelos estudantes do Grupo 4.

Quadro 8 – Dados coletados pelo Grupo 4

Comprimento – L (cm)	Distensão – $\Delta L = L - L_0$ (cm)
7,5	$7,5 - 7,5 = 0,0$
9,5	$9,5 - 7,5 = 2,0$
11,5	$11,5 - 7,5 = 4,0$
13,5	$13,5 - 7,5 = 6,0$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Enquanto os alunos faziam esse tratamento de dados, questionei-os sobre o que haviam concluído diante da análise apontada, o que levou muitos a se pronunciarem ao mesmo tempo. Apesar de apresentarem inadequações quanto às

ideias, também houve avanços, como por exemplo, no depoimento de (A27). “*É que aumentando as mesmas massas, o alongamento também aumenta na mesma medida*”. Nessa concepção, o discente conseguiu se expressar estabelecendo a relação entre as grandezas. Alguns integrantes dos Grupos 1 e 4 tiveram a mesma percepção; entretanto, não conseguiam identificar a relação de proporcionalidade existente nos dados apurados. Oliveira (2012, p. 48) assegura que

Duas grandezas são (diretamente) proporcionais quando existir uma correspondência (funcional) $f: R_+ \rightarrow R_+$, dada por $f(x) = y$, entre as medidas delas, x e y , tal sorte que as duas condições a seguir sejam satisfeitas: a) Aumentando-se o valor de x de uma delas, aumenta-se o valor correspondente da outra. b) Dobrando-se, triplicando-se, ou mais genericamente, multiplicando-se o valor de uma delas por um número natural n , o valor correspondente da outra também fica dobrado, triplicado ou multiplicado pela mesma quantidade e n , respectivamente.

No que tange à expressão da constante elástica, a maior parte da turma não sabia qual procedimento adotar, declarando, inclusive, desconhecer esse conceito. Ao transitar pelos grupos, ouvia o seguinte argumento: “*Eu não sei fazer essa relação*!” (A22). Contudo, o declarante teve uma ideia interessante: “*Simples, professora, já sei como encontrar a constante elástica, é só deduzir a fórmula*!” (A22). Ato contínuo, incentivei-o a encontrar a representação algébrica compatível à sua colocação e que a socializasse com o seu grupo e, em seguida, com os demais. Tal ação se concretizou conforme podemos verificar pelo exemplo de um componente do Grupo 4, que usou a expressão $P = k \cdot \Delta L$, isolou a constante k e apresentou a relação $k = \frac{P}{\Delta L}$.

Após o estabelecimento dessa relação, conduzi os grupos a repensarem o significado da letra “ k ” no contexto “físico”. Nesse momento, ficaram bastante agitados, expressavam-se em voz alta na tentativa de encontrar uma explicação física para o significado dessa constante no fenômeno observado, mas os diálogos expressavam as dificuldades que enfrentavam nessa construção. Na verdade, pensei que apresentariam argumentos lógicos, pois já haviam estudado esse conhecimento nas aulas de Física. Convencida de que essa relação deveria ser explorada, expliquei-lhes que a expressão $P = k \cdot \Delta L$ indica que a razão entre F e ΔL é constante, cujo valor depende do tipo de material de que é feita a mola e do limite de massas a que o corpo é submetido. Entretanto, para grandes massas, deixa de

existir a relação linear entre a massa do corpo (P) e a distensão sofrida pela mola (ΔL) (GASPAR, 2014). Nesse sentido, meu objetivo era que eles percebessem e associassem os dados coletados do experimento com a definição da constante de proporcionalidade. Nesse seguimento, os grupos desenvolveram os seguintes raciocínios:

$$k = \frac{F}{\Delta L}, \quad k_1 = \frac{50}{2} = 25; \quad k_2 = \frac{100}{4} = 25; \quad k_3 = \frac{150}{6} = 25. \quad (3)$$

Quadro 9 – Dados extraídos da atividade prática do Grupo 4

Carga (grama)	ΔL (centímetro)	k (g/cm)
50	2	25
100	4	25
150	6	25

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Ao refletir com os grupos, constatei que a compreensão do conceito de função se processava de maneira bastante lenta. Embora os dados do experimento expressassem uma função, não foi tão simples a transição do significado físico para o matemático. Os depoimentos que seguem evidenciam as dificuldades e os avanços no andamento do experimento.

“Quando eu comecei o experimento junto com os meus colegas, eu pensei que ia ser difícil” (A6).

“Nos primeiros momentos da prática, pensei que o grupo não ia conseguir, mas depois conseguimos, foi legal, mas deu trabalho que só” (A11).

“Professora, no fundo, aprendemos melhor experimentando e quando olhamos para fórmula no livro, vêm as relações na mente do experimento” (A19).

“Os números da constante elástica deram todos iguais, isso foi massa”! (A22).

“Estudando um conteúdo experimentando dá trabalho, mas vale a pena. Nunca mais se esquece” (A25).

(Continua...)

(Conclusão)

“Esse experimento foi simples, mas bem legal” (A28).

“Aprendi a lei de Hooke na aula de Matemática. Pois, na aula de Física, o professor usou o livro desse assunto” (A30).

Nessa perspectiva, Nacarato et al. (2009, p. 35) apontam que

[...] é o professor quem cria oportunidades para a aprendizagem – seja na escolha de atividades significativas e desafiadoras para os alunos, seja na gestão de sala de aula: nas perguntas interessantes que faz e que mobilizam os alunos ao pensamento, à indagação; na postura investigativa que assume diante da imprevisibilidade sempre presente numa sala de aula; na ousadia de sair da “zona de conforto” e arriscar-se numa “zona de risco”.

Após os grupos concluírem as apurações de dados, prosseguiu-se com a definição do modelo matemático do experimento. Para explicitar essa expressão analítica do fenômeno observado, os alunos retomaram os dados do Quadro 9, os quais permitiram que eles tramitassem pela relação $P = k \cdot \Delta L$. Assim, constataram que a distensão da mola (ΔL) dependeu da ação das massas (P) ao serem acrescentadas no suporte junto à mola. Neste sentido, a massa caracterizou a grandeza independente, sendo a distensão da mola grandeza dependente. A partir dessa relação, a função do experimento ficou definido como $\Delta L = \frac{1}{k} \cdot P$.

Até esse momento, quase todos os grupos haviam atingido alguns dos objetivos previstos para a prática experimental ao apontar o modelo matemático do fenômeno físico. Procurando estimular o trabalho em equipe, fiz o seguinte questionamento: “Tomando por base o modelo matemático do experimento, denominando $y = \Delta L$ e $x = P$, qual a relação que se estabeleceu nesse fenômeno”? Foi interessante assistir ao clima de descontração que se estabeleceu entre os alunos ao utilizarem a nomenclatura de função; não se sentiam constrangidos ao errar, e a parceira era visível. Um deles enfatizou: “*Matematicamente, essas letras são chamadas de variáveis pelo experimento; cada valor da carga corresponde a uma única distensão da mola*”! (A12).

O raciocínio desse estudante sobre os dados do experimento evidenciou que ele conseguiu relacionar os dados empíricos com o universo teórico da função no contexto matemático. O protagonismo dos participantes em relação à sua

aprendizagem foi perceptível, considerando que os caminhos da investigação podem ser diversos, e a liberdade para descobri-los, uma fonte aliada na construção do conhecimento (BRASIL, 1999).

Cabe lembrar que as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2008) enfatizam que o estudo de função é um dos focos para esse nível de ensino. O objetivo dos PCNs em relação a esse tópico é desenvolver no educando a capacidade de reconhecer a variação e a dependência de grandezas, de interpretar diferentes representações de funções e por elas transitar com desenvoltura.

Tomando por base a expressão $\Delta L = \frac{1}{k} \cdot P$, os grupos iniciaram a análise do comportamento da função que representa a deformação da mola, dado o número crescente de cargas inseridas no suporte. Inicialmente, houve uma concepção equivocada das Equipes 1 e 5 na interpretação das variáveis relativas ao experimento. Um aluno chegou a declarar que *“Pela teoria, y é dependente, e o x é independente. Por que nesta fórmula da função ($P = k \cdot \Delta L$) não deu certo?”* (A1). Expliquei-lhes que, embora a literatura admita tais características para essas variáveis num determinado contexto, no experimento efetivado, a relação encontrada foi $\Delta L = \frac{1}{k} \cdot P$, que representa o comportamento das expressões “peso” e “distensão” no fenômeno observado (foram colocados os pesos e depois verificada a deformação).

Dessa forma, os grupos constataram que, matematicamente, a relação entre peso e deformação é biunívoca; a variável dependente no experimento é a deformação e depende do número de massas (variável independente) que são inseridas na mola. Nesse sentido, (SADOVSKY, 2007, p. 29) corrobora quando afirma que “debates como esse ajudam a compreender a natureza da matemática e a comunicar aos alunos os fundamentos do trabalho o qual são convocados”.

Pela análise efetivada, os educandos concluíram que, aumentados os valores iguais ao peso (x), ocorrem alongamentos (ΔL) correspondentes iguais na mola, mantendo-se constante o valor de “k”, entendido como valor característico a cada corpo elástico. Ademais, entenderam que não é todo metal que atende à Lei de

Hooke. O Grupo 5 solicitou auxílio no momento de esboçar o comportamento do gráfico do experimento, cujas dúvidas eram traçar as variáveis nos eixos coordenados em razão da maneira diferente de associar o significado das variáveis no experimento. Nesse seguimento, solicitei que todos os grupos apontassem os pares ordenados do experimento. No Quadro 10, segue a exemplificação do Grupo 4.

Quadro 10 – Dados apurados pelo Grupo 4

Massa – P (x)	Distensão – ΔL (y)	Par ordenado (x; y)
0	0	(0;0)
50	2	(50;2)
100	4	(100;4)
150	6	(150;6)

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Durante o atendimento aos grupos, percebi que alguns alunos lideravam as discussões, o que evidenciava suas observações no experimento, como por exemplo: “*Para aumentos iguais no peso, ocorrem alongamentos na mesma medida na mola*”! (A30). Na sequência, a maioria das equipes transformou os pares de valores em pontos e produziu no plano cartesiano uma reta. Essa análise sobre os resultados obtidos me remeteu à expressão usada por Iezzi et al. (2011, p. 84):

A função do primeiro grau é qualquer função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$ em que a e b são números reais dados e $a \neq 0$. Na $f(x) = ax + b$, o número a é chamado coeficiente de x e o número b é chamado termo constante ou independente.

Cumpru sublinhar que o aprazimento dos alunos, ao constatarem que o experimento que haviam realizado em grupos originou um gráfico cuja reta passava pela origem do sistema de eixos cartesianos e a mola sofria alongamentos com os pesos, era visível. Assim, solicitei que relacionassem a equação ($y = ax + b$) do fragmento acima e o modelo matemático ($\Delta L = \frac{1}{k} \cdot P$). No início, vários reclamaram, alegando que não compreendiam o que estava sendo solicitado e, além disso, ignoravam quais argumentações teriam que desenvolver. O fato é que qualquer trabalho que coloque o discente a discutir e a pensar por si mesmo, como neste caso, em uma sala com vinte e sete estudantes, exige muita responsabilidade tanto no preparo “intelectual” quanto no “físico” para atender às solicitações. A esse

respeito, Nacarato e Santos (2014, p. 38) enunciam que

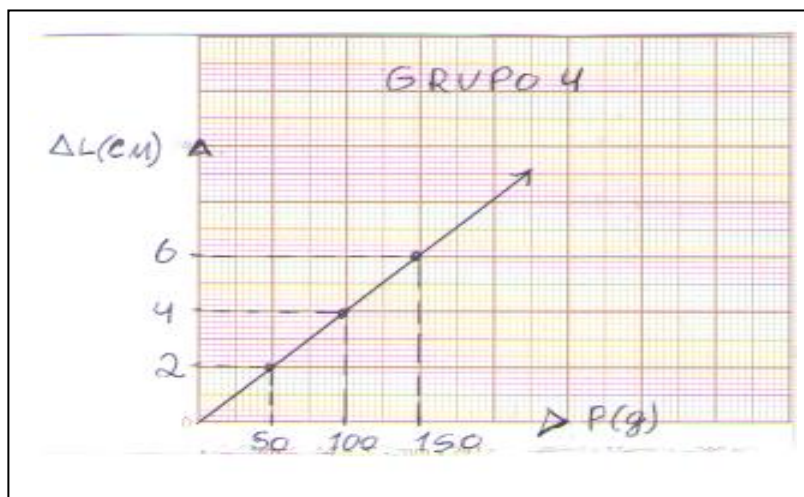
A mediação é uma atividade complexa, pois pressupõe que o professor tenha domínio dos conteúdos para fazer boas perguntas possibilitando aos alunos ampliar os conceitos que estão sendo estudados em sala de aula.

Como o tempo era limitado, auxiliei-os na representação algébrica e na linguagem formal do conceito de função. Nas discussões, constatou-se que o valor de (a) coeficiente de x representava a declividade da reta (do experimento) em relação ao eixo das abscissas (P); e a constante (b), a posição onde a reta corta o eixo das ordenadas (ΔL). O termo independente nulo ($b = 0$) foi analisado, pois não se colocou nenhum peso na mola antes do experimento. Nesse caso, concluí que os alunos transitaram por uma função chamada linear. A validade do modelo matemático em discussão estava em consonância com o que Iezzi et al. (2001, p. 90) discorrem:

Quando uma grandeza y é função de uma grandeza x e para cada par de valores (x ; y) se observa que o quociente $\frac{y}{x} = k$ é constante, as duas grandezas são ditas diretamente proporcionais. A função $y = f(x)$ é uma função linear, e seu gráfico é uma reta que passa pela origem.

Dando seguimento, conduzi os grupos às discussões sobre a equação da reta dada pela expressão $y = ax + b$. Pelo modelo experimental, estava implícita a ideia do termo independente igual a zero. Na Figura 9, encontra-se o gráfico da função, $y = \frac{1}{25} \cdot x$ construído pelo Grupo 4.

Figura 9 – Gráfico construído pelo Grupo 4 a partir de dados do experimento

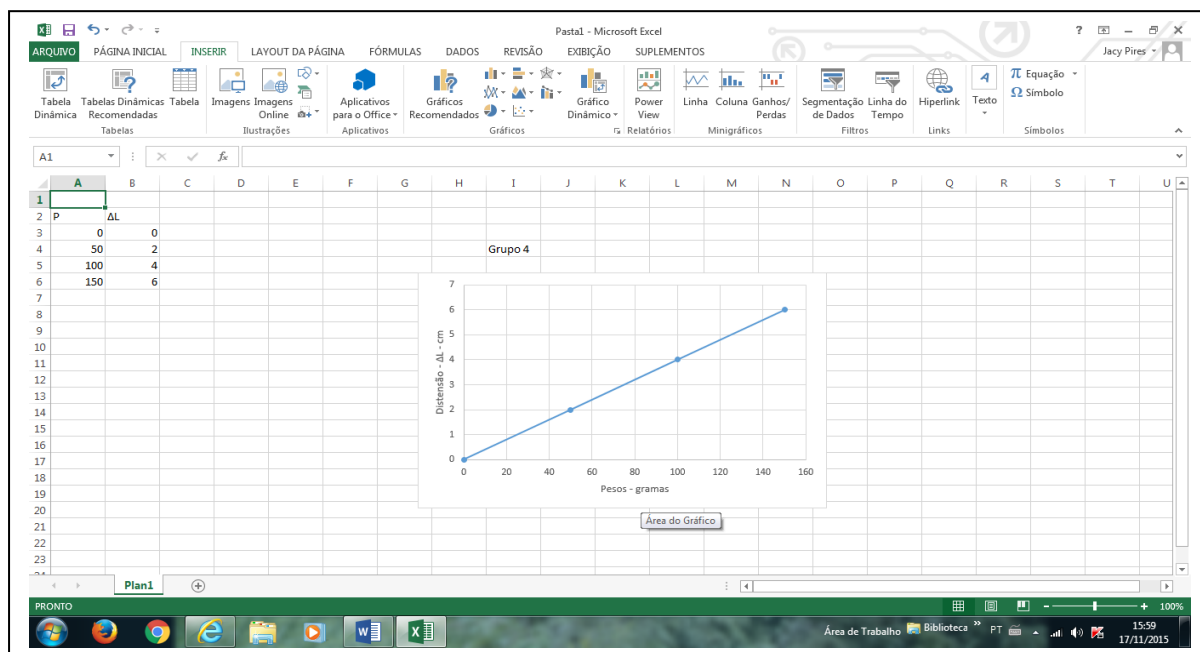


Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Enquanto algumas equipes finalizavam o gráfico, outras, por já tê-lo pronto, transitavam pela sala, observando como os demais colegas tinham organizado a representação do gráfico. Nesses instantes, eu me revezava para dar orientações aos que ainda não haviam concluído o esboço do gráfico e aos que, empolgados, mostravam-me as suas produções.

A partir das discussões em grupos, os alunos exploraram os recursos disponíveis no Microsoft *Excel*, como o uso de células para designar a variável dependente e independente (dispostos em linhas e colunas), visando demonstrar graficamente o experimento. Na Figura 10, seguem os resultados da atividade sistematizada pelo Grupo 4.

Figura 10 – Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 4 na Planilha *Excel*



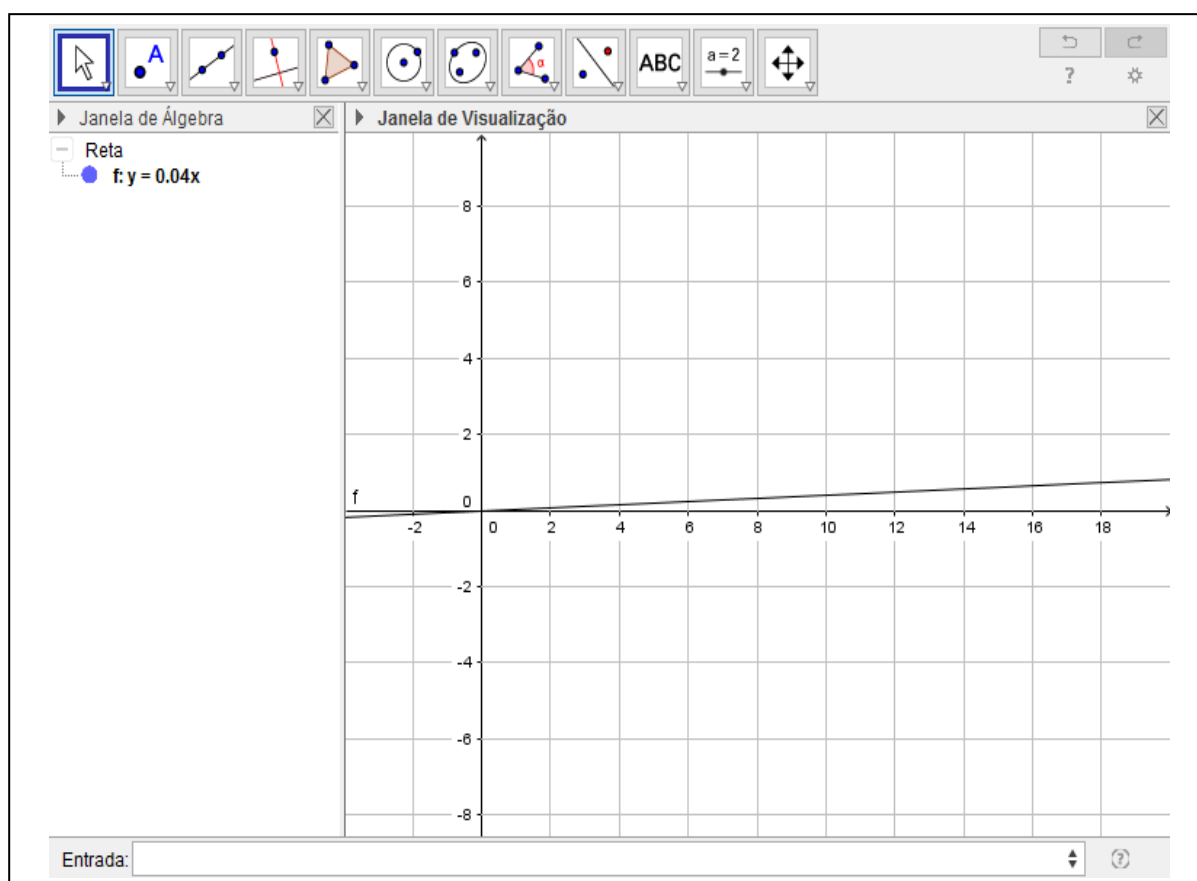
Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Após o desenho do experimento, os estudantes trabalharam com o *Software* GeoGebra. Nessa atividade, quando lhes solicitei que encontrassem a representação gráfica da função estudada, alguns responderam saber fazê-la; outros declararam que bastava inserir, na caixa de entrada da área de trabalho, a fórmula matemática. Durante o desenvolvimento da tarefa, um dos alunos perguntou: “Professora, por que o nosso grupo não consegue escrever o ‘delta ele’ na caixa da entrada”? (A8). Notei que esse fato os deixava mais concentrados e interessados

em descobrir o procedimento correto. Nessa sequência, aproveitei para socializar a simbologia matemática do GeoGebra.

Os grupos então aproveitaram para discutir os valores das variáveis “x” e “y” extraídas do experimento. Durante a análise do gráfico, ficou decidido que a parte negativa do gráfico não deveria ser considerada, visto que não estava em conformidade com o processo experimental, pois a deformação da mola era zero antes do uso das massas. Nesse sentido, os grupos visualizaram o comportamento dos dados obtidos experimentalmente. Na Figura 11, segue o esboço do gráfico construído pelo Grupo 4.

Figura 11 - Gráfico construído a partir de dados do experimento do Grupo 4 no Software GeoGebra



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

As discussões efetivadas até esse momento levaram à apuração de dados oriundos do fenômeno físico em que se buscou a apropriação do conceito de função, tendo por suporte a atividade experimental. Cumpre destacar que, no desenrolar do experimento, os estudantes tiveram a oportunidade de estabelecer relações entre

aquilo que observavam e a construção do conceito em questão. Com a finalidade de verificar a ocorrência de todo esse percurso rumo à apropriação do conceito de função, considerei pertinente que, após essas discussões, eles escrevessem um pequeno texto acerca do que haviam vivenciado.

Esses registros tiveram por base as discussões tomadas, por grupo, no denominado “Relatório da atividade prática” (APÊNDICE E). O instrumento objetivou a reflexão e a argumentação por escrito do processo investigativo no sentido de comparar as respostas e averiguar conclusões. Nacarato e Santos (2014, p. 42) corroboram essa ideia ao expressarem que

O processo de escrita nas aulas de Matemática rompe com o modelo tradicional de sala de aula. Esse movimento permite que os alunos possam ressignificar as suas escritas, atribuindo-lhes significados. Assim, a escrita dos alunos potencializa a produção de significação, e, à medida que isso ocorre, os significados começam a ser apropriados pelos alunos; e estes assumem a responsabilidade pelo seu próprio processo de aprendizagem, principalmente quando as regras do jogo são claras e eles já sabem de antemão que há um destinatário para as suas escritas – o professor ou outro qualquer.

Neste sentido, os itens propostos relacionados a essa questão foram: 1) títulos para o experimento; 2) objetivos da atividade; 3) procedimentos adotados; 4) tratamento de dados e 5) conclusão.

Com relação ao processo de elaboração de relatórios, no início, observei a resistência da maioria dos alunos em realizar a descrição da prática, já que não estavam habituados a produzir textos matemáticos. Em relação à prática experimental 2, verifiquei o avanço no perfil da turma com relação à produção escrita quando, no final da primeira aula experimental, surgiram questões, tais como: “*Professora, o modelo do relatório é o mesmo?*” (A3); “*O prazo de entrega do relatório é o mesmo da experiência passada?*” (A17); “*O relatório é só para entregar ou tem que apresentar?*” (A21). Respondi a todas as perguntas sem receio de que isso pudesse gerar desinteresse por ser uma atividade extraclasse.

Na análise dos relatórios elaborados pelos alunos, constatee diferentes títulos para a atividade experimental, como os relacionados a seguir:

- A mola e sua elasticidade (Grupo 1).
- A elasticidade da mola e as massas (Grupo 2).

- Massa e alongamento da mola (Grupo 3).
- A mola e sua deformação (Grupo 4).
- Estudando função usando massa e mola de metal (Grupo 5).

Instigados quanto ao objetivo da atividade prática, os alunos, em sua maioria, nos grupos de estudo, afirmaram que realizaram o experimento com a intenção de associar os dados dele, tomados para a obtenção de uma expressão algébrica uma função matemática. Nesse contexto, os objetivos por eles delineados são apresentados a seguir:

“Observar o alongamento da mola em relação ao peso e estudar a relação dos valores, criando uma função do 1º grau” (Grupo 1).

“Saber quanto centímetros a mola se estende quando se utiliza pesos para se chegar à função” (Grupo 2).

“Encontrar a fórmula matemática da relação utilizando mola e pesos” (Grupo 3).

“Estudar o alongamento da mola quando forem usados os pesos para encontrar a fórmula matemática” (Grupo 4).

“Representar a fórmula matemática do fenômeno físico (Grupo 5).

Para que os objetivos fossem atingidos, os alunos atestaram que se limitaram a seguir as instruções, as quais viabilizaram interação e trocas de informações em pares. Tais encaminhamentos para a atividade prática, indicados pelos grupos, consistiram basicamente em duas etapas: a primeira, na familiarização do funcionamento da prática; a segunda, na condução do experimento propriamente dito. Isso pode ser evidenciado nos depoimentos que seguem:

“Nosso grupo começou distribuindo as funções. Um colega mediu a mola e outro pesou as massas. A mola mediu 7,5 centímetros. Daí, começamos a prática experimental fazendo o que roteiro dizia. No momento do experimento, um de nós colocava as massas, e outro colega registrava o quanto a mola esticava” (Grupo

(Conclusão)

3).

“Primeiro medimos a mola e pesamos; as cargas tinham a mesma forma. Depois colocamos o gancho na mola. Quando colocamos o primeiro peso, registramos e verificamos o quanto a mola tinha esticado. Isso foi feito quando colocamos a segunda e a terceira massa. Foi visível que a massa esticou de 2 em 2 centímetros” (Grupo 4).

“Foi simples. Seguimos o roteiro. Primeiro medimos a mola e colocamos as massas para coletar os dados que foram os alongamentos da mola metálica” (Grupo 5).

Concebida como instrumento importante da pesquisa na fase de tratamento de dados, a atividade proposta contou com a participação ativa dos alunos, que demonstravam seu envolvimento com as discussões. Ademais, a prática contribuiu para a reflexão dos discentes acerca do conceito em questão, permitindo que, na análise de dados, pudessem perceber a relação matemática presente no fenômeno físico. Neste sentido, contemplaram a investigação como procedimento, afirmando que a

“Primeira coisa foi ver a diferença do alongamento da mola ao serem colocados os pesos um após o outro. Tivemos que conhecer a fórmula da lei de Hooke que tínhamos que deduzir a fórmula para achar a constante elástica. Nosso grupo fez vários cálculos, mas nós percebemos desde o momento do experimento que a massa e o alongamento da mola tinham uma relação. Fizemos muitos cálculos para chegar à fórmula matemática e ao esboço do gráfico. Não foi fácil esse experimento” (Grupo 4).

“Fizemos os cálculos dos alongamentos da mola. Depois utilizamos uma outra fórmula para usarmos os dados e fazermos as relações. Depois de muitos cálculos, chegamos à fórmula matemática e conseguimos ver o gráfico do experimento” (Grupo 5).

Questionados acerca do que haviam concluído no trabalho abordando a experimentação, os grupos evidenciaram que

“Mesmo com todo esse trabalho, aprendemos. Conseguimos construir passo a passo a fórmula matemática de uma função” (Grupo 2).

“Que foi muito melhor estudarmos função experimentando. Os dados foram reais e no livro tudo já está pronto e não dá para entender quase nada. Aprendemos a construir a fórmula de uma função usando os dados do experimento. O nosso grupo achou legal” (Grupo 3).

“Muito legal o experimento. Apesar de simples o equipamento, mas conseguiu dar muito trabalho para chegar à fórmula matemática” (Grupo 5).

Em relação à questão “O que você aprendeu na experimentação de hoje”?, poucos responderam que aprimoraram o conceito de função, ou seja, apenas três alunos: “Uma complementação do que eu aprendi no 9º ano” (A3); “Rever o conceito de função de maneira diferente.” (A12) e “Melhorar o meu conceito de função” (A23). Nesse sentido, em torno de 89% conferiram sentido à compreensão desse conceito por meio de dados coletados do experimento conforme atestam os excertos abaixo:

“Aprendi na prática o conceito de função o que estava só na teoria” (A5).

“Aprendi que compreender função através dos dados coletados é melhor, pois não se esquece quando aprendemos fazendo” (A13).

“É bem melhor aprender função quando se dá significado aos dados obtidos” (A14).

“Entendi o conceito de função e quando eu for fazer os exercícios no livro sobre esse assunto será mais fácil” (A25).

Essas respostas podem ser interpretadas como algo positivo, ou seja, o processo de experimentação concedeu sentido aos alunos e possibilitou a circulação de significados do conceito estudado. Ao tratar desse assunto, Castro (2013, p. 105) completa que

Quando os estudantes discutem a origem dos conceitos científicos, sua transformação ao longo do tempo, reconhecem mais facilmente tais conceitos como objetos passíveis de construção. Cria-se, assim, um comprometimento maior entre o sujeito que conhece e o objeto a ser conhecido.

Sobre a segunda questão “O que você achou da aula”?, em torno de 70% comentaram que ela foi muito boa. Ademais, foi visível o avanço argumentativo, fato comprovado pelas declarações transcritas:

“Ótima. Uma grande atividade experimental ensinando o conceito de função” (A1).

“Eu achei muito boa porque aprendi função. Inesquecível” (A8).

“Ótima. Amo as aulas de Matemática, pois estou aprendendo sempre” (A13).

“Eu achei muito legal, pois aprendi coisas que nunca imaginaria estudar” (A15).

“Muito interessante. Achei uma forma totalmente diferente de se aprender função” (A18).

“Achei muito legal, pois aprendi melhor o assunto de função observando os dados e dando significado para cada um deles” (A20).

