CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

A UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE MODELLUS* PARA O ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS POR MEIO DO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

Claudionor de Oliveira Pastana

Lajeado, fevereiro de 2017

Claudionor de Oliveira Pastana

A UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE MODELLUS* PARA O ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS POR MEIO DO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

Dissertação apresentada ao Programa de Qualificação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário Univates, como parte da exigência para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientador: Dr. Ítalo Gabriel Neide

Lajeado, fevereiro de 2017

Claudionor de Oliveira Pastana

A UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE MODELLUS* PARA O ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS POR MEIO DO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

A Banca examinadora abaixo aprova a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário UNIVATES, como parte da exigência para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas:

Dr. Ítalo Gabriel Neide (Orientador)

Centro Universitário Univates

Dra. Marcia Jussara Hepp Rehfeldt Universitário Univates

Dra. Miriam Ines Marchi

Centro Universitário Univates

Dra. Sônia Elisa Marchi Gonzatti

Centro Universitário Univates

Lajeado, fevereiro de 2017

Dedico este trabalho às pessoas
mais importantes de minha vida:
minha filha, Alicia Pastana,
a minha mãe Iracema Oliveira,
que sempre foram meu porto seguro.

AGRADECIMENTOS

Agradeço do fundo do meu coração a todos que contribuíram de alguma forma para a realização desta pesquisa. As palavras de apoio e incentivo, as orientações e ideias, bem como as correções necessárias foram essenciais para que eu conseguisse percorrer esta caminhada com incentivo e vitória.

Agradeço a Deus pelas oportunidades e vivências maravilhosas nesta grande fase de estudo da minha vida. A minha família, que é o meu maior exemplo e porto seguro, sempre me incentivando e aguentando os momentos de estresse. Agora poderemos aproveitar mais momentos juntos.

Ao Professor Dr. Ítalo Gabriel Neide agradeço de forma especial. Além de grandes orientações e contribuições sempre me apoiou. É um profissional que levo como exemplo para a minha caminhada na educação.

Aos demais familiares e amigos do PPGECE que sempre me apoiaram e incentivaram com palavras de carinho e apoio nos momentos em que mais precisei.

À Direção, Coordenação e alunos da 3ª série do Ensino Médio da Escola Estadual Augusto dos Anjos, que participaram com interesse e entusiasmo desta pesquisa.

Às professoras Dra. Sônia Elisa Marchi Gonzatti e Dra. Ieda Maria Giongo pela participação na minha banca de qualificação, que muito contribuíram com as sugestões e melhorias indicadas naquele momento.

Aos Professores do PPGECE da UNIVATES. A presença de vocês nesta caminhada foi importante demais, pois contribuíram com esta minha formação, além de serem excelentes exemplos de profissionais dedicados e competentes no fazer pedagógico.

Enfim, obrigado amigos, familiares, professores, pelas palavras de carinho, incentivo, apoio e principalmente por fazerem parte da minha vida. Todos vocês são muito especiais para mim!

RESUMO

Esta dissertação aborda a utilização do *software Modellus* no Ensino de Matemática e de Física como recurso na construção de conceitos de Funções Trigonométricas, associados às atividades envolvendo Movimento Harmônico Simples, cujo problema de pesquisa foi: Quais as implicações de utilizar o *software Modellus*, para ensinar os conceitos de Funções Trigonométricas por meio do Movimento Harmônico Simples, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio da Educação Básica na cidade de Macapá – AP? O estudo foi realizado em uma escola pública da rede estadual do município de Macapá, Amapá, tendo como participantes, trinta e seis estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Os objetivos específicos propostos na pesquisa foram: conhecer as concepções prévias dos alunos sobre as Funções Trigonométricas aplicadas por meio de atividades do Movimento Harmônico Simples; planejar e desenvolver atividades no *software Modellus* integrando as Funções Trigonométricas e o Movimento Harmônico Simples; verificar se os resultados obtidos durante a prática pedagógica indicam que o ensino desenvolvido com o uso de tecnologias pode possibilitar um caminho diferenciado para o ensino de Funções Trigonométricas. A pesquisa é de natureza qualitativa. Para levantamento dos dados, foram utilizados um questionário estruturado prévio, o desenvolvimento da atividade pedagógica utilizando o *software Modellus* e o questionário de avaliação da prática pedagógica, além de observações feitas em um diário de campo, fotos e filmagens. A análise dos dados apontou que: a) os alunos antes da intervenção pedagógica, apresentavam a falta de alguns conceitos de funções trigonométricas em especial, quando integrado ao movimento harmônico simples; b) o material produzido durante a prática pedagógica desenvolvida com os alunos apontou ser expressivo, pois contribuiu para que houvesse a compreensão e elaboração de conceitos de funções trigonométricas; c) os alunos, diante da proposta apresentada, mostraram-se predispostos a aprender os conceitos de funções trigonométricas quando integrados ao movimento harmônico simples; d) a análise das respostas dos alunos indicam que as atividades desenvolvidas com o *software Modellus* utilizado nos conceitos de funções trigonométricas, foram bem motivadoras quando integrado ao movimento harmônico simples.

Palavras-chave: Funções Trigonométricas. Movimento Harmônico Simples. *Software Modellus*.

ABSTRACT

This dissertation discusses the use of the software Modellus in Teaching of Mathematics and Physics as a resource in the construction of concepts of Trigonometric Functions, associated with activities involving Simple Harmonic Movement, whose research problem was: What are the implications around the use of the software Modellus to teach concepts of Trigonometric functions in a 3rd year high school class of basic education in the city of Macapá - AP? The study was conducted in a public state school in the city of Macapá, Amapá, having as participants, thirty-six 3rd year high school students. The specific objectives proposed in the survey were: take aware of students' preconceptions about Trigonometric Functions, applied through Simple Harmonic Movement activities; planning and developing activities in the software Modellus, integrated to the Trigonometric Functions and Simple Harmonic Movement; verifying that the results obtained during the pedagogical practice indicate that teaching developed using technologies can enable a differentiated way to the teaching of Trigonometric Functions. The research is qualitative. For data collection, we used a previous semi-structured questionnaire, development of pedagogical activities using the software Modellus and the satisfaction questionnaire, observations in a diary, photos and filming. The data showed that: a) students showed before the educational intervention the lack of some concepts of trigonometric functions, especially when integrated with simple harmonic movement; b) the material produced during the pedagogical practice developed with the students pointed being potentially significant because it contributed for the modification, enrichment and development of concepts of trigonometric functions; c) concerning the proposal that was introduced to them, the students showed to be predisposed to learn the concepts of trigonometric functions when integrated into simple harmonic movement, favoring the occurrence of learning of new concepts; d) the analysis of the student’s answers indicated that activities developed with the *software Modellus* applied in concepts of trigonometric functions, pointed out be heartening when integrated to simple harmonic movement.

Key words: Trigonometric functions. Simple Harmonic Movement. Software Modellus.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AP – Amapá

Capes – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

DCNEM – Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

LIED – Laboratório de Informática Educativa

MCU – Movimento Circular Uniforme

MHS – Movimento Harmônico Simples

PA – Pará

SciELO – Scientific Electronic Library Online

SNEF – Simpósio Nacional de Ensino de Física

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

TI – Tecnologia da Informação

TICS – Tecnologias da Informação e Comunicação

UEAP – Universidade Estadual do Amapá

UNIFAP – Universidade Federal do Amapá

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A exploração de recursos tecnológicos, em particular do computador, está possibilitando consideráveis avanços nos processos de ensino de Matemática em diversos estabelecimentos educacionais (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014). Nesse sentido, o emprego dos recursos tecnológicos em sala de aula pressupõe, obrigatoriamente, uma reflexão sobre a prática pedagógica desenvolvida pelos docentes, no sentido de contribuir com os processos de ensino e de aprendizagem. Vale ressaltar, porém, que muitas vezes a utilização desses recursos não significa avanço na prática pedagógica (QUARTIERI; DULLIUS; GIONGO, 2012).

Verifica-se no ambiente de sala de aula que os recursos tecnológicos, em especial o computador, quando empregados sem cunho pedagógico, não possuem aplicabilidade de intermediação e contribuição para a construção de novos conhecimentos ao educando, mesmo presentes no cotidiano educacional e na vida do aluno. Esse fato se dá devido à ausência do preparo por parte das escolas, em aproveitar os avanços tecnológicos, então, é de suma importância que os professores aprendam os conhecimentos referentes a eles, para poder transmiti-los aos alunos (PINTO, 2012).

No ambiente escolar existem algumas experiências em relação ao uso dos recursos computacionais em situações de aprendizagem no ensino de Matemática e Física, assim como nas outras disciplinas de Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Essas práticas educacionais, porém, poderiam ser mais presentes e interligadas às diversas áreas de conhecimento (PACHECO; BARBOSA, 2013).

Ainda para esses autores, o emprego de *software* no Ensino de Matemática e Física não é um produto pronto, com uma receita para sua aplicação e utilização, no entanto, vale ressaltar que é um excelente recurso quando administrado e explorado de maneira clara, objetiva e eficiente.

Devido a esses fatores favoráveis do uso de recursos tecnológicos na construção de conceitos científicos, no Ensino, elaborei este trabalho com o intuito de discutir a aplicabilidade do *software* de modelagem computacional *Modellus* na construção de conceitos de Funções Trigonométricas, associados às atividades envolvendo Movimento Harmônico Simples. Dos diversos trabalhos publicados a respeito do emprego do *Software Modellus* no ensino de Física na Educação Básica, em âmbito nacional, nos últimos cinco anos, apenas dois trabalhos abordam sua utilização na Matemática do Ensino Médio: um do Instituto Federal do Pará e outro da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul.

Para desenvolver a pesquisa utilizei como aportes teóricos, examinei as obras de diversos autores, tais como: em Tecnologias no ensino, Sousa, Moita e Carvalho (2011), Borba, Silva e Gadanidis (2014), Rodrigues (2014), Llano e Adrián (2013) Baruti e Araújo (2015), Heidemann, Araújo e Veit (2012); em Funções Trigonométricas, Ávila (2003), Lima et al. (2012), Guidorizzi (2011), Iezzi (2013); e, no Movimento Harmônico Simples, Young e Freedman (2008), Chaves e Sampaio (2007), Halliday, Resnick e Walker (2012).

Os recursos tecnológicos são uma realidade do cotidiano dos discentes, por isso, cabe aos docentes planejarem estratégias de inserção das tecnologias nos processos de ensino e de aprendizagem. Diante desse contexto, estabeleci, como tema deste estudo, “a utilização do *software Modellus* no ensino da Matemática e da Física”. O problema que alicerçou esta análise foi: “Quais as implicações de utilizar o *Software Modellus*, para ensinar os conceitos de Funções Trigonométricas por meio do Movimento Harmônico simples, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio da Educação Básica na cidade de Macapá – AP?”.

Como objetivo geral desta pesquisa, busquei investigar as implicações de utilizar o *Software Modellus*, para ensinar os conceitos de Funções Trigonométricas por meio do Movimento Harmônico simples, em uma turma do 3º ano do Ensino

Médio da Educação Básica na cidade de Macapá – AP. Também estabeleci três objetivos específicos:

- Conhecer as concepções prévias dos alunos sobre as Funções Trigonométricas por meio de atividades do Movimento Harmônico Simples;

- Planejar e desenvolver atividades no *Software Modellus* integradas às Funções Trigonométricas e ao Movimento Harmônico Simples;

- Verificar se os resultados obtidos durante a prática pedagógica apresentam indícios de que o uso de tecnologias pode possibilitar um caminho diferenciado para o ensino de Funções Trigonométricas.

Cotidianamente, durante o desenvolvimento de minha prática docente, tenho me deparado com educandos que apresentam dificuldades em relacionar os conteúdos de Matemática, ministrados em sala de aula, com outras áreas de conhecimento, como a Física, a Química e a Biologia, bem como em correlacioná-los com o seu dia a dia. Preocupado com essa questão, tenho como meta desenvolver um material didático[1], sobretudo fazendo uso de novas tecnologias, que interligue os conceitos de Matemática e Física, objetivando uma conexão com o cotidiano do aluno.

A escolha desta proposta, "A utilização do *Software Modellus* para o ensino de Funções Trigonométricas por meio do Movimento Harmônico Simples", emergiu a partir da minha experiência diária no ensino de Matemática e Física, visto que atendo discentes do segundo e terceiro anos do Ensino Médio, e percebi que, no 3º ano do Ensino Médio, os alunos apresentam dificuldades de apreensão de alguns conceitos de Funções Trigonométricas.

Possivelmente, essa problemática seja advinda de alguns fatores como: baixa carga horária da disciplina de Matemática; conteúdo muito extenso na disciplina; o fato de o professor não possuir domínio suficiente do conteúdo para compartilhar com os alunos. Mediante essas dificuldades apresentadas, tive interesse de

[1] Godoi e Padovani (2009) destacam que materiais didáticos são mediadores entre professor, aluno e o conhecimento a ser ensinado e aprendido.

averiguar como a utilização de atividades de Movimento Harmônico Simples, interligadas com o *Software Modellus,* pode contribuir para se ensinar os conceitos de Funções Trigonométricas.

O processo de interligação entre as diversas disciplinas do currículo escolar poderia ser mais bem articulado. Para fazê-lo, há diversas formas, mas uma, em potencial, poderia ser a utilização de tecnologias, em particular no desenvolvimento de modelagem de fenômenos naturais em *softwares* educativos[2]. Esses *softwares* fazem uso de modelagem computacional, que permite a demonstração de fenômenos naturais.

Além de permitirem o estudo de problemas mais complexos, que necessitam de um conhecimento aprofundado de Matemática, esses *softwares* educacionais facilitam a visualização do fenômeno e o aproximam da prática educacional de Matemática e Física. Existe até hoje, geralmente nessa prática, uma preocupação em ensinar fórmulas, leis e conceitos, sem levar em consideração a apreensão dos conceitos dos assuntos, tendo em vista que o processo de ensino está centralizado no próprio conteúdo, sem aplicabilidade na vida do educando. No entanto, a Matemática e a Física podem ser promovidas em uma nova dimensão, favorecendo um conhecimento integrado e contextualizado na vida do educando (MESQUITA et al., 2013).

Perante esse panorama, e considerando a vontade de aprender, pesquisar e conviver com os alunos, bem como empregar o *Software Modellus* no ensino de Funções Trigonométricas interligadas ao Movimento Harmônico Simples, acredito ser necessário um estudo mais detalhado dessa relação. Para isso, foi relevante a compreensão de referências teóricas e procedimentos científicos para que a minha prática pedagógica tivesse bases sólidas e consistentes e eu pudesse alcançar melhores resultados com os meus alunos.

O desenvolvimento desta prática pedagógica aconteceu com alunos do 3º ano do Ensino Médio da Educação Básica durante as aulas de Matemática, visto que

[2] Segundo Soffa e Alcântara (2008), *softwares* educacionais se diferem de outros recursos, pelo fato de proporcionarem um *feedback* imediato ao educando e educador, possibilitando a reorganização das práxis educativas.

eles já tinham estudado as Funções Trigonométricas e o Movimento Harmônico Simples no ano anterior. No terceiro ano do Ensino Médio os alunos participam de um processo de revisão de conteúdos, considerando os vestibulares e ENEM e, nesse momento, percebi que parte dos alunos não compreendiam adequadamente os conceitos mais relevantes de Funções Trigonométricas.

Considero oportuno destacar que fiz Licenciatura Plena em Matemática e Física. Atuei de 2000 até 2012 com a disciplina de Matemática nas Séries Finais do Ensino Fundamental e, a partir de 2013, passei a atuar nas disciplinas de Matemática e Física no Ensino Médio. Ultimamente, trabalho com Matemática e Física no Ensino Médio em uma instituição Pública Estadual do Município de Macapá, Amapá. Atuo como docente desde 2008, em algumas disciplinas como Matemática I e II, Física I e II, Álgebra Linear I e II, Álgebra Abstrata I e II e Estatística I e II, nos cursos de graduação de uma instituição particular de Ensino Superior na cidade de Santana, Amapá. Além de ter trabalhado como professor substituto da Universidade Federal do Amapá – UNIFAP com as disciplinas de Introdução à Álgebra, Cálculo I e TCC e na Universidade Estadual do Amapá – UEAP, com as disciplinas de Estatística e Física.

Portanto, esta pesquisa vem ao encontro de questões atuais e relevantes, uma vez que, com ela, pretendi buscar mais que formação intelectual e profissional. Busquei, outrossim, colaborar para a construção de uma prática útil com os conhecimentos obtidos no Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. Este material também poderá ser empregado por outros docentes em sala de aula.

Assim, este trabalho está dividido em 5 (cinco) capítulos. Posteriormente à introdução, no segundo capítulo exponho o referencial teórico empregado para sustentar o desenvolvimento desta pesquisa. No capítulo 3 apresento os procedimentos metodológicos desenvolvidos durante a efetivação da proposta pedagógica. Apresento os encontros com os alunos e analiso os dados colhidos no capítulo 4 e, no capítulo 5, faço as considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta investigação possui seu alicerçarmento teórico constituído em cinco subcapítulos. No primeiro, exibo certas aproximações da Matemática com a Física. No segundo as ideias de ferramentas tecnológicas no ensino, ressaltando a importância da mesma no Ensino de Matemática e Física, destacando o *Software Modellus*. No terceiro subcapítulo, exibo os conceitos de funções trigonométricas, apresentando as Funções Trigonométricas seno, cosseno e tangente. No quarto subcapítulo da fundamentação teórica, descrevo o estudo do Movimento Harmônico Simples. No quinto e último subcapítulo exponho o estado da arte do problema de pesquisa.

2.1 Aproximação da Matemática com a Física

As discussões desenvolvidas e propostas que farei nesse subcapítulo são baseadas especialmente nas Diretrizes Curriculares Nacional do Ensino Médio – DCNEM. As Diretrizes Curriculares Nacional do Ensino Médio – DCNEM, preconizam uma prática escolar mais integral, moderna e sua execução pautada no "[...] trabalho como princípio educativo e a pesquisa como princípio pedagógico" (BRASIL, 2014a, p. 30).

Por estes motivos, a obra ainda destaca que torna-se imprescindível organizar as disciplinas, os espaços e os tempos escolares para obter um ensino que instigue os educandos no desenvolvimento de sua aprendizagem. Simultaneamente promovendo “a integração dos conhecimentos de todas as áreas de conhecimento, articuladas pelas dimensões do trabalho, cultura, ciência e tecnologia” (BRASIL, 2014a, p. 34).

Naturalmente, existe mais uma provocação para os docentes na elaboração de atividades que “contemplem de maneira efetiva a construção de conhecimentos de seu componente curricular, integrada a outros componentes e/ou áreas” (BRASIL, 2014a, p. 34). Essa integração entre os diferentes componentes curriculares, surge a partir de características e conhecimentos próprios dessas áreas, permitindo propor atividades que estimulem a participação dos discentes, citado pela mesma obra. Além disso, esta integração também deve acontecer sob o aspecto do contexto em que vive o discente, ocorrendo uma ligação entre disciplinas, realidade, conhecimento, discentes e docentes buscando ensinar e aprender.

Dessa forma, os docentes das áreas de Matemática e Física necessitam reconsiderar e reconhecer as possibilidades de colaboração em atividades integradoras, baseadas nos conhecimentos que são próprios, articulados a contextos autênticos e que sejam consideráveis para a formação integral dos educandos (BRASIL, 2014a). De acordo com a obra, é considerável verificar a abrangência da conexão da Matemática com a Física em diferentes contextos sociais e culturais.

Compreender que a Matemática e a Física são estabelecidas por inquietações da ação social e cultural elaborada no diálogo com diversos conhecimentos é um dos primeiros princípios para compreender a aproximação e integração dessas disciplinas no meio social e cultural (BRASIL, 2014b). Ainda, é necessário superar a percepção, ainda tão comum, de disciplinas isoladas que produzem teorias abstratas a respeito do mundo natural com base exclusivamente nas habilidades inerentes a Matemática e a Física.

A superação dessa perspectiva, e outros elementos ligados a concepções de ciência como ação independente e imparcial, constituem princípios que começaram a ser praticados nos estudos e pesquisas em Ciência, Tecnologia e Sociedade aplicados no Ensino de Matemática e Física (BRASIL, 2014b). Estas atividades científicas no Ensino de Matemática e Física, sejam quais forem, são desenvolvidas em corporações de pesquisa que se relacionam entre si e cooperam para o crescimento de investigação que integrem a Matemática com a Física (BRASIL, 2014b).

Durante este processo de integração e contextualização do conhecimento "os professores de Física e os professores de Matemática devem usar a mesma linguagem para não induzirem os alunos a pensar que se trata de conceitos diferentes" (COUTO, 2007, p. 17). Nesse sentido, o autor destaca que o conhecimento construído torna-se mais próximo da realidade do discente, bem como interligado com outras áreas de conhecimento, favorecendo a compreensão da existência do trabalho integrado entre as disciplinas do componente curricular. É importante que os docentes realizem a interação entre as disciplinas, como de Física e Matemática, para que os processos de ensino e de aprendizagem ocorram, favorecendo a aproximação dos conteúdos à realidade do discente.

Couto (2007, p. 12) enfatiza que "os professores de Física e de Matemática deveriam conhecer, cada um, os exemplos usados na disciplina do outro, para poderem estabelecer pontes de ligação entre estas duas áreas". Existe entre o Ensino da Matemática e da Física, uma grande proximidade, na abordagem da linguagem Matemática e sem dúvida, na abordagem e aplicabilidade no ensino da Física, de acordo com o mesmo autor. Isto ocorre, devido às similaridades de pensamento e técnicas que as duas disciplinas precisam para chegar às soluções de seus problemas, já que:

> A Matemática dispõe de um conjunto de ferramentas e permite a aquisição de um conjunto de competências, como, por exemplo, o raciocínio lógico, as técnicas de resolução de problemas, a capacidade de pensar em termos abstratos, aos quais a Física recorre, para além das ferramentas e competências que estão inerentes ao ensino da Física (COUTO, 2007, p. 16).

No processo de integração da Matemática com a Física, a escolha de um tema que facilite essa conexão, não essencialmente está conectada "[...] com uma simples curiosidade sobre o funcionamento do mundo, mas envolve também influências sociais, culturais, políticas e econômicas" (BRASIL, 2014b, p. 11). Há diversas formas de integrar e conectar os processos de ensino e de aprendizagem em favor do discente, assim a influência da realidade em que ele está inserido deve ser a base para a construção do vínculo entre as disciplinas e entre elas e os discentes. Um exemplo dessas influências está nas produções de livros didáticos que agregam aspectos essenciais da integração das áreas de conhecimento, valorizando características sociais, culturais, políticas e econômicas presentes no Ensino da Matemática e da Física (BRASIL, 2014b).

Segundo a mesma obra, outra influência relaciona-se ao crescimento de aplicações de estudos a respeito da integração da Matemática com a Física especialmente na Educação Básica. Essa influência é fomentada por grupos de pesquisa entusiasmados em colaborar com o crescimento social, cultural, político e econômico da população, bem como com o desenvolvimento intelectual no Ensino de Matemática e Física (BRASIL, 2014b).

A obra supra citada ainda ressalta que ao criar perguntas, produzir maneiras de coletar e registrar dados, elaborar explicações, compartilhar os resultados são atividades que proporcionam ao discente atuar a respeito da realidade e do conhecimento, possibilitando o aprendizado com relação a Matemática e a Física. Nessa concepção, “educar em ciências e sobre ciências são vistos como processos conectados, caracterizando o que se conhece na área por Alfabetização Científica” (BRASIL, 2014b, p.13).

Desta forma, os discentes do Ensino Médio necessitam ter contato com as diferentes dimensões das informações científicas, contemplando uma integração entre as diversas disciplinas da matriz curricular (BRASIL, 2014b). Em disciplinas como Matemática e Física essa integração pode ser favorecida pela dimensão conceitual associada à dimensão investigativa em diálogo com diferentes formas de informações (BRASIL, 2014b).

A utilização das dimensões científicas em um ambiente em que a linguagem aceita um papel fundamental, a significação e o aprendizado sobrevém por meio das interações que ocorrem em sala de aula (BRASIL, 2014b). O docente deve compreender o seu papel em sala de aula, promovendo e provocando o discente no processo de construção do próprio conhecimento, realizando interações entre as dimensões conceituais e investigativas. A obra enfatiza que esse processo de interação das dimensões científicas pode ser favorecido por meio de recursos tecnológicos, tais como *softwares* educacionais.

Tendo em vista a necessidade de interação das dimensões conceituais e investigativas e o favorecimento do ensino e da aprendizagem, este trabalho possui o interesse especial em integrar as disciplinas de Matemática e Física, agregado à aplicabilidade de ferramentas tecnológicas, com a utilização de *software* educativo. Para Borba, Silva e Gadanidis (2014) as aplicações de recursos tecnológicos no ensino favorecem a construção de um cenário favorável à concepção de conceitos em Matemática e Física, que por meio de atividades de integração e contextualização podem ser tornar mais próximas da realidade do discente. Assim, é importante compreender a importância e aplicabilidade das ferramentas tecnológicas no ensino.

2.2 Ferramentas tecnológicas no ensino

Atualmente, a educação tem sofrido mudanças na sua estrutura curricular, sobretudo em seus recursos didáticos pedagógicos que são usados por professores e alunos no ato educativo (SOUSA; MOITA; CARVALHO, 2011). Segundo os autores, esses novos recursos estão intimamente ligados às ferramentas tecnológicas[3] que oferecem uma nova forma de ensinar, oportunizando a exploração ao máximo de um tema específico, por meio das diferentes vias didáticas que a tecnologia oferece.

O uso da tecnologia nos processos de ensino e de aprendizagem é uma realidade cada vez mais necessária e exige dos profissionais da educação conhecimento sobre ferramentas e recursos tecnológicos para oportunizar maior aproximação com os educandos, favorecendo a produção do conhecimento. Dessa forma, os recursos tecnológicos de aprendizagem virtual e digital como *softwares*

---

[3] Segundo Mamede-Neves e Duarte (2008), as ferramentas tecnológicas são todos os utensílios, dispositivos, recursos ou mecanismos, que possam promover um benefício mecânico ou mental, para facilitar a realização de funções diversificadas.

educativos, *softwares* de produtividade e a diversidade de serviços de *Internet*, podem constituir-se em boas ferramentas aliadas ao ensino e à aprendizagem, citado pelos mesmos autores. Assim, exige-se cada vez mais dos docentes uma postura de saber utilizar as novas ferramentas tecnológicas de apoio, tanto laboral como socialmente ao alcance do objetivo na educação: a formação integral do educando (SOUSA; MOITA; CARVALHO, 2011).

Para Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 17) "as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação [...]". Esse cenário tecnológico proporciona ao professor e ao aluno um dinamismo na interação com o assunto facilitando a aprendizagem do tema estudado.

Além disso, o processo de inovação no meio tecnológico está cada vez mais eficiente e útil, extremamente ágil, exigindo uma adaptação constante de seus usuários. "A forma acelerada com que inovações tecnológicas vêm tomando corpo é, atualmente, uma característica marcante de nossa sociedade [...]" (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 17). No entendimento dos autores, essas inovações poderão contribuir com o fenômeno educativo por meio de estímulos, vivências e provocações estabelecidas por estratégias de ensino. Pinto (2012, p. 1) destaca que:

> Há uma disseminação geral das tecnologias da informação e comunicação; elas estão presentes e influenciam a vida social. Neste sentido não se pode negar o relacionamento entre o conhecimento no campo da informática e os demais campos do saber humano. Trata-se de uma nova forma de linguagem e de comunicação, um novo código: a linguagem digital [...].

Porém, vale destacar que "as tecnologias educacionais e o seu uso têm ocasionado inúmeras discussões permeadas em torno dos prós e contras [...]" (PINTO, 2012, p. 1). Os recursos tecnológicos podem contribuir com os processos de ensino e de aprendizagem, no entanto, não são os únicos mecanismos de aplicabilidade de recursos didáticos no ensino, uma vez que "[...] o sucesso do emprego deste tipo de objeto de aprendizagem depende claramente de como será usado pelo professor e da metodologia utilizada [...]" (BOLETINI; SILVEIRA, 2015, p. 3). Além disso, para os autores, a aplicabilidade dos recursos tecnológicos presentes no cotidiano educacional e social, depende da interação desses recursos com as atividades escolares no decorrer do desenvolvimento de uma prática pedagógica.

Essa utilização da tecnologia no ambiente escolar, pode oferecer "ferramentas que potencialmente permitem a interação e a troca de experiências, e vivências, através de processos interativos de cooperação e colaboração conjunta em sala de aula [...]" (BOLETINI; SILVEIRA, 2015, p. 3). A interação da tecnologia com a sala de aula deve ser proporcionada pelo docente, a fim de contribuir para que o discente construa seu conhecimento sobre as disciplinas e conteúdos, mas é fundamental o domínio da tecnologia para uso nas aulas. Há recursos tecnológicos desenvolvidos especificamente para determinadas áreas do conhecimento, como da Matemática e da Física.

2.2.1 Recursos tecnológicos no ensino de Matemática e Física

Para Dazzi e Dullius (2013) o emprego dos recursos tecnológicos no desenvolvimento do ensino da Matemática é demonstrado em diferentes circunstâncias, na qual a sua utilização possibilita transformações relevantes na condição de observar e implementar novas práticas de ensino. Nesse sentido, Dazzi e Dullius (2013, p. 384) destacam que "[...] a educação, portanto, deverá operar segundo esse novo paradigma, ou seja, os professores deverão estar preparados, não para sobrecarregar os alunos de informações, mas, sim, ajudá-los na construção do conhecimento".

> Entretanto, essa implantação exige muita reflexão. É importante destacar que os recursos tecnológicos podem ser utilizados de forma a agregar saberes e não simplesmente com o intuito de ocupar o tempo ou 'divertir' os alunos. Atividades que antes eram realizadas manualmente, hoje, rapidamente, são executadas por intermédio de um recurso tecnológico [...] (QUARTIERI; DULLIUS; GIONGO, 2012, p. 27).

Pondera-se que os profissionais da área de educação precisam estar preparados para utilizarem-se das ferramentas tecnológicas, a fim de proporcionar aos discentes maior autonomia e facilidades no processo de criação do próprio conhecimento acerca dos conteúdos propostos pelas diretrizes educacionais. Os autores acima mencionados destacam que os docentes necessitam orientar seus discentes a respeito de como utilizar os recursos tecnológicos empregados no ensino, para que os mesmos ofereçam mudanças nos processos de ensino e de aprendizagem. Em relação a esse aspecto, Quartieri, Dullius e Giongo (2012, p. 27) apontam que "o uso de tecnologias na sala de aula implica necessariamente uma revisão das práticas pedagógicas desenvolvidas para que possam ocorrer mudanças significativas [...]".

No desenvolvimento do trabalho docente é preciso apropriar-se da tecnologia para auxiliar no aprendizado dos discentes. Neste contexto, para Sousa, Moita e Carvalho (2011) os recursos tecnológicos podem ajudar as investigações dos alunos em diversas áreas da Matemática, incluindo números, medidas, geometria, estatística e álgebra, além disso, quando os alunos dispõem de ferramentas tecnológicas, podem se concentrar, tomar decisões, raciocinar e resolver problemas.

Ainda descrevem que a existência da versatilidade e do poder da tecnologia, torna possível e necessário reexaminar quais conteúdos de Matemática devem ser ministrados aos alunos, assim como a melhor forma de abordá-los. Nas aulas de Matemática contempladas com o uso de recursos tecnológicos, cada aluno tem acesso a tais tecnologias, com o fim de facilitar sua aprendizagem, orientado por um docente que utilize esse recurso com o intuito de ser um mediador da aprendizagem.

Os autores acrescentam que a utilização de recursos tecnológicos também oferece aos docentes opções para adaptar as atividades às necessidades específicas de cada discente. Pode – se usar *softwares* educativos para ensinar conceitos de funções, conjunto e equações relacionando com o cotidiano do aluno.

Além disso, os professores precisam estar capacitados para planejar as atividades de forma didática e apropriando-se dos recursos disponibilizados pelas tecnologias, como proporcionando o contato com ferramentas de cálculos por meio de calculadoras e computadores. Chambers e Timlin (2013) ressaltam que as tecnologias eletrônicas, tais como calculadoras e computadores, são ferramentas essenciais para ensinar, aprender e "fazer" Matemática, oferecendo imagens visuais de ideias Matemáticas, do mesmo modo que elas facilitam a organização e análise dos dados.

