

O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO DO 2º GRAU: O CASO DA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO DE UMA ESCOLA FEDERAL

THE USE OF GEOGEBRA SOFTWARE FOR HIGH SCHOOL FUNCTION EDUCATION: THE CASE OF THE 1ST SERIES OF MIDDLE SCHOOL OF A FEDERAL SCHOOL

Danilo do Nascimento de Jesus¹, Maria Madalena Dullius²

¹Mestre em Ensino de Ciências Exatas – IFBA – danilo.matematica21@gmail.com

²Doutora em Ensino de Ciências e Matemática – Univates – madalena@univates.br

Finalidade: Este trabalho é produto de uma intervenção pedagógica que tinha como objetivo investigar como a utilização do *software* GeoGebra pode potencializar a exploração da função do 2º grau.

Contextualização

Este produto educacional surgiu de uma prática pedagógica de investigação em uma turma da primeira série do Instituto Federal da Bahia Campus Eunápolis, que utilizou o software de construção de gráficos GeoGebra para estudar a função quadrática. A prática pedagógica foi realizada em cinco encontros de 100 minutos cada e contou com a participação de 36 alunos. A motivação desta prática foi verificar como o ensino da função quadrática aliada a um *software* de construção de gráficos pode potencializar o aprendizado desta função, visto que os alunos participantes da pesquisa tinham dificuldades com os pré-requisitos necessários para o estudo da função, e como a metodologia proposta pode atenuar este problema.



As tecnologias para ensinar Matemática estão cada vez mais na pauta de pesquisadores nas universidades e também nas salas de aula como ferramenta de ensino. Em particular no ensino de Matemática, as Tecnologias da informação e comunicação (TIC) têm desempenhado papel importante tanto nas pesquisas, como no ensino.

Santana (2006) assevera que,

Os recursos computacionais representam novas perspectivas e problemas na área educacional com respeito ao ensino de matemática. Um dos questionamentos presentes consiste em compreender como ferramentas computacionais podem favorecer o trabalho docente e a aprendizagem discente. (p. 6)

Santana defende que os recursos computacionais proporcionam novas realidades e trazem novos problemas para a área educacional, especificamente para o ensino de Matemática. No que se refere a aprendizagem discente, Amado e Carreira (2015) afirmam que,

(...) Os recursos tecnológicos tem um papel importante durante a aula, quando os alunos são incentivados a trabalhar autonomamente, procurando resolver problemas e questões que lhe são propostos, lidando com ideias e relações matemáticas, pensando, raciocinando, aplicando e desenvolvendo conceitos. O sucesso da aprendizagem dos alunos, nesse tipo de aula, depende da concretização de uma estratégia de ensino que pressupõe diversos momentos, mas em que o trabalho dos alunos com tarefas matemáticas, apoiado por recursos didáticos, ocupa uma posição central. Isso diverge claramente de outra perspectiva em que o professor expõe o conteúdo ao aluno, seguidamente exercita sobre questões estruturadas e dirigidas à assimilação de regras, procedimentos ou fatos. (p. 14)

As autoras destacam o papel relevante que as tecnologias têm durante uma aula, sobretudo por que permitem que os alunos sejam levados a trabalhar com autonomia, resolvendo problemas e estabelecendo relações matemáticas, o que permite o desenvolvimento de conceitos. Mas as autoras fazem uma ressalva importante: a concretização da aprendizagem dos estudantes nesse modelo de aula vai depender necessariamente de um plano de ensino que contemple momentos diversos, no entanto, o trabalho dos alunos com a Matemática apoiado nas tecnologias deve ocupar um papel central.



Um dos principais pontos deste tipo de aula é permitir a participação ativa dos estudantes, diferentemente do que ocorre em uma aula tradicional. Nesse caso, o interesse maior do professor é analisar o desenvolvimento da prática pedagógica e não o seu resultado. A esse respeito Borba e Penteado (2007) afirmam que,

Dessa forma, busca-se superar práticas antigas com este novo ator informático. Tal prática está também em harmonia com uma visão de construção do conhecimento que privilegia o processo e não o produto-resultado em sala de aula, e com uma proposta epistemológica que entende o conhecimento como tendo sempre um componente que depende do sujeito. (p.46).