Contudo, alguns alunos, ao tentarem registrar seus depoimentos, apresentaram as seguintes respostas: *“Interessante” (A4)*; *“Diferente, interessante e importante” (A5)* e *“Boa e interessante” (A24)*. Sobre esse tipo de ocorrência, Lorenzato (2010, p. 16) expressa que “Cada revelação tem seu significado que nem sempre se apresenta de forma explícita. Merece nossa especial atenção o silêncio do aluno, uma vez que essa atitude pode significar mais que muitas palavras”.

Quando perguntados (questão 3) se haviam recebido orientação suficiente para realizar a atividade, a turma respondeu “sim”. Com efeito, 100% apresentaram argumentos positivos:

“Sim. Todos nós fomos orientados para realizar a atividade” (A8).

“Sim. Mas as instruções estavam impressas e não dava para ter dúvidas” (A9).

“Sim. Com a explicação da professora ficou bem melhor, ela deixou tudo

(Continua...)

(Conclusão)

bem claro” (A13).

“Sim. Às vezes a professora deixava a gente pensar primeiro sobre a pergunta, depois ela confirmava a resposta com o grupo” (A15).

“Sim, pois a aula foi sempre muito bem explicada e orientada” (A21).

“Sim, não tenho o que reclamar. O roteiro era bem explicativo” (A25).

Cabe destacar que, apesar de não estarem habituados com esse formato de aula, em suas enunciações, os alunos expressaram sua convicção de que, juntos, seriam capazes de desenvolver as atividades. Sobre isso, Nacarato e Santos (2014, p. 32) expressam que,

Nesse movimento em que a confiança se estabelece, não temos como dissociar o processo de colaboração que provavelmente se constitui em pares. A colaboração na realização das tarefas oportuniza que os alunos exponham as ideias e que estas possam contribuir para a aprendizagem. Na execução das tarefas, o trabalho em grupo propicia a interação com os próprios alunos e com o professor, e essa interação pode ser um facilitador para a aprendizagem, pois tanto o professor como o aluno podem cooperar no processo, promovendo o desenvolvimento dos envolvidos.

Após a análise das respostas dos alunos à pergunta 4 “Na atividade prática que você realizou, qual a relação entre o experimento e a Matemática”, por meio das quais eu não pretendia apenas conhecer a autoavaliação da turma, mas também saber como ela relacionou as ideias do experimento com a Matemática, constatei que a minoria (22%) preferiu não se posicionar a respeito. Entretanto, 78% apresentaram respostas expondo seus entendimentos. Abaixo, a transcrição de algumas delas:

“Que existe relação do fenômeno que experimentamos com a Matemática através da fórmula, e os sentidos dos dados também” (A5).

“Compreendi que existiu uma relação de dados no experimento realizado e que essa ideia é a mesma desenvolvida na Matemática” (A21).

“Que a Física tem tudo a ver com a Matemática, porque o experimento produz os dados e a Matemática monta a fórmula. Elas têm ligação uma com a outra” (A25).

(Continua...)

(Conclusão)

“A relação foi de significado dos dados experimentais com a ideia de função na Matemática” (A26).

Embora as discussões referentes à problematização do conceito de função, ao analisar as respostas acima transcritas, constatei que os alunos, de certo modo, tiveram dificuldades de se expressar. Além disso, percebi pouca fundamentação em relacionar os dados empíricos coletados na experimentação e as evidências concretas na linguagem matemática contidas no experimento. Nesse momento, é válido refletir sobre a verbalização de Micotti (1999, p. 154):

A aplicação dos aprendizados em contextos diferentes daqueles que não foram adquiridos exige muito mais que a simples decoração ou solução mecânica de exercícios: domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração. Estas capacidades são necessárias em todas as áreas, mas a falta delas, em matemática, chama a atenção.

Quando propus a questão 5 “Qual foi o teu envolvimento (motivação/inteiração/trabalho em equipe) na realização do experimento?”, um dos objetivos era que o estudante pontuasse sua participação na atividade em grupo. Nas respostas, os vocábulos mais frequentes foram “interesse”, “entusiasmo”, “medo”, “curiosidade”, “inteiração”, “dedicação”, “trabalho em grupo”:

“Entusiasmo de aprender de maneira diferente um assunto que eu tinha ‘medo’ só de falar e também a realização do estudo de função de uma forma muito legal” (A2).

“Trabalhei em equipe. Trocamos muitas ideias. Isso nunca tinha acontecido no nosso grupo” (A4).

“Meu envolvimento foi fazer a experimentação e prestar atenção como construir o conceito de função” (A8).

“A inteiração do grupo foi ótima. Tivemos um bom trabalho em equipe. A nossa turma é bem-comportada” (A13).

“Eu acho que minha participação foi boa. Fiquei curioso em saber como se construía o conceito de função” (A16).

Com base nessa discussão, é importante reconhecer que ouvir o aluno é uma tarefa importante, com o que concorda Lorenzato (2010, p. 15 – 16):

Mais do que deixar os alunos falarem, é preciso saber ouvi-los. Durante as aulas, os alunos exprimem através da fala, da escrita, do olhar, de gestos; eles apresentam perguntas ou soluções, cometem erros, mostram suas dificuldades, constroem raciocínios e, dessa forma, revelam seus vocabulários, interpretações, sugestões, preferências, tendências, potencialidades, expectativas, insatisfações, temores, crenças e bloqueios.

Em relação à questão 6 “Você teve alguma dificuldade na realização do experimento?”, as opiniões divergiram, sendo que 40% das respostas confirmam algum tipo de dificuldade:

“Sim, tive dificuldades de entender o conceito de função interpretando os dados obtidos” (A5).

“Sim. Eu tive dificuldade para realizar o experimento, a professora passou na nossa equipe e nos ajudou a iniciar a prática. Tive dificuldades no cálculo também, mas foram só essas as dificuldades” (A15).

“Sim, na interpretação do fenômeno físico para a ideia de função matemática” (A26).

Por sua vez, 60% revelaram que conseguiram desenvolver sem dificuldades a atividade experimental, argumentando que “Não, o experimento simples que possibilitou eu aprender o conceito de função” (A2); “Não, as informações foram claras para entender o conceito de função” (A7); “Não, eu associei as ideias do experimento de imediato” (A16). Para Rosito (2011, p. 157),

As atividades experimentais devem ter sempre presentes a ação e a reflexão. Não basta envolver os alunos na realização de experimentos, mas também procurar integrar o trabalho prático com discussão, análise e interpretação dos dados obtidos.

À questão 7 “Você considerou o uso de atividade experimental importante para a construção do conhecimento sobre função do 1º grau? Justifique”, todos responderam afirmativamente, ou seja, 100% dos alunos. Seus depoimentos comprovam tal fato:

“Passei a perceber que função decorre da necessidade de analisar e descrever” (A1).

“Nunca imaginava que através de um experimento se chegaria a uma relação que representa função” (A3).

“Através da prática, “como vimos”, tivemos oportunidade de estudar um conceito matemático que se fala muito” (A4).

“Foi a melhor forma de se aprender função. Já tinha estudado esse conteúdo, mas para mim foi uma nova oportunidade de aprendizado” (A6).

“Muito importante, pois facilita o modo de entender o conceito que está por trás das fórmulas matemáticas” (A12).

“O trabalho experimental não só entendemos o conceito de função, mas também a representação gráfica do experimento. Isso ajuda a ampliar esse conhecimento” (A20).

Pela análise dos fragmentos anteriores, de uma maneira geral, posso inferir que o aprendizado pela via experimental é uma possibilidade de aprendizagem do conceito de função. O trecho escrito por Oliveira (2006, p. 71) corrobora esse pensamento:

É importante declarar que, que com este trabalho, a aula não termina com o tocar o sinal, pois iremos para casa com a mala cheia de pensamentos que necessitam ser analisados e anseiam por uma reação. Serão muitas horas de trabalho. E como já sabemos, o ônus deste trabalho ficará por nossa conta.

A questão 8 solicitava o que poderia ser mudado em relação às atividades futuras utilizando a experimentação no ensino de função. As respostas variaram, pois 7% sugeriram que o laboratório poderia ser usado para realizar experimentos; 7% não emitiram opinião e 19% apontaram a necessidade de mais tempo para desenvolver o experimento. Por sua vez, 67% afirmaram não serem necessárias mudanças conforme atestam alguns enunciados:

“Bom, até agora tudo ótimo. Não vejo nenhuma ideia para mudar nada” (A1).

“Nada, pois foi a melhor aula que já tive” (A10).

“Nada. Está tudo bem assim” (A16).

“Muito bem pensada a atividade experimental” (A23).

Pelo que foi evidenciado, a forma como foi trabalhada a experimentação possibilitou o estabelecimento de relações entre os dados empiricamente coletados e o conhecimento a eles relacionado. Diante disso, permito-me afirmar que, a partir desta segunda atividade experimental, as discussões se tornaram mais efetivas e o conteúdo abordado começou a fazer mais sentido para cada um dos participantes da pesquisa. Ademais, o compromisso apresentado por parte de cada aluno em relação à prática se deveu principalmente à proposta de trabalho que lhes apresentei. Sobre o caráter experimental nas aulas de Matemática, Almeida (2009, p. 901) expressa que

Devemos ressaltar, ainda, que o ensino de Matemática, apoiado nos recursos didáticos diferenciados para promover a investigação, tem origem na Matemática de Arquimedes (287 a.C a 212 a.C), que os usava de maneira experimental para descobrir resultados para, então, apresentá-los em termos rigorosos.

Assim, nesta seção, efetuei a análise da segunda atividade experimental à luz da literatura apontada. Na próxima, apresento a análise de algumas questões que os alunos resolveram utilizando o conceito de função explorado nos dois experimentos anteriores.

4.4 Encontro 8 – Questões relativas à função do 1º grau

Neste encontro, após a realização das duas primeiras atividades experimentais, propus aos alunos uma sequência de questões (APÊNDICE H) objetivando aplicar as ideias oriundas do conceito de função. Ao mencionar que elas seriam desenvolvidas de forma individual, vários alegaram que não tinham estudado para o teste, apresentando os seguintes argumentos: *“Ah, não professora, exercícios*

não"! (A8); "Professora, faz uma lista por grupo, é melhor assim, pois podemos ajudar uns aos outros! (A11). Acatando a sugestão da maioria, ficou acordado que seriam mantidos os mesmos grupos de trabalho desde que cada um tentasse realizar sua tarefa individualmente e depois a socializasse com os colegas.

Resolvido o problema, cada aluno recebeu uma lista com quatro questões para que as resolvesse mediante o conceito abordado nas experimentações. Na sequência, apresento o enunciado da primeira pergunta e alguns trechos expostos oralmente por eles durante a resolução da atividade.

Quadro 11 – Enunciado da questão 1

1. O boleto, abaixo, representa a mensalidade de uma escola de idiomas, referente ao mês de julho de 2014.

Banco S.A.	
Pagável em qualquer agência bancária até a data do vencimento	
Cedente Escola de idiomas	Vencimento 31/07/2014
Data do documento 02/07/2014	Agência/cód.cedente
Uso do banco	(=) Valor documento R\$200,00
Informações Observação: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de 4,00 mais 0,50 centavos por dia de atraso.	(-) Desconto
	(-) Outras deduções
	(+) Multa
	(+) Outros acréscimos
	(=) Valor cobrado

Se $M(x)$ é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que x é o número de dias em atraso, então:

a) $M(x) = 200 + 0,50x$

b) $M(x) = 200 + 4x$

c) $M(x) = 200 + 4,50x$

d) $M(x) = 204 + 0,50x$

e) $M(x) = 204 + 4,50x$

Ao receberem as questões, a maioria dos alunos se dedicou a lê-las, e outros iniciaram imediatamente a resolução dos cálculos. Ao percorrer a sala de aula, a minha intenção era acompanhar as suas concepções no desenvolvimento da atividade sem, no entanto, emitir opinião. Todavia, fui questionada várias vezes: “*Professora, é para utilizar aquele modelo matemático que estudamos na atividade experimental*”? (A7); “*Nessas questões, temos que utilizar a fórmula matemática da função*”? (A15). Nesse momento, estimei-os a utilizarem os conhecimentos advindos da experimentação.

Enquanto os alunos resolviam as questões, tive a oportunidade de acompanhar suas discussões. Nessa sequência, chamou-me a atenção o fato de realizarem correlações do conjunto de dados coletados nos experimentos com os que extraíam da situação do momento.

“Ei, pessoal, vocês lembram que nos experimentos foram usados x e y, isso quer dizer que são variáveis aqui nesta questão” (A9).

“Ah, então o valor da mensalidade é uma variável dependente ou independente”? (A12).

“Claro que é dependente, porque se a pessoa pagar em dia é um valor, se atrasar é outro valor” (A18).

“Fiquei em dúvida com relação a multa. Vou perguntar para a professora, onde vou colocar esse valor. Não precisa é fácil saber” (A21).

“É fácil, lendo as letrinhas bem miúdas, está dizendo que o pagamento é feito com atraso, logo os quatro reais têm que ser somados aos duzentos” (A24).

“E os cinquenta centavos, não muda”? (A25).

“O valor de cinquenta centavos é fixo, só que quanto mais dias passar em atraso, vai crescendo a conta” (A27).

“Só sei uma coisa: o valor da mensalidade depende do que vem depois da igualdade” (A30).

Nesta fase, em que discorriam oralmente os dados da questão com os colegas e, às vezes, comigo, eram bastante enfáticos em argumentar que o valor da mensalidade dependia do número de dias de atraso. Com isso, conseguiram indicar o modelo matemático para a situação apresentada definindo a mensalidade “y” em função do número de dias “x” em atraso. Essa relação foi averiguada por 70% dos estudantes, que apontaram a resposta correta como sendo alternativa “d”. Ademais, o engajamento e a participação de alguns, antes considerados dispersos na realização dos experimentos, tornaram-se referências nos grupos, onde apresentavam maior agilidade para responder. Ao discorrer esse assunto, Paschoal e Lanzoni (2006, p. 186) comentam que

Promover comunicação em matemática é dar aos alunos a possibilidade de organizar, explorar e esclarecer seus pensamentos. O nível de compreensão de um conceito ou ideia está intimamente relacionado à comunicação bem-sucedida deste conceito ou ideia. Quanto mais os alunos têm oportunidade de refletir sobre um determinado assunto, falando, escrevendo ou representando, mais eles compreendem o mesmo.

Por seu turno, 30% registraram a opção “c”. Nesse sentido, posso aferir duas possibilidades pelo fato; primeiro, os alunos foram atraídos pela interpretação de que o valor da “multa” estaria associado à cobrança por dia de atraso e, diante disso, talvez, por falta de atenção, juntaram os valores, ou marcaram a alternativa incorreta. No Quadro 12, encontra-se a questão 2, examinada:

Quadro 12 – Enunciado da questão 2

2. As barracas de praia de São Luís vendem coco por um preço tabelado de R\$3,70. Para não fazer cálculos toda vez que vende coco (s), o proprietário de barracas montou uma lista conforme o modelo que segue:

Quantidade de coco (s)	Preço (R\$)
1	3,70
2	7,40
3	11,10
4	14,80
5	18,50
6	22,20
7	25,90
8	29,60

Com base nesses dados, responda:

a) Quais são as grandezas envolvidas na situação descrita?

(Conclusão)

- b) Qual é a função que descreve o valor a pagar em função da quantidade de cocos comprados?
- c) Elabore o gráfico da função utilizando os valores do quadro.
- d) Se o proprietário da barraca vender 50 cocos durante todo dia, qual será a renda apurada?

Fonte: Elaborado pela autora.

Com esse enunciado, direcionei os estudantes para mais uma problematização acerca do trabalho com função. Assim, era esperado o modelo matemático oriundo das relações intrínsecas dos dados da questão. Nesse seguimento, apresento o raciocínio desenvolvido pelos educandos em relação aos itens acima mencionados.

- a) Quais são as grandezas envolvidas na situação descrita?

Para apresentar a resposta, bastava examinar os dados fornecidos no quadro. Pela análise efetivada, constatei que todos os alunos conseguiram identificar as grandezas envolvidas na questão, ou seja, o preço a pagar em função do número de cocos comprados.

- b) Qual é a função que descreve o valor a pagar em função da quantidade de cocos comprados?

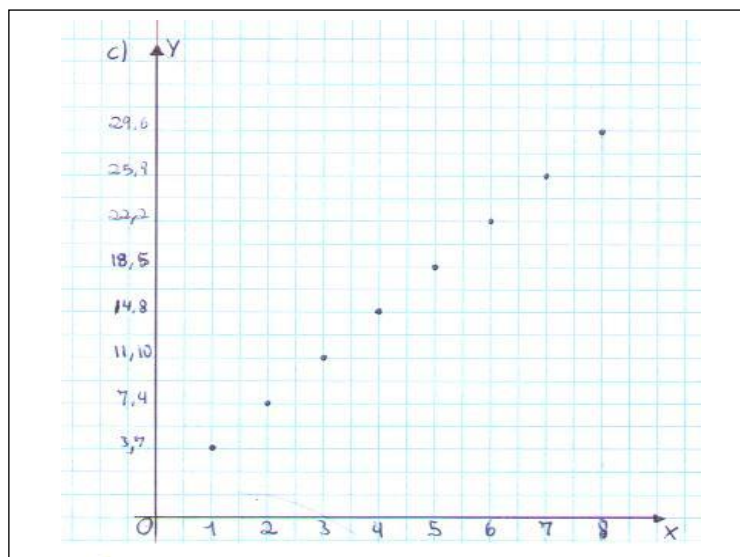
Ao verificar as tarefas que desenvolveram, certifiquei-me de que os alunos conseguiram descobrir a regularidade presente nos dados da situação apresentada. Eles observaram que havia um número constante, no caso, o valor de cada coco; a quantidade, em reais, a pagar (variável dependente) e a de cocos (variável independente). Nesse sentido, todos apresentaram a relação $y = 3,7x$.

- c) Elabore o gráfico da função utilizando os valores do quadro.

Ao examinar esse tópico, inferi que alguns alunos ainda se confundiam ao esboçar o gráfico da função no momento de nomear os eixos coordenados, “x” (abscissa) e “y” (ordenada). Porém, saliento que a maioria havia compreendido como fazer a representação gráfica dos resultados do experimento. Na Figura 12,

está impresso o gráfico produzido pelo aluno A14 do Grupo 1.

Figura 12 - Esboço do gráfico¹⁰ pelo aluno A14



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

- d) Se o proprietário da barraca vender 50 cocos durante todo dia, qual será a renda apurada?

Nesse último item analisado, os alunos tomaram o modelo algébrico da função em estudo, fizeram uso do valor 50 na posição de “x” e encontraram o valor correspondente a ser pago. Para ilustrar, segue a solução apresentada pelos discentes.

$$y = 3,7x$$

$$y = 3,7 \cdot 50$$

$$y = 185$$

Esse resultado demonstra que eles conseguiram sistematizar não somente os cálculos, mas também o significado da relação estabelecida na questão.

Após essa reflexão, passo à análise da questão 3, descrita no Quadro 13.

¹⁰ Gráfico com pontos não ligados para indicar quantidade de cocos inteiros. Caso aqueles fossem ligados, incorreria na ideia de que seria possível comprar partes destes, o que é inverossímil.

Quadro 13 – Enunciado da questão 3

3. Uma professora do Ensino Médio de uma escola pública, trabalhando em um projeto de pesquisa, sentiu a necessidade de levar seus alunos até um parque ecológico nas proximidades da cidade. Foi necessário fretar um micro-ônibus com 20 lugares para acomodar todos os participantes do projeto. A empresa prestadora de serviço acordou o valor total de R\$240,00 e uma cortesia para a professora. Tomando por base essas informações, faça o que se pede:

- a) Quais são as grandezas envolvidas nesse texto?
- b) Elabore um quadro contendo uma amostra de valores pagos por 1, 4, 8, 15 e 20 participantes.
- c) Como se escreve matematicamente o total a ser pago pelo número de participantes da pesquisa?
- d) E se faltarem 5 alunos no dia da visita ao parque ecológico, quanto cada aluno deverá desembolsar?

Fonte: Elaborado pela autora.

Em relação a essa questão, minha intenção era que os alunos pudessem cada vez mais explorar o conceito de função advindo do momento da experimentação. Nesse sentido, foram conduzidos a refletirem acerca dos itens abaixo:

- a) Quais são as grandezas envolvidas nesse texto?

No início dessa atividade, percebi que muitos alunos conversavam bastante em pares. Vários chegaram a me perguntar: “*Professora, o que é para fazer*”? Diante disso, orientei-os a seguirem a mesma linha de raciocínio adotada nas questões anteriores. Nessa sequência, constatei que 90% não tiveram dificuldade de apontar as grandezas, tais como assentos e preço. Por sua vez, 10% cometeram pequenos equívocos no desenvolvimento da questão, posteriormente esclarecidos.

- b) Elabore um quadro contendo uma amostra de valores pagos por 1, 4, 8, 15 e 20 participantes.

Visando à resolução dessa questão, os alunos construíram um quadro informando os valores referentes à quantidade de participantes previamente definidos. Cabe evidenciar que a tentativa de responder à indagação resultou em uma intensa movimentação na sala de aula, haja vista as discussões com as quais a turma se envolveu, que, várias vezes, solicitou meu auxílio, mostrando-me algumas de suas explorações. Com o intuito de levá-la a encontrar o caminho, desenvolvi o seguinte raciocínio: tomaram o valor do aluguel do micro-ônibus, o qual correspondeu a R\$240,00, e dividiram por 20 assentos, encontrando o valor de R\$12,00 a ser pago por cada pessoa. Contudo, denominaram “x” (os assentos) e “y” (o valor a pagar). No Quadro 14, encontram-se os registros de que os alunos fizeram uso.

Quadro 14 – Resolução do item b

Cálculos desenvolvidos:
$x \rightarrow$ assentos
$y \rightarrow$ valor a pagar
Valores pagos por assentos:
$1 \rightarrow 12,00$
$4 \rightarrow 48,00$
$8 \rightarrow 96,00$
$15 \rightarrow 180,00$
$20 \rightarrow 240,00$
Esquema de pares ordenados: (x; y)
(1;12), (4;48), (8;96), (15;180), (20;240)

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Esse raciocínio foi desenvolvido em meio à agitação da turma. Percebia que, ao mesmo tempo em que relacionavam as grandezas, encaminhavam a resposta na tentativa de explicitar a representação matemática (modelo matemático) da situação apresentada.

- c) Como se escreve matematicamente o total a ser pago pelo número de participantes da pesquisa?

Assim, mediante os avanços nas apresentações de resultados das questões e motivados pela descoberta, pude conferir uma única solução de todos os alunos para essa questão. Verifiquei que fixaram o valor de doze reais e chegaram ao resultado, $f(x) = 12x$.

- d) E se faltarem 5 alunos no dia da visita ao parque ecológico, quanto cada um dos restantes deverá desembolsar?

Na busca por uma explicação para esse tópico, muito alunos ficaram em dúvida sobre qual procedimento adotar visando apontar um novo modelo matemático à situação apresentada. Após os diálogos que com eles estabeleci, em meio a seus grupos ou em minha mesa, aos poucos, em pares, descobriram a forma de raciocínio que os levaria à identificação de uma nova função matemática. No meio das discussões, um aluno questionou: *“Professora, para chegar à nova fórmula matemática, tenho que diminuir o valor das cinco pessoas faltosas de duzentos e quarenta”?* (A26). Outro estudante que também participava dos debates enfatizou: *“Não, não, o problema não diz isso, o valor geral não diminui em nada”!* (A29). Ao presenciar tais confabulações, considerei seus argumentos, mas sinalizei que, para chegar à solução do problema, era necessário que os aperfeiçoassem.

Foi interessante observar que, nessa atividade, os alunos, antes de se preocuparem com o uso de algoritmo de resolução, primeiramente, trataram de se apropriar das ideias principais em torno da função matemática. No Quadro 15, está exposto um recorte das resoluções prevalecentes:

Quadro 15 – Resolução do item d

Valor total: R\$240,00
Quantidade de pessoas que faltaram: 5
Total de estudantes: $20 - 5 = 15$
Valor que cada aluno vai pagar: $240/15 = 16$

(Continua...)

(Conclusão)

Cada aluno vai pagar: R\$16,00

A nova função matemática: $f(x) = 16x$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Dando continuidade à ideia de função, pelas conversas informais, notei que tomaram o valor total a ser pago pelo grupo de vinte estudantes, o mesmo ocorrendo na hora da escrita. Quanto à solicitação do item “d”, um terceiro perguntou: “*É para diminuir o número de alunos, né, professora!*” (A27).

Então, a partir da compreensão do que foi solicitado, retiraram os cinco alunos do quantitativo de vinte e continuaram a resolução dos cálculos. No momento do procedimento do registro numérico para o algébrico, com o propósito de escrever o valor a ser pago “ $f(x)$ ” em função do número de alunos “ x ”, cinco alunos ficaram em dúvida e questionaram: “*É para igualar usando o número dezesseis?*” (A30). Após ouvir as minhas explicações relativas a esse contexto, finalizaram esse item da questão. Nessa linha de pensamento, Campiteli e Campiteli (2006, p. 38) acentuam que

No trabalho do professor, para que o aluno aprenda o conceito de função, pode lançar mão de fatos da realidade (em forma de problemas) e daí, chegar à sua representação simbólica através da representação matemática.

Como etapa final de análise às respostas dadas pelos alunos nas tarefas propostas, segue, no Quadro 16, a última questão explorada.

Quadro 16 – Enunciado da questão 4

4. Em um posto de combustível, na capital maranhense, o litro de gasolina comum na “promoção” custa R\$ 2,90. Com quantos litros o cliente abastecerá o seu carro gastando R\$ 58,00? Qual a função que descreve o total a pagar em relação ao número de litros comprados?

Fonte: Elaborado pela autora.

Nessa questão, 10% dos estudantes responderam incorretamente, talvez por não terem conseguido interpretar o que estava sendo solicitado. Já os demais estabeleceram a relação usando os dados fornecidos. Analisando as respostas, consideraram R\$58,00 como “ y ” grandeza dependente; R\$2,90, parâmetro (valor

fixo) e “x”, grandeza independente. Para isso, utilizaram o modelo algébrico da relação representativa da função do primeiro grau advindo dos estudos da experimentação e desenvolveram o seguinte cálculo:

$$y = ax$$

$$58 = 2,9 \cdot x$$

$$\frac{58}{2,9} = x$$

$$x = 20 \text{ litros}$$

(4)

Os alunos responderam que seriam necessários vinte litros de gasolina para abastecer o carro de tal cliente. Questionados quanto à função matemática representativa da situação, observei que entenderam que o valor do litro da gasolina se caracterizou como o valor fixo, sofrendo variação “x” e “y”, que corresponde às variáveis independente e dependente, respectivamente. Desse modo, generalizaram o modelo matemático da situação apresentada ($y = 2,9x$).

Penso ser importante esclarecer que apliquei essas questões com o intuito de verificar se os alunos estavam construindo conhecimentos a respeito do conceito de função de primeiro grau abordado nas aulas experimentais. Saliento que o momento da correção das atividades foi muito produtivo, já que lhes concedi a oportunidade de conhecerem as interpretações dos colegas, acompanhadas de minhas observações. Logo, pelos resultados, posso inferir que ocorreu a noção do conceito de função. Entretanto, com qual intensidade só saberei no decorrer das aulas de Matemática com a aplicação de outras situações de aprendizagem.

A seguir, apresento a terceira atividade prática realizada pelos alunos com o propósito de explorar conceitos relacionados à função matemática de segundo grau.

4.5 Encontros 9, 10 e 11 – Terceira atividade prática: Movimento de um carrinho numa estrada ilustrativa

Dedico esta seção à descrição da terceira atividade experimental, a qual teve como foco construir argumentos com vistas ao entendimento do conceito de função de segundo grau. Como os educandos já estavam familiarizados com as tarefas da

intervenção, não questionaram quanto à formação de grupos, tampouco teceram comentários que prefeririam retornar às aulas com as quais estavam habituados. Essa postura evidenciou a proximidade com as atividades vigentes nas aulas de Matemática.

Os instantes iniciais da prática foram dedicados à organização da sala de aula. Coube aos estudantes a arrumação das cadeiras e carteiras no formato de bancadas. Dessa forma, os trinta participantes se reuniram em grupos de trabalho para desenvolver o experimento. Ato contínuo, reiteraram a sua admiração pelo modelo vigente de estudar um conteúdo matemático, fato possível de ser comprovado pelos depoimentos que seguem:

“Nossa, o uso desse material vai ser massa”! (A9).

“O equipamento é bacana e o carrinho parece de verdade. Ah, quero ser o primeiro a fazer o experimento”! (A14).

“Já vi um carrinho como este no livro de Física, agora eu quero é ver na prática como vai se chegar a uma função do segundo grau”! (A17).

“O que vamos estudar nesta aula parece um assunto de Física que já estudamos, se não me engano é o movimento variado” (A22).

“Professora, volto a repetir que eu nunca tinha visto estudar Matemática fazendo experimento. Mas está sendo legal” (A25).

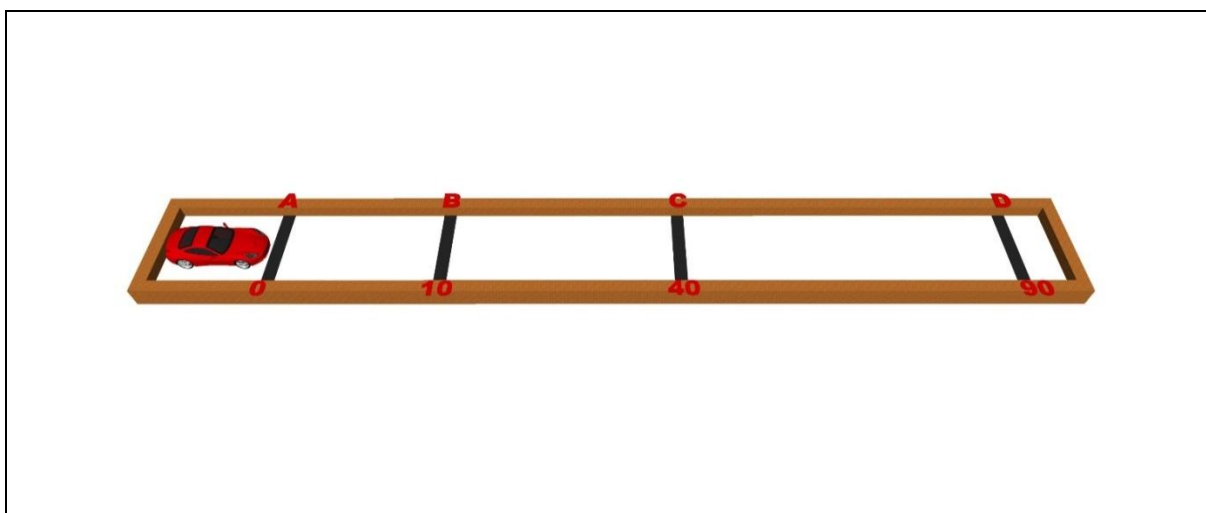
“A cada experimento que realizamos, aprendo mais função. Esse assunto no livro é sem graça e nem sinto vontade de estudar matemática” (A28).