Os mesmos autores acentuam que o nível de compromisso e apropriação de ideias matemáticas por parte dos alunos pode ser fomentado pela tecnologia, esta enriquece a variedade e qualidade das investigações, porque fornece uma maneira de visualizar os conceitos matemáticos a partir de diferentes perspectivas. Além disso, a construção de conceitos por parte dos alunos é apoiada pelo *feedback* que pode ser oferecido pelos recursos tecnológicos.

Nesse sentido, por meio da tecnologia, é possível desenvolver ambientes de trabalho que estimulem a reflexão e transformem os alunos em sujeitos ativos e participativos da construção de conceitos científicos (CHAMBERS; TIMLIN, 2013). Assim, os recursos tecnológicos propiciam a comunicação entre o educando, o conhecimento e o professor, ajudando na construção conjunta de significados, interligados à realidade do aluno com o conhecimento Matemático e Físico.

Neste contexto, Rodrigues (2014) destaca que os alunos podem aprender melhor a Matemática e em maior profundidade com o uso apropriado da tecnologia. Entretanto, orienta que esta não deve ser utilizada como substituição da compreensão básica dos conceitos, mas para fomentar essas compreensões, conceitualização e contextualização do conhecimento em Matemática e em Física.

Dentro dos recursos tecnológicos que podem facilitar o ensino e aprendizagem dos alunos nas aulas de Matemática, o autor enfatiza que o poder gráfico das ferramentas tecnológicas possibilita o acesso a modelos visuais e mentais poderosos. A capacidade destas ferramentas para fazer cálculos amplia a gama dos problemas que os alunos podem solucionar, e ainda lhes permite executar procedimentos rotineiros de forma rápida e precisa, liberando tempo para eles elaborarem conceitos e modelos matemáticos aplicados em diversas áreas de conhecimento.

Em conformidade com Rodrigues (2014), o uso adequado da tecnologia na aula pode diminuir a prática de aplicar os algoritmos de maneira rotineira, permitindo que os alunos se concentrem na resolução de problemas e, sobretudo, familiarizem-se com os conceitos matemáticos envolvidos em diferentes áreas de conhecimento. O autor ainda destaca algumas ferramentas tecnológicas usadas no ensino de

Matemática, entre elas estão: *Planilha eletrônica, Cabri, Géomètre, SimCalc MathWorlds, Stella, Calculadora TI-92, Geogebra*, entre outros.

Essas ferramentas podem possibilitar a interação fomentando o intercâmbio, a construção de conceitos e a confrontação de ideias e, assim, motivar o aluno a organizar, refletir, defender e, quando necessário, modificar seus conceitos. Dessa forma, as possibilidades de envolver alunos com a construção de conceitos de Matemática e Física, agregados a atividades integradoras podem ser desenvolvidas com a adoção de recursos tecnológicos (BARUTI; ARAÚJO, 2015).

Os docentes precisam estar preparados para integrar os conteúdos a serem desenvolvidos em sala de aula com os recursos tecnológicos, além de disporem de recursos computacionais. Neste sentido, Baruti e Araújo (2015, p. 1) ressaltam que a "[..] presença e utilização de recursos computacionais no ambiente escolar pode permitir ao professor o desenvolvimento de competências e habilidades ligadas à tecnologia [..]". No caso do ensino de Matemática e Física, precisa-se de docentes habilitados que possuam sensibilidade com o uso das novas tecnologias, para a aplicabilidade no ensino de forma contextualizada e integradora.

> Contudo, mais importante do que o mero uso de recursos computacionais em sala de aula é a postura de mediador assumida pelo professor, bem como a comunicação estabelecida por este junto aos sujeitos envolvidos nas situações de aprendizagem, tendo em vista o conhecimento que se pretende construir (BARUTI; ARAÚJO, 2015, p. 2).

Os recursos tecnológicos podem ser utilizados no ensino das diferentes disciplinas sob o olhar atento do docente, estabelecendo-se uma nova forma de comunicação e um novo papel ao profissional o de mediador do conhecimento. A utilização destes "[...] no ensino de Física têm atribuído algumas vantagens ao seu uso, como a capacidade de proporcionar a interação do aluno com 'experimentos virtuais', substitutos de experimentos reais [...]" (HEIDEMANN; ARAUJO; VEIT, 2012, p. 967). Os mesmos autores completam que o emprego dos meios tecnológicos no ensino de Física pode favorecer a compreensão e correlação de conceitos, que poderiam ser presenciados por meio de experimentos laboratoriais que podem interligar a teoria com a realidade.

De acordo com Llano e Adrián (2013) as tecnologias no ensino de Física podem ser concebidas sob os seguintes princípios:

a) Princípio didático, por meio do qual se concebem atividades para a aula, seguindo um tratamento fenomenológico dos conceitos que são ensinados;

b) Princípio de especialização, pelo qual são selecionados ferramentas e *softwares* de conteúdo. Os critérios de seleção se originam das didáticas específicas, segundo a disciplina Física;

c) Princípio cognitivo, por intermédio do qual são selecionadas ferramentas que permitem a manipulação direta de objetos matemáticos e modelos de fenômenos, por meio de representações executáveis;

d) Princípio empírico, perante o qual se selecionam ferramentas que têm sido provadas em algum sistema educativo;

e) Princípio pedagógico, por meio do qual se concebem as atividades de uso das TICS,[4] para que promovam a aprendizagem colaborativa e a interação entre os alunos, bem como entre professores e alunos;

f) Princípio da equidade, com o qual se selecionam ferramentas que permitam aos alunos o acesso precoce a ideias avançadas em Física.

Do conjunto de tomadas de decisões para a concepção dos modelos, uma das mais complexas é a seleção de ferramentas (LLANO; ADRIÁN, 2013). Os princípios acima assinalados permitem formular critérios de seleção, os quais indicam que as ferramentas deveriam:

- Ser selecionadas com uma área específica da Física escolar;

- Contar com representações executáveis de objetos, conceitos e fenômenos da Física;

---

[4] Mamede-Neves e Duarte (2008) destacam que as TICS são todas as Tecnologias da Informação e Comunicação, baseando-se em todos os recursos técnicos aplicados para tratar a informação e contribuir na comunicação.

- Permitir um tratamento fenomenológico dos conceitos científicos e da Física;

- Poder utilizá-las com base na concepção de atividades, que promovam uma aproximação de construção social do conhecimento, permitindo a promoção de práticas na aula, nas quais o professor dirige o intercâmbio de ideias e as discussões grupais, ao mesmo tempo em que atua como mediador entre o aluno e a ferramenta tecnológica.

Por meio dos princípios, didáticos, de especialização, cognitivo, empírico, pedagógico e da equidade, que subsidiaram os critérios de seleção da ferramenta tecnológica para o desenvolvimento da prática pedagógica com alunos do 3º ano do Ensino médio. Esses princípios e critérios nortearam as concepções dos modelos Matemáticos e Físicos na integração das Funções Trigonométricas com o Movimento Harmônico Simples, por meio do uso do *software* educacional.

2.2.2 O Software Modellus

O *Software Modellus* é um programa computacional de distribuição gratuita por meio da *internet*, sua criação é obra da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa[5]. É um *software* que simula e constrói modelos de fenômenos Químicos, Matemáticos e Físicos "[...] o qual permite ao aluno realizar e construir experimentos conceituais utilizando modelos matemáticos definidos a partir de funções [...]" (TORRESAN, 2008, p. 53). Além disso,

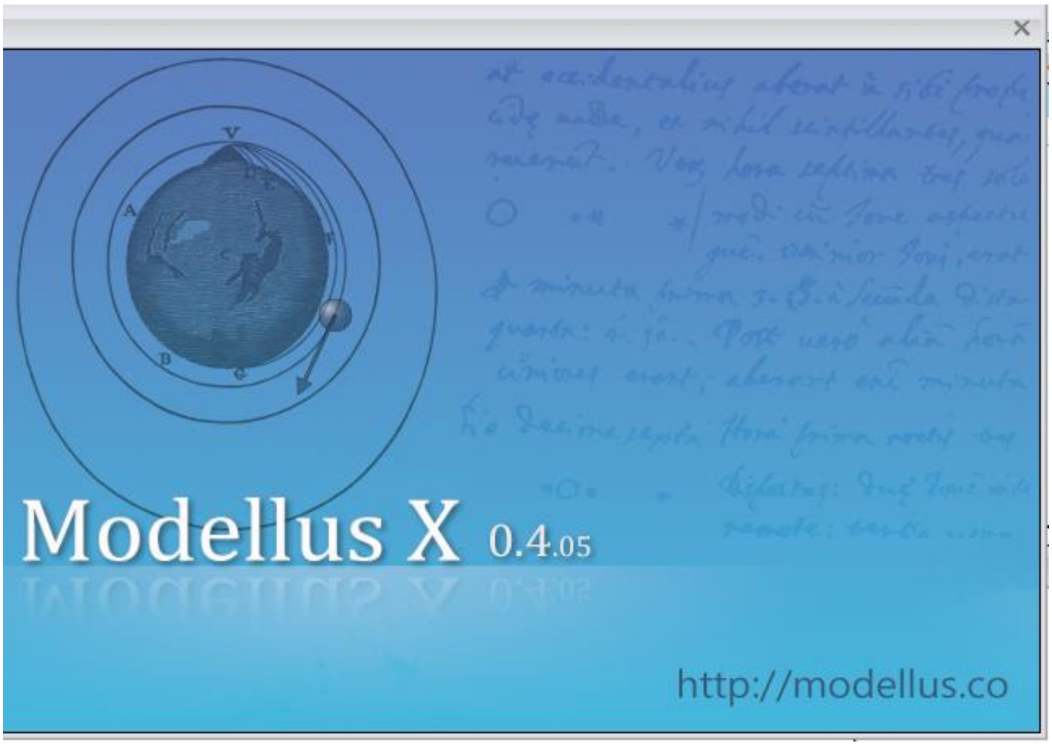
> O *Software Modellus* permite que alunos e professores realizem experiências proporcionadas pela construção e manipulação de modelos matemáticos para a resolução de cálculos e construção de gráficos que permitem uma exploração mais dinâmica e interativa [...] (NOVAIS; SIMIÃO, 2011, p. 2).

Entre as muitas possibilidades de uso de uma ferramenta computacional, para modelar situações e fenômenos do mundo real, no contexto do ensino, o *Software*

[5] Mendes (2009) destaca que o *software Modellus* foi desenvolvido, e encontra-se constantemente sendo aperfeiçoado, por um grupo de estudiosos da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, liderados pelo Professor Vitor Duarte Teodoro.

Modellus é a mais poderosa, visto que, sua distribuição é gratuita e não é necessário estar conectado à *internet* (CHWIF; MEDINA, 2010). Já "do ponto de vista computacional, o programa pode ser visto como um micromundo no computador para uso tanto dos estudantes quanto dos professores, não sendo baseado numa metáfora de programação [...]" (ARAUJO, 2002, p. 8).

Figura 1 – Visualização inicial do *Software Modellus*



Fonte: Do autor, com a utilização do *Software Modellus* (2015).

O usuário do *Software Modellus* não necessita ser conhecedor de linguagem de programação. O docente pode usar o *software* para ilustrar ou exemplificar determinado conteúdo ou pode ser utilizado pelo educando, como um mecanismo para descobrir um modelo Matemático de um dado acontecimento Físico, apenas transformando os parâmetros, as circunstâncias iniciais e outras particularidades (ALMEIDA; ARAÚJO; BISOGNIN, 2011). Teodoro (2002, p. 25) também destaca algumas possibilidades na utilização do *Software Modellus*:

> - Construir e explorar múltiplas representações de modelos matemáticos (baseados em funções, em equações diferenciais, em iterações, em objetos geométricos, etc.), a partir de especulação puramente teórica ou a partir de dados experimentais ou registos em imagem fixa ou em vídeo.

> - Analisar a razoabilidade dos modelos, quer em termos de coerência teórica quer em termos de coerência com dados experimentais ou registos de imagem.
> - Reforçar o pensamento visual, sem memorizar os aspectos de representação formal através de equações e outros processos formais.
> - Abordar de uma forma integrada os fenómenos naturais, ou simplesmente representações formais.

Este programa é usado para fazer uma modelização no computador, de modo a permitir uma criação simples e intuitiva de modelos matemáticos, permitindo a criação de animações com objetos interativos que, com propriedades Matemáticas, são expressas no modelo, visando permitir a exploração de múltiplas representações, mas também permitir a análise de dados experimentais, em forma de imagens, animações, gráficos e tabelas (ALMEIDA; ARAÚJO; BISOGNIN, 2011).

Por conseguinte, Carvalho Junior (2008) destaca que o *Software Modellus* apresenta várias funções, as mais utilizadas são a de desenvolver cálculos numéricos fundamentados em equações, exibir os resultados na forma de gráficos e tabelas, fazer medidas de distâncias e ângulos sobre uma imagem.

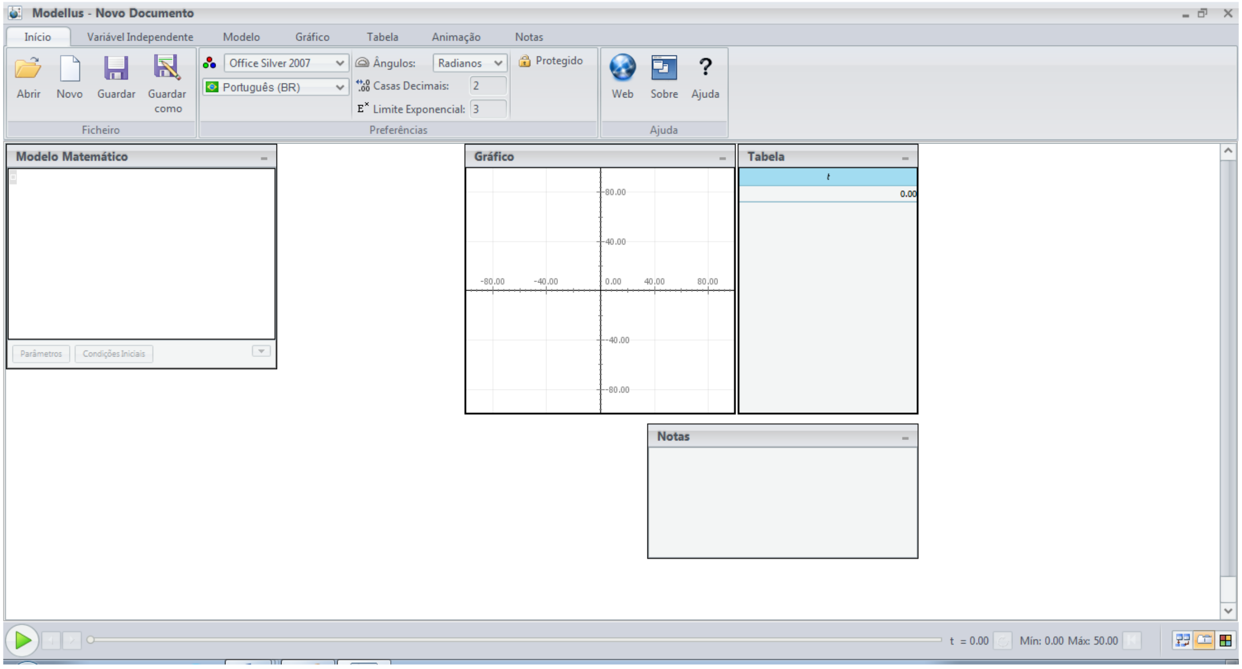
Nos processos de ensino e de aprendizagem, o *Software Modellus* é uma ferramenta que proporciona maior interação do discente com o conteúdo da Física e Matemática, sob uma ótica diferenciada, abrindo novas possibilidades, outras perspectivas e diferenciando os processos de ensinar e aprender. Para Oliveira e Freira (2014) uma das principais características do *Software Modellus* é a possibilidade de múltiplas reproduções de um fenômeno físico no qual o educando possa verificar o fenômeno de diferentes modos, usando apenas suas representações: estroboscópica, gráfica, de tabela, vetorial, da simulação ou do modelo matemático. Costa Jr., Silva e Brito (2013, p. 1), destacam que:

> O *Software Modellus* pode ser a ponte que faz a conexão entre os conhecimentos prévios do aluno e o novo material a ser adquirido, ou até mesmo uma ferramenta mais eficiente para a compreensão de um novo conhecimento a ser assimilado. O *Modellus* tem como função primeira organizar as ideias gerais em torno de conceitos específicos, e apresentá-lo com uma roupagem menos abstrata [...].

O *Modellus* é um *software* que permite ao educando aprender fazendo e explorando, ou seja, o educando pode criar seu próprio modelo matemático ou descobrir conceitos por intermédio de modelos criados pelo professor. É um *software* que pode promover a conexão entre o conhecimento prévio do educando com os conhecimentos a serem construídos.

De acordo com Santos, Alves e Moret (2012) para desenvolver atividades próprias do processo de modelagem de fenômenos físicos, que geralmente são objetos de estudo durante os processos de ensino e de aprendizagem da Física, a ferramenta computacional *Modellus* apresenta seis janelas, conforme verifica-se na Figura 2.

Figura 2 – Vista das guias do *Software Modellus*



Fonte: Do autor, com a utilização do *Software Modellus* (2015).

1) Janela modelo: é a área em que o usuário escreve os modelos matemáticos referentes ao fenômeno em estudo, os quais o programa interpreta e servem de base para todo o procedimento a desenvolver em modelagem. É necessário levar em conta que estes modelos sempre correrão no tempo para as animações respectivas.

2) Janela de tabelas: com apenas um "*clic*" no menu "nova tabela", o aluno pode construir tabelas de dados análogos para o modelo matemático em uso. Por meio desta janela ainda é possível a interpretação de dados teóricos ou experimentais, além disso, pode-se obter conclusões e previsões.

3) Janela gráfica: nesta área podem ser representados em forma de gráficos, tanto os modelos matemáticos como as tabelas obtidas, facilitando a abstração e generalização.

4) Janela de animações: nesta área é onde se realizam as animações correspondentes à simulação do modelo que representa o fenômeno físico objeto de estudo. É onde ocorre o modelo para que adquira movimento e se obtenha uma reprodução análoga com o fenômeno real.

5) Janela controle: neste local se maneja o modelo, avançando ou recuando, se controla o tempo de simulação etc. Interage sempre com qualquer uma das outras janelas principais que estejam em uso durante o processo de modelagem.

6) Janela de condições iniciais: o usuário, além de poder estabelecer condições iniciais para a situação proposta, pode mudar estes parâmetros várias vezes, o que facilita a interação com o objeto e a análise e desenvolvimento dos modelos.

Destas janelas principais descritas, o *Modellus* traz outras importantes ferramentas de medição que também contribuem para a aprendizagem interativa como: cronômetro, medidor de pendências, caixa de velocidade, medidor de ângulos, medidor de distância e outras (SANTOS; ALVES; MORET, 2012). Neste mesmo *software* podem ser estudada as Funções Trigonométricas seno, cosseno e tangente.

2.3 As Funções Trigonométricas seno, cosseno e tangente

Para Ávila (2003) os conceitos matemáticos de funções, são abstratamente definidos como uma relação entre duas grandezas, onde uma é a variável independente e a outra grandeza é a variável dependente. Devido a sua generalidade e aplicabilidade, as funções surgem em distintos contextos da ciência, em especial na Matemática, Física, Química e Biologia, cujos estudos baseiam-se muitas vezes no comportamento de fenômenos naturais.

O conceito de função normalmente é uma universalização da concepção habitual de fórmulas Matemáticas, que descrevem as relações entre dois elementos, “não basta dar a lei que a cada x faz corresponder um y; é preciso ficar claro qual é o domínio da variável x, o qual é chamado de domínio da função [...]” (ÁVILA, 2003, p. 36). Essa descrição, pode ser evidenciada por meio de um gráfico, um princípio de associação, uma tabela de equivalência ou uma equação, que permitirão esclarecer esses conceitos em circunstâncias visíveis.

As funções que representam movimentos circulares, formam um dos elementos essenciais da trigonometria e são importantes devido à periodicidade do fenômeno natural que ela pode representar (LIMA et al., 2012). Esses fenômenos, vão desde as mais elementares, no dia a dia, até as mais complexas, na ciência e na alta tecnologia, como por exemplo as alterações da temperatura na superfície terrestre, a pressão sanguínea no coração, o comportamento ondulatório do som, as alturas das águas das marés, as estações dos anos, etc.

Uma função f: IR → IR chama-se periódica, quando existir um número real K ≠ 0, tal que f (t + K) = f (t) para todo $t \in \mathbb{R}$. Se isto ocorre, então f (t + nK) = f(t) para todo $t \in \mathbb{R}$, e todo $n \in \mathbb{Z}$. O menor número K > 0, tal que f (t + K) = f(t) para todo $t \in \mathbb{R}$ chama-se período da função f (LIMA et al., 2012). As funções seno e cosseno são periódicas, de período 2π.

“Diz-se, ainda que a função f: IR → IR é par, quando se tem f (-t) = f(t) para todo $t \in \mathbb{R}$. Se tem f (- t) = - f(t) para todo $t \in \mathbb{R}$, a função f chama-se ímpar” (LIMA et al., 2012, p. 250). Dessa forma, podemos evidenciar que a função cosseno é par e a função seno é ímpar.

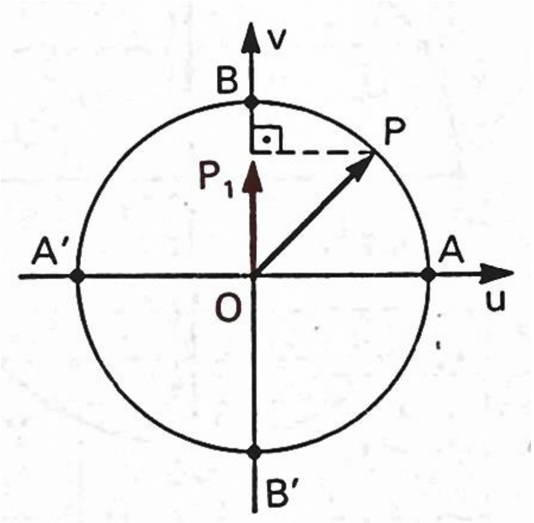
Dentre as funções circulares, que são funções seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante, nosso estudo se aprofundará a definir e abordar as funções seno, cosseno e tangente. Tal iniciativa dá-se pela proposta de abordar conceitos dessas três funções circulares, por intermédio de atividades integradoras envolvendo Movimento Harmônicos Simples por meio do *Software Modellus*.

Para Iezzi (2013, p. 93), a função seno é definida como:

> Dado um número real x, seja P sua imagem no ciclo. Denominamos seno de x (e indicamos sen x) a ordenada $\overline{OP_1}$ do ponto P em relação ao sistema uOv. Denominamos função seno a função f: IR → IR que associa a cada real x o número real OP_1 = sen x, isto é: f(x) = sen x.

Essa representação gráfica pode ser observada na Figura 3.

Figura 3 – Representação geométrica da função seno



Fonte: Iezzi (2013, p. 93).

Observando as propriedades da razão trigonométrica, podemos perceber que algumas propriedades imediatas da função seno são observáveis (GUIDORIZZI, 2011).

- Se x for do primeiro e segundo quadrante, então sen x é positivo;

- Se x for do terceiro e quarto quadrante, então sen x é negativo;

- Se x percorre o primeiro ou o quarto quadrante, então sen x é crescente;

- Se x percorre o segundo ou terceiro quadrante, então sen x é decrescente;

- A imagem da função seno é o intervalo [-1 ; 1], ou seja, - 1 ≤ sen x ≤ 1, para todo e qualquer que seja x, pertencente ao conjunto dos números reais;

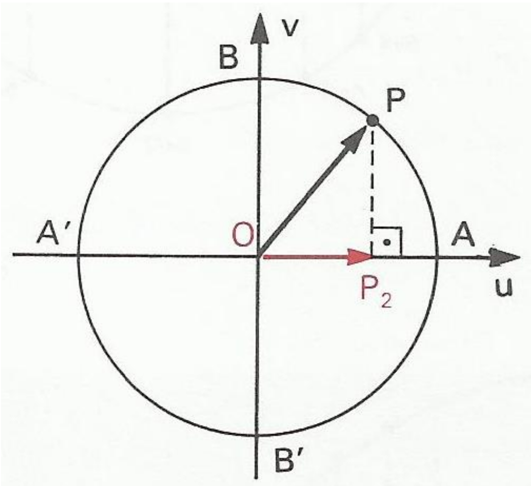
Como a função seno é periódica de intervalo 2π, é possível perceber que o sen x = $\overline{OP_1}$ e se $K \in \mathbb{Z}$, então sen (x + k.2π) = $\overline{OP_1}$, pois x e x + k.2π, possuem as mesmas imagens no ciclo trigonométrico. Com essas imagens, no eixo das ordenadas e com os valores de x, no eixo das abscissas, é possível construir o gráfico da função seno, denominado de senóide (ÁVILA, 2003).

Segundo Iezzi (2013, p. 103) a função cosseno é definida como:

> Dado um número real x, seja P sua imagem no ciclo. Denominamos cosseno de x (e indicamos cos x) a abscissa $\overline{OP_2}$ do ponto P em relação ao sistema uOv. Denominamos função cosseno a função f: IR → IR que associa a cada real x o número real OP_2 = cos x, isto é: f(x) = cos x.

A função cosseno, pode ser compreendida graficamente, por meio da Figura 4.

Figura 4 – Representação geométrica da função cosseno



Fonte: Iezzi (2013, p.103).

Analisando as características da razão trigonométrica, podemos perceber que algumas propriedades imediatas da função cosseno são observáveis (GUIDORIZZI, 2011). Assim sendo:

- Se x for do primeiro ou quarto quadrante, então cos x é positivo;

- Se x for do segundo ou terceiro quadrante, então cos x é negativo;

- Se x percorre o primeiro ou o segundo quadrante, então cos x é decrescente;

- Se x percorre o terceiro ou quarto quadrante, então cos x é crescente;

- A imagem da função cosseno é o intervalo [-1 ; 1], ou seja, - 1 ≤ cos x ≤ 1, para todo e qualquer que seja x, pertencente ao conjunto dos números reais.

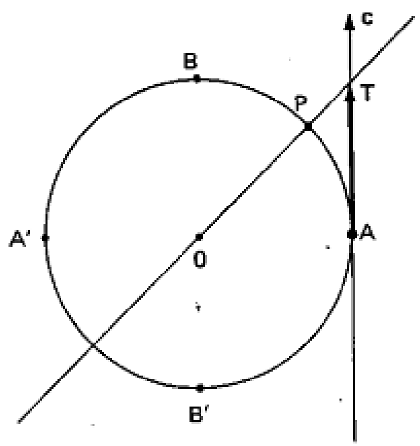
Segundo Ávila (2003) a função cosseno é periódica de intervalo 2π e por meio de sua periodicidade é possível compreender que o cos x = $\overline{OP_2}$ e se $K \in \mathbb{Z}$, então cos (x + k. 2π) = $\overline{OP_2}$, pois x e x + k. 2π, guardam as mesmas imagens no ciclo trigonométrico. Com o valor do cos x, no eixo das ordenadas e com os valores de x, no eixo das abscissas, é admissível estabelecer o gráfico da função cosseno, designada de cossenóide.

Já Iezzi (2013, p. 105) define a função tangente como:

> Dado um número real X, $X \neq \frac{\pi}{2} + K\pi$, seja P sua imagem no ciclo. Consideremos a reta $\overleftrightarrow{OP}$ e seja T sua intersecção com o eixo das tangentes. Denominamos tangente de X (e indicamos tg x) a medida algébrica do segmento $\overleftrightarrow{AT}$.
>
> Denominamos função tangente a função $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada real X, $X \neq \frac{\pi}{2} + K\pi$, o real $\overleftrightarrow{AT} = tg\ x$, isto é, f(x) = tg x.

A função tangente pode ser compreendida graficamente por meio da Figura 5.

Figura 5 – Representação geométrica da função tangente



Fonte: Iezzi (2013, p. 105).

É possível notar por meio do gráfico da função tangente que, quando $X \neq \frac{\pi}{2} + K\pi$, P está em B ou B' e, então, a cada reta $\overleftrightarrow{OP}$ fica paralela ao eixo das tangentes. Como, neste caso, não existe o ponto T, a tg x não é definida (IEZZI, 2013). Analisando as características da razão trigonométrica, podemos perceber que, algumas propriedades imediatas da função tangente são observáveis (GUIDORIZZI, 2011). Desta forma:

- O domínio da função tangente é $D = \left\{X \in \mathbb{R} \,/\, X \neq \frac{\pi}{2} + K\pi\right\}$;

- A imagem da função tangente é R (conjunto dos números reais), isto é, para todo f (x) real existe um X real tal que tg x = f (X);

- Se X é do primeiro ou terceiro quadrante, então tg x é positiva;

- Se X é do segundo ou quarto quadrante, então tg x é negativa;

- Se X percorre qualquer um dos quatros quadrantes, então tg x é crescente;

- A função tangente é periódica e seu período é π.

As Funções Trigonométricas seno, cosseno e tangente, possuem certa periodicidade em seus comportamentos. Os movimentos periódicos das oscilações de corpos na natureza, que ocorrem de forma ordenada e regular, são descritos por Funções Trigonométricas também conhecidas como Movimentos Harmônicos Simples; $x = R\cos[\omega(t+T) + \varphi_0]$ = R$\cos[\omega t + \varphi_0]$, como $\omega T = 2\pi$, temos que $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Relacionando as Funções Trigonométricas f(x) = a + b.sen (cx + d), f(x) = a + b.cos (cx + d) e f(x) = a + b.tag (cx + d) com o Movimento Harmônico Simples, é possível verificar as influências de seus coeficientes no comportamento do movimento pois:

a) O parâmetro **C** que é o período da função é calculado por $T = \frac{2\pi}{\omega}$;

b) O parâmetro **B** é a amplitude da curva, ou seja, a altura da curva, que no Movimento Harmônico Simples é representado por R, ou seja B = R;

c) O parâmetro **A** é o responsável pelo deslocamento vertical da curva, enquanto que **D** que é a fase inicial, provoca translação no sentido horizontal;

d) A imagem das funções seno e cosseno é o intervalo [A - B, A + B];

e) Se a fase inicial das funções seno e cosseno ($\varphi(t)$) for zero, ou seja, **D** = 0, então o gráfico da função seno passa pelo ponto (0, A), enquanto que a função cosseno passa pelo ponto (0, A + B) ou (0, A – B), dependendo do sinal do parâmetro **B**, ou seja da amplitude do movimento.

Na sequência abordarei especificamente a conceituação do Movimento Harmônico Simples, buscando compreender sua interação com o meio que vivemos e sua aplicabilidade, além de permear sobre suas fórmulas, equações e cálculos.

2.4 O Movimento Harmônico Simples (MHS)

Young e Freedman (2008) destacam que na natureza é possível observar inúmeros exemplos de movimentos periódicos, ou seja, movimentos que se reproduzem em ciclos, como por exemplo o movimento da Terra e dos planetas em torno do Sol e o movimento de rotação da Terra em torno do seu eixo. O Movimento Harmônico Simples é um desses movimentos periódicos, por esse motivo, o seu estudo é de grande importância na Física.

"O Movimento Harmônico Simples é a projeção em dado eixo do movimento circular uniforme" (CHAVES; SAMPAIO, 2007, p. 256). É a agitação oscilatória, sucedida quando a aceleração e a força resultante são proporcionais e contrapõem-se ao deslocamento da partícula, ou seja, é um tipo de frequência do movimento, onde oscila a massa de uma partícula.

O Movimento Harmônico Simples, pode ser descrito por meio de funções horárias harmônicas, tais como, as funções seno e cosseno. Elas podem representar modelos físicos observáveis, de uma partícula em movimento circular uniforme, com uma velocidade angular ω, em um círculo de raio R (CHAVES; SAMPAIO, 2007).

Nesse tipo de movimento, a posição de uma partícula pode ser descrita pelo ângulo φ dependendo do tempo t. Dessa forma sua equação de posição será dada por, $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$ e a projeção em um dado eixo, digamos no eixo das abscissas, do movimento da partícula será dado pela coordenada x, expressa por $x = R\cos[\varphi(t)]$. Como $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$, podemos escrever essa equação de projeção como: $x = R\cos(\omega t + \varphi_0)$ (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

A equação $x = R\cos(\omega t + \varphi_0)$, descreve matematicamente o Movimento Harmônico Simples, em que a coordenada x oscila senoidalmente entre os valores – R e R, que são denominados amplitude do Movimento Harmônico Simples (YOUNG; FREEDMAN, 2008). O ângulo $\varphi(t)$ que surge como argumento da função x na equação é designado ângulo de fase ou simplesmente fase da oscilação, é possível observar que φ_0 é a fase inicial do movimento, ou seja, o ângulo de fase quando t = 0 (CHAVES; SAMPAIO, 2007).

Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 256), destacam que “o período do movimento é o tempo T necessário para se completar um ciclo [...]”. Uma vez que o valor da coordenada x se repete a cada ciclo, ou seja, x (t + T) = x (t), é admissível obter a relação entre período T e frequência angular no Movimento Harmônico Simples, que é descrita: $x = R\cos[\omega(t+T) + \varphi_0]$ = R$\cos[\omega t + \varphi_0]$, como $\omega T = 2\pi$, temos que $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Destacam Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 256) que “no movimento circular, ω representa a velocidade angular do movimento, ou seja, o ângulo percorrido pela partícula por unidade de tempo”. No Movimento Harmônico Simples essa grandeza é habitualmente designada de frequência angular, onde ela corresponde ao número de radianos varridos por unidade de tempo.

Como cada ciclo possui uma duração T, a frequência f, será representada por $f = \frac{1}{T}$ ou também podemos retratar como $f = \frac{\omega}{2\pi}$. A unidade da frequência no

Sistema Internacional de Unidades é 1 ciclo por segundo, usualmente conhecida como hertz, simbolizada Hz (YOUNG; FREEDMAN, 2008).

A partir da função horária de posição da partícula, podem-se seguir pelo menos dois caminhos distintos para produzir a função horária da velocidade (x' = V). Um desses caminhos é utilizar cálculo diferencial e encontrar a derivada de primeira ordem da equação de posição da partícula em função do tempo, dessa forma obtemos a equação da velocidade no Movimento Harmônico Simples.

Uma maneira diferente de encontrar essa equação de velocidade, é realizar uma comparação com o Movimento Circular Uniforme (MCU), observando que no MCU, a velocidade da partícula é descrita por meio de um vetor velocidade que é perpendicular ao vetor posição, na direção radial e de módulo constante (TIPLER; MOSCA, 2010).

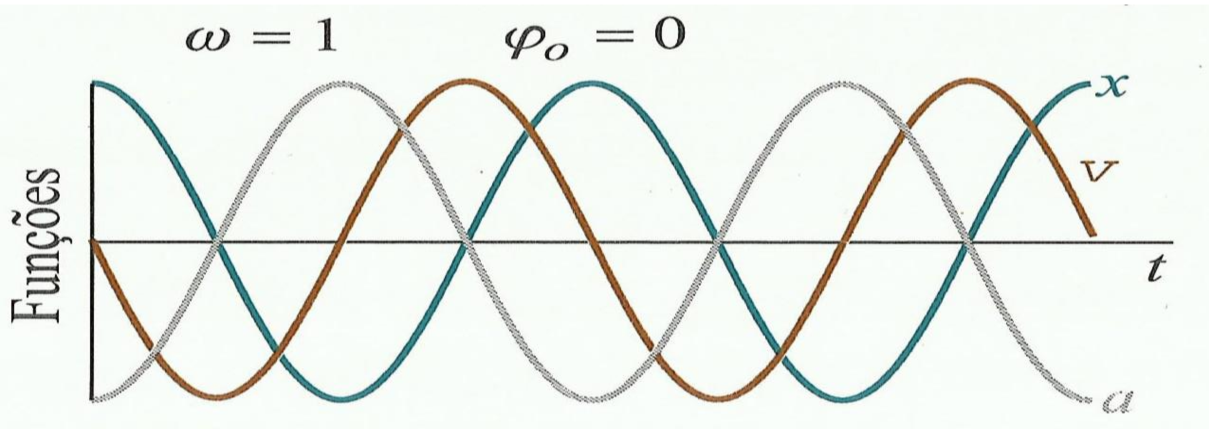
$$x' = -\omega\, R\, sen\,(\omega\, t + \varphi_0) \tag{1}$$

Derivando a equação horária da velocidade, encontra-se a função horária da aceleração (x'' = a), ou simplesmente podemos determinar a derivada de segunda ordem da equação de posição da partícula em função do tempo (TIPLER; MOSCA, 2010). Todavia, essa função de aceleração pode ser determinada por meio do Movimento Circular Uniforme (MCU), porém vale ressaltar que como no MCU a única aceleração na qual a partícula está submetida, é aquela que faz modificar o sentido, ou seja, a aceleração é centrípeta, onde sua equação será dada por:

$$x'' = -\omega^2\, R\, cos\,(\omega\, t + \varphi_0) \tag{2}$$

Observa-se deste modo que exceto por um fator de escala a velocidade e a aceleração da partícula variam no tempo de modo análogo à sua posição. A variação da posição (x), da velocidade (x' = V) e da aceleração (x" = a) da partícula, no caso particular em que $\omega = 1$, pode ser verificado por intermédio da Figura 6.

Figura 6 – Representação gráfica da equação da posição, velocidade e aceleração



Fonte: Chaves e Sampaio (2007, p. 257).

A única diferença entre as funções da posição (x), da velocidade (x') e da aceleração (x") da partícula, está ligado ao ângulo de fase φ. As fases da velocidade (x') e da aceleração (x") estão adiantadas de $\frac{\pi}{2}$ e π , simultaneamente, em relação à fase de posição (x).

Após contextualizar sobre o ensino da Física e da Matemática, suas nuances no ambiente tecnológico e prosseguir sob o entendimento das Funções Trigonométricas seno, cosseno e tangente e sobre os MHS, torna-se necessário compreender sobre estudos já publicados referentes ao assunto. Assim no próximo subcapítulo desenvolve-se o estado da arte para identificar as publicações destes estudos.

2.5 Estado da arte do problema

Nessa seção apresento os elementos de investigação a partir da busca a teses, dissertações, artigos e livros, encontrados no portal da Capes, XX Simpósio Nacional de Ensino de Física – SNEF e *SciELO (Scientific Electronic Library Online)*, onde constatou-se publicações pertinentes à temática. Como encontrei elementos pertinente à temática procurei limitar a utilização das obras referentes aos últimos cinco anos.

A primeira busca realizada no portal de periódico da Capes, contou com as palavras que formam o título desse projeto “a utilização do *Software Modellus* para o ensino de Funções Trigonométricas”. O resultado não ofereceu qualquer trabalho divulgado com título análogo a este projeto, o que despontou a originalidade e a relevância de estudar mais em relação a essa temática. Ao passo que utilizei as palavras chaves “*softwares* no Ensino de Matemática e Física” e assim encontrou-se cinco registros no portal de periódico da Capes que versavam a respeito da temática.

Realizou-se outra busca nos artigos científicos apresentados ao XX Simpósio Nacional de Ensino de Física – SNEF[6] – 2013, utilizando as Atas nos trabalhos apresentados onde era possível o uso da terminologia comum em Português. As palavras-chave empregadas na busca foram “*softwares* no Ensino de Matemática e Física”.

Os critérios de inclusão para os estudos encontrados foram a aplicação de *“softwares* no Ensino de Matemática e Física”, e estudos comparativos entre essas duas disciplinas de Ensino. Foram excluídos estudos que relatavam o uso de *softwares* em outras disciplinas da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

Foram encontrados oito artigos nas bases de dados consultadas que versavam diretamente sobre a utilização de “*softwares* no Ensino de Matemática e Física”, e mais seis artigos que relacionam laboratórios virtuais e simuladores computacionais aplicados ao Ensino de Matemática e Física, segundo os critérios de inclusão. Estes trabalhos tratam-se de aplicações didáticas e estudos comparativos das diversas formas de utilização de *softwares* e recursos computacionais na construção de conceitos no Ensino de Matemática e Física.

Na busca realizada na base *SciELO*, na seção de artigos não encontramos nenhum registro que versava a respeito das palavras chaves a “utilização do

[6] O Simpósio Nacional de Ensino de Física - SNEF, acontece a cada dois anos. O XX SNEF aconteceu no ano de 2013 e o XXI SNEF realizou-se em janeiro de 2015, porém até a construção desse trabalho, os artigos científicos apresentados não encontravam-se disponíveis para consulta.

Software Modellus para o ensino de Funções Trigonométricas”, no entanto quando utilizei “*softwares* no Ensino de Matemática e Física”, foram encontrados mais de trezentos trabalhos que abordavam a temática.

Para discutir o estado da arte do problema, selecionei obras que versam a respeito de “*softwares* no Ensino de Matemática e Física”. Como existe uma variedade de produção científica, escolhi sete que considerei ser as mais relevantes para a temática em estudo. No Quadro 1, estão inclusos livros, artigos, dissertações. Os títulos das produções científicas, bem como seus respectivos autores estão devidamente indicados no referido quadro.

Quadro 1 – Trabalhos com foco na modelagem computacional

Ano	Autor	Título	Tipo de Obra
2015	BOLETINI, Patricia Aparecida; SILVEIRA, Ismar Frango.	Jogos digitais na aprendizagem do plano cartesiano	Artigo publicado no Encontro de Produção Discente PUCSP/Cruzeiro do Sul, v 02, n.1.
2014	BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia R. da; GADANIDIS, George.	Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento.	Livro da Coleções: Tendências em educação Matemática, da editora Autêntica.
2013	DAZZI, Clóvis José; DULLIUS, Maria Madalena.	Ensino de funções polinomiais de grau maior que dois através da análise de seus gráficos, com auxílio do *software Graphmatica.*	Artigo publicado em Bolema, v. 27, n. 46.
2013	SILVA, Marcio; SILVA, Alcina Maria Testa Braz; OLIVEIRA, Alexandre Lopes de.	Aplicação do *software GeoGebra* em uma turma Ensino Médio para estudo comparativo de Movimentos Unidimensionais.	Artigo publicado no XX Simpósio Nacional de Ensino de Física – SNEF.
2013	COSTA JUNIOR, José Reginaldo Gomes da; SILVA, Aline Costa da; BRITO, Antonia Vamilis da Silva.	*Software Modellus*: uma ferramenta didática da modelagem Matemática no ensino/aprendizagem de Física.	Artigo publicado no XX Simpósio Nacional de Ensino de Física – SNEF.
2012	ARAÚJO, Ives Solano; VEIT, Eliane Angela e MOREIRA, Marco Antônio	Modelos computacionais no ensino-aprendizagem de Física: um referencial de trabalho	Artigo publicado em Investigações em Ensino de Ciências, Porto Alegre, v. 17, n. 2
2008	TORRESAN, Daniela de Cássia Moraes.	O uso do *software* de simulação *Modellus* na conceitualização de derivada: experiências de ensino-aprendizagem com base em *Vergnaud*	Dissertação apresentada ao Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil.

Fonte: Do autor (2017).

Ao abordar pesquisas sobre os “*softwares* no Ensino de Matemática e Física”, Patricia Aparecida Boletini e Ismar Frango Silveira (2015) em seu artigo intitulado “Jogos digitais na aprendizagem do plano cartesiano”, trazem o relato de um experimento envolvendo programação digital e Matemática computacional para se desenvolver conceitos de plano cartesiano, por intermédio de jogos educativos. O trabalho desenvolvido por Boletini e Silveira (2015) utilizou-se de métodos experimentais, no qual o foco de estudo era os objetos de aprendizagem. Para os pesquisadores, foi possível estabelecer uma relação positiva entre os conceitos propostos no estudo de plano cartesiano e a percepção da aprendizagem existente no envolvimento da atividade proposta.

Existem diversos trabalhos divulgados em relação a *softwares* no Ensino de Matemática e Física. Como à atual proposta leva em consideração a concepção de Marcelo de Carvalho Borba, Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva e George Gadanidis (2014), como sendo de relevância para a fundamentação teórica, destaco o livro “Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática”.

Nesse livro Borba, Silva e Gadanidis (2014) apresentam, no Capítulo 1, a evolução histórica das tecnologias digitais em Educação Matemática, além dos primeiros *softwares* aplicados. No Capítulo 2 os autores tratam de uma prática pedagógica, para o ensino de derivada por meio do *software Geogebra*, apresentando as explorações desenvolvidas, bem como as inquietações e estudos realizados. Já o Capítulo 3, versa sobre os recursos tecnológicos disponíveis na *internet* para o ensino de Matemática, destacando as tecnologias móveis como *laptops* e telefone celular, além de enfatizar as possibilidades de usos de *sites* como *Wikipédia, Facebook e You Tube.*

Dando sequência ao estudo, no Capítulo 4, os autores discutem o uso e aplicação da *Internet* a partir da sua evolução e velocidade, enfatizando as possibilidades de utilidade no ensino de Matemática, com as aplicações de *blogs, sites*, filmes e imagens disponíveis. No Capítulo 5, está enfatizada a aplicação das tecnologias digitais em sala de aula, ressaltando a importância do ensino à distância como um grande artefato da evolução tecnológica no ensino.

Outro trabalho selecionado foi o artigo de Clóvis José Dazzi e Maria Madalena Dullius (2013), intitulado “Ensino de Funções Polinomiais de grau maior que dois através da análise de seus gráficos, com auxílio do *software Graphmatica*”, o qual propõe uma abordagem do estudo dos conceitos desse tipo de função polinomial, utilizando um *software*.

Na abordagem desenvolvida por Dazzi e Dullius (2013) realizou-se uma investigação com alunos do 3º ano do Ensino Médio, em que a aplicabilidade do *software* mostrou a possibilidade de uma interação dinâmica entre os alunos e o estudo de funções polinomiais. Dazzi e Dullius (2013), destacam que com o planejamento de situações de trabalhos interessantes é possível empregar conceitos matemáticos de forma integral como uma possibilidade dinâmica e interativa para o ensino de função polinomial.

Dentre vários trabalhos expressivos encontrados, destaca-se o artigo de Marcio Silva, Maria Tereza Braz Silva e Alexandre Lopes de Oliveira (2013), apresentado no XX Simpósio Nacional de Ensino de Física – SNEF, intitulado “Aplicação do *software Geogebra* em uma turma Ensino Médio para estudos comparativos de Movimentos Unidimensionais”. Neste trabalho os autores procuraram desenvolver seus estudos em três turmas de 1ª série do Ensino Médio, da Rede Pública do Estado do Rio de Janeiro, no Município de Nilópolis. Os pesquisadores desenvolveram uma prática voltada para um estudo de caso com atividade de cunho quantitativo.

Os pesquisadores Silva, Silva e Oliveira (2013) ao concluírem as atividades verificaram que tanto nas aulas expositivas como nas atividades práticas e experimentais, os professores devem se preocupar em deter a atenção e participação dos educandos. Após a finalização das atividades os resultados obtidos foram satisfatórios, apontando a viabilidade de desenvolver aulas com o uso de simuladores, pois os educandos puderam associar as relações Matemáticas e seus significados físicos, por meio das simulações desenvolvidas no *software Geogebra.*

No artigo publicado por José Reginaldo Gomes da Costa Junior, Aline Costa da Silva e Antônia Vamilis da Silva Brito (2013) denominado “*Software Modellus*: uma ferramenta didática da modelagem Matemática no Ensino Aprendizagem de

Física”, os pesquisadores desenvolveram seus estudos em uma turma do 1º ano Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Rio Caeté – PA.

A pesquisa apresentada por eles foi fruto de um estudo de caso, baseado em uma análise qualitativa e quantitativa, desenvolvida em um período de quatro meses. As atividades foram desenvolvidas nos laboratórios de informática, cada atividade era selecionada conforme os conteúdos apresentados pelo professor na sala de aula. Nesse sentido, os conteúdos de Movimento Uniforme e Movimento Uniformemente Variado eram trabalhados de forma teórica e exemplificados por meio do *Software Modellus.*

Para os pesquisadores Costa Jr., Silva e Brito (2013) a ferramenta computacional *Software Modellus* tem como finalidade auxiliar o aluno a construir um conhecimento crítico e reflexivo, para que o mesmo possa posteriormente criar seus próprios modelos matemáticos. No entanto, para que esse processo de construção de conhecimento ocorra, é necessário por parte do professor disposição, tempo e atualizações constantes frente aos avanços tecnológicos. O trabalho evidenciou que a falta de capacitação tecnológica por parte do professor, vinculada a pouca carga horária da disciplina de Física, são elementos que dificultam o desempenho dos alunos no ensino e na aprendizagem da disciplina de Física.

Por sua vez, Araújo, Veit e Moreira (2012) desenvolveram um artigo designado “Modelos computacionais no ensino-aprendizagem de Física: um referencial de trabalho”, que objetiva descrever um parâmetro de trabalho, utilizando a modelagem computacional corroborando com a aprendizagem de Física. Os autores alicerçaram seus estudos em ferramentas computacionais, agregadas ao estudo de conceitos, utilizando o diagrama V de *Gowin*, para delinear atividades possivelmente relevantes. A proposta dos pesquisadores era de promover, as primeiras ideias para a execução de atividades didáticas, fundamentadas em modelagem científica, utilizando concepções epistemológicas no ensino de Física.

Dentre vários estudos relevantes encontrados, um trabalho dissertativo a ser discutido o foco em Modelagem computacional por ser resultado de uma pesquisa com alunos da disciplina de Matemática II, do curso de Ciências Contábeis. É uma dissertação do mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade

Luterana do Brasil, com o título “O uso do *software* de simulação *Modellus* na conceitualização de derivada: experiências de ensino-aprendizagem com base em *Vergnaud*” de autoria de Daniela de Cássia Moraes Torresan.

Nessa dissertação, Torresan (2008) faz um relato sobre uma prática pedagógica em que foi utilizada a Modelagem Computacional, por meio do *Software Modellus.* A investigação foi dirigida à compreensão de aspectos envolvidos nos processos de ensino e de aprendizagem de conhecimentos de derivada enfocando as habilidades desenvolvidas por intermédio do ambiente de Modelagem computacional. Os resultados encontrados mostraram que a representação gráfica favoreceu uma melhor compreensão do ensino de derivada, após a manipulação do *Software Modellus*.

As obras analisadas mostraram que a temática de investigação é relevante no âmbito do ensino de Matemática e de Física, pois a aproximação entre os estudos das Funções Trigonométricas e o Movimento harmônico simples são geralmente abordados de formas desconexas. Após fundamentar este estudo sob a ótica de diferentes autores, apresenta-se os procedimentos metodológicos que promoverão o levantamento dos dados aplicáveis a esta pesquisa.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo versa sobre a descrição da pesquisa, seu delineamento e a sua organização metodológica. Apresento onde foi desenvolvida a pesquisa, as atividades realizadas, o *software* e os instrumentos utilizados para a realização da mediação pedagógica.

3.1 Caracterização da pesquisa

A natureza do desenvolvimento dessa pesquisa foi de cunho qualitativo. A pesquisa “qualitativa engloba a ideia do sujeito, passível de expor sensações e opiniões [...]” (BORBA; ARAÚJO, 2013, p. 116). A pesquisa qualitativa possibilita autonomia para a pessoa pensar e se expressar em relação ao assunto exposto. Em vez de um resultado definitivo, há diversas interpretações, levando em consideração as opiniões, os argumentos e comentários dos sujeitos da pesquisa.

Os referidos autores ressaltam que os estudos de pesquisa qualitativa diferem entre si quanto ao método, à forma e aos objetivos de abordagem. Neste tipo de pesquisa considera-se que há uma relação dinâmica entre o sujeito e o mundo real, e o conhecimento não se constrói baseando-se apenas em dados isolados, analisados de maneira dissociável.

Como a proposta de desenvolvimento dessa pesquisa envolveu uma investigação e intervenção de âmbito pedagógico em um contexto autêntico de sala de aula, compreendo que essa abordagem seja de cunho qualitativo. Para Borba e Araújo (2013, p. 21), “[...] é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e as suas ideias, procurando fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas [...]”. Um dos enfoques da pesquisa qualitativa são as pessoas e suas atividades, considerando suas interpretações à medida que interagem com outros e refletem a respeito de suas experiências e atividades cotidianas.

Este estudo consistiu de um estudo de caso, em razão de que o problema em questão inclui a investigação de implicações a respeito da integração de *software* de modelagem computacional no ensino de trigonometria e no Movimento Harmônico Simples, desenvolvido com um grupo de pessoas específico e único. Goldenberg (2010, p. 33-34) ressalta a respeito do estudo de caso que:

> [...] reúne o maior número de informações detalhadas, por meio de diferentes técnicas de pesquisa, com o objetivo de apreender a totalidade de uma situação e descrever a complexidade de um caso concreto. Através de um mergulho profundo e exaustivo em um objeto delimitado, o estudo de caso possibilita a penetração na realidade social, não conseguida pela análise estatística.

O mesmo autor também enfatiza que o estudo de caso na pesquisa qualitativa caracteriza-se pela análise aprofundada de uma unidade de estudo, enfatizando a interpretação em uma variedade de fontes de informações. O estudo de caso é aplicado quando o pesquisador apresenta o interesse em investigar uma situação individual e particular retratando a realidade de forma completa, profunda expondo os pontos de vista presentes numa situação social (GOLDENBERG, 2010).

Dessa forma, no desenvolvimento dessa pesquisa foram realizadas observações registradas em um diário de campo, registros fotográficos, filmagens, um questionário prévio contendo problemas de funções trigonométricas integradas ao movimento harmônico simples, atividades com o *software Modellus* abordando funções trigonométricas e um questionário de avaliação. Nesse sentido, o diário de campo foi um instrumento de registros e detalhamento das atividades realizadas pelos alunos (GUERRA, 2014).

3.2 Delineamento da pesquisa

Esta pesquisa qualitativa foi realizada com trinta e seis alunos, da turma 321 do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Macapá, Amapá no ano letivo de 2016, com os conteúdos de funções trigonométricas e movimento harmônico simples. A escolha por uma turma de 3º ano do Ensino Médio justifica-se pelo fato dos alunos já terem estudado os conteúdos de função trigonométrica nos anos anteriores e esse tópico é apresentado novamente para prepará-los para o ENEM e diferentes vestibulares. Contudo a minha preocupação é com formação humanitária, em que o conhecimento possa ter sentido e significado na vida do educando.

É importante salientar que as atividades foram desenvolvidas nas seis turmas do 3º ano do Ensino Médio que a escola possui, para oportunizar aos alunos os diversos recursos metodológicos que o professor utilizou nas aulas. Porém, foram utilizados os resultados de uma turma para o tratamento dos resultados, o método de escolha empregado foi por meio de sorteio, o qual resultou na turma 321.

Participaram desta pesquisa os 36 alunos da turma, composta de 23 estudantes do sexo feminino e 13 do sexo masculino. As atividades de pesquisa foram realizadas no turno e horário das aulas de Matemática, durante quatro semanas, tendo dois encontros semanais, um de duas horas aula de cinquenta minutos e outro de uma hora aula de cinquenta minutos cada.

Na figura 7 é possível verificar a localização geográfica do município de Macapá, cidade na qual está localizada a escola campo. A cidade de Macapá é capital do Estado do Amapá, sendo um dos principais centro cultural, politico e econômico do estado, situando-se ao sudeste do estado é a única capital brasileira cordada pela linha imaginaria do Equador e banhada pelo rio Amazonas. A pesquisa foi realizada em uma Escola Publica Estadual da Cidade de Macapá, AP que concedeu o termo de concordância para realização da pesquisa (Apêndice A).

Figura 7 – Localização do município de Macapá - AP

Fonte: Adaptado pelo autor, a partir do Google (2015).

Buscando a melhor transcrição e compreensão das respostas apresentadas pelos estudantes, optou-se por elencar algumas questões norteadoras. Os estudantes serão nomeados por A^1, A^2, A^3 e assim sucessivamente. O Quadro 2 apresenta as atividades executadas para cada objetivo proposto nesta pesquisa.

Quadro 2 – Resumo da relação entre os objetivos e atividades propostas

<table>
<tr><td colspan="2">Problema: Quais as implicações de utilizar o Software Modellus, para ensinar os conceitos de Funções Trigonométricas por meio do Movimento Harmônico Simples, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio da Educação Básica na cidade de Macapá – AP?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo Geral: Investigar as implicações de utilizar o Software Modellus, para ensinar os conceitos de Funções Trigonométricas por meio do Movimento Harmônico Simples, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio da Educação Básica na cidade de Macapá – AP.</td></tr>
<tr><th>Objetivo especifico</th><th>Atividade executadas</th></tr>
<tr><td>Conhecer as concepções prévias dos alunos sobre as Funções Trigonométricas aplicados no Movimento Harmônico Simples</td><td>Realização do questionário estruturado prévio;</td></tr>
<tr><td>Planejar e desenvolver atividades no Software Modellus integrado as Funções Trigonométricas e o Movimento Harmônico Simples;</td><td>Desenvolvimento da atividade pedagógica utilizando o Software Modellus;</td></tr>
</table>

Continua...

(Continuação)

Objetivo especifico	Atividade executadas
Verificar se os resultados obtidos durante a prática pedagógica indicam que o ensino desenvolvido com o uso de tecnologias pode possibilitar um caminho diferenciado para o ensino de Funções Trigonométrica;	Análise dos roteiros das atividades pedagógicas;
	Análise do questionário de avaliação;

Fonte: Do autor (2017).

Todos os estudantes da turma participaram de uma reunião, na qual foi esclarecida a pesquisa, os objetivos, as atividades, os recursos utilizados, bem como os horários e duração em que ocorreram os encontros. Cada aluno recebeu o Termo de Consentimento Livre Esclarecido para assinar (APÊNDICE B). Como uma grande parte deles são menores de idade, levaram para casa e trouxeram assinado pelos pais, também foram informados de que cada um poderia optar em participar ou não da pesquisa.

Os sujeitos da pesquisa foram submetidos a um questionário estruturado prévio (APÊNDICE C) para analisar seus conhecimentos acerca de alguns conceitos relacionados às Funções Trigonométricas. No entendimento de Marconi e Lakatos (2002) o questionário deve conter questões claras e concretas, buscando atingir os objetivos do estudo. Os mesmos autores destacam que no questionário estruturado o pesquisador tem uma lista de questões que serão um guia para aprofundar a investigação a que o estudo se propõe. Destaco que o questionário estruturado prévio não teve a identificação nominal do estudante, preservando o anonimato do informante.

Para a análise dos materiais coletados optou-se pela análise exploratória, interpretativa e cronológica. Triviños (1987, p. 160) salienta que:

> [...] o conceito que analisamos é a da 'inferência' que pode partir das informações que fornece o conteúdo da mensagem, que é o que normalmente ocorre, ou de premissas que se levantam como resultado do estudo dos dados apresenta a comunicação. De todas as maneiras, em ambas as situações a informação surge da apreciação objetiva da mensagem.

O autor ainda ressalta que na pesquisa qualitativa a técnica empregada, a entrevista semiestruturada, o questionário aberto, a análise dos dados não estabelecem separações entre a coleta de informação e a interpretação das mesmas. Para Triviños (1987, p. 170) “os resultados, para que tenham valor científico, devem reunir certas condições: a coerência, a consistência, a originalidade e a objetivação [...]” que constituem os aspectos internos da verdade e a intersubjetividade do aspecto externo.

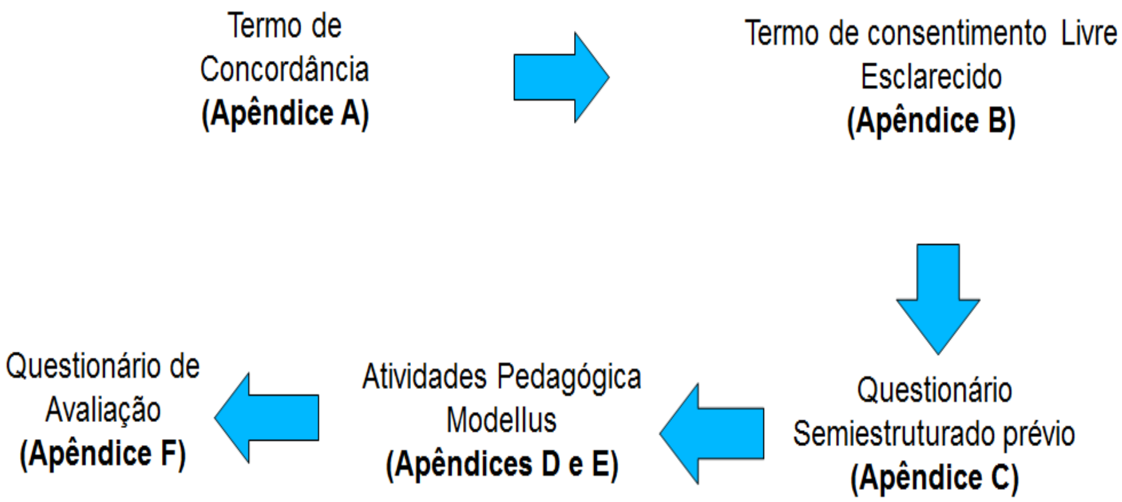
Posteriormente, desenvolvi um questionário de avaliação, na qual realizei uma análise textual discursiva das impressões declaradas pelos alunos, ressaltando os pontos mais relevantes, baseado na análise textual discursiva de Triviños (1987). O mesmo autor ressalta que a “análise interpretativa apoiar-se-á em três aspectos: a) nos resultados alcançados no estudo [...]; b) na fundamentação teórica [...]; c) na experiência pessoal do investigador” (TRIVIÑOS, 1987, p. 173).

No subcapítulo subsequente, apresento a organização da pesquisa, mencionando as etapas da realização.

3.3 Organização da pesquisa

A presente pesquisa mostra-se estruturada em cinco etapas, sendo elas: Termo de Concordância da Direção da Instituição de Ensino, Termo de Consentimento Livre Esclarecido, Questionário estruturado Prévio, Atividade Pedagógica e Questionário de Avaliação. Nos próximos itens, será delineada cada uma dessas etapas.

Figura 8 – Estrutura gráfica do procedimento metodológico



Fonte: Do autor (2016).

1º) Termo de Concordância da Direção da Instituição de Ensino (APÊNDICE A)

Para o desenvolvimento dessa etapa da pesquisa, marquei uma reunião com a direção e coordenação pedagógica para dialogar acerca da eventualidade da realização da pesquisa na escola e com qual turma seria permissível realizá-la. Neste momento da reunião com a equipe gestora do estabelecimento de Ensino, foram esclarecidos os objetivos e procedimentos metodológicos da pesquisa, e foi fornecida a Carta de Anuência para a direção da escola (Apêndice A) esclarecendo a mesma quanto ao uso do nome na dissertação.

A direção e coordenação pedagógica imediatamente aceitaram a efetivação da pesquisa. Cabe ressaltar que o pesquisador é professor nesta instituição desde 2013. Portanto, alguns estudantes já haviam sido seus alunos em séries do Ensino Médio e, portanto, eu já conhecia as dificuldades de compreensão dos alunos acerca das funções trigonométricas. Como citado anteriormente, a proposta foi desenvolvida nas seis turmas do 3º ano do Ensino Médio, mas, por critério de sorteio, foram analisados os dados da turma 321.

2º) Termo de Consentimento Livre Esclarecido (APÊNDICE B)

Foi realizada uma reunião com os alunos, na qual expliquei detalhes da pesquisa, os objetivos, as atividades que seriam desenvolvidas, os recursos empregados, os horários e dias em que ocorreriam os encontros, bem como, a duração. Os estudantes receberam o Termo de Consentimento Livre Esclarecido para assinar, que poderiam ser assinados pelos alunos ou responsáveis, quando menores de idade. Nesse momento informei que a participação na pesquisa não era obrigatória. E todas as informações pertinentes a esta etapa foram apresentadas no 1º Encontro, em uma aula de 50 minutos.

3º) Questionário estruturado Prévio (APÊNDICE C)

Os alunos receberam uma lista com quatro questões envolvendo função trigonométrica aplicadas aos conceitos de Movimento Harmônico Simples, em que os mesmos deveriam resolvê-las individualmente. A finalidade do questionário estruturado prévio era averiguar os conhecimentos prévios dos alunos em relação à função trigonométrica. Esta atividade foi desenvolvida no 2º Encontro em duas aulas de 50 minutos cada uma.

Averiguar as concepções prévias dos alunos por meio de um questionário estruturado permite conhecer melhor o conhecimento dos estudantes a respeito de Funções Trigonométricas e suas aplicações no cotidiano. Segundo Gil (2008, p.121) a análise dos questionários na pesquisa qualitativa envolve a obtenção dos dados descritos, enfatizando o produto retratado na perspectiva dos participantes da pesquisa.

Vale salientar que os questionários não possuíram identificação dos estudantes para que os mesmos possuíssem uma maior liberdade e segurança na exposição das respostas (GIL, 2008). As folhas do questionário estruturado prévio foram nomeadas A^1, A^2, A^3 e assim sucessivamente, conforme a numeração sorteada de cada aluno.

