

Desafios e Possibilidades de ensino e aprendizagem a partir dos softwares livres SAGEMATH e Calc

Challenges and Possibilities of teaching and learning from free softwares SAGEMATH and Calc

Demson Oliveira Souza¹, Márcia Jussara Hepp Rehfeldt²

¹ Mestrando em Ciências Exatas - Universidade do Vale do Taquari -Univates – demson.souza@universo.univates.br

² Doutora em Informática na Educação - Universidade do Vale do Taquari - Univates - mrehfeld@univates.br

Finalidade

Este produto educacional descreve algumas atividades mediadas pelos softwares livres SageMath e Calc. Tais atividades visaram favorecer o desenvolvimento de habilidades concernentes a alguns saberes básicos de matemática e estatística. Sua aplicação ocorreu a partir de sequências didáticas que foram desenvolvidas em ambiente computacional conectado com a *internet*.

Contextualização

Nos dias atuais, as tecnologias digitais da informática desempenham importante papel na sociedade, pois flexibilizam o tempo e o espaço (como, por exemplo, *softwares* de comunicação instantânea e *softwares* e/ou hardware de vídeo conferência) e potencializam a produtividade (como, por exemplo, os



softwares de suíte de escritório, softwares de gerenciamento financeiros e sistemas inteligentes implementados em robôs).

Destas tecnologias, se destacam o computador, os *softwares* e a *internet*, devidos sua importância como recurso de comunicação e de busca por informação (JUNIOR; PARIS, 2007). Nesse sentido, Cox (2008) defende que a junção destes recursos vem contribuindo desde as últimas décadas do século passado, em diversos setores da sociedade, inclusive na Educação.

Segundo Kenski (2014), a escola hoje, mais que nunca, lida com a necessidade imediata de se enquadrar aos avanços das tecnologias. Assim, lidar com o computador e com suas ferramentas tornou-se imprescindível, e isso tem se estendido nessas últimas décadas ao contexto do ensino, em particular, ao ensino da matemática, por meio de *softwares* e mídias digitais, tais como *internet*, objetos de aprendizagem, entre outros.

Valente (1999), na década de 90 do século passado, já acreditava ser relevante lidar com o computador e seus recursos digitais, em particular, o uso de softwares no contexto educacional. Apesar de muitos de seus escritos não mencionarem diretamente a matemática, sua posição quando defende softwares de modelagem, simulação e programação, possibilita fazer referência aos seus trabalhos, pois se aproximam aos contextos matemáticos.

Segundo Valente (ibid.), a utilização dos computadores, do ponto de vista pedagógico, pode contribuir para enriquecer os ambientes de aprendizagem que, na maioria das vezes, adotam uma postura tradicional. O autor também chama a atenção sobre a potencialidade de diferentes tipos de *softwares* educacionais, que estão diretamente relacionados às formas como os alunos podem construir o seu conhecimento, interagindo com os objetos pertencentes ao ambiente computacional.



Nesse sentido, o autor descreve especificamente sobre *softwares* que usam linguagens simbólicas e textuais nos seus processos interativos com o usuário:

Sem dúvida alguma, quando pensamos em usar programação, pensamos no computador como ferramenta computacional. Segundo esta visão o computador é uma ferramenta que o aprendiz utiliza para desenvolver algo e o aprendizado ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa pelo computador. Estas tarefas podem ser a elaboração de textos, usando processadores de texto; pesquisa em bancos de dados existentes ou criação de um novo banco de dados; controle de processos em tempo real; produção de música; resolução de um problema via uma linguagem de programação, etc (VALENTE, 1998, p. 56).

Borba e Penteado (2005) expressam que é preciso compreender as relações estabelecidas pelo *software*: suas representações e as leituras críticas dessas representações. Ainda defendem a importância do *feedback* obtido a partir desse tipo de tecnologia, no processo de aprendizagem, pois, normalmente, essa ferramenta traz possibilidades visuais que dificilmente seriam alcançadas sem ela.

Nessa perspectiva, foi proposto aos 18 alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, campus Barreiras – BA, que cursavam disciplina Informática Aplicada ao Ensino da Matemática no segundo semestre letivo de 2017, um processo de intervenção pedagógica que possibilitou aos mesmos interagirem com objetos do conhecimento matemático e com os softwares livre SageMath¹ e Calc.

_

¹ Segundo SageMath.org é um software matemático livre e de código aberto, desenvolvido sob a licença GPL por uma comunidade de programadores e matemáticos, como alternativa livre para sistemas proprietários de software matemático como o Magma, Maple, Mathematica e Matlab.



Ressalto que o *SageMath* funciona diretamente na nuvem da *internet* (*cloud computing*) e é derivado do SAGE² ou SAGE *Notebook* (versão *online* via tecnologia cliente - servidor) que funciona *off-line*. Já o *Calc*³ não possui versão *online*, e para ser executado precisa ter sido instalado no computador ou *notebook*, para isso, deve ser instalado junto com um dos suítes de escritório *OpenOffice ou LibreOffice* (que possuem licença Livre), *d*os quais é parte integrante.

Atualmente, o *SageMath* faz parte de uma plataforma de trabalho colaborativo denominado CO*CALC*⁴, que engloba uma série de outras funcionalidades, além da parte matemática, como, por exemplo, programação em Phyton e outras linguagens (R, C+, Java, etc.), escrita de texto em LaTex, etc. Nesse caso, nos limitamos ao uso das linguagens "R" e da linguagem nativa denominada "sage".

A partir da interação dos alunos com estes dois *softwares*, buscamos favorecer os mesmos em suas autonomias e competências, de modo que se sentissem mais seguros e confiantes com o uso de tecnologias digitais em suas aprendizagens matemáticas e estatísticas. Por consequência, acreditamos estar contribuindo para o aperfeiçoamento de seus letramentos digitais.

A perspectiva acima, se deve principalmente ao fato do sistema *SageMath* ser uma inovação desconhecida para o grupo, e também, pelo pouco uso da planilha eletrônica *Calc* como recurso de aprendizagem. Além disso, os alunos puderam adquirir mais experiência no decorrer do desenvolvimento das atividades de assimilação e manipulação dos *softwares*, bem como de suas interfaces, de suas linguagens simbólicas e outras funcionalidades das ferramentas mencionadas (ROJAS et al., 2008; BORBA, 2010; PIVA et al., 2012).

4

² System for Algebra and Geometry Experimentation ou Sistema Algébrico e Geométrico de Experimentação.

³ Planilha eletrônica que compõe o pacote de programas LibreOfiice , que possui código aberto e livre

⁴ Collaborative Calculation in the Cloud ou Cálculo Colaborativo na Nuvem.



Dentre as razões que justificam essas atividades, verificamos ainda que a proposta de intervenção foi ao encontro das sugestões recomendadas pelo parecer CNE/CES nº 1.302 de 2001, do Conselho Nacional de Educação e Câmara de Educação Superior do MEC. Estas Diretrizes Nacionais são destinadas aos Cursos de Bacharelado e Licenciatura em Matemática, e destacam, na licenciatura, a importância de práticas pedagógicas que contemplem o uso de recursos tecnológicos, tanto para o ensino quanto para aprendizagem, além da própria Diretriz Nacional para Educação Básica de 2013, que reforça a ideia do professor e do aluno estarem integrados as tecnologias no processo educacional (BRASIL, 2001, 2013).

Tais concepções levantadas até aqui, fortalecem a importância de melhorar a formação inicial do professor de matemática, por acreditarmos que os discentes do curso de licenciatura dessa área, devem ter uma formação tecnológica mais efetiva e adequada ao contexto pedagógico de seu processo formativo e de sua carreira profissional.

Objetivos

- Explorar algumas sequências didáticas mediadas pedagogicamente em ambiente computacional online e off-line.
- Favorecer a aquisição de saberes matemáticos e estatísticos relacionados com alguns conceitos básicos de equação da reta e estatística descritiva.
- Estimular o uso pedagógico dos softwares livres SageMath e Calc.

Detalhamento

As ações que propomos neste produto educacional foram desenvolvidas no segundo semestre de 2017, no turno noturno, com uma turma de 8º semestre do curso de licenciatura em matemática. Estas decorreram durante 5 encontros de 3



horas cada no laboratório de informática, e representaram parte de uma proposta de intervenção ocorrida no âmbito de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado em Ensino de Ciências Exatas da Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES). No Quadro 1 a seguir, apresentamos uma síntese das atividades que foram desenvolvidas.

Quadro 1 – Síntese das atividades de intervenção desenvolvidas

Atividade Desenvolvida	Carga horária	Como foi desenvolvido
1º encontro: Início da	3 horas	Ao darem início ao desenvolvimento
sequência didática 1, para		da sequência didática 1 (ver
acesso ao endereço eletrônico		Apêndice A), os alunos acessaram e
que disponibiliza o Calc e o seu		navegaram pelo repositório de
manual oficial. Inserção de		LibreOffice.org onde efetivaram o
dados na planilha.		Download do Pacote Office que
		contém o <i>Calc.</i> Em seguida a
		instalaram do software Calc, de forma
		simulada no computador do
		laboratório de informática ou instalada
		no notebook dos usuários. Após abrir
		uma planilha do <i>Calc</i> , foram
		introduzidos os dados numéricos
		relacionados com informações
		bíblicas (capítulo 1 do livro de
		Números), referente ao
		recenseamento das tribos de israel.
		Posteriormente essa planilha foi salva
		como arquivo no computador.
00 1 1	0.1	
2º encontro: Desenvolvimento	3 horas	Os alunos utilizaram a planilha salva
da sequência didática 1, com		no computador anteriormente, para
cálculos estatísticos.		dar prosseguimento aos cálculos
		estatísticos. Para tal, foram seguidas
		as instruções da sequência didática,



		assim como, nossas exposições orais,
		que mesclavam informações das
		funções do <i>Calc</i> com conceitos
		iniciais de Estatística (medidas de
		posição, separatrizes e medidas de
		dispersão). Nesse caso das funções
		da planilha, utilizamos como
		referência, o guia introdutório do Calc
		(ver Apêndice B). Inicialmente, os
		cálculos estatísticos foram sendo
		realizados pelos alunos de forma
		manual, ou seja, digitando as
		expressões das fórmulas diretamente
		nas células da planilha.
		Posteriormente, os mesmos cálculos
		foram desenvolvidos com o auxilio do
		assistente de funções do Calc, que
		auxilia de forma automática, a
		execução dos cálculos.
3º encontro: desenvolvimento	3 horas	Negos etens es alunes abriram um
	3 1101 <i>a</i> 5	Nessa etapa, os alunos abriram um
da sequência didática 2 para elaboração de planilha de		novo arquivo do <i>Calc</i> e deram início a sequência didática 2 (ver Apêndice
elaboração de planilha de orçamento doméstico.		C). O objetivo dessa atividade era
orçamento domestico.		produzir uma planilha de orçamento
		doméstico, na qual, se discutiu e
		organizou as receitas e despesas. A
		composição destes dois itens de
		interesse da planilha, foi
		personalizado pelos alunos com base
		nas suas necessidades e realidades,
		assim como, o intervalo de tempo
		pretendido. Inicialmente abordamos
		algumas funcionalidades para
		aiganias iunoionaliuaues para



		dinamizar a planilha, para tal, utilizamos como auxílio o guia introdutório do <i>Calc</i> . Com isso, os alunos produziram uma planilha inicial com suas receitas e suas despesas, seus totais e saldos mensais, vinculando a mesma, com outra planilha, onde foram descriminadas as despesas mais comuns (data, tipo e valor).
4º encontro: Início da sequência didática 3 com cadastro na plataforma COCALC, para acesso online ao SageMath e acesso a página do tutorial virtual em SageMath.org e cálculos iniciais de estatística e construção dos gráficos estatísticos.	3 horas	Inicialmente, ao desenvolver a sequência didática 3 (ver Apêndice D), os alunos acessaram a plataforma COCALC, onde puderam se cadastrar para ter de acesso ao SageMath. Também, acessaram o site http:// www.SageMath.org para verificar como fazer o download da versão off-line, caso fosse necessário. Antes de dar prosseguimento aos cálculos da atividade, fizemos uma exposição dos comandos básicos do SageMath a partir do guia introdutório do SageMath (ver Apêndice E), que possibilitaram aos alunos, visualizar e aplicar os comandos básicos no referido sistema. Os cálculos foram realizados seguindo os exemplos propostos na sequência didática 3 e posteriormente, com base nos dados da planilha do recenseamento dos israelitas.



5º encontro: desenvolvimento	3 horas	Nesse encontro, retomamos a
da sequência didática 4, com		exposição teórica dos comandos do
cálculos e gráficos referentes a		SageMath a partir do seu guia
equação da reta e avaliação da		introdutório. A partir daí, os alunos
pratica de pedagógica.		puderam visualizar e aplicar os
		comandos para efetivar os cálculos
		simbólicos matemáticos, usados no
		desenvolvimento da sequência
		didática 4 (ver Apêndice F). Estes
		cálculos envolveram inicialmente os
		exemplos apresentados na própria
		sequência didática, depois,
		desenvolveram as soluções para as
		questões propostas. Tais questões
		estavam relacionadas com o estudo
		da reta (pontos de intersecção da reta
		com eixos cartesianos, equações de
		reta e suas representações gráficas).
		Ao final da atividade, aplicamos aos
		alunos um questionário de avaliação
		da prática pedagógica, que avaliou
		aspectos relacionados com a
		intervenção pedagógica, em
		consonância com seus objetivos.

Fonte: Autores, 2017.

Nesse processo, assumimos uma postura mediadora e articuladora entre a prática e a teoria. Seu desenvolvimento ocorreu mesclando exposição prévia de conceitos teóricos referentes a estatística descritiva, estudo da reta e linguagens de programação R e sage, com situações práticas de aplicação dessas teorias a partir dos *softwares* livres propostos. Desse modo, interagimos e dialogamos com os



alunos sobre as potencialidades desses sistemas na busca pelas soluções exigidas nas sequências didáticas. Porém, procuramos não interferir, nem influenciar, nas reflexões geradas e nas tomadas de decisões que resultaram na resolução destas atividades.

Enfatizamos que os conteúdos abordados serviram para contextualizar as aplicações desenvolvidas mediante *softwares Calc* e *SageMath*, porém, outros conteúdos matemáticos ou estatísticos também poderiam ser adaptados para o mesmo cenário de intervenção. Do mesmo modo, outros níveis de ensino também poderiam ser contemplados pelos processos desenvolvidos, com ou sem adaptações nas sequências didáticas. Assim, detalhamos as ações que foram empreendidas no referido processo de intervenção, seguindo a mesma ordem do Quadro 1 para facilitar essa socialização pedagógica.

No primeiro encontro, realizamos inicialmente uma exposição oral reflexiva sobre tecnologias no ensino da matemática e sua importância na formação dos cidadãos da sociedade contemporânea, e nesse caso particular, estabelecendo uma relação a formação inicial do professor e sua prática profissional (TAKASE, 2007). Em seguida, com base na sequência didática um, cada aluno acessou o *link* https://pt-br.libreoffice.org, que permitiu navegar pelo repositório do LibreOffice.org, que é mantido pela *The Document Foundation*.

A partir daí foi realizado pelos alunos o download do sistema LibreOffice que contém o Cal, acessando o menu "Download" da página da internet. Após a finalização do download, eles puderam simular a instalação nos computadores do laboratório, clicando no arquivo executável. O processo foi simulado devido os computadores do laboratório já possuírem o programa, assim, bastou prosseguirem nas etapas do processo, interrompendo na última. Alguns alunos preferiram instalar de forma definitiva nos seus próprios notebooks. No decorrer da instalação eles



escolheram a opção *Typical* ou típica, no menu visível e continuaram clicando no botão *next* ou próxima até a última tela quando aparece o botão *finish* ou fim. Ao final do processo, um ícone do LibreOffice fica disponível na área de trabalho e ao clicar nele basta escolher planilha *Calc*.

Ainda no primeiro momento, os alunos deram início a coleta dos dados no hipertexto, relativos aos dados do "recenseamento dos Israelitas", presente no texto bíblico do livro de "Números", capítulo 1. Tais dados se referem aos nomes de 12 tribos e suas respectivas quantidades de pessoas, sendo que estes dados foram acessados na página da internet http://www.bibliaonline.com.br. Nesse momento, os dados foram apenas digitados na planilha eletrônica, com os nomes das tribos sendo colocados na primeira linha (um nome para cada coluna), e os números de pessoas na segunda linha e respectivas colunas. Alguns alunos optaram por colocar os dados de forma transposta, ou seja, nomes na primeira coluna e os números na segunda. Após conclusão dessa tabulação, a planilha foi salva como arquivo do computador usando a opção do menu (arquivo - salvar como), escolhendo como tipo o formato "csv" e posteriormente salva como um novo arquivo no formato "xls". Essa etapa do trabalho dos alunos foi organizada conforme solicitado nas segunda e terceira questões da sequência didática um.

No segundo encontro, realizamos algumas explanações teóricas e alguns exemplos práticos sobre algumas funções do *Calc*. Para tal, utilizamos como base o guia introdutório do *Calc*. A partir daí, ao seguirem nossas orientações e as instruções da própria sequência didática, os alunos iniciaram o desenvolvimento da atividade em uma nova planilha, conforme indicado na quarta questão, para isso, acessaram o menu (arquivo – novo - planilha), onde puderam copiar os dados da primeira planilha (.csv), selecionando os dados com o mouse e usando seu botão esquerdo para "copiar" e "colar" numa célula da planilha criada (.xls).