Os excertos evidenciam que, após efetivaram as primeiras práticas, os alunos, descontraidamente, passaram a emitir opiniões sobre as aulas de Matemática. Em vista disso, senti-me segura em lhes conceder espaços para que expusessem seus conhecimentos, reações ou dúvidas. Sobre isso, Nacarato et al. (2009, p. 78) afirmam que “quanto mais possibilidades os alunos tiverem para comunicar suas ideias, maior acesso o professor terá ao aprendizado deles”.

Mas ressalto que tive dificuldades em convencer os grupos a aguardarem o

recebimento dos materiais que utilizariam na prática. Mesmo solicitando que ocupassem seus lugares para que os líderes auxiliassem na sua distribuição, vários alunos se dispuseram, como voluntários, a distribuir os recursos. Nesse processo, fui questionada sobre o porquê de a estrada ilustrativa receber as numerações: 0 cm, 10 cm, 40 cm e 90 cm. Respondi-lhes que buscariam o entendimento para essa questão mais adiante. A brevidade de minhas colocações deixou a turma insatisfeita, já que pretendia maiores explicações sobre o modelo do artefato exposto na Figura 13.

Figura 13 – Equipamento projetado para a prática de um carrinho numa estrada ilustrativa



Fonte: Adaptado de Doca et al. (2011).

Além desse recurso, outros materiais foram entregues, tais como os cronômetros, carrinho de controle, régua, lápis, borracha, papel A₄ e milimetrado, bem como os procedimentos impressos que se encontram no Quadro 17.

Quadro 17 – Procedimentos da terceira atividade prática

1. Um aluno colocará o carro na posição A do percurso e de posse do controle remoto comandará o movimento do carro na estrada até o ponto D.
2. Três participantes farão a cronometragem do tempo do deslocamento do carro ao passar pelos marcos indicados na estrada, comunicando com outro colega os registros dos dados.
3. O grupo deverá realizar o experimento até três vezes e, dependendo da necessidade, poderá fazer mais tentativas.

(Continua...)

(Conclusão)

4. De posse dos tempos t (segundos) e posições s (centímetros), correspondentes, um aluno preencherá o quadro abaixo:

t (s)				
s (cm)	A ($S_0 = 0$)	B ($S_1 = 10$)	C ($S_2 = 40$)	D ($S_3 = 90$)

5. Construção do modelo matemático e do gráfico da função.

6. Elaboração do relatório.

Fonte: Elaborado pela autora.

Colocados os recursos nas bancadas, solicitei aos grupos que lessem o roteiro da experimentação. Entretanto, divergiam quanto à distribuição das tarefas, motivo pelo qual precisei intervir, lembrando-os de que o momento envolvia aprendizagem e o tempo para o cumprimento da tarefa havia sido estipulado. Resolvido o impasse, incentivei-os a continuar as atividades e, assim, organizaram-se para realizar o experimento. Permito-me afirmar que o diálogo que com eles estabeleci contribuiu para que a semente do espírito de trabalho germinasse. Nesse aspecto, Nacarato e Santos (2014, p. 33) declaram que, na aprendizagem da Matemática escolar, “constituir um ambiente que seja, ao mesmo tempo, prazeroso e movido pelo desejo dos alunos em aprender é um desafio para qualquer professor em sala de aula”.

Ao verificar que as equipes se prepararam para iniciar a tarefa com rapidez, a sensação do dever cumprido foi enorme, especialmente por constatar que realizavam as leituras dos procedimentos impressos, além de identificar o olhar curioso da maioria nos momentos da experimentação. A minha expectativa, como professora/pesquisadora, sobre esses momentos de aprendizagem visando ao processo de apropriação do conceito matemático era enorme. Para Nacarato e Santos (2014, p. 22),

O movimento de elaboração conceitual pelos alunos pode se dar a partir de tarefas propostas pelo professor, considerando o tempo de aprendizado de cada um. Os significados e os sentidos circulam pelas diferentes esferas de comunicação na sala de aula. As tarefas e as intervenções adequadas no processo de instrução possibilitam que os alunos avancem, portanto, são potencializadoras dos processos de significação.

Nesse sentido, foi apazível observar que, à medida que as reflexões avançavam, os grupos partilhavam as primeiras ideias surgidas durante o experimento, o que comprova que haviam compreendido o significado dos dados

gerados por meio da tarefa. A organização é outro aspecto merecedor de destaque: entre os componentes de cada equipe, foram escolhidos três cronometristas, um controlador de carro e um responsável pelas anotações do carrinho quando este passava pelas marcações indicadas na estrada ilustrativa. No início do experimento, como o carrinho era conduzido por controle, e os controladores não estavam habituados a manuseá-lo, enfrentaram alguns problemas. Entretanto, a euforia e as discussões eram enormes, comprovadas pelos diálogos por eles estabelecidos:

“Eita, o carrinho corre muito rápido, como vamos conseguir cronometrar o tempo”? (A10).

“Deixa eu fazer, para ver se eu consigo”! (A14).

“É só questão de concentração. Não é difícil” (A19).

“Uma coisa eu já percebi neste experimento que tem a ver com velocidade e aceleração. Vai ser difícil cronometrar o tempo” (A25).

“Se função do primeiro grau deu trabalho para se compreender, imagina esta do segundo grau” (A28).

“Cheeega, não adianta, não estamos conseguindo cronometrar o tempo que o carrinho passa pelos pontos”!!! (A30).

Ao perceber que necessitavam de mais tempo, concedi-lhes alguns instantes para que dessem suporte ao manuseio do controle. Nas instruções, um estudante de cada grupo assumiu a função de controlador do carrinho e posicionou o objeto no ponto de partida, ou seja, no marco inicial. Com isso, os cronometristas acompanharam o seu deslocamento pela estrada ilustrativa, tendo a atenção de, no momento em que ele passasse pelos marcos indicados no equipamento, comunicar-se com o colega que fazia os registros. Enquanto isso, eu percorria a sala observando como eles desenvolviam a atividade.

Cabe lembrar que meu papel não era realizar o experimento, tampouco interferir no momento de sua execução, mas auxiliá-los, esclarecer dúvidas e até mesmo questioná-los como forma de conduzi-los ao raciocínio. Como exemplo, cito

meu apoio a três grupos que não estavam conseguindo conduzir o carrinho pelo artefato e, embora repetissem o procedimento várias vezes, não obtinham sucesso. O episódio deixou alguns alunos contrariados, pois, em razão da rapidez do movimento do carrinho, não conseguiam coletar os dados. Contudo, houve perseverança. Nesse sentido, Peruzzo, no prefácio do seu livro Experimentos de Física Básica (2012), escreve que

[...] é comum que a decepção com um experimento que não funcionou adequadamente possa levar o experimentador a perder o interesse por esse tipo de atividade. Além disso, salienta-se que, muitas vezes a investigação de um experimento que não “deu certo” possa ser muito mais rica para o processo de ensino-aprendizagem do que o experimento perfeito.

Apesar desse impasse, o experimento despertou o interesse dos participantes, criou um ambiente de cooperação, em que a responsabilidade pela coleta de dados não coube apenas a um membro da equipe, mas a todos. Saliento que os grupos que tiveram problemas técnicos necessitaram de um pouco mais de tempo para refazer seus experimentos. Embora as repetições, conseguiram registrar os instantes para as marcações indicadas: A ($t_0 = 0$ s), B ($t_1 = 1$ s), C ($t_2 = 2$ s) e D ($t_3 = 3$ s). Esses tempos foram registrados por mais outro grupo; nos demais, foram aproximados. Nessa jornada, um interessante diálogo se estabeleceu entre alguns alunos:

“Este experimento não foi fácil obter os dados”! (A5).

“Manusear o controle é preciso muita concentração, é rápido demais”! (A17).

“Foi melhor utilizar o relógio do que o cronômetro para verificar o tempo” (A26).

“Nosso grupo fez a experiência bem bacana, terminamos o experimento bem rapidinho, mas agora o que fazer”? (A1).

“Uma coisa é estudar os exemplos do livro outra coisa é partir dos dados para a fórmula” (A14).

“A questão é que não aprendi quase nada sobre esse assunto do experimento” (A20).

(Continua...)

(Conclusão)

“Agora a coisa vai pegar”! (A27).

Sobre as asserções acima, ressalto que, além de ensinar aos alunos o manuseio de recursos, é imperioso fazê-los compreender que essas ferramentas facilitam a apreensão da coleta de dados. Nas palavras de Miguel et al. (2009, p. 110),

É importante, portanto, (re) pensarmos uma forma de ensinar matemática concretamente, visando quebrar os esquemas tradicionais e oferecer aos estudantes informações que possam suprir suas necessidades e que estimulem a investigação. É a partir do contato com situações-problema, quer sejam materiais ou não, que os estudantes podem ampliar o seu domínio cognitivo. Por isso, cabe-nos propor e testar estratégias que despertem a atenção dos alunos, trabalhando com exemplos práticos e concretos, sempre aproveitando seus conhecimentos prévios e partir de sua realidade construída.

Finda a atividade experimental, os grupos organizaram os registros numéricos em que foi possível identificar as primeiras relações entre o espaço e o tempo percorridos pelo carrinho, como o exemplificado no Quadro 18.

Quadro 18 – Dados coletados pelo Grupo 3

t (s)	0	1	2	3
s (cm)	A ($S_0 = 0$)	B ($S_1 = 10$)	C ($S_2 = 40$)	D ($S_3 = 90$)

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Embora os dados do quadro tenham relação com os estudos introduzidos nas aulas de Física, a maioria dos alunos teve dificuldade em examinar essa interdependência existente entre eles. Nesse instante, pareceu-me que a prática consistiu em apenas no preenchimento de um quadro mediante os dados numéricos extraídos de um fenômeno observado. Os comentários que seguem evidenciam o que eles pensaram sob o ponto de vista teórico.

“Professora, eu sei que é um assunto da Física que estudamos, o movimento uniforme, eu acho, sei lá” (A2).

“Só sei uma coisa, esse assunto que envolve movimento, eu não aprendi nada na aula de Física. O professor só copiou o conceito no quadro e a fórmula no quadro, não aprendi nada” (A13).

“O que era para o professor ter mostrado para nós era esse experimento para entendermos esse assunto da Física. Disso eu sei bem pouco” (A20).

(Continua...)

(Conclusão)

“Só sei que essa experiência envolve aceleração e velocidade, movimentos dos carros do mundo real, o resto não sei nada” (A25).

“Professora, uma coisa é estudar o assunto na teoria, outra coisa é ver na prática. Juntar essas duas coisas é difícil” (A30).

Pelo contexto dos excertos acima, senti a responsabilidade, como professora/pesquisadora, de mediar o conhecimento no campo da Física, isto é, auxiliá-los nas dificuldades encontradas. Ao perguntar-lhes o que sabiam sobre as características do Movimento Retilíneo, os alunos declaram: aceleração, tempo, velocidade, espaço, entre outros. O fato é que citaram essas palavras sem um significado mais profundo. Neste sentido, necessitavam de mais um tempo para amadurecer a compreensão da função que modela o fenômeno físico e trabalhá-la sob o ponto de vista matemático. Nacarato e Santos (2014, p. 38) comentam que “a mediação é uma atividade complexa, pois pressupõe que o professor tenha domínio dos conteúdos para fazer boas perguntas, possibilitando aos alunos ampliar os conceitos que estão sendo estudados em sala de aula”.

Como um dos objetivos da atividade era observar as discussões efetivadas após a experimentação em busca da formalização do conceito em estudo e, diante de reações de insegurança e desânimo de alguns alunos quanto aos conceitos físicos abordados, a tarefa se tornou, para mim, desafiadora. Resolvi, então, discutir as características do Movimento Retilíneo proposto por Gaspar (2011, p. 68):

Movimentos retilíneos uniformemente variados são quase sempre, realizados em pequenos intervalos de tempo. Uma das situações em que eles ocorrem é nas partidas dos veículos, até que atinjam uma velocidade constante, ou nas chegadas, até que parem.

Após a explanação, percebi que os alunos foram tomados por um *insight* quanto a esse tópico estudado nas aulas de Física. Entretanto, pouquíssimos ousavam opinar nesse campo conceitual por medo de mencionar ideias equivocadas. Então, trabalhei teorizações que forneceram subsídios acerca desse movimento, explicando que “duas grandezas variam com o tempo — a velocidade e a posição — enquanto a aceleração é constante” (GASPAR, 2011, p. 69). Sobre isso, Doca et al. (2011, p. 32 – 60) asseveram que

A aceleração escalar média entre dois instantes é a variação de velocidade escalar instantânea ocorrida, em média, por unidade de tempo: $\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Velocidade escalar entre dois instantes é a variação de espaço ocorrida, em média, por unidade de tempo: $V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Além disso, comentei que as marcações numeradas encontradas ao longo da estrada ilustrativa foram planejadas de forma intencional e pensadas de maneira que repetissem algumas ideias dos experimentos realizados por Galileu Galilei (1564-1642), que estudou os movimentos dos corpos, mais precisamente os acelerados. Sobre a hipótese que Galileu validou acerca do Movimento Uniformemente Variado, Gaspar (2011, p. 1), em seu material complementar digital, destaca que

[...] a distância percorrida pelo móvel nesse movimento é diretamente proporcional ao quadrado do tempo gasto em percorrê-la; no dobro do tempo, o móvel percorre o quádruplo da distância; num tempo três vezes maior, a distância percorrida é nove vezes maior; e assim por diante.

Por sua vez, Peruzzo (2012, p. 17) declara que

Quando o movimento é acelerado, a posição x de um corpo no decorrer do tempo t é dada pela função horária: $x = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$, onde x_0 é a posição inicial, v_0 a velocidade com a qual ele inicia o movimento, e a é a sua aceleração.

É importante ressaltar que, após esses enfoques conceituais, os alunos começaram a se sentir mais seguros para expor suas ideias. Aos poucos, arriscavam-se a realizar os cálculos, embora voltassem aos momentos de incerteza e confusão, aliadas a comentários, tais como: “O professor de Física ensinou essa fórmula, e nós simplesmente aceitamos, nunca imaginei que iria estudar essa função utilizando dados reais” (A23). Enquanto isso, eu andava entre as equipes e procurava indicar pistas e sanar dúvidas. Eles, por seu turno, falavam ao mesmo tempo; alguns, ansiosos pelas respostas, lideraram as discussões nos grupos, evidenciando as observações sobre velocidades inicial e final, valor da aceleração que deveriam ser encontradas. Quanto a mim, permitia que seguissem com os debates e me controlava para não antecipar os resultados. Dessa forma, penso que a turma vivenciou uma experiência significativa, pois se deparou com o desafio de realizar uma atividade investigativa em que teria que fazer descobertas. Neste sentido, era preciso aproveitar esse clima de estudos!

Depois da abordagem teórica, informei-os de que, no experimento realizado, eles deveriam considerar o espaço inicial ($x_0 = 0$) e a velocidade inicial (v_0) zero. De imediato, um aluno perguntou: *“Então, professora, a função horária se reduz a $x = \frac{a}{2}t^2$ ”? (A12)*, fato por mim confirmado. Na sequência, os grupos retomaram os laços de cooperação mútua, compartilhando ideias acerca dessa função matemática. Todo o processo que envolveu o tratamento de dados para ajustar o modelo matemático do fenômeno observado começava a emergir. Nesse seguimento, ocorreram alguns questionamentos:

“Professora, como vamos encontrar a aceleração, temos que calcular primeiro a velocidade”? (A7).

“Pessoal, a aceleração do carrinho é um valor que mede a velocidade dele” (A10).

“Já entendi. Como o espaço inicial não tem velocidade, na igualdade, vai acontecer uma proporcionalidade” (A17).

“Como assim”? (A20).

“Como vamos descobrir a função do segundo grau, só pode ser que o espaço percorrido seja igual a aceleração que é um número vezes o tempo ao quadrado” (A23).

“Como enxergamos proporcionalidade aqui, pessoal”? (A25).

“Lembra que trabalhamos com proporcionalidade na experiência da esfera”? (A28).

“Ora, ora, lembra do que a professora falou? Da experiência de cientista”? (A30).

O fato é que os alunos haviam percebido que os dados coletados do experimento refletiam as características do Movimento Retilíneo, o que os levou a relacionarem a velocidade do carrinho aos intervalos de tempo. Nessa ocasião, surgiram alguns comentários, como o do participante do Grupo 4: *“Bom, quero ver*

qual a velocidade desse carrinho nos tempos” (A19). Nesse seguimento, instiguei-os a calcular a velocidade desenvolvida pelo móvel em cada trecho. No Quadro 19, estão esquematizados os procedimentos do Grupo 3.

Quadro 19 – Apuração de dados realizado pelo Grupo 3

Dados do experimento: (Espaço e tempo) $S_0 = 0 \rightarrow t_0 = 0s$ $S_1 = 10 \rightarrow t_1 = 1s$ $S_2 = 40 \rightarrow t_2 = 2s$ $S_3 = 90 \rightarrow t_3 = 3s$ Velocidade do carrinho em uma trajetória reta: Primeiro trecho: $V_{m1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0} = \frac{10 - 0}{1 - 0} = 10cm/s;$ Segundo trecho: $V_{m2} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{40 - 10}{2 - 1} = \frac{30}{1} = 30cm/s$ Último trecho: $V_{m3} = \frac{s_3 - s_2}{t_3 - t_2} = \frac{90 - 40}{3 - 2} = \frac{50}{1} = 50cm/s$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Ao acompanhar a dinâmica das atividades nos grupos, observei que não apresentaram dificuldades em sintetizar essas análises. Nessa fase de investigação, desencadeavam argumentações quanto à descoberta da função horária, a qual seria modelada mais adiante. A seguir, a transcrição de alguns diálogos:

“Esses valores não representam a velocidade média do carrinho, mas agora não importa, pois não vamos usar mesmo esse valor na fórmula”! (A8).

“A velocidade tem relação com o espaço percorrido pelo carrinho” (A19).

“Claro que tem e não te esquece que a aceleração mede essa velocidade,

(Continua...)

(Conclusão)

tudo está relacionado” (A17).

“Hum, já sei, agora é calcular a aceleração” (A22).

No decorrer do tratamento de dados, outras argumentações surgiram, momentos em que buscavam cada vez mais se aproximar da compreensão do contexto físico observado, e eu ouvia suas colocações, permitindo que expusessem seus raciocínios. Rapidamente, eles perceberam que, se calculassem a aceleração, estariam percorrendo o caminho para chegar ao modelo matemático e, ao mesmo tempo, manifestavam sua ansiedade em descobrir como fazê-lo. A questão envolvia a compreensão dos dados e, a partir deles, a explicação das diferentes ideias contidas na função horária. Nesse sentido, os grupos prosseguiram com os cálculos, cuja relação pode ser visualizada no Quadro 20, desenvolvida pelo Grupo 3.

Quadro 20 – Cálculo da aceleração realizado pelo Grupo 3

Cálculo da aceleração:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{10 - 0}{1 - 0} = 10 \text{ cm/s}^2;$$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 10}{2 - 1} = 20 \text{ cm/s}^2;$$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \frac{50 - 30}{3 - 2} = 20 \text{ cm/s}^2.$$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Nessa atividade, chamou-me a atenção o fato de os alunos perceberem que, na aula, não utilizaram somente o emprego de regras ou técnicas algorítmicas, mas se apropriaram das ideias principais da função matemática que modelou o experimento. Aparentemente, não encontraram dificuldades em entender o significado da aceleração nesse movimento. Como forma de reunir todos os cálculos que haviam realizado, sugeri-lhes que os sintetizassem em num quadro. No Quadro 21, encontram-se os que foram produzidos pelo Grupo 3.

Quadro 21 – Cálculos realizados pelo Grupo 3

Posição em (cm)	Tempo em (s)	Velocidade média (V_m)	Aceleração (a_m)
A ($S_0 = 0$)	0	0	0
B ($S_1 = 10$)	1	10	10
C ($S_2 = 40$)	2	30	20
D ($S_3 = 90$)	3	50	20

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Diante dos valores encontrados e por meio dessa sequência de dados, iniciaram a discussão de como estes poderiam ser utilizados na função horária. Apresentei-lhes a definição do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado como sendo “aquele em que a aceleração escalar é constante e diferente de zero. Consequentemente, a velocidade escalar sofre variações iguais em intervalos” (DOCA et al., 2011, p. 53). Nesse momento, questionei-os se o espaço transitado pelo carrinho era proporcional ao quadrado do tempo gasto para percorrê-lo.

Dessa maneira, conduzi os alunos a refletirem sobre as medidas. Foi uma fase da prática em que precisei, várias vezes, interferir, pois, diante dos dados, demonstravam insegurança de manifestar o que pensavam. Assim, orientei-os na identificação da aceleração do carrinho na trajetória retilínea, que, como exemplo, cito o valor de 20 cm/s^2 . Esse valor constante, quando substituído na expressão, reduz-se à metade. Com as medidas do espaço e tempo, a turma concluiu que, à medida que aumenta o tempo, o mesmo ocorre com o espaço percorrido. Nesse sentido, um aluno do grupo questionou: “*Professora, eu fiz a divisão dos números que representam o espaço pelo tempo e não deu proporcional, não*” (A8).

É importante ressaltar que, no resultado encontrado por esse discente, não constava a existência de uma constante de proporcionalidade. Então, como esta ocorreria? Outro participante completou o raciocínio: “*Hei, não é assim não, a proporção acontece entre o espaço e o quadrado do tempo, dá um número exato, vem ver o que nós fizemos aqui*”! (A19). Nesse momento, um componente do Grupo 3 não se conteve e expôs aos colegas como haviam conseguido obter o resultado de proporcionalidade. Para exemplificar, no Quadro 22, encontra-se um recorte dos cálculos por eles realizados.

Quadro 22 – Cálculo da proporcionalidade realizado pelo Grupo 3

$$\frac{s_1}{t_1^2} = \frac{s_2}{t_2^2} = \frac{s_3}{t_3^2}$$

$$\frac{10}{1^2} = \frac{40}{2^2} = \frac{90}{3^2}$$

$$\frac{10}{1} = \frac{40}{4} = \frac{90}{9} = 10$$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Com essa discussão, os alunos do Grupo 1 se envolveram mais com o experimento, demonstrando interesse em repeti-lo e chegar à obtenção de tempos mais próximos de valores inteiros para verificar a proporcionalidade. Enquanto os demais ajustavam seus dados, o Grupo 4 apresentou a relação entre as grandezas envolvidas no experimento que traduziu em função horária definida por $s = 10.t^2$. Nessa análise, os alunos se surpreenderam com tal descoberta:

“Olhaaa, urull, não é que é mesmo verdade que nesse tipo de movimento a aceleração é constante”? (A2).

“No livro de Física esse conteúdo é muito difícil, mas experimentando se compreende melhor” (A10).

“Caramba, isso é muito massa sair do real para a expressão matemática”! (A18).

“Quem dera se as aulas de Matemática fossem todas assim” (A20).

“Se fosse fazer a divisão entre os valores do espaço e velocidade, não daria certo, pois não são proporcionais” (A23).

Dessa forma, os estudantes realizaram as suas interpretações em torno das ideias geradas. A função estabelecida não tratou de apenas encontrar um modelo matemático, mas também do uso de termos e expressões importantes, como “espaço percorrido” e “tempo”. Além disso, o modo de eles analisarem a relação denota que houve, no mínimo, o entendimento de uma função de segundo grau. A

questão é se realmente ocorreu a compreensão e a apropriação do significado matemático de equação. Os diálogos mostram o crescimento dos sentidos atribuídos ao experimento.

“Obaa, entendi o que está por trás da expressão assombrada da função do segundo grau” (A3).

“O sentido da função do segundo grau é que é uma relação. Vixe, não é que, através da função horária, deu para entender o significado do que acontece por trás da fórmula matemática de função”? (risos) (A7).

“Acontece mesmo uma relação de dependência, no caso, de x e y ” (A11).

“Entendi, então, na fórmula, a letra “ s ” é a variável dependente, e a letra “ t ” é a variável independente” (A19).

No trabalho em grupo, eram constantes as interações verbais entre os participantes. Em tais exposições, demonstravam, de fato, uma proximidade quanto ao empoderamento da linguagem formal do conceito matemático advinda do conhecimento da Física. Diante disso, aproveitei os questionamentos e, em um ambiente de expectativa, dialoguei sobre o conceito apontado na literatura existente. A apresentação ocorreu por meio da linguagem oral do conceito de função de segundo grau e, posteriormente, por escrito. Como o intuito deste trabalho era promover melhorias na matemática escolar e no conceito de função, busquei a apropriação dessa abordagem no livro didático de Matemática por eles utilizado nas aulas convencionais. Nesse material, o autor aborda diretamente o tratamento do conceito de função de segundo grau da seguinte forma:

Uma função $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$, que a todo $x \in \mathfrak{R}$ associa o número $ax^2 + bx + c$, com a , b e c reais, e $a \neq 0$ é denominada função quadrática. $x \rightarrow ax^2 + bx + c$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, ou $y = ax^2 + bx + c$. Dizemos que a , b e c são os coeficientes da função (SOUZA, 2013, p. 115).

Meu papel era manter a atenção dos alunos acerca da conceituação matemática para que compreendessem a relação entre as variáveis e os parâmetros (constantes) existentes no enunciado formal da função de segundo grau. Dessa forma, os alunos perceberam que não bastava manusear a fórmula para a resolução

de situações, mas explicar o porquê da relação dos termos. O fato é que, até então, o conceito de função que eles haviam compreendido se restringia ao de primeiro grau. Aprimorar um pouco mais o que já haviam formalizado não foi uma tarefa fácil. Os diálogos que seguem manifestam as interações realizadas:

“Temos que ligar essas letras, gente” (A7).

“Entendi. Fazemos comparações da fórmula e o que não tem correspondência colocamos zero” (A14).

“Mas por que zero”? (A16).

“Lembra que a professora pediu para considerarmos o espaço inicial zero e a velocidade também? Por isso, ué”! (A19).

“Mas no caso nós poderíamos usar o valor da velocidade” (A24).

“Só sei que essa fórmula sem graça é de difícil entendimento” (A26).

“Mas é fácil entender a fórmula da função do segundo grau associando ao modelo que construímos” (A30).

Entre as conversas informais dos grupos, mereceu destaque a reflexão de um aluno: *“Pelo nosso experimento, o espaço percorrido pelo carrinho de controle remoto aumentou proporcionalmente em relação ao quadrado do tempo, sendo este o motivo da função ser considerada na forma de “tigela”?” (A11).* Assim, paulatinamente, a passagem do significado físico para a linguagem matemática foi sendo obtida, exigindo minha atuação, que quase sempre era solicitada. Os discentes registraram o raciocínio desenvolvido para montar a função horária. Os diálogos transcritos envolvem a construção do conceito de função de segundo grau e foram estabelecidos por participantes de dois grupos.

“À medida que aumenta o tempo, aumenta também o espaço percorrido, só tem um detalhe que é de forma proporcional, né”? (A3).

“Então, na Matemática, quando pegamos $y = ax^2$ e comparamos com $s=10t^2$, isso quer dizer que, na função horária, o espaço percorrido pelo carrinho

(Continua...)

(Conclusão)

está relacionado com o quadrado do tempo e na função do segundo grau. Dependendo da situação, o “y” também é diretamente proporcional ao quadrado da variável “x”, que, nesse caso, é independente” (A8).

“A fórmula completa da função do segundo grau é parecida com a função horária do Movimento Uniformemente Variado” (A13).

“Por isso que ficou fácil enxergar o comportamento das variáveis “x” e “y” fazendo a comparação”! (A15).

“É mesmo”! (A18).

“Quer dizer que igualzinho como da função horária do carrinho, na função do segundo grau, também temos uma constante. Na experiência do carrinho, é a “aceleração” que está constante e, na do segundo grau, é o “a” que representa uma outra situação. Isso é muito bacana perceber gente”! (A20).

“Isso mesmo. Na função do segundo grau, também ocorre uma relação de proporcionalidade” (A27).

De um modo geral, esses diálogos atestam que os alunos entenderam o que haviam realizado na atividade experimental. Seus argumentos evidenciam a proximidade cada vez maior do objetivo da proposta – o de construir o conceito de função a partir da análise dos dados que eles extraíram do experimento. Dessa forma, buscaram associar o contexto da prática à compreensão do sentido matemático de função.

Saliento que essa atividade foi dividida em duas fases. Na primeira, solicitei que analisassem a função horária, descrevendo o fenômeno observado. O Quadro 23 mostra a discussão desse conhecimento apontado pelo Grupo 3.

Quadro 23 – Análises efetivadas pelo Grupo 3

A função horária do carrinho pela estrada retilínea é do 2º grau: $s = 10t^2$ A relação é chamada de função, pois cada espaço percorrido pelo carrinho se relaciona a um único tempo.	
Descrição do espaço percorrido pelo carrinho com a aceleração constante: $s = 10t^2$ Marco: A Tempo: 0 s $s = 10.0^2 = 0$ cm	
Marco: B Tempo: 1 s $s = 10.1^2 = 10.1 = 10$ cm	
Marco: C Tempo: 2 s $s = 10.2^2 = 10.4 = 40$ cm	
Marco: D Tempo: 3 s $s = 10.3^2 = 10.9 = 90$ cm Na função horária $s = s_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$, a expressão poderia ter outra estrutura se considerasse o $s_0 = 0$ e $v_0 = 0$.	