Durante o desenvolvimento do questionário estruturado prévio os alunos apresentaram dificuldades na compreensão do entendimento da interpretação das questões. Foi necessário fazer uma leitura detalhada, explicando o que era pedido em cada item. Porém, vale ressaltar que tomei cuidados para não responder nenhum dos itens das questões com as minhas explicações.

4º) Atividade Pedagógica (APÊNDICES D e E)

Primeiramente conduzi os alunos para o laboratório de informática, lá apresentei o *Software Modellus,* para que os alunos conhecesse os principais aspectos básicos e necessários para o desenvolvimento da atividade, como por exemplo, como construir um modelo, realização de animação, construção de gráficos e tabelas. Essa exposição e familiarização com o *software* foi realizada no 3º e 4º Encontro, em duas aulas de 50 minutos cada uma, no mesmo turno e horário das aulas de Matemática.

Durante a familiarização com o *Software Modellus*, os alunos construíram modelos matemáticos de funções afim, quadrática e trigonométricas (APÊNDICE D). Essa familiarização foi necessária para que os educandos compreendessem a criação de um modelo matemático no *software*, visualizassem as janelas e observassem os recursos oferecidos pelo *Software Modellus.*

Figura 9 – Estudantes da turma 321 durante a familiarização com o *Software Modellus.*

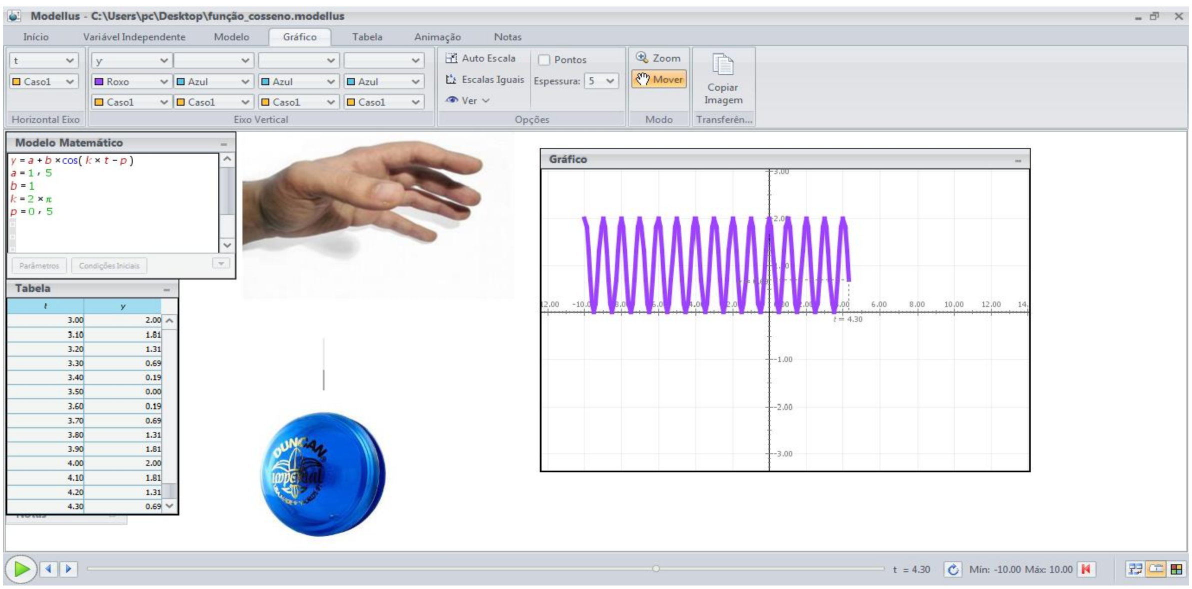
Fonte: Do autor (2016).

Nessa etapa de familiarização os alunos apresentaram dificuldades em inserir as funções no modelo matemático na janela, selecionar os parâmetros adequados e em definir a variável independente. Por alguns instantes pensei que a atividade iria demorar mais de duas aulas de 50 minutos cada, pois no momento de inserir as funções trigonométricas as dificuldades aumentaram. Porém, depois que os alunos começaram a acertar inserção das funções o direcionamento da atividade de familiarização foi mais satisfatório.

Posteriormente à etapa de adaptação ao *Software Modellus*, foram desenvolvidas as atividades abordando os conteúdos de função trigonométrica (APÊNDICE E) com quatro atividades integradas ao Movimento Harmônico Simples, com o uso do *software*. Essas atividades foram desenvolvidas no 5°, 6° e 7° Encontros, em duas aulas de 50 minutos cada uma, durante as aulas de matemática no turno da tarde. Nos encontros foram utilizados registros fotográficos, filmagens e diários de bordo, tanto por parte do pesquisador como por parte dos alunos.

As atividades pedagógicas realizadas foram filmadas para fins de constatação da ação educacional, uma das comprovações do mestrado profissional. Na Figura 10 apresento a abertura do programa *Modellus*, com a primeira atividade pedagógica.

Figura 10 – Vista no *Modellus* da primeira atividade



Fonte: Do autor com a utilização do *Software Modellus* (2015).

A primeira atividade pedagógica (APÊNDICE E) era composta de quatro perguntas qualitativas em que os estudantes deveriam responder o questionário, estabelecendo uma conexão entre o observado na atividade integrada ao movimento harmônico simples e a teoria dos conceitos de funções trigonométricas.

A segunda atividade pedagógica era um pouco mais complexa, pois os estudantes deveriam criar o modelo matemático por meio das informações fornecidas na situação problema. Posteriormente implementar o modelo matemático no *Software Modellus,* e, em seguida, responder as três perguntas do questionário. Essa atividade possuía três questionamentos relacionados a construção do modelo matemático que representava o movimento harmônico simples, ao comportamento do movimento e suas características matemáticas e físicas.

No sexto encontro desenvolvi mais duas atividades durante duas horas aulas de 50 minutos cada uma. A terceira atividade pedagógica (APÊNDICE E) envolvendo uma animação relacionando o movimento harmônico simples em uma situação do cotidiano.

A terceira atividade pedagógica (APÊNDICE E) estava relacionada a uma animação de um pêndulo simples em que seu gráfico descrevia o comportamento das funções trigonométricas seno e cosseno. A atividade possuía um questionário com três indagações qualitativas relacionados ao comportamento do fenômeno físico e da variação do gráfico das funções trigonométricas. Nesse mesmo dia desenvolvemos a quarta atividade pedagógica.

Na quarta atividade pedagógica (APÊNDICE E) os alunos deveriam primeiramente criar o modelo matemático no *Software Modellus*, para posteriormente fazer as explorações necessária e responder as quatro perguntas qualitativas relacionados ao comportamento do movimento harmônico simples e das funções trigonométricas. Um lado positivo do desenvolvimento dessa atividade, foi que os alunos apresentaram menos dificuldades na construção do modelo matemático em comparação com a segunda questão que também necessitava da construção do modelo matemático no *software*.

5º) Questionário de Avaliação (APÊNDICE F)

O questionário de avaliação foi realizado no oitavo encontro em uma aula de 50 minutos. Com base neste questionário, tive o intuito de observar a opinião dos alunos em relação às atividades desenvolvidas, em particular ao uso do *Software Modellus* integrado na Matemática e Física no ensino de função trigonométrica. O objetivo desta etapa é compreender por meio das respostas dos alunos o quanto este recurso colaborou com a aprendizagem de conceitos de função trigonométrica integrada ao Movimento Harmônico Simples.

No próximo capítulo, exponho a análise dos resultados e discussões dos dados obtidos durante a intervenção pedagógica.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, retrato os resultados da intervenção pedagógica, expondo a caracterização da turma, a análise qualitativa do questionário estruturado prévio, a atividade pedagógica com a utilização do *Software Modellus* e o questionário de avaliação.

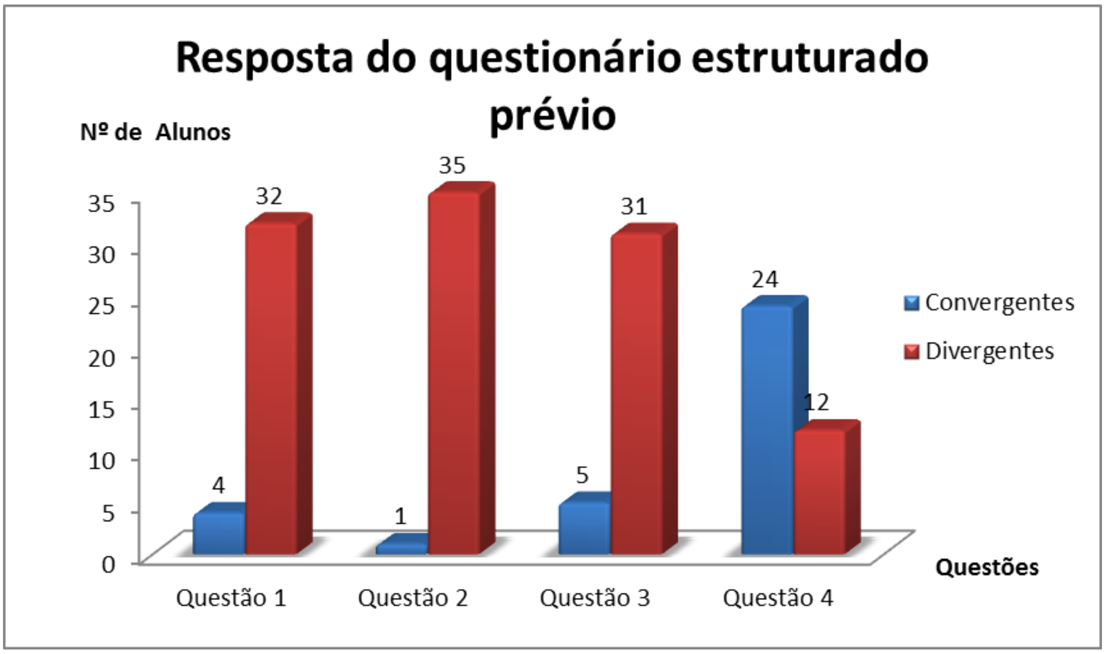
Para a melhor compreensão do leitor, este capítulo foi dividido em quatro subseções. A primeira apresenta a análise qualitativa do questionário estruturado prévio; a segunda, a análise da atividade de familiarização com o *Software Modellus;* a terceira subseção apresenta a análise qualitativa das atividades pedagógica e, a quarta, a análise do questionário de avaliação. No desenvolvimento dessas análises, apresento as respostas de alguns dos estudantes, conforme a atividade trabalhada, tendo em vista que essas demonstram, de modo representativo, as dos demais elementos da turma.

4.1 Análise do questionário estruturado prévio

Primeiramente foi empregado um questionário estruturado (APÊNDICE C) como instrumento para a coleta das informações iniciais, com questões dissertativas e abertas, através das quais procurei constatar os conhecimentos prévios dos alunos envolvidos na pesquisa. O questionário estruturado prévio empregado foi planejado com 4 perguntas relacionadas ao comportamento das Funções Trigonométricas aplicadas ao Movimento Harmônico Simples. Subsequentemente, os questionários serviram como material para a análise, buscando evidências do conhecimento prévio dos alunos a respeito do tema.

Na sequência, a Figura 11 apresenta a quantidade de respostas que convergiram para os conceitos de funções trigonométricas e movimento harmônico simples e as que divergiram desses conceitos, repassada pelos estudantes no questionário estruturado prévio.

Figura 11 – Gráfico das respostas convergentes e divergentes do questionário estruturado prévio



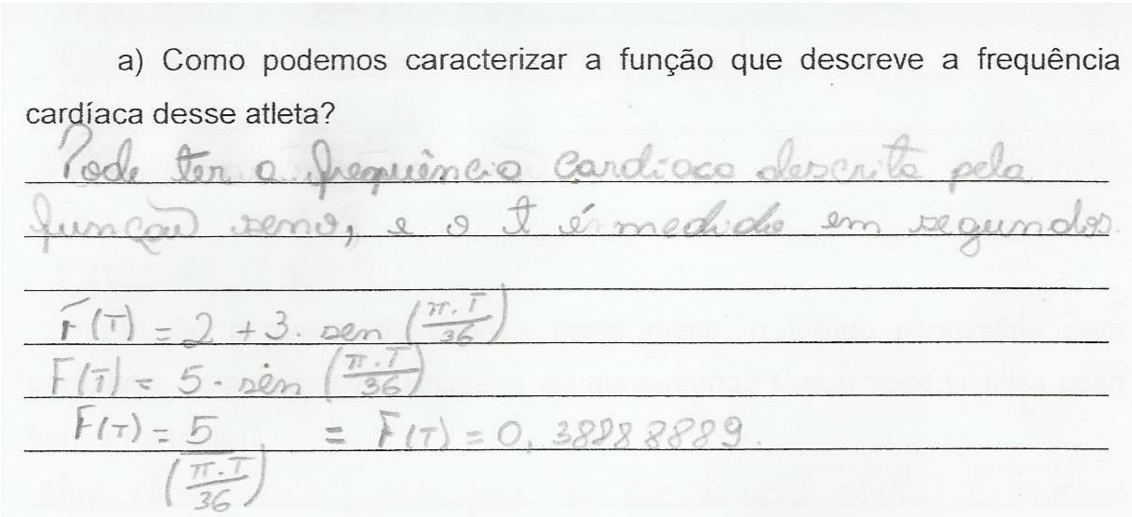
Fonte: Do autor (2016).

A primeira pergunta do questionário estruturado prévio possuía três indagações dissertativas e conexas ao comportamento da função seno, relacionando com o comportamento do movimento harmônico simples:

> O sistema cardiovascular do organismo humano, do qual o coração é o órgão principal, tem a finalidade de fazer circular o sangue pelo corpo. A quantidade de contrações realizadas por minuto determina a intensidade de frequência cardíaca, que oscila de acordo com as necessidades do organismo. Um atleta, por exemplo, pode ter a frequência cardíaca descrita pela função: $h\ (t) = 2 + 3.sen\ \left(\frac{\pi.t}{36}\right)$, em que t é o tempo medido em segundos (DO AUTOR, 2016).

Pude verificar que os alunos A^1, A^7, A^{16} e A^{20} responderam à pergunta com uma conexão a respeito da característica da função, o que considerei uma resposta convergente, porém, realizaram cálculos incompreensíveis. Observando as respostas dos alunos e os comentários nas transcrições, observei que os alunos A^3, A^8, A^{10}, A^{11} A^{13} e A^{31} responderam sem nexo, como se não tivessem entendido a pergunta ou não possuíssem conhecimento a respeito de Funções Trigonométricas, o que classifiquei como divergente como mostra a Figura 12, abaixo:

Figura 12 – Resposta do Aluno A^3


a) Como podemos caracterizar a função que descreve a frequência cardíaca desse atleta?

Pode ter a frequência cardíaca descrita pela função seno, e o t é medido em segundos.

$F(T) = 2 + 3 . \text{sen}\left(\frac{\pi . T}{36}\right)$

$F(T) = 5 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi . T}{36}\right)$

$F(T) = \frac{5}{\left(\frac{\pi . T}{36}\right)} = F(T) = 0,38888889.$

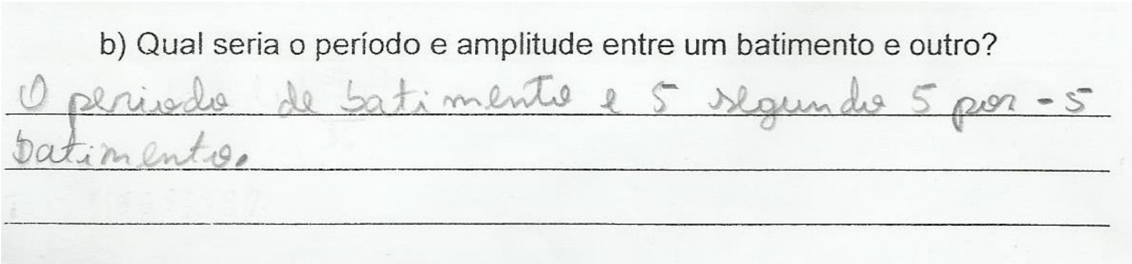
Fonte: Do autor (2016).

Por meio das respostas dos alunos A^3, A^8, A^{10}, A^{11} A^{13} e A^{31}, foi possível perceber que os alunos não sabiam quais as características de uma função trigonométrica aplicada em outras áreas do conhecimento, uma relação que apresenta indícios que os alunos não estão habituados a realizar. Observei também, de imediato, que os alunos procuravam realizar cálculos sem tentar compreender o que o problema solicitava.

Nessa pergunta, pude considerar correta uma resposta, de acordo com as concepções físicas atualmente aceitas: o aluno descreveu a periodicidade do movimento em um intervalo de tempo. Para Guidorizzi (2011), uma das características do gráfico de uma função periódica de período t é que o mesmo se repete em cada intervalo do comprimento do período.

Além dos parâmetros da função seno, também busquei compreender o entendimento dos alunos sobre as funções trigonométricas, que Guidorizzi (2011) enfatiza serem modelações matemáticas de fenômenos periódicos. Na segunda indagação da primeira pergunta, percebi que os alunos A^{2}, A^{8}, A^{11}, A^{18} e A^{33} não souberam relacionar período e amplitude de uma função trigonométrica no movimento harmônico simples. Os alunos realizaram a soma dos parâmetros da função, dando respostas como a da Figura 13:

Figura 13 – Resposta do Aluno A^{18}



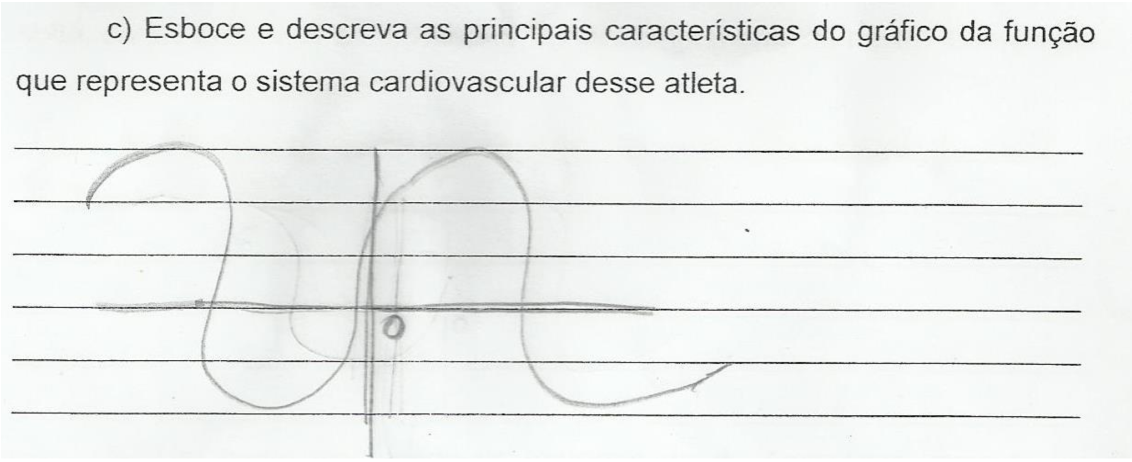
Fonte: Do autor (2016).

A função $h\,(t) = 2 + 3.sen\left(\frac{\pi.t}{36}\right)$ representava o sistema harmônico cardiovascular do ser humano, responsável por fazer a circulação do sangue no corpo. Observando a Figura 13, o aluno A^{18} somou o parâmetro A (responsável pelo deslocamento vertical) com o parâmetro B (que é a amplitude da função). Uma das grandezas relacionada à frequência é o período T de oscilação do movimento que constitui o tempo necessário para completar um ciclo de oscilação do movimento harmônico simples e a frequência, é o número de oscilações completas por segundo (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

Verificando as respostas dos demais alunos participantes da pesquisa, constatei que nenhum acertou qual seria a amplitude e o período do movimento. A amplitude variava de [-1 até 5] e o período era de 72 segundos.

Observando a resposta dos alunos com relação à terceira arguição da primeira pergunta do questionário estruturado prévio, constatei que nenhum dos alunos conseguiu realizar o esboço da função em estudo. Os alunos A^{5}, A^{8}, A^{17}, A^{28} e A^{34} confundiram os elementos e características da função seno com a função cosseno. Vale destacar que, observando as respostas dos alunos e as transcrições das conversas, para os alunos as funções trigonométricas possuíam o mesmo gráfico, sem distinção ou características diferentes. Muitos apresentaram respostas como a apresentada na Figura 14:

Figura 14 – Resposta do Aluno A[8]



Fonte: Do autor (2016).

No esboço da figura 14, é possível perceber que os alunos não descreveram as características do gráfico da função seno e não atribuíram variáveis as dimensões do sistema de coordenadas cartesianas. Iezzi (2013, p. 17) destaca que:

> O gráfico da função periódica se caracteriza por apresentar um elemento de curva que se repete, isto é, se quisermos desenhar toda a curva bastará construir um caminho onde está desenhando o tal elemento de curva e ir carimbando. Período é o comprimento do carimbo (medido no eixo dos x).

Percebi que os alunos não conseguiram esboçar o gráfico da função, destacando suas características. Uma resposta matemática aceitável seria um esboço em que o gráfico passasse pela origem dos eixos de coordenadas cartesianas e sua imagem fosse [-1;5]. Apenas o aluno A[8] apresentou um gráfico semelhante a uma função senoidal; os demais alunos traçaram esboço de funções afim, quadráticas e de circunferências.

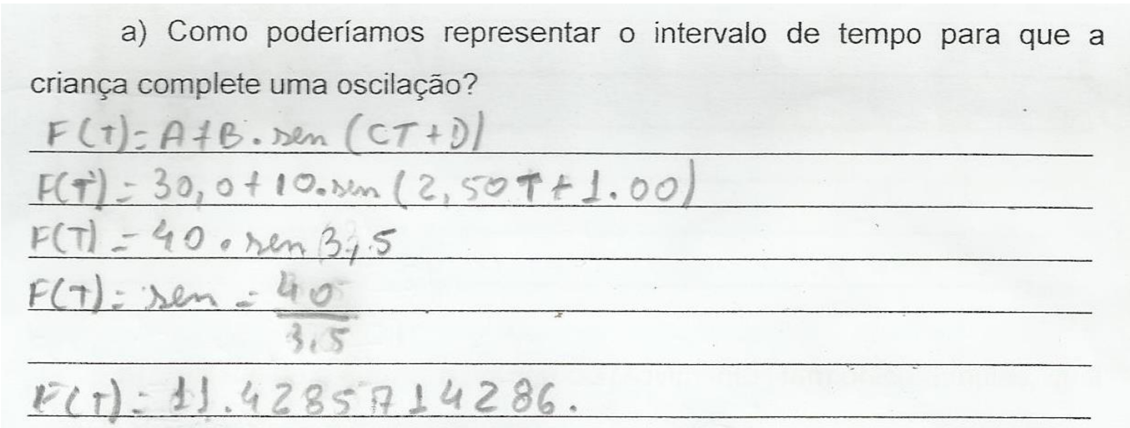
A segunda pergunta do questionário estruturado prévio apresentava três interrogativas dissertativas, relacionando um fenômeno harmônico simples e a função trigonométrica:

> Uma criança de massa 30,0 kg brinca em um balanço cuja haste rígida tem comprimento de 2,50 m. Ela é solta de uma altura de 1,00 m acima do solo.

> Supondo que a criança não se auto impulsione, podemos considerar o sistema 'criança-balanço' como um pêndulo simples, desprezando-se a resistência do ar, e considere g= 10m/s², responda (UFPR, apud FÍSICA E VESTIBULAR, 2016, texto digital).

Verificando as respostas a essa questão, constatei que, dentre os alunos integrantes da pesquisa, todos responderam o primeiro questionamento de forma equivocada. Além disso, os alunos A^1, A^6, A^8, A^{13} e A^{18} realizaram cálculos elementares da matemática de forma errada e incompreensível, como pode-se observar na Figura 15. Espera-se que um estudante do 3º ano do Ensino Médio já deva saber operar com conceitos elementares de álgebra, o que não foi o caso neste contexto.

Figura 15 – Resposta do Aluno A^1


a) Como poderíamos representar o intervalo de tempo para que a criança complete uma oscilação?

F(t)= A+B.sen (Ct+D)

F(T) = 30,0+10.sen (2,50T+1.00)

F(T) = 40.sen 3,5

F(T): sen = 40/3,5

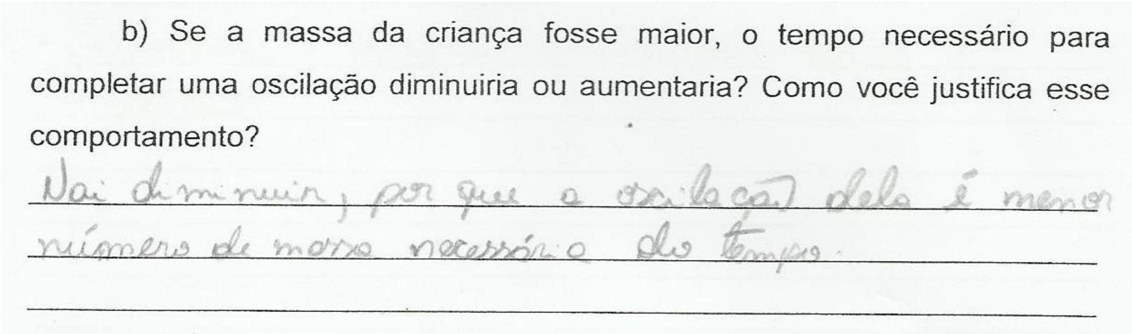
F(T): 11.4285714286.

Fonte: Do autor (2016).

As respostas dos alunos revelaram que muitos tentaram escrever a função trigonométrica que representa o movimento harmônico simples, no entanto, não conseguiram estruturar a função utilizando as informações do problema. Também pude perceber os erros nas operações matemáticas, pois os alunos as desenvolveram, somando e dividindo os parâmetros (A com o B; C que possui a variável t com o parâmetro D) para determinar o intervalo de tempo de uma oscilação. Segundo Halliday, Resnick e Walker (2012), no movimento oscilatório de um corpo, o tempo necessário para completar uma oscilação é o período T. Em um intervalo de tempo, o sistema passa novamente por uma dada posição.

No segundo questionamento, percebi que os alunos A^7, A^{10}, A^{28} e A^{30} mostraram uma melhor compreensão da situação, relacionando a massa da criança com o tempo necessário para completar uma oscilação. Porém, no momento de justificar suas respostas, com a diminuição ou aumento de oscilações, as argumentações foram contraditórias e confusas, conforme pode-se verificar na resposta apresentada na Figura 16:

Figura 16 – Resposta do Aluno A^{22}


b) Se a massa da criança fosse maior, o tempo necessário para completar uma oscilação diminuiria ou aumentaria? Como você justifica esse comportamento?

Vai diminuir, por que a oscilação dela é menor número de massa necessário do tempo.

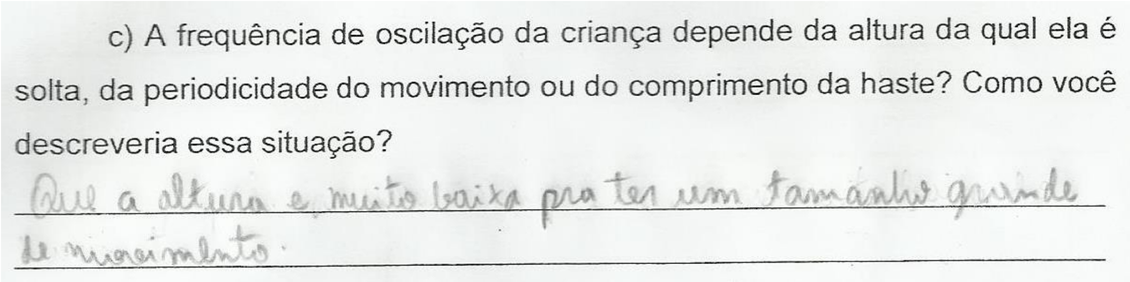
Fonte: Do autor (2016).

Segundo Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 96), “toda a massa de um pêndulo simples está concentrada na massa m do peso do pêndulo, que está a uma distância L do ponto fixo, assim, obtemos $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$” . Nesse sentido o período de oscilação de um pêndulo depende do comprimento do fio e da aceleração da gravidade; não depende da massa pendular. Como o movimento é isócrono, o período não depende da amplitude do movimento pendular.

Nessa pergunta uma resposta escolar aceitável seria que os alunos dissessem que a massa do pêndulo não influenciava no período de oscilação, destacando que o período e a frequência são independentes da amplitude e da fase inicial do movimento.

Examinando a resposta dos alunos com relação ao terceiro item da segunda pergunta do questionário estruturado prévio, foi possível averiguar que os alunos responderam de forma condizente à pergunta. No entanto, os alunos A^5, A^8, A^{13}, A^{19} e A^{21} confundiram frequência de oscilação e periodicidade do movimento com o comprimento da haste do balanço. Podemos evidenciar esse fato por meio da Figura 17:

Figura 17 – Resposta do Aluno A[5]


c) A frequência de oscilação da criança depende da altura da qual ela é solta, da periodicidade do movimento ou do comprimento da haste? Como você descreveria essa situação?

Que a altura e muito baixa pra ter um tamanho grande de movimento.

Fonte: Do autor (2016).

Quanto à frequência Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 88) descreve que:

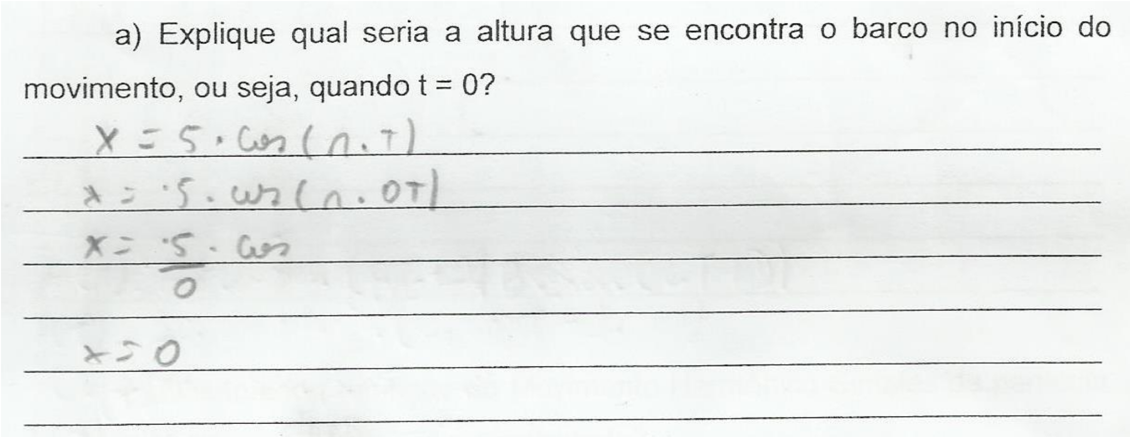
> Uma grandeza relacionada à frequência é o período T do movimento, que é o tempo necessário para completar uma oscilação completa (ou um ciclo), onde $T = \frac{1}{f}$.
>
> Todo movimento que se repete a intervalos regulares é chamado movimento periódico ou movimento harmônico [...].

Comparando as respostas dos alunos A[5], A[8], A[13], A[19] e A[21] com o excerto acima, pode-se observar que a frequência de oscilação depende da periodicidade do movimento. Para os alunos, tanto a altura como o comprimento da haste não irão influenciar na frequência de oscilação, visto que consideraram a altura do sistema "criança-balanço" para determinar a frequência de oscilação. Uma resposta escolar aceitável que os alunos poderiam ressaltar seria que a frequência e a periodicidade estão diretamente relacionadas entre si, pois o movimento harmônico simples é isócrono.

A terceira pergunta do questionário estruturado prévio possuía três itens interrogativos dissertativos e estava relacionada ao comportamento de uma função cosseno conexo ao movimento harmônico simples: “Um barco navegando às margens do rio Amazonas executa um Movimento Harmônico Simples, conforme a equação horária x = 5. cos $(\pi . t)$, onde t é dado em segundos e x em metros” (DO AUTOR, 2016).

Verifiquei que os alunos integrantes da pesquisa cometeram erros nas operações matemáticas na solução do primeiro item dissertativo. As incorreções na solução do primeiro item estavam todas relacionadas às operações elementares de adição, multiplicação e divisão com números reais, podendo-se verificar um dos erros na Figura 18:

Figura 18 – Resposta do Aluno A[13]



a) Explique qual seria a altura que se encontra o barco no início do movimento, ou seja, quando t = 0?

$x = 5 \cdot \cos(\pi . t)$

$x = \cdot 5 \cdot \cos(\pi . 0t)$

$x = \cdot 5 \cdot \cos$

0

$x = 0$

Fonte: Do autor (2016).

