



Anais da



22ª Olimpíada
Matemática
Univates



EDITORA
UNIVATES



Adriana Magedanz
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
Maria Madalena Dullius
Marli Teresinha Quarteri
Eduarda Mocellin Laude
(Orgs.)

Anais da 22ª Olimpíada Matemática da Univates

1ª edição



EDITORA
UNIVATES

Lajeado, 2020



Universidade do Vale do Taquari - Univates

Reitor: Prof. Me. Ney José Lazzari

Vice-Reitor e Presidente da Fuvates: Prof. Dr. Carlos Cândido da Silva Cyrne

Pró-Reitora de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação: Profa. Dra. Maria Madalena Dullius

Pró-Reitora de Ensino: Profa. Dra. Fernanda Storck Pinheiro

Pró-Reitora de Desenvolvimento Institucional: Profa. Dra. Júlia Elisabete Barden

Pró-Reitor Administrativo: Prof. Me. Oto Roberto Moerschbaecher



EDITORA
UNIVATES

Editora Univates

Coordenação: Ana Paula Lisboa Monteiro

Editoração: Glauber Röhrig e Marlon Alceu Cristófoli

Capa: Fundo criado por Freepik - br.freepik.com

Conselho Editorial da Editora Univates

Titulares

Alexandre André Feil

André Anjos da Silva

Fernanda Rocha da Trindade

João Miguel Back

Sônia Elisa Marchi Gonzatti

Suplentes

Fernanda Cristina Wiebusch Sindelar

Claudete Rempel

Adriane Pozzobon

Rogério José Schuck

Evandro Franzen

Avelino Tallini, 171 – Bairro Universitário – Lajeado – RS, Brasil

Fone: (51) 3714-7024 / Fone: (51) 3714-7000, R.: 5984

editora@univates.br / <http://www.univates.br/editora>

O46 Olimpíada Matemática da Univates (22.: 2019 : Lajeado, RS)

Anais da 22ª Olimpíada Matemática da Univates, 27 de setembro de 2019, Lajeado, RS / Adriana Magedanz et al. (Orgs.) - Lajeado : Editora da Univates, 2020.

75 p.

ISBN 978-65-86648-13-3

1. Matemática 2. Olimpíada 3. Anais I. Título.

CDU: 51(076.3)

Catálogo na publicação (CIP) – Biblioteca da Univates
Bibliotecária Andrieli Mara Lanferdini – CRB 10/2279



As opiniões e os conceitos emitidos, bem como a exatidão, adequação e procedência das citações e referências, são de exclusiva responsabilidade dos autores.



ANAIS DA 22ª OLIMPÍADA MATEMÁTICA DA UNIVATES

Realização

Universidade do Vale do Taquari – Univates

PROPEX – Pró-Reitoria de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação da Universidade do Vale do Taquari

Projeto de Extensão Olimpíada Matemática da Univates: fomentando o raciocínio lógico

Coordenação do Projeto de Extensão Olimpíada Matemática da Univates: fomentando o raciocínio lógico

Prof^a. M^a. Adriana Magedanz – magedanza@univates.br

Coordenação da 22ª OMU

Prof^a. M^a. Adriana Magedanz – magedanza@univates.br

Comissão Organizadora

Prof^a. M^a. Adriana Magedanz – magedanza@univates.br

Prof^a. Dr^a. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt – mreinfeld@univates.br

Prof^a. Dr^a. Maria Madalena Dullius – madalena@univates.br

Prof^a. Dr^a. Marli Teresinha Quartieri – mtquartieri@univates.br

Prof^a. Dr^a. Sônia Elisa Marchi Gonzatti – soniag@univates.br

Bolsista Eduarda Mocellin Laude – eduarda.laude@univates.br

Apoio

Universidade do Vale do Taquari – Univates

Agradecimentos

Voluntários que atuaram como fiscais da prova

APRESENTAÇÃO

Vários estudos têm demonstrado que alunos da Escola Básica têm dificuldades na resolução de problemas matemáticos. Como consequência disso, observa-se certo desinteresse pela Matemática, o que acarreta a busca, na vida profissional, por áreas de conhecimento distintas das Ciências Exatas. Para tentar minimizar esta situação, são discutidas algumas alternativas que podem motivar os alunos para que estes se sintam estimulados e desafiados. Neste sentido, uma das ações que tem demonstrado eficácia e que é mundialmente conhecida são as chamadas Olimpíadas de Matemática.

À luz dos aspectos pontuados anteriormente, um grupo de professores desenvolve, desde 1997, por meio da OMU (Olimpíada Matemática da Univates), provas objetivando melhorar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Especificamente, a OMU prima pela busca de jovens talentos e oportuniza aos alunos a possibilidade de aplicar os conhecimentos matemáticos que já possuem, despertando o gosto pela Matemática. Por meio de atividades como as propostas na OMU, é possível desenvolver o espírito crítico e criativo dos alunos, bem como raciocínio lógico para solucionar problemas propostos. Por meio da Olimpíada Matemática também é possível estimular professores a buscarem recursos e atividades diferenciadas para enriquecer as aulas e, assim, descobrir jovens talentos.

Assim, o propósito deste e-book é ilustrar as questões que integraram a 22ª OMU, bem como as respostas que foram consideradas mais criativas, desenvolvidas pelos próprios alunos. Espera-se que todos os leitores usufruam deste material e que o divulguem entre seus pares.

Profª. Drª. Marli Teresinha Quartieri

Profª. Drª. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt

(Texto atualizado – Anais da 21ª OMU)

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	5
OLIMPÍADA MATEMÁTICA E SUA INSERÇÃO NA UNIVATES	7
ORIENTAÇÕES GERAIS	8
22 ^a OMU EM NÚMEROS	12
CLASSIFICAÇÃO FINAL	13
PROVAS E GABARITO	20
Ensino Fundamental – 5º ano	21
Ensino Fundamental – 6º ano	31
Ensino Fundamental – 7º ano	40
Ensino Fundamental – 8º ano	48
Ensino Fundamental – 9º ano	58
Ensino Médio	66

OLIMPÍADA MATEMÁTICA E SUA INSERÇÃO NA UNIVATES

A Olimpíada Matemática da Univates (OMU) está em sua 22ª edição e, atualmente, integra o projeto de extensão intitulado “Olimpíada Matemática da Univates: fomentando o raciocínio lógico”. O objetivo geral deste projeto é propor ações que possibilitam explorar o raciocínio lógico e a criatividade, essenciais no processo de resolução de problemas de qualquer área do conhecimento, despertando nos envolvidos, estudantes do Vale do Taquari/RS e arredores, o gosto pelo conhecimento científico e contribuindo para um aprendizado menos burocrático e mecânico. No que tange aos objetivos específicos, em relação à OMU, podemos mencionar os seguintes: a) despertar o gosto pela Matemática; b) desenvolver o raciocínio lógico-matemático e a criatividade, por meio da resolução de problemas e de desafios; c) estimular os professores a levarem perguntas desafiantes para a sala de aula.

Os alunos que participam anualmente da OMU estão matriculados em turmas do 5º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio e estudam em escolas públicas ou privadas de diversas regiões do Rio Grande do Sul. No que tange às provas, elas podem ser realizadas em duplas, sendo permitido o uso de recursos tecnológicos como as calculadoras.

As questões que integram a prova são oriundas de outras avaliações, de nível nacional, adaptadas ou elaboradas pelos próprios integrantes da equipe organizadora da OMU, observado o nível de dificuldade adequado para cada ano. Do 5º ano do Ensino Fundamental ao 1º do Ensino Médio, os alunos podem escolher 8 entre 10 questões. No 2º ano do Ensino Médio, os alunos escolhem 9 em 10 e, finalmente, no 3º ano, eles devem responder a todas as questões propostas. Cabe ressaltar que para o Ensino Médio é planejada uma única prova. Entendemos que a escolha de questões por parte dos alunos favorece e incentiva estes, desde cedo, a tomarem decisões. A natureza das questões é de, aproximadamente, 30% objetivas e 70% subjetivas. No entanto, em todas são exigidos os desenvolvimentos, o que permite à equipe observar qual estratégia foi usada na resolução do problema.

Em 22 anos de edição da OMU aprendemos muito, o que nos fortalece para continuar a caminhada nesta direção. Agradecemos a todos que nos acompanharam no decorrer deste tempo, em especial aos alunos, professores, órgãos de fomento e à Univates pelo apoio.

Profª. Drª. Marli Teresinha Quartieri

Profª. Drª. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt

(Texto atualizado – Anais da 21ª OMU)

ORIENTAÇÕES GERAIS

22ª Olimpíada Matemática da Univates – 22ª OMU

1. Introdução

A “22ª Olimpíada Matemática da Univates” (22ª OMU), que integra o projeto de extensão “Olimpíada Matemática da Univates: fomentando o raciocínio lógico”, pretende dar continuidade ao trabalho desenvolvido nas vinte e uma edições anteriores e inovar as ações, com a oferta de oficinas que estimulem o raciocínio, a lógica e a criatividade na resolução de problemas matemáticos (item 6).

2. Objetivos

Estimular o raciocínio lógico, a criatividade e a utilização de estratégias matemáticas por meio de uma competição sadia, contribuindo para um aprendizado menos burocrático e mecânico. Procura incentivar os professores a levar, para a sala de aula, questões desafiadoras, que despertem nos estudantes o interesse em resolver problemas matemáticos utilizando estratégias diferenciadas, e não apenas a utilização de fórmulas.

3. Período, localização, público-alvo e custo

Será realizada no dia 27 de setembro de 2019, das 14h às 17h, nas dependências da Univates. A “22ª Olimpíada Matemática da Univates” (22ª OMU) terá um custo de R\$ 10,00 por inscrição e é direcionada para estudantes da Educação Básica, a partir do 5º ano (considerando Ensino Fundamental de 9 anos), de escolas públicas e privadas, desde que contemplem os pré-requisitos para participação (item 4).

4. Pré- requisitos para participação

- a) Ser estudante do 5º, 6º, 7º, 8º ou 9º ano do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio;
- b) Integrar escola que efetuou o preenchimento do manifesto de interesse para a participação na “22ª Olimpíada Matemática da Univates” (22ª OMU) e enviou o mesmo dentro do prazo previsto pela Comissão Organizadora: de 26 de junho à 12 de julho de 2019;
- c) Efetuar a inscrição, individual ou em dupla do mesmo ano ou série, no site indicado pela Comissão Organizadora e durante o período divulgado: de 16 à 30 de agosto de 2019.

IMPORTANTE! Site de inscrição da 22ª OMU: <<https://www.univates.br/sistemas/inscricoes/processo-3155>>.

5. Vagas disponíveis

- a) A Comissão Organizadora da “22ª OMU”, com base nos números do manifesto de interesse (item 4.b), por escola, estipula as vagas disponíveis por ano. Tal distribuição é efetuada considerando a capacidade física e operacional da UNIVATES e este número é divulgado às escolas;
- b) A divulgação da cota correspondente a cada escola fica sob responsabilidade da Comissão Organizadora da “22ª OMU”;
- c) O critério para preencher as vagas disponíveis a cada ano da escola na “22ª OMU” é definido pela escola participante;
- d) As escolas ficam responsáveis em selecionar e inscrever os alunos, de forma individual ou em duplas, para participação na “22ª OMU”, que ocorrerá nas dependências da UNIVATES (item 3).

6. Preparação para a competição

- a) A partir do interesse das escolas participantes da “22ª OMU”, e com agendamento prévio, será ofertada a oficina “Raciocínio Lógico”. O objetivo da atividade é incentivar os estudantes na resolução dos problemas por meio de diferentes estratégias e também difundir o estilo das questões presentes nas provas anteriores da OMU;
- b) A oficina “Raciocínio Lógico” é voltada para os três níveis de ensino: Nível 1 – 6º e 7º anos do ensino fundamental; Nível 2 – 8º e 9º anos do ensino fundamental; Nível 3 – Ensino Médio;
- c) De forma excepcional, e de acordo com a avaliação da Comissão Organizadora da “22ª OMU”, a oficina “Raciocínio Lógico” poderá ser desenvolvida com estudantes das séries iniciais;
- d) A oficina “Raciocínio Lógico” é ofertada nas dependências da Univates e, excepcionalmente, no próprio ambiente da escola interessada. Neste último caso, é preciso verificar junto a coordenação do projeto a viabilidade da ocorrência desta atividade em espaço fora da Instituição;
- e) Mais informações sobre a oficina de “Raciocínio Lógico” podem ser adquiridas pelos e-mails omu@univates.br ou exatas_extensao@univates.br.