Resumidamente, Borba e Penteado afirmam que a partir da inserção dos recursos computacionais, é permitida aos sujeitos a construção do seu próprio saber, e que o processo é mais importante, pois permite ao aluno ter esta participação efetiva.

Considerando a importância da utilização das tecnologias no ensino, é preciso salientar a dificuldade que os docentes apresentam para utilizar as tecnologias nas aulas de matemática. Apesar de todo o avanço da tecnologia, e concomitantemente, as pesquisas sobre a utilização delas no ensino, há pouca utilização das tecnologias para ensinar. É o que afirmam Borba e Lacerda (2015),

No entanto, não é essa a realidade, pois apesar de diversas pesquisas na área de Educação Matemática mostrarem as potencialidades da utilização das tecnologias no desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos, como as pesquisas realizadas pelo GPIMEM (BORBA; CHIARI, 2013) a prática de uso contínuo das TD nas aulas de Matemática não ocorre com frequência, e nem formação inicial e continuada é desenvolvida com uso intenso de TD. (p.498)

Ou seja, apesar de todo o material produzido sobre o tema, e das experiências exitosas com o uso de tecnologia para ensinar matemática, as tecnologias não estão sendo utilizadas constantemente por professores em suas aulas, e tampouco isso é trabalhado intensamente em cursos de formação de professores. Sem a utilização constante desta ferramenta, não será possível inseri-la no contexto de sala de aula com os alunos.



Portanto, este produto se dispõe a sanar esta dificuldade de aplicação das pesquisas em sala de aula, propondo aos professores de Matemática uma sequência de atividades aliada ao um software de construção de gráficos para construção dos conceitos da função do 2º grau.

Objetivos

Investigar como a utilização do *software* GeoGebra pode potencializar a exploração da função do 2º grau.

Detalhamento

Serão detalhadas aqui as cinco atividades desenvolvidas na intervenção pedagógica, realizada em uma turma da primeira série do ensino médio do Instituto Federal da Bahia Campus Eunápolis, que ocorreu entre os meses de Fevereiro e Março de 2018, e buscou explorar a função do 2º grau com o auxílio de GeoGebra.

Atividade 1 – Comportamento da parábola a partir da variação dos coeficientes a e c da função do 2° grau.

O objetivo desta atividade é ajudar os alunos, através da observação e manipulação no GeoGebra, a compreenderem o comportamento do gráfico da função do 2° grau a partir da variação dos coeficientes a e c. Portanto, o detalhamento desta atividade será feito em duas parte, a análise a partir do coeficiente a, e em seguida o coeficiente c.

- Construa os gráficos das funções do 2º grau abaixo em um mesmo plano no GeoGebra.
 - a) $f(x) = x^2 3x + 5$
 - b) $f(x) = -x^2 + 2x + 8$
 - c) $f(x) = x^2 8x + 16$
 - d) $f(x) = -2x^2 + 3x$

e)
$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$$



- Identifique, em cada caso, se o valor de *a* é positivo ou negativo
- Como é a concavidade do gráfico nas funções que possuem o valor de *a* positivo? E *a* negativo?
- O que podemos concluir em relação ao sinal do valor de *a* e a concavidade do gráfico?
 É importante lembrar que a função do segundo grau é dada por f(x) = ax² + bx + c,

em que $a \neq 0$. Logo, *a* é o coeficiente que multiplica a variável x^2 , *b* o coeficiente que multiplica o *x*, e *c* a constante.

O primeiro passo é construir as funções no *software* GeoGebra como mostra a Figura 1 abaixo.



Figura 1 – Análise do gráfico a partir do coeficiente a

Fonte: Os autores



A partir da observação dos gráficos representados no GeoGebra, os alunos devem relacionar o coeficiente *a* de cada função a concavidade do gráfico, ou seja, eles devem concluir que nas funções que o *a* é positivo a concavidade está voltada para cima e quando o valor de *a* é negativo a concavidade da parábola está para baixo.

Na segunda parte, buscou-se analisar o comportamento do gráfico em relação ao coeficiente *c*, de acordo com o enunciado abaixo. O objetivo é relacionar o intercepto do eixo y com coeficiente c a partir da observação dos gráficos.