Daí por diante, os cálculos envolvendo medidas de posição, medidas separatrizes e medidas de dispersão, foram sendo executados. Para efetivar os cálculos na planilha, foi exigido na quinta questão, que as fórmulas estatísticas fossem escritas pelos próprios alunos de forma manual para reconhecimento do programa, ou seja, que eles próprios adequassem algebricamente as fórmulas de cálculo de média, da mediana e dos quartis, e cálculos da variância, desvio padrão e coeficiente de variação. Para tal, utilizaram os operadores mostrados na Figura 1 e do ordenamento matemático das operações entre parênteses.

Figura 1 – Operadores clássicos do *Calc*peradores de referência | Operadores comparativos

Operadores de referência								
Sinal	Operação							
:	intervalo							
;	união							
Opera	Operadores aritméticos							
Sinal	Operação							
+	soma/adição							
-	subtração							
*	multiplicação							
1	divisão							
%	percentual							
٨	exponencial							

Sinal	Operador		
=	igual		
>	maior		
<	menor		
>=	maior ou igual		
<=	menor ou igua		
<>	diferente		
Ор	eradores de texto		
Sinal	Operador		
&	concatenação		

Fonte: Pacheco, 2013.

Nesse contexto, a introdução das fórmulas exigiu que a primeira escrita na célula fosse uma igualdade (=), adaptando simbolicamente as expressões e utilizando as referências das células da planilha, conforme podemos verificar na Figura 2. Portanto, para calcular, por exemplo, o dobro do conteúdo da célula A5 adicionado de 8 unidades elevados ao expoente 2, teriam que digitar a fórmula =2*A5+8^2. Tais princípios foram explorados na quarta e na quinta questão. Além disso, o nível de complexidade dessas fórmulas dependia da extensão das expressões ou de exigências, como grande número de variáveis e funções



relacionadas. Na Figura 2, verificamos a escrita uma determinada expressão na linguagem do *Calc* e na Figura 3 uma solução dada por um aluno para o coeficiente de variação dos dados coletados.

Figura 2 – Modelo de escrita simbólica de expressão no *Calc*A inserir na célula:

 $\frac{(B4+B5)\times 100-250}{\left(\frac{9}{C12}\right)^4} = \frac{(B4+B5)*100-250)/(9/C12)^4}{}$

Fonte: Afonso et al.,2014.

Figura 3 – Representação de uma planilha estatística desenvolvida

	B27 ▼ (•	fac =DESVPAD.N(B3:B14)/MÉDI	A(B3:B14)
	Α	В	С	D
1		CENSO		
2	TRIBOS	QUANTIDADES		
3	Rúben	46500		
4	Simeão	59300		
5	Judá	74600		
6	Zebulom	57400		
7	Efraim	40500		
8	Benjamim	35400		
9	Dã	62600		
10	Aser	41500 53400		
11	Gade	53400		
12	Naftali	45600		
13	Issacar	54400		
14	Manassés	54400 32200		
15				
16	TOTAL	603400		
17		603400		
18		301700		
19				
20				
21	MÉDIA	50283,33333		
22	MEDIANA	49950		
23	DESVIO PADRÃO	12281,68136		
24				
25	VARIÂNCIA	150839697		
26	MÁXIMO	74600		
27	COEFICIENTE	0,244249546		

Fonte: Autores, 2017, com base na produção do aluno A2.

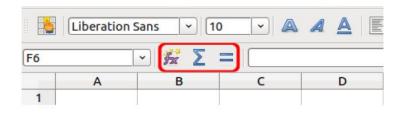
Vejamos outro exemplo de como as fórmulas estatísticas foram sendo implementadas pelos alunos, na solução de parte da quinta questão da sequência didática um, um aluno digitou (= Soma(B1:B12)/(cont.núm(B1:B12)), obtendo assim



o número médio de pessoas por tribo, obtido a partir dos números correspondentes as 12 tribos distribuídas entre as células B1, B2, B3,...,B12.

Somente ao final desses cálculos iniciais é que foram utilizados na sexta questão os recursos automáticos do *Calc*, acessado pelo menu (inserir – funções) ou acessando o ícone do assistente de funções na área de trabalho. Para utilizar esse assistente os alunos clicaram no ícone marcado no retângulo da Figura 4, que também poderia ser ativado com a combinação Ctrl+F12. No desenvolvimento de fórmulas ou funções, foram escolhidas as categorias (matemáticas e estatísticas) que estavam relacionadas com funções do tipo: soma, média, mediana, quartis, variância e desvio padrão.

Figura 4 – Ícone do Assistente de funções no Calc



Fonte: Autores, 2017, a partir do Calc.

Conforme descrevem Afonso et al. (2014), a partir desse assistente (ver Figuras 4 e 5) é possível inserir a fórmula pretendida diretamente na planilha. Além disso, nesse processo não é obrigatório escrever as referências das células, pois durante o processo de inserção bastará selecionar com o *mouse* sobre as células desejadas para que a respectiva referência seja inserida automaticamente na fórmula. Na figura 5, verificamos o cálculo da soma dos números presentes no intervalo A1:A5. Em vez de se inserir uma fórmula de cálculo para somar os



números contidos nesse intervalo, precisamos apenas selecionar o referido intervalo a partir do assistente de função. Nesse caso a categoria escolhida era a matemática.

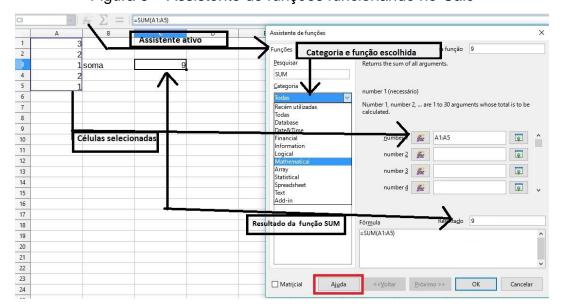


Figura 5 – Assistente de funções funcionando no Calc

Fonte: Autores, 2017, a partir do Calc.

Tais manipulações, não trouxeram grandes dificuldades para os alunos, pois, alguns já tinham algum conhecimento com a planilha eletrônica *Excel*, que possui operações similares e dispõe de funções com a mesma estrutura de funcionamento. O quadro 2 abaixo, sintetiza algumas funções nativas do *Calc* que puderam compor expressões simbólicas utilizadas pelos alunos na sequência didática 1.

Quadro 1 – Síntese de alguns comandos do Calc

SINTAXE DA FUNÇÃO	EXEMPLO DE USO
CONT.VALORES (Valor1; Valor2; Valor30)	As entradas 2,4,6 e 8 nos campos Valor1-4 devem ser contadas.



	=CONT.VALORES(2;4;6;"oito") = 4. A
	, , ,
	contagem de valores é 4.
CONT.NÚM (Valor1; Valor2; Valor30)	As entradas 2,4,6 e 8 nos campos Valor1-4
CONT.NOW (Valor), Valor2, Valor30)	
	devem ser contadas.
	=CONT.NÚM(2;4;6;"oito") = 3. A contagem de
	, , ,
	números é 3.
QUARTIL (Dados; Tipo)	=QUARTIL(A1:A50;2) retorna o valor no qual
. , ,	50% da escala corresponde do menor ao
Dados representa a matriz de dados em	·
uma amostra.	maior valor no intervalo de A1 até A50.
Tipo representa o tipo de quartil (0 =	
MÍNIMO, 1 = 25%, 2 = 50% (MED), 3 = 75% e 4 = MÁXIMO).	
$e 4 = \text{IVIA} \times \text{IIVIO}$.	
PERCENTIL (Dados; Alfa)	=PERCENTIL(A1:A50;0,1) representa o valor
Dados representa a matriz dos dados.	no conjunto de dados, que iguala 10% da
·	escala total dos dados no intervalo de A1 até
Alfa representa a porcentagem da escala entre 0 e 1.	A50.
entre o e 1.	7.66.
MED(Número1; Número2;; Número30)	MED(1;5;9;20) retorna a média dos dois
Número 1 Número 2 Número 20 e a volero	valores intermediários 5 e 9, portanto 7.
Número1, Número2,Número30 são valores ou intervalos que representam uma amostra.	, ,
Cada número pode ser também substituído	
por uma referência.	
MÉDIA(Número1; Número2;; Número30)	=MÉDIA(A1:A50)
, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	
	Retorna a média dos valores compreendidos
	no intervalo de A1 até A50.
VAR(Número1; Número2;; Número30)	=VAR(A1:A50)
Número1, Número2,Número30 são	
valores numéricos ou intervalos	Retorna a variância dos valores
representando uma amostra com base na	compreendidos no intervalo de A1 até A50
população inteira	
DESVPAD.P(Número1; Número2;;	=DESVPAD.P(A1:A50) retorna o desvio
Número30)	padrão para os dados referenciados no
	Familia Para de dade referenciados no



Número1, número 2,, número 30 são valores numéricos ou intervalos representando uma população inteira.	intervalo de A1 até A50.
DESVPAD.S(Número1; Número2;; Número30) ou DESVPAD	=DESVPAD.S(A1:A50) ou =DESVPAD(A1:A50) retorna o desvio padrão
Número 1, Número 2,Número 30 são valores numéricos ou intervalos representando uma amostra da população	para os dados referenciados no intervalo de A1 até A50.
SOMA(Número1; Número2;; Número30)	=SOMA(A1;A3;B5) Calcula a soma das três
Número 1 a Número 30 são até 30 argumentos cuja soma será <i>Calc</i> ulada.	células. =SOMA(A1:E10) Calcula a soma de todas as células no intervalo A1 até E10.

Fonte: LibreOffice.org, 2016

No terceiro encontro, continuamos expondo alguns comandos e funções a partir do guia introdutório do *Calc*, para uma melhor assimilação dos alunos na elaboração da planilha de orçamento doméstico, que foi o objetivo da sequência didática dois. Após essa exposição, os alunos puderam adaptar no âmbito da primeira questão, os itens das despesas e receitas da planilha, o que possibilitou ajustar as suas realidades familiares ou pessoais (ver Figura 6).

Apesar da inexperiência dos alunos em produzir planilhas funcionais como essa todos executaram a tarefa sem dificuldades, pois, seguiram nossas orientações e as da própria sequência didática, além disso, tiveram atenção aos conceitos financeiros e aritméticos envolvidos na atividade.



Figura 6 - Representação da planilha de orçamento produzido na Intervenção

	a.α a							- % 0.0		.00	= 1111 :	lie i 💻		
<u>~</u> ∰ ∑	= SOMA(E	DESCRIC	(£O.OÃ											
A		В	С	D	E	F	G	Н	l l	J	K	L	M	1
		RECEI	TAS											
	AGOS			OUTUBRO N	IOVEMBRO D	EZEMBRO								
SALARIO ESPOSO SALARIO ESPOSA	_	-												
RENDIMENTOS CONTAS E	BANCARIAS													
OUTROS RENDIMENTOS		0.00	0.00	0.00	0.00	0,00								
RECEITA TOTAL		DESPE	SAS											
	AGOS				IOVEMBRO D									
MORADIA PRESTAÇÃO DA CASA		455,00	455,00 0	455,00 0	455,00 0	955,00 500								
CONTA DE LUZ		150	150	150	150	150								
CONTA DE AGUA GÁS/ÁGUA MINERAL		45 60	45 60	45 60	45 60	45 60								
IPTU		0	0	0	0	0								
TELEFONE RESIDENCIAL	INTERNET	150 50	150 50	150 50	150 50	150 50								
TELEFONE CELULAR CONSERTOS/MANUTENÇ	ÁO	0	0	0	0	0								
ALIMENTAÇÃO	1	000,000	1000,00	1000,00	1000,00	1000,00								
COMPRAS SUPERMERCA RESTAURANTE	DO	1000	1000	1000	1000	1000						_		
FEIRAVAMBULANTES		0	0	0	0	0								
TRANSPORTE COMBUSTIVEL		650,00 200	650,00 200	650,00 200	650,00 200	650,00 200								
MANUTENÇÃO DE VEÍCUI	.0	150	150	150	150	150								
PEDÁGIO		0	0	0	0	0								
ESTACIONAMENTO IPVA		200	200	200	200	0 200								
VALE TRANSPORTE		100	100	100	100	100								
SAÚDE PLANO DE SAÚDE		500,00 150	500,00 150	500,00 150	500,00 150	500,00 150								
MÉDICOS/DENTISTAS		300	300	300	300	300								
FARMÁCIA LAZER INFORMAÇÃO		240,00	50 240,00	50 240,00	240,00	50 240,00								
ACADEMIA		100	100	100	100	100								
JORNAIS/REVISTAS		90	90	0	90	0 90								
TV POR ASSINATURA PROGRAMAS CULTURAIS		50	50	90 50	50	50								
OUTROS GASTOS		950,00	950,00	950,00	950,00	950,00								
ELETRODOMÉSTICOS ROUPAS		150 50	150 50	150 50	150 50	150 50						_		
DOAÇÕES		0	0	0	0	0								
VETERINÁRIA CARTÃO DE CRÉDITO		300	300	300	300	0 300								
DÉBITOS BANCÁRIOS		50	50	50	50	50								
GASTOS NO CARTÃO PRESENTES		300 100	300 100	300 100	300 100	300 100								
PRESENTES DEMAIS GASTOS		0	0	0	0	0								
		0	0	0	0	0								
DESPESAS TOTAIS INVESTIMENTOS	3	3795,00	3795,00	3795,00	3795,00	4295,00								
RESULTADO DO MÊS		3795,00 3795,00	-3795,00 -3795,00	-3795,00 -3795,00	-3795,00 -3795,00	-4295,00 -4295,00								

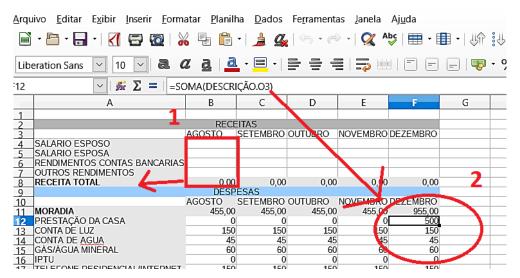
Fonte: Autores, 2017, com base na produção dos alunos no Calc.

No caso da planilha mostrada na Figura 5, o principal aspecto da atividade foi a organização das despesas e receitas, utilizando também as somas ou subtrações dos itens correspondentes a cada receita ou despesa. Nesse contexto, utilizamos como principal recurso a função SOMA(), conforme pode ser verificado no item 1 da Figura 7, o espaço destinado ao total da receita na célula B8 é resultante da função soma (= SOMA(B4:B7)), indicando o total de receita derivada de suas fontes nas células B4, B5, B6 e B7, para o mês de agosto. Já no item 2 da mesma figura, o valor foi transportado da planilha denominada "Descrição", a partir do comando (=SOMA(DESCRIÇÃO.O3), onde foi transposto o valor da despesa contido na célula O3. A referida planilha "Descrição" fez parte do mesmo arquivo da planilha principal,



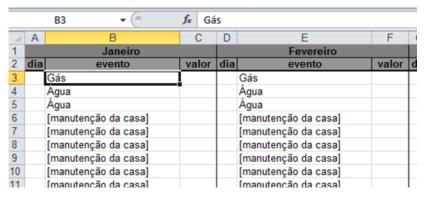
conforme mostra a aba na planilha na Figura 6. A estrutura básica dessa planilha pode ser visto na Figura 8, sendo composta basicamente de uma lista das principais despesas recorrentes no mês, e organizadas de acordo com o dia, o evento e o valor. Tudo isso, tornou o processo dinâmico, eficiente e simples.

Figura 7 – Organização das funções da planilha de orçamento doméstico



Fonte: Autores, 2017, com base na produção dos alunos no Calc.

Figura 8 – Organização da planilha que descreve os gastos domésticos



Fonte: Autores, 2017, com base na produção dos alunos no Calc.



No quarto encontro, foi o início da sequência didática três, onde apresentamos aos alunos a plataforma COCALC, na qual o SageMath está disponível para acesso. Para ter acesso ao sistema algébrico online, eles efetivaram o devido cadastro, utilizando e-mail, definindo usuário e senha, ou mesmo, utilizando as informações das redes sociais aos quais estivessem vinculados, como, por exemplo, google, facebook ou twitter (ver Figura 9).

Figura 9 – Interface da página web do sistema Co*Calc* onde esta integrado o SageMaht

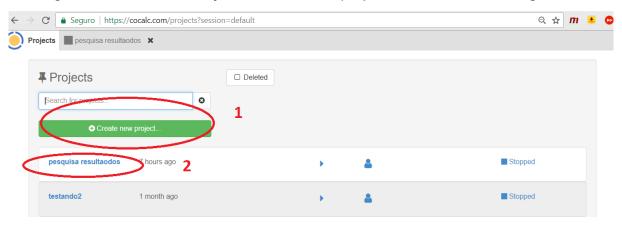


Fonte: Autores, 2017, a partir de https://cocalc.com/app.

Ao acessarem o *COCALC* e o *SageMath*, os alunos se depararam com páginas em inglês, que foram facilmente compreendidas no decorrer das interações. Primeiramente, solicitamos aos alunos criar um projeto de trabalho utilizando "*Create new project*" ou criar novo projeto, após criado o projeto, foram atribuídos um nome conveniente, que ficou visível na interface denominada "*Projects*" (ver item 1 da Figura 10), onde pode-se clicar no nome para abrir uma outra interface, para criar um arquivo de trabalho (ver item 2 da Figura 10).