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

A transcrição no Quadro 23 comprova que as leituras e discussões dos aspectos que nortearam o comportamento da função horária foram evidenciados pelo Grupo. A partir disso, conseguiram identificar corretamente uma função como sendo uma correspondência entre cada elemento do conjunto intitulado “espaço” com um único elemento do conjunto denominado “tempo”. Embora alguns tenham alcançado a compreensão conceitual da função horária nessa atividade, outros realizaram questionamentos, tais como: “*Professora, quer dizer que nesse tipo de função sempre haverá o valor de “a” mesmo que ele não apareça*”? (A9). Cabe ressaltar que respondi afirmativamente à pergunta. Essa postura do aluno frente à situação vivenciada e a ousadia em busca do novo caracterizam um processo de mudança de atitude, partindo da generalização do aspecto prático para o conceito formal, reforçado pelo meu papel de mediadora.

Passada essa fase, na segunda, os estudantes deveriam apontar a função matemática que rege o fenômeno e conceituar a de segundo grau. Para realizar

essa tarefa, voltaram aos conhecimentos adquiridos durante as experimentações para a elaboração do modelo matemático atrelado ao aspecto conceitual. No Quadro 24, a análise realizada pelo Grupo 3.

Quadro 24 – Exemplos da análise efetivada pelos alunos do Grupo 3

Partindo da explicação física para a matemática	
$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$, \text{sendo } s_0 = v_0 = 0$
↓ ↓ ↓ ↓	
$y = c + bx + ax^2$	
Comparando os termos:	
$s = y$; $s_0 = c$; $v_0 t = bx$;	$\frac{at^2}{2} = ax^2$
Como $s_0 = v_0 = 0$	
$y = 10t^2$	

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Nessa sequência, solicitei que discutissem um pouco mais sobre a função polinomial de segundo grau ($y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$), utilizando valores do modelo experimental. Questionei-os se o modelo matemático do experimento refletia uma função de segundo grau, com que os grupos concordaram. E, ao realizarem as mudanças, variaram os parâmetros da função $s = at^2$, associando “y” a “s”, “a” a “a” e “x” a “t”; especificando que o valor de “y” é proporcional ao quadrado de “x” na relação conhecida por $y = ax^2$, definindo uma função de segundo grau incompleta com $a \neq 0$, onde “a” é uma constante e depende da natureza do problema.

Ainda nessa conjuntura, ao finalizar essa atividade, alguns alunos questionaram: “Os termos têm ligação um com o outro!?” Comuniquei-lhes que, para efeito de estudos, adotaríamos os termos “ s_0 ” e “ $v_0 t$ ” como nulos, mas que deveriam ser considerados de acordo com o contexto estudado, originando funções diferentes. Com esse argumento, estenderam a mesma ideia aos termos “c” e “bx”, isto é, que podiam estar incluídos no formato algébrico da função de segundo grau e que dependiam do que se investigava. Neste sentido, ainda houve discussão de

significados (tanto físico quanto matemático) dos parâmetros das duas funções. O Quadro 25 mostra os dados organizados pelo Grupo 3.

Quadro 25 – Apuração de dados realizado pelo Grupo 3

Tempo (t) em segundos	Espaço (s) em centímetros	Par ordenado (x; y)
0	0	(0;0)
1	10	(1;10)
2	40	(2;40)
3	90	(3;90)

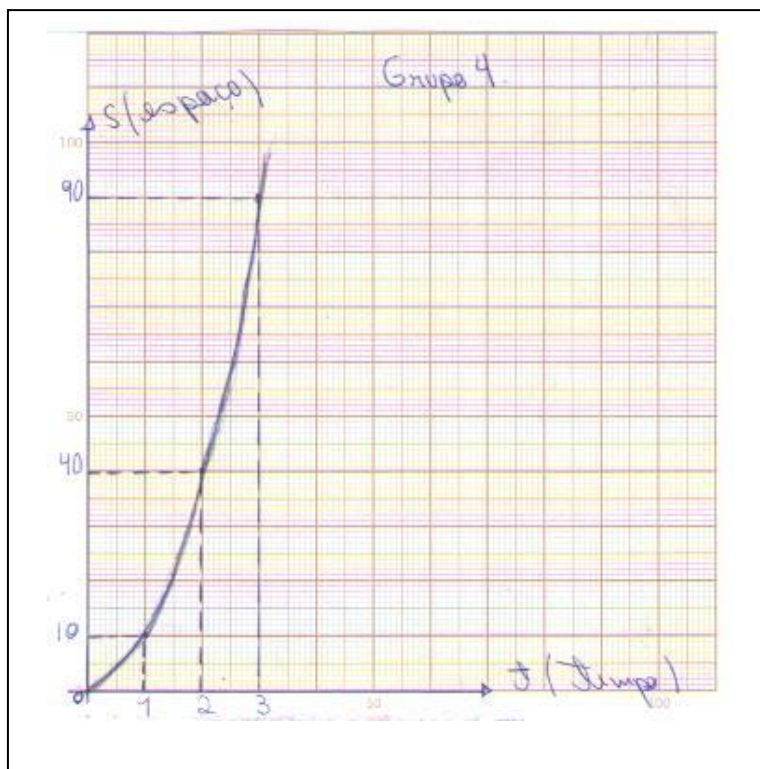
Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Mediante os dados dispostos no Quadro 25, solicitei aos grupos que esboçassem o gráfico em papel milimetrado, apresentando o fenômeno modelado. Antes, questionei-os se o gráfico teria o formato de reta, momento em que um aluno respondeu: “*Claro que tem forma de tigela*” (A17). Retomei a discussão sobre a representação gráfica em eixos cartesianos conforme descritos por Gaspar (2011, p. 52):

Eixos cartesianos bidimensionais são duas retas orientadas perpendiculares entre si, onde se representam as coordenadas correspondentes às variáveis independentes e dependentes de uma função. As variáveis independentes são aquelas às quais atribuímos valores. As variáveis dependentes, como o próprio nome indica, têm valores que dependem daqueles atribuídos às variáveis independentes. Os valores da variável independente da função ficam no eixo das abscissas, enquanto os valores da variável dependente são colocados no eixo das ordenadas, por convenção. A cada par de valores, corresponde um ponto e a figura formada por esses pontos é a “curva” da função.

Entusiasmados com a representação gráfica, a qual já haviam experienciado em atividades anteriores, percebi que estavam conscientes sobre o que faziam. Na Figura 14, segue o modelo gerado da relação tempo versus espaço pelo Grupo 4.

Figura 14 – Gráfico gerado pelo Grupo 4

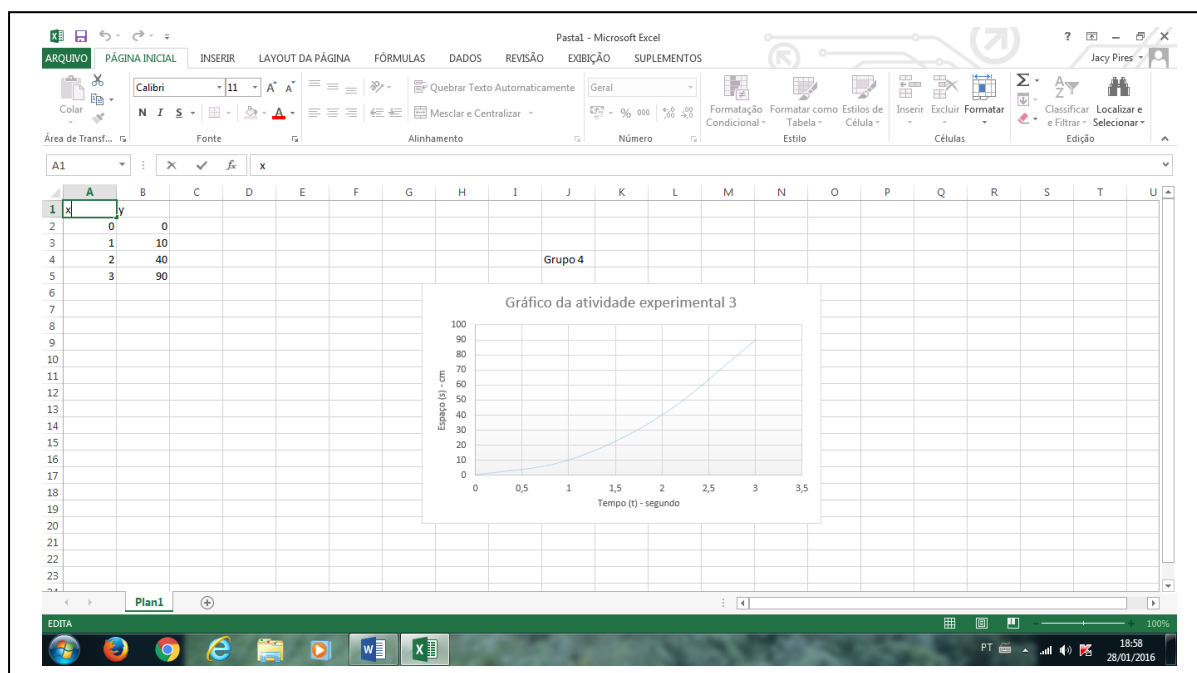


Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Esse foi um momento oportuno para valorizar os trabalhos dos alunos, que, pela primeira vez, foram desafiados a representar o gráfico de uma função de segundo grau. Era preciso aproveitar o entusiasmo deles e analisar o estudo de um móvel. Ao explorar o gráfico da trajetória parabólica descrita pelo carrinho, acredito que, após a abordagem experimental, a apresentação mais formal do conceito matemático de função presente na demonstração gráfica do experimento realizado ficou compreendida.

Concluída essa etapa, solicitei aos grupos que explorassem os pares ordenados com a ajuda da Planilha *Excel*, ou seja, a partir de uma tabela. A intenção era que participassem do processo de construção para compreender como representar algebricamente uma parábola. Na Figura 15, encontra-se o esboço do Grupo 2.

Figura 15 – Gráfico construído a partir dos dados do experimento do Grupo 2 na Planilha *Excel*



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Essa atividade possibilitou a discussão entre os estudantes da noção de função, principalmente na passagem da experiência física para a simbolização. A seguir, alguns depoimentos que comprovam o que estavam observando:

“Esse gráfico dá para perceber o ponto mínimo e o ponto máximo que o carrinho chegou” (A5).

“Ficou bem visível que o movimento do carrinho dependeu do tempo” (A11).

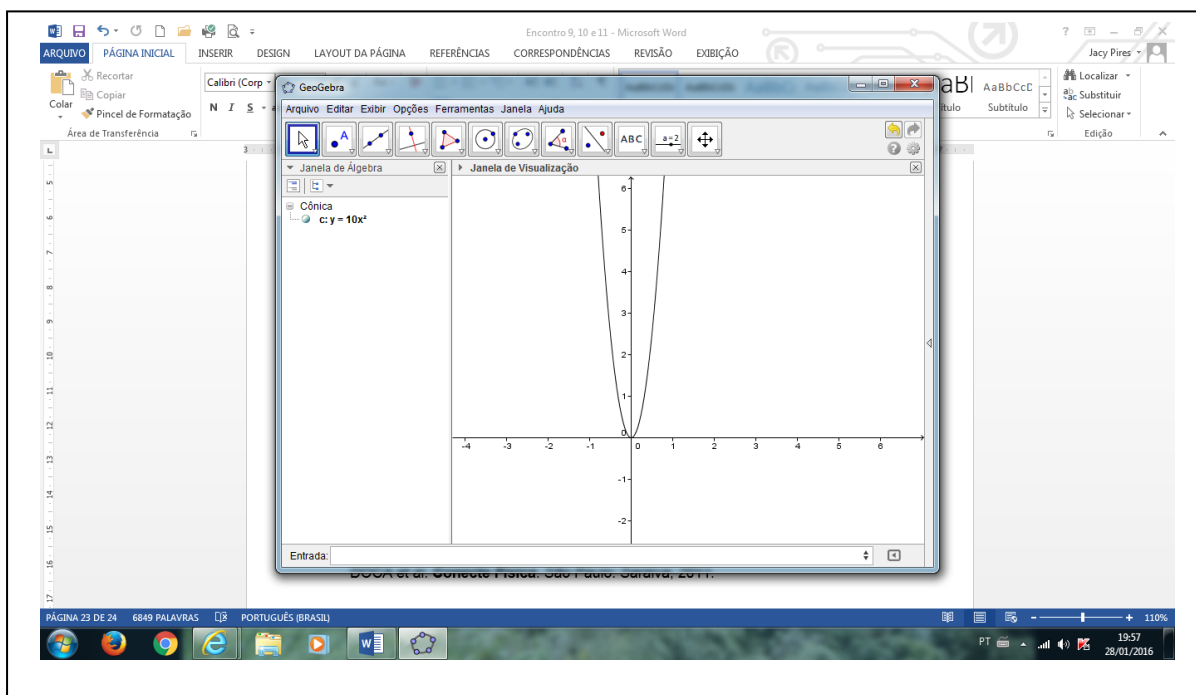
“O gráfico não deu uma reta por causa da proporcionalidade que marcou o movimento desenvolvido pelo carrinho na estrada reta” (A20).

“Gente, vocês perceberam uma coisa: que, se a função estivesse completa, dava para fazer dois gráficos. Eu vi um exemplo desse no livro de Física” (A28).

Ao trafegar pela sala, averigui que estavam testando os dados obtidos usando a tecnologia digital. Tamanha era a concentração, que alguns grupos nem perceberam minha presença. Acredito que foi nesse momento que os alunos, movidos pelo entusiasmo de sondar suas descobertas, sentiram-se mais livres para compartilhar suas conclusões. Mantendo a formação de grupos, solicitei que

usassem o *Software* GeoGebra para a construção do gráfico. Os dados do experimento tomaram a configuração conforme a Figura 16.

Figura 16 – Gráfico construído a partir dos dados do experimento do Grupo 2 no *Software* GeoGebra



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

O fato é que, nesse momento, os alunos estavam estimulados e envolvidos com as ferramentas do GeoGebra, pois já haviam se familiarizados com elas.

Após ter formalizado a determinação da análise gráfica da função, um componente do Grupo 5 questionou: “*E se acrescentar na fórmula matemática o valor de c, por exemplo, professora?*” (A14). Respondi-lhe que utilizasse o comando na caixa de entrada do *software* e acrescentasse o termo “c”, um valor numérico correspondente a 10 na função matemática estudada. Realizada a tarefa que lhe sugeri e exibida a representação gráfica, outro aluno do mesmo Grupo comentou: “*Olhaaa, o gráfico subiu!*” (A2). Um terceiro acrescentou: “*É no eixo vertical que estão as medidas em centímetros, então, professora, isso quer dizer que no experimento o carrinho sairia dessa medida?*” (A25). Ao perguntar aos demais o que pensavam sobre isso, revelaram não terem enfrentado dificuldades em relação ao que haviam acabado de realizar. Nesse momento, A28 completou: “*O valor do termo “c” é independente na função, agora os termos “bx” e “ax²” têm ligação direta com o*

termo “y”. Vamos testar outros exemplos, eu entendi tudo”.

Ao acompanhar os grupos durante a realização da atividade, notei que um deles estava desmotivado em razão das dificuldades na interpretação do gráfico. Diante dessa constatação, auxiliei seus componentes no desempenho da tarefa. O fato é que, na maioria das vezes, os conteúdos têm sido trabalhados mediante o uso de fórmulas e gráficos de forma mecanizada. Nesse sentido, um aluno questionou: *“Professora, o gráfico que desenhamos no papel é diferente deste, aqui tem duas curvas”!* (A1). Comentei que desconsiderassem a parte negativa do movimento.

Observar os alunos dando significado ao saber matemático e realizar descobertas foi bastante gratificante para mim, professora/pesquisadora. O que haviam experimentado até então não foi apenas elencar dados experimentais, mas, sobretudo, viver uma relação prazerosa com a Matemática. Essa fase envolveu a experimentação, exploração de dados, análise de dados, ideias do formalismo físico e matemático e o uso da tecnologia.

O fato é que os estudantes se dedicaram aos estudos, envolveram-se com os debates, assim como realizaram o tratamento dos dados coletados. A transposição da linguagem oral para a escrita não objetivou apenas documentar, mas, sobretudo, compartilhar as observações e reflexões a respeito de suas próprias práticas. Sobre a escrita, Powell e Bairral (2006, p. 27) atestam que *“a escrita ajuda os alunos a adquirirem um vocabulário rico, como também a usarem no contexto da sua compreensão matemática”*. Nesse seguimento, conduzi-os, em seus grupos, novamente ao *“Relatório da atividade prática”* (APÊNDICE E). Sobre isso, Nacarato e Santos (2014, p. 42) enfatizam que,

Nas primeiras escritas, os alunos podem apresentar dificuldades para apresentar suas ideias matemáticas, já que não estão acostumados com essa prática, mas, à medida que ocorre a intervenção docente, os alunos começam a explicitar cada vez mais os seus conhecimentos e a ampliar sua escrita durante as tarefas. E quanto mais oportunidades os alunos tiverem de escrever, com mais facilidade poderão escrever matematicamente, trazendo as suas hipóteses e elaborando suas conjecturas.

Quanto ao relatório, muitos estudantes reconheceram as suas limitações na escrita, apoiando-se nelas para justificar a redação matemática. Contudo, o compartilhamento de ideias durante a atividade experimental se constituiu em um excelente recurso para compor esse processo.

Em relação ao título concedido a essa atividade experimental, os grupos fizeram as seguintes escolhas:

- Matemática cotidiana: descobrindo função no movimento de um carrinho (Grupo 1).
- O trajeto de um carrinho de controle x função (Grupo 2).
- Um carrinho descrevendo uma função do 2° grau (Grupo 3).
- Função do 2° grau e um experimento (Grupo 4).
- Descoberta da função do 2° grau no movimento carrinho (Grupo 5).

No que concerne à questão dos objetivos, eles mencionaram que seu interesse no experimento era desenvolver a compreensão do conceito de função de segundo grau por meio de análises decorrentes dos dados extraídos do fenômeno físico. Em efeito:

“Compreender função do segundo grau através de uma atividade experimental” (Grupo 1).

“Estudar o conceito de função do 2° grau fazendo uma comparação da fórmula da função horária do Movimento Uniformemente Variado com a fórmula matemática de função” (Grupo 2).

“Analisar a experiência física e matemática comparando as duas funções para poder chegar ao conceito de função do segundo grau” (Grupo 3).

“Realizar o experimento e, através dos tratamentos dos dados com conhecimentos da Física, interpretar e chegar ao conceito de função do 2° grau” (Grupo 4).

“Encontrar o significado de função do 2° grau através dos dados do experimento de um carrinho numa pista reta” (Grupo 5).

Efetuada a escolha dos objetivos, os grupos apontaram os procedimentos que utilizariam na compreensão do conceito em questão. Nesse sentido, apresentaram

um registro alinhado ao desenvolvimento da prática, o que evidencia que a organização se fez presente, como atestam os Grupos 2 e 4:

“Primeiro organizamos a sala e, como nosso grupo já estava formado, ficou fácil. Segundo, fomos buscar o material com a professora. Terceiro, lemos as instruções impressas e nos dividimos. Quarto, realizamos a experiência poucas vezes e conseguimos os dados quando o carrinho saiu do ponto A, passando pelos pontos B, C e D” (Grupo 2).

“Depois que os grupos já estavam reunidos, o material foi distribuído. O nosso grupo foi buscar o nosso. Depois a professora deu as orientações, igual como na atividade da mola. Em seguida, precisamos ler os procedimentos impressos e só depois escolhemos quem iria conduzir o carrinho, os cronometristas e quem ia fazer as anotações. Começamos o experimento. No começo, não deu muito certo. Chamamos a professora e ela nos ajudou. Tentamos várias vezes até que conseguimos registrar os tempos que o carrinho saiu de A e passou por outras marcações na estrada reta. Colocamos os dados no quadro dos procedimentos impressos” (Grupo 4).

Outra fase importante do relatório envolveu os tratamentos de dados obtidos. Nesse item, os grupos apresentaram suas produções em que relataram o caminho percorrido durante o experimento. Convém esclarecer que foi transcrito o texto de apenas um deles por ser uma síntese dos demais.

“Tudo começou depois que estávamos com os tempos anotados e não sabíamos o que fazer com eles. Mas veio da professora a nossa salvação. Ela explicou as características do MUV, o que os grupos tinham realizado. Daí, começamos a analisar os dados, alguns colegas estavam com preguiça de fazer os cálculos, mas a professora percebia tudo. Não escapamos do olhar dela. Cada passo da apuração dos dados foi guiado pela professora, se fossemos fazer sozinhos aquele encontro jamais teria terminado. Mas fomos em frente, preenchendo um quadro onde tínhamos que calcular primeiro a velocidade do carrinho nos instantes que ele passou pelas marcações. Foi trabalhoso. O bom que, quando estávamos calculando, toda experiência vinha na memória, diferente do livro que não temos esse trabalho e nem significado. Depois a aceleração, é ela

(Continua...)

(Conclusão)

que mede a velocidade. Bacana. Chegamos à função horária que representou a experiência. Em seguida, a fórmula da equação do 2º grau a professora nos mostrou e pudemos ver que o que aconteceu no fenômeno, a relação era parecida com a da matemática. Nossa, quanto trabalho para enxergar isso. No nosso grupo, tinha dois colegas fera nisso, e eles ajudaram muito o grupo. Chegamos vivos para entender o conceito que está por trás da fórmula matemática. É verdade que a função do 2º grau é uma relação chamada função, só que a variável (s) se troca por (y), é a dependente, a variável (t) se troca por (x) é a independente. Tudo isso se estabelece proporcionalmente. Muito boa essa experiência” (Grupo 5).

Em relação à conclusão do trabalho, os alunos mencionaram as dificuldades que encontraram ao longo da atividade, evidenciando pontos positivos e negativos. Nos trechos a seguir, um recorte dos comentários:

“Concluimos que até aqui o aprendizado está sendo muito bom porque não sabíamos que através de um experimento físico se podia ter noção do que acontece numa fórmula de função do segundo grau. Não deu para estudar mais profundo porque só o estudo da física tomou muito tempo, mas deu para entender. A experiência que fizemos deu para conceituar função como uma relação em que acontece proporcionalidade entre o termo dependente e o independente. Quando a função é completa entra mais entendimento do termo ‘bx’ e o ‘c’. Conseguimos aprender, apesar das dificuldades que tivemos em não ter aprendido o conteúdo do experimento nas aulas de Física, pelo trabalho de todos, principalmente o da professora que nos ajudou muito” (Grupo 1).

“A experiência em grupo foi muito boa. Através de nossos estudos e com a ajuda da professora podemos representar a função horária do trajeto do carrinho pelos pontos B, C e D. Como entendemos o que aconteceu na fórmula do experimento foi fácil compreender a relação entre x e y na função do segundo grau. Mesmo com desentendimentos no nosso grupo, mas sozinhos não daria para fazer tanta coisa. O experimento não foi trabalhoso, mas a apuração dos dados sim. Apesar de tudo ficamos interessados pelo estudo de Física e Matemática” (Grupo 4).

Para mim, como professora, foi prazeroso presenciar as discussões e o compartilhamento das conclusões sobre a atividade. Nessa perspectiva, quando o estudante se envolve com o processo significação do conhecimento, Lorenzato (2010, p. 81 – 82) assevera que

A descoberta geralmente vem como um desfecho do processo de experimentação, de procura, de pesquisa e se expressa por um sorriso que simboliza a alegria de um desafio vencido, de um sucesso alcançado, de um novo conhecimento adquirido; por isso, a descoberta causa, também, um forte reforço `autoimagem. Portanto, a descoberta atua tanto na área cognitiva como na afetiva de quem a faz.

No tocante à primeira pergunta do questionário de autoavaliação “O que você aprendeu na experimentação de hoje”?, 80% dos estudantes declararam que aprenderam a trabalhar com os dados na elaboração da função, associaram as variáveis à compreensão do significado da função de 2º grau. Já 20% mencionaram que o fator mais relevante no experimento físico foi a possibilidade de ver como se constroem as fórmulas matemáticas presentes nos livros didáticos. Tais reflexões são corroboradas na transcrição de alguns depoimentos:

“A experimentação foi muito importante, pois não ajudou só a função da física, mas também a matemática. Com esse experimento, aprendi a trabalhar com os dados, construindo uma fórmula e estudar função do segundo grau, coisa que eu não sabia” (A2).

“Uma maneira diferente de saber o que de verdade o que é uma função. O que está no livro é muito diferente quando se faz na prática” (A12).

“Aprendi que, com a realização do experimento, os dados foram sendo estudados primeiro na física, depois surgiu uma fórmula com interpretação do movimento variado. As variáveis da função da física foram usadas para entender o funcionamento da expressão de função do 2º grau” (A21).

“Que existe uma outra maneira de se estudar função que não seja pelo livro. É muito chato fazer um monte de exercícios sem entender nada” (A27).

Por essas respostas, os alunos evidenciaram que o conceito matemático que surgiu da empiria e se consolidou como regra expressa a importância da integração da prática associada à teoria na disciplina Matemática. Para Valladares (2003, p.

48),

[...] “aprender observando” deve ser complementado com o uso, a reflexão, a autocrítica e a revisão. Devemos usar sempre que for oportuno em nossas vidas. Devemos criticar o que fizemos, pensar e repensar sobre o que estamos fazendo, falando ou escrevendo, corrigindo erros e aprimorando acertos, buscando aquele “aprender fazendo”, tão importante para a vida, que certamente terá as melhores influências sobre tudo que viermos a fazer.

Em relação à questão “O que você achou da aula”?, as percepções se diversificaram: 50% dos alunos assinalaram que a aula foi ótima; 30% a acharam muito boa e 20%, boa. As respostas comprovam tal entendimento:

“Boa. Foi uma forma diferente de aprendermos sobre função. O modo tradicional dos livros não suporto” (A3).

“Muito boa, atividade cheia de detalhes. Aprendi função tanto na física quanto na matemática” (A4).

“Boa, interessante e divertida” (A6).

“Uma aula diferente para ensinar o conceito de função através da física” (A12).

“Ótima. Proporcionou um grande aprendizado de função através de um experimento simples” (A14).

“Ótima. Pena que está chegando ao fim” (A18).

“Muito boa. Usamos ferramentas diferentes para aprender função” (A20).

“A aula foi muito boa. Foi utilizado o método da experimentação no aprendizado de função” (A22).

Para mim, professora/pesquisadora, foi gratificante acompanhar o desenvolvimento dos alunos, suas descobertas nos cálculos utilizados, enfim, o aprendizado de cada um deles e os passos percorridos nas aulas trabalhadas. Skovsmose (2014, p. 44) enfatiza que “[...] quando há um encontro com a intencionalidade do aprendiz e a proposta da atividade, uma gama de sentidos se abre. Muitas surpresas podem estar ocultas nesse leque [...]”.

À pergunta “Você recebeu orientação suficiente para realizar a atividade experimental”?, todos os discentes responderam afirmativamente, com argumentos de que orientações recebidas foram suficientes para o desenvolvimento da atividade. Em efeito:

“Sim. Toda a orientação para a realização da experimentação foi recebida” (A1).

“Sim. Sempre muita orientação da professora senão levaríamos mais tempo para terminar tudo” (A6).

“Sim, eu e meus companheiros recebemos muitas orientações para fazer essa experimentação” (A17).

“Sim. Mesmo com as orientações tive um pouco de dificuldades” (A23).

“Sim. Mas nem precisava, pois foi dado o roteiro e foi fácil seguir. Nos cálculos que a coisa foi difícil. Falta de conhecimento lá da física” (A25).

“Sim. A professora como sempre cheia de boa vontade para auxiliar o grupo quando a dúvida aparecia” (A28).

Essas afirmativas estão de acordo com o explicitado por Gaspar (2014, p. 210 – 211) quando afirma que

[...] a realização de uma atividade experimental por um grupo de alunos sobre determinado conteúdo só possibilita a aprendizagem desse conteúdo se esse grupo contar com a colaboração de alguém que domine esse conteúdo e oriente a realização dessa atividade em todas as suas etapas: a exposição de seus objetivos e de seus fundamentos teóricos, a realização da montagem, a adoção dos procedimentos experimentais, a realização das medidas, a análise de dados, a obtenção de resultados e a apresentação das conclusões.

As respostas à quarta questão “Na atividade prática que você realizou, qual a relação entre o experimento e a Matemática”?, evidenciaram que para 90% dos alunos o foco da prática experimentada era encontrar a função matemática. Os demais 10% não se sentiram confortáveis em opinar. Nas leituras efetivadas, a turma revelou ter percebido que o propósito do experimento foi enfatizar um conceito matemático. O fato revela uma mudança de postura desses estudantes, que se

sentiram participantes na construção do conhecimento. As declarações reafirmam essa atitude:

“O que eu percebi que o experimento era físico, mas o estudo era matemático. A interpretação na física foi feita depois com o estudo da função do 2º grau com a ideia do experimento” (A1).

“O experimento tinha o significado físico de uma relação que pelo estudo da física representou uma função. Foi estudado essas noções na função do segundo grau” (A9).

“A experiência representou uma função parecida a da matemática. Só mudou o sentido” (A14).

“No experimento que fizemos, mostrou uma realidade de um caso de função, na matemática é outra situação, mas a ideia de função foi a mesma” (A17).

“Para mim, o experimento revelou função o tempo todo. A matemática ajudou nos cálculos” (A27).

Pietrocola (2013, p. 127) afirma que

A capacidade de produzir ideias e organizá-las à tutela da razão e da experimentação está na base de todo o conhecimento. Esta, por sua vez, é uma das habilidades fundamentais do cientista. Ser capaz de imaginar situações pelas ideias científicas é sua principal virtude. É pela imaginação que ele passa os casos particulares estudados e atinge os níveis mais gerais do conhecimento.

No que se refere à quinta pergunta “Qual foi o seu envolvimento (motivação/inteiração/trabalho em equipe) na realização do experimento”?, houve um aumento significativo de participações, ou seja, 100% se envolveram de alguma forma, seja na condução do experimento, seja na apuração dos dados ou até mesmo na manutenção da ordem dos trabalhos. Isso pode ser constatado nos depoimentos:

“Eu já estava acostumado com as práticas. Eu fui um dos escolhidos para realizar fazer o experimento” (A1).

“No nosso grupo alguns colegas queriam causar problemas porque queriam realizar o experimento. Eu não queria ficar só fazendo cálculos não, fazer o experimento era bem melhor” (A2).

“Meu envolvimento foi bom. Ajudei demais tanto na realização do experimento quanto nos cálculos” (A9).

“Foi pouco. Não deixavam eu fazer nada dizendo que era lento demais” (A14).

“Motivação o tempo todo. O nosso grupo como sempre foi o primeiro a concluir o experimento e fazer os cálculos” (A18).