7. Organização da prova

- a) A “22ª OMU” se constituirá de uma prova de 10 (dez) questões de natureza lógico-matemática, de acordo com o nível de escolaridade;
- b) Os participantes do 5º ano do Ensino Fundamental ao 1º ano do Ensino Médio deverão resolver somente 08 (oito) questões, das 10 (dez) contidas na prova, sendo que a escolha destas fica a critério de cada competidor;
- c) Os participantes do 2º ano do Ensino Médio deverão resolver 09 (nove) questões, das 10 (dez) contidas na prova, sendo que a escolha destas fica a critério de cada competidor;
- d) Os participantes do 3º ano do Ensino Médio deverão resolver todas as 10 (dez) questões propostas;

- e) A duração da prova será de 03 (três) horas improrrogáveis;
- f) As provas serão elaboradas, aplicadas e corrigidas pelos integrantes da Comissão Organizadora da “22ª OMU”. Na aplicação auxiliarão fiscais selecionados pela mesma equipe;
- g) Todos os alunos farão a prova no mesmo dia e horário, no campus da Univates, localizado em Lajeado/RS;
- h) Os estudantes participantes da “22ª OMU” deverão estar no local da prova, no mínimo, 15 (quinze) minutos antes do início desta e não será permitida a entrada de competidores atrasados sem a autorização da Comissão Organizadora;
- i) Para a realização da prova, cada estudante deverá dispor de lápis, borracha, caneta, régua, compasso, transferidor, tesoura e cola. Além desse material, será permitido o uso de calculadora, exceto a de aparelhos celulares;
- j) Não serão oferecidas fórmulas matemáticas nem explicações referentes a qualquer questão, fazendo a interpretação parte da prova;
- k) A resolução das questões deverá ser apresentada, preferencialmente, escrita a caneta;
- l) Os participantes que, de qualquer forma, se comunicarem com outros concorrentes, durante a realização da prova, serão desclassificados;
- m) Após o término da resolução das questões, os participantes deverão retirar-se do local da prova imediatamente.

8. Critérios de avaliação e divulgação dos resultados

- a) A divulgação dos resultados da “22ª OMU” ocorrerá até o dia 03/12/2019, através do site da Univates;
- b) Em caso de empate, serão considerados, além do resultado em cada questão da prova, o desenvolvimento no que diz respeito à clareza, logicidade e criatividade;
- c) Casos omissos relacionados à avaliação serão analisados individualmente pela Comissão Organizadora da “22ª OMU”.

9. Certificação e premiação

- a) Serão premiados os três primeiros lugares de cada série, tanto do Ensino Fundamental como do Ensino Médio;
- b) O melhor classificado de cada Escola participante, de forma individual ou em dupla, receberá uma menção honrosa;
- c) Todos competidores da “22ª OMU” receberão certificados de participação;
- d) A cerimônia de premiação será solene, em data e local a serem divulgados posteriormente pela Comissão Organizadora da “22ª OMU”.

10. Disposições gerais

- a) A “22ª OMU” é um concurso de cunho exclusivamente cultural, sem subordinação a qualquer modalidade de área, pagamento pelos concorrentes, nem vinculação destes ou dos seus vencedores à aquisição ou uso de qualquer bem, direito ou serviço;
- b) Ao inscrever-se para participar da “22ª OMU”, nos termos deste Regulamento, o concorrente está automaticamente autorizando, desde já e de pleno direito, de modo expresse e em caráter irrevogável e irretratável:
- o uso, gratuito e livre de qualquer ônus ou encargo, de seu nome, voz e imagem, em fotos, arquivos e/ou meios digitais ou não, digitalizadas ou não, bem como em cartazes, filmes e/ou *spots*, *jingles* e/ou vinhetas, em qualquer tipo de mídia e/ou peças promocionais, inclusive em televisão, rádio, jornal, cartazes, faixas, *outdoors*, mala-direta e na *internet*, para registro e/ou ampla divulgação do concurso, dos seus vencedores e dos respectivos trabalhos;
 - o uso, os direitos de expor, publicar, reproduzir, armazenar e/ou de qualquer outra forma de utilização dos trabalhos vencedores, em caráter gratuito e sem qualquer remuneração, ônus ou encargo, podendo os referidos direitos serem exercidos pelos meios citados no item anterior, para registro e/ou ampla divulgação deste concurso, dos seus vencedores e dos respectivos trabalhos e/ou de seu desenvolvimento posterior.
- c) As autorizações descritas acima são com exclusividade e não significam, implicam ou resultam em qualquer obrigação de divulgação nem de pagamento, ressarcimento ou indenização;
- d) A Comissão Organizadora do evento e a Univates não se responsabilizam por perda ou roubo de material e pertences pessoais ocorridos durante a “22ª Olimpíada Matemática da Univates”;
- e) Dúvidas devem ser encaminhadas, preferencialmente, pelos *e-mails*: omu@univates.br ou exatas_extensao@univates.br;
- f) Os casos omissos e as situações não previstas serão resolvidos pela Comissão Organizadora da “22ª Olimpíada Matemática da Univates”.

Lajeado, 16 de agosto de 2019.

22ª OMU EM NÚMEROS

Número de escolas participantes: 85

Número de municípios envolvidos: 26

Número de alunos participantes: 2.460

5º ano Ensino Fundamental: 436

6º ano Ensino Fundamental: 394

7º ano Ensino Fundamental: 366

8º ano Ensino Fundamental: 348

9º ano Ensino Fundamental: 310

1ª ano Ensino Médio: 278

2ª ano Ensino Médio: 198

3ª ano Ensino Médio: 130

CLASSIFICAÇÃO FINAL

A Universidade do Vale do Taquari divulgou nesta sexta-feira, 22, os resultados da 22ª Olimpíada Matemática da Univates (OMU), que reuniu aproximadamente 2.500 estudantes de ensinos fundamental e médio, oriundos de 85 escolas de 26 municípios do Vale do Taquari e arredores. A prova foi realizada no dia 27 de setembro de 2019. A premiação dos alunos será no dia 12 de dezembro, às 14h, no auditório do Prédio 7 da Univates.

De acordo com a coordenadora do projeto de extensão “Olimpíada Matemática da Univates: fomentando o raciocínio lógico” e responsável pela 22ª OMU, professora Adriana Magedanz, devido ao grande número de participantes e ao excelente desempenho de vários candidatos, a Comissão Organizadora da Olimpíada optou por selecionar até as 15 provas com resolução diferenciada em cada ano escolar. “Destas, as três melhores foram classificadas em primeiro, segundo e terceiro lugares e receberão medalhas. Em alguns anos escolares houve empate em todos os critérios de avaliação das provas, e nesses casos optou-se por premiar mais de uma dupla com medalha de ouro”, explica.

(FONTE: www.univates.br/noticia/26825)

Lista dos classificados por ano – Nome/Escola/Município

5º Ano do Ensino Fundamental:

1º LUGAR	Bernardo Samuel Gonçalves Muller e João Vitor da Cruz	Centro de Ensino Médio Pastor Dohms	Taquari
1º LUGAR	João Vitor Benini e Pedro Dullius Vissotto	Colégio Sinodal Gustavo Adolfo	Lajeado
1º LUGAR	Leonardo Marchi Gonzatti e Nicole Luisa Lermen dos Reis	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado

DEMAIS 12 CLASSIFICADOS, em ordem alfabética:

Bianca Candido Scheibel e Maria Clara Bagatini Diedrich	Colégio Martin Luther	Estrela
Eduarda Diehl e Camille Renata Telöken	EMEF Leo Joas	Estrela
Felipe Michelin e Rafael Tranquilo Busoli	EMEF Mundo Encantado	Encantado

Gustavo Bernardo Muller e Thomas Mathias Endler	EEEM Monte das Tabocas	Venâncio Aires
Henrique Reschke Moi e Lucas Di Domenico Becker	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Isadora Schwingel e Sofia Heinen Duarte	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
João Pedro Musskopf e Luciano Arnhold Kanarek	Colégio Martin Luther	Estrela
João Vitor Costa e Miguel Janke Silva da Rosa	EMEF Professor Teobaldo Closs	Teutônia
Leonardo Lucian Nardi e Maria Clara Dentee Wommer	Colégio Teutônia	Teutônia
Mateus Nichel Garcia e Lucas Signori	CNEC Mário Quintana	Encantado
Matheus Magui Leal e Pedro Henrique Sieben	EEEF Irmã Branca	Lajeado
Natália Müller e Rafaela Dummel	Colégio Teutônia	Teutônia

6º Ano do Ensino Fundamental:

1º LUGAR	Arthur Vogel Franck e João Henrique Lazzaron Wickert	Colégio Sinodal Gustavo Adolfo	Lajeado
1º LUGAR	Eduardo Bruneto Linemann e Vandrey Luís Cornelius	EMEF Carlos Gomes	Marques de Souza
1º LUGAR	Isabelli Ledur e Larissa Soares	Colégio Cenecista João Batista de Mello	Lajeado

DEMAIS 12 CLASSIFICADOS, em ordem alfabética:

Affonso Dall'oglio Ferrari e Arthur Mendel Rambo	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Álvaro Miguel Borges Machado e Augusto da Rocha	Colégio Martin Luther	Estrela
Augusto Sangalli e Luana Nascimento Pedretti	Colégio Scalabriniano São José	Roca Sales
Cauã Crippa Cardoso e Rafael Marchi Gonzatti	CNEC Mário Quintana	Encantado
Cauê Gessi de Oliveira e Felipe Schneider Delgado	Colégio Evangélico Panambi	Panambi
Gabriela Schmidt e Martina Borgoni	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
João Carlos da Silva Malvessi e Lorenzo Nunes Bunecker	Colégio Martin Luther	Estrela
Júlia Sabini Pott e Oliver Duppont	Colégio Teutônia	Teutônia
Luize Cucioli Brustolin e Valentina Bagatini Bazanella	Colégio Evangélico Alberto Torres – Região Alta	Roca Sales

Maria Eduarda Leidens Kunzler e Sofia Rodrigues da Silva	Colégio Bom Jesus São Miguel	Arroio do Meio
Natalia Lasch Brust e Natália Laís Rosso	Colégio Evangélico Panambi	Panambi
Nataly Marder da Silva e Fabiano Antunes	EMEF São Caetano	Arroio do Meio

7º Ano do Ensino Fundamental:

1º LUGAR	Fernanda Beatriz Storch e Amanda Herberts Sehnem	Instituto Sinodal Imigrante	Vera Cruz
2º LUGAR	Matheus Wallauer Van Ass e Nicolas Spada Maurer	Colégio Evangélico Panambi	Panambi
3º LUGAR	Eduardo Jaeger e Gabriel Armanini Metz	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado

DEMAIS 12 CLASSIFICADOS, em ordem alfabética:

Ana Laura Koefender Führ e Yasmin Dahmer Sanders	Colégio Teutônia	Teutônia
André Zen e Pedro Henrique Zanella	Colégio Santa Terezinha	Anta Gorda
Arthur Diehl da Rosa e Luíza Barth Schneider	Colégio Santo Antônio	Estrela
Emily Goldoni Gonzatti e Maria Eduarda Hollmann Fontana	CNEC Mário Quintana	Encantado
Gustavo Balestrin Froemming e Henrique Nícolas Kroth	Colégio Bom Jesus Nossa Senhora Aparecida	Venâncio Aires
Isabela Delavy Schneider e Débora Inês Deufel	Instituto Sinodal Imigrante	Vera Cruz
Laura Hanna Lohmann e Henrique Nunes Strehl	Colégio Martin Luther	Estrela
Laura Posselt Kretschmer e Kauana Camile Diemer	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Mariana Putzke e Eduarda Amanda Vieira	Instituto Sinodal Imigrante	Vera Cruz
Romeu Lagemann Heuert e João Vitor Scheeren	Colégio Martin Luther	Estrela
Tainá Luana Müller e Gabriel Henrique Graeff	EMEF Dom Pedro I	Teutônia
Tatiele Carminatti e Isadora Rabaioli	EMEF Santo Antônio	Imigrante

8º Ano do Ensino Fundamental:

1º LUGAR	Augusto Mueller Pilz e Laura dos Santos Mengue	Colégio Bom Jesus Nossa Senhora Aparecida	Venâncio Aires
1º LUGAR	Marcela Scheid Hoppe e Manuela Mendel Rambo	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
3º LUGAR	Theodoro Caumo Mello e Giovane Cardoso	Colégio Madre Bárbara	Lajeado

DEMAIS 12 CLASSIFICADOS, em ordem alfabética:

Arthur Brust Schwingel e Vitor Augusto Muniz dos Santos	Colégio Sinodal Gustavo Adolfo	Lajeado
Arthur Feldmann Kunrath e Augusto Rahmeier Adams	Colégio Evangélico Panambi	Panambi
Arthur Werner dos Santos e Gustavo Laureano dos Santos	Colégio Madre Bárbara	Lajeado
Eduardo André Gräf e Willian Henz	EMEF Princesa Isabel	Arroio do Meio
Eduardo Giacomolli e João Vitor Sandri Valer	CNEC Mário Quintana	Encantado
Eduardo Marques Bersch e Gabriele Luise Hinnig	Colégio Sinodal Gustavo Adolfo	Lajeado
Gabriela Sippel Prediger e Henrique Werner Balbinot	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Isadora Mendel e Iasmin Janaína Messer	Colégio Teutônia	Teutônia
Luis Fernando Palaoro Buttini e Milena Resch de Oliveira	Colégio Gaspar Silveira Martins	Venâncio Aires
Murilo Primaz Pereira e Felipe Diehl	Colégio Teutônia	Teutônia
Pedro Kapper e Luca Bohnenberger	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Raquel Ribeiro Narvaes e Helena Bellini Bohmer	Colégio Martin Luther	Estrela

9º Ano do Ensino Fundamental:

1º LUGAR	Tiago Steffler e Samuel Steffler	Colégio Cenecista João Batista de Mello	Lajeado
2º LUGAR	Manoela Lopes Guahyba e Nathália da Silva Salvador	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
3º LUGAR	Nathan Rambo Prediger e Rafaela Fiuza Cunha	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado

DEMAIS 12 CLASSIFICADOS, em ordem alfabética:

André Antônio Zamin e Bruno Zimmer Purper	Colégio Sinodal Gustavo Adolfo	Lajeado
Antonio Knudsen Basso e Karol Schafer Kotelinski	Colégio Gaspar Silveira Martins	Venâncio Aires
Diogo Bergesh Diedrich e Augusto Cezar H. Pereira Garcia	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Évelin Ehrenbrink e Nicolás Augusto Kussler	Instituto de Educação Cenecista General Canabarro	Teutônia
Karina Roth e Franciele Taís Willig	EMEF Carlos Gomes	Marques de Souza
Lucas Führ e Antônio Gabriel Fernandes Gugel	CNEC Mário Quintana	Encantado
Luis Henrique Steinhaus Sauthier e Tiago Castro Spiecker	EEEM Santa Clara	Santa Clara do Sul
Pedro Henrique Loeblein Schmitz e Gabriel Adams Arenhart	Colégio Cenecista João Batista de Mello	Lajeado
Thiago Noll da Fontoura e Luiz Ricardo Weizenmann de Costa	Colégio Madre Bárbara	Lajeado
Vanda Carolina Meyer e Graziela Bettio	EEEM Monsenhor Seger	Travesseiro
Vitor Francisco Casagrande Zanella e Bernardo Capellari Culau	Colégio Santa Terezinha	Anta Gorda
Vitor Martini e Bianca Faleiro	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado

1º Ano do Ensino Médio:

1º LUGAR	Eduardo Knecht Collett e Ângelo Arthur Wenzel	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
1º LUGAR	Pedro Henrique Germany Gehlen e Pedro Henrique Gregory Schossler	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio- grandense	Lajeado
3º LUGAR	Arthur Gabriel Fabrim Alonso e Yuri Ezequiel Schäffer	Instituto de Educação Cenecista General Canabarro	Teutônia

DEMAIS 12 CLASSIFICADOS, em ordem alfabética:

Ana Laura Werner Balbinot e Laura Machado Crespo	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Betina Thomas Haas e Thiago Krilow	Colégio Sinodal Gustavo Adolfo	Lajeado
César Augusto Welter e Milene Montiel Martins	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense	Lajeado
Cezar Júnior H. Pereira Garcia e Lucca Colombo	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado

Clara Ruckert Jungkenn e Laura Kehl Matiello	Colégio Martin Luther	Estrela
Eduardo Luft e João Vitor Caneppele	Colégio Cenecista João Batista de Mello	Lajeado
Felipe Andrei Müller e Vitor Gabriel Mósena Scheeren	Colégio Teutônia	Teutônia
Isadora Daniel dos Santos e Isabela Wagner Cardoso	Centro de Ensino Médio Pastor Dohms	Taquari
Leonardo Dexheimer da Silva e Marcelo Welzel	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Leonardo Gonzatti Heisler e Gabriel Zambon Bohrer	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Maria Eduarda Mezzacasa Pin e Natália Prestes Girelli	Colégio Madre Bárbara	Lajeado
Mateus Scherer de Souza e Luis Felipe Wachholz Naue	Colégio Bom Jesus Nossa Senhora Aparecida	Venâncio Aires

2º Ano do Ensino Médio:

1º LUGAR	Francisco Gehlen e João Guilherme Manini Remonti	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
2º LUGAR	Afonso Matheus da Silva e Arthur Allebrandt Werlang	Colégio Teutônia	Teutônia
3º LUGAR	Fernando Zanatta Kolling e Vinícius Ritter Pozzebon	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado

DEMAIS 9 CLASSIFICADOS, em ordem alfabética:

Bianca Kolling Johann e Luíza Malvessi Lagemann	Colégio Cenecista João Batista de Mello	Lajeado
Brenda Caroline Toldi e Victor Eduardo Schossler	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio- grandense	Lajeado
Douglas Henrique Giovanella Rodrigues e Nikolas Carlos Goetze	Colégio Sinodal Gustavo Adolfo	Lajeado
Gabriel Lazzari Weiland e Lucas André Mallmann	Colégio Madre Bárbara	Lajeado
João Pedro Theves Knopf e Pedro Henrique Oliveira Fonseca	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio- grandense	Lajeado
Laura Fensterseifer e Maurício Steffler	Colégio Bom Jesus São Miguel	Arroio do Meio
Leonardo Guzzon Becker e Logan André Müller	Colégio Martin Luther	Estrela
Manuela Diehl e Nathalia Simon Kist	Colégio Martin Luther	Estrela
Vinícius Schmidt e Gabriel Führ	Colégio Bom Jesus São Miguel	Arroio do Meio

3º Ano do Ensino Médio:

1º LUGAR	Anita Faccini Lied e Vinícius Navarro Serique de Sousa	Colégio Sinodal Gustavo Adolfo	Lajeado
1º LUGAR	Fernando Welzel e Augusto Schmidt Lenz	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
1º LUGAR	João Pedro Müller Lima e Anderson Guilherme Schneider	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado

DEMAIS 12 CLASSIFICADOS, em ordem alfabética:

Amanda Thomas e Luan Henrique Teixeira Vaz	Colégio Sinodal Conventos	Lajeado
Camila Scherer de Souza e Gabriel Rodriguez Trindade	Colégio Bom Jesus Nossa Senhora Aparecida	Venâncio Aires
Guilherme Gustavo Pilz e Leonardo Schuler	EEEM Monte das Tabocas	Venâncio Aires
Henrique Leonardo Wermann e Athos Vinícius Mallmann	Colégio Martin Luther	Estrela
João Gabriel Tolio dos Santos	Colégio Madre Bárbara	Lajeado
Letícia Saldanha Ohlweiler e Gustavo Luiz Spielmann	Colégio Martin Luther	Estrela
Lucca Keunecke Isse e Bruno Fernando Schmidt	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Maria Eduarda Führ e Camila Schnorrenberger	Colégio Bom Jesus São Miguel	Arroio do Meio
Martin Hideki Mensh Maruyama e Rodrigo Augusto Fuchs	Colégio Bom Jesus São Miguel	Arroio do Meio
Nidieli Lenz Ebert e Eduardo Rafael Gehrke	Instituto Sinodal Imigrante	Vera Cruz
Peterson Haas e Marcelo Mallmann	Colégio Evangélico Alberto Torres	Lajeado
Vinícius Lansini Hülsendeger e Marcelo Zen Pretto	CNEC Mário Quintana	Encantado

PROVAS E GABARITO

Universidade do Vale do Taquari – Univates
 Pró-Reitoria de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação – Propex
 Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas



5º ano

IDENTIFICAÇÃO:

Nome(s) do(a)(s) aluno(a)(s): _____

Escola: _____





Ano: _____ Município: _____

ORIENTAÇÕES:

1. Esta prova é constituída de dez questões, das quais **somente oito** devem ser respondidas.
2. O tempo de duração desta prova é de até três horas.
3. Anexas às questões, há duas folhas de rascunho.
4. As respostas das questões deverão ser transcritas, preferencialmente a caneta, para o espaço em branco em cada questão. Caso o espaço não seja suficiente, use o verso da folha na qual o exercício está sendo desenvolvido. As respostas deverão ser completas, ou seja, deverão apresentar o desenvolvimento e a conclusão.
5. Após o término da prova, os alunos deverão retirar-se imediatamente do local da sua realização.
6. Durante a prova não é permitido:
 - a) fazer perguntas, visto que a interpretação faz parte da avaliação;
 - b) comunicar-se com outro(s) participante(s), além do(a) eventual companheiro(a) de dupla;
 - c) usar qualquer material além do solicitado e do fornecido;
 - d) pedir emprestado material aos outros participantes;
 - e) usar celular como calculadora e muito menos para comunicação.

5º ano

1) A escola de Marcela incentiva as empresas da cidade a integrar projetos e causas sociais, em benefício das pessoas com necessidades especiais. Quatro empresas adotaram a seguinte campanha: cada produto da sua marca que é vendido, representa um valor em doação (bônus). No quadro a seguir, para cada empresa, estão colocados valores dos bônus, ou seja, os valores das doações – por produto vendido.

Nome da empresa	Bônus ou Valor da doação por produto vendido	Número de produtos vendidos do início da campanha até o momento
Tênis Universal 	45 centavos	23 mil
Roupinha & Roupões 	61 centavos	19 mil
Elétricos e Eletrizantes 	75 centavos	16 mil
Brinquedos Thor 	30 centavos	38 mil

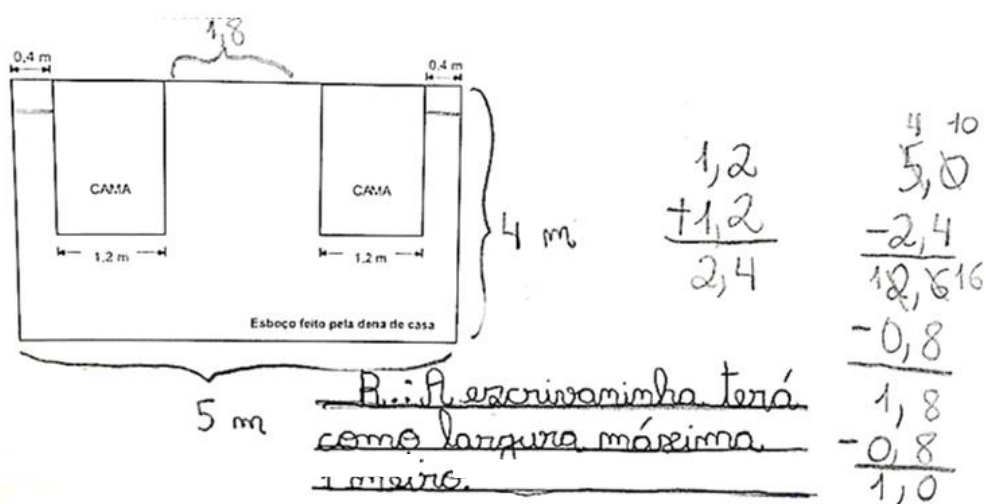
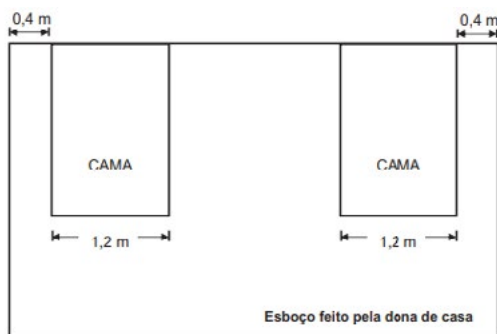
Qual a empresa, que até o momento, está oferecendo a maior doação?

TU 10.955.900
 RR 11.599.000
EE 12.000.000
 BT 11.400.000

R: A empresa até o momento está oferecendo a maior doação à la eletricos e eletrizantes

João Pedro Musskopf e Luciano Arnhold Kanarek
 Colégio Martin Luther – Estrela

2) Uma dona de casa pretende comprar uma escrivaninha para colocar entre as duas camas do quarto de seus filhos. Ela sabe que o quarto é retangular, de dimensões 4 m \times 5 m, e que as cabeceiras das camas estão encostadas na parede de maior dimensão, afastadas 0,4 m da parede. Nesta parede, ela pretende colocar a escrivaninha, garantindo também uma distância de 0,4 m entre a escrivaninha e cada uma das camas, para circulação. Após fazer um esboço com algumas medidas, decidirá se comprará ou não a escrivaninha. Qual é a largura máxima dessa escrivaninha?



Catarina Feldkircher e Pietra Battisti Sehn
 Colégio Teutônia – Teutônia

3) A Paciência é um jogo que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e, assim, sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas. O que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas. Qual a quantidade de cartas que forma o monte?

1 ^o C	2 ^o C	3 ^o C	4 ^o C	5 ^o C	6 ^o C	7 ^o C	
1 carta	2 cartas	3 cartas	4 cartas	5 cartas	6 cartas	7 cartas	-

24 cartas formam o monte.

Há 52 cartas no jogo.

Somamos o tanto de cartas das colunas, que deu o número 28. Depois subtraímos 28 de 52, que deu 24. O número de cartas que sobram formando o monte então o monte tem 24 cartas.

Bernardo Samuel Gonçalves Muller e João Vitor da Cruz
Centro de Ensino Médio Pastor Dohms – Taquari

4) Em um sistema de codificação, AB representa os algarismos do dia do nascimento de uma pessoa e CD os algarismos de seu mês de nascimento. Nesse sistema, trinta de julho, por exemplo, corresponderia a: $A = 3$; $B = 0$; $C = 0$; e $D = 7$, dessa forma teríamos $A + B + C + D = 10$. Uma pessoa tem a data de nascimento obedecendo a condição: $A + B + C + D = 20$. Qual o dia e o mês de nascimento dessa pessoa?

R: Dia 29 de setembro.