Nesse item, desejaria que os alunos identificassem, na função trigonométrica do movimento harmônico simples, a amplitude da função. Porém, verifiquei que os erros de inconsistências na aplicação de operações matemáticas prevaleceram nas respostas. Segundo Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 88),

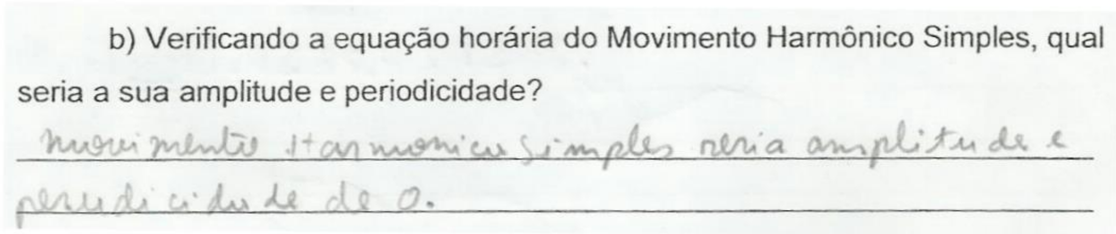
> [...] o deslocamento x da partícula em relação à origem é dado por uma função do tempo da forma:
> $x(t) = x_m \cos(\omega t + \emptyset)$, onde x_m, ω e $\emptyset$ são constantes [...]. A grandeza x_m denominada amplitude do movimento, é uma constante positiva cujo valor depende do modo como o movimento foi produzido. O índice *m* indica o valor máximo, já que a amplitude representa o deslocamento máximo da partícula em um dos sentidos [...].

Relacionando as respostas com a citação acima, fica claro que os alunos não conseguiram identificar o valor da amplitude na função trigonométrica. Os erros matemáticos nas operações com números reais prevaleceram. Dessa forma, tive mais um desafio com o desenvolvimento da pesquisa, pois, além de trabalhar os conceitos de funções trigonométricas aplicadas ao movimento harmônico simples, precisaria trabalhar novamente as operações com números reais.

Uma resposta científica aceitável para esse item seria em que os alunos identificassem a altura do barco em relação ao nível do rio, apenas analisando o valor do parâmetro B e a função trigonométrica, sem necessitar realizar cálculos matemáticos explícitos.

O segundo item da terceira pergunta solicitava que os alunos identificassem a amplitude e a periodicidade do movimento, apenas analisando a equação horária. Foi possível perceber que os alunos A^{4}, A^{8}, A^{13}, A^{29} e A^{32} não conseguiram identificar a amplitude do movimento na função trigonométrica que descrevia o movimento harmônico simples. Esse fato está evidenciado na Figura 19, abaixo:

Figura 19 – Resposta do Aluno A^{13}


b) Verificando a equação horária do Movimento Harmônico Simples, qual seria a sua amplitude e periodicidade?

movimento Harmonico Simples seria amplitude e periodicidade de 0.

Fonte: Do autor (2016).

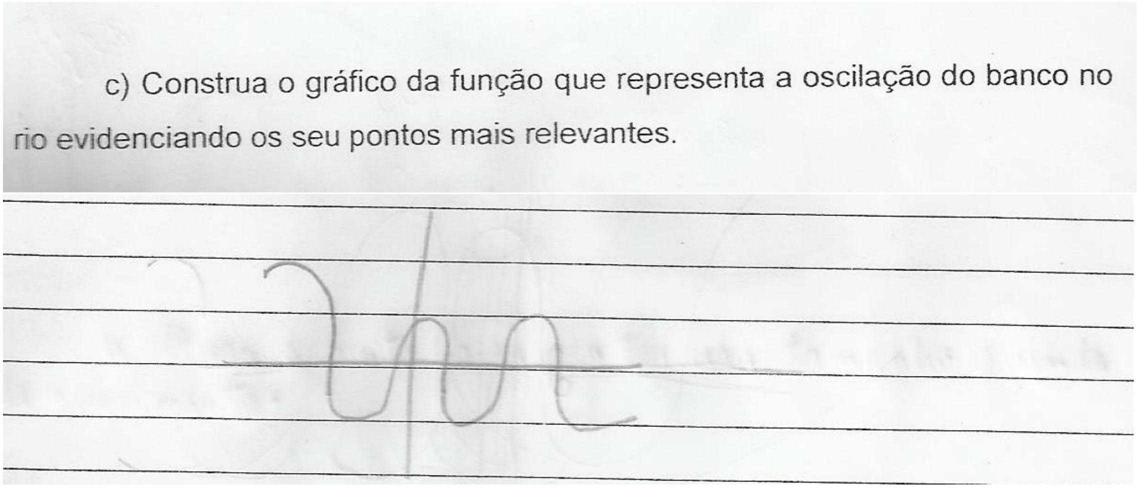
A periodicidade de um movimento harmônico simples é o tempo necessário para o movimento completar uma oscilação; por outro lado, a amplitude do movimento é o deslocamento de uma partícula em relação ao eixo de orientação (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012). Os alunos A^{3}, A^{8}, A^{13} e A^{19} confundiram a amplitude e a periodicidade com o tempo inicial do movimento, solicitado no item anterior. Esse fato mostrou que os alunos não possuíam os conhecimentos básicos de Funções Trigonométricas e de Movimento Harmônico Simples, evidenciando a importância do desenvolvimento de atividades que possibilitasse a integração entre os conhecimentos de Matemática e de Física.

Uma resposta matemática aceitável para esse item seria que os alunos analisassem os parâmetros da função trigonométrica e, a partir deles, verificasse a amplitude e a periodicidade do Movimento Harmônico Simples.

O terceiro item solicitava que os alunos construíssem o esboço do gráfico da função trigonométrica que representava o Movimento Harmônico Simples. Diversos gráficos foram feitos, no entanto, somente os alunos A^{1}, A^{9}, A^{17}, A^{20} e A^{33} construíram gráficos que se aproximavam do comportamento da Função

Trigonométrica. Um deles está apresentado na Figura 20. Podemos observar que estão faltando alguns elementos importantes, tais como a orientação do sistema de coordenadas cartesianas.

Figura 20 – Resposta do Aluno A[9]



Fonte: Do autor (2016).

Os gráficos produzidos pelos alunos apresentaram vários formatos e configurações, tais como de função afim, função quadrática, função exponencial e de circunferência, no entanto, os gráficos dos alunos A[1], A[9], A[17], A[20] e A[33] foram os que mais se aproximaram da função cosseno. Dessa forma, pude constatar que os alunos não possuíam domínio suficiente do conteúdo para esboçar um gráfico de uma função trigonométrica, ressaltando seus pontos mais relevantes.

Para Halliday, Resnick e Walker (2012), o gráfico da posição em função do tempo de uma função trigonométrica que descreve um movimento harmônico simples toma vários formatos no momento que alteramos a frequência, constante de fase ou a amplitude do movimento da partícula (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012). Uma resposta matemática aceitável seria em que o esboço gráfico produzido pelos alunos evidenciasse os pontos em que a função trigonométrica passa pelos eixos das ordenadas e abscissas.

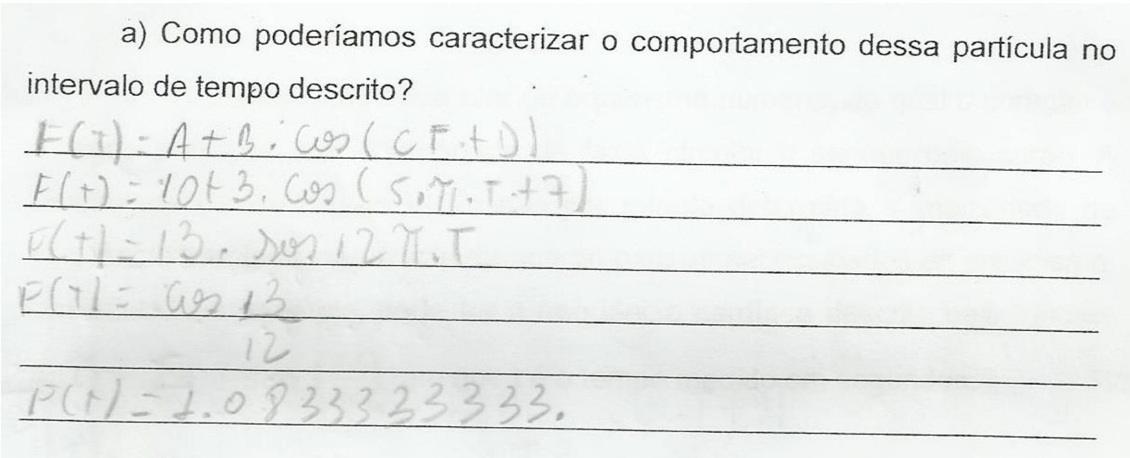
A quarta e última pergunta do questionário estruturado prévio possuía dois itens de perguntas dissertativas sobre o comportamento de uma função cosseno relacionada ao movimento harmônico simples: “Uma partícula executa um

Movimento Harmônico Simples no intervalo de tempo entre 0 e 10 segundos, conforme a função: x (t) = - 3.cos (5.π.t + 7), em que t representa o tempo em segundos" (DO AUTOR, 2016).

Explorando as respostas, constatei que os alunos A^3, A^8, A^9, A^{29} e A^{30} cometeram incoerências na aplicação de operações matemáticas, tais como adição, multiplicação e divisão de números reais. Os erros nas explicações do primeiro item estavam relacionados à interpretação da pergunta e às operações matemáticas.

Assim, os alunos participantes deste estudo, todos do 3º do Ensino Médio, possuíam, no momento da pesquisa, dificuldades nas operações de adição, multiplicação e divisão com números reais. Podemos verificar esse fato por meio da Figura 21:

Figura 21 – Resposta do Aluno A^9



a) Como poderíamos caracterizar o comportamento dessa partícula no intervalo de tempo descrito?

F(T) = A+B.Cos(CT+D)

F(t) = 10+3.Cos(5.π.T+7)

F(t) = 13.Cos 12π.T

F(T) = Cos $\frac{13}{12}$

F(t) = 1.083333333.

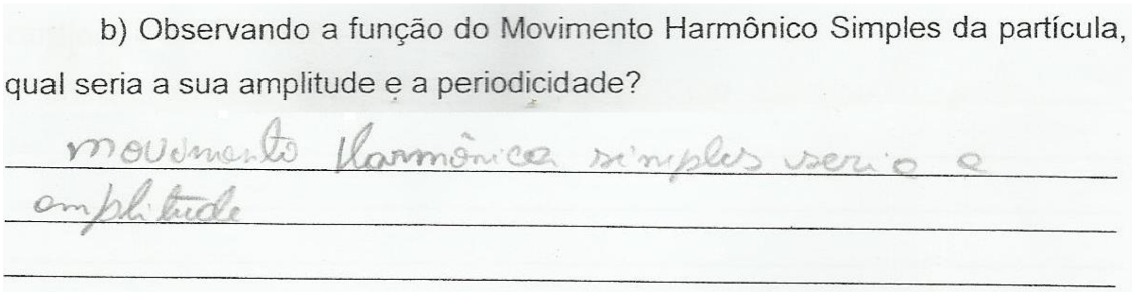
Fonte: Do autor (2016).

Podemos verificar, por meio da Figura 20, que o aluno A^9 somou os valores do deslocamento vertical com a amplitude do movimento. Lendo as transcrições dos áudios, percebi que o aluno A^9 considerou a soma dos valores do deslocamento vertical com a amplitude como sendo o tempo máximo da execução do movimento. Somou os valores da fase inicial com os da constante de fase, além de sumir com a variável t e constante π. Halliday, Resnick e Walker (2012) ressaltam que, quando um corpo movimenta-se descrevendo uma trajetória que se repete em certo instante, dizemos que esse movimento é periódico, e o tempo gasto para percorrer essa trajetória é chamada de período.

Nesse item uma resposta matemática aceitável seria em que os alunos mencionassem que era uma função trigonométrica com movimento periódico, descrevendo os valores e a importância dos parâmetros no movimento harmônico.

O segundo e último item da quarta pergunta solicitava aos alunos que reconhecessem a amplitude e a periodicidade da partícula que descrevia um movimento harmônico simples na equação horária da função trigonométrica. Os alunos A^{1}, A^{8}, A^{12}, A^{18}, A^{23} A^{25} e A^{32} deixaram esse item em branco. Os alunos A^{5}, A^{6}, A^{13}, A^{29} e A^{35} não conseguiram identificar a amplitude e a periodicidade do movimento na Função Trigonométrica. Apenas responderam evasivamente, sem conexão com o comportamento do Movimento Harmônico Simples. Os demais 24 alunos participantes da pesquisa acertaram esse item, conforme evidencia a Figura 22:

Figura 22 – Resposta do Aluno A^{29}



b) Observando a função do Movimento Harmônico Simples da partícula, qual seria a sua amplitude e a periodicidade?

movimento harmônica simples seria a amplitude

Fonte: Do autor (2016).

Como podemos observar na resposta oferecida na figura 22, o aluno A^{29} considerou o Movimento Harmônico Simples como sendo a amplitude da Função Trigonométrica que descrevia o comportamento da partícula. No movimento harmônico simples, a amplitude representa o deslocamento da partícula, enquanto o período é o inverso da frequência de oscilação da partícula (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012).

Pelas diversas respostas dos alunos nas quatro perguntas, pude verificar que os alunos não possuíam conhecimentos necessários de Funções Trigonométricas e, principalmente, não conseguiam relacioná-las com Movimento Harmônico Simples. As respostas foram desenvolvidas sem fundamentação do conhecimento conceitual de Função Trigonométrica e Movimento Harmônico Simples e com erros nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números reais.

Ouvindo as transcrições das conversas dos alunos, muitos relataram que não haviam estudado Funções Trigonométricas no 2º ano do Ensino Médio e, como não havia professor de física durante parte do ano letivo, muitos temas da disciplina não foram abordados.

4.2 Análise das atividades de familiarização com o *Software Modellus*

A atividade pedagógica de familiarização com o *Software Modellus,* disponível no Apêndice D, foi desenvolvida no 3º e no 4º encontro, com duas aulas de 50 minutos em cada um, durante as aulas de Matemática. Na familiarização com o *Software Modellus,* primeiramente apresentei as funções e janelas do programa para os alunos aprenderem a manusear o *software*.

Durante a familiarização com o *Modellus*, os alunos utilizaram um tutorial para operar com o *software e* construíram modelos matemáticos de funções afim, quadráticas e trigonométricas. Construímos 14 modelos matemáticos de funções, tais como:

a) $f(x) = x – 3$; b) $f(x) = -3x + 5$; c) $f(x) =-x^2 + 1$; d) $f(x) = -x^2$; (3)

e) $f(x) = x^2$; f) $f(x) = 5x$; g) $f(x) = x^2 + x – 2$; h) $f(x) = - 2x$; (4)

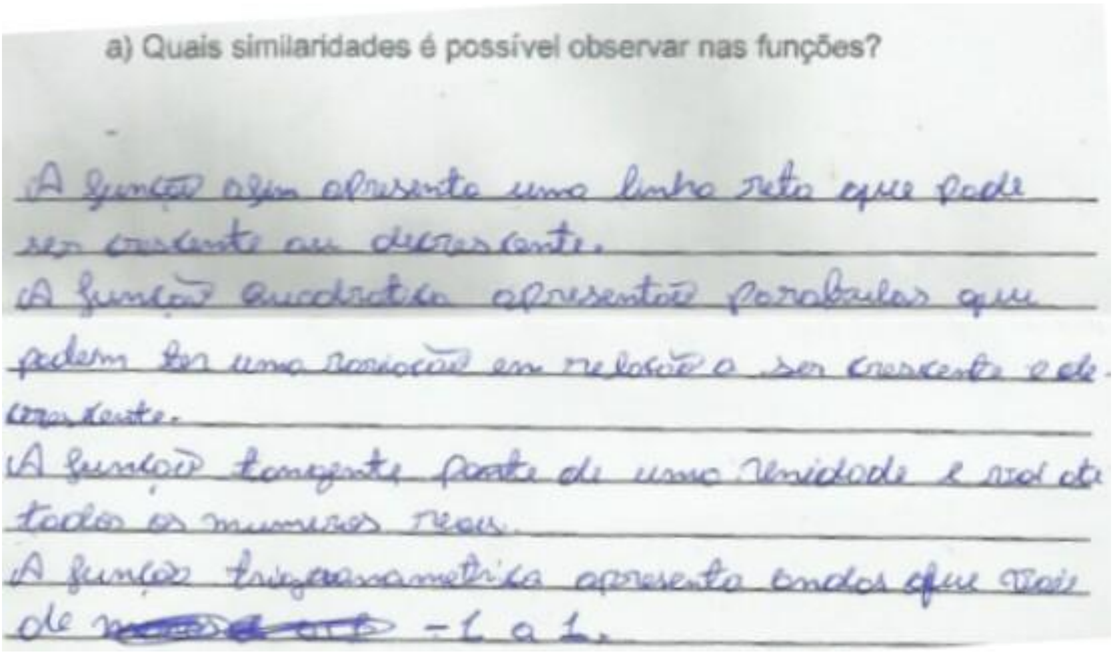
i) $f(x) = 2 \text{ sen } (\pi.x – 3)$; j) $f(x) = \text{tg } (2\pi .x)$; k) $f(x) = 1 + 4 \text{ sen } (\pi. x)$; (5)

l) $y = - \cos (\pi .x)$; m) $f(x) = 5+ \cos (\pi .x)$; n) $f(x) = 2. \text{tg } (2\pi .x)$. (6)

A organização dessa atividade tinha como finalidade promover a compreensão de como trabalhar com o *software e* visualizar os recursos oferecidos e as janelas do *Modellus.* A atividade de familiarização consistia em duas investigações a respeito das similaridades e relações dos gráficos das funções com o ensino de Física.

Observando as respostas dos alunos com relação à primeira pergunta da atividade de familiarização, pude constatar que os alunos verificaram similaridades entre as diversas funções apresentadas graficamente por meio do *software*. Segundo Lima et al. (2012), os gráficos em matemática normalmente são aplicados quando estamos descrevendo uma figura por meio de uma condição que satisfaça os pontos dessa figura.

Figura 23 – Resposta do Aluno A[20]


a) Quais similaridades é possível observar nas funções?

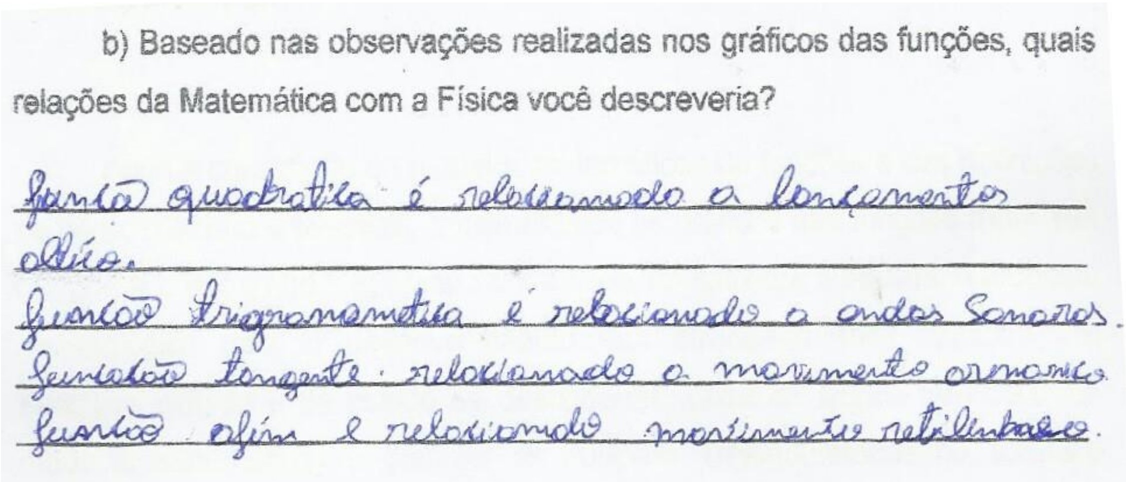
A função afim apresenta uma linha reta que pode ser crescente ou decrescente.
A função quadrática apresentão parabolas que podem ter uma variação em relação a ser crescente e decrescente.
A função tangente parte de uma unidade e vai até todos os numeros reais.
A função trigonometrica apresenta ondas que vai de ~~[illegible]~~ -1 a 1.

Fonte: Do autor (2016).

Como podemos observar por meio da Figura 23, o aluno A[20] descreveu algumas características dos gráficos das funções trabalhadas durante a atividade de familiarização com o *Software Modellus*. A exposição gráfica mais habitual e importante em matemática é o gráfico de uma função. A representação cartesiana do gráfico de uma função é o conjunto de todos os pares ordenados (x, y) do plano que satisfazem a condição y = f (x), ou seja, o gráfico de uma função é o conjunto de todos os pontos do plano da forma (x, f(x)), com x variando no domínio da função (ÁVILA, 2003).

Como a atividade de familiarização tinha como objetivo uma adaptação, os alunos conseguiram relacionar as funções com o comportamento de alguns fenômenos físicos. Na segunda indagação, em que buscava relacionar o gráfico de função com o comportamento de fenômenos físicos, percebi que os alunos possuíam algumas ideias desse tipo de relação. Esse fato fica claro a partir da Figura 24, quando os alunos relacionam os gráficos das funções com alguns temas no ensino de física:

Figura 24 – Resposta do Aluno A[21]


b) Baseado nas observações realizadas nos gráficos das funções, quais relações da Matemática com a Física você descreveria?

função quadrática é relacionado a lançamento oblíquo.
função trigonométrica é relacionado a ondas sonoras.
função tangente relacionado a movimento harmônico.
função afim é relacionado movimento retilíneo.

Fonte: Do autor (2016).

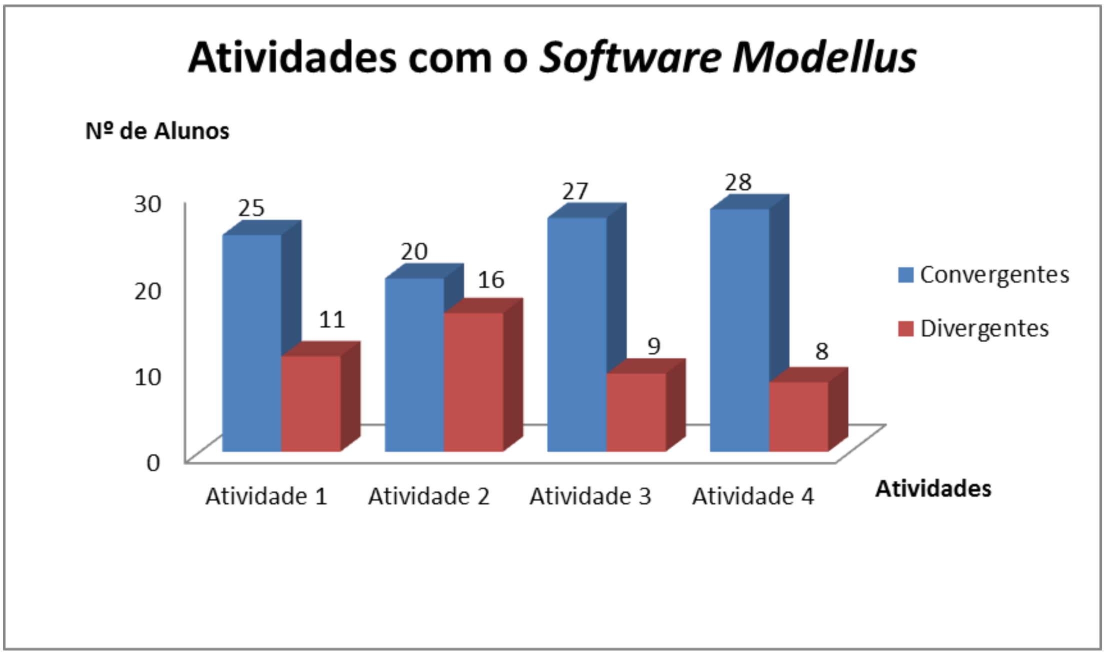
Guidorizzi (2011) ressalta que existem gráficos em que se verifica uma variação regular, ou seja, a linha do gráfico exprime uma relação matemática, admissível de ser representada algebricamente. É o que ocorre graficamente no campo da química, biologia e física, em que muitos fenômenos são expressos por meio de relação, e nada mais são do que modelos matemáticos de funções.

No desenvolvimento da atividade pedagógica de familiarização com o *Modellus*, foi possível perceber que os alunos conseguiram se adaptar com o manuseio das ferramentas do *software,* o que facilitou o desenvolvimento das atividades que ainda seriam executadas. Porém, vale ressaltar que nem todas as funções disponíveis pelo *Modellus* foram ensinadas para os alunos, tais como modelos matemáticos complexos e animações.

4.3 Análise das atividades com o *Software Modellus*

As atividades de integração de funções trigonométricas com o movimento harmônico simples estão no Apêndice E e contêm questões dissertativas. Busquei, com essas atividades, possibilitar a construção de conceitos de função trigonométrica, integrados ao do movimento harmônico simples por meio do *Software Modellus*. Na sequência, a Figura 25 apresenta a quantidade de respostas que convergiram para os conceitos de funções trigonométricas e movimento harmônico simples por meio das atividades com o *software Modellus*.

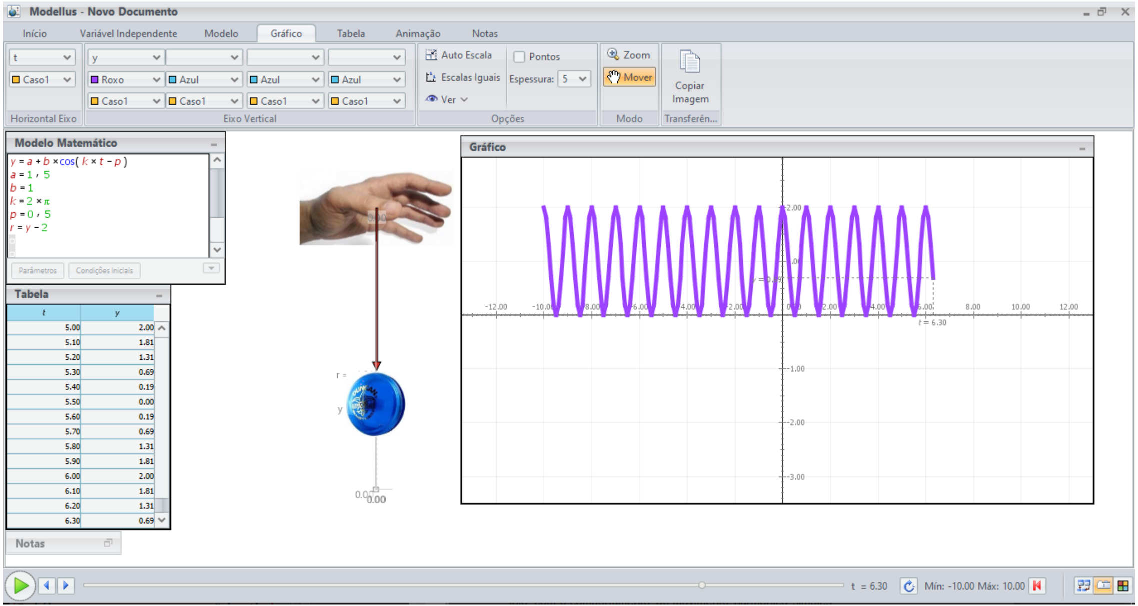
Figura 25 – Gráfico das respostas convergentes e divergentes da atividade com o Software Modellus.



Fonte: Do autor (2016).

A primeira atividade possuía quatro indagações dissertativas e conexas ao comportamento da função cosseno, relacionando com o comportamento do movimento harmônico simples. Partia da seguinte orientação: “Para iniciar a atividade, abrir o arquivo ‘mhs_cosseno’. Após aberto, o aluno poderá visualizar, na tela da atividade 1, o gráfico e a animação da função f (t) = 1,5 + cos (2π .t – 0,5), conforme a figura abaixo”.

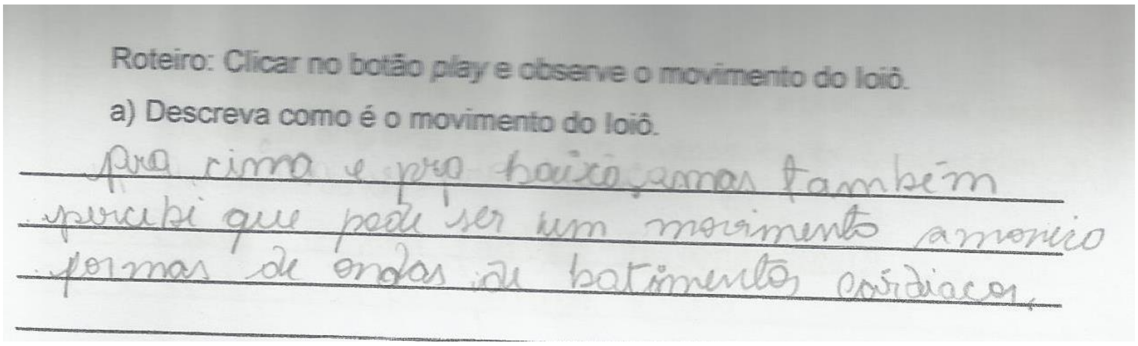
Figura 26 – Vista no *Modellus* da atividade 1



Fonte: Do autor, com a utilização do *Software Modellus* (2016).

Os alunos participantes da pesquisa responderam à pergunta que pedia a descrição do movimento executado pelo ioiô. Analisando as respostas dos alunos, verifiquei que muitos responderam, relacionando o movimento desenvolvido pelo ioiô, com o comportamento do movimento harmônico simples.

Figura 27 – Resposta do Aluno A[9]


Roteiro: Clicar no botão play e observe o movimento do ioiô.

a) Descreva como é o movimento do ioiô.

Pra cima e pro baixo, amas também percebi que pode ser um movimento amonico formas de ondas de batimentos cardiacos.

Fonte: Do autor (2016).

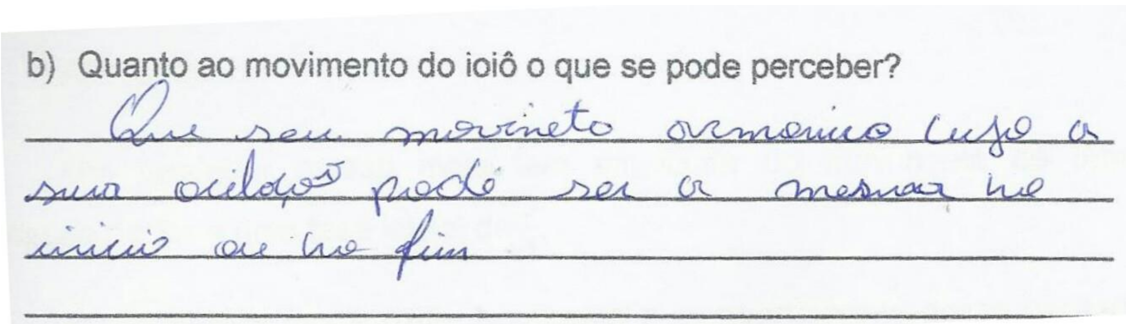
Para Halliday, Resnick e Walker (2012), há um movimento harmônico quando um corpo descreve uma trajetória e, a partir de determinado intervalo de tempo, começa a repetir essa trajetória. Segundo os autores, no nosso cotidiano verificamos inúmeros exemplos de movimento harmônico simples, tais como um sistema massa mola, pêndulo de um relógio e até mesmo no ioiô usado pelas crianças para brincar.

Analisando as respostas dadas pelos alunos A^{1}, A^{9}, A^{15}, A^{20}, A^{21}, A^{29}, A^{3} e A^{36}, foi possível perceber que eles conseguiram verificar que o movimento possuía uma periodicidade e se repetia em forma de ondas.

As respostas na arguição foram feitas dentro das concepções conceituais de movimento harmônico simples, pois eu pretendia verificar se os alunos conseguiam identificar o movimento harmônico simples em situações do cotidiano. Somente os alunos A^{3}, A^{8} e A^{17} não conseguiram perceber a periodicidade descrita pelo movimento. Os demais alunos integrantes da pesquisa conseguiram perceber as características do movimento, porém deram respostas confusas, descrevendo o que visualizavam na animação.

Na segunda pergunta dissertativa da primeira atividade, em que solicitava aos alunos que analisassem o movimento do ioiô, pude verificar que 21 alunos fizeram uma interpretação que foi além de um simples julgamento a partir do olhar do comportamento do ioiô. Mas formalizaram observações em torno do comportamento da função que descrevia tal movimento, como podemos observar na Figura 28, subsequente:

Figura 28 – Resposta do Aluno A^{15}


b) Quanto ao movimento do ioiô o que se pode perceber?