Nessas citações, há indícios do envolvimento da turma na atividade, aliado a um maior comprometimento quanto ao conceito em construção. Pode-se inferir que as discussões dessas vivências proporcionaram novos estímulos aos alunos, bem como significado e aprendizagem. Segundo Lorenzato (2010, p. 80 – 81),

A descoberta geralmente vem como desfecho do processo de experimentação, de procura, de pesquisa e se expressa por um sorriso que simboliza a alegria de um desafio vencido, de um sucesso alcançado, de um novo conhecimento adquirido; por isso, a descoberta causa também, um forte reforço à autoimagem. Portanto, a descoberta atua na área cognitiva como afetiva de quem a faz.

À pergunta “Você teve alguma dificuldade na realização do experimento”?, 70% dos alunos responderam que conseguiram desenvolver a atividade com tranquilidade. Por sua vez, 30% declararam que:

“Sim. Tenho muitas dificuldades nas disciplinas de cálculos” (A8).

“Sim, na hora de calcular a velocidade média e a aceleração” (A15).

“Sim, no momento de anotar o tempo que o carrinho passava pelos pontos marcados na estrada” (A17).

“Sim, na montagem da fórmula” (A28).

Assim, sintetizando as impressões em relação ao ato de experimentar, a ação do aluno não deve se limitar apenas ao trabalho de manipulação ou observação. Nesse sentido, Delizoicov et al. (2011, p. 202) escrevem que

A meta pretendida com este momento é muito mais que capacitar os alunos ao emprego de conhecimentos, no intuito de formá-los para articularem, constante e rotineiramente, a conceituação científica com situações reais do que simplesmente encontrar uma situação, ao empregar algoritmos matemáticos que relacionam grandezas [...].

Na questão sete “Você considerou o uso da atividade experimental importante para a construção do conhecimento sobre função do 2º grau? Justifique”, as respostas se concentraram na experimentação. Nesse sentido, os respondentes declararam que a atividade prática foi útil ao entendimento do estudo de função e que de fato conseguiram relacionar, no fenômeno observado, a Matemática e a Física. Ademais, ressaltaram que o experimento real em sala de aula contribuiu para um melhor aprendizado matemático, justificando, então, tal experiência. O fato é que 100% da turma emitiu opinião favorável à experimentação, revelando que esse tipo de atividade nas aulas de Matemática é significativo para a exploração de conceitos matemáticos, em particular no estudo de função. Os excertos que seguem confirmam o entendimento dos participantes da pesquisa:

“Sim, porque geralmente se aprende esse assunto no livro” (A1).

“Sim, aprendemos melhor de modo prático” (A3).

“Sim, pela prática fica bem mais entendida a fórmula” (A6).

“Sim, isso vai fazer uma diferença enorme na minha vida” (A7).

“Sim, facilita a aprendizagem e estimula a estudar mais esse assunto” (A8).

“Sim, pois com o uso do experimento pode-se entender melhor função” (A12).

“Sim, pois com a experimentação podemos entender o significado da expressão matemática e resolver muitos exercícios com segurança que vamos chegar a resposta certa” (A13).

“Sim, porque através do entendimento da prática resolvemos muitas coisas

(Continua...)

(Conclusão)

de função no dia a dia” (A16).

“Sim, praticando que se aprende” (A17).

“Sim, pelo experimento deu para eu ver que função é uma relação entre grandezas, só que não é qualquer relação” (A18).

“Sim, facilita bastante o entendimento de função do 2º grau” (A25).

“Sim, o sentido para a fórmula de função passou a ser outro (A29).

As narrativas dos alunos expressam que houve diálogo no momento do experimento, cuja intenção foi construir o conceito. Também é importante frisar que eles encaravam com naturalidade essas ideias que foram gestadas e, diante das explicações formuladas em um nível mais profundo, passaram a rejeitar a mera repetição da conceituação sem construção de sentido, para se apropriarem do entendimento de uma linguagem, muitas vezes, vista como inacessível. Lorenzato (2010, p. 52), ao tratar desse assunto, comenta que

Ensinar matemática utilizando-se de suas aplicações torna a aprendizagem mais interessante e realista e, por isso mesmo, mais significativa. A presença de aplicações da matemática nas aulas é um dos fatores que mais pode auxiliar nossos alunos a se prepararem para viver melhor sua cidadania: ainda mais, as aplicações explicam muitos porquês matemáticos e são ótimas auxiliares na resolução de problemas.

Para a questão “O que poderia ser mudado em relação às atividades futuras utilizando a experimentação para o ensino de função”?, 7% do alunado não responderam; 80% opinaram que não precisaria mudar “nada”. Para estes, o uso da experimentação com materiais manipulativos e recursos utilizados não somente alterou o cenário das aulas de Matemática, mas funcionou como um meio para auxiliar a aprendizagem. Para os demais 13% da turma, “O tempo de duração das atividades que ficou apertado” (A7); “Outras experimentações no estudo de outras funções” (A16); “Só a questão do tempo para fazer tantas coisas. Ficou corrido” (A25).

Com relação ao tempo reservado ao experimento, embora tenha sido evidenciado por poucos alunos, é importante pontuar o relato de Moraes (1993, p. 15):

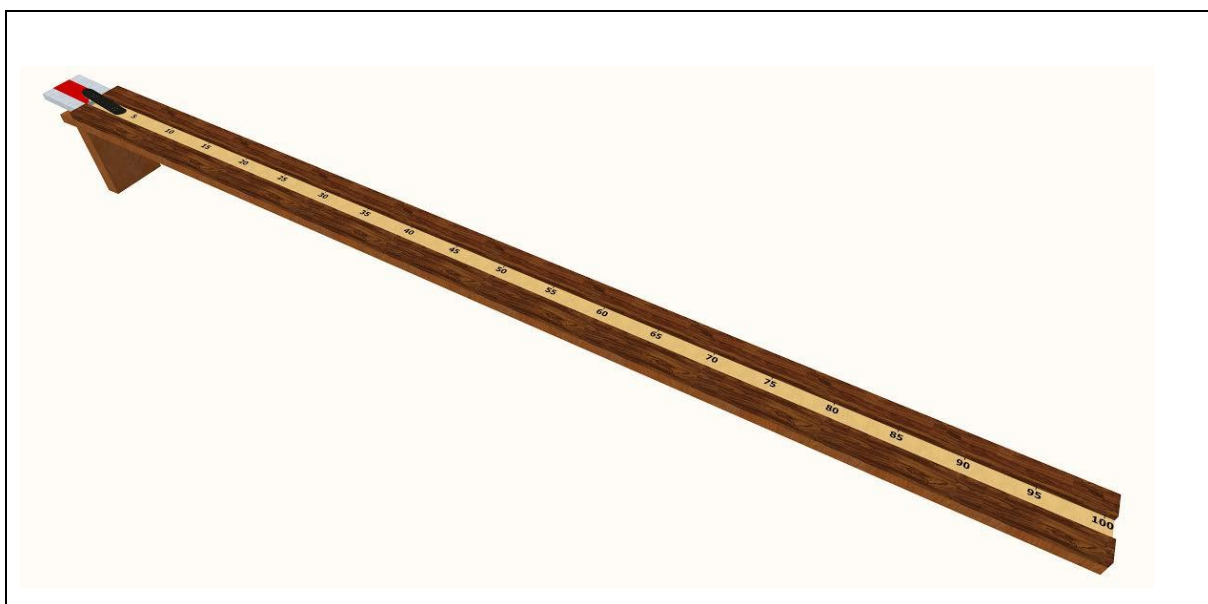
[...] um experimento verdadeiro deveria dedicar um terço do tempo à execução da parte prática, propriamente dita, e o restante do tempo de planejamento dos trabalhos, análise de dados, discussão dos resultados, consulta bibliográfica e organização do relatório.

Nesta seção, apresentei a análise da 3ª atividade experimental, a qual propiciou caminhos ao entendimento do conceito de função de segundo grau. Na busca por insumos visando responder à pergunta de pesquisa, a próxima atividade prática é entendida como continuidade da conceituação de função.

4.6 Encontros 12, 13 e 14 – Quarta atividade prática: Movimento de um skate descendo uma rampa ilustrativa

Dedico esta seção à apresentação da quarta atividade experimental, na qual também foi abordada a função de segundo grau. Nessa perspectiva, descrevo toda a dinâmica da experimentação e as interações dos alunos durante as atividades. Para desenvolver a prática, utilizei o ambiente da sala de aula convencional com o intuito de levar os educandos a percorrerem as etapas do experimento visando à aprendizagem do conceito de função de segundo grau utilizando o equipamento projetado como o do modelo da Figura 17.

Figura 17 – Equipamento projetado para a prática de um skate descendo uma rampa ilustrativa



Fonte: Adaptado Alberto Gaspar (2011).

Nos momentos que precederam a aula, percebi que os alunos, de modo geral, não manifestavam mais estranheza por uma aula diferenciada em Matemática. Logo, foi surpreendente acompanhar a atitude deles em relação às expectativas para a prática experimental. Ao chegarem à sala de aula, encantaram-se com a ornamentação das bancadas e, movidos pela curiosidade, tocavam o equipamento artesanalmente confeccionado, observavam cuidadosamente seus detalhes, expressando o desejo de iniciar a experimentação. Durante as conversas informais, colocavam suas demandas: “*Professora, depois do experimento, eu quero um skate desses*” (A5); “*A senhora lembra que me prometeu um carrinho*”! (risos) (A16). Cabe destacar que eu havia prometido doar alguns recursos no término de todo o processo de intervenção pedagógica. Entre as várias declarações da turma, apresento a de uma aluna que me deixou emocionada: “*Pena que esse tipo de aula está acabando e vamos voltar para as aulas normais usando o livro, é bem mais chato, professora*”! (A28). Mediante esse depoimento, pude avaliar o sentimento de satisfação pessoal dessa estudante em participar de atividades experimentais, além de perceber o seu olhar diferenciado às aulas de Matemática. Para Micotti (1999, p. 164),

As reflexões sobre as possibilidades de mudança pedagógica com referência à matemática indicam a necessidade de repensar alguns pontos, por exemplo: a relação do aprendiz com a disciplina, sua participação em sala de aula considerando-se os aspectos afetivos e cognitivos e o enfoque dado à matemática para que ele se torne objeto de conhecimento e saber – pessoal e interpessoal dos alunos. [...] Para entender o que se passa na cabeça de um aluno em relação a uma disciplina, o professor precisa observar como ele interage com o objeto de estudo em oportunidades de manifestação de suas ideias e opiniões.

Assim, além do equipamento projetado, outros materiais foram necessários, tais como os cronômetros, skate de dedo, régua, lápis, borracha, papel A₄ e milimetrado. À princípio, era necessário que se familiarizassem com o roteiro da prática, por isso orientei a leitura dos procedimentos impressos e transcritos no Quadro 26.

Quadro 26 – Procedimentos da quarta atividade prática

1. Um aluno colocará o *skate* na rampa de lançamento e o soltará no momento combinado com os colegas cronometristas.

2. Três colegas registrarão o tempo do deslocamento do *skate* de dedo pelas marcações da régua nos pontos 0 cm, 20 cm, 40 cm, 60 cm e 80 cm.

3. Com o cronômetro a punho, os cronometristas registrarão o tempo de deslocamento do *skate* de dedo pelas marcações da régua nos pontos 0 cm, 20 cm, 40 cm, 60 c e 80 cm.

4. De posse dos tempos t (segundos) e posições s (centímetros) correspondentes, um estudante fará o preenchimento dos dados que seguem:

s (cm)	0	20	40	60	80
t (s)					

5. Construir o modelo matemático e gráfico da função.

6. Elaboração do relatório.

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao observar a leitura do roteiro experimental, constatei que os participantes tomavam decisões e já conheciam as tarefas a desempenhar na efetivação do experimento. Apoiados nas orientações, eram tomados pela euforia. As conversas informais eram intensas, e alguns solicitavam meu auxílio para a compreensão de alguns itens das instruções. O envolvimento com a proposta de trabalho, o que pode ser evidenciado nos diálogos extraídos dos vídeos, estava presente em todos os grupos:

“O estudo é de função do segundo grau, vamos observar o que vai acontecer e anotar” (A4).

“Certo”? (A7).

“Agora, só tem uma coisa, vocês que estão controlando o tempo é melhor usar o relógio de pulso do que o cronômetro, não fica melhor”? (A13).

(Continua...)

(Conclusão)

“Não acho. Com o cronômetro, fica melhor a precisão do tempo” (A16).

“Gente, vocês não podem errar como foi feita na outra prática. Vocês não prestaram atenção, por isso que o nosso grupo foi o último a terminar. Lembram”? (A20).

“Temos que trabalhar todos juntos. Quando eu disser, já, vocês contam o tempo, viu”? (A22).

“Quantas tentativas vamos fazer”? (A25).

“Uma, duas, três, ..., sei lá. Quantas for preciso” (A26).

“Todos prontos? Um, dois, três e já”!!! (A27).

“Pára! Não acompanhei. Vamos voltar” (A29).

“Espera. Preciso ajustar o cronômetro” (A30).

“O skate está parando no meio da rampa. A rampa precisa de ajuste” (A30).

Os diálogos expressam um significativo amadurecimento dos alunos, nos pares e grupos, quanto ao processo de comunicação. Esse fato, talvez, tenha sido ocasionado pela motivação da natureza da aula de Matemática e por experiências já adquiridas em estudos efetivados. Estas lhes conferiram maior autonomia cognitiva, cujo resultado foi uma maior segurança na realização da prática rumo ao conhecimento pretendido. Nesse sentido, Parateli et al. (2006, p. 51) completam que

As atividades devem apresentar um desafio para que o aluno aprenda um pouco mais e não apenas como uma simples constatação do que já sabem. Devem provocar conflitos e questionamentos, que trazem raízes no que já internalizaram, mas que vá um pouco além.

Mesmo percebendo que já haviam aproveitado os momentos iniciais da atividade rumo à obtenção de dados, percebia que quase todos os grupos enfrentavam pequenos problemas nos ajustes do equipamento e objetos que seriam utilizados na experimentação. Estimulados por mim e por experiências adquiridas nas práticas anteriores, conseguiram fazer uso de todos os recursos. Acompanhei as equipes observando os alunos no momento em que lançaram o skate na rampa

projetada.

Em busca da coleta de dados para a análise, os grupos repetiam o experimento; uns de forma mais rápida, outros, mais lenta. Embora as práticas, de um modo geral, não tenham ocorrido de forma silenciosa, pois os atritos pareciam ser constantes, eles conseguiam se entender. Nesse período, procurei não desperdiçar oportunidades de estimular o envolvimento de cada participante na atividade experimental. Esta envolvia conceitos de Física, como velocidade, aceleração, espaço decorrido, termos que adquiriram sentido dentro do conceito matemático de função de segundo grau. Seguem algumas discussões geradas no momento das experimentações:

“Atenção, gente, começando, lá vai o skate”! (A4).

“E aí? Cadê o tempo em cada ponto, vocês conseguiram”? (A7).

“Foi bem mais fácil acompanhar o movimento do skate do que do carrinho” (A15).

“É bom repetir pelo menos três vezes, vai que dê valor diferente”! (A18).

“Manda ver, concentração total”! (A21).

“Um, dois, três e já, largada”! (A22).

“Gente, deu um pouco diferente o tempo agora” (A24).

“Não tem nada não, a professora falou que o equipamento não é precisão do laboratório” (A25).

“A velocidade do skate é incrível”! (A28).

“Estou preocupado como vamos calcular a aceleração, estou com medo” (A29).

“Mas a professora disse que cada vez que se registrar os dados o modelo vai ser diferente para o experimento” (A30).

Assim, ao conviver com os alunos, inclusive no acompanhamento dos diálogos informais, constatei que seu engajamento na atividade era cada vez maior. Neste sentido, superaram minha expectativa, pois não imaginava que essa aula experimental fosse provocar tantos momentos de discussão e negociação na prática desenvolvida. Em relação a isso, Micotti (1999, p. 163) aponta que

O saber matemático compreende o domínio de representação e também das regras que regem ações abstratas. A leitura (compreensão) de escritas matemáticas requer conhecimento do sistema de notação. Sem este conhecimento, torna-se difícil ligar expressões simbólicas com seus significados.

Após esse momento de sucessivas tentativas de obtenção de dados, percebi a familiaridade dos alunos com a experimentação, fato não evidenciado nas primeiras práticas. No decorrer das atividades, em pares, eles interagiam constantemente, ressaltando, sobretudo, os objetivos da proposta do experimento. Os diálogos envolviam as reflexões sobre os dados que se transformariam em função horária no Movimento Uniformemente Variado e o seu significado matemático de função de 2º grau.

Apesar de os dados coletados terem sido divergentes de um grupo para outro, seus participantes não desanimaram. Eles trocavam informações com os colegas das outras equipes com o intuito de compará-los. Ao constatarem os não coincidentes, argumentaram: *“Professora, os resultados não estão batendo, muitos números decimais”* (A7); *“Não tem que ser o mesmo tempo, já que o experimento é o mesmo”?* (A11); *“Não estou entendendo mais nada, é assim mesmo”?* (A23); *“Deve ser porque o equipamento não é de laboratório de Física”* (A28); *“Os números no livro são exatos, aqui não foi”* (A30). Na discussão quanto aos resultados da medição, notei que a turma estava “presa” às ideias de precisão e exatidão, tão frisadas na Matemática.

Essa predisposição dos alunos ao exato desapareceu quando dialoguei com eles sobre a questão da aferição do equipamento (não calibrado, da manipulação de artefatos no experimento, do tempo de coleta de dados, em que tinham que utilizar os cronômetros, entre outras. Com isso, estabeleceram um ambiente de negociação com a tenção de chegarem a um objetivo comum, ou seja, um erro tolerável no trabalho envolvendo números, mesmo sendo decimais, visando encontrar o modelo para o fenômeno observado.

Dessa forma, os grupos prosseguiram com a atividade, registrando os dados obtidos, sem arredondamentos, para tratamento posterior. Ao percorrer a sala de aula e observar o esforço pessoal da turma, constatei que o Grupo 5 estava à frente, pois já havia organizado os dados em um quadro que foi fornecido nos procedimentos impressos e cuja transcrição aparece no Quadro 27.

Quadro 27 – Dados coletados pelo Grupo 5

s (cm)	0	20	40	60	80
t (s)	0	0.81	1.60	2.37	3.18

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Após a experimentação, nem todos os alunos se sentiram confortáveis com os números racionais obtidos, pois os olhares de insegurança aos dados coletados eram visíveis. Os diálogos se concentravam em como processariam a análise da “velocidade” e “aceleração” utilizando esses números. Ademais, discorriam acerca dos termos “proporcionalidade” e “dependência” e de que forma desenvolveriam o raciocínio referente ao que haviam registrado.

A busca pelo entendimento de como apurar os dados obtidos conduziu os alunos a solicitarem a minha presença, nos grupos, com bastante frequência. Na realidade, eles desejavam apenas orientações para apontar o modelo matemático do experimento. Em vista disso, eram comuns os pedidos: “*Professora, por favor, venha cá, é para criar um modelo como do experimento do carrinho?*” (A9); “*É para seguir os cálculos da atividade passada?*” (A24). Ao responder-lhes, sugeri que observassem a relação matemática obtida e verificada experimentalmente por Galileu – Galilei (1564-1642), ou seja, $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.

Entretanto, para obter o modelo da função que representou o fenômeno em questão, os alunos usaram os dados anteriormente coletados para criar e definir os parâmetros da função horária. Para uma melhor visualização dos procedimentos utilizados pelos grupos, no Quadro 28, estão expressos os cálculos desenvolvidos pelos estudantes do Grupo 5.

Quadro 28 – Apuração de dados realizados pelo Grupo 5

Dados armazenados do experimento:

(Espaço versus tempo)

$$S_1 = 0 \text{ cm} \rightarrow t_1 = 0 \text{ s}$$

$$S_2 = 20 \text{ cm} \rightarrow t_2 = 0.81 \text{ s}$$

$$S_3 = 40 \text{ cm} \rightarrow t_3 = 1.60 \text{ s}$$

$$S_4 = 60 \text{ cm} \rightarrow t_4 = 2.37 \text{ s}$$

$$S_5 = 80 \text{ cm} \rightarrow t_5 = 3.12 \text{ s}$$

Velocidade do *skate* em uma trajetória reta:

Primeiro trecho: velocidade zero

Segundo trecho:

$$V_{m_2} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 0}{0.81 - 0} = \frac{20}{0.81} = 24.69 \text{ cm / s};$$

Terceiro trecho:

$$V_{m_3} = \frac{s_3 - s_2}{t_3 - t_2} = \frac{40 - 20}{1.60 - 0.81} = \frac{20}{0.79} = 25.31 \text{ cm / s}$$

Quarto trecho:

$$V_{m_4} = \frac{s_4 - s_3}{t_4 - t_3} = \frac{60 - 40}{2.37 - 1.60} = \frac{20}{0.77} = 25.97 \text{ cm / s}$$

Quinto trecho:

$$V_{m_5} = \frac{s_5 - s_4}{t_5 - t_4} = \frac{80 - 60}{3.12 - 2.37} = \frac{20}{0.75} = 26.66 \text{ cm / s}$$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Enquanto eu acompanhava o desenvolvimento das atividades dos grupos, seus componentes apontavam o que os dados apurados refletiam na

experimentação. Todavia, ainda, solicitavam o meu parecer quanto ao valor numérico da velocidade encontrado. Suas dúvidas sobre os cálculos persistiam, e minha presença nos trabalhos foi um fator positivo, pois se sentiam mais confiantes no encaminhamento da atividade.

De maneira análoga foi a apuração da aceleração. Nesses cálculos, os alunos explicitavam verbalmente o que estavam pensando em relação à função horária do movimento. A experiência da atividade experimental anterior contribuiu para que aperfeiçoassem a relação existente na situação física. Assim, ouviam-se comentários, tais como:

“Será que espaço e tempo vão ser proporcionais”? (A9).

“Vamos gente, o tempo está passando”! (A12).

“É só seguir o raciocínio da atividade do carrinho” (A18).

“Dividindo as tarefas, os cálculos saem bem rapidinho, vamos lá”! (A23).

“Pegar a fórmula da aceleração e substituir os valores, entendeu”? (A30).

Ao acompanhar esses comentários, percebi que o esboço da aceleração era registrado. No Quadro 29, segue a apuração realizada pelo Grupo 5.

Quadro 29 – Cálculo da aceleração efetivado pelo Grupo 5

Cálculo da aceleração:

$$a_{m2} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{24.69 - 0}{0.81 - 0} = \frac{24.69}{0.81} = 30.48 \text{ cm/s}^2;$$

$$a_{m3} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \frac{25.31 - 24.69}{1.60 - 0.81} = \frac{0.62}{0.79} = 0.78 \text{ cm/s}^2;$$

$$a_{m4} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_3}{t_4 - t_3} = \frac{25.97 - 25.31}{2.37 - 1.60} = \frac{0.66}{0.77} = 0.85 \text{ cm/s}^2$$

(Continua...)

(Conclusão)

$$a_{m5} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_5 - v_4}{t_5 - t_4} = \frac{26.66 - 25.97}{3.12 - 2.37} = \frac{0.69}{0.75} = 0.92 \text{ cm/s}^2$$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Após o tratamento dos dados armazenados, solicitei aos grupos que organizassem as análises efetivadas em um único quadro a fim de que pudessem ter uma visão geral do que haviam encontrado. Isso lhes permitiu analisar os parâmetros “v” e “a” e, assim, apontar o modelo matemático do fenômeno estudado. Desse modo, tiveram oportunidade de visualizar os dados e, simultaneamente, comparar as medidas experimentais que se relacionavam, extraídas do experimento. Em todas essas ações, alertei-os sobre os possíveis descuidos em relação à atividade. Assim, os grupos elaboraram seus esquemas. No Quadro 30, o exemplo, do Grupo 5.

Quadro 30 – Cálculos realizados pelo Grupo 5

Posição em (cm)	Tempo em (s)	Velocidade média (v _m)	Aceleração (a _m)
S ₀ = 0	0	0	0
S ₁ = 20	0.81	24.69	30.48
S ₂ = 40	1.60	25.31	0.78
S ₃ = 60	2.37	25.97	0.85
S ₄ = 80	3.12	26.66	0.92

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Após essa fase, instruí os estudantes a analisarem um pouco mais os dados alusivos à relação presente no experimento. A esse respeito, questionei-os: “Vocês perceberam a proporcionalidade entre os valores do espaço e do tempo nos dados do experimento”? Percebi que minha pergunta os deixou “surpresos”, motivo pelo qual retomei a experiência desenvolvida por Galileu – Galilei (1564 -1642), trabalhada no experimento anterior. Durante a minha exposição, alguns alunos alegaram que *“Nos dados que encontramos, não é tão difícil enxergar proporcionalidade, professora”!* (A18); *“Professora, esses números decimais são chatos, não dá para perceber isso, não”!* (A21); *“Isso é pouco visível”* (A26); *“Eu não consigo enxerga isso”!* (A30). Prontamente, argumentei que, embora as relações

existentes não apontassem com exatidão a proporcionalidade existente, os dados apurados evidenciavam a função horária do movimento em nível de segundo grau.

Mediante esse contexto, solicitei que verificassem a relação da velocidade versus tempo. Mesmo não sendo uma tarefa fácil a constatação da proporcionalidade com valores exatos, conforme evidenciado na variação de velocidade num intervalo de tempo $\frac{\Delta v}{\Delta t}$, havia uma aproximação no experimento observado. Nesse seguimento, um aluno argumentou: “*Professora, esses valores são muito pequenos para se verificar isso, dá vontade de sair correndo só de olhar para eles*” (risos) (A7).

Prosseguindo com a atividade, socializei com eles a definição de MUV de acordo com Doca et al. (2011, p. 53), que, segundo os autores, “é aquele em que a aceleração escalar é constante e diferente de zero. Consequentemente, a velocidade escalar sofre variações iguais em intervalos de tempos iguais”. Reforcei que, em todas as medições experimentais obtidas a partir da utilização de um artefato confeccionado artesanalmente, o móvel, ao se deslocar da trajetória retilínea, sofre influência do atrito da superfície. Isso pode ter influenciado nos dados extraídos do experimento e na proporcionalidade. Contudo, os resultados apresentados apontaram valores muito próximos do que se pretendia modelar. A seguir, no Quadro 31, o registro realizado pelo Grupo 5.

Quadro 31 – Resultados apurados pelo Grupo 5

Velocidade média (V_m)	Aceleração (a_m)
0	0
24.69	30.48
25.31	0.78
25.97	0.85
26.66	0.92

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Observando mais cuidadosamente esses dados, percebe-se o avanço dos estudantes, que, partindo do que eles já haviam apurado, analisaram os parâmetros “v” e “a” da expressão do experimento.

Após essa fase, conduzi a turma à compreensão do que havia ocorrido no

experimento que envolveu o “Movimento do skate em uma rampa retilínea”. A ideia de proporcionalidade não foi percebida (espaço versus tempo); contudo, os discentes constataram a existência da proporção entre velocidade versus tempo com valores bem mais próximos do ideal. Dessa forma, verificar o fundamento da função de segundo grau presente no experimento ainda trouxe à memória a teoria do MU, a qual já haviam estudado nas aulas de Física. A esse respeito, Yamamoto e Fuke (2013, p. 64) declaram que

A função horária de espaço para o MU é do tipo quadrática (expressa por um polinômio do 2º grau). Ela, em relação à função de espaço para o movimento uniforme, considera uma terceira parcela $\left(\frac{a \cdot t^2}{2}\right)$, atribuível à existência da aceleração, que, alterando a velocidade do móvel, faz com que ele se desloque ainda mais ou menos, de acordo com a combinação entre os valores da velocidade e da aceleração.

Orientados pelas ideias contidas no fragmento, os alunos começaram a elaborar explicações para o formato do modelo de função de segundo grau. Neste sentido, os dados obtidos pela experimentação e que geraram o modelo matemático do experimento contribuíram para que os estudantes estabelecessem comparações com a estrutura de função matemática. Em seus grupos, de acordo com os modelos obtidos por meio de dados experimentais, tiveram a oportunidade de discutir a composição dos termos da função matemática, momento em que demonstraram dinamismo e desenvolvimento em fazer a interpretação. Assim, seria relevante apresentar uma análise do que presenciei nos caminhos percorridos por cada equipe, mas, talvez, isso pudesse ser enfadonho para o leitor e até desnecessário. Em vista disso, somente está transcrita a conclusão Grupo 5 acerca da função horária no Movimento Retilíneo:

“Ufa, todo esse trabalho para dizer que é uma relação de espaço e tempo?” (A5).

“Incrível enxergar tudo isso. Os números no livro estão todos certinhos, redondinhos, lá não dá trabalho realizar os cálculos, mas aqui foi muito trabalhoso, professora!” (A10).

“A aceleração mede a velocidade e pela definição do Movimento Uniformemente são constantes, é isso professora?” (A17).

(Conclusão)

“Os valores de “v” e “a” são constantes, a aceleração é um medidor da velocidade, ela pode diminuir ou aumentar, o professor explicou isso na aula” (A20).

“A melhor aula de minha vida. Eu entendi que o espaço é proporcional ao quadrado do tempo e que a aceleração controla a velocidade e no movimento que estudamos eles são constantes” (A30).

Os excertos acima evidenciam que os alunos conseguiram absorver o significado do conceito de função de segundo grau por meio do modelo experimental. Apesar de os dados da experimentação terem provocado questionamentos, pois nas aulas tradicionais é comum o discente receber a expressão pronta, sem aprofundamento do significado das variáveis e parâmetros, os educandos demonstraram entusiasmo pelo estudo.

Visando ao desenvolvimento do processo conceitual na Matemática, os alunos analisaram a função $s = 0.42 \cdot t^2$ e a expressão matemática, $y = ax^2 + bx + c$. Nesse momento, o pronunciamento de dois estudantes chamou a atenção: *“Professora, então os valores de “a” e “b” têm a mesma ideia da expressão do experimento”?* (A8); *“Claro que sim, tu não conseguiu perceber isso, eu hein”!* (A23). Nessa discussão, foi interessante perceber que eles procuravam identificar a linguagem funcional presente no experimento. Nesse sentido, Roque (2012, p. 371) corrobora que

Quando falamos de função, pensamos em duas grandezas que variam de maneira correlata. Observamos na natureza, algo que muda, que varia e buscamos alguma outra coisa que varie, à qual a variação é observada inicialmente possa se relacionar. O caso mais comum é o do espaço em relação ao tempo. Vemos alguma coisa móvel se deslocar no espaço e perguntamos se há alguma lei que governe esse movimento em função do tempo. Em linguagem atual, poderíamos dizer que procuramos uma função que descreva a variação das posições ocupadas pelo móvel em instantes sucessivos. Por esse motivo, uma das principais motivações para a introdução da ideia de função é a noção de “trajetória”, que associa um movimento a uma curva que poderá ser expressa por meio de uma equação.