Nesse pensamento: Fomos tentando colocar números mais altos de um mês e chegamos a esse resultado.

$$A + B + C + D = 20$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

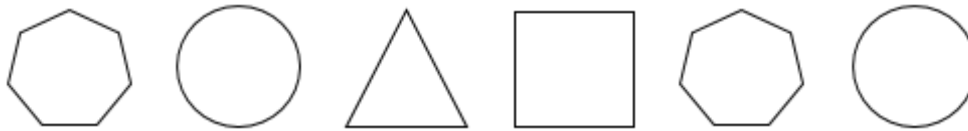
$$2 + 9 + 0 + 9 = 20$$

Enzo Rovyan Kehl Fernandes e Alice Martins Zanatta
Colégio Madre Bárbara – Lajeado

5) Observar o desenho que segue. Nele há um padrão de sequência.



1ª posição 2ª posição 3ª posição 4ª posição 5ª posição 6ª posição



7ª posição 8ª posição 9ª posição 10ª posição 11ª posição 12ª posição

Obedecendo esse padrão, em que posição estará o décimo primeiro quadrado?

Obedecendo esse padrão, o décimo primeiro quadrado estará na 42ª posição, pois de quatro em quatro formas, há um quadrado, então multiplicando 11 por 4 e depois subtraindo 2, porque o primeiro quadrado está na 2ª posição, obtemos o resultado final.

*Gustavo Bernardo Muller e Thomas Mathias Endler
EEEM Monte das Tabocas – Venâncio Aires*

6) Nove pessoas estão sentadas em volta de uma mesa redonda. Essas pessoas serão nomeadas com as primeiras letras do alfabeto e estão sentadas, considerando o sentido anti-horário e iniciando pela pessoa A, do seguinte modo: A; B; C; D; E; F; G; H; I. São realizadas quatro mudanças de lugar entre algumas dessas pessoas, nessa ordem:

1ª mudança: as pessoas C e E trocam de lugar entre si; em seguida,

2ª mudança: as pessoas D e H trocam de lugar entre si; em seguida,

3ª mudança: as pessoas G e I trocam de lugar entre si; em seguida,

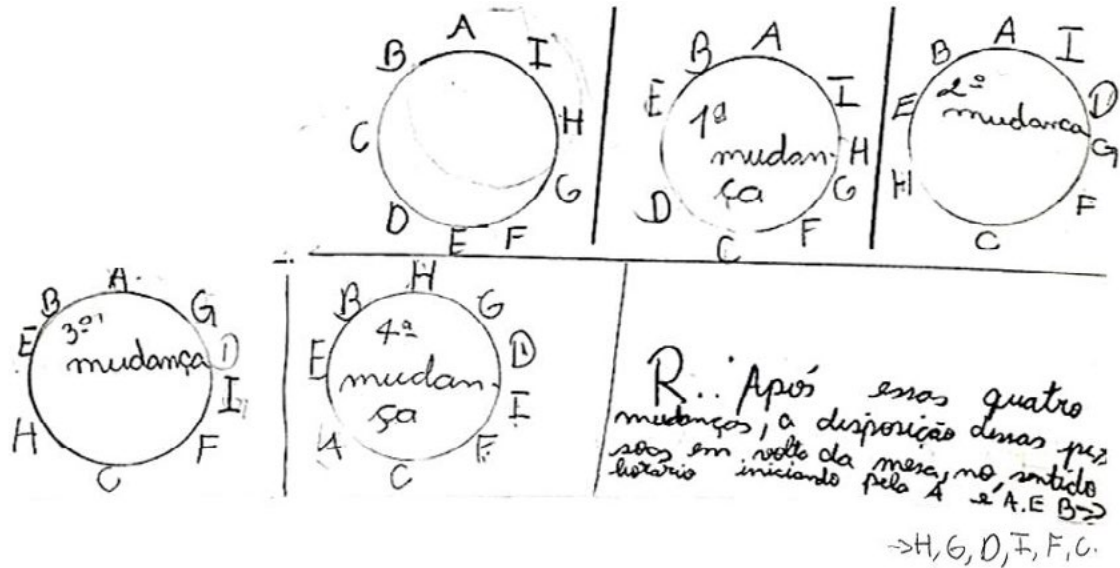
4ª mudança: as pessoas H e A trocam de lugar entre si.

Após essas quatro mudanças, a disposição dessas pessoas em volta da mesa, no sentido horário e iniciando pela pessoa A, é:

a) A; I; G; C; F; D; B; H; E.

b) A; E; B; H; G; D; I; F; C.

- c) A; C; F; I; D; G; H; B; E.
 d) A; G; D; I; F; C; H; E; B.
 e) A; C; F; I; D; H; G; B; E.



Resposta: alternativa b.

Bianca Candido Scheibel e Maria Clara Bagatini Diedrich
 Colégio Martin Luther – Estrela

7) Dez fichas formam um monte. Na face inferior de cada ficha está impresso um número. A sequência ordenada, de baixo para cima, é: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10. A ficha que está em cima do monte é colocada sob a ficha que está mais embaixo do monte; outra vez a ficha que está em cima do monte é colocada sob a ficha que está mais embaixo do monte; a terceira alteração é retirar do monte a ficha que está no topo e colocá-la à parte. Essas três etapas de modificação do monte são repetidas até que reste uma única ficha. Qual o número que está impresso na ficha que resta?

8) Simetrias são encontradas, frequentemente, em nosso dia-a-dia. Elas estão nas asas de uma borboleta, nas pétalas de uma flor ou em uma concha do mar. Em linguagem informal, uma figura no plano é simétrica quando for possível dobrá-la em duas partes, de modo que essas partes coincidam completamente. De acordo com a descrição, qual das figuras a seguir é simétrica?

a)



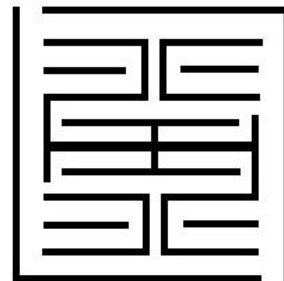
d)



b)



e)



c)



Explicação: Nos primeiros cinco de simetria na vertical e horizontal em todas as figuras. Na vertical nenhuma figura era simétrica, mas na horizontal a figura A era simétrica.

Resposta: alternativa a.

Bernardo Samuel Gonçalves Muller e João Vitor da Cruz
Centro de Ensino Médio Pastor Dohms – Taquari

9) A reciclagem é um processo em que determinados tipos de materiais, cotidianamente reconhecidos como lixo, são reutilizados como matéria-prima para a fabricação de novos produtos. Seguem algumas curiosidades sobre as latinhas de alumínio, utilizadas como embalagens metálicas.

- Um quilograma de latinhas de alumínio recolhidas equivale a 75 latinhas de refrigerante, de suco, etc.
- A energia economizada com a reciclagem de uma única latinha de alumínio é suficiente, para manter uma televisão ligada por três horas.
- Cinquenta quilogramas de latinhas recicladas (prontas para serem reutilizadas) evitam que sejam extraídas da natureza 5000 quilogramas de bauxita, que é a principal matéria-prima do alumínio.

Assim, considerando-se as informações, assinalar a alternativa correta:

- a) Serão necessárias 2250 latinhas recolhidas para obter 40 quilogramas de alumínio.
- b) A energia, economizada com a reciclagem de 10 latinhas, é suficiente para manter uma televisão ligada por 30 horas.
- c) Cada 100 quilogramas de latinhas recicladas evitam a extração de 80000 quilogramas de bauxita, matéria-prima utilizada para fabricar o alumínio das latinhas.
- d) Serão necessárias 750 latinhas recolhidas para obter 30 quilogramas de alumínio.
- e) Quem assiste 9 horas de televisão reciclou três latinhas de alumínio.

$$1 \text{ lata} = 3 \text{ horas}$$

$$10 \text{ latas} = 30 \text{ horas.}$$

Resposta: alternativa b.

*João Pedro Musskopf e Luciano Arnhold Kanarek
Colégio Martin Luther – Estrela*

10) Um esquilo encontrou um total de 50 nozes em 5 dias. A cada dia, o esquilo encontrava 3 nozes a mais que no dia anterior. Qual a quantidade de nozes encontradas no 4º dia?

Ele encontrou 13 nozes, não.

1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia
4	7	10	13	16

= 50

Luís Paulo Sturm Theobald e Luiz Eduardo Pires Trentini
Colégio Evangélico Panambi – Panambi

Universidade do Vale do Taquari – Univates
 Pró-Reitoria de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação – Propex
 Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas



6º ano

IDENTIFICAÇÃO:

Nome(s) do(a)(s) aluno(a)(s): _____

Escola: _____

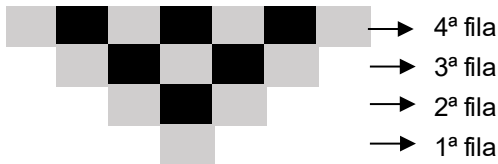
Ano: _____ Município: _____

ORIENTAÇÕES:

1. Esta prova é constituída de dez questões, das quais **somente oito** devem ser respondidas.
2. O tempo de duração desta prova é de até três horas.
3. Anexas às questões, há duas folhas de rascunho.
4. As respostas das questões deverão ser transcritas, preferencialmente a caneta, para o espaço em branco em cada questão. Caso o espaço não seja suficiente, use o verso da folha na qual o exercício está sendo desenvolvido. As respostas deverão ser completas, ou seja, deverão apresentar o desenvolvimento e a conclusão.
5. Após o término da prova, os alunos deverão retirar-se imediatamente do local da sua realização.
6. Durante a prova não é permitido:
 - a) fazer perguntas, visto que a interpretação faz parte da avaliação;
 - b) comunicar-se com outro(s) participante(s), além do(a) eventual companheiro(a) de dupla;
 - c) usar qualquer material além do solicitado e do fornecido;
 - d) pedir emprestado material aos outros participantes;
 - e) usar celular como calculadora e muito menos para comunicação.

6º ano

1) O pedreiro está decorando de azulejos pretos e cinzas a parede do banheiro, conforme o desenho que segue.

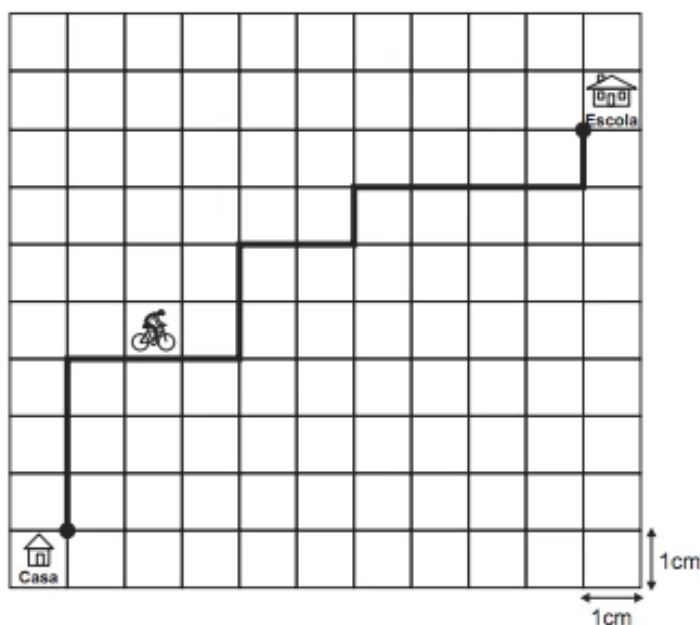


O desenho inteiro tem dez filas de azulejos. Quantos azulejos pretos o pedreiro usará ao todo para formar esse desenho?

Resposta: O pedreiro usará 45 azulejos pretos.

Gabriela Schmidt e Martina Borgoni
Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado

2) A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura a seguir.



Sabendo que 1 cm na figura equivale a 250 m, qual a distância, em km, percorrida por esse aluno, na fase de implantação do programa, que ocorreu durante 5 dias?

(B) Ele percorreu 40 km
 em 5 dias de ida e volta
 para escola
 primeiro fizemos $250 \times 10 = 4000$ depois multiplicamos
 por 2 que deu 8000 e por último fizemos $\times 5$ que
 deu 40000 metros = 40 km

Antony Stefano Rabaiolli e Frederico Schumacher Alessio
 Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado

3) Bruno elaborou um código secreto para se comunicar por escrito com seus amigos. O quadro mostra algumas palavras traduzidas para esse código. Completar a última linha traduzindo a palavra MEL.

Palavra	Tradução no código Bruno
POTE	QNUD
TERRA	UDSQB
AMOR	BLPQ
FOGO	GNHN
MEL	_____

NDM, pois existe um padrão das letras, o padrão é:
 depois, antes, depois... Seguimos esse padrão e
 chegamos na resposta.

Rafaela Ames e Princianni de Castilhos Zotti
 EEEF Farrapos – Encantado

4) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3 . Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas, quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3 , cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente. Qual a quantidade de ralos do novo reservatório?

No menor reservatório
terão 5 ralos.

$$\begin{array}{r} 900 \text{ Lit} \\ -61 \text{ Lit} \\ \hline 30 \\ -30 \\ \hline 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 150 \text{ Lit} \\ -12 \text{ Lit} \\ \hline 30 \\ -30 \\ \hline 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 25 \\ 4 \\ \times 100 \text{ Km}^3 \\ \times 5 \\ \hline 500 \text{ Km}^3/\text{h} \end{array}$$

Gabriel Vier Fontana e Valentinna Mottin Fernandes
CNEC Mário Quintana – Encantado

5) Considerar X, Y e Z três algarismos diferentes de zero (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9) com os quais os números XYZ e YYY satisfazem à seguintes igualdade: $XYZ + XYZ + XYZ = YYY$. Preencher os valores de X, Y, Z.