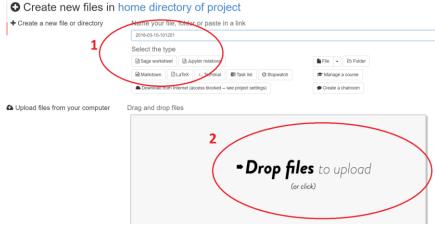
Figura 10 – Área de criação e acesso aos projetos de trabalho do SageMath



Fonte: Autores, 2017, a partir de https://cocalc.com/app.

Depois de criado o projeto, os alunos definiram o tipo de arquivo de trabalho a ser desenvolvido, para isso, foi necessário clicar em "New" (ver item 1 da Figura 11) e depois no tipo "Sage Worsheet". A partir daí, os alunos acessaram a área de trabalho do SageMath (ver Figura 12). Nessa etapa, os alunos também puderam enviar a planilha em "csv" criada no primeiro momento, utilizando a função "Drop files for upload" (ver item 2 da Figura 11) para salvar os dados da planilha na pasta "Projects", que possibilitou posterior leitura no sistema.

Figura 11 – Interface do ambiente de trabalho dentro do projeto criado



Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Fonte:



Office | Projects | Appropriet | Fundamentos de Geo | Info about file seed. | Info about file seed.

Figura 12 – Área de trabalho do SageMath

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://cocalc.com/app.

Nessa ocasião, utilizamos o guia introdutório do *SageMath*, que sintetizou algumas informações do tutorial virtual disponível na página http://www.*SageMath*.og (ver item 1 da Figura 13). O guia serviu para exposição de alguns comandos e funções que foram úteis ao desenvolvimento das tarefas. Além disso, também demonstramos como realizar o *download* da versão *off-line* (ver item 2 da Figura 13), caso fosse necessário.



🛨 m 🚇 😊 🔘 🧐 🖾 🚟 🖯 🔗 🥝 🐾 🖸 🢠 www.sagemath.org RSS · Blog · Trac · Wiki · Questions? · Donate Online: CoCalc - SageCell or Do v8.1 (2017-12-07) · ◎ 🖬 💺 · Language 🔻 Tour Help Library Download Development Links SageMath is a free open-source mathematics software system licensed under the GPL. It builds on top of many existing open-source packages: NumPy, SciPy, matplotlib, Sympy, Maxima, GAP, FLINT, R and many more. Access their combined power through a common, Python-based language or directly via interfaces or Mission: Creating a viable free open source alternative to Magma, Maple, Mathematica and Matlab. 2 Do you want to learn how to use SageMath?
Read Sage for Undergraduates by Gpacfy Bard or
Mathematical Computation with Sage by Faul Zimmermann et. al.
translations: Calcul mathématique avec Sago French), Rechnen mit Sage (German) CoCalc (SageMathCloud) Download 8.1 SDQE Changelogs · Source 8.1 · Packages · Git 1

Feature Tour

art · Research · Graphics

Figura 13 – Interface da página de apoio do SageMath

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://www.SageMath.org.

Help/Documentation

A partir daí, os alunos visualizaram e experimentaram os comandos básicos, orientados pelas instruções da própria sequência didática e por nossas exposições teóricas. A linguagem de programação utilizada nas atividades foi o "R", que necessitou ser executada com comandos precedidos do símbolo %r, indicando ao programa qual linguagem seria utilizada para efetivar os cálculos.

Na quinta questão da sequência didática três, foi desenvolvido pelos alunos a inserção de dados diretamente dentro da área de trabalho, seguindo como orientação a atribuição dos valores para a variável "x", conforme a escrita %r x<-(valor1, ,..., valorN), utilizada quando o valor representar um número ou %r x<-("valor1", "valor2",...., "valor2"), escrevendo o valor entre aspas quando este representar um caractere ou um conjunto deles (palavra). Vejamos um exemplo que foi seguido corretamente por um aluno, usando o comando %r mean (x) para obter a média aritmética dos valores atribuídos a variável x (ver Figura 14).



Figura 14 – Cálculo da média utilizando linguagem R

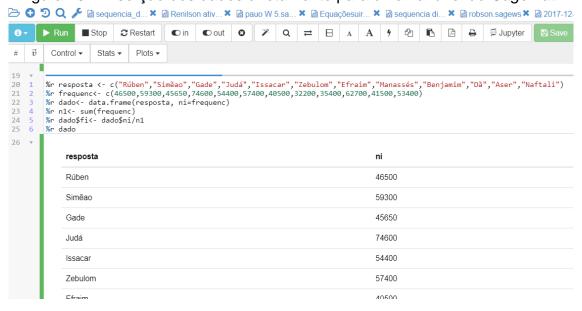
```
37
38
%r
x<-c(1000, 1300, 2000, 4000, 2000)
x
41
    [1] 1000 1300 2000 4000 2000
42
43
%r mean(x)
44
    [1] 2060
```

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Nesse encontro, os alunos também deram início ao desenvolvimento da sexta questão que envolveu cálculos estatísticos com base dos dados da planilha "recenseamento dos Israelitas". Ao utilizarem os comandos em linguagem R, os alunos puderam inserir os dados dessa planilha no sistema algébrico *SageMath*, para isso, foram digitados os nomes na variável resposta (%r resposta <-c("Rubem",...)) e na variável frequenc (%r frequenc <- c(46500,...)), e posteriormente, utilizando o comando *data.frame* () para gravar os dados digitados numa tabela (ver Figura 15).



Figura 15 – Inserção dos dados diretamente para uma variável do SageMath



Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app..

Anteriormente, a planilha de dados do recenseamento "csv" havia sido salva pelos alunos nas suas respectivas pastas "Projects", a partir disso, os dados dessa planilha puderam ser armazenados em uma única variável, sem precisar digitar os dados diretamente no sistema (como se fez com o comando data.frame()), mas fazendo a leitura a partir do comando read.table ("arquivo.cvs", head = T, sep = ","), onde foram informados o nome do arquivo "csv", juntamente com a indicação de leitura dos títulos dos dados na primeira linha da planilha ao utilizar head = T (T corresponde a True ou verdade, quando não há os nomes na primeira linha troca-se por F correspondente a False ou falso), além do tipo de separação dos dados no arquivo "csv" que é indicado no parâmetro (sep = ",") que significa que os dados do arquivo estão separados por vírgula (ver Figura 16).

Uma das funções que foi apresentada aos alunos no decorrer da atividade foi o summary(), este foi particularmente útil para os cálculos das medidas



separatrizes (quartis) e de posição (média e mediana). Tal possibilidade foi bem aproveitada pelos alunos, conforme podemos verificar na Figura 16.

🔁 🕏 🤊 Q 🖋 🗟 sequencia_didatic...× 🗟 Renilson ativ 5.sa...× 🗟 pauo W 5.sagews 💉 🗟 Equaçõesuirvson....× 🗟 sequencia didatic...× 🗟 robson.: ① → Run ■ Stop 2 Restart A 4 4 **6** A Help ▼ Modes ▼ # Program → | x | Plots → | Calculus → | Linear → Data ▼ Control ▼ Graphs ▼ Numbers ▼ Dados <- read.table("censo hebert.csv", head=T, sep=",") %r Dados Rúben Gade Judá Issacar Zebulom Efraim Manassés 46500 59300 45650 74600 54400 57400 40500 32200 1 %r mean (x) 10 • 50295.83333333333 11 ***** 12 **1** %r summary (x) 13 🔻 Min. 1st Qu. Median 32200 41250 49950 Mean 3rd Qu. 50296

Figura 16 – Inserção dos dados da planilha para uma variável do SageMath

Fonte: Autores, 2017, como base no SageMath.

Nesse encontro, também houve atenção para o desenvolvimento dos gráficos de barra e setores, representados a partir dos dados salvos no sistema algébrico, e que estavam relacionados ao "recenseamento dos israelitas" e outros exemplos hipotéticos que apareceram no decorrer da sequência didática 3. Os alunos desenvolveram os gráficos, utilizando os comandos barplot (nome_da_variável, col=c("green", "pink",...)) e pie (nome_da_variável, col=c("green", "pink",...)) onde nesse caso, foram inseridos como parâmetros, apenas o nome da variável onde foram gravados os valores numéricos e as cores, conforme mostrados na Figura 17.





Fonte: Autores, 2017, como base no SageMath.

No quinto encontro, continuamos com algumas exposições dos comandos e sintaxes necessárias ao desenvolvimento da sequência didática quatro, pois, a estruturação desses comandos na área de trabalho do *SageMath*, havia sido a principal dificuldade dos alunos no desenvolvimento da atividade anterior. Nesse momento os alunos puderam iniciar a aplicação das sintaxes em linguagem sage. De forma análoga ao que aconteceu com a linguagem R, os comandos utilizaram o símbolo %sage antes deles. Tais atividades e seus respectivos cálculos envolveram questões relacionadas com o estudo da reta.

Nas primeiras questões dessa sequência didática, os alunos utilizaram alguns comandos que puderam ser usados de forma variada, por exemplo, o comando solve () foi usado para encontrar uma solução para um sistema de equações lineares, mas também foi usada para converter a equação geral da reta para sua forma reduzida, por exemplo (solve ([x + y ==2; x - y == 4], x, y) permitiu encontrar



uma solução [x==1 , y==1] para o sistema de equações da reta, e solve (x + y ==2 , y) retornou a forma reduzida da reta [y==-x+2] (ver Figura 18).

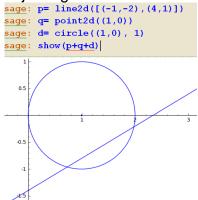
Figura 18 – Registro de solução usando solve () no sistema SageMath

Fonte: Autores, 2017, como base no SageMath.

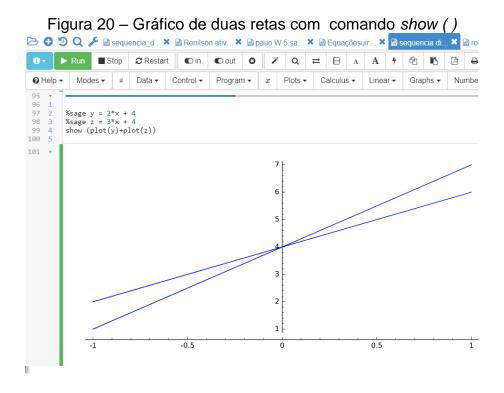
Outros comandos aplicados na sequência quatro, associados como exemplos de aplicação desses comandos em cada questão, serviram para familiarizar o aluno quando a funções aplicáveis no processo de resolução destas atividades, por exemplo, na segunda questão (ver Figura 19), o comando *Show ()* introduziu a ideia de construção de mais de um objeto do *SageMath*, já na terceira questão (ver Figura 20), o mesmo comando foi aplicado para verificar posição das retas no plano.



Figura 19 – Gráfico de objetos geométricos com comando show ()



Fonte: Autores, 2017, como base no SageMath.



Fonte: Autores, 2017, como base no SageMath.

Nas questões três e quatro, os alunos exploraram a função *plot ()*, nesse caso, usaram sua forma mais simples para plotar os gráficos solicitados, ou seja,



plot (f, xmin, xmax, opções), onde f é a função que pode ser discriminada diretamente no comando plot (2*x+1, ...), ou descrita a partir da variável f que foi atribuída anteriormente fora do comando (f=2*x+1 seguido de plot (f,...)). Os valores xmin e xmax representam o intervalo do domínio e as opções definem algumas configurações visuais do gráfico.

Outros parâmetros indicados para uso dos alunos na atividade, como opções para *plot ()* foram: xlab=" nomeia o eixo x"; ylab=" nomeia o eixo y", main=" referente ao título", xlim=c(a,b) - limites do eixo x, ylim=c(a,b), - limites do eixo y, col=" define a cor dos pontos", pch=22 - o formato dos pontos, bg=" cor de preenchimento",tcl=0.4 (tamanho dos traços dos eixos), las=1 (orientação do texto em y), cex=1.5 (tamanho do objeto do ponto), etc., e na ausência do intervalo e das opções, o gráfico é desenhado com padrão do sistema (ver Figura 21).

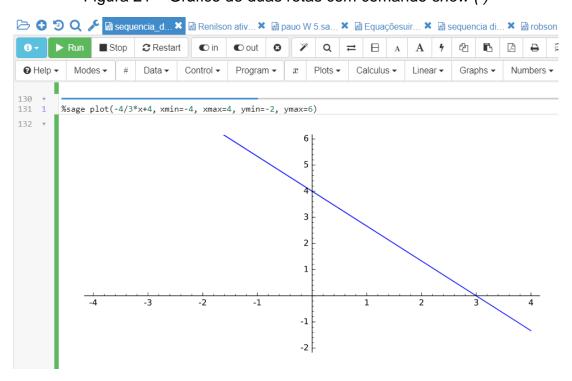


Figura 21 – Gráfico de duas retas com comando show ()

Fonte: Autores, 2017, como base no SageMath.



Nas últimas questões trabalhadas na sequência didática quatro, os alunos foram desafiados a utilizar uma estrutura simbólica mais complexa, como por exemplo, o comando @interact que define uma função interativa a partir da escrita def interactive_function (), que possibilitou manipular os coeficientes a, b e c da equação da reta ax+ by +c =0 de forma dinâmica e interativa, ou seja, permitiu que os alunos manipulassem os coeficientes das variáveis. Vejamos um exemplo da utilização dessa função na Figura 22.

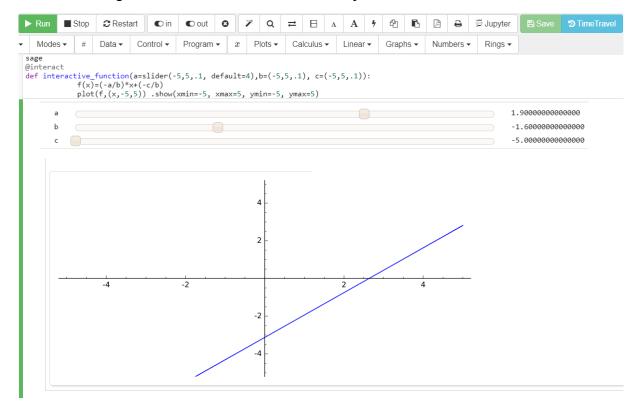


Figura 22 – Gráfico utilizando a função interativa

Autores: 2017, como base no SageMath.

As opções usadas com essa função levaram em consideração a definição dos intervalos dos valores que serão manipulados dinamicamente e a expressão



matemática que será representada geometricamente. Seu desenvolvimento segue a estrutura que detalhamos a seguir:

%sage: @interact $\left\{ \begin{array}{l} \text{Início da função interativa} \\ \text{def interactive_function}(a = \text{slider}(0, 10, .1, \text{default=4}), \\ \text{b = (-3, 3, .1), c=(1,2,.1)):} \\ \text{f(x) = c * x^2 + a * x + b } \\ \text{define a função que recebera os valores dos seletores} \\ \text{plot(f, (x, -5, 5)).show(xmin=-5, xmax=5, ymin=-20, ymax=20)} \\ \text{define alterações na parte gráfica} \\ \end{array} \right.$

Ao final dessa etapa, os alunos puderam avaliar a intervenção pedagógica desenvolvida. Para isso, foi respondido por eles, de forma individual, o questionário de avaliação da prática pedagógica, onde puderam expressar suas opiniões sobre essa experiência pedagógica e suas perspectivas futuras. As perguntas desse instrumento de coleta de dados foram abertas e estavam em consonância com os objetivos da intervenção.

Resultados obtidos

Os resultados obtidos nesse processo de Intervenção pedagógico apontam que houve um maior dinamismo no processo de ensino e aprendizagem da matemática e da estatística, porém o uso eficiente dos *softwares* em aplicações destas áreas visando aprendizagem exigiu uma maior compreensão da lógica simbólica concernente às linguagens desses *softwares*, em especial as linguagem R e sage, que foram usadas como parte das atividades desenvolvidas.

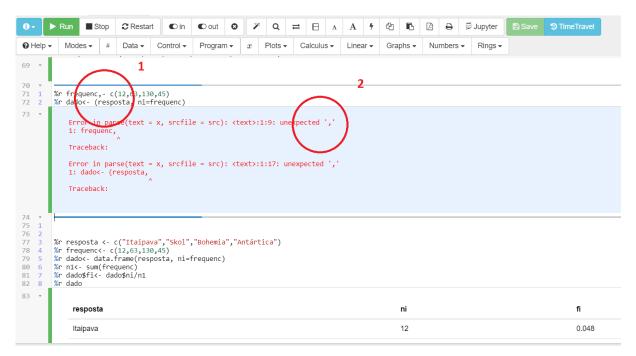
No decorrer do desenvolvimento das sequências didáticas, percebemos que a interface do *SageMath*, por apresentar uma área de trabalho aberta, quase que totalmente dependente da interação do usuário com os comandos em uma



linguagem procedural, ou seja, organizada segundo uma ordem das escritas simbólicas que estão na tela, tornou-se desafiadora em sua manipulação.