O conteúdo do excerto acima condiz com os momentos de experimentação que os alunos vivenciaram com o objetivo de se apropriarem da conceitualização de função de segundo grau. A partir do tratamento de dados, ocorreu a construção do

modelo matemático, bem como o real significado do experimento realizado. Segundo Caraça (1951, p. 123),

O conceito de função não se confunde com o de expressão analítica; — esta é apenas um modo de se estabelecer a correspondência das duas variáveis. Em outras palavras, pode-se dizer que uma igualdade em que y igualado a uma expressão analítica em x , contém uma lei matemática ligando as duas variáveis; essa lei matemática define a correspondência que existe entre x e y e faz, portanto, que y seja função de x . A lei matemática se constitui, um terreno de que a função vai se nutrir.

Dessa forma, socializei com a turma a ideia de função de segundo grau, que Doca et al. (2011, p. 114) intitulam “função quadrática ou função polinomial de 2º grau, qualquer função f de $\mathfrak{R}$ em $\mathfrak{R}$ dada por uma lei da $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a , b e c são números reais com $a \neq 0$ ”. Nesse momento, surgiu a oportunidade de os alunos compararem, simultaneamente, as medidas experimentais e as do modelo algébrico da função matemática. Nesse episódio, perceberam que a Física e a Matemática não eram disjuntas. No Quadro 32, segue o esboço do Grupo 5.

Quadro 32 – Resultados apresentados pelo Grupo 5

Na fórmula da função horária do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado: $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$. ▪ $s \rightarrow$ é o espaço do <i>skate</i> no instante “t”. ▪ $s_0 \rightarrow$ o espaço que o <i>skate</i> partiu ▪ $v_0 \cdot t \rightarrow$ o deslocamento do <i>skate</i> de acordo com a velocidade (v_0 é o coeficiente de t) ▪ $\frac{a \cdot t^2}{2} \rightarrow$ controla a velocidade do <i>skate</i> ($\frac{a}{2}$ é o coeficiente de t^2) Saindo da Física para a Matemática: $s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ ↓ ↓ ↓ ↓ $y = c + bx + ax^2$ Fazendo comparação:
--

(Conclusão)

$$s = y; \quad s_0 = c; \quad v_0 \cdot t = bx; \quad \frac{a \cdot t^2}{2} = ax^2$$

$$s_0 = c = 0; \quad v_0 = b = 0; \quad \frac{a}{2} = a = 0.42.$$

$$y = 0.42t^2$$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Durante a interpretação de dados relativa ao conceito de função de 2º grau apontada pela literatura, observei que os alunos de fato conseguiam relatar o que havia acontecido. De um modo geral, procurei não interferir enquanto realizavam as análises, porém alerta a possíveis descuidos com relação às interpretações. Um dos pontos marcantes dessa convivência ocorreu no momento em que dialogaram sobre a expressão algébrica da função matemática. Observei que para eles ficou explícita a associação entre os termos da função. Com o propósito de instigar as relações que se estabeleceram, perguntei-lhes: Vocês podem me relatar, de acordo com o modelo matemático de função de 2º grau, as relações estabelecidas? Nesse sentido, emergiram as seguintes enunciações:

“Professora, “y” é a variável dependente e “x” é a independente, tá acontecendo a relação dessas duas variáveis o tempo todo, isso aconteceu no experimento, foi visto” (A6).

“O que aconteceu no experimento pode ser comparado da função do 2º grau. A velocidade e aceleração que são constantes na função horária lá na Física, pode ser comparado com as letras “a” e “b” na matemática, estou errado, professora”? (A14).

“Eu entendi que os termos “ax²” e “bx” se correspondem. Um controla o outro” (A19).

“Que a função do 2º grau tem proporcionalidade de “y” e “x”” (A23).

“É fácil, professora. Eu vi na prática que “a” e “b” são fixos. E estão ligados sempre” (A25).

(Continua...)

(Conclusão)

“Função é uma igualdade. A variável “y” aguarda o que acontece com o x”
(A28).

Alguns alunos acrescentaram que fizeram a associação dos termos da função horária do experimento com a expressão matemática de função. Assim, pontuaram que as variáveis “y” e “x” de fato se relacionaram, o que comprova que eles conseguiram perceber o significado de cada coeficiente “a” e “b”, bem como o termo independente “c”. Após essa discussão, um aluno declarou: *“Professora, está faltando tirar a fotografia do experimento (risos)”!* (A17). Nesse momento, a maioria dos grupos já havia produzido rapidamente um desenho à mão. Contudo, solicitei que me apresentassem, primeiramente, os pares ordenados. A seguir, no Quadro 33, os dados organizados pelo Grupo 5.

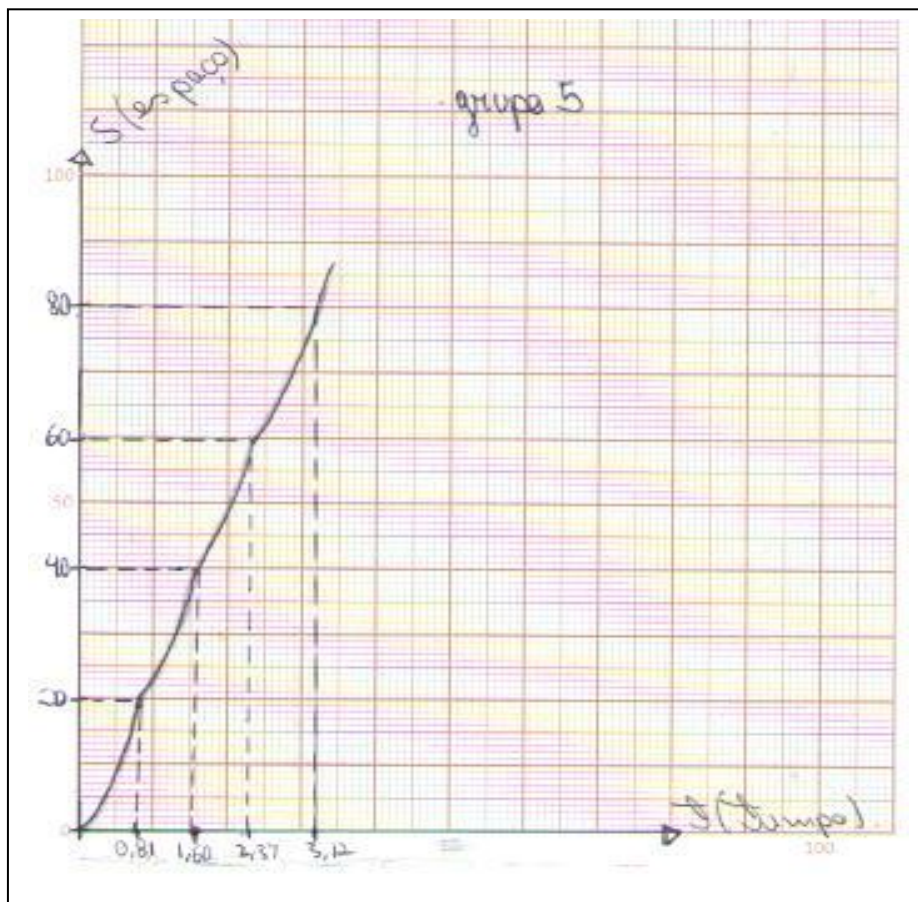
Quadro 33 – Apuração de dados realizado pelo Grupo 5

Tempo (t) em segundos	Espaço (s) em centímetros	Par ordenado (x; y)
0	0	(0;0)
0.81	20	(0,81; 20)
1.60	40	(1,60; 40)
2.37	60	(2,37; 60)
3.12	80	(3,12; 80)

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Também fez parte da atividade experimental a articulação dos dados empíricos com a construção gráfica. Diferentemente da primeira atividade experimental, em que a turma se sentia insegura quanto ao esboço do gráfico, nesta a maioria estava confiante, estabelecendo, assim, as grandezas de cada eixo coordenado (abscissa: tempo e ordenada: espaço). Durante a discussão, os alunos foram unânimes em considerar que o gráfico que melhor expressaria os dados experimentais seria uma curva e completaram asseverando que, como se tratava de um experimento do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado, ele não poderia ser expresso por uma reta. Como na Figura 18, todos os grupos fizeram uso da malha quadriculada.

Figura 18 – Gráfico gerado pelo Grupo 5



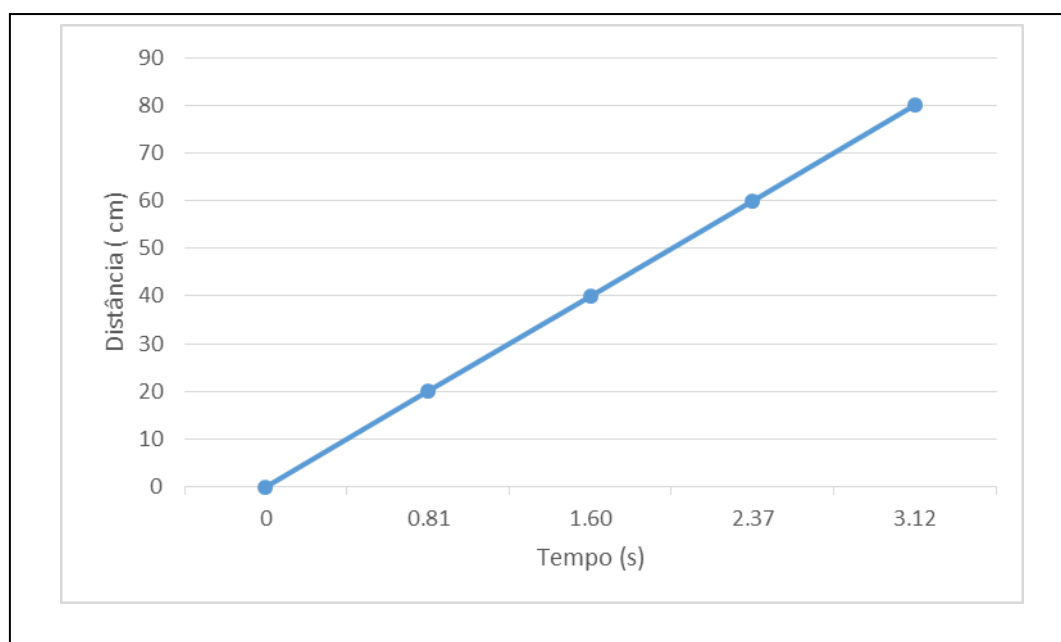
Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

A movimentação dos alunos na sala de aula era intensa enquanto elaboravam o gráfico, pois faziam comparações gráficas dos dados experimentais. O ponto convergente se deu no momento da comparação do gráfico obtido experimentalmente com a utilização de lápis e papel. Nas discussões, argumentaram ser a visão de reta e não de curva obtida do gráfico experimental. Nessa hora, a minha presença nos grupos foi fundamental, pois, ao interferir, comentei as características do gráfico. Dessa forma, a atividade se constituiu em uma oportunidade de estabelecer a relação funcional focando a percepção do aluno quanto à variação e à relação convergente de dependência das grandezas envolvidas. Nesse sentido, as Orientações Curriculares aos Parâmetros Curriculares (BRASIL, p. 72) expressam que

Sempre que possível, os gráficos das funções devem ser traçados a partir do entendimento global da reação de crescimento/decrescimento entre as variáveis. A elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções.

Além da atividade que envolveu o desenho gráfico com a utilização de lápis e papel, foi o uso da tecnologia. Já familiarizados com essa mídia, iniciaram o processo de análise da função originada do experimento. Nessa fase, os alunos utilizaram com desenvoltura a Planilha *Excel* e pouco solicitavam minha presença. Observei que digitavam as informações dos eixos s (distância), no vertical e t (tempo), no horizontal. Na Figura 19, o desenho do gráfico experimental do Grupo 5.

Figura 19 – Gráfico¹¹ construído a partir de dados do experimento do Grupo 5



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Pronto o gráfico, os alunos começaram a expor suas ideias com relação ao desenho apresentado. Os comentários envolviam a representação gráfica no formato de reta. Nesse caso, afirmavam que haviam feito algo errado. Surgiram outras concepções, tais como: “*Professora, o gráfico deu uma reta!*” (A11); “*Eu não estou entendendo mais nada*” (24); “*Tá errado alguma coisa?*” (A27); “*Não conseguimos construir uma curva!*” (A30). Ao analisá-las, procurei conscientizá-los de que o modelo gráfico esboçado foi em decorrência do termo linear ter sido muito pequeno. Diante desse fato, não invalidava o conhecimento científico vigente: o conceito de função de segundo grau.

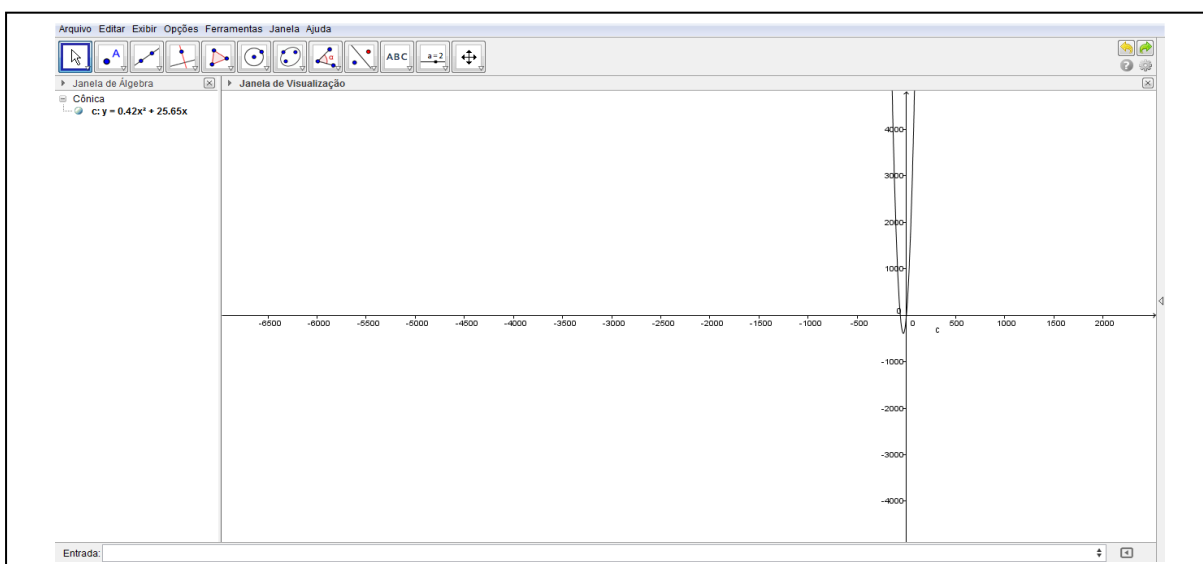
Em busca da resolução desse problema, testamos outras opções gráficas.

¹¹ Falha entre os dados observados no experimento e a representação da figura acima quando nos gráficos recomendados da Planilha Excel gerou o erro observado em que os pontos deveriam representar uma curva.

Talvez isso tenha ocorrido pelos valores de Δt terem sido muito próximos, o que limitou a representação gráfica, apontando uma reta. Não foi possível encontrar uma elaboração mais próxima de uma curva. Contudo, os resultados dessa atividade mostraram que os estudantes participaram ativamente da tarefa proposta, mostrando-se interessados em realizar a análise do gráfico e participar de suas discussões. Isso ocorreu durante toda a atividade, pois saíam de seus grupos a fim de verificar a conclusão dos demais. Aliado a isso, procuravam expor suas ideias, enriquecendo os debates, numa demonstração de que o conceito trabalhado teve significado para eles. Essas ações evidenciam que houve cooperação entre as equipes.

Após esta fase, os alunos utilizaram o *Software* GeoGebra para interpretar as relações existentes no experimento. Interagiram com a interface do *software*, utilizando o modelo algébrico encontrado $y = 0.42t^2$. O esboço do modelo gráfico gerado pelo Grupo 5 está exposto na Figura 20.

Figura 20 – Gráfico construído a partir dos dados do experimento do Grupo 5 no *Software* GeoGebra



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Após a apresentação, os alunos solicitaram a minha presença nos grupos, alegando que o gráfico não estava nítido. Indiquei-lhes a utilização da ferramenta ZOOM do *Software* GeoGebra, o que propiciou a conexão das ideias construídas no experimento e comportamento gráfico do fenômeno observado. Logo após, um deles comentou: “*E essa parte negativa do gráfico professora, não entendi!*”! (A2).

Respondi-lhes que a desconsiderassem, já que o trecho não fazia parte do movimento. Ato contínuo, outro estudante acrescentou: “*A parte positiva representa o que aconteceu no experimento*” (A17). Assim, percebi as suas construções, para as quais utilizaram a oralidade, a escrita e a informática, além de articular o gráfico, a função e os dados experimentais.

Ao serem instigados quanto à possibilidade de alterar os coeficientes da variável “ t ” da função horária, um aluno comentou: “*Vai mudar o experimento, professora*!” (A19). Essa noção de mudança de comportamento do gráfico foi rapidamente comentada pelos demais. Estes afirmaram que qualquer modificação nos parâmetros da função alteraria o formato do gráfico; contudo, não deixaria de refletir a função de segundo grau. O fato é que os estudantes observaram que as variáveis “ y ” e “ x ” e os parâmetros “ a ” e “ b ” estavam ligados. Neste sentido, foram discutidos conjuntamente os aspectos do gráfico mediante os parâmetros da função.

No andamento da tarefa, percebia que os grupos fundamentavam cada vez mais o processo de conceituação da função. Dessa forma, o trabalho com o *software* provocou uma compreensão global da função, atrelado ao seu aspecto algébrico e geométrico, o qual foi suficiente para dialogar sobre os tópicos que deveriam ser explorados.

Ainda com o objetivo de conhecer como o processo de conceituação da função ocorreu, os grupos novamente receberam o Relatório da Atividade Experimental (APÊNDICE E) para completar. Tal atividade permitiu que eles registrassem informações sobre o experimento. Dessa forma, com base na produção textual dos envolvidos na experiência de ensino, os temas apontados foram:

- A trajetória do *skate* e a função do 2º grau (Grupo 1).
- A descoberta da função quadrática através do movimento de um *skate* (Grupo 2).
- O movimento do *skate* formando função de 2º grau (Grupo 3).
- O experimento com o *skate* no estudo de função de 2º grau (Grupo 4).
- Descobrendo a função de segundo grau através do experimento (Grupo 5).

As respostas dos alunos quanto aos objetivos da atividade experimental atestam que eles conseguiram fazer reflexões guiados pelo referencial teórico adotado neste estudo. Na sequência, encontram-se as transcrições do material examinado:

“Aprender como se constrói função do 2º grau, tendo como experiência um skate descendo uma rampa” (Grupo 1).

“Descobrir utilizando os dados do experimento a função do 2º grau por meio do estudo do movimento uniformemente variado” (Grupo 2).

“Construir o modelo matemático de função do 2º grau através do experimento físico” (Grupo 3).

“Estudar o movimento do skate e construir a expressão matemática da função do 2º grau” (Grupo 4).

“Formar a função horária do experimento com o skate que representa a função do 2º grau” (Grupo 5).

Ao analisar os procedimentos que os alunos adotaram no desenvolvimento da prática experimental, chamou-me a atenção a descrição sobre o que experimentaram nas fases. O relato de dois grupos evidencia as etapas percorridas na construção do conceito matemático.

“Foi entregue todos os materiais. A professora deu tempo para a nossa organização. No começo, a leitura dos procedimentos de como íamos fazer. Depois, dividimos as tarefas para fazer a coleta dos dados. O skate teria que sair do zero, passar por todas as medidas. Mas os cronometristas tiveram que registrar as medidas que a professora pediu. Fizemos várias tentativas porque o nosso grupo não estava concentrado. Tinha colega que queria só se divertir com a descida do skate. A professora ajudou na experimentação e depois deu tudo certo” (Grupo 2).

“Recebemos tudo o que foi necessário para o experimento. Como o nosso grupo já tinha prática de realizar o experimento, a gente leu rapidinho o

(Continua...)

(Conclusão)

procedimento escrito e fomos logo dividindo a tarefa. Fizemos muitas vezes a repetição do experimento, porque o skate passava ligeiro pelas marcações da régua e tinha colega que não conseguia registrar na hora certa. Deu muito trabalho mais deu certo no final” (Grupo 4).

Quanto à questão de tratamento de dados, de um modo geral, os alunos informaram a maneira como os apuraram. Os grupos foram coesos quanto ao relato da situação de aprendizagem vivenciada.

“Quando terminamos de experimentar, pegamos os dados e começamos a fazer igual como da experiência do carrinho. Não gostamos de trabalhar com os números decimais. Incrível como no livro de Física os números são todos certinhos. Numa experiência, dá mais trabalho, encontramos números que assustam. Calculamos a velocidade e aceleração do objeto, o espaço inicial foi zero. Colocamos o que calculamos fizemos uma comparação com a Física” (Grupo 2).

“Depois de tudo terminado, a professora disse que teríamos que utilizar os procedimentos de apuração da atividade prática 3. O espaço inicial do skate foi zero. Usamos a fórmula da função horária do MUV para calcular a velocidade e aceleração. O significado do movimento foi bem legal quando colocamos na fórmula. A professora nos ajudou pra caramba. Ainda tivemos que pegar esses dados e montar outro modelo da matemática. Fizemos gráfico também” (Grupo 4).

“Seguimos os passos: pegamos os dados e sempre utilizamos a fórmula para calcular a velocidade e aceleração. A posição inicial não precisou porque o skate partiu do zero. O problema foi trabalhar com a interpretação dos dados porque a função não foi igual ao da experiência passada. Mas aprendemos a relação entre as grandezas (espaço e tempo). Foi feito o modelo matemático da experiência e gráfico também, no papel quadriculado” (Grupo 5).

O último tópico do relatório tratou da conclusão da experimentação. As informações contidas nas narrativas evidenciam que os educandos relacionaram os dados do experimento ao conceito formal de função de 2º grau. Tal fato é comprovado nas considerações pontuadas:

“Aprendemos mais uma vez o que significou o sentido de função do 2º grau, além do primeiro grau. Apesar de ter dado muito trabalho, o significado ficou na nossa cabeça” (Grupo 1).

“Quanto trabalho compreender função desse jeito. Nos livros eles não fazem assim. Depois de todo esse trabalhão, quando se olha para a fórmula no livro dá para compreender o que se esconde atrás daquelas letras. Mas foi muito importante essa atividade que a professora trouxe para nós do trabalho de mestrado dela” (Grupo 2).

“Nós concluímos que essa atividade foi muito boa. Nunca vimos isso em matemática, foi a primeira vez. Entendemos o significado de função do segundo grau de uma forma diferente do livro. Foi muito boa apesar do trabalho que não foi pouco” (Grupo 3).

“Concluímos uma coisa só: construímos um modelo físico e trabalhamos o seu significado na matemática e aprendemos o significado função do 2º grau” (Grupo 4).

“Com os dados construímos modelos e gráficos. Entendemos o que significa os coeficientes, variáveis e termo independente” (Grupo 5).

Considerando a importância de conhecer as concepções dos alunos acerca da atividade de experimentação, novamente apliquei o questionário intitulado autoavaliação. Após cada questão, encontra-se a resposta e sua análise.

A primeira questão foi “O que você aprendeu na experimentação de hoje”? Ao analisar as respostas, constatei que todos os participantes expressaram que a experimentação lhes possibilitou o entendimento do conceito de função de 2º grau. As mais frequentes foram:

“Aprendi o conceito de função de 2º grau através da experimentação. Foi melhor e foi mais rápido para entender a fórmula matemática” (A2).

“Eu me convenci que é possível estudar experimentando. No caso da função do segundo grau, saímos de um experimento para entender uma fórmula

(Continua...)

(Conclusão)

matemática” (A3).

“Que o experimento se transformou no conceito de função do 2º grau” (A7).

“Uma forma mais prática de estudar o conteúdo de função” (A8).

“Aprendi que existiu uma relação entre espaço e tempo e também velocidade e aceleração. Na função do segundo grau fizemos a comparação do que acontece por lá” (A10).

“Aprendi que existiu uma relação entre as variáveis dependente e independente e que o movimento do skate se transformou em função do segundo grau” (A12).

“Que a física interpreta o fenômeno e a matemática vem da forma. Ficou mais fácil estudar matemática assim” (A15).

“Que é possível se compreender um assunto na matemática experimentando” (A19).

“Que o movimento observado se transformou numa função da física e através desse assunto compreendi função do 2º grau” (A22).

Essas concepções revelam que os alunos se identificaram com a atividade”. Aliás, a sustentação dessa argumentação evidencia o quanto a experimentação foi relevante para aprender o conceito em foco. Nesse sentido, o Referencial Curricular do Estado do Maranhão (2006, p. 145) enfatiza que “É importante que o professor adote uma prática de ensino que aproxime o aluno dos conhecimentos da Matemática, com o uso de metodologias práticas, vivas, laboratoriais, que trabalhe casos concretos”.

“O que você achou da aula”? Nesse questionamento, desejava saber a opinião dos alunos sobre a aula de Matemática. Nesse sentido, constatei que todos reconheceram a sua importância na abordagem do conceito de função de 2º grau. Houve, também, muitas respostas repetitivas e, abaixo, encontram-se as mais representativas:

“Importante para saber como é função na prática” (A1).

“A aula foi fundamental para que se coloque em prática o aprendizado de função. A maneira diferente de estudar função, muito boa” (A3).

“Achei ótima, muito interesse a maneira como estudamos o conceito de função. Nunca imaginei que isso fosse possível na matemática” (A5).

“Boa, dinâmica e simples de compreender o conceito físico e matemático também” (A6).

“Ótima, com as aulas práticas podemos entender o conceito de função e aplicar no nosso dia a dia” (A8).

“Eu gostei muito e compreendi bacana” (A9).

“Interessante construir o conceito de função vendo as coisas acontecerem. Tudo concreto, foi muito bom” (A11).

“Muito interessante, principalmente na hora de apurar os dados. Ver a construção do modelo do experimento, nunca vou esquecer” (A14).

“Ótima aula, com a participação de todos. Permitiu-me aprender através de uma experiência função do segundo grau” (A21).

“Explicativa e cheia de detalhes” (A22).

“Muito boa. A explicação que estava faltando para compreender o mistério da fórmula da função” (A24).

“Muito legal. Pena que foi a última” (A26).

“Interessante. Apreendi bastante. Agora é só praticar essa ideia nos exercícios” (A27).

“Legal demais. Tudo ficou na minha mente desde da primeira experimentação até agora” (A30).

Nesses excertos, os alunos pontuaram a relevância de aprender função por meio da experimentação. Esta, para Lorenzato (2010, p. 72), é “Um processo que permite ao aluno envolver com o assunto em estudo, participar das descobertas e socializar-se com os colegas”.

Na terceira pergunta, “Você recebeu orientação suficiente para realizar a atividade experimental”?, as respostas apontam que os alunos foram atendidos durante todo o percurso da atividade. Ou seja, 100% responderam afirmativamente ao questionamento, comprovado nas declarações que seguem:

“Sim, claro. Foi tudo explicado” (A1).

“Sim, melhor impossível. A professora acompanhou tudo o tempo todo” (A2).

“Sim. Todas as vezes que precisei de informação a professora esclareceu muito bem” (A4).

“Em tudo. Nada faltou” (A6).

“Sim. Não consegui entender sozinho” (A9).

“Sim. Toda vez que eu e meus colegas precisamos de orientação, a professora estava ali para nos ajudar” (A16).

“Sim. Na verdade a professora explicou no começo e depois a gente fez sozinho. Algumas vezes pedimos orientações. Mas foi tudo bem” (A19).

“Sim. A professora estava de prontidão” (A24).

“Sim. Não precisamos de muitas explicações porque o nosso grupo já sabia fazer o experimento, só seguir o roteiro e as outras coisas pegamos do experimento anterior” (A25).

“Sim, se não fosse a professora, não dava para fazer apuração com os números decimais” (A29).

As ideias pontuadas nesses excertos revelam o estabelecimento da prática

pedagógica num ambiente adequado e com suporte necessário. Esse cenário permitiu que os alunos pudessem desenvolver suas atividades. Saliento que, como professora e pesquisadora, minha função era auxiliá-los a fim de que pudessem desenvolver o estudo. Nesse sentido, Sá e Nascimento (2014, p. 134) expressam que,

Portanto, quando o professor conduz suas aulas de forma diferente da tradicional, permite que o aluno entenda que a matemática não é apenas um monte de fórmulas prontas que ele deve decorar e repetir, mas que a mesma serve para resolver problemas práticos que surgem no dia a dia. Ao promover aulas diferentes o professor mostrará ao aluno o lado prático da matemática, e este poderá adequá-la ao seu cotidiano, fazendo com que a disciplina perca a sua “frieza” e o processo de ensino e aprendizagem ganhem contornos, permitindo ao aluno o descobrimento de estratégias matemáticas.

Ao analisar as respostas referentes à quarta pergunta, “Na atividade prática que você realizou qual a relação entre o experimento e a Matemática?”, verifiquei que todos os participantes manifestaram que houve relação do experimento com a Matemática. Os depoimentos transcritos explanam os argumentos que os alunos pontuaram:

“Do experimento retiramos os dados e depois foi tratamento matemático em que foi encontrada a função do 2º grau” (A3).

“A experiência se transformou numa função do segundo grau. O significado físico se uniu com o matemático” (A4).

“No experimento existiu a relação entre espaço e tempo. A matemática só veio para dar forma. Aprendi que essa ideia acontece na função do 2º grau em que o y e x também se relacionam” (A5).

“O significado do experimento foi uma coisa, mas foi ensinado que podemos aproveitar essa ideia para interpretar a função do 2º grau na matemática. Foi ótimo” (A7).

“Todos os momentos da experiência a matemática estava lá. Desde a coleta dos dados até a apuração traduzindo numa função do 2º grau” (A17).