Que seu movineto ormenico cujo a sua ocilaçõ podé ser a mesma no inicio ou no fim

Fonte: Do autor (2016).

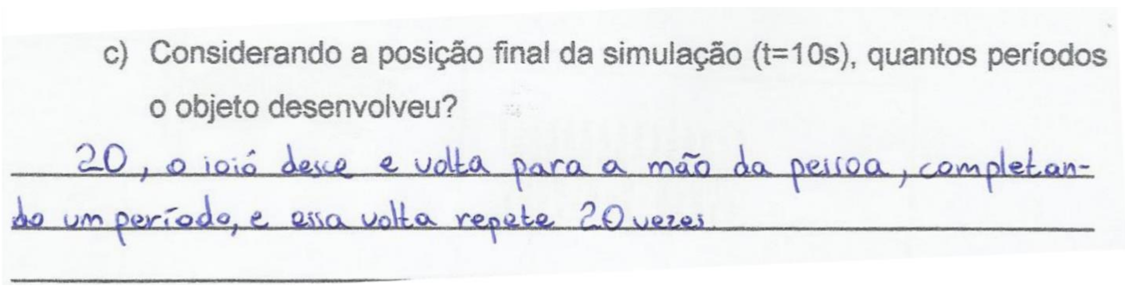
Como pode-se verificar na Figura 28 com a resposta do Aluno A^{15}, o mesmo apresenta deficiência no domínio do português. Acredito que pela resposta o aluno A^{15} provavelmente queria dizer "*Que seu movimento harmônico cujo a sua oscilação pode ser a mesma no início ou no fim*." Analisando as transcrições dos áudios, o aluno A^{15} expresso que o ioiô descreve um movimento harmônico simples do início até o fim de sua oscilação descrita na animação.

Para Halliday, Resnick e Walker (2012), nos movimentos harmônicos simples, a periodicidade do movimento da partícula se repete em um intervalo regular de tempo e, consequentemente, o objeto passa novamente por uma dada posição depois de um período T, sendo que esse período é o inverso da frequência f de oscilação do objeto. Dessa forma, quando o aluno A[15] ressalta que a oscilação pode ser a mesma no início e no fim do movimento, ele consegue descrever características importantes do movimento harmônico simples, tais como a periodicidade e a frequência de oscilação.

O terceiro questionamento versava a respeito dos períodos do gráfico descritos pelo objeto na posição final da simulação. Explorando as respostas dos alunos, verifiquei que houve quatro tipos de respostas distintas em que eles representavam numericamente a quantidade de períodos, a saber: 10 períodos, 18 períodos, 20 períodos e 40 períodos.

O período de um movimento harmônico simples é o tempo necessário para que o corpo complete uma oscilação, ou seja, um ciclo (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012). Observando o gráfico da animação descrito na Figura 26, anteriormente apresentada, podemos verificar que o movimento desenvolveu 20 períodos. No entanto, muitos alunos confundiram o período de oscilação com o tempo necessário para completar o movimento. Outros somaram as cristas com os vales das ondas e alguns desprezaram o início e o fim do movimento. Porém, vale ressaltar que os alunos A[1], A[19], A[27] e A[31] responderam de acordo com as concepções conceituais do movimento harmônico simples, como podemos verificar na Figura 29:

Figura 29 – Resposta do Aluno A[1]


c) Considerando a posição final da simulação (t=10s), quantos períodos o objeto desenvolveu?

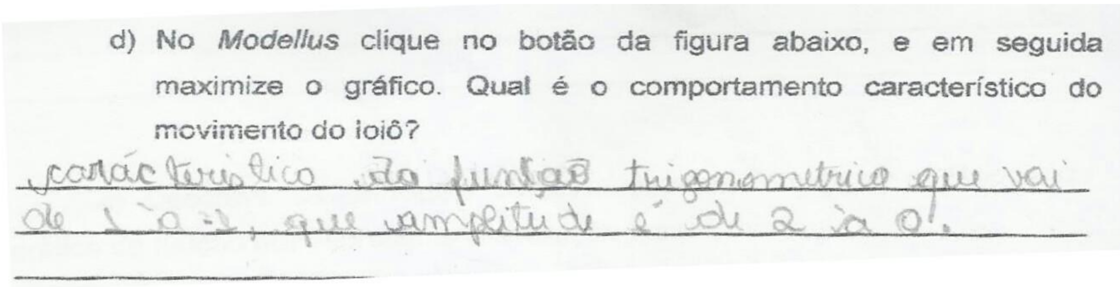
20, o ioió desce e volta para a mão da pessoa, completando um período, e essa volta repete 20 vezes

Fonte: Do autor (2016).

Mesmo com os erros cometidos por alguns alunos, ao confundirem o período de oscilação com o tempo necessário para completar o movimento, as respostas que os demais integrantes da pesquisa apresentaram convergiam com os conceitos de movimento harmônico simples e de funções trigonométricas.

No quarto questionamento da primeira atividade, solicitei que os alunos fizessem uma análise do gráfico do movimento. Todos conseguiram identificar que se tratava de uma função trigonométrica, porém, somente os alunos A^1, A^9, A^{15}, A^{19}, A^{21}, A^{29}, A^{30} e A^{31} conseguiram descrever algumas características gráficas desse tipo de função, como podemos verificar na Figura 30:

Figura 30 – Resposta do Aluno A^{19}



d) No *Modellus* clique no botão da figura abaixo, e em seguida maximize o gráfico. Qual é o comportamento característico do movimento do ioiô?

carácterístico da função trigonometrica que vai de 1 à -1, que amplitude é de 2 à 0!.

Fonte: Do autor (2016).

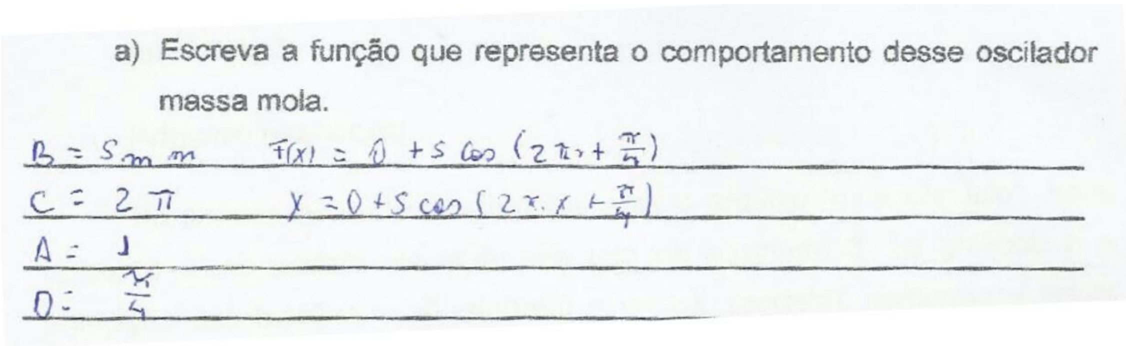
Analisando as transcrições dos áudios a resposta do aluno A^{19} ressalta que a imagem da função trigonométrica vai de [-1; 1] e que a amplitude do movimento harmônico simples varia de [0 ; 2]. Borba, Silva e Gadanidis (2014) destacam que a visualização gráfica proporcionada pelos *softwares* educacionais, contribui para a correlação entre um objeto e um símbolo, favorecendo a construção científica na dinamicidade e simultaneidade do significado matemático dos fenômenos naturais.

Segundo Iezzi (2013), o gráfico das funções trigonométricas se caracteriza pela sua periodicidade, descrita por meio de uma curvatura que se repete conforme vai aumentando o seu comprimento no eixo das abscissas. A amplitude da função trigonométrica descrita na primeira atividade é o modo como o movimento do ioiô vem se desenvolvendo ao longo do eixo das ordenadas (IEZZI, 2013). As respostas dadas pelos alunos A^1, A^9, A^{15}, A^{19}, A^{21}, A^{29}, A^{30} e A^{31} evidenciam o comportamento característico da função trigonométrica descrita pelo movimento harmônico simples, alcançando assim o propósito da arguição.

A segunda atividade apresentava três indagações dissertativas e um grau de complexidade um pouco mais elevado. Os alunos deviam considerar os seguintes dados: “Um oscilador massa mola tem amplitude do movimento de 5mm, pulsação de 2π e uma fase inicial de $\frac{\pi}{4}$ ”. Na minha avaliação de pesquisador, pensei que os alunos poderiam apresentar dificuldades para resolver, pois, além de construir a função trigonométrica que representava o movimento harmônico simples com as informações dadas na situação problema, os alunos ainda teriam que utilizar o modelo matemático no *Software Modellus*.

A primeira pergunta da segunda atividade solicitava que os alunos construíssem o modelo matemático do movimento. Dentre os alunos, apenas A^{1}, A^{8}, A^{9}, A^{17}, A^{19} e A^{21} conseguiram descrever a função trigonométrica do movimento harmônico simples, como podemos observar na Figura 31:

Figura 31 – Resposta do Aluno A^{17}



a) Escreva a função que representa o comportamento desse oscilador massa mola.

$B = 5mm$ $\quad F(x) = 0 + 5\cos(2\pi.x + \frac{\pi}{4})$

$C = 2\pi$ $\quad x = 0 + 5\cos(2\pi.x + \frac{\pi}{4})$

$A = 1$

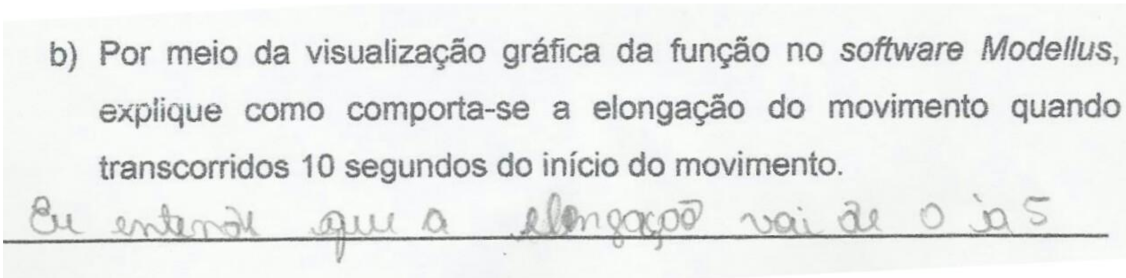
$D = \frac{\pi}{4}$

Fonte: Do autor (2016).

Conforme Halliday, Resnick e Walker (2012), no movimento harmônico simples com função descrita por $x(t) = x_m \cos(\omega t + \emptyset)$, x_m é a amplitude de oscilação, t é o tempo do movimento, ω é a frequência angular ou pulsação e $\emptyset$ é constante de fase ou fase inicial . No movimento harmônico simples, a frequência angular e constante de fase são dependentes do tempo, formando $(\omega t + \emptyset)$ que é denominado de fase do movimento (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012). As repostas dadas pelos alunos A^{1}, A^{8}, A^{9}, A^{17}, A^{19} e A^{21} ressaltam a integração do conhecimento de funções trigonométricas e movimento harmônico simples.

A segunda indagação solicitava dos alunos que realizassem uma análise gráfica do comportamento do movimento. Como nem todos os alunos conseguiram construir o modelo matemático correto da função trigonométrica, boa parte dos alunos escreveram o que imaginaram que poderia acontecer. Outros construíram modelos matemáticos no *Software Modellus,* semelhantes ao da situação problema. Porém, apenas os alunos A^{1}, A^{8}, A^{9}, A^{17}, A^{19} e A^{21} desenvolveram corretamente o modelo matemático da função trigonométrica que caracterizava o movimento harmônico simples. Os alunos A^{1}, A^{8}, A^{9}, A^{17}, A^{19} e A^{21} deram respostas matemáticas aceitáveis e conseguiram fazer uma análise do gráfico dentro da situação problema, como podemos observar na Figura 32:

Figura 32 – Resposta do Aluno A^{9}

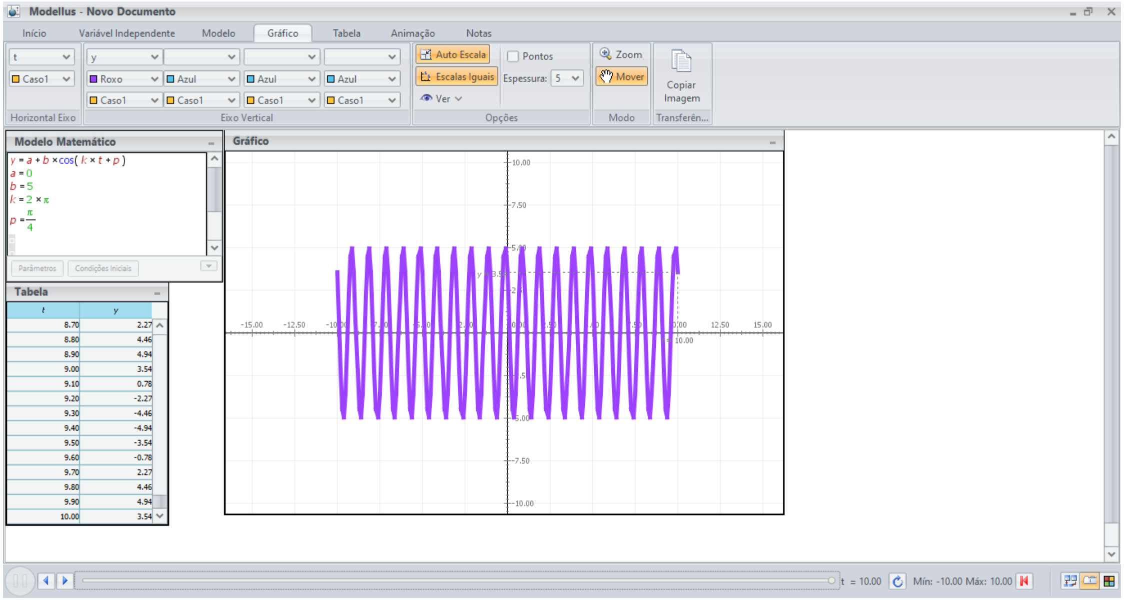

b) Por meio da visualização gráfica da função no *software Modellus*, explique como comporta-se a elongação do movimento quando transcorridos 10 segundos do início do movimento.

Eu entendo que a elongação vai de 0 à 5

Fonte: Do autor (2016).

Para Halliday, Resnick e Walker (2012), a amplitude do movimento ou elongação é uma constante que se encontra diretamente relacionada com o modo como o movimento foi executado. Ela representa o deslocamento máximo da partícula em um dos sentidos do eixo de orientação (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012). Para Borba, Silva e Gadanidis (2014) os *softwares* educacionais proporcionam uma visualização e interpretação gráfica do comportamento de funções, permitindo que diversos problemas matemáticos sejam explorados em contextos reais de ensino. A Figura 33 apresenta a construção gráfica da função trigonométrica por meio do *software Modellus* que o aluno A^{9} desenvolveu.

Figura 33 – Vista no *Modellus* da atividade 2 desenvolvida pelo aluno A[9]

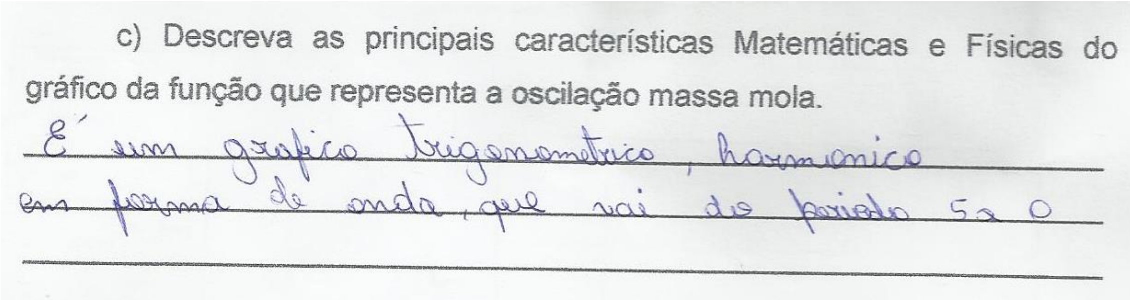


Fonte: Do autor, com a utilização do *Software Modellus* (2016).

Como podemos observar na Figura 33, o aluno A[9] conseguiu caracterizar a amplitude e o deslocamento máximo do oscilador massa mola no eixo das ordenadas. As respostas dos alunos com respeito à elongação do movimento foram descritas por meio do gráfico, evidenciando o fato de que é possível estudar conceitos por meio dos comportamentos e da análise gráfica das funções (NOVAIS; SIMIÃO, 2011).

O desenvolvimento da terceira pergunta dissertativa da atividade solicitava, aos alunos, uma descrição das características Matemáticas e Físicas no oscilador massa mola. As respostas foram as mais diversas. Poucos alunos conseguiram descrever características Matemáticas e Físicas, como podemos verificar na Figura 34.

Figura 34 – Resposta do Aluno A[8]


c) Descreva as principais características Matemáticas e Físicas do gráfico da função que representa a oscilação massa mola.

É um grafico trigonometrico, harmonico em forma de onda, que vai do periodo 5 a 0

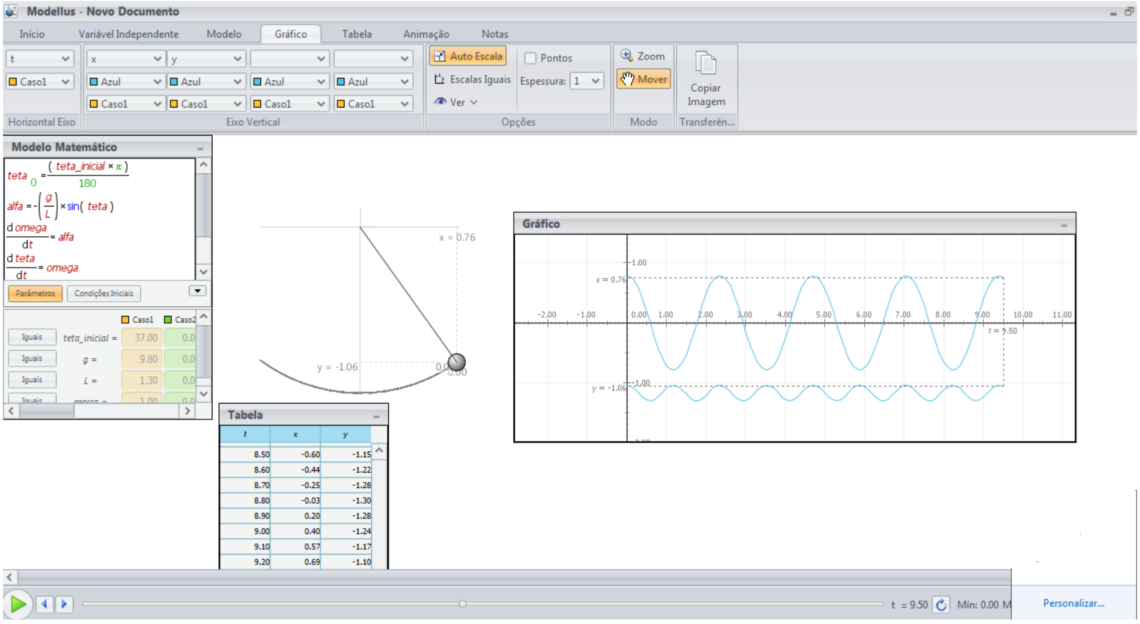
Fonte: Do autor (2016).

No estudo matemático, os alunos apontaram que se tratava de um gráfico de uma função trigonométrica e que a variação da imagem da função era entre [-5, 5]; no tocante ao estudo da física, os alunos destacaram que se tratava de um movimento harmônico simples, com uma periodicidade. Vale ressalta que essa é a primeira vez que os alunos desenvolveram atividades integrando o ensino de Matemática com o de Física, e as respostas dos alunos descrevendo características das funções trigonométricas e do movimento harmônico simples, pode ser considerado um avanço na compreensão de conceitos. Para Novais e Simião (2011), o *software Modellus* permite criar modelos a partir de situações existentes, favorecendo a integração do ensino de Matemática e Física, além de contribuir com a análise da variação da função e da sua representação gráfica.

Brasil (2014a) ressalta que as atividades integradoras desenvolvidas em sala, durante as aulas de Matemática e Física, podem possibilitar uma maior articulação e contextualização do conhecimento estudado. Além desse fato, Couto (2007) destaca que os docentes de Matemática e Física necessitam aplicar as mesmas denominações conceituais no momento que realizam essa integração e a aplicação do conhecimento de Matemática e Física.

A terceira atividade desenvolvida no Laboratório de Informática Educativa – LIED consistia na aplicação de uma animação do movimento harmônico simples. Essa atividade possuía três questionamentos dissertativos, partindo da seguinte orientação: “No sentido de iniciar a atividade, abrir o arquivo ‘mhs_pêndulo’. Após aberto, o aluno poderá visualizar, na tela da atividade 3, os gráficos e a animação das funções: x = L sin (teta) e y= - L cos (teta), conforme a Figura 35”.

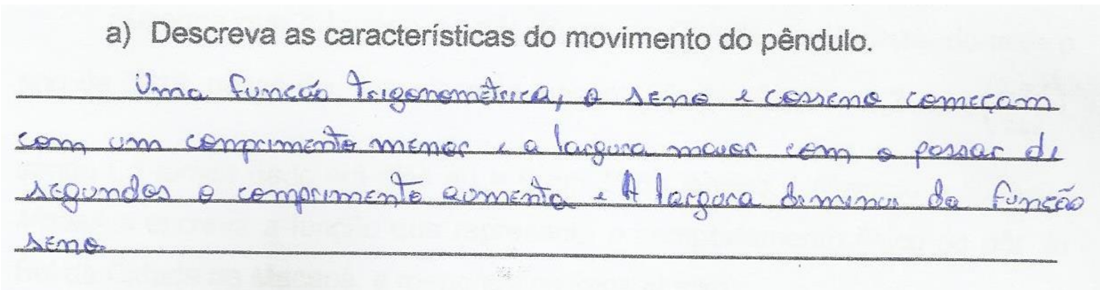
Figura 35 – Vista no *Modellus* da atividade 3



Fonte: Do autor com a utilização do *Software Modellus* (2015).

O primeiro questionamento da atividade solicitava que os alunos realizassem uma descrição do movimento do pêndulo. As respostas dos alunos foram as mais diversificadas, porém os alunos A^{1}, A^{8}, A^{9}, A^{13}, A^{16} A^{18}, A^{20} e A^{21}, além de descreverem corretamente como se comportava o movimento harmônico simples, fizeram um comparativo e análises das funções trigonométricas que caracterizam o movimento do pêndulo, como podemos verificar na Figura 36, subsequente:

Figura 36 – Resposta do Aluno A^{16}


a) Descreva as características do movimento do pêndulo.

Uma função trigonométrica, o seno e cosseno começam com um comprimento menor e a largura maior com o passar de segundos o comprimento aumenta e a largura diminui da função seno.

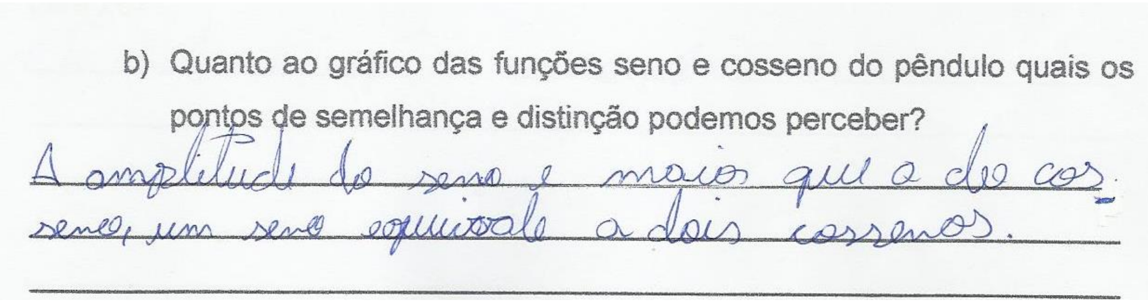
Fonte: Do autor (2016).

Analisando as transcrições dos áudios e a resposta do aluno A^{16} observamos que o mesmo destaca que o movimento do pêndulo se caracteriza pelas funções seno e cosseno e que as duas funções possuem amplitudes distintas. Além disso, vale ressaltar que os alunos descreveram que era possível observar no movimento do pêndulo, em informações matemáticas, se tratava de uma função trigonométrica e que a imagem da função era um intervalo entre [-5, 5]; em informações físicas, os alunos destacaram que se tratava de um movimento harmônico simples e que existia uma periodicidade.

De acordo com os autores Halliday, Resnick e Walker (2012), o movimento harmônico simples é projeção do movimento circular uniforme no diâmetro da circunferência na qual acontece o movimento circular. Nesse sentido, o gráfico das funções trigonométricas seno e cosseno, apresentadas no pêndulo, é a projeção, no eixo cartesiano, do movimento circular uniforme da posição em função do tempo.

A terceira atividade solicitava que os alunos comparassem os gráficos das funções seno e cosseno, evidenciando as semelhanças e distinções (FIGURA 37).

Figura 37 – Resposta do Aluno A^{18}


b) Quanto ao gráfico das funções seno e cosseno do pêndulo quais os pontos de semelhança e distinção podemos perceber?

A amplitude do seno e maior que a do cos-seno, um seno equivale a dois cossenos.

Fonte: Do autor (2016).

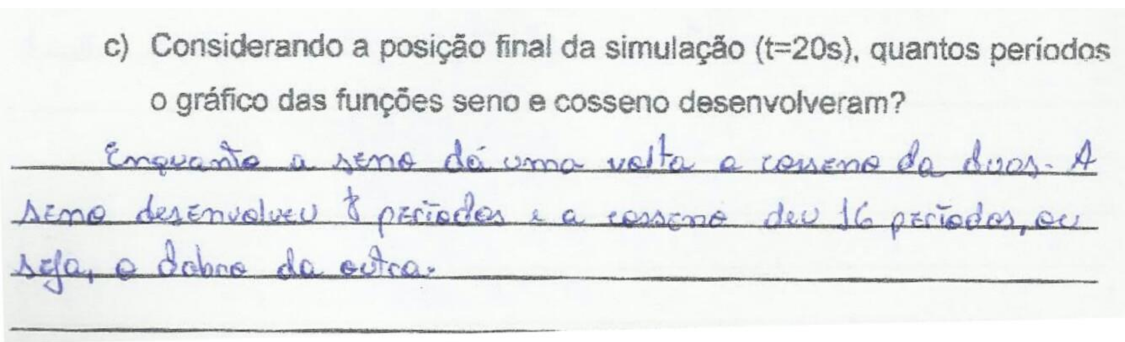
Analisando as transcrições dos áudios, o aluno A^{18} expressou que a amplitude desenvolvida pela função seno na animação era o dobro da função cosseno. Nessa atividade, os alunos A^{1}, A^{3}, A^{5}, A^{18}, e A^{21} apresentaram respostas dentro das concepções conceituais de função trigonométricas e de movimento harmônico simples, apesar dos erros de grafias. No entanto, me chamou a atenção à ausência de respostas dos alunos A^{8} e A^{17} que deixaram esse item em branco. Estudando as transcrições das conversas durante a pesquisa, percebi que os alunos A^{8} e A^{17} não responderam a questão porque tinham percebido apenas semelhanças e não diferenças.

Os demais alunos escreveram que a semelhança estava no fato de que as duas formavam um gráfico em ondas e a diferença era que uma possuía amplitude maior que a outra. Ao desenvolver o questionário prévio os alunos não conseguiram descrever semelhanças entre movimentos periódicos, tampouco conseguiram relacionar amplitudes diferentes, pois parte dos alunos não tinha o conceito de amplitude estruturado. Após trabalhar no Modellus, pode-se notar que a representação gráfica em tempo real das variáveis associadas ao movimento periódico contribuíram para que pudessem identificar semelhanças entre funções.

Essa percepção foi possível, pois "o Modellus tem como função primeira organizar as ideias gerais em torno de conceitos mais específicos, e apresentá-los com uma roupagem menos ‘abstrata’ [...]” (COSTA JUNIOR; SILVA; BRITO, 2013, p. 2). Para Ávila (2003), a função seno é ímpar e cosseno é uma função par de período 2π e se f (x) = sen (x), então $f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ = cos (x), logo, o gráfico da função cosseno é uma translação de $\frac{\pi}{2}$ do gráfico da função seno. Relacionando com o movimento harmônico simples, x representa a frequência angular do movimento e $\frac{\pi}{2}$ a constante de fase (TIPLER; MOSCA, 2010).

A terceira pergunta da atividade buscava que o aluno relacionasse o número de períodos que as funções seno e cosseno desenvolveram no final da simulação. Verifiquei que todos os alunos conseguiram identificar o número de períodos desenvolvidos pelas funções trigonométricas. Houve respostas como a do aluno A16 que relacionou o comportamento gráfico das funções seno e cosseno, como podemos observar na figura 38.

Figura 38 – Resposta do Aluno A16


c) Considerando a posição final da simulação (t=20s), quantos períodos o gráfico das funções seno e cosseno desenvolveram?

Enquanto o seno dá uma volta o coseno da duas. A seno desenvolveu 8 períodos e a cosseno deu 16 períodos, ou seja, o dobro da outra.

Fonte: Do autor (2016).

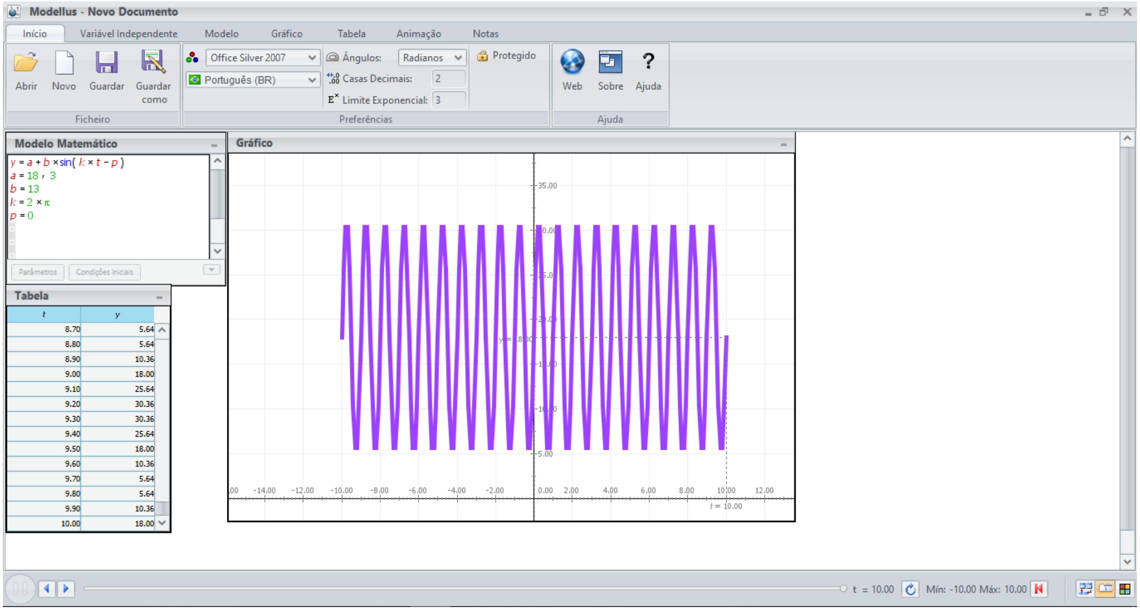
Segundo Tipler e Mosca, (2010, p. 466):

> [...] o tempo que leva para um objeto deslocado executar um ciclo completo de movimento oscilatório de um extremo ao outro e de volta ao anterior é chamado de período T. O inverso do período é a frequência f, que é o número de ciclos por unidade tempo [...].

Além disso, o comportamento oscilatório do pêndulo simples da atividade exploratória é determinado pelas funções seno e cosseno. Analisando os gráficos, é possível verificar que a função seno possui uma amplitude maior que a função cosseno; consequentemente a isso, o ciclo de oscilação da função seno é o dobro da função cosseno. Percebi, pelas respostas dos alunos, que houve compreensão quanto ao número de períodos desenvolvidos pelas funções seno e cosseno. Torresan (2008, p. 110) ressalta que a combinação da representação do real com a forma de apresentação do gráfico da função auxilia o estudante a compreender os conceitos de Matemática e Física que são muitas vezes ensinados por meios de regras descontextualizadas e sem aplicações práticas.