- Construa os gráficos de
 - a) $f(x) = x^2 + 2x 2$
 - b) $f(x) = x^2 + 2x 1$
 - c) $f(x) = x^2 + 2x$
 - d) $f(x) = x^2 + 2x + 1$
 - e) $f(x) = x^2 + 2x + 2$
- Escreva o par ordenado onde cada gráfico intersecta o eixo y.
- Qual a relação entre o coeficiente "c" e o gráfico da função?

Da mesma forma que foi feita para a atividade anterior, o alunos teriam que representar os gráficos no GeoGebra, como mostra a Figura 2 abaixo.





Figura 2 - Intercepto do gráfico em relação ao eixo y



A partir da observação do gráfico, os estudantes devem relacionar os pontos de interseção dos gráficos com o eixo y com o coeficiente c da função quadrática. Isso é possível pois o GeoGebra marca na parte algébrica os pontos de intercepto, e a ordenada deste ponto corresponde ao coeficiente c nas leis de formação.

Atividade 2 – Zeros da função do 2º grau

O objetivo desta atividade é permitir que os estudantes encontrem os zeros da função a partir da observação dos gráficos no GeoGebra e compreenda o seu significado e perceber que a relação existente é que o gráfico da função intercepta o eixo x nas raízes da função.

- No campo de entrada do GeoGebra, construa os gráficos das funções abaixo em uma mesma janela.
 - a) $f(x) = x^2 2x 8$



- b) $f(x) = -4x^2 + 1$
- c) $f(x) = x^2 + 4x + 3$
- d) $f(x) = x^2 2x + 1$
- e) $f(x) = -x^2$
- Ative a ferramenta o GeoGebra e marque com um ponto os valores de x que são intersectados pelo gráfico nas cinco funções. Registre abaixo os pontos e suas coordenadas para suas respectivas funções.
- O que acontece com o valor de f(x) nos pontos que o gráfico intersecta o eixo x?
- Substitua o valor de f(x) = 0 correspondente a cada função para determinar as equações. Na sequência, calcule os valores de x e registre aqui.
 - a) ______ b) _____
 - c) _____
 - d) _____
 - e) _____
- O que você observa em relação aos valores de "x" determinados na questão 4) e o que foi registrado na questão 2)?
- Qual a relação do gráfico com os zeros da função do 2º grau no eixo x?



Os alunos devem fazer a representação gráfica das funções como mostra a Figura 3 abaixo.



Figura 3 – Intercepto do gráfico com o eixo x

Fonte : Os autores

Após a representação das funções no GeoGebra, os alunos devem calcular os zeros da função algebricamente, substituindo o 0 no lugar de f(x). Após registrar as raízes calculadas algebricamente, os estudantes podem comparar o valor das raízes marcadas no GeoGebra com as realizadas de forma algébrica. Como as raízes são iguais, será possível concluir que o gráfico da função do 2º grau intercepta o eixo x nos zeros.



Atividade 3 - Coordenadas do vértice da parábola e máximos e mínimos.

Esta atividade vai permitir que o professor desenvolva com seus alunos as relações dos coeficientes da função quadrática, o vértice, crescimento e crescimento e os pontos de máximo e mínimo. O objetivo principal aqui é permitir que os alunos possam identificar o vértice das funções bem como o relacionar este ponto com o ponto máximo e mínimo das funções do 2º grau.

A atividade pode ser desenvolvida em duas etapas, sendo:

1 ª etapa: Crescimento e decrescimento da função;

2ª etapa: Pontos de máximo e mínimo.

Nesta primeira parte, o aluno deve escrever os intervalos de crescimento e decrescimento da função observando o comportamento do gráfico *no software* de acordo com o enunciado abaixo.

- No campo de entrada do GeoGebra, insira as funções abaixo em um mesmo plano cartesiano.
 - a) $f(x) = x^2 + 4x$
 - b) $f(x) = x^2 2x + 3$
 - c) $f(x) = -x^2 + 3x 5$
 - d) $f(x) = x^2 4x + 3$
 - e) $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$
- Utilizando a ferramenta **L**, insira um ponto onde é possível dividir parábola ao meio e preencha a tabela escrevendo o intervalo para dizer onde a função é crescente e decrescente.