Nesse caso, foi uma dificuldade superada parcialmente pelos alunos ao desenvolverem suas atividades, pois alguns alunos sentiram maior dificuldade de adaptação com essa forma de interagir, que exigiu uma escrita sistemática dos comandos na tela. Os resultados obtidos por um aluno na Figura 23, por exemplo, ilustram essa dificuldade ao lidar com essa linguagem simbólica. Na referida figura podemos perceber que o aluno cometeu um erro (ver item 1 na Figura 23) adicionando um sinal indevido e, posteriormente, corrigindo o mesmo, inclusive por influência do próprio sistema que deu indicação do erro (ver item 2 na Figura 23).

Figura 23 - Desenvolvimento de uma das atividades da sequência didática 1



Fonte: Autores, 2017, como base no SageMath.

Nesse contexto, os alunos ao interpretar seus próprios erros de desenvolvimento, puderam refletir sobre suas construções simbólicas e executaram



novas possibilidades em busca de seu desenvolvimento correto. Nesse sentido, o feedback tanto para acertos quanto para erros pôde ser bem aproveitado no SageMath, e isso, pode ser considerado um ponto positivo do software, de acordo com concepções de Borba e Penteado (2005).

Apesar de não terem utilizado o *SageMath* num nível muito avançado, foram exploradas funções complexas do *SageMath*, como, por exemplo, os comandos *Interaction* e *function*. Isso permitiu aos alunos avaliar positivamente o potencial do *SageMath* para aplicações básicas e avançadas em diferentes áreas de conhecimento científico.

Em nível mais elementar, a planilha eletrônica *Calc*, se sobressai como ferramenta tecnológica de ensino, pela facilidade de uso de seus comandos automáticos e facilidade de manipulação. Por conta disso, essa ferramenta foi melhor assimilada pelos alunos pois, exigiu deles menos conhecimentos técnicos.

Entretanto, isso não significou que eles não tiveram que pesar na teoria e nas aplicações propostas, pois, ao organizar as informações e efetuar suas estimativas estatísticas, tanto de forma manual, quando auxiliados pelo programa, tiveram que de mobilizar saberes matemáticos ou estatísticos, bem como atitudes positivas tais como criatividade e autonomia. Isso foi evidenciado principalmente na elaboração da planilha de orçamento financeiro familiar (ver Figura 24), mas também esteve presente ao desenvolver as estatística na planilha do recenciamento dos israelitas (ver Figura 25).

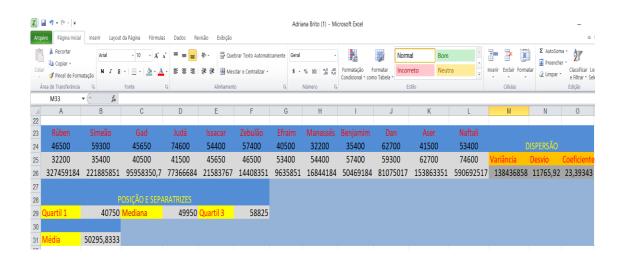


Figura 24 – Representação de uma das planilhas de orçamento produzida

1	Planilha Orçamento 2017										
2											
3		Receitas									
4		Agosto	Agosto Setembro Outubro Novembro								
5	Salário	R\$ 1.200,00	R\$ 1.200,00	R\$ 1.200,00	R\$ 1.200,00	R\$ 1.340,00					
6	Salário 2	R\$ 1.600,00	R\$ 1.600,00	R\$ 1.600,00	R\$ 1.600,00	R\$ 1.700,00					
7	Rendimentos Conta	R\$ 59,00	R\$ 59,00	R\$ 59,00	R\$ 61,00	R\$ 59,00					
8	Aluguel	R\$ 300,00	R\$ 300,00	R\$ 300,00	R\$ 300,00	R\$ 300,00					
9	Outros Rendimentos	R\$ 47,00	R\$ 47,00	R\$ 47,00	R\$ 47,00	R\$ 47,00					
10	Receita Total	R\$ 3.206,00	R\$ 3.206,00	R\$ 3.206,00	R\$ 3.208,00	R\$ 3.446,00					
11			Despesas								
12		Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro					
13	MORADIA										
14	Conta de Luz	R\$ 52,00	R\$ 64,00	R\$ 64,00	R\$ 64,00	R\$ 72,00					
15	Conta de Água	R\$ 61,00	R\$ 61,00	R\$ 62,00	R\$ 61,00	R\$ 70,00					
16	Gás	R\$ 65,00	R\$ 65,00	R\$ 65,00	R\$ 65,00	R\$ 70,00					
17	ALIMENTAÇÃO										
18	Supermercado	R\$ 250,00	R\$ 261,00	R\$ 261,00	R\$ 340,00	R\$ 300,00					
19	Feira	R\$ 66,00	R\$ 74,00	R\$ 74,00	R\$ 84,00	R\$ 74,00					
20	LAZER/INFORMAÇÃO										
21	Internet	R\$ 120,00	R\$ 120,00	R\$ 120,00	R\$ 120,00	R\$ 120,00					
22	Netflix	R\$ 35,00	R\$ 35,00	R\$ 35,00	R\$ 35,00	R\$ 35,00					
23	Livros/Mangás	R\$ 55,00	R\$ 28,00	R\$ 28,00	R\$ 28,00	R\$ 28,00					
24	Recarga Celular	R\$ 13,00	R\$ 13,00	R\$ 13,00	R\$ 13,00	R\$ 13,00					
25	OUTROS GASTOS										

Fonte: Autores, 2017, com base na produção dos alunos no Calc.

Figura 25 – Representação de uma das planilhas estatísticas produzida



Fonte: Autores, 2017, com base na produção dos alunos no Calc.

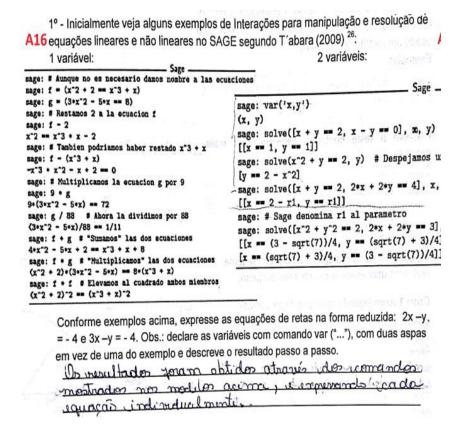


Um aspecto que necessitou atenção nesse processo de intervenção foi a disponibilidade dos recursos para sua efetivação, pois como são baseados em computadores, *softwares* e *internet*, não estão isentos de falhas. Borba e Penteado (2005) afirmam que os professores devem ter atenção e preparo para lidar com situações imprevistas em ambientes informáticos, pois tais situações podem comprometer os processos de ensino e aprendizagem que se desejam alcançar. Essa questão, no nosso entender possui estreita relação com os processos empreendidos na intervenção, e deve-se compreender que o mundo digital não garante automaticamente uma mudança de atitude do sujeito, perante o uso tecnológico para sua aprendizagem.

Um bom exemplo é o possível desequilíbrio que pode ser observado quando os discentes manipulam os recursos informáticos num ritmo acelerado, esperando que a informação esteja disponível de imediato, pronta e acessível, sem refletir sobre as melhores soluções para os problemas propostos. Tal contexto esteve presente na aplicação da 1ª questão da sequência didática quatro, em que alguns alunos não se preocuparam em ler as orientações e incorreram em falhas de registro de sua representação da solução, conforme observamos nos registros das Figuras 26.



Figura 26 – Registro de uma solução da questão 1 da sequência didática 4



Fonte: Autores, 2017, com base na solução do aluno A12

Demonstrações como essa mostram a dificuldade dos indivíduos transporem suas linguagens naturais, inerentes ao pensamento, para outros códigos, quer sejam em linguagem matemática ou uma linguagem de programação. Nesse mesmo contexto, a sequência didática três exigiu menos lógica de programação e mais interação com elementos simbólicos e algébricos do que a sequência didática quatro, próximos das condições encontradas nas interações dos alunos na planilha eletrônica *Calc*, das sequências didáticas um e dois.



Outros resultados também expressam essa relação com o simbólico de forma mais complexa, como no caso do resultado obtido por um aluno na questão 6 da sequência didática quatro, ao programar um *script* de uma função que *Calc*ulava as raízes e os coeficientes da equação da reta, conforme verificamos na imagem da Figura 27.

sage:def f(a,b):
 return plot(a*x +b, -4,4)
 sage:def f(a,b):
 return (a,b,-b/a)
 sage:f(1,2)

6
5
4
3
2
(1, 2, -2)

Figura 27 – Representações de uma solução dada no SageMath como script.

Fonte: Autores, 2017, com base na produção do aluno A12

Diante de tantas situações didáticas, uma despontou como fundamental no cenário da intervenção foi a questão da mediação, que nesse caso ocorreu com maior frequência durante as incursões mal sucedidas dos alunos. Nesses momentos os alunos, demonstraram iniciativa e autonomia ao resolverem colaborativamente os conflitos que estiveram presentes nestas situações.



Ressaltamos que em momento algum foram dadas as respostas prontas ou foram resolvidas para o aluno, somente apontamos onde poderia haver falhas, exigindo ação do próprio aluno.

Os resultados acima são compatíveis com as afirmações de alguns alunos no questionário de avaliação de prática pedagógica, onde afirmam nas duas primeiras perguntas, que o processo de intervenção contribuiu para suas aprendizagens, conforme podemos averiguar na Figura 28.

Figura 28 – Registro da escrita nas primeiras duas questões do no questionário de avaliação.

Quando você já estiver atuando como professor de matemática você pretende utilizar Softwares livre de matemática em sua prática profissional? () não
Justifique: 12 MILI 30Cap OU SOVI VOID TUTAL
Construçõe do confecimento atraves da reisuali-
zoeno, tempo de resporto, companação de gresul-
todos a godo estimular o priscisso, ema
viez que a computação é sem meio de
Objection of a contract Com a replaced
2. A forma como as atividades foram desenvolvidas ine motivou a relietir e a buscar
aprender sobre os conteúdos matemáticos e a própria tecnologia usada?
Justifique: 5,m, Nils mão timba conhecimento de
alguns sontwares e de como e porrintel aprin-
des cotindos utilizando-os, uno mostro
are a norine empor, raclitar e busiar
Line morros miss de motovar.
1 WILLIAM TO THE TOTAL TOTAL TO THE TOTAL TOTAL TOTAL TOTAL TO THE TOTAL

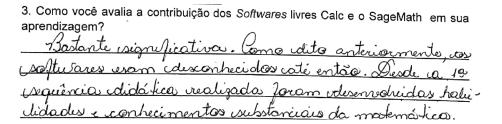
Fonte: Autores, 2017.

No registro acima, o aluno expressou um sentimento que foi reproduzido unanimamente no questionário de avaliação de prática pedagógica. Nestes escritos particulares são mencionados o desejo por aprimorar seus conhecimentos matemáticos e tecnológicos, visando seus aprimoramentos profissionais pessoais, para assim poderem inovar, tornar o processo menos tradicional e mais envolvente e eficiente.



Quanto às contribuições dos *softwares* para suas aprendizagens, nesses registros todos foram unânimes em descrever que foi uma experiência significativa, inovadora e socialmente viável, pois, apesar de não conhecerem previamente o *SageMath*, e pouco conhecimento do *Calc*, alguns deles já conheciam ferramentas comerciais ou não livres com características e funcionalidades matemáticas parecidas. Além disso, os alunos reconhecem nesses *softwares* livres sua aptidão para resolver situações que vão do básico ao mais avançado, dentro da área de matemática e de áreas afins, como foi o caso da estatística (ver Figura 29).

Figura 29 – Registro de um aluno na questão 3 do questionário de avaliação



Fonte: Autores, 2017.

Nesse contexto, houve um destaque para possibilidade de ampliação das habilidades matemáticas e, consequentemente, possibilitando novas possibilidades no processo de aprendizagem a partir do reconhecimento dessas novas ferramentas tecnológicas.

Portanto, cremos que os alunos e suas incursões nos ambientes tecnológicos digitais foram colocados no centro das discussões, e a partir delas é que surgiram os resultados que apresentamos aqui. Portanto, a motivação para a ação individual dos alunos, que por muitos momentos teve que trilhar seu caminho de forma autônoma para desenvolver suas atividades, por si só, é uma das principais razões para o desenvolvimento desse tipo de atividade.



Referências

AFONSO, Adriano. RAMOS, Sérgio. PACHECO Gustavo B. MORAIS, Denny. FARINHA, Rita. **Folha de cálculo** *Calc*. Lisboa – Portugal: ISCTE – Instituto Universitário de Lisboa, 2014. Disponível em: < https://wiki.documentfoundation.org/images/2/2b/Manual-tic_0778-Folha_de_*Calc*ulo.pdf> . Acesso em 10 de junho de 2017.

BRASIL.. Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares

Nacionais (PCN): Ensino Médio. Brasília: MEC/SEB. 2000.

______. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CES nº 1.302/2001.

Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática Bacharelado e Licenciatura. Brasília, 2001.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica. Brasília: MEC/SEB, 2013.

BORBA, M. de Carvalho. *Softwares* e *Internet* na sala de aula de matemática. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. **Anais** do X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador, BA, 2010, p. 2-4. Disponível em http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/ marceloxenen.PDF/>. Acesso em 10 de agosto 2016.

BORBA, M. de Carvalho. PENTEADO, M. Godoy. **Informática e Educação Matemática**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, 100 p



COX, Kenia K. **Informática na educação escolar**. 2.ed. Campinas – São Paulo: Autores Associados, 2008.

KENSKI, V. **Tecnologias e Tempo docente**. 1ª reimpressão. Campinas - São Paulo: Papirus, 2014.

ROJAS, Alexandre; RITTO, Antônio Carlos de Azevedo; BARBOSA, Augusto Cesar Castro. O software livre para o ensino da matemática em instituições de ensino superior – uma tecnologia social. Cadernos do IME: Série Informática: Vol. 25: Julho de 2008.

JUNIOR, Gastão. **Tutorial do SageMath (parte 0 – Instalação)**. 2014. Disponível em: https://gastaofmjr.wordpress.com/2014/03/06/tutorial-do-SageMath-parte-0-instalação / >. Acesso em 8 dezembro 2017.

JUNIOR, Cícero C...PARIS, Wanderson S.. Informática, *Internet* e Aplicativos. Curitiba: Ibpex, 2007.

PIVA, M. de Carvalho; DORNELES, Lecir D.;SPILIMBERGO A. Patricia. Utilizando *softwares* livres para explorar conceitos de trigonometria. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. **Anais** do X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador, BA, 2010, p. 2-4. Disponível em < http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/RE/T15_RE 112.pdf >. Acesso em 10 de agosto 2016.

VALENTE, José. A. **Diferentes usos do computador na educação.** 1998. Disponível em: < http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/tecnologia/0022. html > . Acesso em 19 de março de 2016.



, oro	ganizador. (o computad	or na	sociedade	do d	conhecin	nento.
Campinas, SP:UNI	CAMP/NIED	, 1999. 156p					
A	s tecnolog	ias digitais	e os	diferentes	letran	nentos.	Pátio:
Revista Pedagógica	a, Porto Aleç	gre, v.11,n.44	, p.12	·15, jan. 2008	3.		



APÊNDICE A - Sequência didática 1

MEDIDAS DE POSIÇÃO, MEDIDAS SEPARATRIZES E MEDIDAS DE DISPERSÃO ATRAVÉS DO *CALC*.

Aluno:	Data:
--------	-------

Objetivo: Adquirir conhecimentos básicos sobre instalação e utilização do *software* livre *Calc*, respectivamente a partir do repositório da internet e para aplicação em atividades relacionadas com expressões matemáticas e cálculos de medidas estatísticas.

1ª - Vamos iniciar essa atividade fazendo a instalação do aplicativo *Calc* do pacote LibreOffice. Para tal acesse página https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-stable/ e clique no botão mostrado na Figura 1, aguarde que o arquivo de instalação seja baixado em seu computador, e verifique em qual pasta de arquivos ele ficou, posteriormente clique no arquivo de instalação conforme visualizado na Figura 2.

LibreOffice

Esta versão é destinada a instalações com necessidade de estabilidade e continuidade.

Para suporte conservata lo UtreOffice, veja nossa lista de parceiros certificados.

Programa principal

Selecionado: UtreOffice 5.15 para Windows - alterar?

BAIXAR A VERSÃO 5.1.6

212 MB (Torrent. Informações)

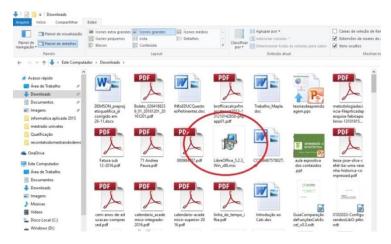
Ajuda interna do LibreOffice em português (Brasil)

Figura 1 – Ambiente virtual para download LibreOffice.

Fonte: The Document Foundation



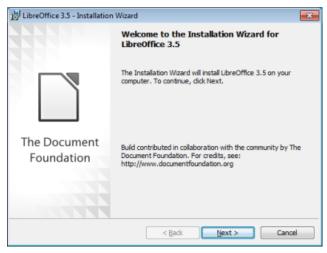
Figura 2 – Instalador baixado em pasta do computador



Fonte: Autor, 2017.

Ao clicar no arquivo de instalação aparecerá tela da Figura 3, clique em "Next" ou "Próximo" siga as instruções constantes no processo, conforme pode ser verificado na figura 3.