No desenvolvimento da quarta atividade, os alunos deveriam escrever o modelo matemático no *Software Modellus* e alterar os parâmetros da função trigonométrica que representava o movimento harmônico simples: Suponha que o horário do pôr do sol da Cidade de Macapá, durante o ano de 2015, possa ser descrito pela função $f(x) = 18{,}3 - 13.sen\ 2\pi.t$, sendo t o tempo dado em dias e t = 0 em 1º de janeiro. A proposta era analisar o comportamento e a variação gráfica da função a partir do momento em que se alteravam os seus parâmetros conforme a Figura 39.

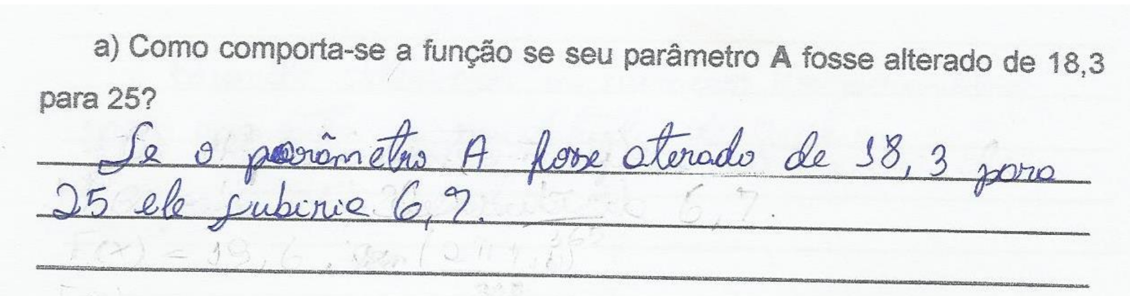
Figura 39 – Vista no *Modellus* da atividade 4 desenvolvida pelo aluno A[3]



Fonte: Do autor (2016).

A primeira indagação discursiva versava a respeito do comportamento da função quando se aumentava o valor do parâmetro A, responsável pelo deslocamento vertical do gráfico da função. Analisando as respostas oferecidas pelos alunos, verifiquei que somente os alunos A[8] e A[20] não conseguiram identificar que o gráfico da função se deslocava no eixo das ordenadas cerca de 6,7 unidades de medidas no sentido positivo, quando se aumentava o valor do parâmetro A, como podemos verificar na Figura 40.

Figura 40 – Resposta do Aluno A[3]


a) Como comporta-se a função se seu parâmetro **A** fosse alterado de 18,3 para 25?

Se o parâmetro A fosse alterado de 18,3 para 25 ele subiria 6,7.

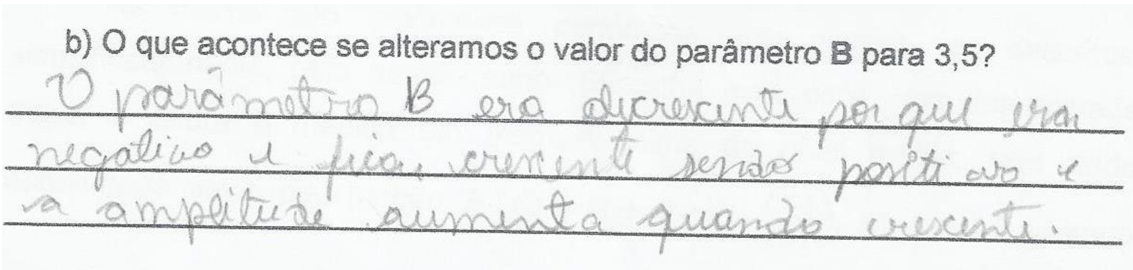
Fonte: Do autor (2016).

Os alunos programaram a função trigonométrica que representava o Movimento Harmônico simples no *software* *Modellus*, fazendo a alteração dos valores do parâmetro A, posteriormente a isso foi possível perceber pelas transcrições dos áudios que os alunos A^{1}, A^{9} e A^{31} comentaram que, fazendo o inverso, ou seja, diminuindo o valor do parâmetro, o gráfico iria se deslocar verticalmente para baixo a partir de sua origem. Essa percepção que os alunos A^{1}, A^{9} e A^{31} tiveram foi devido à exploração na mudança do sinal do parâmetro da equação. Costa Junior; Silva e Brito (2013, p.07) destacam que o "[...] *software Modellus*, dentro da Modelagem Matemática, tem o propósito de auxiliar o aluno a construir um conhecimento reflexivo e crítico [...]", e a atividade desenvolvida proporcionou indícios dessa possibilidade.

Segundo Lima et al. (2012), o deslocamento vertical da função seno e cosseno está diretamente relacionado com o valor do parâmetro A, ou seja, se $A > 0$, a função desloca-se para cima e se $A < 0$, a função desloca-se para baixo. A percepção dos alunos A^{1}, A^{9} e A^{31} com relação à mudança do parâmetro A, sendo positivo ou negativo, ressalta a importância da análise gráfica no estudo de conceitos das funções trigonométricas (LIMA et al., 2012).

O segundo questionamento da atividade se relacionava a alterações no valor do parâmetro B. Todos os alunos conseguiram identificar que as modificações no valor desse parâmetro modificam a amplitude da função trigonométrica. Vale ressaltar, porém, que alguns alunos, como A^{9}, A^{20} e A^{33}, fizeram algumas confusões em crescimento e decrescimento de função, pois analisaram o sinal do parâmetro B, como podemos verificar na Figura 41.

Figura 41 – Resposta do Aluno A^{9}


b) O que acontece se alteramos o valor do parâmetro B para 3,5?

O parâmetro B era decrescente por que era negativo e fica crescente sendo positivo e a amplitude aumenta quando crescente.

Fonte: Do autor (2016).

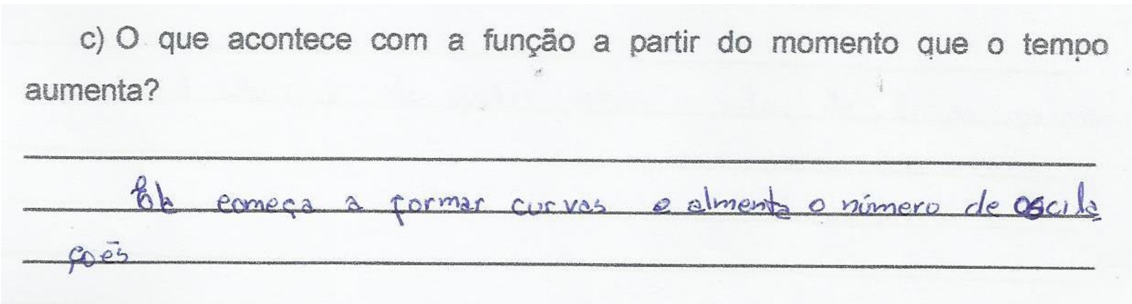
Com relação ao crescimento e decrescimento de uma função seno, Iezzi (2013) ressalta que, quando percorremos no eixo do domínio da função no intervalo

$[0, 2\pi]$, a sua imagem é crescente nos intervalos $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ e $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$, além de ser decrescente nos intervalos $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ e $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$. Nesse sentido, a observação dos alunos A^{9}, A^{20} e A^{33} está equivocada em relação ao crescimento e decrescimento da função que tinha relação com o sinal do parâmetro B, os demais alunos participantes da pesquisa conseguiram realizar a atividade usando o *software Modellus*. Para Lima et al. (2012), o parâmetro B realiza alterações na amplitude, ou seja, B > 1 a amplitude aumenta; 0 < B < 1 a amplitude diminui; e B < 0 ocorre um giro em torno do eixo das abscissas.

Uma resposta matemática aceitável que os alunos A^{9}, A^{20} e A^{33} poderiam dar a esse item, seria em identificar no gráfico da função que o parâmetro B realizava alterações na amplitude e não no seu crescimento ou decrescimento, pois existia a visualização gráfica com o auxílio do *software*. Novais e Simião (2011) ressaltam que a visualização gráfica do comportamento da função por meio do *software Modellus* pode contribuir de maneira eficaz na compreensão dos conceitos matemáticos e físicos que estão sendo estudados a partir do modelo matemático.

A terceira indagação versava a respeito do comportamento da função a partir do momento em que o tempo aumenta. Todos os alunos conseguiram identificar que o número de oscilações é função do tempo.

Figura 42 – Resposta do Aluno A^{20}


c) O que acontece com a função a partir do momento que o tempo aumenta?

Ela começa a formar curvas e almenta o número de oscilações

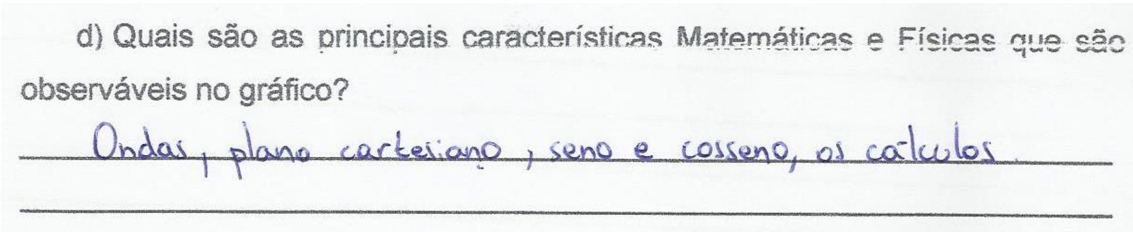
Fonte: Do autor (2016).

Para Young e Freedman (2008, p. 34), "[...] uma oscilação ocorre somente quando existe uma força restauradora que obriga o sistema a voltar para a sua posição de equilíbrio". A resposta do aluno A^{20} evidencia o fato do sistema voltar à posição de equilíbrio e a cada momento iniciar uma nova oscilação. Dessa forma, a resposta do aluno confirma o fato de que, à medida que aumenta o tempo, aumenta o número de oscilações, pois o sistema volta a sua posição inicial de equilíbrio (YOUNG; FREEDMAN, 2008).

Analisando as transcrições dos áudios e a resposta escrita na Figura 42, à conclusão do aluno A^{20}, de que o número de oscilações aumenta, possivelmente ficou mais compreensível por meio da visualização gráfica do movimento. Os demais alunos participantes da pesquisa descreveram respostas semelhantes. Apenas o aluno A^{5} disse que "*aumentava o número de ondas*". Para Borba, Silva e Gadanidis (2014) a construção de conceitos matemáticos ganham dinamismo e simultaneidade devido as formas de dependência baseados na representação gráfica proporcionada pelos *softwares* educativos.

A quarta pergunta da atividade solicitava que os alunos descrevessem características Matemáticas e Físicas presentes no gráfico da função trigonométrica. As respostas dos alunos foram as mais diversas, sem evidenciar a relação existente entre as duas disciplinas. Os alunos A^{1}, A^{3}, A^{5}, A^{18}, e A^{21} realizaram respostas pontuais, sem uma caracterização da matemática presente no fenômeno físico, como podemos constatar por meio da Figura 43.

Figura 43 – Resposta do Aluno A^{18}


d) Quais são as principais características Matemáticas e Físicas que são observáveis no gráfico?

Ondas, plano cartesiano, seno e cosseno, os cálculos

Fonte: Do autor (2016).

Nessa questão, uma resposta científica aceitável que os alunos poderiam argumentar seria em identificar características como a amplitude, período, frequência angular, fase inicial do movimento, os valores dos deslocamentos verticais e horizontais. Também pretendia que os relacionassem com as funções trigonométricas. No entanto, comparando as respostas das atividades com as do questionários prévio, é possível constatar que houve avanços nas compreensão dos conceitos e na relação da Matemática com a Física, pois foi a primeira vez que os alunos desenvolveram atividades educacionais dessa forma.

Os alunos A^{3}, A^{18}, e A^{20} responderam que não existia relação entre as disciplinas de Matemática e Física e que as representações gráficas eram resultantes de operações Matemáticas. As conclusões dos alunos A^{3}, A^{18} e A^{20} representam claramente como o ensino de Matemática e Física são abordados de forma dissociada da realidade dos alunos e, principalmente, sem a integração entre as duas disciplinas. Os demais alunos participantes da pesquisa conseguiram destacar pontos como o plano cartesiano, os eixos das funções, funções seno e cosseno, movimento harmônico, periodicidade do movimento, ondas e os cálculos das tabelas fornecidas pelo *software*.

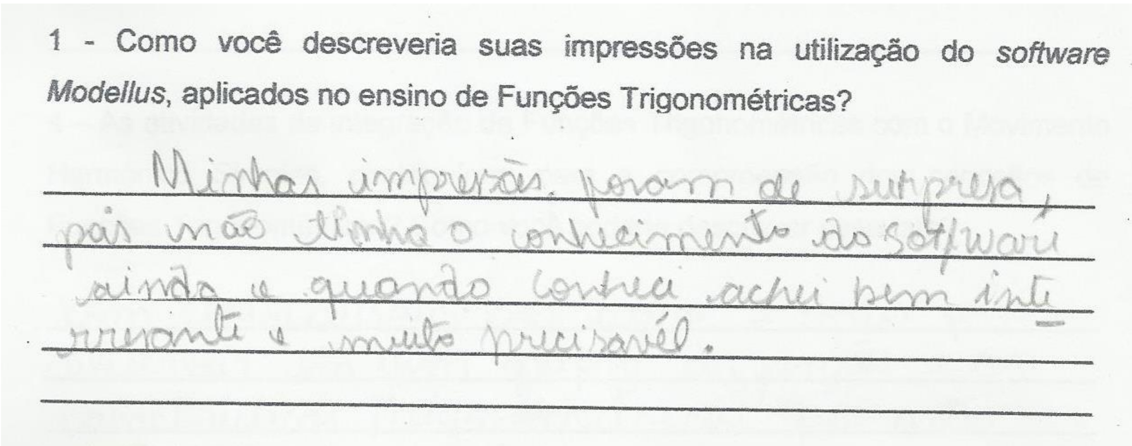
Mendes; Costa e Souza (2012, p. 8) ressaltam que “*Modellus* possibilita uma interação dos alunos com os conceitos físicos durante o processo de modelagem e exploração dos modelos” matemáticos aplicados em diversas áreas do conhecimento. Nas atividades de integração de funções trigonométricas com o movimento harmônico simples, os alunos apresentaram algumas respostas que não estão de acordo com as concepções conceituais de função trigonométrica e movimento harmônico simples, com erros de operações matemáticas e confusão nos conceitos matemáticos e físicos, outros alunos apresentaram respostas matemáticas e científicas aceitáveis. Como foi a primeira vez que os alunos participaram de atividades integrandos os conceitos de Matemática com a Física, agregando o uso da tecnologia, é de se esperar que tenham dificuldades, pois estão acostumados com o ensino tradicional.

4.5 Análise do questionário de avaliação

Após a realização das atividades de funções trigonométricas integradas ao movimento harmônico simples por meio do *Software Modellus*, aplicou um questionário de avaliação com o objetivo de verificar se os resultados obtidos durante a prática pedagógica com o uso da tecnologia possibilitam um caminho diferenciado para o ensino de Funções Trigonométricas. O questionário de avaliação apresentava quatro perguntas dissertativas relacionadas ao desenvolvimento das atividades que serviram de análise, buscando evidenciar as impressões dos alunos sobre a exploração de recursos tecnológicos no ensino de Matemática e Física.

A primeira pergunta versava em relação às impressões que os alunos tiveram a respeito da utilização do *Software Modellus* no ensino de Funções Trigonométricas. Os alunos A^{1}, A^{9}, A^{27} e A^{31} afirmaram que o desenvolvimento foi surpreendente e interessante, como podemos verificar na Figura 44. Porém, vale ressaltar que nem todos os alunos gostaram das atividades: o aluno A^{8} não gostou das atividades; o aluno A^{21} gostou das atividades, mas não da aparência gráfica do *software;* o aluno A^{18} achou estranho ver e entender as formas gráficas da função trigonométrica; e o aluno A^{20} mencionou que precisava estudar mais função, aplicando o *Software Modellus*.

Figura 44 – Resposta do Aluno A^{9}


1 - Como você descreveria suas impressões na utilização do *software Modellus*, aplicados no ensino de Funções Trigonométricas?

Minhas impresões foram de surpresa, pois não tinha o conhecimento do software ainda e quando conheci achei bem inte ressante e muito precisavél.

Fonte: Do autor (2016).

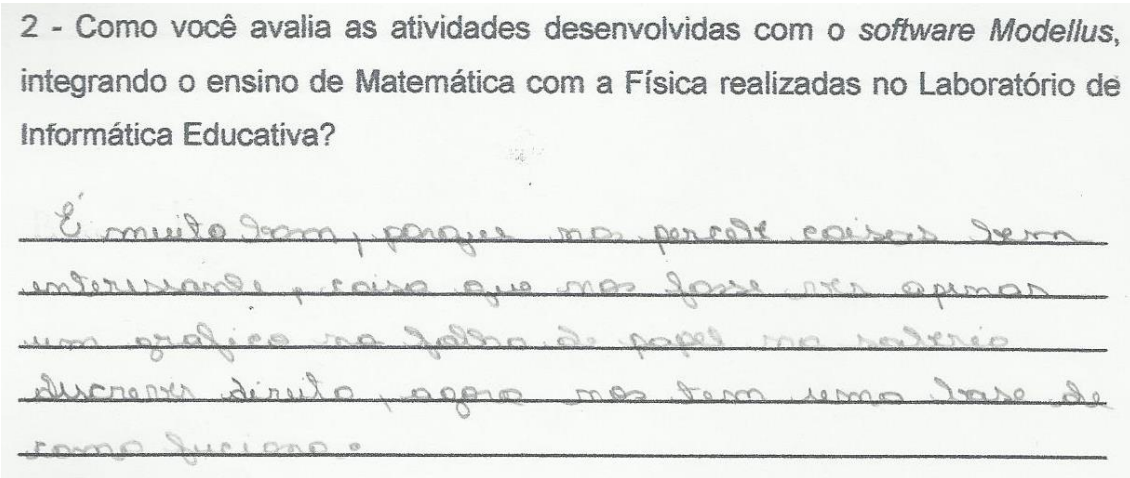
Muitos programas computacionais apresentam um grande potencial nos aspectos operacional e educacional. Um desses é o *Software Modellus* que permite uma maior integração do usuário. Mendes, Costa e Sousa (2012, p. 4, grifo nosso) destacam que:

> O *Software Modellus* permite ao usuário explorar modelos elaborados por outras pessoas (atividade exploratória) ou elaborar seus próprios modelos matemáticos (atividade expressiva) sem haver a necessidade de conhecimento profundo de linguagem de programação ou metáforas simbólicas [...].

Analisando as respostas dos alunos integrantes da investigação, foi possível verificar que, sob a ótica desses alunos, o *Software Modellus* permitiu uma integração entre os conhecimentos de Função Trigonométrica e os de Movimento Harmônico Simples. As insatisfações que os alunos A[8], A[18], A[20] e A[21] relataram podem estar relacionadas ao fato de se tratar de uma nova metodologia de ensino, foi possível verificar que esses alunos foram os que mais apresentaram respostas divergentes dentro dos conceitos de Funções Trigonométricas e Movimento Harmônico Simples. Muitos alunos não estão acostumados a trabalhar a construção de novos conhecimentos de forma integrada com outras disciplinas e com a utilização de recursos tecnológicos.

A segunda pergunta do questionário de avaliação solicitava que os alunos realizassem uma avaliação das atividades desenvolvidas com o *Software Modellus*. As respostas dos alunos foram diversas, porém convergiam para o mesmo ponto, que as atividades foram boas e interessantes, como podemos verificar na Figura 45. Apenas o aluno A[8] não informou qual a sua compreensão com o desenvolvimento das atividades.

Figura 45 – Resposta do Aluno A[13]



2 - Como você avalia as atividades desenvolvidas com o *software Modellus*, integrando o ensino de Matemática com a Física realizadas no Laboratório de Informática Educativa?

É muito bom, porque nós percebe coisas bem interessante, coisa que nós fosse ver apenas um gráfico na folha de papel no caderno discrever direito, agora nós tem uma base de como funciona.

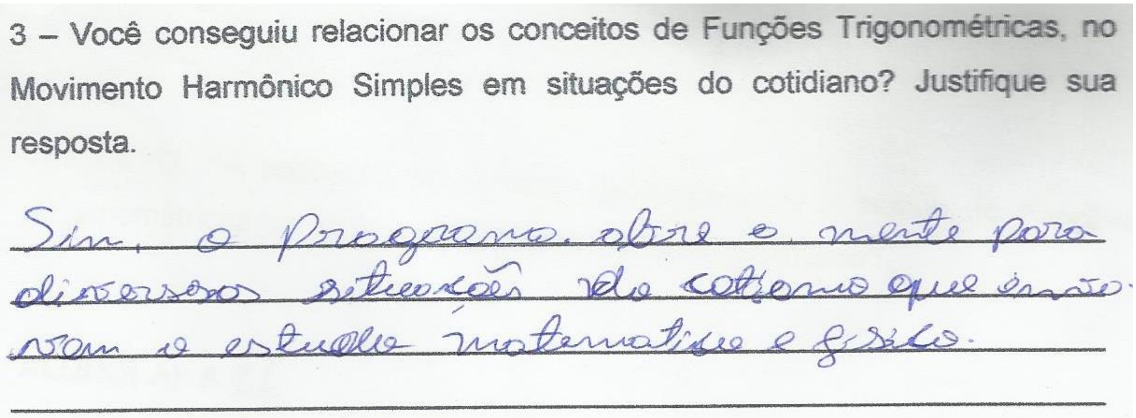
Fonte: Do autor (2016).

Torresan (2008) ressalta que a utilização de recursos computacionais no ensino de Matemática e Física possibilita aos alunos a manipulação de definições formais, as quais constituem a maior parte das abstrações matemáticas e científicas. As avaliações feitas pelos alunos sobre as atividades de integração das Funções

Trigonométricas com o Movimento Harmônico Simples evidenciam que o emprego de recursos computacionais, como o *Software Modellus,* contribui para a compreensão de conceitos formais na Matemática e na Física. Essa compreensão dos novos conceitos no ensino de Matemática e Física acontece quando os temas de ensino estão mais próximos da realidade dos alunos e são abordados de forma integrada e com o auxílio de recursos tecnológicos (TORRESAN, 2008).

A terceira pergunta questionava os alunos a respeito da relação entre Função Trigonométrica e o Movimento Harmônico Simples, quando integrado em situação do cotidiano. As respostas dos alunos apontaram que eles conseguiram relacionar a Matemática com a Física por meio dos conceitos teóricos e gráficos, como podemos verificar na Figura 46. No entanto, segundo as respostas e relato dos alunos A^{3}, A^{9}, A^{18} e A^{20}, não foi possível compreender em todos os momentos as relações conceituais existentes entre as Funções Trigonométricas e o Movimento Harmônico Simples.

Figura 46 – Resposta do Aluno A^{1}


3 – Você conseguiu relacionar os conceitos de Funções Trigonométricas, no Movimento Harmônico Simples em situações do cotidiano? Justifique sua resposta.

Sim, o Programa abre a mente para diversas situações do cotidiano que envolvem o estudo matemático e físico.

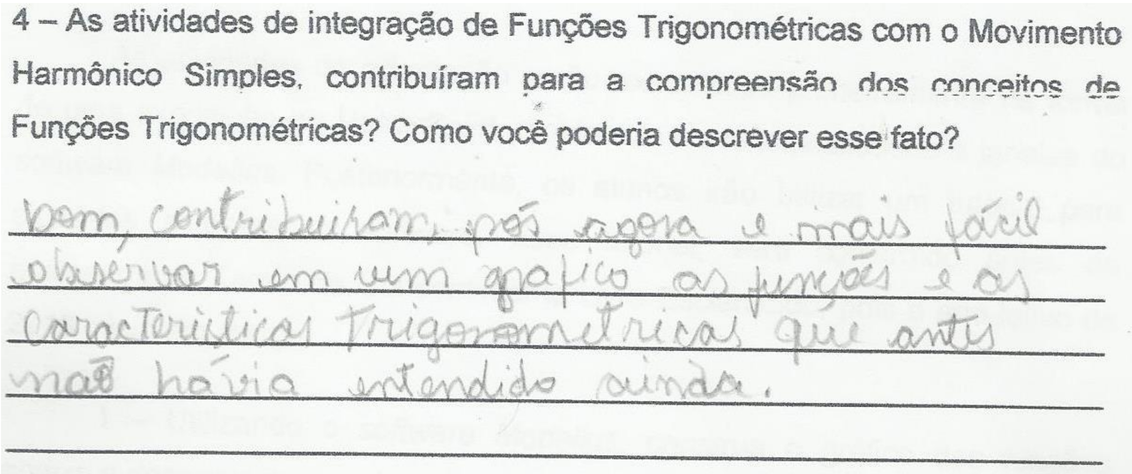
Fonte: Do autor (2016).

Analisando as respostas dos alunos e as transcrições dos áudios, notei que em diferentes momentos das atividades com o *software Modellus* os alunos realizaram algumas associações entre os conceitos de funções trigonométricas e movimento harmônico simples. Além disso, acredito que outras conexões entre essas duas disciplinas podem ser exploradas por professores no processo de ensino agregando o uso de recursos tecnológicos.

Nas concepções de Costa Junior; Silva e Brito (2013, p. 02), "o uso do *Software Modellus* [...] pode apresentar as características necessárias para promover a conexão entre os conhecimentos a serem adquiridos e os conhecimentos prévios [...]". Essa interação de áreas de conhecimento com a aplicabilidade de recursos tecnológicos como o *Software Modellus* possibilita que o aluno relacione o conhecimento abstrato com o cotidiano, realizando a apreensão e a conexão de novos conhecimentos (COSTA JUNIOR; SILVA; BRITO, 2013).

Na última indagação do questionário de avaliação, perguntei aos alunos se as atividades de integração contribuíram para a compreensão dos conceitos de Funções Trigonométricas. Para os alunos, as atividades ajudaram a compreender os conceitos de Funções Trigonométricas e de Movimento Harmônico Simples, como podemos verificar na Figura 47. No entanto, para os alunos A^{8} e A^{18}, as atividades integradoras não ajudaram na compreensão dos conceitos e, para os alunos A^{1}, A^{3} e A^{20}, os conceitos foram "mais ou menos" compreendidos.

Figura 47 – Resposta do Aluno A^{9}


4 – As atividades de integração de Funções Trigonométricas com o Movimento Harmônico Simples, contribuíram para a compreensão dos conceitos de Funções Trigonométricas? Como você poderia descrever esse fato?

bem, contribuiram, pós agora é mais fácil observar em um gráfico as funções e as características Trigonométricas que antes não havia entendido ainda.

Fonte: Do autor (2016).

Para os estudiosos Novais e Simião (2011, p. 2, grifo nosso), "o *Software Modellus* permite que alunos e professores realizem experiências proporcionadas pela construção e manipulação de modelos matemáticos para a resolução de cálculos e construção de gráficos [...]". Esse processo de manipulação dos modelos Matemáticos e Físicos permite que o aluno explore de forma mais dinâmica e interativa as situações que as funções trigonométricas representaram no desenvolvimento das atividades. Analisando as transcrições dos áudios e as respostas, constatei que durante as atividades utilizando o *software Modellus* os alunos estavam bastante entusiasmados e motivados, pois era a primeira vez que realizavam atividade integrando o ensino de Matemática com o de Física por meio de recursos tecnológicos.

Analisando as respostas dos alunos no questionário de avaliação, constatei que as impressões sobre o desenvolvimento das atividades foram satisfatórias, pois os alunos relataram que houve compreensão dos conceitos e correlação com o cotidiano. Essa interação do conhecimento de Matemática com o de Física foi facilitado pela utilização do *Software Modellus* que possibilita uma exploração mais próxima da realidade dos modelos matemáticos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entre as diferentes formas de emprego dos recursos tecnológicos no ensino de Matemática e Física, apresentadas na literatura, escolhi a aplicação de um *software* que possibilitasse a integração dos conceitos de funções trigonométricas com o movimento harmônico simples. Em meio aos diversos tipos de *software* empregados no ensino de Matemática e Física, optei pelo uso do *Modellus,* pois é um *software* de distribuição gratuita, que não exige do aluno um conhecimento de linguagem de programação. Esse *software* possibilitou aos alunos uma interação dos conceitos funções trigonométricas e movimento harmônico simples, durante o processo de exploração dos modelos matemáticos.

O problema desta pesquisa consistiu em identificar quais as implicações de utilizar o *Software Modellus* para ensinar os conceitos de Funções Trigonométricas por meio do Movimento Harmônico Simples, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio da Educação Básica na cidade de Macapá – AP. Por meio desta pesquisa e atividades desenvolvidas durante a investigação, constatei que o *Software Modellus,* quando utilizado e trabalhado na Matemática de forma integrada com a Física, pode ser favorável na compreensão de conceitos de funções trigonométricas e movimento harmônico simples.

Ao comparar os resultados do questionário estruturado prévio com os da atividade com o *Software Modellus*, bem como com os questionários de avaliação, constatei que os alunos puderam desenvolver atividades diferenciadas, ou seja, esse *Software* possibilitou uma nova abordagem do conteúdo. Propiciou desenvolver, em conjunto, a função trigonométrica e o movimento harmônico simples. De acordo com Novais e Simião (2011), no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática e Física, o auxílio que os recursos tecnológicos podem trazer, por intermédio de *softwares* educativos está no fato de proporcionarem maior compreensão e facilidade no desenvolvimento de atividades mais complexas.

Nessa perspectiva, o uso do *Software Modellus* como recurso para compreensão de funções trigonométricas integradas ao movimento harmônico simples revelou-se uma ferramenta de auxílio na compreensão e aplicação desses conceitos. Ao invés de disseminar a Matemática e a Física como ciências prontas e acabadas, podemos conceber um ambiente de aprendizagem informatizado, em que os alunos possam desafiar a criatividade, construir e experimentar hipóteses (NOVAIS; SIMIÃO, 2011).

Assim, tendo como objetivo principal investigar as implicações de utilizar o *Software Modellus*, para ensinar os conceitos de Funções Trigonométricas, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio da Educação Básica na cidade de Macapá – AP, foi possível, por meio das atividades realizadas, constatar que os alunos aumentaram sua predisposição em trabalhar conteúdos de Matemática e Física. Desenvolveram as atividades com interesse, manifestando mais entusiasmo em trabalhar os conteúdos por meio do *Software Modellus*.

Outro aspecto considerável foi o desenvolvimento de habilidades para analisar gráficos de funções trigonométricas. Constatei que a integração das funções trigonométricas com o movimento harmônico simples favoreceu a compreensão dos conceitos e diminuiu a relação com o cotidiano dos alunos. Esse fato foi possível pela versatilidade do *Modellus*, em que conforme a animação progredia no tempo, um gráfico das variáveis associadas à animação era construído.

As aplicações do questionário estruturado prévio e do questionário de avaliação proporcionaram coletar dados qualitativos. Esses dados corroboraram para que, por meio das atividades realizadas com o uso do *Software Modellus*, alguns conceitos de funções trigonométricas e de movimento harmônico passassem a ter sentido e aplicabilidade para os alunos participantes da pesquisa.

No questionário estruturado prévio, boa parte dos participantes da pesquisa não possuíam conhecimentos suficientes de funções trigonométricas e não conseguiam relacioná-los com o movimento harmônico simples. Nas atividades com o *software Modellus* os alunos apresentaram um progresso lento na compreensão dos conceitos de funções trigonométricas e de movimento harmônico simples. Esse fato pode ser devido o tipo de atividade envolvendo Matemática e Física em função de recursos tecnológicos ser uma novidade para eles. No questionário de avaliação, aplicado posteriormente às atividades pedagógicas, os participantes já descreveram que foi possível compreender conceitos gráficos, relacionar as funções trigonométricas com o movimento harmônico simples e com o cotidiano e que as atividades se tornaram mais interessantes e atrativas. Cabe recordar que, no questionário estruturado prévio, as respostas não apresentavam fundamentação conceitual e possuíam muitos erros de operações com números reais.

Além do objetivo principal desta pesquisa, apresento os resultados obtidos a partir do desenvolvimento dos objetivos específicos. O primeiro objetivo - Conhecer as concepções prévias dos alunos sobre as Funções Trigonométricas aplicadas, por meio de atividades do Movimento Harmônico Simples - foi atingido com a realização do questionário estruturado prévio.

Por meio dele, foi possível verificar que os alunos não possuíam conhecimento suficiente de funções trigonométricas e suas aplicações no cotidiano, tampouco o movimento harmônico simples. Porém, também verifiquei que eles não possuíam conhecimento suficiente para trabalhar com operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números reais. Por esse motivo, desenvolvi, antes das atividades da intervenção, uma revisão de operações com números reais. Também foi possível identificar que eles não tinham uma estrutura de português que permitisse, por muitas vezes, uma análise precisa dos dados durante a pesquisa.