$a) f(x) = x^2 + 4x$	Crescente	Decrescente
	Intervalo:	Intervalo:
b) $f(x) = x^2 - 2x + 3$	Crescente	Decrescente
	Intervalo:	Intervalo:
c) $f(x) = -x^2 + 3x - 5$	Crescente	Decrescente
	Intervalo:	Intervalo:
d) $f(x) = x^2 - 4x + 3$	Crescente	Decrescente
	Intervalo:	Intervalo:
	~	
$e) f(x) = -2x^2 + 4x + 1$	Crescente	Decrescente
	Intervalo:	Intervalo:

Quadro 1 – Intervalos da função do 2º grau





Figura 4 - Crescimento de decrescimento da função quadrática



Nas funções com o coeficiente *a* maior que zero, ou seja, com a concavidade para cima, a função quadrática será decrescente no intervalo $(-\infty, x_V]$ e é crescente no intervalo $(x_V, +\infty)$. Já as funções que o coeficiente *a* é menor que zero, ou seja, com a concavidade voltada para baixo, a função quadrática é crescente no intervalo $(-\infty, x_V]$ e é decrescente no intervalo $(x_V, +\infty)$. Os alunos, a partir da representação das funções e observação dos mesmos, devem escrever os intervalos solicitados preenchendo o quadro acima.

Na segunda parte da atividade, foi desenvolvido o conceito de máximo e mínimo atrelado ao vértice e a relação existente deste conceito com o coeficiente *a* da função.

- Escreva abaixo os pontos marcados com a ferramenta **1** da atividade anterior.
 - a) Quais os vértices das funções que tem concavidade voltada para cima, ou seja, quando o *a* é positivo?



- Quais os vértices das funções que têm a concavidade voltada para baixo, ou seja, quando o *a* é negativo?
- Nas funções que o *a* é positivo, o vértice da função é:
 - () O ponto máximo do gráfico em relação a f(x).
 - () O ponto mínimo do gráfico em relação a f(x).
- E nas funções que o *a* é negativo, qual o comportamento do vértice?
 - () O ponto máximo do gráfico em relação a f(x).
 - () O ponto mínimo do gráfico em relação a f(x).
- De acordo com as respostas da questão 6) e 7), qual a relação do coeficiente *a* com o vértice das funções?

As funções utilizadas aqui são as mesmas que foram utilizadas para trabalhar o crescimento e decrescimento na parte anterior. Portanto, a representação gráfica é a mesma que aparece na Figura 4.

Os alunos devem relacionar o vértice da função com o ponto de máximo e mínimo em relação ao eixo das ordenadas. Quando o coeficiente *a* for maior que zero, a concavidade da parábola vai estar voltada para cima e a função apresenta um ponto mínimo no vértice. Por outro lado, se o coeficiente *a* for menor que zero, a concavidade vai estar voltada para baixo e a função apresenta um ponto de máximo no vértice.

Atividade 4 – Estudo do sinal da função do 2º grau.

Nesta atividade, o objetivo é propor o estudo do sinal da função do 2º grau utilizando a visualização dos gráficos no GeoGebra, considerando os discriminante da função e o coeficiente a. Esta atividade será detalhada em duas partes, considerando que no estudo do sinal da função quadrática é feito com a > 0 e a < 0, e em cada caso, subdividindo-se em três casos relacionados ao discriminante da função (Δ).

• Represente as funções abaixo em planos cartesianos diferentes no GeoGebra.



- a) $f(x) = x^2 + 2x$
- b) $f(x) = x^2 2x + 1$
- c) $f(x) = x^2 + 3x + 3$
- d) $f(x) = -x^2 + 4x$
- e) $f(x) = -2x^2$
- f) $f(x) = -3x^2 + 4x 5$
- Calcule o valor do discriminante da função ($\Delta Delta$) no geogebra e em seguida identifique o valor de *a*. Para calcular o discriminante da função no geogebra, insira os valores de a, b e c no campo de entrada. Em seguida digite a fórmula: $\Delta = b^2 4ac$
- Observe o gráfico das funções que o valor de *a* é positivo e responda:
 - a) Qual a função tem $\Delta > 0$? Escreva quais valores de x tornam essa função positiva, negativa e onde ela se anula.
 - b) Qual função tem $\Delta = 0$? Escreva quais valores de x tornam essa função positiva, negativa e onde ela se anula.
 - c) Qual função tem $\Delta < 0$? Escreva quais valores de x tornam essa função positiva, negativa e onde ela se anula.