Figura 3 – Tela do aplicativo de instalação do LivreOffice

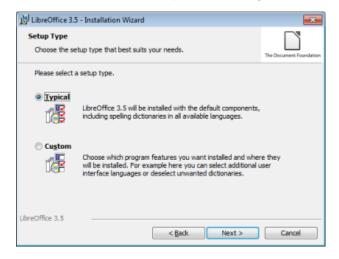


Fonte: The Document Foundation

Observe que normalmente a opção que é indicada é a "Typical" que instala todo o pacote do LibreOffice, incluindo o *Calc*. Porém é possível escolher instalar apenas parte do pacote, como por exemplo, apenas o *Calc*, ou qualquer outro dentro do pacote, basta customizar a instalação optando por "Custon", conforme Figura 4. Experimente essa última opção e descreva como instalar apenas o *CALC*.



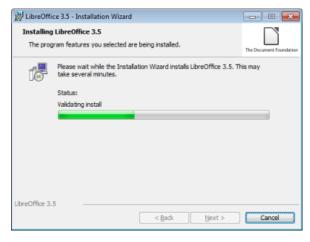
Figura 4 – Tela de escolha do tipo de instalação do LivreOffice



Fonte: The Document Foundation

Após clicar em "install" ou "instalar" basta aguardar a instalação concluir conforme Figuras 5 e 6.

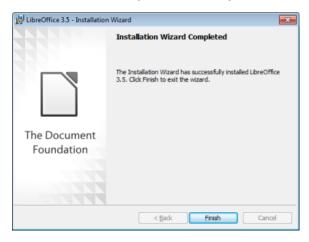
Figura 5 – Tela do aplicativo de instalação do LivreOffice



Fonte: The Document Foundation



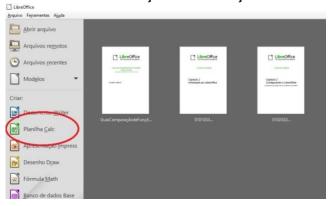
Figura 6 – Tela de finalização de instalação do LivreOffice



Fonte: The Document Foundation

Ao final do processo, abra o ícone do LibreOffice e clique no ícone relativo ao *Calc*, para abrir o programa (Observe as Figuras 7 e 8).

Figura 7 – Tela de finalização de instalação do LivreOffice



Fonte: Autor, 2017.



Tipo e Tamanho de Fonte

Figura 8 – Interface do Calc

Fonte: Adriano Silva, 2015, em http://alunointelgente20 15wordpress.com.m

Descreva suas dificuldades ou facilidades no processo de instalação do *Calc* abaixo e posteriormente acesse e poste no diário de bordo essa descrição e outras que desejar complementar, sobre essa experiência.

- 2ª- Agora, vamos aplicar o *Calc*. Antes de começar, abra um *Browser* da internet qualquer, acesse o link http://www.bibliaonline.com.br e leia o trecho da Bíblia Sagrada do antigo testamento, Livro dos Números (cap.1), denominado "Recenseamento dos Israelitas". Os dados que serão considerados nessa leitura referem-se aos números de pessoas de cada uma das Tribos de Israel. Anote os dados no caderno organizando-os em uma tabela simples para posterior inserção na planilha eletrônica. Se preferir poderá anotar diretamente na planilha eletrônica (LibreOffice *Calc*) instalado no computador. A partir desse levantamento, quais são as variáveis envolvidas nesses dados? De que forma podemos classificar tais variáveis? Existe alguma relação de dependência entre essas variáveis?
- 3ª Insira todos dados desse trecho da Bíblia na planilha eletrônica de modo que os nomes das tribos fiquem na primeira linha e os números correspondentes na segunda, conforme verificado na Figura 9 abaixo.



Figura 9 – Tabelas de edição da planilha eletrônica

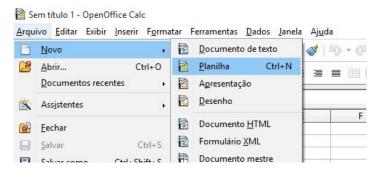
	А	В	С	D	Е	
1	aaaa	xxxxx				
2	1111	2222				
3						
4	Δ					
5	ΙТΓ					
6						
7						

Fonte: Autores, 2017.

Salve a planilha com a opção do menu Arquivo – Salvar como e escolha nas caixas de texto o nome "censo" e tipo "CSV" (separado por vírgula), clique na pasta C:\ e dentro dela clique no botão direito do mouse para escolha a opção Novo-Pasta. Digite o nome "pesquisa SAGE" para criar a pasta C:\pesquisa SAGE. Clique na pasta criada e salve o arquivo "censo.csv", ele será útil posteriormente na sequência didática que envolve o SageMathCloud. Repita a operação, salvando como planilha tipo "xls", e salve na mesma pasta. Agora responda, quantas linhas e quantas colunas serão necessárias para inserir os dados na planilha? De que forma podemos identificar uma das células onde foram inseridos os dados?

4ª - Selecione com o mouse toda a tabela criada anteriormente e copie ativando a opção Copiar ao clicar como botão direito em cima da tabela selecionada. Feche o documento e abra uma nova planilha conforme visualizado na Figura 10

Figura 10 – Visualização dos principais menus escondidos do *Calc*.



Fonte: Autores, 2017.

Na nova planilha, cole os dados novamente clicando na primeira célula e clicando com botão direito do mouse escolha a opção Colar. Agora vamos fazer os cálculos das medidas estatísticas necessárias. Comece escrevendo em uma célula TOTAL e em outra Nº DE TRIBOS. Abaixo da tabela de dados e para determinar esses valores observe algumas



informações a seguir: Perceba que todas as fórmulas começam com um sinal de igual (=). As fórmulas podem conter números, operadores aritméticos, operadores lógicos, representação da célula ou funções.

Lembre-se de que os operadores aritméticos básicos (+, -, *, /) podem ser utilizados em fórmulas que utilizem a regra "multiplicação e divisão precedem a adição e subtração". Por exemplo, pode-se escrever em determina célula =A1+B1+C1 ou escrever =SOMA (A1: C1) digitando ou selecionado de A1 a C1.

Registre todos os modos possíveis de determinar o total da população das tribos usando a identificação das células ou não?

Observe que os parênteses também podem ser utilizados. O resultado da fórmula =(1+2)*3 produz um resultado diferente de =1+2*3.

Aqui estão alguns exemplos de fórmulas do OpenOffice *Calc*:

=A1^2	Exibe o conteúdo da célula A1 ao quadrado.
=A1*16%	Exibe 16% do conteúdo de A1.
=A1 * A2	Exibe o resultado da multiplicação de A1 e A2.
=ARREDONDAR(A1;1)	Exibe o conteúdo da célula A1 arredondada para uma casa decimal.
=EFETIVO(5%;12)	Calcula o juro efetivo para um juro nominal anual de 5% com 12 pagamentos por ano.
=B8-SOMA(B10:B14)	Calcula B8 menos a soma das células B10 a B14.
=SOMA(B8;SOMA(B10:B14))	Calcula a soma das células B10 a B14 e adiciona o valor a B8.

Outro modo de inserir funções é utilizar o assistente de funções. Para desenvolver os resultados, selecionando as funções por categoria nos menus, como mostrado na Figura 11. Você também pode usar uma função dentro de outra função, como mostrado na última linha da tabela de exemplos anterior.



Resultado da função 6,825 Funções Estrutura Assistente de Funções <u>C</u>ategoria 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 número 1 (obrigatório) Eunção
IBNVLOG
IBNVLOG
IBNVT
LINGAMA
MAJOR
MÁZIMO
MÁZIMO
MÁZIMO
MÉDIA, GEOMÉTRICA
MÉDIA, HARMÓNICA
MÉDIA, HARMÓNICA Função Número 1, número 2;...são argumentos numéricos de 1 a 30 que representam uma amostra da população. • número 1 fx A2:D2 número 2 fx número 3 fx número 4 fx Q Resultado 6,825 Matricial Ajuda Cancelar << Voltar Próximo >>

Figura 11 - Assistente de funções.

Fonte: Autor, 2017.

Busque no menu ajuda (ver Figura 12) a informação necessária para determinar o número de tribos na célula, N° DE TRIBOS que formaram a tabela usando como referência a função CONT.VALORES ou CONTE.SE.



Figura 12 - Ajuda do aplicativo

Fonte: Autores, 2017.



Na opção lista de funções procure na categoria Matemática e busque a opção CONTE.SE e CONT.VALORES. Você verá um resumo de como utilizar a função. Lembre-se que operadores simbólicos como >2, < 3, =4, podem ser usados como condição do parâmetro da função indicada. Agora diga como você poderia realizar a contagem na célula Nº DE TRIBOS com cada um dos comandos CONTE.SE e CONT.VALORES ?

- 5ª Implemente algebricamente (Ex:=(A1+A2)^2) e descreva abaixo, as fórmulas na forma de algoritmos para cálculo ou apoio na determinação das medidas abaixo. Não se esqueça de nomear algumas células com esses nomes dos termos conceituais para melhor organização da planilha. OBS: não é indicado somar número a número como numa *Calc*uladora convencional apesar dessa possibilidade, e todas as soluções dessa questão, devem ser encontradas mediante implementações das formulações do resumo de fórmulas estatísticas, que está disponível na pasta de recursos do AVEA.
- a) Média aritmética do número de pessoas das tribos *Calc*ulada utilizando fórmulas específicas.
- b) Mediana. Observe que em dados não agrupados apenas poderemos implementar para obter a posição correspondente a medida solicitada fazendo sua correspondência numérica. Por exemplo, Mediana = Q2 = P50 equivale ao dado central que separa ao meio os demais dados.
- c) As medidas de Dispersão: variância, desvio e coeficiente de variação.
- d) Quais significados para as medidas acima? Justifique sua resposta.
- 6ª Retome o sistema de ajuda indicado na questão 3. Busque funções estatísticas do próprio *Calc* capazes de efetuar automaticamente os cálculos ou use o assistente de funções para escolher opção lista de funções categoria Estatística para refazer os itens a, b c e d utilizando estas funções, conforme mostrado anteriormente na figura 9 e registre os comandos usados em cada caso abaixo.



APÊNDICE B — Guia de introdução às funções do Calc

Na planilha eletrônica *Calc*, as células compõem a grade em que os dados numéricos e algébricos são preenchidos. Nestas células pode-se mesclar o endereço de uma célula com outra ou outras para formar novas referências, como por exemplo, digitar na célula A10 o conteúdo (=A7+A8+A9 ou SOMA(A7:A9)) que faz a célula A10 adquirir o resultado da soma dos números digitados em A7, A8 e A9.

Isso é bastante útil para executar comandos automáticos ou desenvolver manualmente os próprios comandos, visando encontrar soluções relacionadas principalmente com aplicações financeiras e científicas, além de soluções relacionadas com manipulação de informações em um banco de dados menos complexo. Essa dinâmica do posicionamento das células nas suas referências (endereços) torna a planilha mais dinâmica e prática para execução dos cálculos.

Nesse contexto, as referências são divididas, conforme descrevem Afonso et al. (2014), em três grupos: as absolutas, as relativas e as mistas. Classificação esta que exploro um pouco mais:

- Relativas Uma referência relativa, como, por exemplo =A1 indica na planilha que o conteúdo da célula atual é igual ao conteúdo da célula A1. É realizado um transporte do conteúdo da célula A1 para a célula onde foi descrita a referência.
- Absolutas Uma referência absoluta do tipo =\$A\$1, não só indica na planilha que é feito um transporte do conteúdo da célula A1, como também se for feita uma sequência de dados ou uma cópia da referência, ela não irá ser alterada, mantendo-se sempre A1 em todas as demais células. Os cifrões indicam os bloqueios (ou fixação) da coluna A e da linha 1, respectivamente. Ainda é possível bloquear apenas a coluna (\$A1) ou apenas a linha (A\$1), usando o mesmo raciocínio.
- Mistas Uma referência mista utiliza, em conjunto, referências relativas e absolutas. Por exemplo, no cálculo de Porcentagem (P = C*i), a célula A2 poderá conter o valor fixo da taxa percentual (i) e se processado o cálculo da porcentagem de uma série de Capitais (C) listados na folha de cálculo com uma mesma taxa, teremos a fórmula da seguinte forma: =D4*\$A\$2. Os cifrões aqui indicam que a coluna A e a linha 2 estão bloqueadas.
- Relativas ou absolutas entre folha de cálculo A utilização de referências não se limita à folha principal (Sheet 1) de cálculo. Pode-se estender a referência às demais folhas da planilha, desde que essa folha esteja devidamente identificada. Por exemplo, o transporte de uma informação da célula B2 da



folha Dados para a folha Notas pode ser iniciada nesta última da seguinte forma: **=Dados.B2**.

Como se pode notar, a introdução de uma fórmula exige que a primeira escrita na célula seja uma igualdade (=), assim, outros operadores matemáticos podem ser utilizados juntamente com as referências. Tais operadores estão sintetizados na Figura 1.

Operadores de referência Operadores comparativos Sinal Operação Sinal Operador intervalo igual união major menor Operadores aritméticos maior ou igual Operação menor ou igual soma/adicão <> diferente subtração multiplicação Operadores de texto divisão Operador percentual concatenação & exponencial

Figura 1 – Operadores clássicos do Calc

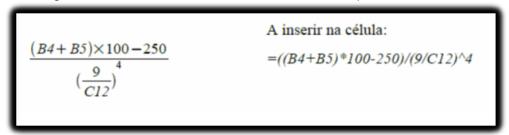
Fonte: Pacheco, 2013.

Ao utilizar estes operadores, podem-se desenvolver fórmulas onde aparecerem dados numéricos combinados com as referências das células envolvidas. Assim, para *Calcular* o dobro do conteúdo da célula A5 adicionado de 8 unidades elevados ao expoente 2, tem-se como exemplo a seguinte fórmula =2*A5+8^2.

Além disso, o nível de complexidade dessas fórmulas dependerá da extensão das expressões ou das exigências que envolvam um grande número de variáveis e funções relacionadas. Como exemplo, na Figura 2 verifica-se como deve ser escrita uma determinada expressão na linguagem do *Calc*.



Figura 2 – Modelo de escrita simbólica de expressão no *Calc*



Fonte: Afonso et al.,2014.

Outro modo de inserir as fórmulas pode ser a partir do assistente de funções que é ativado clicando no ícone marcado no retângulo da Figura 3 ou usando a combinação Ctrl+F12. Tal assistente auxilia o usuário no desenvolvimento de fórmulas ou funções que sejam integrantes das categorias e operações do *Calc*.

Figura 3 – Ícone do Assistente de funções no Calc



Fonte: Autores, 2017, a partir do Calc.

Conforme descrevem Afonso et al. (2014), a partir desse assistente (ver Figuras 3 e 4) é possível inserir a fórmula pretendida diretamente na planilha. Além disso, nesse processo não é obrigatório escrever as referências das células, pois durante o processo de inserção bastará clicar com o *mouse* sobre as células desejadas na folha de cálculo para que a respectiva referência seja inserida automaticamente na fórmula.

Na figura 4, verifica-se o cálculo da soma dos números presentes no intervalo A1:A5. Em vez de se inserir uma fórmula de cálculo para somar os números contidos nesse intervalo, pode-se utilizar a seguinte fórmula: **=SUM(A1:A5)** ou selecionar a mesma função na categoria matemática dentro do assistente de funções.



∑ = |=SUM(A1:A5) Assistente de funções 1 2 Assistente ativo unções Categoria e função escolhida Pesquis 1 soma SUM number 1 (necessário) 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 Number 1, number 2, ... are 1 to 30 arguments whose total is to be calculated. Database A1:A5 9 Células selecionadas Fix Logical number 2 8 9 number 3 & 9 . number 4 💃 Add-in Resultado da função SUM =SUM(A1:A5) <<<u>V</u>oltar <u>P</u>róximo >> OK Matricial A<u>ju</u>da

Figura 4 – Assistente de funções funcionando no *Calc*

Fonte: Autores, 2017, a partir do Calc.

Nesse e em outros casos, a fórmula possuirá um nome e argumentos, porém o nome poderá variar de idioma, como acontece na figura anterior, em que o nome SUM equivale ao nome SOMA. Isso também pode variar em função da versão usada, porém as instruções não alteraram nas demais formas de inserção, nem nos resultados obtidos.

Observa-se que os valores do intervalo fazem parte dos argumentos válidos para o comando e é sobre tais valores que a função opera. Na função acima (ver "Fórmula" na Figura 4), os argumentos foram indicados apenas pelo intervalo A1: A5, mas outras funções podem conter uma maior variedade de argumentos.

Além disso, conforme colocam Afonso et al.(2014), os argumentos que aparecem de forma explícita são separados por ponto e vírgula. Por exemplo: se desejarmos *Calcular* um número inteiro aleatório entre 1356 (primeiro argumento) e 2501 (segundo argumento), teremos de representar da seguinte forma **=ALEATÓRIOENTRE (1356;2501).**

Também existem algumas funções que não possuem argumentos para efetuar suas operações. Nesse caso, os parênteses são usados sem nada dentro deles. Por exemplo, ao usar =FALSO (), insere-se na célula o valor lógico FALSO e, de forma análoga, usando =PI () insere-se o valor do número irracional π .



Conforme descrito por Silva (2013), Pacheco (2013) e Afonso et al.(2014), o *Calc* dispõe de uma enorme variedade de fórmulas, organizadas por categorias, entre as quais cito: Base de Dados, Data e Hora, Financeiras, Estatística, Lógica, Matemática, entre outros.