X = _____

Y = _____

Z = _____

x = 1

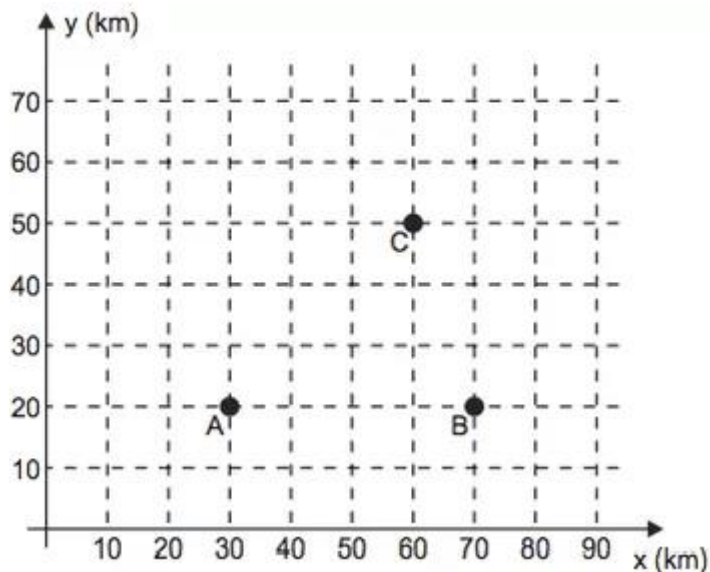
y = 4

z = 8

conclusão: divide-se um número de 3 algarismos iguais por 3 até chegar a um número de 3 algarismos distintos. Fomos dividindo $111 \div 3$, $222 \div 3$... Até chegarmos a divisão de $444 \div 3 = 148$, o que pode ser $148 + 148 + 148 = 444$.

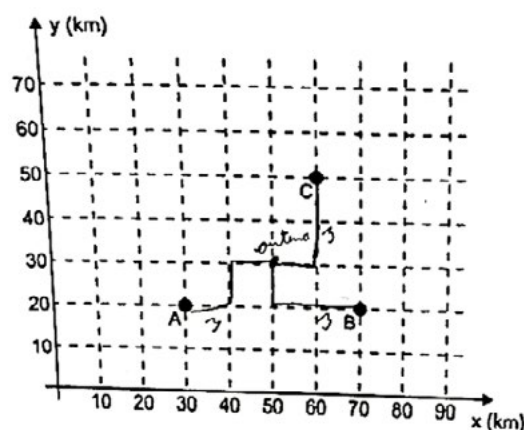
Miguel Bruski Vigolo e Pedro Augusto Bertamon Machado de Souza
Colégio Scalabriniano São José – Roca Sales

6) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano, sendo A representada por $(30;20)$; B por $(70;20)$ e C por $(60;50)$.



A torre deve estar situada em um local que tenha a mesma distância das três antenas. O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto representado por:

- a) $(65;35)$.
- b) $(53;30)$.
- c) $(45;35)$.
- d) $(50;20)$.
- e) $(50;30)$.






$$\begin{aligned} \text{---} &= 3 \text{ linhas} \\ \text{---} &= 3 \text{ linhas} \\ \text{---} &= 3 \text{ linhas} \\ \\ \text{---} &= \text{---} = \text{---} \end{aligned}$$

Resposta: alternativa e.

João Carlos da Silva Malvessi e Lorenzo Nunes Bunecker
Colégio Martin Luther – Estrela

7) A lâmpada incandescente atravessou o século XX, mas, hoje, devido à preocupação com o aquecimento global, tende a se apagar. Nos anos 90, houve a expansão dos modelos compactos das lâmpadas fluorescentes; e, em 2008, foi patenteada a lâmpada LED. O quadro abaixo apresenta os gastos estimados, ao longo de cinco anos, com o uso desses três tipos de lâmpadas, para uma casa com vinte lâmpadas.

	Incandescente 	Fluorescente 	LED 
Investimento inicial com lâmpadas	R\$ 36,00	R\$ 700,00*	R\$ 1500,00
Potência média de consumo das lâmpadas	60 W	18 W	8 W
Consumo de energia	6840 kWh	1944 kWh	1080 kWh
Lâmpadas queimadas	100	14	zero
Gasto com energia	R\$ 2628,00	R\$ 778,00	R\$ 345,00
Gasto com lâmpadas	R\$ 195,00	R\$ 140,00	zero
Total	R\$ 2859,00	R\$ 1618,00	R\$ 1845,00

*Inclui os reatores

Com base nessas informações, considerar as seguintes afirmações.

- I. Quarenta lâmpadas incandescentes custam mais que uma lâmpada LED.
- II. O consumo de energia de uma lâmpada LED equivale a $\frac{1}{6}$ do consumo de energia de uma lâmpada incandescente.
- III. Em média, o tempo que uma lâmpada fluorescente leva para queimar é, aproximadamente, sete vezes o tempo que uma incandescente leva para queimar.

Quais estão corretas?

- a) Apenas I.
- b) Apenas II.
- c) Apenas III.
- d) Apenas I e II.

e) Apenas II e III.

DESENVOLVIMENTO:

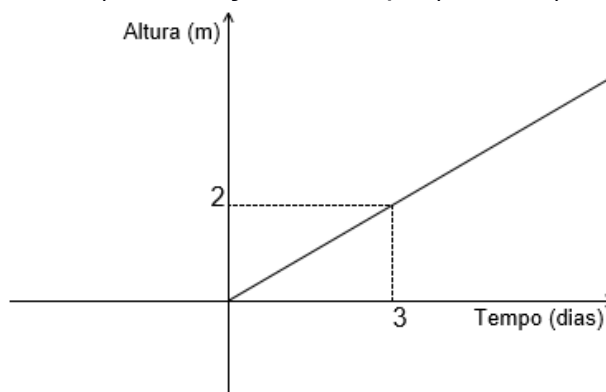
I) $40 \times 36 = 1440$, então o I está errado.

II) $6240 \div 6 \times 11$ no caso, o $\frac{1}{6}$ da energia = 1140, então, está errado, porque o consumo do lâmpada de LED é 1080 kWh.

Resposta: alternativa c.

Ryan Pedro Hauschild e Samuel Lopes Leite Kotz
Colégio Sinodal Gustavo Adolfo – Lajeado

8) Um reservatório é abastecido por uma vazão constante e tem a altura (em metros), em função do tempo (em dias), descrita pelo seguinte gráfico:



Sabendo que a altura do reservatório mede 12 metros, qual o número de dias necessários para encher o reservatório inicialmente vazio?

Para encher o reservatório vazio que mede 12 metros, demorará 18 dias.
Como chegamos nessa resposta - como um reservatório que mede 2 metros e demora 3 dias para encher, fomos aumentando o resultado: $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}$.

João Francisco Valgui e Lucas Fontana
EEEF Farrapos – Encantado

9) Três números naturais e múltiplos consecutivos de 5 são tais que o triplo do menor é igual ao dobro do maior. Dentre esses números, o maior é:

- a) Múltiplo de 3.
- b) Ímpar.
- c) Múltiplo de 8.
- d) Divisor de 500.
- e) Divisível por 4.

pegamos alguns múltiplos de 5 e fizemos isto:

Nº	x2	x3
5	10	15
10	20	30
15	30	45
20	40	60
25	50	75
30	60	90

o dez e o quinze poderia ser, mas não tem o número no meio.

então vimos o vinte e o trinta que fecharam com as ordens e tinham um número

em ~~meio~~ na metade do vinte e do trinta que era múltiplo de 5 e respondemos a questão: pegamos o trinta (que era o maior número) e fechamos com só uma das opções, então a marcamos

Resposta: alternativa a.

Eduardo Bruneto Linemann e Vandrey Luís Cornelius
EMEF Carlos Gomes – Marques de Souza

10) Observar a seguinte sucessão de multiplicações:

$$5 \times 5 = 25$$

$$35 \times 35 = 1\ 225$$

$$335 \times 335 = 112\ 225$$

$$3\ 335 \times 3\ 335 = 11\ 122\ 225$$

Universidade do Vale do Taquari – Univates
 Pró-Reitoria de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação – Propex
 Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas



7º ano

IDENTIFICAÇÃO:

Nome(s) do(a)(s) aluno(a)(s): _____

Escola: _____

Ano: _____ Município: _____

ORIENTAÇÕES:

1. Esta prova é constituída de dez questões, das quais **somente oito** devem ser respondidas.
2. O tempo de duração desta prova é de até três horas.
3. Anexas às questões, há duas folhas de rascunho.
4. As respostas das questões deverão ser transcritas, preferencialmente a caneta, para o espaço em branco em cada questão. Caso o espaço não seja suficiente, use o verso da folha na qual o exercício está sendo desenvolvido. As respostas deverão ser completas, ou seja, deverão apresentar o desenvolvimento e a conclusão.
5. Após o término da prova, os alunos deverão retirar-se imediatamente do local da sua realização.
6. Durante a prova não é permitido:
 - a) fazer perguntas, visto que a interpretação faz parte da avaliação;
 - b) comunicar-se com outro(s) participante(s), além do(a) eventual companheiro(a) de dupla;
 - c) usar qualquer material além do solicitado e do fornecido;
 - d) pedir emprestado material aos outros participantes;
 - e) usar celular como calculadora e muito menos para comunicação.

7º ano

1) Vítor deseja revestir uma sala retangular de dimensões 3 m x 4 m, usando um tipo de peça de cerâmica. Em uma pesquisa inicial, ele selecionou cinco tipos de peças disponíveis, nos seguintes formatos e dimensões:

Tipo I: quadrados, com 0,5 m de lado.

Tipo II: triângulos equiláteros, com 0,5 m de lado.

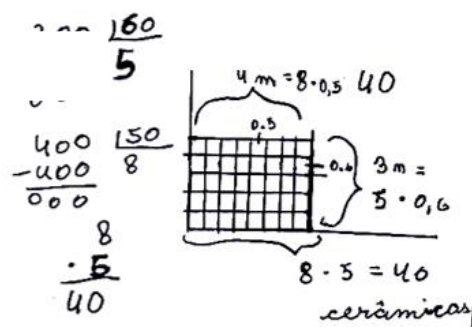
Tipo III: retângulos, com dimensões 0,5 m x 0,6 m.

Tipo IV: triângulos retângulos isósceles, cujos lados iguais medem 0,5 m cada.

Tipo V: quadrados, com 0,6 m de lado.

Analisando a pesquisa, o mestre de obras recomendou que Vítor escolhesse um tipo de piso que possibilitasse a utilização do menor número de peças e não acarretasse sobreposições ou cortes nas cerâmicas. Qual o tipo de piso o mestre de obras recomendou que fosse comprado?

O mestre de obras recomendou que fosse comprado os retângulos com dimensões 0,5 m x 0,6 m, porque assim precisaria comprar ^{somente} 40 cerâmicas não precisando de corte.



Fernanda Beatriz Storch e Amanda Herberts Sehnem
Instituto Sinodal Imigrante – Vera Cruz

2) Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfego dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas se deteriora com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de

frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes. Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar no máximo 1500 telhas ou 1200 tijolos. Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga, de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?

- a) 300 tijolos.
- b) 360 tijolos.
- c) 400 tijolos.
- d) 480 tijolos.
- e) 600 tijolos.

900 telhas correspondem a 60% da carga total do caminhão sobrando 40% da carga a ser preenchida pelos tijolos, se 10% dos tijolos correspondem a 480 tijolos devemos multiplicar esse valor por 4, obtendo 480 tijolos que são 40% da carga total, preenchendo totalmente o caminhão.

Resposta: alternativa d.

Mariana Putzke e Eduarda Amanda Vieira
Instituto Sinodal Imigrante – Vera Cruz

3) Um trabalho pode ser feito em 2 horas por Paulo, em 3 horas por João e em 6 horas por Carlos. Em quanto tempo será feito pelas 3 pessoas juntas?

1 hora

$\frac{1}{3}$ Paulo: 2:00
 $\frac{1}{3}$ João: 3:00 } metade
 $\frac{1}{6}$ Carlos: 6:00 }

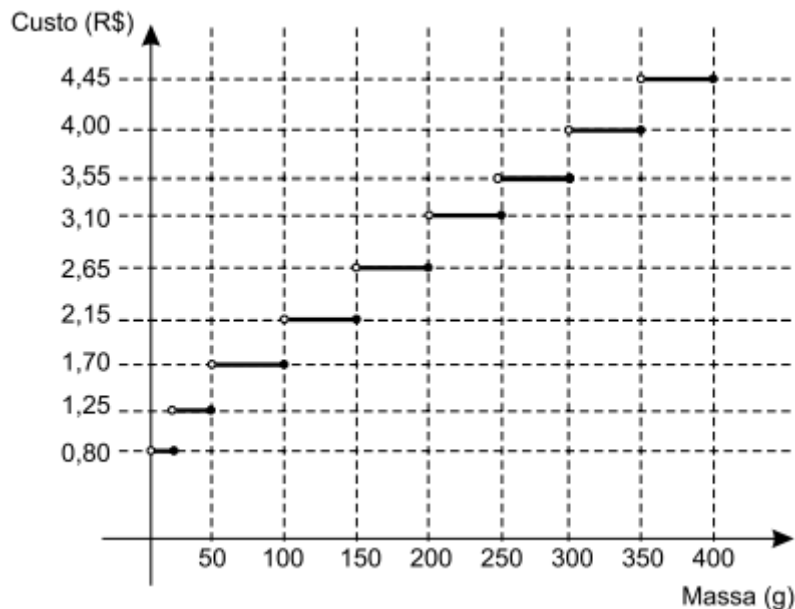
20 min + 10 min = 30 min

$\frac{20}{60} + \frac{10}{60} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

Arthur Diehl da Rosa e Luíza Barth Schneider
Colégio Santo Antônio – Estrela

4) Deseja-se postar cartas não comerciais, sendo duas de 75 g, três de 180 g e uma de 330 g. O gráfico mostra o custo para enviar uma carta não comercial pelos Correios:



Qual o valor total gasto, em reais, para postar essas seis cartas, considerando que o envio destas é individual?