Nesta atividade, o estudante deve fazer a representação dos gráficos separadamente no GeoGebra, permitindo que ele analise cada caso separadamente. Inicialmente foi analisado as funções que tem o coeficiente *a* maior que zero, e nesse caso o discriminante Δ maior, menor ou igual a zero, como mostra as Figuras 5, 6 e 7.





Figura 5 – Função letra a)

Fonte: Os autores





Fonte: Os autores





Figura 7 – Função letra c)

Fonte: Os autores

Na primeira função, $f(x) = x^2 + 2x$, o coeficiente *a* é positivo e o discriminante é maior que zero ($\Delta > 0$). Portanto, é possível observar que neste caso a função é positiva (f(x) > 0) no intervalo ($-\infty, -2$) e ($0, +\infty$), se anula(f(x) = 0) em x = -2 e x = 0 e é negativa(f(x) < 0) no intervalo (-2, 0).

Na segunda função, $f(x) = x^2 - 2x + 1$, o coeficiente *a* é positivo e o discriminante é igual a zero ($\Delta = 0$). Nesta situação, a função é positiva (f(x) > 0) para $x \neq 1$ e se anula (f(x) = 0) para x = 1. Já na terceira função, $f(x) = x^2 + 3x + 3$, o coeficiente *a* é positivo e o discriminante é menor que zero ($\Delta < 0$). Aqui a função é positiva para todo $x \in R$.



Foi proposto que os estudantes, com base nas observações feitas nas funções com o coeficiente *a* positivo, sistematizasse em linguagem matemática o que foi observado nesse caso, como mostra o Quadro 2 abaixo.

Para funções com a > 0	Positiva ($f(x) > 0$)	Negativa $(f(x) < 0)$	Nula $(f(x) = 0)$
Δ> 0	$(-\infty, x'')$ ou $(x', +\infty)$	(<i>x</i> ", <i>x</i> ′)	x = x" ou $x = x'$
Δ< 0	x e R	-	-
$\Delta = 0$	$x \neq x' = x"$	-	x = x'' = x'

Quadro 2 – Estudo do sinal da função quadrática com a > 0

Fonte: Os autores

Na segunda parte da atividade, buscou-se estudar o sinal das funções quadráticas em que o coeficiente *a* é negativo e a análise do comportamento da função de acordo com o discriminante (Δ) a partir das Figuras 8, 9 e 10.





Figura 8 – Função letra d)

Fonte: Os autores



Figura 9 – Função letra e)

Fonte: Os autores





Figura 10 – Gráfico da letra e)



Na função $f(x) = -x^2 + 4x$, com o coeficiente *a* negativo e o discriminante (Δ) da função é maior que zero. Neste caso, a função é positiva (f(x) > 0) no intervalo ($-\infty, 0$) ou ($4, +\infty$), negativa (f(x) < 0) no intervalo (0,4) e se anula (f(x) = 0) para x = 0 ou x = 4.

Já a função $f(x) = -2x^2$, com o coeficiente *a* negativo, o discriminante (Δ) da função é igual a zero. Nesta situação, a função é negativa (f(x) < 0) para $x \neq 0$, e se anula (f(x) = 0) para x = 0. Por fim, a função $f(x) = -3x^2 + 4x - 5$ tem coeficiente a negativo e o discriminante (Δ)da função é menor que zero. Neste caso, a função é negativa para todo $x \in R$.

Da mesma forma que foi feito na primeira parte da atividade, os alunos preencheram um quadro em linguagem matemática representado os casos de estudo de sinal em que o coeficiente a é negativo, como é possível observar no Quadro 3.



Para funções com	Positiva ($f(x) > 0$)	Negativa $(f(x) <$	Nula ($f(x) = 0$)
a < 0		0)	
Δ> 0			
	$(x'', -\infty)$ ou $(+\infty, x')$	(x",x')	x = x' ou x = x'
Δ< 0			
	-	xe R	-
$\Delta = 0$	_	$x \neq x'$	x = x'' = x'
		,	

Quadro 3 – Estudo do sinal da função quadrática com a < 0

Fonte: Os autores

Atividade 5 – Construção de gráficos da função do 2º grau

Esta última atividade tinha/tem como propósito construir o gráfico da função do 2° grau a partir dos coeficientes *a* e *c*, zeros da função, crescimento e decrescimento e o vértice. Ou seja, utilizar os conceitos construídos em atividades anteriores para construir o gráfico das funções a partir desses elementos.