O segundo objetivo - Planejar e desenvolver atividades no *Software Modellus,* integrando as Funções Trigonométricas e o Movimento Harmônico Simples - foi atingido com a realização da atividade pedagógica de familiarização e exploração. Por meio dessas atividades, os alunos se adaptaram ao manuseio do *software.* Esse recurso tecnológico possibilitou aos estudantes a visualização do fenômeno harmônico simples integrado às funções trigonométricas, que, por momentos, os alunos constatam no seu cotidiano.

Durante a realização da prática pedagógica, foram realizadas atividades de adaptação em que os alunos deveriam construir gráficos de funções afim, quadrática, exponencial e trigonométrica por meio do *Software Modellus*. Nas atividades de exploração, os alunos trabalharam com modelos matemáticos de funções trigonométricas e animações integradas ao movimento harmônico simples.

O terceiro objetivo – Verificar se os resultados obtidos durante a prática pedagógica indicam que o ensino desenvolvido com o uso de tecnologias pode possibilitar um caminho diferenciado para o ensino de Funções Trigonométricas - também foi atingido. Isso pode ser observado nos comentários dos alunos, nas explicações do questionário das atividades exploratórias e do questionário de avaliação, na evolução das respostas e nos conceitos abordados. Segundo Torresan (2008), o emprego do *Software Modellus* desenvolve a capacidade de utilização e representação gráfica, aprimorando o seu uso e domínio, e aprimorando a capacidade de aprendizagem.

Em diversos momentos, durante as atividades exploratórias, os alunos declararam que "*a matemática ficava mais fácil e significativa"; "os significados dos cálculos eram mais próximo da realidade"; "usar o software nas aulas de matemática facilita o entendimento"; "agora eu consigo entender Matemática e Física". Cabe* ressaltar, também, que nem todos os alunos gostaram das atividades.

Pela análise das afirmações dos alunos nas atividades e no questionário de avaliação, encontrei, nas falas dos alunos, conexões entre os conceitos de funções trigonométricas e movimento harmônico simples. Vale lembrar que, no questionário estruturado prévio, os discentes apresentaram muitas dificuldades ao tentarem resolver questões que envolviam funções trigonométricas aplicadas no movimento harmônico simples, até mesmo, deixando de resolvê-las. A justificativa era de que não sabiam como proceder ou não tinham estudado os assuntos de funções trigonométricas e movimento harmônico simples. Contrariamente ao que ocorreu durante as atividades pedagógicas, pois, além de desenvolvê-las, despontaram distintos caminhos na resolução das atividades.

Finda a investigação, posso afirmar que a aplicação do *software Modellus* contribui com a interação do ensino de Matemática com o de Física, podendo promover uma possibilidade diferenciada para a compreensão de diversos conteúdos dessas duas áreas do conhecimento, mesmo tendo uma evolução lenta como foi observado na intervenção, porém com uma evolução na compreensão conceitual de Funções Trigonométricas e de Movimento Harmônico Simples. Assim, a opção de utilizar *software* educativo facilitou a implantação dessa proposta, pois, muitas instituições de ensino disponibilizam laboratório de informática educativa, que pode ser utilizado para agregar a conexão existente entre o ensino de funções trigonométricas com o de movimento harmônico simples.

Em vista disso, pretendo, cada vez mais, usar *softwares* educativos em minha prática pedagógica. Sentir os alunos envolvidos, predispostos, desenvolvendo a compreensão de conceitos por meio desses recursos tecnológicos, e vê-los sair do processo tradicional de ensino, utilizando o *Software Modellus,* aumentou minha determinação de utilizar esses recursos em outras áreas do conhecimento e nas demais turmas da escola em que venho atuando.

Para trabalhos futuros, recomendo a utilização do *Software Modellus* em outras áreas do conhecimento ou em conteúdo de Matemática e Física, tais como no estudo da função afim, da função quadrática, função exponencial, movimento circular uniforme, movimento dos planetas, lançamento oblíquo, etc.

Ao término da pesquisa, verifiquei que os alunos estavam predispostos a continuar trabalhando os conteúdos da Matemática relacionados com os de Física. Asseguro que o mesmo ocorreu comigo, pois, ao verificar seu envolvimento nas atividades, seu desejo de aprender e o entusiasmo com que utilizavam o *Software Modellus*, senti-me satisfeito e realizado.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes M. W.; ARAÚJO, Jussara L.; BISOGNIN, Eleni (Org.). **Práticas de modelagem Matemática na educação Matemática**: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: Editora da Universidade Estadual de Londrina, 2011.

ARAUJO, Ives S.; VEIT, Eliane A.; MOREIRA, Marco A. Atividades de modelagem computacional no auxılio a interpretação de gráficos da Cinemática. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 26, n. 2, p. 179-184, 2004.

ARAUJO, Ives Solano. **Um estudo sobre o desempenho de alunos de Física usuários da ferramenta computacional *Modellus* na interpretação de gráficos em cinemática**. 2002. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, 2002.

ÁVILA, Geraldo. **Cálculo das funções de uma variável**. Volume 1. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

BARUTI, Kelly Cristina; ARAÚJO, Mauro Sérgio Teixeira de. Mapeamento das concepções dos alunos de Ensino Médio da educação de jovens e adultos a respeito de ciência e tecnologia. **Encontro de Produção Discente PUCSP/Cruzeiro do Sul**, v. 2, n. 1, 2015.

BOLETINI, Patricia Aparecida; SILVEIRA, Ismar Frango. Jogos Digitais na Aprendizagem do Plano Cartesiano. **Encontro de Produção Discente PUCSP/Cruzeiro do Sul**, v. 2, n. 1, 2015.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia R. da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Formação de professores do Ensino Médio, Etapa II - Caderno V**: Matemática. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Curitiba: UFPR, 2014a.

______. **Formação de professores do Ensino Médio, Etapa II - Caderno III**: Matemática. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Curitiba: UFPR, 2014b.

CARVALHO JUNIOR, João Hermano Torreiro de. **O *Software Modellus* aliado a estratégias de ensino**: um estudo comparativo do desempenho dos alunos do Ensino Médio nas aulas de Física. 2008. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2008.

CHAMBERS, Paul; TIMLIN, Robert. **Ensinando Matemática para adolescentes**. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

CHAVES, Alaor; SAMPAIO, J.F. **Física Básica**: mecânica. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

CHWIF, Leonardo; MEDINA, Afonso C. **Modelagem e simulação de eventos discretos**: teoria e aplicações. 3. ed. São Paulo: Editora do Autor, 2010.

COSTA JUNIOR, José Reginaldo Gomes da; SILVA, Aline Costa da; BRITO, Antonia Vamilis da Silva. *Software Modellus*: uma ferramenta didática da modelagem Matemática no ensino/aprendizagem de Física. In: XX SIMPÓSIO NACIONAL DO ENSINO DE FÍSICA. **O Ensino de Física nos últimos 40 anos:** balanços, desafios e perspectivas. São Paulo, 2013. Disponível em: <http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xx/sys /resumos/T1003-1.pdf>. Acessado em: 20 de jan. 2015.

COUTO, Maria Isabel Ferreira da Silva. **Contributos para a interdisciplinaridade no ensino da Física e da Matemática.** 2007. 102 f. Dissertação (Mestrado em Física para o Ensino) – Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto, 20 jan. 2007.

DAZZI, Clóvis José; DULLIUS, Maria Madalena. Ensino de Funções Polinomiais de Grau Maior que Dois Através da Análise de seus Gráficos, com Auxílio do *Software* Graphmatica. **Boletim de Educação Matemática**, v. 27, n. 46, p. 381-398, 2013.

FÍSICA E VESTIBULAR. **Pêndulo simples**. 2016. Disponível em: <http://fisicaevestibular.com.br/novo/mecanica/dinamica/mhs/pendulo-simples/exercicios-de-vestibulares-com-resolucao-comentada-sobre-pendulo-simples/>. Acesso em: 20 ago. 2016.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODOI, Katia Alexandra de; PADOVANI, Stephania. Avaliação de material didático digital centrada no usuário: uma investigação de instrumentos passíveis de utilização por professores. **Production Journal**, v. 19, n. 3, p. 445-457, 2009.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2010.

GOOGLE. **Localização Amapá.** 2015. Disponível em: <https://www.google.com.br/search?q=localizacao=amapa>. Acesso em: 20 nov. 2015.

GUERRA, Isabel Carvalho. **Pesquisa Qualitativa e Análise de Conteúdo**: sentido e forma de uso. Porto: Principia, 2014.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um curso de cálculo.** v. 1, 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

HALLIDAY, David; RESNICK, Roberto; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física.** Volume 1: Mecânica. Tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

HEIDEMANN, Leonardo Albuquerque; ARAUJO, Ives Solano; VEIT, Eliane Angela. Ciclos de Modelagem: uma alternativa para integrar atividades baseadas em simulações computacionais e atividades experimentais no ensino de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 29, p. 965-1007, 2012.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos da Matemática Elementar**. v. 3, 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

LIMA. Elon Lages; et al. **A Matemática do Ensino Médio**. v. 1, 10. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LLANO, José Gregório de; ADRIÁN, Mariella. **A informática educativa na escola**. 3 ed. São Paulo: Edições Loyola, 2013.

MAMEDE-NEVES, Maria Aparecida Campos; DUARTE, Rosália. O contexto dos novos recursos tecnológicos de informação e comunicação e a escola. **Educação e Sociedade, Campinas**, v. 29, n. 104, p. 769-789, 2008.

MARCONI, Marina A.; LAKATOS, Eva M. **Metodologia do trabalho científico**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MENDES, Faria; COSTA, F. Ivan; SOUSA, Célia M. S. G. O uso do *Software Modellus* na integração entre conhecimentos teóricos e atividades experimentais de tópicos de mecânica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 34, n. 1, p. 240-252, 2012. Disponível em <http://www.scielo.br/ pdf/rbef/v34n2 /v34n2a11.pdf>. Acesso em 11 mai.2015.

MENDES, Janduí Farias. **O uso do *Software Modellus* na integração entre conhecimentos teóricos e atividades experimentais de tópicos de mecânica sob a perspectiva da aprendizagem significativa**. 2009. 185 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) - Universidade de Brasília-UNB, Brasília, 2009.

MESQUITA, Antônia Iara dos Santos; et al. Avaliação da percepção dos alunos na utilização de *Software* educativos no Ensino de Física. In: XX SIMPÓSIO NACIONAL DO ENSINO DE FÍSICA. **O Ensino de Física nos últimos 40 anos:** balanços, desafios e perspectivas. São Paulo, 2013. Disponível em: <http://www.sbf1.sbfisica.org.br/ eventos /snef/xx/sys/ resumos/T0377-1.pdf>. Acessado em: 20 de jan. 2015.

NOVAIS, Pedro Anísio Ferreira; SIMIÃO, Lucélio Ferreira. Aplicações da Modelagem Computacional no Ensino de Funções Utilizando o *Software* de Simulações *Modellus*. **Anais...** Encontro de Iniciação Cientifica - ENIC, v. 1, n. 3, 2011.

OLIVEIRA, Humberto da Silva; FREIRA, Morgana Lígia de Farias. O Computador e o Ensino de Física: simulação e modelagem computacional. **Compartilhando Saberes**, João Pessoa, v. 1, n 1, Abr. 2014. Disponível em: <http://www.sec.pb.gov.br/revista/ index.php/compartilhandosaberes/article/view/10> Acessado em: 12 de fev. 2015.

PACHECO, Marco André de Almeida; BARBOSA, Wallace Luiz de Assis. Ensino de Ciências através do desenvolvimento de *software* por estudantes do Ensino Médio. In: XX SIMPÓSIO NACIONAL DO ENSINO DE FÍSICA. **O Ensino de Física nos últimos 40 anos:** balanços, desafios e perspectivas. São Paulo, 2013. Disponível em: <http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xx/sys/resumos/T0291-1.pdf>. Acessado em: 20 de jan. 2015.

PINTO, Aparecida Marcianinha. As novas tecnologias e a educação. **RevistaPortal Anpedsul,** v. 5, 2012.

PRAÇA, Marco (org.). **Cartas à educação**. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2013.

QUARTIERI, Marli Teresinha; DULLIUS, Maria Madalena; GIONGO, Ieda Maria. Possibilidades e limitações da inserção de tecnologias nas aulas de Matemática no Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista–RS**, v. 1, n. 13, 2012.

RODRIGUES, Paulo Marcelo Silva. **Metodologia do ensino da Matemática frente ao paradigma das novas tecnologias de informação e comunicação**: A Internet como recurso no ensino da Matemática. Duque de Caxias, RJ: Creative Commons, 2014. Disponível em <https://books.google.com.br>. Acesso em 12 mai.2015.

SANTOS, Gustavo H.; ALVES, Lynn; MORET, Marcelo A. *Modellus*: animações interativas mediando a aprendizagem significativa dos conceitos de Física no Ensino Médio. **Sitientibus Série Ciências Físicas**, Salvador, v. 2, p. 56-67, 2012. Disponível em <http://dfis.uefs.br/sitientibus/vol2/Marcelo_Main-SPSS.pdf>. Acesso em 11 mai.2015.

SILVA, Marcio; SILVA, Alcina Maria Testa Braz; OLIVEIRA, Alexandre Lopes de. Aplicação do *Software* GeoGebra em uma turma Ensino Médio para estudo comparativo de Movimentos Unidimensionais. In: XX SIMPÓSIO NACIONAL DO ENSINO DE FÍSICA. **O Ensino de Física nos últimos 40 anos:** balanços, desafios e perspectivas. São Paulo, 2013. Disponível em: <http://www.sbf1.sbfisica.org.br/ eventos /snef/xx/sys/ resumos/T0377-1.pdf>. Acessado em: 20 de jan. 2015.

SOFFA, Marilice Mugnaini; ALCÂNTARA, Paulo Roberto de Carvalho. O uso do *software* educativo: reflexões da prática docente na sala informatizada. 2008, **Anais...** Paraná: PUCPR, 2008.

SOFTWARE MODELLUS. 2015. [*Software* educacional]

SOUSA, Robson Pequeno de; MOITA, Filomena da M.; CARVALHO, Ana Beatriz Gomes (Orgs.). **Tecnologias digitais na educação**. Campina Grande, PB: EDUEPB, 2011.

TEODORO, V. D. ***Modellus*: Learning Physics with Mathematical Modelling.** 2002**.** 248 f. Tese (Doutorado em Ciências da Educação) – Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2002.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, G. **Física para Cientistas e Engenheiros: mecânica oscilações e ondas termodinâmicas**. v. 1, 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

TORRESAN, Daniela de Cássia Moraes. **O uso do *software* de simulação *Modellus* na conceitualização de derivada**: experiências de ensino-aprendizagem com base em vergnaud.2008. 175 f. Dissertações (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil – UBRA, Canos, 2008.

TRIVIÑOS, Augusto Nibaldo. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A. **Física I**. Tradução Sonia Midori Yamamoto. 12. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2008.

APÊNDICE A – Termo de Concordância da Direção da Instituição de Ensino

Termo de Concordância da Direção da Instituição de Ensino

A senhor Diretor da Escola Estadual de Augusto dos Anjos:

Eu, Claudionor de Oliveira Pastana, aluno regularmente matriculado no Curso de Pós-graduação *Stricto Sensu,* Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, em Lajeado/RS, venho por meio deste solicitar a autorização para coletar dados neste estabelecimento de ensino, para a realização de minha pesquisa de Mestrado, intitulada: "**A utilização do *software* Modellus para o ensino de funções trigonométricas através do movimento harmônico simples**" tendo como objetivo geral: Investigar as implicações de se utilizar atividades de Movimento Harmônico Simples, com o *software Modellus*, para se ensinar os conceitos de funções seno e cosseno, em uma turma do 3º do Ensino Médio, da Escola Estadual Augusto dos Anjos, localizada na cidade de Macapá – AP .

Afirmo ainda, que as coletas de dados serão realizadas através de observações, filmagens, fotografias e entrevistas aos alunos 3º ano do Ensino Médio regular. Desde já, agradecemos a disponibilização, visto que a pesquisa contribuirá para a comunidade científica.

Pelo presente termo de concordância declaro que autorizo a realização da pesquisa prevista na Escola Estadual Augusto dos Anjos:

Macapá/AP, 01 de DEZEMBRO de 2015.

José Maria Nunes Marques
DIRETOR
Decreto nº 1795/2015

Direção da Escola Estadual Augusto dos Anjos

Claudionor de Oliveira Pastana

Claudionor de Oliveira Pastana

Mestrando em Ensino de Ciências Exatas – UNIVATES

APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

Com o intuito de alcançar o objetivo proposto para este projeto: “**A utilização do *Software Modellus* para o ensino de Funções Trigonométricas por meio do Movimento Harmônico Simples**”, venho por meio deste documento convidar-lhe a participar desta pesquisa que faz parte da dissertação de mestrado desenvolvida no programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu,* Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, tendo como Orientador o Professor Dr. Ítalo Gabriel Neide. Deste modo, no caso de concordância em participar desta pesquisa ou permitir participar (alunos menores de idade), ficará ciente de que a partir da presente data:

- Os direitos da entrevista gravada, filmada ou respondidas (questionários) realizada pelo pesquisador, será utilizada integral ou parcialmente, sem restrições;

- Estará assegurado o anonimato nos resultados dos dados obtidos, sendo que todos os registros ficarão de posse do pesquisador por cinco anos e após esse período serão extintos.

- Os participantes deste estudo não receberão valores monetários ou benefícios próprios, bem como não terão custos monetários sobre a participação.

Será garantido também:

- Receber a resposta e/ou esclarecimento de qualquer pergunta e dúvida a respeito da pesquisa, em qualquer momento;

- Poderá retirar seu consentimento a qualquer momento, deixando de participar do estudo, sem que isso traga qualquer tipo de prejuízo.

Assim, mediante o termo de Consentimento Livre e Esclarecido, declaro que autorizo minha participação nesta pesquisa, por estar esclarecida e não me oferecer nem um risco de qualquer natureza. Declaro ainda, que as informações fornecidas nesta pesquisa podem ser usadas e divulgadas neste curso Pós-graduação *stricto sensu,* Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário, bem como nos meios científicos, publicações eletrônicas e apresentações profissionais.

____

Participante da pesquisa ou

Responsável pelo participante, se menor de idade

____

Pesquisador: Claudionor de Oliveira Pastana

claudionorpastana@yahoo.com.br

(096) 99119-0529

Macapá/AP, ___________ de __________________de 2016

APÊNDICE C – Questionário estruturado prévio

1 - O sistema cardiovascular do organismo humano, do qual o coração é o órgão principal, tem a finalidade de fazer circular o sangue pelo corpo. A quantidade de contrações realizadas por minuto determina a intensidade de frequência cardíaca, que oscila de acordo com as necessidades do organismo. Um atleta, por exemplo, pode ter a frequência cardíaca descrita pela função: $h\ (t) = 2 + 3.sen\ \left(\frac{\pi.t}{36}\right)$, em que t é o tempo medido em segundos.

a) Como podemos caracterizar a função que descreve a frequência cardíaca desse atleta?

b) Qual seria o período e amplitude entre um batimento e outro?

c) Esboce e descreva as principais características do gráfico da função que representa o sistema cardiovascular desse atleta.

2 - Uma criança de massa 30,0 kg brinca em um balanço cuja haste rígida tem comprimento de 2,50 m. Ela é solta de uma altura de 1,00 m acima do solo. Supondo que a criança não se auto impulsione, podemos considerar o sistema "criança-balanço" como um pêndulo simples, desprezando-se a resistência do ar, e considere g= 10m/s², responda.

a) Como poderíamos representar o intervalo de tempo para que a criança complete uma oscilação?

b) Se a massa da criança fosse maior, o tempo necessário para completar uma oscilação diminuiria ou aumentaria? Como você justifica esse comportamento?

c) A frequência de oscilação da criança depende da altura da qual ela é solta, da periodicidade do movimento ou do comprimento da haste? Como você descreveria essa situação?

3– Um barco navegando as margens do rio Amazonas, executa um Movimento Harmônico Simples, conforma a equação horária x = 5. cos $(\pi.t)$, onde t é dado em segundos e x em metros.

a) Explique qual seria a altura que se encontra o barco no início do movimento, ou seja, quando $t = 0$?

b) Verificando a equação horária do Movimento Harmônico Simples, qual seria a sua amplitude e periodicidade?

c) Construa o gráfico da função que representa a oscilação do banco no rio evidenciando os seu pontos mais relevantes.

4 – Uma partícula em Movimento Harmônico Simples no intervalo de tempo entre 0 e 10 segundos, executa um Movimento Harmônico Simples, conforme a função: $x(t) = -3.\cos(5.\pi.t + 7)$, em que t representa o tempo em segundos.

a) Como poderíamos caracterizar o comportamento dessa partícula no intervalo de tempo descrito?

b) Observando a função do Movimento Harmônico Simples da partícula, qual seria a sua amplitude e a periodicidade?

APÊNDICE D – Atividade de familiarização com o *Software Modellus*

As atividades de adaptação serão executadas primeiramente na forma de uma exposição no *PowerPoint,* mostrando as funcionalidades e janelas do *Software Modellus*. Posteriormente, os alunos irão utilizar um tutorial para ajudá-los a operar o *software*. Esse tutorial, será construído antes da assinatura do Termo de Consentimento Livre Esclarecido, pois o ano letivo de 2016 inicia em março.

1 – Utilizando o *Software Modellus,* construa o gráfico das funções abaixo e descreva seu comportamento.

a) $f(x) = x - 3$ b) $f(x) = -3x + 5$ c) $f(x) =-x^2 + 1$ d) $f(x) = -x^2$

e) $f(x) = x^2$ f) $f(x) = 5x$ g) $f(x) = x^2 + x - 2$ h) $f(x) = - 2x$

i) $f(x) = 2$ sen $(\pi.x – 3)$ j) $f(x) =$ tg $(2. \pi .x)$ k) $f(x) = 1 + 4$ sen $(\pi. x)$

l) $y = - \cos (\pi .x)$ m) $f(x) = 5+ \cos (\pi .x)$ n) $f(x) = 2.$ tg $(2 \pi .x)$

a) Quais similaridades é possível observar nas funções?

b) Baseado nas observações realizadas nos gráficos das funções, quais relações da Matemática com a Física você descreveria?

APÊNDICE E – Propostas de atividade que serão desenvolvidas no *Software Modellus*

Após a construção de modelos matemáticos de funções e das definições de seno, cosseno e tangente, construiremos os gráficos das funções f(x) = sen (x), g(x) = cos x e h(x) = tg x, para $0 \leq x \leq 2\pi$, no *Software Modellus*. A proposta metodológica para o desenvolvimento das atividades será baseada em pesquisa dirigida e de estudo de descobertas, onde os alunos irão construir modelos matemáticos e gráficos de Funções Trigonométricas no *Software Modellus*, observando o que acontece quando se altera os valores dos parâmetros. Todas as atividades serão desenvolvidas por meio da utilização e aplicação do *Software Modellus*.

Durante a realização do estudo dirigido por meio do *Software Modellus*, pretende-se mostrar a influência de cada coeficiente nas funções seno, cosseno e tangente, f(x) = A + B.sen (Cx + D), f(x) = A + B.cos (Cx + D) e f(x) = A + B.tg (Cx + D), esperamos que os alunos concluam que:

f) O parâmetro **C** influência no período da função que é calculado por $T = \frac{2\pi}{\omega}$, pois **C** = ω;

- O parâmetro **B** é a amplitude da curva, ou seja, a altura da curva, que no Movimento Harmônico Simples é representado por R, ou seja B = R;
- O parâmetro **A** é o responsável pelo deslocamento vertical da curva, enquanto que **D** provoca translação no sentido horizontal;
- A imagem é o intervalo [A - B, A + B];
- Se **D** = 0, então o gráfico da função seno passa pelo ponto (0, A), enquanto que a função cosseno passa pelo ponto (0, A + B) ou (0, A – B), dependendo do sinal do parâmetro **B**.

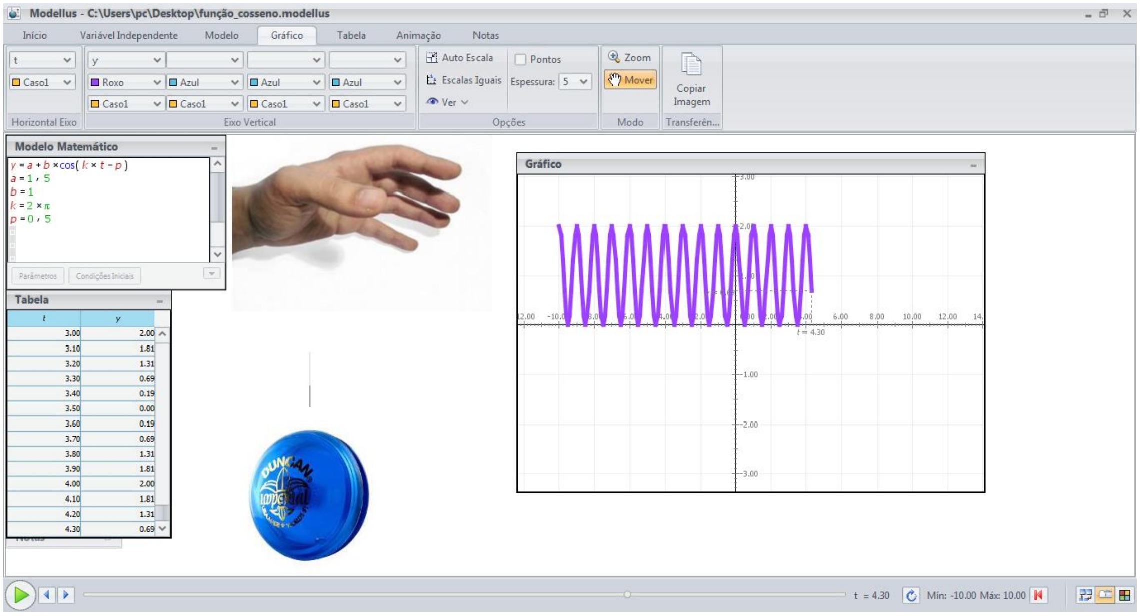
No desenvolvimento das atividades 1, 2, 3 e 4 que seguem, o objetivo é realizar utilizar o *Software Modellus*. Na atividade 1 e 3, o aluno irá desenvolver as mudanças de parâmetros na modelagem e animação desenvolvida no *Modellus.*

Atividade 1:

Primeiro momento:

Para iniciar a atividade, abrir o arquivo “mhs_cosseno”. Após aberto o aluno poderá visualizar, na tela da atividade 1, o gráfico e a animação da função f (t) = 1,5 + cos (2π .t – 0,5), conforme a figura abaixo.

Figura 1 - Vista no *Modellus* da atividade 1



Fonte: Do autor com a utilização do *Modellus* (2015).

Segundo momento:

Roteiro: Clicar no botão *play* e observe o movimento do Ioiô.

a) Descreva como é o movimento do Ioiô.

b) Quanto ao movimento do ioiô o que se pode perceber?

c) Considerando a posição final da simulação (t=10s), quantos períodos o objeto desenvolveu?

d) No *Modellus* clique no botão da figura abaixo, e em seguida maximize o gráfico. Qual é o comportamento característico do movimento do Ioiô?

Atividade 2:

Um oscilador massa mola tem amplitude do movimento de 5mm, pulsação de 2π e uma fase inicial de $\frac{\pi}{4}$.

a) Escreva a função que representa o comportamento desse oscilador massa mola.

b) Por meio da visualização gráfica da função no *Software Modellus*, explique como comporta-se a elongação do movimento quando transcorridos 10 segundos do início do movimento.

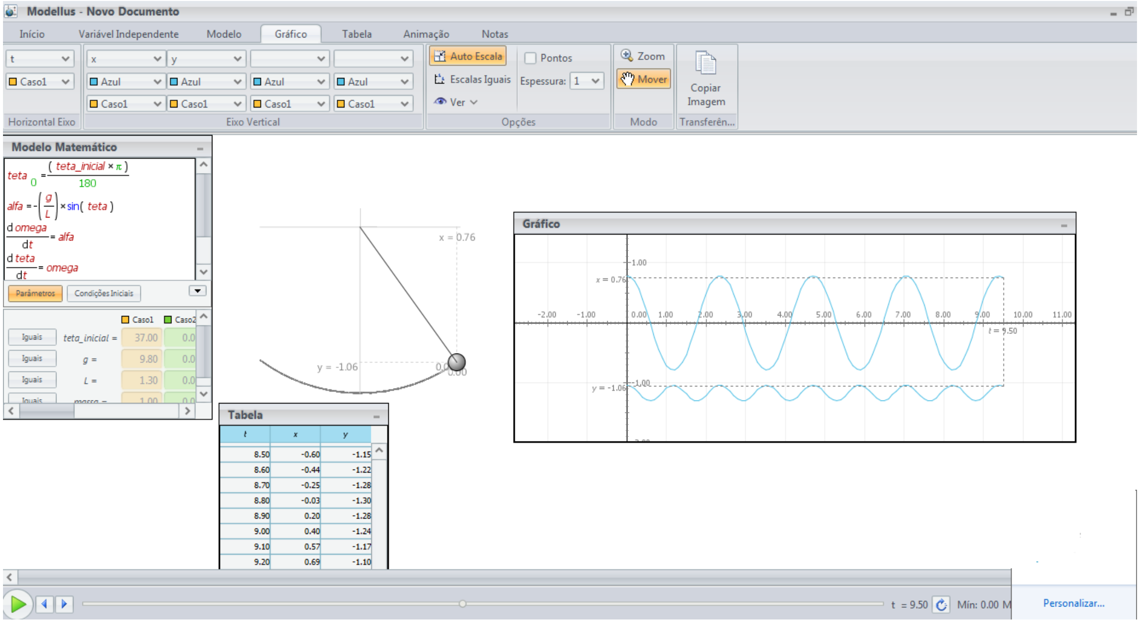
c) Descreva as principais características Matemáticas e Físicas do gráfico da função que representa a oscilação massa mola.

Atividade 3:

Primeiro momento:

No sentido de iniciar a atividade, abrir o arquivo “mhs_pêndulo”. Após aberto o aluno poderá visualizar, na tela da atividade 3, os gráficos e a animação das funções: x =L sin(teta) e y= - L cos(teta), conforme a figura abaixo.

Figura 2 - Vista no *Modellus* da atividade 3



Fonte: Do autor com a utilização do *Modellus* (2015).

Segundo momento:

Roteiro: Clicar no botão *play* e observe o movimento do pêndulo.

a) Descreva as características do movimento do pêndulo.

b) Quanto ao gráfico das funções seno e cosseno do pêndulo quais os pontos de semelhança e distinção podemos perceber?

c) Considerando a posição final da simulação (t=20s), quantos períodos o gráfico das funções seno e cosseno desenvolveram?

Atividade 4:

Suponha que o horário do pôr do sol da Cidade de Macapá, durante o ano de 2015, possa ser descrito pela função: $f(x) = 18{,}3 - 13.sen\ 2\pi.t$, sendo t o tempo dado em dias e t = 0 em 1º de janeiro. Utilizando o *Software Modellus* escreva a função que representa o comportamento físico do pôr do Sol da Cidade de Macapá, e responda os itens abaixo.

a) Como comporta-se a função se seu parâmetro **A** fosse alterado de 18,3 para 25?

b) O que acontece se alteramos o valor do parâmetro **B** para 3,5?

c) O que acontece com a função a partir do momento que o tempo aumenta?

d) Quais são as principais características Matemáticas e Físicas que são observáveis no gráfico?

APÊNDICE F – Questionário de avaliação

1 - Como você descreveria suas impressões na utilização do *Software Modellus*, aplicados no ensino de Funções Trigonométricas?

2 - Como você avalia as atividades desenvolvidas com o *Software Modellus*, integrando o ensino de Matemática com a Física realizadas no Laboratório de Informática Educativa?

3 – Você conseguiu relacionar os conceitos de Funções Trigonométricas, no Movimento Harmônico Simples em situações do cotidiano? Justifique sua resposta.

4 – As atividades de integração de Funções Trigonométricas com o Movimento Harmônico Simples, contribuíram para a compreensão dos conceitos de Funções Trigonométricas? Como você poderia descrever esse fato?

UNIVATES

R. Avelino Tallini, 171 | Bairro Universitário | Lajeado | RS | Brasil
CEP 95900.000 | Cx. Postal 155 | Fone: (51) 3714.7000
www.univates.br | 0800 7 07 08 09