- Se uma carta de 75 gramas custa R\$1,70, duas custarão R\$3,4
 - Se uma carta de 180 gramas custa R\$2,65, três delas custarão R\$7,95
 - Se uma carta de 330 gramas custa R\$4,00
 } Logo, todas juntas custarão R\$15,35

Gustavo Balestrin Froemming e Henrique Nicolas Kroth
 Colégio Bom Jesus Nossa Senhora Aparecida – Venâncio Aires

5) Numa cesta de frutas há laranjas, maçãs e bananas. Sabe-se que o número de laranjas é igual ao dobro do número de maçãs e que, se retirarmos 4 laranjas e 6 bananas, o número total dessas frutas caem, respectivamente, para um terço e dois terços de suas quantidades iniciais. O número de laranjas, bananas e maçãs nesta ordem, é igual a:

- 4, 8 e 2.
- 6, 18 e 3.
- 8, 16 e 4.
- 6, 12 e 3.

e) 4, 10 e 2.

$$\begin{array}{l} \text{LARANJAS: } x - y = 1x \\ x \\ \underline{2x - 12 = 1x} \\ 2 \\ 2x = 12 \\ x = 6 \\ L = 6 \\ B = 18 \\ M = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{BANANAS: } y - 6 = 2x \\ 34 - 18 = 2x \\ \underline{16 = 2x} \\ 2 \\ y = 18 \end{array}$$

Com tais equações, há o nº de laranjas (6) e bananas (18). Então deduz-se que haverá 3 maçãs, que é metade de das laranjas.

Resposta: alternativa b.

André Zen e Pedro Henrique Zanella
Colégio Santa Terezinha – Anta Gorda

Pensamos que as 4 laranjas teriam equivalência a $\frac{2}{3}$ assim teria 6 laranjas. Usando 6 bananas teriamos ~~teriamos~~ $\frac{1}{3}$ assim teria 18 bananas e para saber as maçãs dividimos 6 por 2, pois equivale os dois.

Resposta: alternativa b.

Diogo Auler de Almeida e Karol Cristina Valesan
EEEM Monsenhor Seger – Travesseiro

6) Considere a sequência de números binários 101, 1010101, 10101010101, 101010101010101,

Qual a soma de todos os algarismos dos 20 primeiros termos dessa sequência?

A soma é 420 pois, o número de 1s vai aumentando de 2 em dois. Somando todos esses 1s fica 420.

Amanda Cristina de Mattia Protto e Ana Luiza Dahm Zanatta
EEEF Antônio De Conto – Encantado

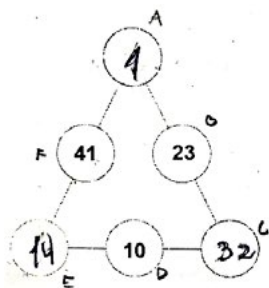
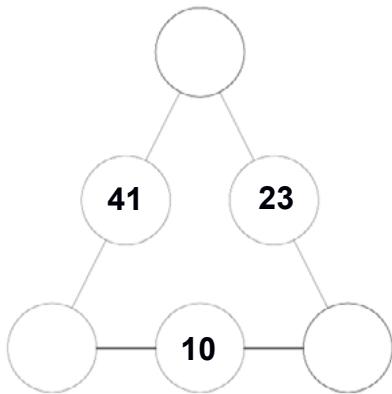
7) Por qual potência de 10 deve ser multiplicado o número $10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}$ para que esse produto seja igual a 10^3 ?

$$10^{13} \quad 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}$$

Arthur Diehl da Rosa e Luíza Barth Schneider
Colégio Santo Antônio – Estrela

8) A figura mostra seis círculos dispostos sobre os lados de um triângulo. Três deles estão preenchidos, em definitivo, pelos números 41, 23 e 10. Os círculos que estão em branco deverão ser preenchidos com números inteiros maiores que zero, de tal forma que as somas dos três números presentes sobre cada um dos lados do triângulo sejam iguais entre si.

O problema acima possui infinitas soluções. Sabe-se que, em uma dessas soluções, um dos círculos em branco foi preenchido com o número 1. Preencher os círculos, respeitando todas essas condições.



Recebemos que o círculo "A" e "B" precisava ter a soma igual a "D" e a "E".
Então somamos os círculos "E", "F" e "A", o que resultou em "56".
Assim descobrimos que o círculo "C", tinha o número "32".

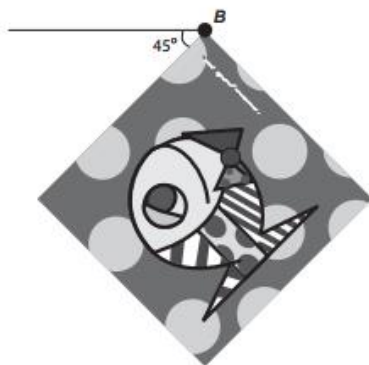
Eduardo Jaeger e Gabriel Armanini Metz
Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado

9) Quantas frações irredutíveis menores do que 1 existem, tais que o numerador e o denominador são números naturais de um algarismo?

27 frações.
 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{3}{8}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}, \frac{4}{9},$
 $\frac{5}{6}, \frac{5}{7}, \frac{5}{8}, \frac{5}{9}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}$. Chegamos nessa conclusão pois analisamos as frações com 2 números pares que não é totalmente simplificada e as com seus múltiplos.

Fernanda Beatriz Storch e Amanda Herberts Sehnem
 Instituto Sinodal Imigrante – Vera Cruz

10) A imagem apresentada na figura é uma cópia em preto e branco da tela quadrada intitulada *O peixe*, de Marcos Pinto, que foi colocada em uma parede para exposição e fixada nos pontos A e B. Por um problema na fixação de um dos pontos, a tela se desprendeu, girando rente à parede. Após o giro, ela ficou posicionada como ilustrado na figura, formando um ângulo de 45° com a linha do horizonte.



Para recolocar a tela na sua posição original, deve-se girá-la, rente à parede, no menor ângulo possível inferior a 360° . A forma de recolocar a tela na posição original, obedecendo ao que foi estabelecido, é girando-a em um ângulo de:

- a) 90° no sentido horário.
- b) 135° no sentido horário.
- c) 180° no sentido anti-horário.
- d) 270° no sentido anti-horário
- e) 315° no sentido horário.

Iniciamos analisando a imagem e vimos que na segunda imagem o ponto B e o ponto A estavam em uma linha "reta", para endireitar o ponto A com a linha do "horizonte", vimos que era 90° ; logo, para levar o ponto A ao seu devido lugar são mais 45° ; pois é a metade de um ângulo reto, que é 90° , portanto $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ a figura teria que girar para estar cada ponto em seu devido lugar.

Resposta: alternativa b.

Ana Laura Koefender Führ e Yasmin Dahmer Sanders
Colégio Teutônia – Teutônia

Universidade do Vale do Taquari – Univates
Pró-Reitoria de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação – Propex
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas



8º ano

IDENTIFICAÇÃO:

Nome(s) do(a)(s) aluno(a)(s): _____

Escola: _____

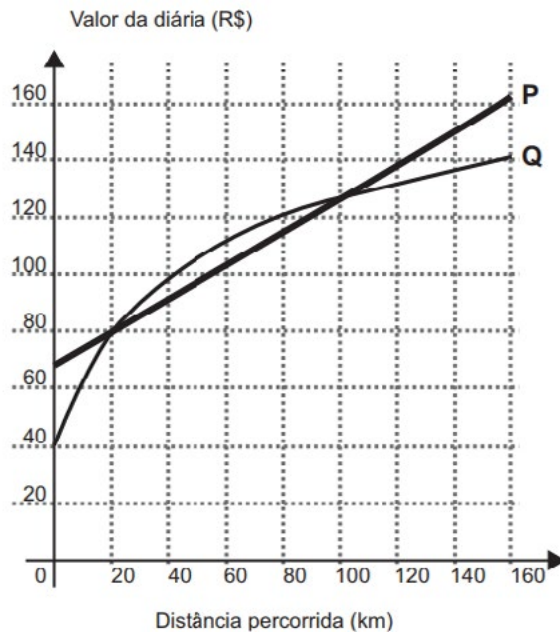
Ano: _____ Município: _____

ORIENTAÇÕES:

1. Esta prova é constituída de dez questões, das quais **somente oito** devem ser respondidas.
2. O tempo de duração desta prova é de até três horas.
3. Anexas às questões, há duas folhas de rascunho.
4. As respostas das questões deverão ser transcritas, preferencialmente a caneta, para o espaço em branco em cada questão. Caso o espaço não seja suficiente, use o verso da folha na qual o exercício está sendo desenvolvido. As respostas deverão ser completas, ou seja, deverão apresentar o desenvolvimento e a conclusão.
5. Após o término da prova, os alunos deverão retirar-se imediatamente do local da sua realização.
6. Durante a prova não é permitido:
 - a) fazer perguntas, visto que a interpretação faz parte da avaliação;
 - b) comunicar-se com outro(s) participante(s), além do(a) eventual companheiro(a) de dupla;
 - c) usar qualquer material além do solicitado e do fornecido;
 - d) pedir emprestado material aos outros participantes;
 - e) usar celular como calculadora e muito menos para comunicação.

8º ano

1) Atualmente existem diversas locadoras de veículos, permitindo uma concorrência saudável para o mercado, fazendo com que os preços se tornem acessíveis. Nas locadoras P e Q, o valor da diária de seus carros depende da distância percorrida, conforme o gráfico.



O valor pago na locadora Q é menor ou igual àquele pago na locadora P para distâncias, em quilômetros, presentes em qual(is) intervalo(s)?

- De 20 a 100.
- De 80 a 130.
- De 100 a 160.
- De 0 a 20 e de 100 a 160.
- De 40 a 80 e de 130 a 160.

Alternativa A - No intervalo de 20 a 100 km o valor da locadora "Q" tem um valor maior ^{ou igual} do que a locadora "P", por isso é incorreta.

B - No intervalo de 80 a 130 km o valor da locadora "Q" começa maior que a locadora "P" e após tem uma queda em relação a mesma, por isso também é incorreta.

C- No intervalo de 100 a 160 km o valor da locadora "Q" foi menor ^{ou igual} que o valor da locadora "P", mas a alternativa não citou o intervalo de 0 a 20 km e julgamos-a incorreta.

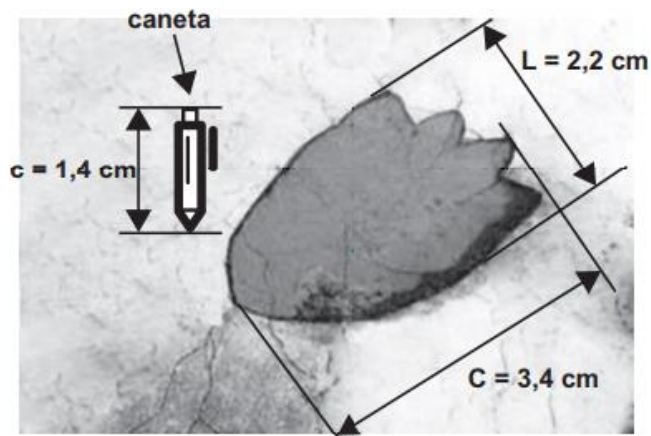
D- No intervalo de 0 a 20 km o valor da locadora "Q" foi menor ou igual da locadora "P" e no intervalo de 100 a 160 km o valor também se encontra igual e menor que da locadora "P", por isso julgamos correta.

E- No intervalo de 40 a 80 km o valor da locadora "Q" foi maior que o da locadora "P" e no intervalo de 120 a 160 km o valor da locadora "Q" foi menor que o da locadora "P", por isso a julgamos incorreta.

Resposta: alternativa d.

Raquel Ribeiro Narvaes e Helena Bellini Bohmer
Colégio Martin Luther – Estrela

2) Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. Na fotografia representada na figura, consta o comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada.