- Escreva as funções abaixo e em seguida construa o gráfico desta função no GeoGebra em um único plano cartesiano.
 - uma função do 2º grau que tenha: Concavidade voltada para cima, que intercepte o eixo y em 3;
 - b. Uma função do 2º grau que tenha concavidade voltada para baixo, com vértice no ponto (1, 2) e que intercepte o eixo y em 1;



- c. Uma função do 2º grau com a > 0, que intercepte o eixo y na parte negativa e que tenha vértice no ponto (-1, -2);
- d. Uma função do 2º grau que tenha como zeros 1 e 3, e tenha a < 0;
- e. Uma função do 2º grau que seja crescente no intervalo (-∞, -1] tenha vértice no ponto (-1, -2) e intercepte o eixo f(x) em -3;
- f. Uma função do 2º grau que seja decrescente no intervalo (-∞, 2), crescente no intervalo [2, +∞) e intercepte o eixo f(x) em 4.

Os alunos devem ter liberdade para escrever as funções de acordo com os conceitos apresentados em cada questão, interagindo com o *software* e experimentando, para no fim escrever as funções como mostra a figura 11 abaixo.





Fonte: Os autores



Resultados obtidos

A função do 2° grau, em uma abordagem tradicional, é trabalhada em sala de aula a partir de sua definição, dando ênfase mais aos aspectos algébricos da função como os zeros, o cálculo dos valores de máximo e mínimo, o estudo do sinal e as inequações. Nesta pesquisa, a ênfase do estudo da função quadrática se deu na parte gráfica e no comportamento desta, para a partir daí escrever as propriedades e cálculos que fossem necessários. Isso se justificou à medida que os alunos participantes tinham dificuldades com os pré-requisitos para o estudo da função quadrática e queríamos saber se o trabalho com o *software* que permitisse exploração da parte gráfica aliado às atividades que permitiram que os alunos tivessem autonomia na exploração da função, colaborasse para compreensão da função do 2° grau.

Os resultados mostraram que a utilização do *software* GeoGebra aliado às atividades contribui para a aprendizagem dos estudantes, amenizando a falta de pré-requisitos necessários para o estudo da função quadrática. Além disso, esta metodologia possibilitou que os estudantes tivessem uma postura ativa no processo de ensino e de aprendizagem, pois ao responder diretamente as questões, com o auxílio do *software*, o professor fazia apenas o papel de mediador.

Além disso, podemos destacar os seguintes pontos observados durante a pesquisa:

a) A utilização do *software* permite maior manipulação e observação do objeto matemático (função do 2º grau) por parte dos alunos;

b) A precisão dos gráficos e a rapidez na sua construção otimiza o tempo de aula permitindo tempo maior para discussões entre alunos e entre alunos e professor;

c) A partir das condições dadas no item b), foi possível analisar o comportamento da função em seus aspectos gráficos, permitindo assim a exploração de conceitos desta função.



Portanto, os resultados observados nos permitem concluir que a utilização do *software* GeoGebra potencializou a exploração da função do 2º grau, visto que houve aprendizado, como foi possível observar a partir das construções dos mapas conceituais. Isso não ocorreria ou ocorreria muito pouco em uma aula expositiva, que o aluno é apenas um receptor e muitas vezes é "obrigado" a decorar resultados prontos.

Referências

AMADO, Nélia Maria P; CARREIRA, Susana Paula G. In: DULLIUS, Maria M; QUARTIERI, Marli T. (Orgs). **Explorando a Matemática Com Aplicativos Computacionais.** 1. Ed. Lajeado: Editora Univates, 2015. p. 10-18.

BORBA, Marcelo C.; PENTEADO, Mírian, G. **Informática e Educação Matemática.** São Paulo: Autêntica, 2007. v.3. 5^a ed.

BORBA, Marcelo C; LACERDA, Hannah, D, G. Políticas públicas e tecnologias digitais: Um celular por aluno. In: Educação Matemática e Pesquisa, III fórum de discussão: parâmetros balizadores da pesquisa em educação matemática no Brasil. São Paulo, v17, n.3, p. 490 – 507, 2015.

SANTANA, José R. Educação Matemática: favorecendo investigações matemáticas através do computador. 2006. 430 f. Tese (Programa de Pós Graduação em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.