“A relação foi notada desde o início. Desde os dados obtidos até o chamado tratamento de dados. O fenômeno foi uma função do 2º grau estudada na

(Continua...)

(Conclusão)

matemática. Esse experimento foi muito fantástico”! (A18).

“A relação entre a Matemática e o experimento é a Matemática calculada e o experimento ajuda a interpretar o que acontece no fenômeno observado. Essas duas coisas juntas ajudam a desenvolver o raciocínio da pessoa” (A19).

“O experimento deu duas coisas: os dados e o significado. A matemática entrou nos cálculos. Mas o significado de função do 2º grau foi percebido tanto em uma quanto na outra” (A22).

“Entendi que função do segundo grau teve origem na física. A matemática usa essa ideia vinda de lá” (A26).

Os excertos atestam que os alunos perceberam a relação entre o experimento e a Matemática e reconheceram que o primeiro refletiu as características de uma função de segundo grau. Ademais, compreenderam que a experiência recorreu à Matemática para modelá-la, ou seja, fizeram uma interligação dessa disciplina com o experimento. Nesse sentido, Campitelli e Campitelli (2006, p. 38 – 39) afirmam que,

No trabalho do professor, para que o aluno aprenda o conceito de função, pode lançar mão de fatos da realidade (em forma de problemas) e daí, chegar à representação simbólica através da representação matemática. [...]. Nessa expressão matemática do fenômeno estudado, os alunos acabam por aprender conceitos envolvidos no estudo de funções, podendo então aplicá-los às mais variadas situações do cotidiano.

Quando indagados sobre “Qual foi teu envolvimento (motivação/inteiração/trabalho em equipe) na realização do experimento”?, os estudantes responderam que participaram de tarefas em algum momento da aula experimental. Aliado a isso, registraram que as interações foram boas e que a turma se mostrou bastante participativa nesse aprendizado. Para ilustrar, seguem alguns depoimentos:

“Em descobrir que função representava o fenômeno observado” (A2).

“Não tinha como ficar parado com a experiência. Foi uma aula diferente” (A4).

“Eu fui o líder do grupo. Comandei todo o trabalho” (A6).

(Continua...)

(Conclusão)

“Trabalhei em equipe todo o tempo, os colegas estavam bem unidos” (A8).

“Eu participei registrando os tempos que o skate passou pelas marcações. Mais ajudei nos cálculos também” (A10).

“Participei de tudo. A equipe desenvolveu muito bem o experimento. A professora nos orientou e conseguimos interagir. Realizamos a experiência com sucesso” (A17).

“Eu fiz muito pouco. Tenho muita dificuldade em matemática” (A21).

“Apurei os dados e ajudei na elaboração do gráfico no papel quadriculado” (A28).

Sob à luz dessas respostas, constatei que os alunos se aproximaram da proposta de trabalho. Nesse processo de aprendizagem, sentiram-se protagonistas da construção do seu próprio conhecimento. Quanto a mim, sempre supervisionei e orientei a atividade prática com o propósito de valorizar o esforço de cada um. Além disso, como professora e pesquisadora da própria prática de sala de aula, observei que, nessa atividade experimental, houve uma maior aproximação entre os participantes, o que contribuiu para o estabelecimento de laços de confiança, promovendo a chance de argumentar, opinar e, sobretudo, a motivação na compreensão do conteúdo matemático. Nesse sentido, Micotti (1999, p. 165) discorre que,

Cabe ao professor planejar situações problemáticas (com sentido, isto é, que tenham significado para os estudantes) e escolher materiais que sirvam de apoio para o trabalho que eles realizarão nas aulas. Atividades que propiciem a sua manifestação sobre os dados disponíveis e possíveis de soluções para os problemas que desencadeiem suas atividades intelectuais. Nas situações voltadas para a construção do saber matemático, o aluno é solicitado a pensar – fazer inferências sobre o que observa, a formular hipóteses –, não, necessariamente, a encontrar uma resposta correta. A efetiva participação dos alunos nesse processo depende dos significados das situações propostas, dos vínculos entre elas e os conceitos que já dominam.

Em relação à sexta questão “Você teve alguma dificuldade na realização do experimento?”, 40% dos estudantes responderam que tiveram facilidade em desenvolver o estudo de função por meio da experimentação. As justificativas, a seguir, ilustram o que os alunos apontaram:

“Sim. A professora teve que explicar para mim três vezes como o experimento funcionava para eu entender” (A1).

“Sim. Na apuração dos dados. Aqueles números decimais me tirou do sério” (A2).

“Sim. Apenas no começo como qualquer início de assunto, mas depois normalizou” (A9).

“Sim. Quando foi desenvolver a fórmula” (A11).

“Um pouco no começo da experimentação. Depois ficou tudo normal” (A29).

Por seu turno, 60% afirmaram que:

“Não encontrei nenhuma dificuldade” (A3).

“Não. Já conhecia o assunto função” (A8).

“Não. O experimento foi muito fácil” (A19).

“Não. Experimento simples, pois foi grande aprendizado” (A22).

“Não. Recebi orientação suficiente” (A23).

A análise do excerto acima permite inferir que os alunos, de modo geral, compreenderam os objetivos da atividade. Outro fato relevante foi a constatação que o uso de um material diferente do livro didático contribuiu para renovar o interesse e sair da rotina das aulas tradicionais. Sobre isso, Curi (2009, p. 142) comenta que,

Em sala de aula, o desenvolvimento de atividades que permitam a comunicação dos alunos permite a construção de um ambiente de aprendizagem solidário, cooperativo, em que os alunos vão se apropriando da linguagem matemática, à medida que descobertas e dúvidas são socializadas nas atitudes de ouvir colegas e professor e expor suas ideias.

Na sétima questão “Você considerou o uso de atividade experimental importante para a construção do conhecimento sobre função de 2º grau? Justifique”, 90% argumentaram favoravelmente ao aprendizado desse saber matemático pela via experimental. As respostas mais frequentes foram:

“Sim, bastante. Se não fosse o experimento, aí mesmo que eu não iria jamais compreender função” (A1).

“Sim, muito importante, pois a função fica muito mais clara, muito melhor para entender no livro” (A4).

“Sim, muito importante, pois a função é um pouco difícil, e com essa experiência, ela ficou mais fácil de se compreender” (A5).

“Sim, pois com o experimento entendi função de uma forma dinâmica” (A9).

“Sim, porque é melhor estudar desse jeito, faz sentido a fórmula matemática de função” (A15).

“Sim, considere importante porque sempre estudei assunto de matemática usando livro. Essas aulas foram diferentes e eu aprendi muito mais e melhor” (A16).

“Sim, porque a experiência fica mais interessante e motivante para aprender matemática. Consequentemente é uma ferramenta muito legal para aprender outros assuntos da matemática” (A17).

“Sim, porque trabalhar a função nesse modo é muito bom porque a função é um tema muito difícil” (A19).

“Sim. Permitiu uma nova forma de conhecimento e emprego de função nos exercícios” (A22).

“Sim, porque fica mais fácil porque estou vendo na prática o que acontece numa fórmula matemática” (A23).

“Sim, porque na prática as dúvidas se esclarecem” (A24).

“Sim, como o experimento foi útil. Foi bem melhor estudar função praticando” (A29).

Ainda sobre o estudo de função realizado por meio de atividade experimental, apenas 10% dos alunos informaram que:

“Em parte. Dá muito trabalho. Uma aula “normal” seria melhor” (A21).

“Mais ou menos. Deu muito trabalho. No livro fica mais fácil por um lado pelo outro não” (A27).

“Em parte, dá muito trabalho se estudar fazendo experimento” (A30).

Portanto, dos trinta alunos que compunham a turma, vinte e sete avaliaram o experimento de forma positiva, salientando que, para eles, foi relevante usar esta metodologia. Os outros três participantes enfatizaram que o estudo de função mediante o uso do livro didático é mais fácil.

O resultado me autoriza inferir que o uso do experimento na Educação Matemática representa uma possibilidade de atender a diferentes modos de aprender, considerando o tempo e os processos individuais de construção do conhecimento. Nesse sentido, Moraes (1993) destaca que o verdadeiro experimento é aquele que permite ao aluno encaminhar as investigações descrevendo quais são os procedimentos que devem ser utilizados, bem como explorar e analisar os dados e dissertar sobre seus experimentos.

Para a pergunta “O que poderia ser mudado em relação às atividades futuras utilizando a experimentação para o ensino de função de 2º grau?”, 40% dos respondentes declararam “nada” e 10% argumentaram

“Que os alunos criassem um experimento do dia a dia para fazer em sala de aula” (A10).

“Mais experimentos para outros assuntos na matemática” (A13).

“Poderia ter mais aulas de experimentação” (A21).

Por sua vez, 30% citaram o pouco tempo destinado às atividades experimentais em sala de aula. A transcrição das respostas demonstra esse pensamento.

“Mais tempo, porque a experiência deu trabalho e a apuração dos dados, também. Daí, poderíamos fazer as coisas sem pressa” (A12).

“No experimento nada. O tempo que foi pouco para fazer tanta coisa” (A26).

“Utilizar mais tempo” (A27).

Já para 20%, a prática experimental poderia ter sido realizada em outro ambiente e não na sala de aula.

“Nós poderíamos ir para o laboratório de matemática ou de física porque tem outros recursos para usar” (A1).

“Usar os equipamentos do laboratório de física” (A3).

“Utilização dos laboratórios de matemática e física” (A22).

“Nós poderíamos ter ido ao laboratório de Física” (A23).

“Usar o laboratório de matemática” (A29)

Segundo Lorenzato (2010), com quem concordo, o professor precisa ser desafiado a criar um ambiente favorável para que o aluno se envolva num contexto de uma aula diferenciada, onde lhe sejam oferecidos diferentes modos de aprender. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 69) direcionam o trabalho do professor, na Educação Básica, para o ensino da Matemática quando enfatizam que,

Ao final do Ensino Médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico.

Na próxima seção, transcrevo duas questões que propus aos alunos a fim de avaliar como eles interpretaram as situações de aprendizagem que utilizam o conceito de função de 2º grau.

4.7 Encontro 15 – Questões relativas à função de 2º grau

Nesta seção, relato a apresentação e a discussão de duas situações propostas em que foi explorado o conceito de função de 2º grau (APÊNDICE K). Para o encontro, os alunos formaram seus grupos de trabalho conforme as aulas anteriores. Cada um deveria responder às duas questões em noventa minutos, por meio das quais especificaria o raciocínio utilizado.

No momento da distribuição das questões, os alunos emitiram alguns comentários em relação à intervenção pedagógica que estava terminando: “*Último encontro, chegou ao fim*”! (A6); “*Professora, as suas aulas vão continuar assim ou não*”? (A7); “*Ainda bem que esta é a última atividade, quanto trabalho*”! (A15); “*Professora, seu trabalho da universidade vai deixar saudades*”! (A19). Quanto a mim, dialogava e circulava entre os grupos, concluindo a distribuição do material. Nesse momento, fui tomada pelo sentimento de que o trabalho fora gratificante.

Em relação à atividade, desenvolvida em grupo, visava à interação de pares. As respostas seriam de acordo com as informações dadas dos alunos. No Quadro 34, segue a primeira questão proposta.

Quadro 34 – Primeira questão proposta relativa à função de 2º grau

1. No interior de uma escola pública existe uma área reservada ao horto medicinal. Com a pretensão de cultivar plantas medicinais, os alunos de uma turma do 1º ano dessa escola pretendem ampliar essa região retangular para o cultivo de outras plantas. Uma vez que essa região é retangular com 10 metros de comprimento e 7 metros de largura, qual a função matemática que corresponde à área da região após a ampliação?

Fonte: Elaborado pela autora.

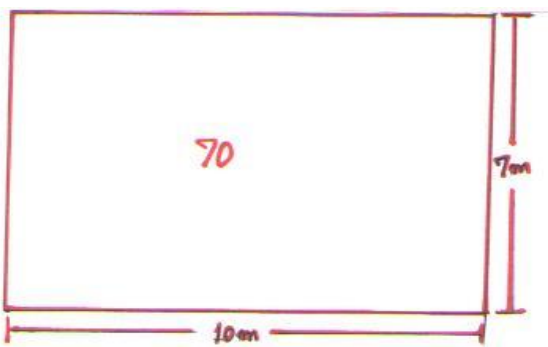
Ao receberem as questões e lê-las, os alunos argumentaram: “Professora, me deu um bloqueio mental com essas informações” (risos) (A12); “*Mas, como vou fazer isso*”? (A30). Ato contínuo, esclareci que a proposta da atividade era conceder-lhes a oportunidade de expressarem suas opiniões e de elaborarem diferentes estratégias de raciocínio para resolver as situações apresentadas. Prontamente, vários alunos afirmaram que estava difícil a resolução e que não sabiam o que fazer; logo,

precisariam pensar mais um pouco.

Ao percorrer a sala de aula, percebia que conversavam bastante entre si, e dois grupos estavam com dificuldade de iniciar a resolução da questão. Seus componentes alegavam desconhecer como iniciar a atividade embora soubessem que o objetivo era aumentar a região retangular. Informei-os que, de fato, a produção de tal registro exigia uma interpretação dos dados contidos no enunciado. Em seguida, solicitei que, antes de representar a função $f(x)$, mostrassem, por meio das representações algébrica e gráfica, a área da região reservada ao plantio de plantas medicinais.

Findas as orientações quanto à organização dos dados da questão, um aluno comentou: *“Ora, ora, professora, é óbvio que a região reservada para o plantio é calculada usando o comprimento do terreno e a largura dele”* (A6). Logo que a resolução da questão iniciou, dois grupos se revezaram no quadro branco, apresentando a seguinte dinâmica de raciocínios: escreviam a fórmula do cálculo da área do retângulo, davam uma breve explicação e mostravam as conclusões do que haviam compreendido. Percebi que o momento dessa produção foi diferente, pois o conhecimento era construído e não transmitido. Assim, acompanhava o que estavam entendendo da situação proposta e assumi o papel de auxiliar na condução das tarefas. No Quadro 35, a solução apresentada pelos alunos do Grupo 1.

Quadro 35 – Transcrição das informações coletadas dos dados iniciais

Desenho do terreno			
			
medida do prolongamento	comprimento (m)	largura (m)	área do retângulo (comprimento x largura)
0	10	7	$A = 10 \cdot 7 = 70 \text{ m}^2$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

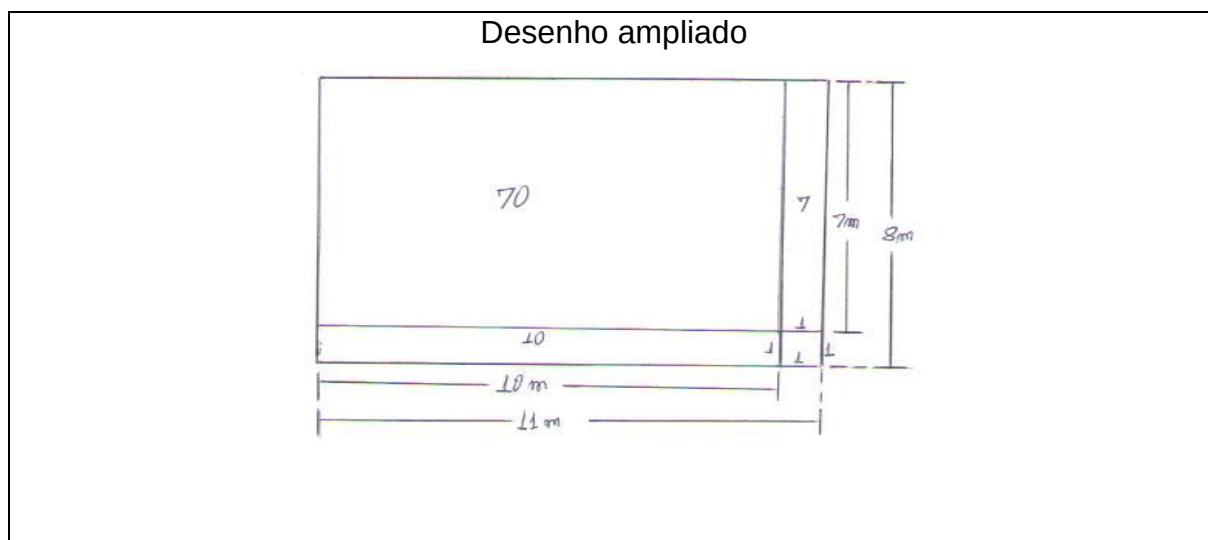
Nesse esquema, eles assinalaram a área levando em conta o produto do comprimento pela largura do terreno. Nesse sentido, as discussões, foram aparentemente simples, pois os alunos tinham instrumentos suficientes para utilizar essa linguagem simbólica, isto é, a expressão da área da região retangular. Todavia, no momento em que tiveram que explicar a proposta para aumentá-la, vários estudantes perguntaram se poderiam utilizar qualquer número para ampliar as dimensões.

Ao lhes responder, sugeri que ampliassem as discussões em seus grupos e buscassem estratégias que viabilizassem uma solução para o problema. Enquanto isso, alguns tentavam se expressar ao mesmo tempo, pois estavam muito ansiosos por conhecer o modelo matemático. Em vista disso, questionavam-me como poderiam chegar à resposta; entretanto, não lhes forneci nenhuma pista, o que permitiu que o grupo prosseguisse com os debates. Nesse sentido, Paschoal e Lanzoni (2006, p. 186) apontam que

Promover comunicação em matemática é dar aos alunos a possibilidade de organizar, explorar e esclarecer seus pensamentos. O nível ou grau de compreensão de um conceito ou ideia está intimamente relacionado à comunicação bem-sucedida deste conceito ou ideia. Quanto mais os alunos têm oportunidade de refletir sobre um determinado assunto, falando, escrevendo ou representando, mais eles compreendem o mesmo.

Ao final das discussões, os alunos do Grupo 5 apresentaram interpretações conforme informações contidas no Quadro 36.

Quadro 36 – Esquema da representação geométrica e algorítmica do terreno em análise 1



(Continua...)

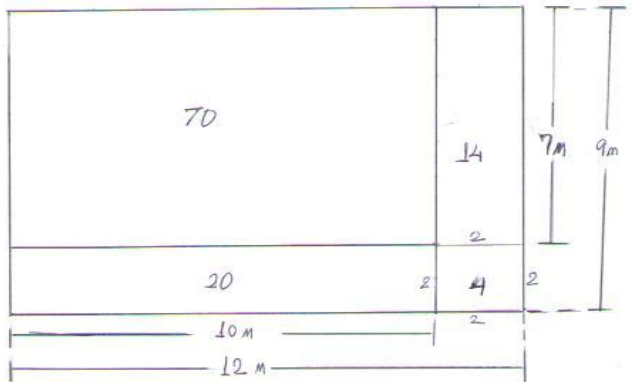
(Conclusão)

medida do prolongamento	comprimento (m)	largura (m)	área do retângulo (comprimento x largura)
1	$\underbrace{10+1}_{11}$	$\underbrace{7+1}_8$	$A = \underbrace{(10+1)(7+1)}_{88}$ $A = 10.7 + 10.1 + 1.7 + 1.1$ $A = 70 + 10 + 7 + 1$ $A = 88 \text{ m}^2$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Nessa análise, os alunos ampliaram as medidas do terreno, tanto na horizontal quanto na vertical, em um metro. Acompanhando a reflexão nos grupos, percebi que seus diálogos não envolviam somente a técnica para encontrar a nova área do terreno, mas, sobretudo, a questão do significado da representação matemática em relação à realidade (situação-problema). Como ainda não haviam conseguido expressar o modelo algébrico da função de segundo grau, prosseguiram com os registros algébrico e numérico. As conclusões a que chegaram podem ser evidenciadas pelo esboço do Grupo 3, apresentadas no Quadro 37.

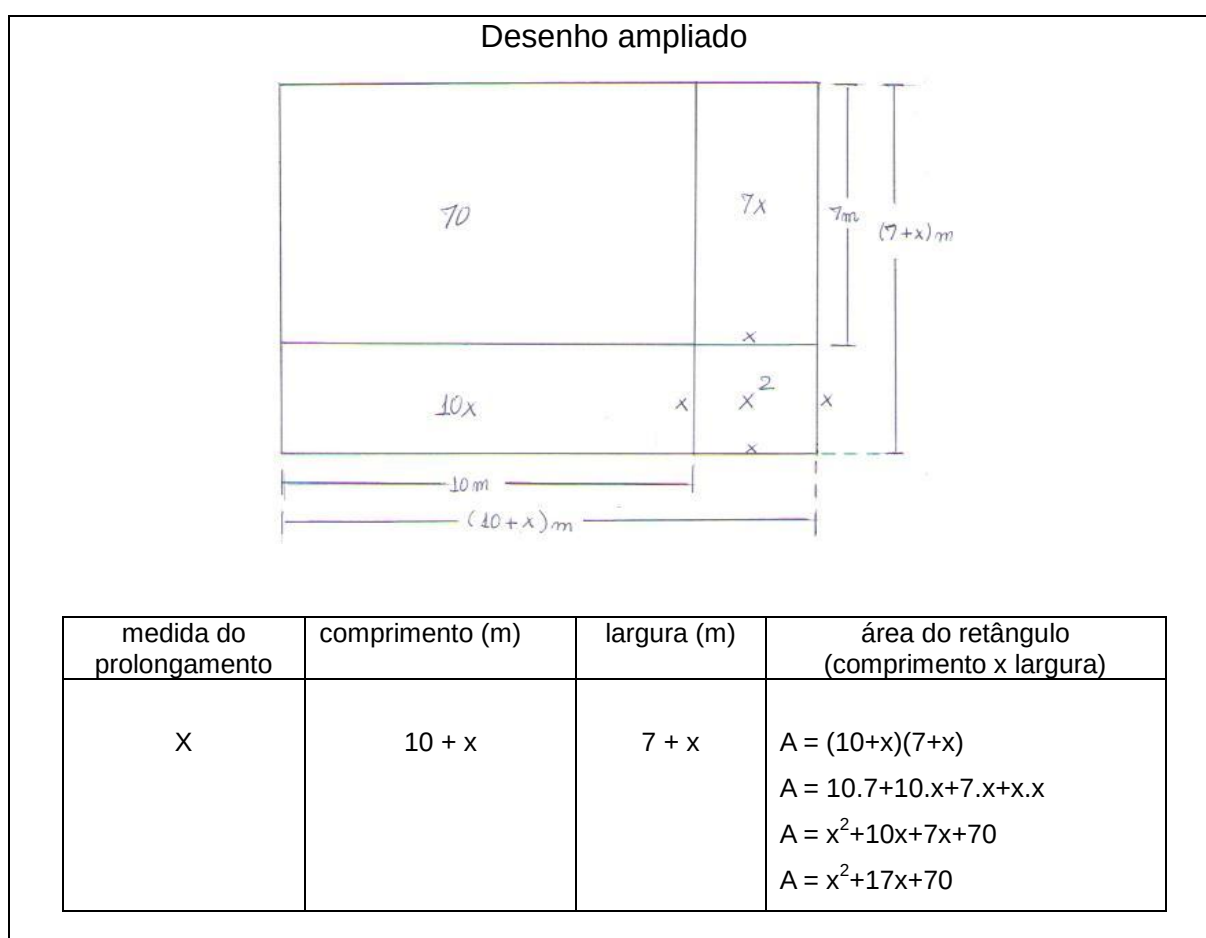
Quadro 37 – Esquema da representação geométrica e algorítmica do terreno em análise 2

Desenho ampliado			
			
medida do prolongamento	comprimento (m)	largura (m)	área do retângulo (comprimento x largura)
2	$10 + 2$	$7 + 2$	$A = (10+2)(7+2)$ $A = 10.7 + 10.2 + 2.7 + 2.2$ $A = 2^2 + 10.2 + 2.7 + 70$ $A = 4 + 20 + 14 + 70$ $A = 108 \text{ m}^2$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Durante a discussão na sala, o que me chamou atenção foi a interpretação que davam ao problema, isto é, sabiam o que e como fazer para resolvê-lo. O questionamento de um discente “E se aumentarmos o comprimento e largura, usando a mesma medida, agora de dois metros”? (A24), foi muito significativo. No raciocínio evidenciado no esquema, os alunos adicionaram numericamente o mesmo valor ao comprimento e largura do terreno, concluindo que, ao realizar a combinação entre essas medidas, a área tendia a aumentar. Dessa forma, entenderam que, se acrescentassem uma medida “x”, poderiam encontrar o modelo matemático da questão. Para ilustrar esse entendimento, no Quadro 38, aparecem as discussões geradas pelos participantes do Grupo 2.

Quadro 38 – Esquema da representação geométrica e algorítmica do terreno análise 3



Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

A partir das análises efetivadas, os alunos compreenderam que, ao alterarem os valores para “x”, ocorria uma combinação entre os de “ ax^2 ” e “ bx ”, mudando a área do terreno. Com esse raciocínio, mostraram sua capacidade de pensar

algebricamente, apontando o modelo de função quadrática que representou a situação apresentada.

Como última parte desta etapa de resolução de questões, os alunos, em grupos, partiram para a análise da questão 2, apresentada no Quadro 39.

Quadro 39 – Segunda questão proposta relativa a função de 2º grau

2. (Adaptado de Guelli – 2003) No planejamento de uma casa de lanche, planeja-se colocar 12 mesas, estimando que o lucro diário por mesa seja de R\$10,00. Caso haja excesso de fregueses, com mesas adicionais, o lucro por mesa será reduzido por R\$0,50 por cada mesa colocada a mais. Encontre o modelo matemático que permite calcular o lucro desse estabelecimento.

Fonte: Elaborado pela autora.

Visando à solução da questão, alguns alunos perguntaram: “*Professora, é para usar a fórmula de função de 2º grau?*” (A5). Respondi-lhes que a ideia era apontar um modelo matemático da situação apresentada descrevendo a expressão algébrica da função. Ao passar pelos grupos, observava que, enquanto alguns alunos representavam as mesas por letras, outros tinham dificuldades de interpretar o enunciado. Um deles comentou: “*Não sabemos a técnica para descobrir a fórmula matemática desse problema*” (A13). Nesse momento, percebi que, quando a resolução exigia dos alunos interpretação, as dificuldades aumentavam, pois não possuíam o hábito de se expressarem nas aulas de Matemática.

Contudo, esclarecidas algumas dúvidas, os grupos partiram para a resolução da questão. Houve bastante movimento na sala de aula e, inclusive, troca de ideias entre as equipes. Constantemente, solicitavam minha presença para confirmar se o raciocínio que estavam desenvolvendo era coerente. No Quadro 40, segue o esboço do raciocínio do Grupo 1.

Quadro 40 – Resolução do grupo 1

Resolução:

Total de mesas: 12

Lucro diário por mesa: R\$10,00

Acréscimo de mesas: x

Valor do lucro reduzido por mesa: R\$0,50

$f(x)$ é a função

Representando:

$$f(x) = (12+x) \cdot (10 - 0,50x)$$

$$f(x) = 12 \cdot 10 - 12 \cdot 0,50 \cdot x + 10x - x \cdot 0,50 \cdot x$$

$$f(x) = 120 - 6x + 10x - 0,5x^2$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 4x + 120$$

Comparação com a função $f(x) = ax^2 + bx + c$

a e b são números reais constantes (se relacionam)

c é o termo inicial

$$a = -0,5; b = 4 \text{ e } c = 120$$

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

O raciocínio desenvolvido pelos alunos indicou que houve entendimento em relação à quantidade de mesas inicialmente apontadas no enunciado da questão. O grupo concluiu que a quantidade “ x ” correspondia ao provável acréscimo de mesas. Pelo contexto, caso aumentasse a quantidade de fregueses, havia uma redução de lucro por mesa colocada a mais.

Os argumentos presentes nas respostas dos alunos foram bastante significativos. Como exemplo, cito “*Esses dados se relacionam, mas como chegar a expressão matemática?*” (A23). Eles concluíram que deveriam somar doze mais “ x ” porque se tratava de acréscimo de mesas e fazer a diferença do lucro, no caso, dez

com cada um real que era perdido diante do número de mesas colocadas. Dessa forma, montaram a forma fatorada da situação apresentada. Em seguida, efetuaram os cálculos e descobriram que, se não fosse acrescida nenhuma mesa, o lucro diário dessa casa de lanche seria de cento e vinte reais. Pelo modelo matemático apontado, perceberam que os termos x^2 e $2x$ se relacionavam entre si.

Assim, neste capítulo, descrevi e analisei todos os encontros da intervenção pedagógica desenvolvida. Ressalto que solicitei uma avaliação no final das atividades experimentais por considerar que os participantes da pesquisa poderiam expor, ao longo das atividades, opiniões fundamentais sobre a proposta. De acordo com minhas observações e depoimentos dos alunos, acredito que a turma compreendeu a dinâmica de atividades exploradas em sala de aula. O estudo de conceito de funções e de seus significados com o uso de artefatos foi uma experiência instigante, pois permitiu a sua construção pelo próprio discente, contribuindo, assim, para o seu entendimento.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomo, aqui, o objetivo a que me propus nesta pesquisa: Utilizar experimentos como estratégia de ensino na compreensão do conceito de função de 1º e de 2º graus. Minha expectativa, com essa asserção, era que os alunos pudessem efetivar práticas, manipular símbolos, realizar cálculos, identificar modelos matemáticos, bem como interpretar os resultados.

Durante meus estudos, encontrei poucas pesquisas já efetivadas quanto ao uso de Atividades Experimentais no ensino de Matemática. Por outro lado, descobri algumas investigações que utilizaram experimentos físicos para a compreensão de conceitos de funções matemáticas. Tal fato me motivou a desenvolver um estudo sobre essa metodologia no Ensino das Ciências e Matemática com vistas à abordagem de tópicos da Cinemática e Dinâmica, contemplados nas atividades experimentais, com o propósito de compreender o conceito matemático de função de 1º e de 2º graus.

Durante o processo, também proporcionei atividades com o uso do computador, cujas imagens, com uso particular da Planilha *Excel* e o *Software* GeoGebra, permitiram a observação das representações gráficas oriundas da experimentação, ampliando o espectro de conjecturas.

Na análise das experiências de ensino desenvolvida por meio das atividades experimentais, os estudantes integraram os conhecimentos de movimento uniforme e a lei de Hooke com a Matemática em busca de significados do conceito de função. Nesse ambiente de estudos, pontuo que, inicialmente, alguns discentes resistiram às

aulas práticas de Matemática, pois estavam habituados às tradicionais. Contudo, à medida que as dinâmicas se efetivavam, essas posturas se tornavam menos evidentes.