Para obter informações específicas sobre esses comandos e funções, podese contar com o botão "Ajuda" no assistente de funções do próprio *Calc*, conforme pode ser visto na Figura 12, anterior, destacado pelo retângulo vermelho.

Buscando não me alongar na descrição das funções do *Calc*, apresento abaixo um quadro que sintetiza como esses comandos devem ser escritos, ou seja, sua sintaxe, assim como exemplos de como eles podem ser aplicados na planilha.

Quadro 1 – Síntese de alguns comandos do Calc

SINTAXE DA FUNÇÃO	EXEMPLO DE USO
CONT.SE(Intervalo; Critério)	A1:A10 é um intervalo contendo os números
	2000 até 2009. A célula B1 contém o número
	2006. Na célula B2, insira a fórmula:
	=CONT.SE(A1:A10;2006) - isso retorna 1
	=CONT.SE(A1:A10;B1) - isso retorna 1
	=CONT.SE(A1:A10;">=2006") - isso retorna 4
	Para contar somente números negativos:
	=CONT.SE(A1:A10;"<0")
CONTAR.VAZIO (Intervalo)	CONTAR.VAZIO(A1:B2) retorna 4 se as
	células A1, A2, B1, e B2 forem todas vazias.
CONT.VALORES (Valor1; Valor2;	As entradas 2,4,6 e 8 nos campos Valor1-4
Valor30)	devem ser contadas.
	=CONT.VALORES(2;4;6;"oito") = 4. A
	contagem de valores é 4.



CONT.NÚM (Valor1; Valor2; Valor30)	As entradas 2,4,6 e 8 nos campos Valor1-4 devem ser contadas. =CONT.NÚM(2;4;6;"oito") = 3. A contagem de números é 3.
QUARTIL (Dados; Tipo)	=QUARTIL(A1:A50;2) retorna o valor no qual
Dados representa a matriz de dados em uma amostra.	50% da escala corresponde do menor ao maior valor no intervalo A1:A50.
Tipo representa o tipo de quartil (0 = MÍNIMO, 1 = 25%, 2 = 50% (MED), 3 = 75% e 4 = MÁXIMO).	
PERCENTIL (Dados; Alfa)	=PERCENTIL(A1:A50;0,1) representa o valor
Dados representa a matriz dos dados.	no conjunto de dados, que iguala 10% da
Alfa representa a porcentagem da escala entre 0 e 1.	escala total dos dados em A1:A50.
MED(Número1; Número2;; Número30)	MED(1;5;9;20) retorna a média dos dois
Número1, Número2,Número30 são valores ou intervalos que representam uma amostra. Cada número pode ser também substituído por uma referência.	valores intermediários 5 e 9, portanto 7.
MÉDIA(Número1; Número2;; Número30)	=MÉDIA(A1:A50)
	Retorna a média dos valores compreendidos
	no intervalo A1:A50.
VAR(Número1; Número2;; Número30)	=VAR(A1:A50)
Número1, Número2,Número30 são valores numéricos ou intervalos	Retorna a variância dos valores
representando uma amostra com base na população inteira	compreendidos no intervalo A1:A50.
DESVPAD.P(Número1; Número2;; Número30)	=DESVPAD.P(A1:A50) retorna o desvio
Número1, número 2, , número 30 são	padrão para os dados referenciados.
valores numéricos ou intervalos representando uma população inteira.	



DESVPAD.S(Número1; Número2;; Número30) ou DESVPAD Número 1, Número 2,Número 30 são valores numéricos ou intervalos representando uma amostra da população SOMA(Número1; Número2;; Número30) Número 1 a Número 30 são até 30 argumentos cuja soma será <i>Calc</i> ulada.	=DESVPAD.S(A1:A50) ou =DESVPAD(A1:A50) retorna o desvio padrão para os dados referenciados. =SOMA(A1;A3;B5) <i>Calc</i> ula a soma das três células. =SOMA(A1:E10) <i>Calc</i> ula a soma de todas as células no intervalo A1 até E10.
SOMASE(Intervalo; Critérios; SomaIntervalo)	SOMASE(A1:A10;">0";B1:10) - soma os valores do intervalo B1:B10 somente quando os valores correspondentes no intervalo A1:A10 forem >0.
SE(Teste; ValorEntão; ValorSenão) Teste é qualquer expressão ou valor que pode ser VERDADEIRO ou FALSO. ValorEntão (opcional) é o valor retornado quando o teste lógico for VERDADEIRO. ValorSenão (opcional) é o valor retornado caso o teste lógico resulte FALSO.	=SE(A1>5;100;"muito pequeno") - Se o valor em A1 for maior que 5, o valor 100 será inserido na célula atual; senão, o texto "muito pequeno" (sem as aspas) será inserido.

Fonte: Autores, 2017, com base no site help.libreoffice.org.

A criação de gráficos e sua manipulação no *Calc* não serão apresentadas neste apêndice, pois a parte gráfica foi desenvolvida nas sequências relacionadas ao *SageMath*. Apesar das descrições das funções e comandos apresentadas aqui, boa parte delas também foi explanada durante a intervenção no laboratório de informática de forma complementar.



APÊNCICE C — Sequência didática 2

ORÇAMENTO DOMÉSTICO NO CALC.

Objetivo:	De	esenvolv	er um	a planil	ha	de	orçamento	doméstico	f	unciona	al,	que	pode	ser
adaptada	а	outras	neces	sidades	de	or	rganização	financeira,	а	partir	da	apli	icação	de

1ª - A planilha que será elaborada nessa atividade poderá seguir as informações e formatações mostradas na planilha de orçamento doméstico da figura 1 ou poderá ser livremente adaptada e formatada a partir da sua criatividade, necessidade ou realidade atual. Observe que sua elaboração no Calc poderá contar com inserção de funções extras que poderão ser replicadas para outras abas da planilha com outras funções de utilidade do usuário.

Na 1ª planilha você poderá seguir o modelo da figura 1 ou escolher outras formatações (letras, cores, etc.) que for do seu agrado.

Figura 1 – Informações de referência da planilha de orçamento doméstico

					Receita	S
	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho
Salario Eposo						
Salario Eposa						
Rendimentos conta bancária						
Outros Rendimentos						
Receita total	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
					Despesa	IS
	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho
Moradia	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Prestação da casa						
Conta de luz						
Conta de água						
Gás/Água Mineral	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
IPTU						
Telefone residencial/Internet						
Telefone celular						
Consertos/manutenção	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Alimentação	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Supermercado	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Restaurante	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Feira/ambulantes	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Transporte	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Combustível	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Manutenção do carro	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Pedágio						
Estacionamento	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
IPVA						
Vale transporte						

comandos básicos do Calc.

continuação		\rightarrow				
1 000 11011000100						
Saúde	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Plano de saúde						
Médicos/dentistas	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Farmácia /	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Lazer/informação	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Academia						
Jornais/revistas						
Ty por assinatura						
programas culturais						
Outros gastos	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Eletrodomésticos	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Roupas	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Doações	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Veterinária	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Cartão de crédito						
Débitos bancários						
Gastos no cartão						
Presentes	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Demais gastos	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Despesa total	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Investimentos						
Resultado do mês	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Saldo no mês	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Instruções pertinentes a esta	planilha disponí	veis em http	://dinheiram	a.com/blog	/2008/01/21	/orcame

Data:___

Continuação <

Fonte: Márcio Campello Boéssio (2008) a partir de planilha do Excel.



Aproveite crie mais um planilha usando o sinal de + conforme (1) na figura 2, e remoei-a conforme (2), assim, a Planilha1 será denominada "ANO 2017" e a planilha 2 como DESCRIÇÃO.

9 10 11 Cortar 12 13 Copiar Colar 14 15 16 17 Inserir planilha... Excluir planilha.. 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 Renomear planilha... Mover ou copiar planilha... Cor da guia... Proteger planilha... Linhas <u>d</u>a grade Planilha da d<u>i</u>reita para a esquerda Eventos de planilha... Ocultar planilhas 29 Selecionar todas as planilhas

Figura 2 - Criação e alteração de nomes na planilha

Fonte: Autores, 2017, a partir do CALC.

As células com valores 0,00 correspondentes as linhas onde as palavras estão em negrito conforme verificamos na figura 3 devem ser aplicados a função SOMA ou fórmula correspondente.

Salario Eposa Rendimentos conta bancária Outros Rendimentos 0,00 0,00 Receita total Fevereiro Moradia 0,00 0,00 Prestação da casa Conta de luz Conta de água Gás/Água Mineral 0.00 0.00 0.00 IPTU Telefone residencial/Internet Telefone celular Consertos/manutenção 0,00 0,00 0,00

Figura 3 – Recorte da planilha indicando local das funções.

Fonte: Autores, 2017, adaptado da planilha de Márcio Campello Boéssio (2008) a partir de planilha do Excel.

Copie a fórmula para todos os meses da planilha, selecionando a célula que contem a fórmula arrastando por todas as outras da linha. (ou coluna se for o caso) com o mouse a partir da posição indicada na figura 4. Descreva o que ocorreria nas células B1 e C1, seguindo o procedimento indicado.



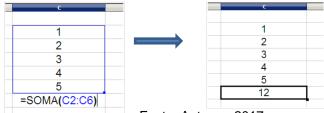
Figura 4 – Utilização de mouse para cópia de funções

	A	В	С	D
1	45	0	0	
2)		
3				

Fonte: Autores, 2017.

Conforme exemplo da figura 5 totalize as despesas correspondentes, se preciso use o mouse para realçar as células da formula, evitando erros ao digitar. Qual sua opinião sobre essa indicação mostrada na figura abaixo?

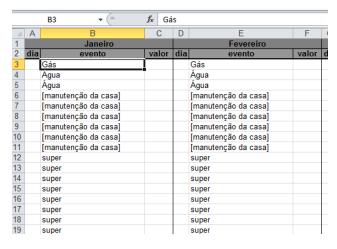
Figura 5 – Exemplificação de função SOMA.



Fonte: Autores, 2017.

Na 2ª planilha podemos preencher de acordo com suas necessidades e em acordo com as despesas descriminadas na 1ª aba. Formate a seu gosto apenas as duas primeiras linhas e repita na coluna uma quantidade de descrições que possam atender suas demandas pessoais. Não esqueça que o valor da despesa descriminada ocupará a coluna "Valor" conforme figura 6.

Figura 6 – Informações da 2ª planilha



Fonte: Autores, 2017, adaptado da planilha de Márcio Campello Boéssio (2008) a partir de planilha do Excel.



- 2ª Volte para a planilha ANO 2017, e use o comando soma para as despesas descriminadas, para isso use a função SOMA (nome da planilha, intervalo de células-linha ou coluna) para efetuas as despesas descriminadas em DESCRIÇÂO para sua correspondência na planilha ANO 2017. Descreva como ficou na primeira planilha o comando para contabilizar despesa com Gás e Água da segunda planilha.
- 3ª Determine a partir das células destacadas na figura 7 qual a simbologia que determina o saldo do mês na planilha desenvolvida.

2 Janeiro Fevereiro Março 3 Salario Eposo Salario Eposa Rendimentos conta bancária 6 Outros Rendimentos Receita total 0,00 0,00 0,0 Março 9 Janeiro Fevereiro 10 Moradia 0,00 11 Prestação da casa Restaurante 32 Médicos/dentistas 0,00 0,00 45 Débitos bancários 46 Gastos no cartão 0.00 0.00 0.00 47 Presentes 48 Demais gastos 0,00 0,00 0,00 49 50 Despesa total 0,00 0,00 0.00 51 Investimentos 52 0.00 0.00 53 Resultado do mês 0.00 Saldo no mês 0.00 0,00 0.00 55 Instruções pertinentes a esta

Figura 7 – Recorte da planilha indicando local das funções.

Fonte: Autores, 2017, adaptado da planilha de Márcio Campello Boéssio (2008) a partir de planilha do Excel.

4º - Utilizando o *mouse* arraste a formula desenvolvida na questão anterior na planilha principal (ANO 2017), observe que o ponteiro do *mouse* deve ser colocado na extremidade inferior direita da célula (1) , mantendo pressionado o botão esquerdo arraste para direita (2) até a última célula da linha usada na planilha. Agora teste preenchendo com dados simulados para verificar a eficiência da planilha gerada. Salve o arquivo da planilha no formato (.ods) e poste no ambiente, no local especificado como sequência 3. Descreva abaixo sua opinião sobre as limitações e benefícios dessa planilha, indicando outras possibilidades não sugeridas na atividade.



APÊNCICE D — Guia de introdução às funções do SageMath

O sistema *SageMath* é um *software* livre, derivado do SAGE, de código aberto e que funciona na nuvem da internet integrado ao CO*CALC*. Atualmente representa uma importante alternativa aos programas de computação algébrica existentes no mercado, tais como, o Magma, o Maple, o Mathematica e o Matlab (STEIN e JOYNER, 2005; STEIN, 2009).

Ao longo do tempo, desde sua criação em 2005, o sistema tem sido aperfeiçoado e incrementado com novas funções, que contemplam a maioria do conteúdos da área da matemática. Isso posto, para melhor compreender esse contexto de desenvolvimento e sua evolução, apresentamos, no quadro abaixo, uma síntese de suas transições.

Quadro 1 - Evolução do SageMath

Versão	Data de lançamento	Descrição
0.1	Janeiro de 2005	Inclui PARI, mas não GAP ou Singular.
0.2 - 0.4	Março a Julho de 2005	Banco de dados do Cremona, polinômios multivariados, campos finitos grandes e mais documentação.
0.5 - 0.7	Agosto e Setembro de 2005	Espaços vectoriais, anéis, símbolos modulares e janelas de utilização.
0.8	Outubro de 2005	Distribuição completa do GAP, Singular.
0.9	Novembro de 2005	Maxima e clisp adicionados.
1.0	Fevereiro de 2006	
2.0	Janeiro de 2007	
3.0	Abril de 2008	Interação com a linguagem R.
4.0	Maio de 2009	
5.0	Maio de 2012	
6.0	Dezembro de 2013	Desenvolvimento movido para o Git, migração do serviço web para SageMathCloud.



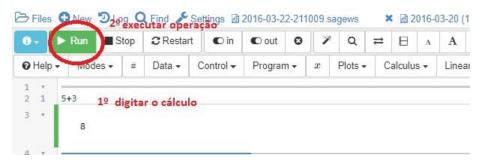
7.0	Janeiro de 2016	Melhorias na interface gráfica.
8.0	Julho de 2017	Integração à nova plataforma COCALC.

Fonte: SageMath.org, 2017.

A área de trabalho do *SageMath* é composta por uma interface aberta onde são escritos os códigos e os comandos, também é possível encontrar alguns ícones e menus que já estão configurados com exemplos prontos, que podem servir de informação útil. Além disso,é possível efetuar operações como em uma *Calc*uladora.

Sua utilização como ferramenta de cálculo, exige que sejam usados seus operadores padrão, tais como: Soma (+), Diferença (-), Produto(*), Quociente (/) e Potência (^). Alguns procedimentos, porém, devem ser executados para que as operações sejam efetivadas. Por exemplo, na Figura 1 mostro que é preciso executar o botão "Run", circulado em vermelho, para que os símbolos ou comandos da área de trabalho sejam interpretados ou executados.

Figura 1 - Execução de operações no



Fonte: Autores, 2017, a partir do SageMath.

Na figura anterior e na primeira parte do exemplo abaixo, a digitação não exige nenhuma especificação, pois já são reconhecidas automaticamente, ou seja, é sua escrita nativa. Porém, quando um comando é usado em uma linguagem de programação diferente da nativa, deve-se seguir o seguinte procedimento: escrever o nome da linguagem (sintaxe pré-definida) seguido de dois pontos ou precedida com percentagem %, conforme exemplifico a seguir:



Analogamente usando notação para linguagem R:

Caso se deseje atribuir mais de uma operação na mesma linha, elas devem ser separadas por uma vírgula. Exemplo:

```
5+3, 5-2, 5^2 # cálculos em sequência
(8, 3, 25)
```

Para fazer um comentário dentro da área de cálculo, usa-se o símbolo (#). Exemplo:

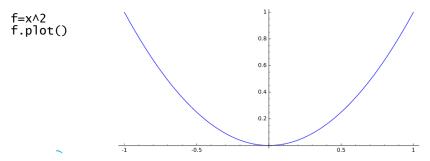
```
sqrt(5^2)  # alguns comandos são nativos e não precisam vir antecedidos de %sage ou %r
```

Além disso, a execução de comandos pode ser feita de maneira diferenciada, como, por exemplo, ao atribuir um valor para a variável "x" usando a igualdade, ou operar referenciando "x" precedido do comando e separado por ponto. Exemplo:

Para atribuir valor ao objeto ou variável com linguagem R, usa-se além da igualdade (=), também o símbolo (<-). Exemplo:

```
X<- 5^2  # atribuído o valor 5² a variável x
x
25
Y<- c(1, 2, 3, 5, 7) # atribuído uma lista de valores a variável y
Y
[1] 1 2 3 5 7  # o símbolo inicial [1] representa a linha</pre>
```

O procedimento acima também pode ser executado com variáveis algébricas ou funções, conforme se pode verificar no exemplo abaixo:





O uso do parêntese pode ser útil para combinar operações, formando outras mais complexas. Nesse caso, deve-se seguir as regras de ordem de operações matemáticas.