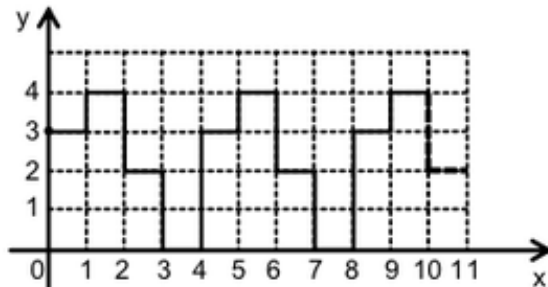
Qual a largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros?

$$\begin{aligned}
 7,4x &= 36,96 \\
 x &= \frac{36,96}{7,4} \\
 7,4 - 76,8 & \quad x = 26,4 \\
 2,2 - x & \\
 7,4x &= 57,72 \\
 x &= \frac{57,72}{7,4} \\
 7,4 - 76,8 & \quad x = 40,8 \\
 3,4 - x &
 \end{aligned}$$

A largura é 26,4 cm e o comprimento da pegada é 40,8 cm em seus tamanhos reais.

Augusto Mueller Pilz e Laura dos Santos Menguê
Colégio Bom Jesus Nossa Senhora Aparecida – Venâncio Aires

3) No plano cartesiano da figura, considerar que as escalas nos dois eixos coordenados são iguais e que a unidade de medida linear é 1 cm. Nele, está representada parte de uma linha poligonal que começa no ponto $P(0;3)$ e, mantendo-se o mesmo padrão, termina em um ponto Q.



Na figura, a linha poligonal é formada por segmentos de reta

- que são paralelos aos eixos coordenados e
- cujas extremidades têm coordenadas inteiras não negativas.

Sabendo que o comprimento da linha poligonal, do ponto P até o ponto Q, é igual a 94 cm, quais as coordenadas do ponto Q?

Q = (___; ___)

Primeiro, observando o plano descobrimos que cada parte que se repete no mesmo padrão consiste em 10 segmentos dos eixos. O número mais próximo e próximo a 94 cm dividido por 10 é 84 cm, que resulta em 7, e sobra 10 segmentos de reta de 1 cm. Cada parte do padrão ocupa 4 cm da reta, multiplicamos pelo 7 ($7 \cdot 4 = 28$) e adicionamos mais 10 cm pelos 10 segmentos de reta que sobram e chegamos ao total. A altura armazenada como seria mais 10 cm de segmentos de reta adicionados ao final do padrão. Assim, concluímos, que a coordenada do ponto Q = (32; 1)

Marcela Scheid Hoppe e Manuela Mendel Rambo
Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado

4) Especialistas dizem que, em um carro bicombustível (álcool e gasolina), o uso de álcool só é vantajoso se o quociente do preço por litro de álcool pelo do de gasolina for, no máximo, igual a 70%. Se o preço do litro da gasolina é R\$ 4,90, então NÃO é vantajoso usar álcool quando o preço por litro de álcool:

- É no máximo de R\$ 3,20.
- É superior a R\$ 3,43.
- Está compreendido entre R\$ 3,20 e R\$ 3,54.

- d) É igual a R\$ 3,20.
e) É menor que R\$ 3,90.

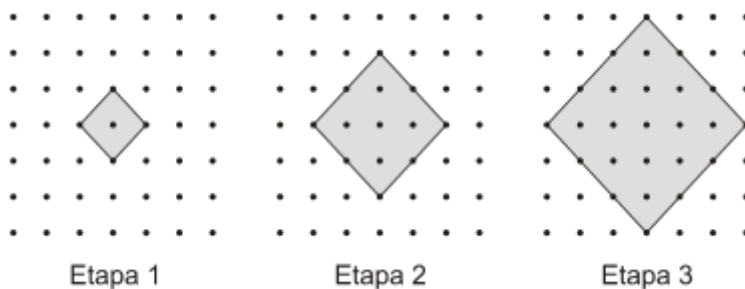
$$4,9 = 100 \rightarrow 4,9 \cdot 70 = \frac{343 \cdot 100}{300} = 3,43$$

70% de 4,9 é 3,43. Logo se o valor do álcool for superior a 3,43 não será rentável.

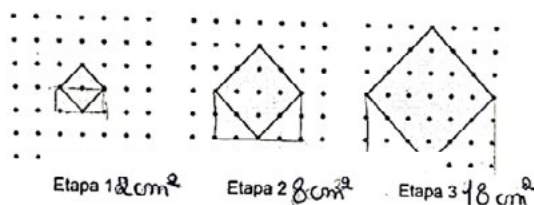
Resposta: alternativa b.

Bruno Ferreira Salvi e Guilherme Zanon Giacobbo
Instituto Estadual de Educação Monsenhor Scalabrini – Encantado

- 5) Nas malhas de pontos da figura abaixo, dois pontos adjacentes, na horizontal ou vertical, encontram-se a distância de 1 centímetro.



Considerando a sucessão de quadriláteros desenhados em cada etapa da figura, qual a área do quadrilátero da vigésima etapa, em cm^2 ?



R.: Etapa 20: 800 cm^2 . Percebemos que quando medimos a área da figura (formada por 2 triângulos) a altura sempre aumenta 1 cm e a base sempre é o dobro da altura. Então com essas informações calculamos o valor que a etapa 20 teria.

Eduardo André Gräf e Willian Henz
EMEF Princesa Isabel – Arroio do Meio

6) O preço da passagem aérea para uma criança com idade, entre 3 e 10 anos, custa metade do preço da passagem para um adulto e a taxa de embarque é a mesma, independentemente da idade. A viagem de um adulto e uma criança entre 3 e 10 anos sai por R\$ 559,00; a mesma viagem sai por R\$ 367,00 para apenas um adulto. Qual o valor da taxa de embarque?

$$\begin{array}{l}
 P = \text{Passagem} \\
 T.E = \text{Taxa de Embarque} \\
 559 - 367 = 192 \leftarrow \text{Preço da P com T.E do criança} \\
 367 - 192 = 175 \leftarrow \text{Passagem do adulto} \\
 192 - 175 = 17 \leftarrow \text{Resultado} \\
 \begin{array}{l}
 \text{ADULTO} \\
 P + T.E \\
 \text{CRIANÇA} \\
 P + T.E \\
 \text{Resultado} \\
 17 = T.E
 \end{array}
 \end{array}$$

Gabriel Abib Gerhardt e Otávio Augusto Schmidt
 Instituto de Educação Cenecista General Canabarro – Teutônia

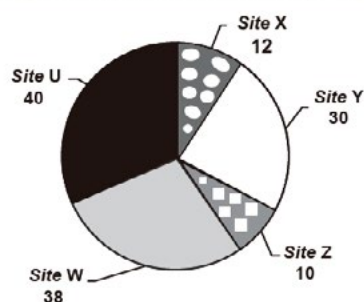
7) Um grafiteiro foi contratado para pintar um enorme muro de uma casa. No primeiro dia de trabalho, que era uma segunda-feira, ele pintou 1 m^2 do muro e, a partir de então, criou uma regra de que a cada dia ele pintaria uma área correspondente a 75% de tudo que havia pintado até o dia anterior. Em que dia da semana ele alcançará 8 m^2 de muro pintado?

$S = 1 \text{ m}^2$
 $T = 1,75$
 $Q = 3,0625$
 $Q = 5,359375$
 $S = 9,37890625$

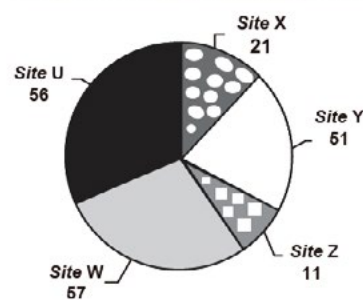
Eduarda Führ e Juliana Fensterseifer
 Colégio Bom Jesus São Miguel – Arroio do Meio

8) Foi criado um miniaplicativo de computador que roda na área de trabalho, para gerar automaticamente um gráfico de setores, mapeando o tempo que uma pessoa acessa cinco sites visitados. Em um computador, foi observado que houve um aumento significativo do tempo de acesso da sexta-feira para o sábado, nos cinco sites mais acessados. A seguir, dados do miniaplicativo para esses dias.

Tempo de acesso na sexta-feira (minuto)



Tempo de acesso no sábado (minuto)



Analisando os gráficos do computador, de qual *site* foi a maior taxa de aumento no tempo de acesso, da sexta-feira para o sábado?

<p>Site X:</p> <table> <thead> <tr> <th>min</th> <th>%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>12</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>21</td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> $12x = 2100$ $x = 175$	min	%	12	100	21	x	<p>Site Y:</p> <table> <thead> <tr> <th>min</th> <th>%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>30</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>51</td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> $30x = 5100$ $3x = 510$ $x = 170$	min	%	30	100	51	x	<p>Site Z:</p> <table> <thead> <tr> <th>min</th> <th>%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>11</td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> $10x = 1100$ $x = 110$	min	%	10	100	11	x
min	%																			
12	100																			
21	x																			
min	%																			
30	100																			
51	x																			
min	%																			
10	100																			
11	x																			
<p>Site W:</p> <table> <thead> <tr> <th>min</th> <th>%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>40</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> $40x = 5000$ $x = 125$	min	%	40	100	50	x	<p>Site U:</p> <table> <thead> <tr> <th>min</th> <th>%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>38</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>57</td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> $38x = 5700$ $x = 150$	min	%	38	100	57	x	<p>Aumentos:</p> <p>Site U: 50%</p> <p>Site W: 25%</p> <p>Site X: 75%</p> <p>Site Y: 70%</p> <p>Site Z: 10%</p>						
min	%																			
40	100																			
50	x																			
min	%																			
38	100																			
57	x																			

Des resultados obtidos através da regra de três, subtraímos o valor 100%, pois ele indica o total de minutos acessados por site na sexta-feira, e queremos saber qual foi o aumento percentual de sexta para sábado.

O site com maior taxa de aumento foi o site X, com 75% de aumento.

Eduardo Marques Bersch e Gabriele Luise Hinnig
Colégio Sinodal Gustavo Adolfo – Lajeado

9) Dizer que a base de um sistema decimal de numeração é 10 significa dizer que, por exemplo, $2609 = 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 9$. No sistema binário de numeração, isto é, um sistema de base 2, os cinco primeiros números inteiros positivos são 1, 10, 11, 100 e 101. Com base nas informações dadas, o número 11011, do sistema binário, corresponde a qual número escrito no sistema decimal?

O sistema decimal de numeração possui 10 números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Por sua vez, o sistema binário de numeração possui apenas 2 números: 0 e 1. Portanto:

SISTEMA DECIMAL DE NUMERAÇÃO	SISTEMA BINÁRIO DE NUMERAÇÃO
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111
16	10000
17	10001
18	10010
19	10011
20	10100
21	10101
22	10110
23	10111
24	11000
25	11001
26	11010
27	11011

Corresponde ao número 27 no sistema decimal.

Theodoro Caumo Mello e Giovane Cardoso
Colégio Madre Bárbara – Lajeado

R. O número 11011, do sistema binário, corresponde ao número 24 no sistema decimal.

$$11011 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1$$

$$16 + 8 + 0 + 2 + 1$$

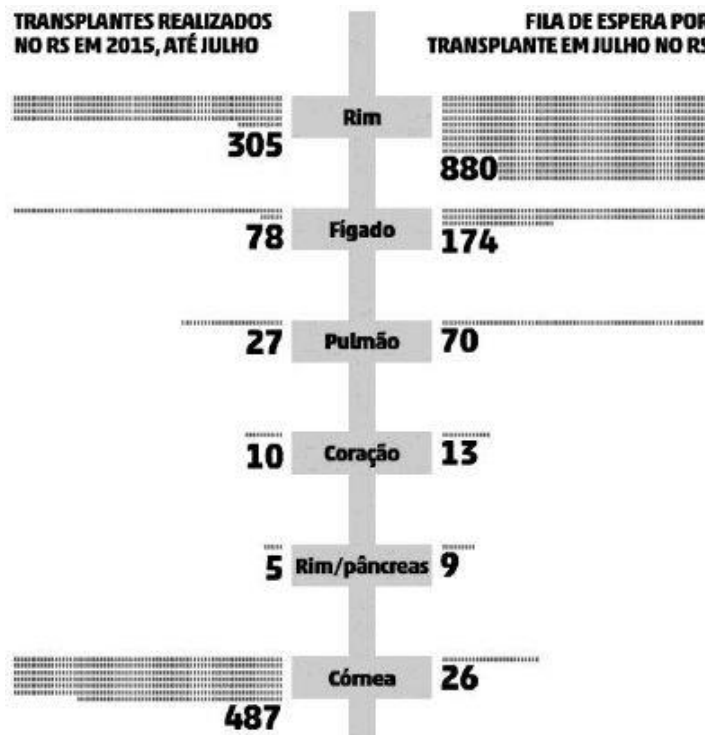
$$24 + 0 + 3$$

$$27 + 0$$

(27)

Ana Carolina Colognese Borges e Luana Goerck Schaefer
EEEF Irmã Branca – Lajeado

10) Observar o gráfico abaixo.



Nele está retratado o número de transplantes realizados no Rio Grande do Sul, até julho de 2015, e a quantidade de pessoas que aguardam na fila por um transplante no Estado, no mês de julho de 2015. Assinalar a alternativa que está de acordo com as informações do gráfico.

- Mais de 50% dos transplantes realizados no RS, até julho de 2015, foram transplantes de córnea.
- O percentual de pessoas que aguardavam transplante de pulmão em julho de 2015 era 70% do total de pessoas na fila de espera por transplantes.