Também merecem ser salientadas a interação em pares e as produtivas reflexões geradas mesmo diante das dificuldades em trabalhar os conhecimentos físicos que sustentaram cada experimento. De fato, elas não impediram que os alunos se dedicassem às investigações; ao contrário, sentiam-se desafiados a preencher essas lacunas conceituais. Dessa forma, as ideias e informações veiculadas durante as tarefas, tais como as observações, as medidas, as dúvidas, as questões levantadas e as conclusões, foram devidamente socializadas nos grupos. Essas ações foram trabalhadas com efetiva participação e cooperação da turma, visando ao conceito de função matemática.

Em todas as práticas, os educandos partiram dos dados experimentais e estruturaram a equação do modelo do fenômeno observado. Os modelos matemáticos foram expressos pela turma por meio das linguagens algébrica e gráfica, acompanhadas de análises sob o ponto de vista matemático. E na finalização de cada experimentação, houve a elaboração do relatório e autoavaliação da prática pedagógica. Destaco ainda que a exploração do conceito de função em sala de aula e as atividades de experimentação propostas concorreram para o entendimento conceitual de função de 1º e de 2º graus. Os dados emergentes do experimento auxiliaram na compreensão dos termos “variação” e “dependência”, noções presentes nos simbolismos que formalizaram tais conceitos. Assim, o de função centrou-se na correspondência da variável dependente $f(x)$ com a denominada variável independente (x) .

Mediante os procedimentos efetivados na prática, acompanhados de descrições e análises, acredito ter encontrado a resposta para a pergunta que norteou a presente investigação: **Quais as contribuições do uso de atividades experimentais, nos processos de ensino e aprendizagem de funções de 1º e de 2º graus, com os alunos do 1º ano do Ensino Médio?**

Como uma das respostas à questão, após a prática efetivada, posso inferir que as atividades experimentais têm potencial para o desenvolvimento de uma

variedade de processos de pensamento matemático nos alunos. Neste sentido, emergiram aspectos relevantes, os quais foram constatados por meio de análises das experiências vividas pelos participantes. Segue, portanto, algumas implicações da prática pedagógica:

- Interesse e engajamento coletivo nas atividades propostas.
- Os experimentos proporcionaram aulas dinâmicas desencadeando discussões acerca dos conceitos abordados.
- Os experimentos físicos se constituíram elementos motivadores na construção dos conceitos de funções de 1º e de 2º graus.
- Melhorou a compreensão do conceito de função com a mudança de estratégia de ensino.
- Desenvolvimento do trabalho em equipe, utilização de argumentação matemática na produção de significados ao estudo por meio da elaboração de relatórios.
- Os discentes desempenharam o papel de pesquisadores tornando-se agentes da construção do próprio conhecimento.
- Articulação de diferentes registros, mediante o uso do programa Excel e do *software* GeoGebra.
- Viabilidade do uso de experimentação nas aulas de Matemática com vistas à aprendizagem do aluno.
- Exploração de conceitos físicos e matemáticos com possibilidade de generalizações, além das contidas nos livros didáticos.

Cabe ainda ressaltar que, aliada às dificuldades provenientes do ato de experimentar, na intervenção pedagógica, a maioria dos alunos teve problemas em relação ao tratamento de dados. Em alguns casos, eles se constituíram em tarefas árduas, como a de cálculos de medidas que envolveu médias aritméticas, proporcionalidade e números decimais. Somada a esses obstáculos, aponto a transição do significado físico para o matemático do conceito de função, principalmente quando relacionado a formas algébricas.

Enfatizo que, para mim, como professora dessa turma, foi valiosa a experiência que envolveu este projeto, o qual me possibilitou observar o empenho dos alunos nos trabalhos em grupos, os cálculos efetivados e o seu aprendizado. Nesse sentido, acompanhar o caminho por eles percorrido quanto ao uso de atividades experimentais na aprendizagem de conteúdos matemáticos se constituiu em uma das mais significativas práticas pedagógicas que já vivenciei.

Ao concluir, asseguro que não tive a pretensão de esgotar qualquer reflexão acerca dos conceitos em questão. Certamente, há muito o que investigar em relação ao tema função, ainda que se considere apenas o seu conceito. Nesse sentido, aponto que as atividades práticas podem ser utilizadas pelos professores que pretendem abordar este assunto em sala de aula, haja vista que, no desenvolvimento das atividades, os alunos se sentiram construtores do seu próprio conhecimento.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, A. F. Criação e implementação de um Laboratório de Ensino de Matemática de forma participativa e colaborativa no Ensino Fundamental em Escola Pública. In: I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia. Paraná, 2009. **Anais eletrônicos**. Paraná: UTFPR. Disponível em: <http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais/artigos/10%20Ensinodematematica/Ensinodematematica_artigo5.pdf>. Acesso em: nov. 2015.
- ARAÚJO, M. S. T; ABIB; M.L.V.S. Atividades Experimentais no Ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. **Revista de Ensino de Física**, [S.l.], v. 25, n. 2, 2003. p. 176-179.
- ÁVILA, Geraldo. **Cálculo das funções de uma variável**. 7. ed. [S.l.]: LTC, v. 1, 2003.
- AZEVEDO, M.C.P.S. de. Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula. In: CARVALHO, A.M.P. de (Org.). **Ensino de Ciências: Unindo a Pesquisa e a Prática**. 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013. p. 19-33.
- BASSOLI, Fernanda. Atividades Práticas e o ensino-aprendizagem de ciência(s): mitos, tendências e distorções. **Revista Ciência e Educação**, [S.l.], v. 20, n.3, p. 579-593, jul./set. 2014. Disponível em: <<http://http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v20n3/1516-7313-ciedu-20-03-0579.pdf>>. Acesso em: 14 set. 2016.
- BERNARDO, F. G. **Gráfico de funções: uma abordagem dinâmica e experimental**. 2013. 52 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Sucklow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <http://dippg.cefet-rj.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=1155&Itemid=167>. Acesso em: 30 jul. 2014.
- BOYER, Carl. B. **História da matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRAGA, Ciro. **Função: a alma do ensino da matemática**. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2006.

BRANDL, Eduardo; RAMOS, Elenita E de L. As funções polinomiais do 1º e 2º graus sob a perspectiva da teoria das representações semióticas de Raymond Duval. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, 2013. **Anais...** Curitiba, 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/334_580_ID.pdf>. Acesso em: 25 nov. 2014.

BRANDL, Eduardo; RAMOS, Elenita E de L. As funções polinomiais do 1º e 2º graus sob a perspectiva da teoria das representações semióticas de Duval. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, 2013. **Anais...** Curitiba, 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/334_580_ID.pdf>. Acesso em: 30 out. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEF, 1999. 364p.: il.

_____. Ministério da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. BRASÍLIA: MEC/SENTEC, v. 2, 2008. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 12 set. 2014.

CAMARGO, Denilso da Silva; ROCHA. Ensinando Funções de Primeiro Grau – Experimento, *Software Livre e Mídia*. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, [S.l.], v. 9, n. 1, jul. 2011. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/renote/article/view/21885>>. Acesso em: 10 ago. 2014.

CAMPITELI, Heliana Cioccia; CAMPITELI, Vicente Coney. **Funções**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2006.

CARAÇA. Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Gradiva, 1951.

CASTRO, Ruth Schmitz. Uma e outras histórias. In: CARVALHO, A. M. P de (Org.). **Ensino de Ciências: unindo a pesquisa e a prática**. São Paulo: Cengage Learning, 2013. p. 101 – 117.

COSTA, Gislaine D. F. Em Busca DE Atitudes Positivas com Relação à Matemática? FIORENTINI, D; CRISTOVÃO, Elaine M. (Orgs.). **Histórias e investigações de/em aulas de matemática**. Campinas, SP: Alínea, 2006. p. 83 – 121.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CURI, Edda. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa, 2009.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

DELIZOICOV, Demétrio; ANGOTTI, Joé A.; PERNAMBUCO, Marta M. **Ensino de Ciências**: fundamentos e métodos. São Paulo: Cortez, 2011.

DOCA et al. **Conecte Física**: mecânica. 2. ed. São Paulo: Ática, 2011.

DOMINGUES, Hygino H.; IEZZI, Gelson. **Álgebra Moderna**. 4. ed. São Paulo: Atual, 2003.

FAINGUELERNT, Estela K; NUNES, Katia A. Nunes. **Matemática**: práticas pedagógicas para o Ensino Médio. Porto Alegre: Penso, 2012.

FIORENTINI, Dario; CRISTOVÃO, Eliane M. **Histórias e investigações de/em aulas de matemática**. Campinas, SP: Alinea, 2006.

FOLLADOR, Dolores. **Tópicos especiais no ensino de matemática**: tecnologias e tratamento da informação. Curitiba: Ibepex, 2007.

GARBI, Gilberto G. **A Rainha das Ciências**: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. 5. ed. São Paulo: Editora da Física, 2010.

GASPAR, Alberto. **Física**: Mecânica. São Paulo: Ática, 2011.

_____. **Atividades experimentais no ensino de física**: uma nova visão baseada na teoria de Vigotsky. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

GIORDAN, M. O papel da experimentação no ensino de ciências. **Química Nova na Escola**, [S.l.], n. 10, p. 43 – 49, 1999. Disponível em: <<http://qnesc.sbq.org.br/online/qnesc10/pesquisa.pdf>>. Acesso em: 18 ago. 2014.

GUELLI, Oscar. **Matemática**. São Paulo: Ática, 1999.

GUIMARÃES, Rita Santos. **Atividades para aprendizagem do conceito de função**. 2013. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/4414/3047.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 22 set. 2014.

HALLIDAY, D.; RESNICK, J. R. **Fundamentos de Física**: mecânica. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. 11. ed. Porto Alegre: Bookman, 2011.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática**: ciências e aplicações. São Paulo: Atual, v. 1, 2001.

IEZZI, Gelson et al. **Conecte**: matemática ciência e aplicação. 1. ed. São Paulo: Atual, v. 1, 2011.

JAPIASSÚ, H.; MARCONDES, D. **Dicionário Básico de Filosofia**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1996.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e realidade**: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da Matemática. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MARANHÃO. **Referenciais Curriculares**: Ensino Médio do Estado do Maranhão. São Luís, 2004.

_____. Secretaria de Estado da Educação. **Referenciais Curriculares**: Ensino Médio. São Luís, 2006. p. 185.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MENEGHETTI, Renata C. G.; REDLING, Juliette P. Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio. **Bolema**, [S.l.], v. 26, n. 42A, p. 193 – 229, abr. 2012. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223573010.pdf>>. Acesso em: 8 out. 2014.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções & Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 154.

MIGUEL, Antonio et al. **História da matemática em atividades didáticas**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MORAES, R. **A experimentação no ensino de Ciências**. Projeto Melhoria de Qualidade de Ensino – Ciências do 1º Grau. Governo do Estado do Rio Grande do Sul, SE, 1993.

MORETTI, Mércles T. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In: MACHADO, Sílvia D. A. (Org.) **Aprendizagem em matemática**: Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

MUNEM, Mustafa; FOULIS, David J. **Cálculo 1**. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 1982.

NACARATO et al. **A matemática dos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios de ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NACARATO, Adair M.; SANTOS, Cleane A. **Aprendizagem em Geometria na educação básica**: a fotografia e a escrita na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

OLIVEIRA, J.R.S. de. Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente. **Revista Acta**

Scientiae, [S.l.], v. 12, n. 1, p. 139-156, jan./jun. 2010. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/31/28>>. Acesso em: 12 nov. 2014.

OLIVEIRA, Marcelo R. **Álgebra, proporção, frações**. 1. ed. Belém, 2012.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 5. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

OLIVEIRA, Rodrigo Lopes. Pensamentos matemáticos em diálogos escritos. In: CRISTOVÃO, E. M.; FIORENTINI, D. (Org.). **Histórias e investigações d/em aulas de matemática**. Campinas, SP: Alínea, 2006. p. 55 – 72.

PARATELI, C. A. et al. A Escrita no Processo de Aprender Matemática. In: FIORENTINI, D.; CRISTOVÃO, E. M. (Org.). **Histórias e investigações de/em aulas de matemática**. Campinas, SP, 2006. p. 39 – 53.

PASCHOAL, Fernando L.; LANZONI, André C. Investigações em Álgebra com o Uso do Computador. In: CRISTOVÃO, Eliane M; FIORENTINI, Dario (Orgs.). **Histórias e investigações de/em aulas de matemática**. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. Campinas, SP: Alínea, 2006. p. 244.

PASSOS, Cármen L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

PERUZZO, Jucimar. **Experimentos de física básica: mecânica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012.

PIETROCOLA, Maurício. Curiosidade e imaginação – os caminhos do conhecimento nas ciências, nas artes e no ensino. In: CARVALHO, A. M. P. de (Org.). **Ensino de Ciências: unindo a pesquisa e a prática**. São Paulo: Cengage Learning, 2013, p. 119 – 133.

PONTE, J. P. **O conceito de função no currículo de Matemática**. Educação e Matemática. [S.l.: s.n.], 1990.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades**. Campinas, SP: Papirus, 2006.

PROSPERO, Matheus de Barros Ramos. **Uma atividade experimental para o estudo de funções no ensino fundamental**. 2013. 73f. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – PROFMAT, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, São Paulo, 2013. Disponível em: <http://bit.profmtat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/321/2011_00184_MATHEUS_DE_BARRAS_RAMOS_PROSPERO.pdf?sequence=1>. Acesso em: 31 jul. 2014.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**.

Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROSITO, B.A. O ensino de Ciências e a experimentação. In: MORAES, R. (Org.). **Construtivismo e ensino de Ciências: Reflexões epistemológicas e metodológicas**. 3. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2011, p. 151 – 161.

SÁ, Pedro F. de; NASCIMENTO, Antonio Paulo M. do. O Ensino das relações trigonométricas por atividades. In: SÁ, Pedro F. de; JUCÁ, Rosineide de Sousa (Orgs.). **Matemática por atividades: Experiências didáticas bem-sucedidas**. Petrópolis: Vozes, 2014, p. 133 – 147.

SADOVSKY, Patrícia. **O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios**. São Paulo: Ática, 2007.

SÁFADI, Telma; TOLEDO, Maria do Carmo R. P; WERLANG, Nelson Willibaldo. **Cálculo diferencial e integral**. Lavras, MG: UFLA/FAEPE, 2000.

SIPLE, Ivanete Zuchi; ZABEL, Marília. Experimento massa-mola: uma abordagem dinâmica para o ensino das funções. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, [S.l.], v. 6, n. 2, p. 15 -171, mai./ago. 2013. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1634>>. Acesso em: 10 nov. 2014.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática**. Campinas: Papirus, 2014.

SOUZA, Joamir R. **Novo olhar: matemática 1**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

VALLADARES, Renato J. Costa. **O jeito matemático de pensar**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2003.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

YAMAMOTO, Kazuhito; FUKE, Luiz Felipe. **Física para o Ensino Médio 1**. 3. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física I: mecânica**. 12. ed. Digital. São Paulo: Pearson, 2008.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de Anuência da Direção da Instituição de Ensino**TERMO DE ANUÊNCIA DA DIREÇÃO DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO**

Senhor (a) Gestor (a):

Eu, Jacy Pires dos Santos, integrante do corpo discente do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário UNIVATES - RS, autorizado pela Portaria MEC nº. 1.077, de 31/08/2012, venho solicitar a autorização para a realização de minha pesquisa de Mestrado intitulada; “Construindo os conceitos matemáticos de funções do 1º e 2º graus por meio de atividades experimentais”. O objetivo geral é analisar as contribuições do uso de experimentações, nos processos de ensino e aprendizagem de funções de 1º e 2º graus com alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Esclareço ainda, que o processo de coleta de dados pretende ser realizado por meio de aplicação de questionários, registro de áudio e vídeo e diário de campo com os alunos do 1º ano do turno vespertino desta instituição de ensino.

Desde já, agradeço a disponibilização visto que a pesquisa contribuirá para a comunidade escolar e científica.

Pelo presente termo de anuência declaro que autorizo a realização das atividades de intervenção nesta instituição de ensino.

Data: ____/____/____

Gestor (a) Geral

Jacy Pires dos Santos

Mestranda em Ensino de Ciências Exatas – UNIVATES

APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

A mestranda Jacy Pires dos Santos, integrante do corpo discente do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário Univates - RS, autorizado pela Portaria MEC nº. 1.077, de 31/08/2012. Irá realizar encontros com os alunos do 1º ano do Ensino Médio. A finalidade é desenvolver seu projeto de pesquisa denominado CONSTRUINDO CONCEITOS MATEMÁTICOS DE FUNÇÕES DO 1º E 2º GRAUS POR MEIO DE ATIVIDADES EXPERIMENTAIS. O objetivo analisar as contribuições do uso de atividades experimentais, nos processos de ensino e aprendizagem de funções do 1º e 2º graus com os alunos do Ensino Médio. Para tanto, aplicar-se-á um questionário de opinião e avaliativo, atividades experimentais e exercícios, que serão realizados nos encontros nos quais serão por meio de gravações (vídeo e áudio).

O conteúdo dos referidos questionários e das gravações, somente serão utilizados pela mestranda e ficará sob guarda da mesma, dando-se garantia de manutenção do caráter confidencial e anônimo das informações que, juntamente com os resultados estarão sempre sob sigilo ético, não sendo mencionados os nomes dos participantes em nenhuma apresentação oral ou trabalho escrito que venha a ser publicado. Além disso, a participação não representará nenhum custo para os sujeitos envolvidos.

A concordância em participar dos questionários, das gravações ou de qualquer outro meio de investigação dá garantia de receber, a qualquer momento, resposta a toda pergunta ou esclarecimento de qualquer dúvida acerca da pesquisa e de seus procedimentos; liberdade de retirar o consentimento a qualquer momento e deixar de participar do estudo, sem que isso traga qualquer prejuízo ao participante.

Pelo presente Termo de Consentimento Livre Esclarecido, o participante declara que foi esclarecido, de forma clara e detalhada, livre de qualquer forma de constrangimento ou coerção, dos objetivos, da justificativa e dos procedimentos a que será submetido e autoriza a participação por meio deste questionário.

A pesquisadora responsável é a mestranda Jacy Pires dos Santos, do Centro

Universitário Univates de Lajeado, RS, orientada pela professora Dra. Marli Teresinha Quartieri que poderá se contatada pelo e-mail mtquartieri@univates.br ou pelo telefone (51) 3714-7000 ramal 5517.

Nestas condições, solicita o seu consentimento.

Pesquisadora: Jacy Pires dos Santos
jacypires@uol.com.br

Participante da pesquisa

APÊNDICE C – Questionário inicial

Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Jacy Pires dos Santos

QUESTIONÁRIO INICIAL

Objetivo: Conhecer o perfil dos participantes da pesquisa e o entendimento quanto ao conceito de função.

Turma: _____ Série: _____ Turno: _____

I – Parte A - Assinale com um “x” o perfil em que você se enquadra:

1. Sexo: a) () Masculino b) () Feminino
2. Idade: a) () 15 anos b) () 16 anos c) () 17 anos
3. Como você considera seu rendimento na disciplina matemática?
- a) () Excelente b) () Bom c) () Regular d) () Ruim

II – Parte B – Escreva seu entendimento sobre funções.

1. Você sabe dizer o que é uma função?

2. Em que situação do dia a dia você utiliza o conceito de função?

3. O que você estudou sobre funções?

4. Que tipos de funções você conhece?

APÊNDICE D – Procedimentos da primeira atividade prática

Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Jacy Pires dos Santos

Atividade prática 1 – Movimento de uma esfera de aço em queda livre em um equipamento projetado

- Objetivos da experiência
 - ✓ Vivenciar as etapas da experimentação.
 - ✓ Coletar os dados, apurar os resultados e construir o modelo matemático.
 - ✓ Demonstrar graficamente resultados coletados na experiência.

- Procedimentos da atividade prática 1
 1. Um aluno abandona a esfera de aço do topo do tubo de plástico.
 2. Com o ímã cilíndrico de neodímio, um aluno conduz a esfera da base até uma altura de 100 centímetros de onde a mesma cairá em queda livre em um tubo plástico contendo álcool em gel.
 3. Um aluno fará a cronometragem do tempo do deslocamento da esfera ao longo do tubo plástico, comunicando com outro colega o momento em que o objeto passará pelos marcadores indicados na régua do equipamento.
 4. Cada aluno deverá realizar o experimento uma vez, podendo ser repetido, caso haja necessidade.
 5. De posse dos tempos t (segundos) e posições s (centímetros), correspondentes, um aluno preencherá o quadro abaixo:

x (cm)	0	20	40	60	80	100
t (s)						

6. Construção do modelo matemático e gráfico da função.
7. Elaboração do relatório.

APÊNDICE E – Modelo de Relatório

Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Jacy Pires dos Santos

MODELO DE RELATÓRIO DA ATIVIDADE REALIZADA

Cabeçalho:

- Escola:
- Data da realização da atividade prática:
- Disciplina:
- Nomes dos integrantes dos grupos:

1. Título: (Elaborar um título para o experimento).
2. Objetivos da atividade: (Que objetivos foram observados durante a realização da tarefa?).
3. Procedimentos: (Descrever todas as ações realizadas para obtenção de dados).
4. Tratamento dos dados: (Descrever os dados encontrados e a análise realizada com os dados obtidos).
5. Conclusão: (Escrever a síntese dos resultados encontrados com do experimento realizado).

APÊNDICE F – Questionário de autoavaliação

Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Jacy Pires dos Santos

QUESTIONÁRIO DE AUTO AVALIAÇÃO

Objetivo: Analisar a percepção dos alunos quantos as atividades práticas no aprendizado de funções

Aluno (a): _____ Turma: _____ Série: _____ Turno: _____

1. O que você aprendeu na experimentação de hoje?

2. O que você achou da aula?

3. Você recebeu orientação suficiente para realizar a atividade experimental?

4. Na atividade prática que você realizou, qual a relação entre o experimento e a Matemática?

5. Qual foi o seu envolvimento (motivação/inteiração/trabalho em equipe) na realização do experimento?

6. Você teve alguma dificuldade na realização do experimento?

7. Você considerou o uso de atividade experimental importante para a construção do conhecimento sobre função? Justifique.

8. O que poderia ser mudado em relação às atividades futuras utilizando a experimentação para o ensino de função?

APÊNDICE G – Procedimentos da segunda atividade prática

Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Jacy Pires dos Santos

Atividade prática 2 – Alongamento de uma mola em um equipamento projetado

- Objetivos da experiência
 - ✓ Conduzir as etapas da experimentação.
 - ✓ Registrar os dados e apurar os resultados.
 - ✓ Identificar a função matemática da experimentação.
 - ✓ Esboçar o gráfico dos resultados da experiência.

- Procedimentos da atividade prática 2
 1. Um aluno medirá o comprimento da mola com uma trena e a colocará no gancho metálico.
 2. Outro estudante verificará o valor da massa de cada objeto a ser medida na balança de precisão.
 3. Um participante fará o encaixe da primeira massa no suporte e posicionará na mola e, em seguida anotará o alongamento da mola.
 4. A segunda massa será encaixada encima da já existente no suporte e será registrada a segunda distensão da mola.
 5. A última massa será inserida encima das duas cargas já existentes no suporte e o terceiro estiramento será descrito.
 6. Tomadas as medidas, em grupo, preencher o quadro seguinte.

Massa - em gramas	Alongamento da mola $\Delta L = L - L_0$ (em cm)	Constante elástica (k)

7. Elaboração do modelo matemático e do gráfico da função.
8. Elaboração do relatório.

APÊNDICE H – Questões propostas relativas a função do 1º grau

Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Jacy Pires dos Santos

Objetivo: Resolver questões propostas referentes a funções do 1º grau

QUESTÕES

1. O boleto, abaixo, representa a mensalidade de uma escola de idiomas, referente ao mês de julho de 2014.

Banco S.A.	
Pagável em qualquer agência bancária até a data do vencimento	
Cedente Escola de idiomas	Vencimento 31/07/2014
Data do documento 02/07/2014	Agência/cód.cedente
Uso do banco	(=) Valor documento R\$200,00
Informações Observação: no caso de pagamento em atraso, cobrar multa de 4,00 mais 0,50 centavos por dia de atraso.	(-) Desconto
	(-) Outras deduces
	(+) Multa
	(+) Outros acréscimos
	(=) Valor cobrado

Fonte: Doca et al., 2011, p. 75 (Adaptado do livro Conecte Matemática: ciência e aplicações. v. 1).

Se $M(x)$ é o valor, em reais, da mensalidade a ser paga, em que x é o número de dias em atraso, então:

- a) $M(x) = 200 + 0,50x$
- b) $M(x) = 200 + 4x$
- c) $M(x) = 200 + 4,50x$
- d) $M(x) = 204 + 0,50x$
- e) $M(x) = 204 + 4,50x$

2. (Elaborado pela autora, 2014) As barracas de praia de São Luís vendem coco por um preço tabelado de R\$3,70. Para não fazer cálculos toda vez que vende coco(s), o proprietário de barracas montou fez uma lista, conforme o modelo que segue:

Quantidade de coco (s)	Preço (R\$)
1	3,70
2	7,40
3	11,10
4	14,80
5	18,50
6	22,20
7	25,90
8	29,60

Fonte: Elaborado pela autora.

Com base nesses dados, responda:

a) Quais são as grandezas envolvidas na situação descrita?

b) Qual é a função que descreve o valor a pagar em função da quantidade de cocos comprados?

c) Elabore o gráfico da função utilizando os valores do quadro.

d) Se o proprietário da barraca vender 50 cocos durante todo dia, qual será a renda apurada?

3. (Elaborado pela autora, 2014) Uma professora do Ensino Médio de uma escola pública, trabalhando em um projeto de pesquisa, sentiu a necessidade de levar seus alunos até um parque ecológico nas proximidades da cidade. Foi necessário fretar um micro-ônibus com 20 lugares para acomodar todos os participantes do projeto. A empresa prestadora de serviço acordou o valor de R\$240,00 para os estudantes, e uma cortesia para a professora. Considerando essas informações, faça o que se pede:

a) Quais são as grandezas envolvidas nesse texto?

- b) Elabore um quadro contendo uma amostra de valores a serem pagos por 1, 4, 8, 15 e 20 participantes.

- c) Como se escreve matematicamente o total a ser pago pelo número de participantes da pesquisa?

- d) E se faltarem 5 alunos no dia da visita ao parque ecológico, quanto cada aluno deverá desembolsar?

4. (Elaborado pela autora, 2014) Em um posto de combustível na capital maranhense, o litro de gasolina comum na “promoção” custa R\$ 2,90. Com quantos litros o cliente abastecerá o seu carro gastando R\$ 58,00? Qual a função que descreve o total a pagar em relação ao número de litros comprados?

APÊNDICE I – Procedimentos da terceira atividade prática

Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Jacy Pires dos Santos

Atividade prática 3 – Movimento de um carrinho numa estrada ilustrativa

- Objetivos da experiência
 - ✓ Conduzir as etapas da experimentação.
 - ✓ Registrar os dados e apurar os resultados.
 - ✓ Identificar a função matemática da experimentação.
 - ✓ Demonstrar graficamente a experiência realizada.

- Procedimentos da atividade prática 3
 1. Um aluno colocará o carro na posição A do percurso e de posse do controle remoto comandará o movimento do carro na estrada até o ponto D.
 2. Três participantes farão a cronometragem do tempo do deslocamento do carro ao passar pelos marcos indicados na estrada, comunicando com outro colega os registros dos dados.
 3. O grupo deverá realizar o experimento até três vezes e, dependendo da necessidade, poderá fazer mais tentativas.
 4. De posse dos tempos t (segundos) e posições s (centímetros), correspondentes, um aluno preencherá o quadro abaixo:

t (s)				
s (cm)	A ($S_0 = 0$)	B ($S_1 = 10$)	C ($S_2 = 40$)	D ($S_3 = 90$)

5. Construção do modelo matemático e do gráfico da função.
6. Elaboração do relatório.

APÊNDICE J – Procedimentos da quarta atividade prática

Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Jacy Pires dos Santos

Prática 4 – Movimento de um *skate* descendo uma rampa ilustrativa

- Objetivos da experiência
 - ✓ Realizar a experimentação.
 - ✓ Coletar e apurar os dados.
 - ✓ Apresentar os resultados e construir o modelo matemático.
 - ✓ Demonstrar graficamente a experiência realizada.

- Procedimentos da atividade prática 4
 1. Um aluno colocará o *skate* na rampa de lançamento e soltará o mesmo no momento combinado com os colegas cronometristas.
 2. Três colegas registrarão o tempo do deslocamento do *skate* de dedo pelas marcações da régua nos pontos 0 cm, 20 cm, 40 cm, 60 cm e 80 cm.
 3. Com o cronômetro a punho, os cronometristas registrarão o tempo de deslocamento do *skate* de dedo pelas marcações da régua nos pontos 0 cm, 20 cm, 40 cm, 60 cm e 80 cm.
 4. De posse dos tempos t (segundos) e posições s (centímetros) correspondentes, um estudante fará o preenchimento dos dados que seguem:

s (cm)	0	20	40	60	80
t (s)					

5. Construir o modelo matemático e gráfico da função.
6. Elaboração do relatório.

APÊNDICE K – Questões propostas relativas a função do 2º grau

Centro Universitário UNIVATES

Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas

Mestranda: Jacy Pires dos Santos

Objetivo: Resolver questões propostas referentes a funções do 2º grau

QUESTÕES

1. (Elaborado pela autora, 2014) No interior de uma escola pública existe uma área reservada ao horto medicinal. Com a pretensão de cultivar plantas medicinais, os alunos de uma turma do 1º ano dessa escola, pretendem ampliar essa região retangular para o cultivo de outras plantas. Uma vez que essa região é retangular com 10 metros de comprimento e 7 metros de largura, qual a função matemática que corresponde a área da região, após a ampliação?

2. (Adaptado de Guelli – 2003) No planejamento de uma casa de lanche, planeja-se colocar 12 mesas, estimando o lucro diário por mesa seja de R\$10,00. Caso haja excesso de fregueses, com mesas adicionais, o lucro por mesa será reduzido por R\$0,50 por cada mesa colocada a mais. Encontre o modelo matemático que permite calcular o lucro desse estabelecimento.