Exemplo:

```
((2 + 4)*3)^5
1968
```

Quando se quer ler dados externos, pode-se usar o comando **read.table** para ler um arquivo de dados diretamente do arquivo externo. Por exemplo: suponha que os dados a seguir foram copiados para o arquivo data.txt e salvos na pasta do projeto no ambiente *SageMath*.

A leitura dos dados e transposição para uma tabela dentro da área de trabalho do *SageMath*, pode ser realizada a partir do comando: nome_atribuído<-read.table("caminho_e_nome_do_arquivo.csv",opções). Onde as opções são:

- *sep*: caractere utilizado para separação dos campos e valores. Normalmente é utilizado o ponto e vírgula (;).
- dec: caractere utilizado para separar as casas decimais. Normalmente ponto (.) ou vírgula (,).
- header. TRUE, assume que a primeira linha da tabela contém rótulos das variáveis. FALSE assume que os dados se iniciam na primeira linha e, se for omitido no comando, assume a segunda opção.

Exemplo:

Também é possível exportar grande quantidade de dados salvos em planilhas eletrônicas em formato separados por vírgula (CSV). Isso pode ser feito, por exemplo, no *Calc*. Com esse formato, pode-se facilmente importar para o *SageMath*.



Nesse caso, pode-se usar o comando **read.csv** para ler e armazenar os dados desse arquivo em um objeto do sistema.

Exemplo: ao atribuir os dados externos para o objeto dados: dados <-read.csv("caminho _e_nome_do_arquivo.csv", opções).

Exemplo: para importar os dados provenientes do arquivo contagem.csv, presente no drive C, pasta Análises descritivas, subpasta tempo, com vírgula como sinal decimal, ponto e vírgula como separador de campos e valores e armazenando no objeto de nome tabela1:

A parte gráfica pode ser explorada mediante alguns comandos específicos. Nesse quesito, a linguagem R e a própria linguagem sage são poderosas ferramentas. Por essa razão, sua aplicação nesta pesquisa.

O uso da linguagem R na estatística, em especial, permite criar histogramas, ogivas, boxplot, curvas de distribuições e regressões e outros gráficos específicos. Em análises estatísticas, a partir dessa linguagem, são disponibilizadas ferramentas gráficas para estudo inicial dos dados que facilitam o entendimento de um problema ou situação ao visualizar as variáveis envolvidas graficamente (SOUZA et al., 2016).

Alguns exemplos de gráficos que podem ser criados no R com o comando a seguir:

```
%r demo(graphics)
```

No Sage, o sistema de ajuda pode facilitar o entendimento e aplicação dos comandos, executando-se o nome do comando procedido de uma interrogação (?), por exemplo:

%sage a.denominator? # Pedindo ajuda sobre o comando denominator

```
Type: builtin_function_or_method
```

String Form: <built-in method denominator of sage.rings.rational.Rational

object at 0x9df295c> Namespace: Interactive

Docstring:

self.denominator(): Return the denominator of this rational number.



EXAMPLES:

sage: x = -5/11

sage: x.denominator()

11

Alguns exemplos de gráficos que podem ser criados no *SageMath* com comandos específicos discriminados em linguagens sage ou em r. Segundo Souza et al. (2016, p. 48), considerando a linguagem R, podem ser classificados:

- Funções gráficas de alto nível: criam novos gráficos na janela, definindo eixos, título, etc. Exemplos: plot, hist, image, contour, persp, etc.
- Funções gráficas de baixo nível: permitem adicionar novas informações em gráficos já criados, como novos dados, linhas etc. Exemplos: points, lines, abline, polygon, legend, etc.
- Funções gráficas interativas: permitem retirar ou adicionar informações aos gráficos já existentes, usando, por exemplo, o cursor do mouse. Exemplos: locator, identify.

O comando mais comum em ambas as linguagens (sage e R) para plotagem de gráficos de funções e equações é o **plot ().** A versatidade desse comando pode ser verificada com maior profundidade com o sistema de ajuda do *SageMath* (plot ?). Seguem alguns exemplos de sua utilização em linguagem sage:

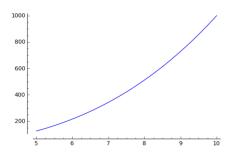
```
%sage plot (f, xmin, xmax, opções),
```

Onde f é a função que pode ser discriminada diretamente no comando ou lida na variável atribuída a f, os valores xmin e xmax são os intervalos do domínio, e as opções definem algumas configurações visuais do gráfico, a ausência do intervalo e das opções. O gráfico é desenhado com um padrão do sistema.

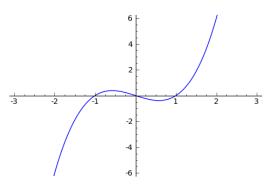
EXEMPLOS:

%sage plot(x^3 , 5, 10) # plotagem direta com a expressão que representa a f.

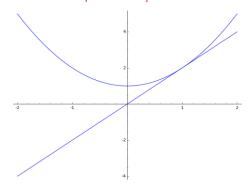




%sage plot(x^3-x , -3, 3, ymin = -6, ymax = 6) # plotagem com mais opções do comando



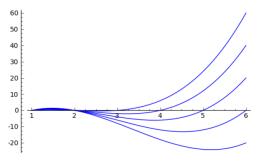
%sage plot(2*x, -2, 2) + plot(x^2+1 , -2, 2) # plotagem de mais de uma gráfico no mesmo sistema cartesiano pela adição de comandos plot()



plotagem de mais de um gráfico usando o comando o.show()

%sage plot(
$$(x-1)*(x-2)*(x-3)$$
, 1, 6) ou P2 = plot($(x-1)*(x-2)*(x-4)$, 1, 6) + plot($(x-1)*(x-2)*(x-4)$, 1, 6) P3 = plot($(x-1)*(x-2)*(x-5)$, 1, 6) P4 = plot($(x-1)*(x-2)*(x-5)$, 1, 6) P5 = plot($(x-1)*(x-2)*(x-6)$, 1, 6) P5 = plot($(x-1)*(x-2)*(x-7)$, 1, 6) P6 = plot($(x-1)*(x-2)*(x-7)$, 1, 6) P7 = plot($(x-1)*(x-2)*(x-7)$, 1, 6) P8 = plot($(x-1)*(x-2)*(x-7)$, 1, 6) P9 = plot((x-1)*(x-2)*(x-7), 1, 6) P9 = plot((x-1)*(x-2)*(x-7),





plotagem utilizando o comando @interact que torna possível a manipulação dos parâmetros aplicados no comando plot(), ou seja, permite interação do usuário.

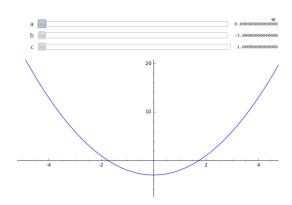
%sage: @interact

```
def interactive_function(a = slider(0, 10, .1, default=4),

b = (-3, 3, .1), c=(1,2,.1):

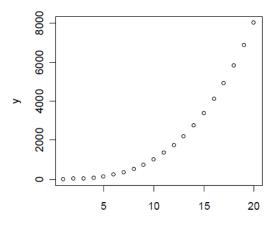
f(x) = c * x^2 + a * x + b

plot(f, (x, -5, 5)).show(xmin=-5, xmax=5, ymin=-20, ymax=20)
```



De forma análoga, os comandos em linguagem R, que podem ser aplicados no *SageMath*, também permitem alguns ajustes em suas opções do plot(). Exemplos desse dinamismo são apresentados com base em Souza et al. (2016):





```
1º gráfico:
%r \tilde{x} < -rnorm(10)
                          #gera números pseudo-aleatórios da distrib. Normal para x
                         #gera números pseudo-aleatórios da distrib. Normal para y
%r <-rnorm(10)
%r plot(x,y)
2º gráfico:
%r plot(x, y,
xlab="Dez números quaisquer",
ylab="Outros dez números",
main="Como personalizar um gráfico",
xlim=c(-2,3),
ylim=c(-3,2),
col="red",
nch-22
                                                             #plota x e y
                                                             #nomeia o eixo x
                                                             #nomeia o eixo y
#referente ao título
                                                             #limites do eixo x
                                                             #limites do eixo y
                                                             #define a cor dos pontos
pch=22,
bg="yellow",
tcl=0.4,
```

#o formato dos pontos #cor de preenchimento #tamanho dos traços dos eixos #orientação do texto em y
#tamanho do objeto do ponto #altera as bordas

2º gráfico:

Para construção de gráficos estatísticos, a linguagem R possui alguns comandos úteis que apresento a seguir, com base em Souza et al. (2016):

Gráfico de setores com o comando pie():

```
%r a<-c(0.12, 0.3, 0.26, 0.16, 0.04, 0.12)
%r names(a)<-c("amor","bondade","calma","doucura","emanar","felicidade")</pre>
%r pie(a,col = c("red","blue","green","gray", "brown", "black"))
```

Histograma com o comando hist():

```
%r dados<-c(25,27,18,16,21,22,21,20,18,23,27,21,19,20,21,16)
                                              #este é o conjunto de dados
#número de classes igual a 6
%r hist(dados,
nc=6,
```

las=1, cex=1.5, bty="1")



```
right=F,
main="Histograma",
xlab="tempo (em minutos)",
ylab="frequencia",
col=8)
```

```
#para o intervalo fechado à esquerda
#define o título do histograma
#texto do eixo x
#texto do eixo y
#usa a cor cinza nas barras
```

Gráfico de barras baseado em Silva (2009), com o comando barplot():

```
%r x <- c(1,2,3,4,5,6,7) #este é o conjunto de dados
%r barplot(x) # gráfico básico
%r barplot(euro,xlab="Euro conversions",
col="red",legend.text="Valor da taxa")</pre>
##este é o conjunto de dados
##gráfico básico
## gráfico com mais detalhes
```

Na resolução de equações e sistemas de equações, recorre-se ao *SageMath* que apresenta certa facilidade nesse tipo de necessidade. Assim, com base em Tábara (2009), pode-se usar o comando solve(equacion, x), onde *equacion* representa a equação a ser resolvida e x, a incógnita declarada. Exemplo:

```
%sage solve(x^2 + 3*x+2, x) #declara a equação com uma variável x
[x == -2, x == -1]
%sage var('a b c') #declara variáveis relacionadas com resolução em x
%sage solve( a*x^2 + b*x + c == 0, x )
[x == -1/2*(b + sqrt(-4*a*c + b^2))/a, x == -1/2*(b - sqrt(-4*a*c + b^2))/a]
```

Considerando um sistema linerar 3X3:

```
\begin{cases} 9a+3b+1c=32\\ 4a+2b+1c=15\\ 1a+1b+1c=6 \end{cases} %sage var('a, b, c')
%sage solve( [9*a + 3*b + c == 32, 4*a + 2*b + c == 15, a + b + c == 6], a, b, c ) 
 [[a == 4, b == -3, c == 5]]
```



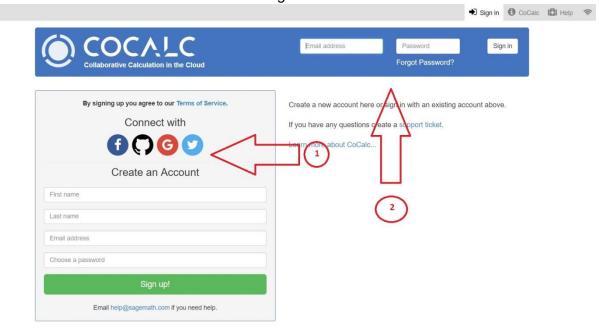
APÊNDICE E - Sequência didática 3

SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1 – TABELAS DE FREQUÊNCIA, MEDIDAS DE POSIÇÃO, MEDIDAS SEPARATRIZES E MEDIDAS DE DISPERSÃO E GRÁFICOS ESTATÍSTICOS ATRAVÉS DO SAGEMATH.

Objetivo: Adquirir familiaridade com o uso do software SageMath, visando sua aplicação de forma eficiente no cálculo e na de representação gráfica de algumas medidas estatísticas.

1ª - Acesse o navegador de internet de seu computador (Internet Explorer ou Mozilla ou Chome); digite o endereço de navegação https://coCalc.com/app acessando o sistema "CoCalc", encontraremos o sistema algébrico denominado "SageMath". O acesso segue conforme verificado na Figura 1. Para ter acesso, utilize uma das contas de redes sociais indicadas ou cadaste nome, e-mail e senha na caixa "Create na Account" (1). Quando precisar acessar novamente em outro momento basta digitar e-mail e senha cadastrada (2).

Figura 1- Interface da página web do sistema Co*Calc* onde esta integrado o SageMath



Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Com relação à opção (2) acima, indicada no retângulo vermelho da Figura 1, qual o papel dessas redes no contexto do sistema "Co*Calc*"?



2ª - Após ter acesso ao *SageMath*, você deverá abrir um novo projeto na interface inicial do programa (Figura 2). Clique no símbolo do Sage (1), depois no botão "*Create new Project*" (2). Caso já existisse algum projeto, o mesmo ficaria listado no ambiente (3). Se um projeto não estiver visível no início da lista pode-se procurá-lo digitando no espaço reservado (4).



Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Após ter seguido o indicado será direcionado para interface que aparece na Figura 3:

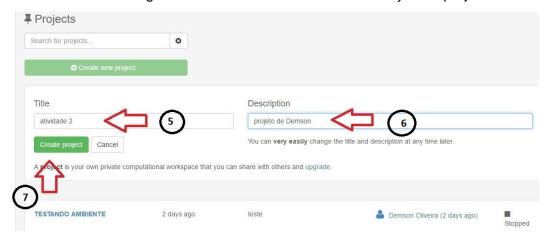


Figura 3 - Interface interna de denominação do projeto

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.



Crie um projeto com título "atividade 2" (5) e descrição "projeto de xxxxx " em (6) onde xxxxx será seu nome e clique em (7) para concluir. O projeto será listado como indicado (8) na figura 4.

Figura 4 - Interface interna de abertura do projeto criado

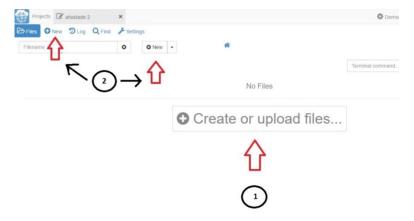


Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Antes de prosseguir experimente criar um projeto com nome "teste" como indicado na Figura 4. Repita o processo e crie outro projeto com mesmo nome "teste". O que acontece? Consegue deduzir o que ocorre nesse contexto? Existe alguma consequência negativa nessa situação? Como contornar isso?

3ª - O ambiente de trabalho do SageMath (Worksheet) é aberto dentro do projeto criado anteriormente na 2ª questão (figura 5). Inicialmente, escolhe-se o tipo de linguagem de trabalho (figura 6) acionado as opções "New" (2). A opção escolhida será a primeira, denominada "Sage Worksheet" ou folha de trabalho (figura 5). Antes de abrir efetivamente a folha de trabalho, enviaremos o arquivo "censo.csv" criado na atividade 1, que foi salvo na pasta C:\pesquisa SAGE. Para isso, clique em "create or upload files" (1), conforme figura 5. Como resultado, aparecerá a tela da figura 7.

Figura 5 - Interface do ambiente de trabalho dentro do projeto criado



Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

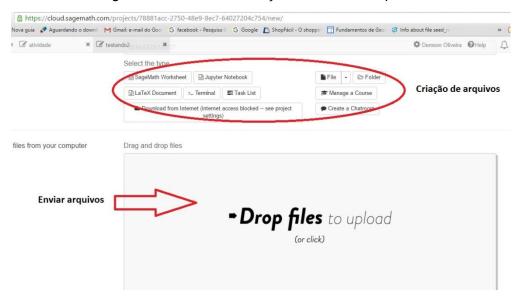


Figura 6 - Opções da barra "New"



Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Figura 7- Interface de criação e envio de arquivos



Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Veja que existe a opção de criar ou enviar arquivos clicando na área definida (figura 7). Os arquivos enviados podem ser em diferentes formatos que podem ser lidos na folha de trabalho que estiver sendo executada após devida configuração. Como resultado do envio verifica-se a tela da figura 8. Agora verifique quais os formatos de arquivo são possíveis de



serem integrados ao projeto e identifique os formatos que você reconhece e descreva a seguir.

Clique na área de envio do ambiente e localize o arquivo criado na sequência didática 2, que foi nomeado de referente ao "censo.csv". Verifique se o arquivo foi devidamente copiado para área do projeto, conforme figura 8.

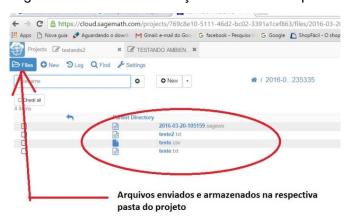


Figura 8 - Interface de criação e envio de arquivos

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

4ª - Antes de continuar, abra um *Browser* da internet qualquer, acesse o link http://www.bibliaonline.com.br e leia o trecho da Bíblia Sagrada do antigo testamento, Livro dos Números (cap.1), denominado "Recenseamento dos Israelitas". Os dados que serão considerados nessa leitura referem-se aos números de pessoas de cada uma das Tribos de Israel. Anote os dados no caderno organizando-os em uma tabela simples para posterior inserção na planilha eletrônica. Se preferir poderá anotar diretamente na planilha eletrônica (LibreOffice *Calc*) instalado no computador. A partir desse levantamento, quais são as variáveis envolvidas nesses dados? De que forma podemos classificar tais variáveis? Existe alguma relação de dependência entre essas variáveis?

78

⁵ª - Insira todos dados desse trecho da Bíblia na planilha eletrônica de modo que os nomes das tribos fiquem na primeira linha e os números correspondentes na segunda, conforme verificado na Figura 9 abaixo.



Figura 9 – Tabelas de edição da planilha eletrônica

A	А	В	С	D	Е	
1	aaaa	xxxxx				
2	1111	2222				
3						
4	Δ					
5	٦Γ					
6						
7						

Fonte: Autores, 2017.

Salve a planilha com a opção do menu Arquivo – Salvar como e escolha nas caixas de texto o nome "censo" e tipo "CSV" (separado por vírgula), clique na pasta C:\ e dentro dela clique no botão direito do mouse para escolha a opção Novo-Pasta. Digite o nome "pesquisa SAGE" para criar a pasta C:\pesquisa SAGE. Clique na pasta criada e salve o arquivo "censo.csv", ele será útil posteriormente na sequência didática que envolve o *SageMath*..

6ª - Após ter criado o projeto e iniciado a folha de trabalho agora podemos ver a tela principal do sistema conforme visualizado na figura 9.

Figura 9 - Interface de criação e envio de arquivos

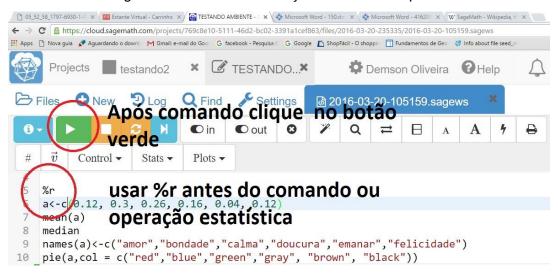
Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Nosso interesse será relacionado aos cálculos estatísticos. Nesse sentido o *SageMath* utiliza um pacote de aplicativo denominado "R". Para interpretar os comandos relativos ao "R" deve-se preceder o comando com o seguinte símbolo % r, que conforme visualizado na figura 10, é fundamental usar deste modo para o sistema compilar (executar) o comando,



operações mais básicas podem ser usadas sem % r, mas de forma isolada não no contexto desse projeto.

Figura 10 - Interface de criação e envio de arquivos



Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Quanto aos cálculos básicos, o *SageMath* reconhece os operadores básicos como verificamos abaixo sem necessidade do % r. Abra sua folha de trabalho e teste livremente os operadores, conforme figura 11.

Figura 11 - Cálculos básicos



Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Agora teste usando "%r" antes de digitar. Ocorre alguma diferença?

 7^{a} - Explore a entrada de dados estatísticos começando pela entrada de dados. Vamos por exemplo atribuir valor para "x" digitando "x<-c(dado1,dado2...)" o "c" indica que os valores serão guardados um vetor matricial, sem ele somente um valor poderia ser associado a "x" com x<- dado1 ou x<-(dado1). Use os dados da figura 12 abaixo e inicie seu trabalho.



Figura 12 - Cálculos básicos

```
%r
x<-c(1000, 1300, 2000, 4000, 2000)
x
[1] 1000 1300 2000 4000 2000
```

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Use os comandos abaixo para explorar algumas estimativas para o conjunto de dados de x conforme figura 13:

```
mean(X) => indica a média de X.
var(X) => indica a variância de X.
sd(X) => indica o desvio padrão.
max(X)-min(X) => indica a amplitude total.
Range(X) => indica o menor e o maior valor de X, respectivamente median(X) => indica a mediana de X.
quantile(X) => indica ao quartis de X.
table(X) => fornece as freqüências dos valores de X.
subset(table(X),table(X)==max(table(X))) => indica a moda de X.
summary => obtêm-se resumo de dados estatísticos.
```

Figura 13 - Cálculo da média

```
37
38
%r
39
x<-c(1000, 1300, 2000, 4000, 2000)
x
41
        [1] 1000 1300 2000 4000 2000
42
43
%r mean(x)
44
        [1] 2060
```

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

O que achou do comando o "summary()"? Qual interpretação dos dados pode ser realizada a partir desse comando? Alguma dificuldade até aqui? Compartilhe no ambiente moodle no fórum "da sequência didática 4".

Vamos adicionar uma variável "y" atribuindo nomes de pessoas que serão associados a cada valor da variável "x", fazendo "y<-c("dado1", "dado2"...)". Observe que foi usado o



nome entre aspas (ver Figura 14). A partir de agora usaremos o comando "data.frame (y, ni=x)" para criar uma tabela conforme visto na figura 15.

Figura 14 – Entrada de dados nominais no objeto y

```
%r y<-c("a","b","c","d","e")
%r y

[1] "a" "b" "c" "d" "e"
```

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

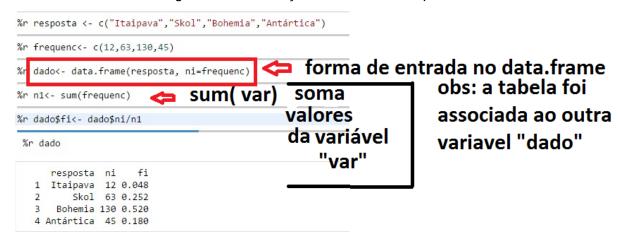
Figura 15 – Construção da tabela de dados

```
%r resposta <- c("Itaipava", "Skol", "Bohemia", "Antártica")
%r frequenc<- c(12,63,130,45)
%r dado<- data.frame(resposta, ni=frequenc)</pre>
```

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Utilizando as variáveis "x" e "y" indicadas associe data frame a variável "dado" conforme Figura 16 e usando o comando "sum()" e "dado\$fi" e "dado\$ni", onde o \$ foi usado para fazer internamente o cálculo relativo. Determine a tabela de frequência associada a variável "dado".

Figura 16 - Finalização da tabela de frequência



Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.



8ª - Seguindo parte do raciocínio da questão anterior pode-se construir os gráficos de barras e de setores utilizando-se dos comandos "barplot" (ver Figura 17) e "pie" para setores (ver F18). Nesse último caso será utilizado comando "names" para associar cada valor da variável numérica com respectivo nome atribuído. Observe que cada comando possui parâmetros válidos "legend" para legendas e "col" para cores.

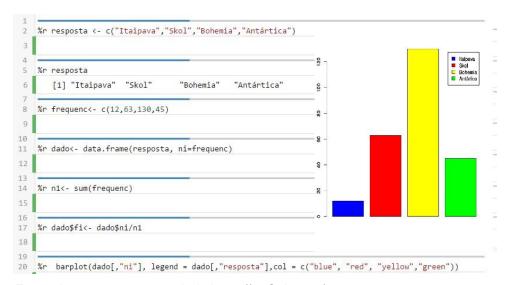


Figura 17- Gráfico de barras ou colunas

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app..



Figura 18 - Gráfico de setores

Fonte: Autores, 2017, a partir de https://coCalc.com/app.

Salve o arquivo como "se_sequencia 4.sagews" na pasta C:\pesquisa SAGE. Você deverá fazer todas as ações desenvolvidas aqui para trabalhar com os dados da tabela de recenseamento, desenvolvida na sequencia didática 2 e localizada na pasta C:\pesquisa SAGE. Use o SageMath para desenvolver os gráficos estatísticos e as medidas de posição, separatrizes e de dispersão relativos aos dados dessa tabela.



APÊNDICE F - Sequência didática 4

SEQUÊNCIA DIDÁTICA 5 – ELABORAÇÃO DE COMANDOS OU *SCRIPTS* PARA *CALC*ULO DE RAIZES E PLOTAGEM DINÂMICA DOS GRÁFICOS DE EQUAÇÕES DE RETA

Aluno:	_ Data:
--------	---------

Objetivo: Adquirir familiaridade com o uso do software SageMath visando sua aplicação de forma eficiente no cálculo e na de representação dinâmica de gráficos de equações.

1ª - Inicialmente veja alguns exemplos de Interações para manipulação e resolução de equações lineares e não lineares no SAGE segundo Tábara (2009) ⁵:

1 variável: 2 variáveis:

```
Sage
sage: # Aunque no es necesario damos nombre a las ecuaciones
                                                                                         Sage .
sage: f = (x^2 + 2 = x^3 + x)
                                              sage: var('x,y')
sage: g = (3*x^2 - 5*x == 8)
sage: # Restamos 2 a la ecuacion f
sage: f - 2
                                              sage: solve([x + y == 2, x - y == 0], m, y)
x^2 = x^3 + x - 2
                                              [[x == 1, y == 1]]
sage: # Tambien podriamos haber restado x^3 + x
                                              sage: solve(x^2 + y == 2, y) # Despejamos una letra
sage: f - (x^3 + x)
-x^3 + x^2 - x + 2 == 0
                                               [y == 2 - x^2]
sage: # Multiplicamos la ecuacion g por 9
                                              sage: solve([x + y == 2, 2*x + 2*y == 4], x, y) :
sage: 9 * g
                                              [[x == 2 - r1, y == r1]]
9*(3*x^2 - 5*x) == 72
                                              sage: # Sage denomina r1 al parametro
sage: g / 88 # Ahora la dividimos por 88
(3*x^2 - 5*x)/88 == 1/11
                                              sage: solve([x^2 + y^2 = 2, 2*x + 2*y = 3], x, y)
sage: f + g # "Sumamos" las dos ecuaciones
                                               [[x == (3 - sqrt(7))/4, y == (sqrt(7) + 3)/4],
4*x^2 - 5*x + 2 == x^3 + x + 8
                                               [x == (sqrt(7) + 3)/4, y == (3 - sqrt(7))/4]]
sage: f * g # "Multiplicamos" las dos ecuaciones
(x^2 + 2)*(3*x^2 - 5*x) == 8*(x^3 + x)
sage: f * f # Elevamos al cuadrado ambos miembros
(x^2 + 2)^2 = (x^3 + x)^2
```

Conforme exemplos acima, expresse as equações de retas na forma reduzida: 2x - y = -4 e 3x - y = -4. Obs.: declare as variáveis com comando var ("..."), com duas aspas em vez de uma do exemplo e descreve o resultado passo a passo.

2ª - Observe outro exemplo para elementos gráficos mais básicos como segmento, ponto e circunferência.

```
sage: p= line2d([(-1,-2),(4,1)])
sage: q= point2d((1,0))
sage: d= circle((1,0), 1)
```

⁵ Disponível em https://www.*SageMath.*org/es/Introduccion_a_SAGE.pdf.



```
sage: show(p+q+d)
```

Construa um segmento de reta de extremidades nas coordenadas (0, 4) e (3, 0). Utilizando a mesma janela, represente graficamente a reta z de equação (x/p)+(y/q)=1, usando como valores de p e q , 3 e 4 respectivamente. Observando os resultados o que podemos concluir?

3ª - Uma das formas mais simples de se obter uma representação gráfica no *SageMath* é usando o comando "plot(f, xmin, xmax)" ou de forma mais detalhada "plot(f, (variável de f, xmin, xmax), opcões)", onde os parâmetros são acrescidos ao comando dentro dos parênteses, como por exemplo, a expressão ou função "f", a variável envolvida e o intervalo numérico "xmin, xmax" que a variável assume (domínio), além de outras opções como, "axes_labels=[...]" para título dos eixos, "color='red' " para cor vermelho do gráfico, "linestyle='--' " se optar por gráfico tracejado, legend_label='f(x)', para legenda com indicação da f(x) e "thickness=3", onde o número indica espessura desejada. Obs.: a falta de alguns desses paramentos faz com que seja usado um padrão do *software*.

Exemplos:

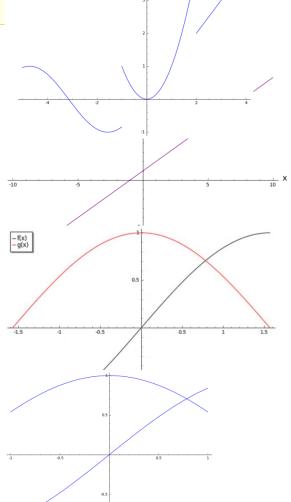
```
sage: plot(\sin(x),-5,-1) + plot(x^2,-1,2) + plot(x,2,4)
```

Observe e teste conforme exemplo, com mais detalhes:

```
sage:y= x+1
sage: p = plot(y, (x,-10, 10),
axes_labels=['x','sin(x)'],
color='purple')
sage: p.show()
```

Se quiser mais de um gráfico no mesmo sistema podemos usar esses comandos em conjunto: Caso 1 (com legenda distinguindo as curvas)

```
sage: f(x) = sin(x)
sage: g(x) = cos(x)
sage: p = plot(f(x), (x,-pi/2,pi/2),
legend_label='f(x)',color='black', )
sage: q = plot(g(x), (x,-pi/2, pi/2),
legend_label='g(x)',color='red')
sage: r = p + q
sage: r.show()
Variação simplificada sem definir
intervalo:
```

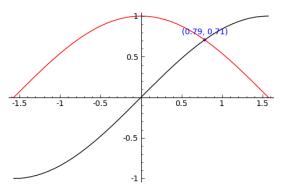




```
sage: f = sin (x)
sage: g = cos(x)
sage: plot(f) + plot(g)
```

Caso 2 (complementando o caso 1 e encontrando pontos comuns)

```
sage: find_root( sin(x) == cos(x),-
pi/2, pi/2 )
0.78539816339744839
sage: P = point( [(0.78539816339744839,
sin(0.78539816339744839))] )
sage: T = text("(0.79,0.71)",
(0.78539816339744839,
sin(0.78539816339744839) + .10))
sage: s = P + r + T
sage: s.show()
```

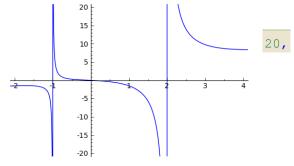


Use o ambiente de trabalho do *SageMath* para representar graficamente as retas da questão 1 e verifique se as retas possuem algum ponto em comum? Qual? Qual o significado desse ponto com relação às retas? Como poderíamos encontrar tal ponto usando o comando "solve" da 1ª questão, além de marcar esse ponto no gráfico.

 4^a - Considerando o caso da questão 2, seria possível encontrar no *SageMath*, os pontos que as retas interceptam os eixos x $(x_1,0)$ e y $(0,y_1)$? Como se chamam esses pontos conceitualmente?

Dica: pode-se ampliar o campo de visão dos eixos do gráfico se preciso:

```
sage: p.show(xmin=-2, xmax=4, ymin=-
ymax=20)
```



Observe que é possível substituir um valor numérico dentro de uma equação, nesse caso a expressão é modificada de acordo com a variável substituída.

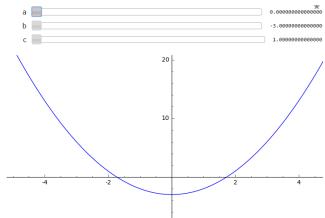
```
sage: f=(x + 2 == 0); f.subs(x=-2)
0 == 0
var("x,y")
f=(x + 2 == y); f.subs(x=0, y=3)
3==3
```



Verifique sem desenvolver o gráfico, os pontos de interceptação das retas das equações 2x - 2y = -4 e 3x + y = -5 nos eixos cartesianos, descreva os comandos usados e quais os pontos encontrados.

5ª - Expresse graficamente uma nova equação S, variando os coeficientes a, b e c da equação anterior utilizando o comando "@interact" conforme exemplificado abaixo. Escolha intervalo entre -5 e 5 para cada parâmetro a, b ou c, onde a parte antecedido por ponto (.1) no comando, representa o incremento do intervalo.

```
sage:
@interact
def interactive_function(a = slider(0,
10, .1, default=4),
b = (-3, 3, .1), c=(1,2,.1)):
    f(x) = c * x^2 + a * x + b
    plot(f, (x, -5, 5)).show(xmin=-5,
xmax=5, ymin=-20, ymax=20)
```



Escolha os mesmos coeficientes a e b de uma

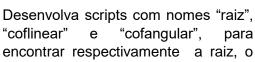
das equações já desenhadas, diferenciando o coeficiente c, expresse graficamente esse resultado como sendo a reta q.

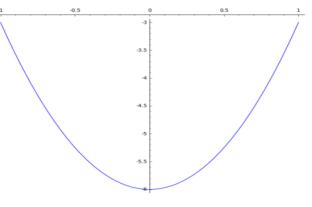
Descreva o que acontece. Podemos concluir alguma coisa?

Agora diferencie todos os coeficientes de forma interativa e expresse uma reta w. Descreva o que acontece.

 $6^{\underline{a}}$ - Através do comando "def" é possível definir um script que pode ser chamando posteriormente dentro da interface do programa, no exemplo abaixo se definiu o comando f ().

```
sage: def f(a, b):
    return plot(a*x^2 - b)
# Solicitando o script criado
anteriormente, resulta no
gráfico ao lado
f(3,6)
```





coeficiente linear e angular das equações 2x - 2y + 4 = 0 e 3x + y + 5 = 0, com base na equação geral ax+by+c=0.



APÊNDICE G — QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DE PRÁTICA PEDAGÓGICA

Objetivo: Avaliar a prática de Intervenção desenvolvida.

Quando você já estiver atuando como professor de matemática você pretende utiliza Softwares livre de matemática em sua prática profissional? () sim () não Justifique:
2. A forma como as atividades foram desenvolvidas lhe motivou a refletir e a busca aprender sobre os conteúdos matemáticos e a própria tecnologia usada? Justifique:
3. Como você avalia a contribuição do software livre SageMath em sua aprendizagem?