- c) O transplante de fígado é o que apresenta maior diferença percentual entre o número de transplantes realizados e o número de pessoas que aguardavam transplante.
- d) O número de transplantes de fígado realizados até julho de 2015 é 288% maior do que o número de transplantes de pulmão realizados no mesmo período.
- e) O transplante de córneas é o que tem a menor quantidade de pessoas aguardando transplante.

Primeiramente, analisamos o gráfico e depois conferimos qual alternativa é verdadeira: a letra "a". Isso porque, após calcularmos todos os transplantes realizados até julho de 2015, chegamos ao resultado 912. Dividimos então esse valor por 2, para descobrirmos quanto é 50%, e chegamos ao resultado 456. Por 487 ser maior que 456, concluímos que a alternativa "a" está correta. //

a) TOTAL DE TRANSPLANTES: 912

$$912 \div 2 = 456$$

$$487 > 456 \quad \text{VERDADEIRA}$$

Resposta: alternativa a.

Gabriela Sippel Prediger e Henrique Werner Balbinot
Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado

Universidade do Vale do Taquari – Univates
 Pró-Reitoria de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação – Propex
 Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas



9º ano

IDENTIFICAÇÃO:

Nome(s) do(a)(s) aluno(a)(s): _____

Escola: _____

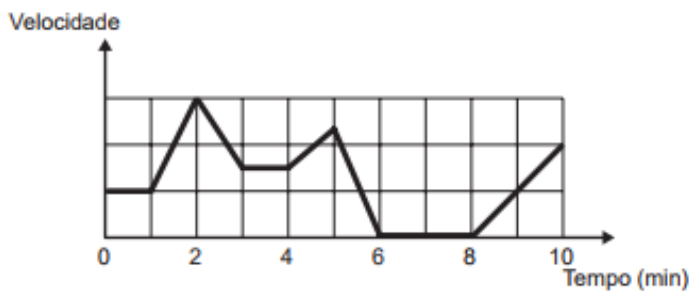
Ano: _____ Município: _____

ORIENTAÇÕES:

1. Esta prova é constituída de dez questões, das quais **somente oito** devem ser respondidas.
2. O tempo de duração desta prova é de até três horas.
3. Anexas às questões, há duas folhas de rascunho.
4. As respostas das questões deverão ser transcritas, preferencialmente a caneta, para o espaço em branco em cada questão. Caso o espaço não seja suficiente, use o verso da folha na qual o exercício está sendo desenvolvido. As respostas deverão ser completas, ou seja, deverão apresentar o desenvolvimento e a conclusão.
5. Após o término da prova, os alunos deverão retirar-se imediatamente do local da sua realização.
6. Durante a prova não é permitido:
 - a) fazer perguntas, visto que a interpretação faz parte da avaliação;
 - b) comunicar-se com outro(s) participante(s), além do(a) eventual companheiro(a) de dupla;
 - c) usar qualquer material além do solicitado e do fornecido;
 - d) pedir emprestado material aos outros participantes;
 - e) usar celular como calculadora e muito menos para comunicação.

9º ano

1) Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflige, todos os dias, milhares de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento.



Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

entre 0 e 1 → velocidade constante.
entre 1 e 2 → velocidade aumenta.
entre 2 e 3 → velocidade diminui.
entre 3 e 4 → velocidade constante.
entre 4 e 5 → velocidade aumenta.
entre 5 e 6 → velocidade diminui.
entre 6 e 8 → velocidade nula = parada
entre 8 e 10 → velocidade aumenta

R. O veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado por 2 minutos.

Sabemos que a escala da velocidade obrigatoriamente começa um zero, logo, percebemos que entre os instantes 6 e 8, o traçado da linha do gráfico permaneceu nulo (veículo imóvel).

Vitor Martini e Bianca Faleiro
Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado

2) Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $\frac{1}{8}$, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura. A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é:

a) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{8}{9}$

b) $\frac{7}{8}$

e) $\frac{9}{8}$

c) $\frac{5}{8}$

$x \rightarrow$ altura hipotética
 $y \rightarrow$ largura hipotética
 $x = 32 \text{ cm}$
 $y = 81 \text{ cm}$

32	x	81	2592
81			

$\frac{2592}{36} = 72 \rightarrow \frac{72}{81} = \boxed{\frac{8}{9}}$

$\text{altura} + \frac{1}{8} \text{ da altura} = 36 \text{ cm}$

Resposta: alternativa d.

Lucas Führ e Antônio Gabriel Fernandes Gugel
CNEC Mário Quintana – Encantado

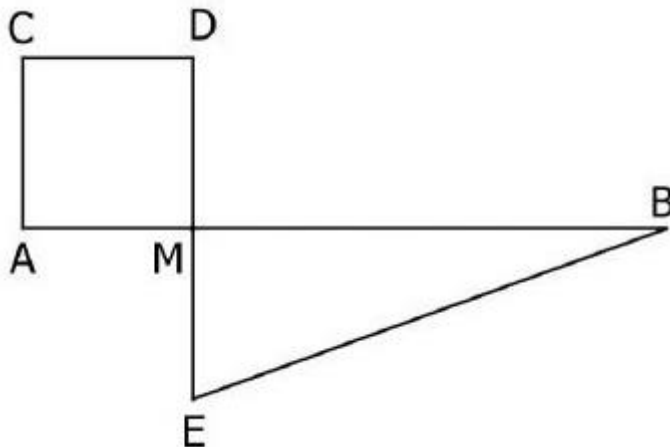
3) Em um folheto de propaganda foi desenhada uma planta de um apartamento medindo 6 m \times 8 m, na escala 1:50. Porém, como sobrou muito espaço na folha, foi decidido aumentar o desenho da planta, passando para a escala 1:40. Após essa modificação, quanto aumentou, em cm^2 , a área do desenho da planta?

$600 \text{ cm} \div 50 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$	$A = 12 \cdot 16 = 192 \text{ cm}^2$	
$800 \text{ cm} \div 50 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$		300 cm^2
$600 \text{ cm} \div 40 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$	$A = 15 \cdot 20 = 300 \text{ cm}^2$	$- 192 \text{ cm}^2$
$800 \text{ cm} \div 40 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$		108 cm^2

A área do desenho da planta aumentou 108 cm^2 .

Luis Henrique Steinhaus Sauthier e Tiago Castro Spiecker
EEEM Santa Clara – Santa Clara do Sul

4) Considerar \overline{AB} um segmento de comprimento 10 e M um ponto desse segmento, distinto de A e de B, como na figura abaixo. Sabe-se que AMDC é quadrado e BME é triângulo retângulo em M.



Tomando x como a medida dos segmentos \overline{AM} e \overline{EM} , para que valor(es) de x as áreas do quadrado $AMDC$ e do triângulo BME são iguais?

$$\frac{10}{3} \cdot \frac{10}{3} = \frac{100}{9} \quad \overline{AB} = 10$$

$$\frac{(10 - \frac{10}{3}) \cdot \frac{10}{3}}{2} = \frac{100}{9} \quad \overline{AM} = x$$

$$\overline{EM} = x$$

$$\frac{(10 - x) \cdot x}{2} = \frac{x^2}{2}$$

$$10x - x^2 = 2x^2$$

$$3x^2 - 10x = 0$$

$$x = 0 \quad x = \frac{10}{3}$$

R: Para que a área do quadrado $AMDC$ seja igual a do triângulo BME , o valor de x deve ser $\frac{10}{3}$.

Nathan Rambo Prediger e Rafaela Fiuza Cunha
Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado

5) Em toda a sua carreira, um tenista já disputou N partidas, tendo vencido 70% delas. Considerar que esse tenista ainda vá disputar, antes de se aposentar, mais X partidas, e que vença todas elas. Para que o seu percentual de vitórias, ao terminar sua carreira, suba para 90%, X deverá ser igual a:

- a) N .
- b) $1,2 N$.
- c) $1,3 N$.
- d) $1,5 N$.
- e) $2 N$.

$$\frac{70}{100} + \frac{100}{100} = \frac{170}{100} = \frac{85\%}{100}$$

$$N. \frac{70}{100} + \frac{100}{100} + \frac{20}{100} = \frac{190}{100} = \frac{95\%}{100}$$

$$N. \frac{70}{100} + \frac{100}{100} + \frac{30}{100} = \frac{200}{100} = \frac{100\%}{100}$$

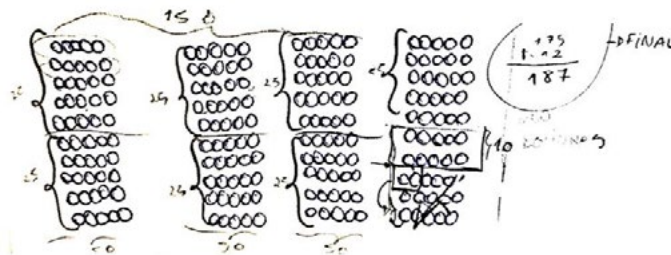
$$N. \frac{70}{100} + \frac{100}{100} + \frac{50}{100} = \frac{220}{100} = \frac{110\%}{100}$$

$$\frac{70}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100} = \frac{270}{100} = \frac{135\%}{100} \quad \left(\frac{90\%}{100} \right)$$

Resposta: alternativa e.

Thiago Noll da Fontoura e Luiz Ricardo Weizenmann de Costa
Colégio Madre Bárbara – Lajeado

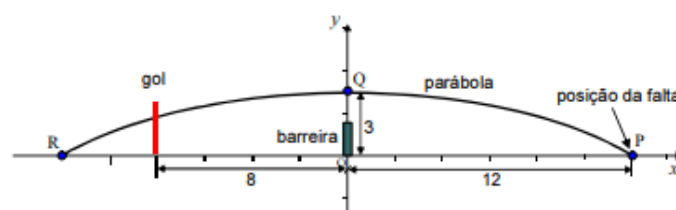
6) Um total de n bolinhas de gude foi agrupado de 5 em 5 e, depois disso, ainda sobraram 2 bolinhas. Em seguida, os grupos formados na etapa anterior foram agrupados de 5 em 5 com sobra de 2 grupos. Qual é o maior valor de n menor que 200 que satisfaz essas condições?

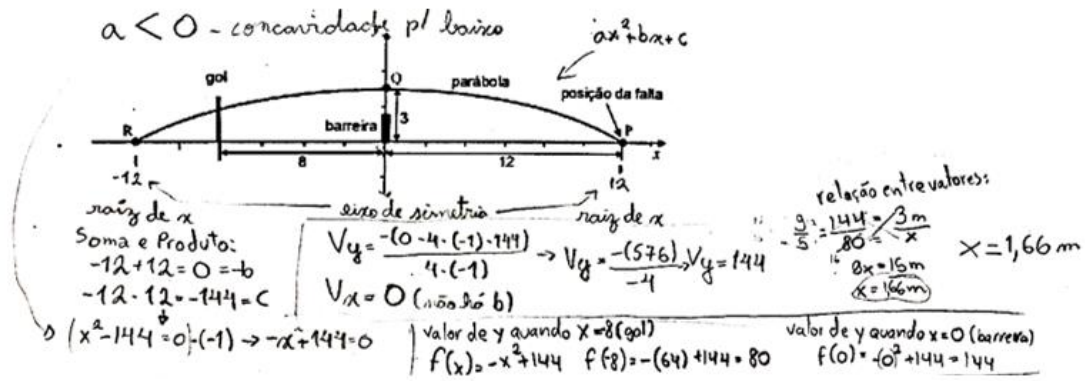


O valor é 187. Chegamos a este resultado desmontando 200 bolinhas agrupadas em grupos de 5, e para deixar só dois grupos de fora foram necessárias só 185 bolinhas, e somando das com as 2 que haviam ficado de fora na etapa anterior, obtivemos 187.

Luiza Pertile Muccini e Laíza Casaril da Silveira
CNEC Mário Quintana – Encantado

7) Em um jogo de futebol, um jogador irá bater uma falta diretamente para o gol. A falta é batida do ponto P, localizado a 12 metros da barreira. Suponha que a trajetória da bola seja uma parábola, com ponto de máximo em Q, exatamente acima da barreira, a 3 metros do chão, como ilustra a figura abaixo. Sabendo-se que o gol está a 8 metros da barreira, a que altura está a bola ao atingir o gol?





Reparamos que o vértice V é um eixo de simetria. Como o pontapé (1ª interseção) foi a $12m$, a 2ª interseção no eixo x seria aos -12 . Com soma e produto chegamos a definir que a equação é $-x^2 + 144x$. A partir daí, calculamos as coordenadas do vértice da $f(x) = -x^2 + 144x$, que é $(1,66, 80)$. Ao atribuir a x a distância do gol do barreira ($f(-8)$), chegamos a 80 , estabelecendo uma relação entre os valores obtidos, obtivemos $x = 1,66 m$, ou $\frac{16}{9}$ metros.

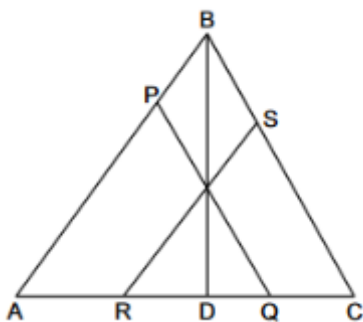
Resposta: $1,66$ metros ou $\frac{16}{9}$ metros

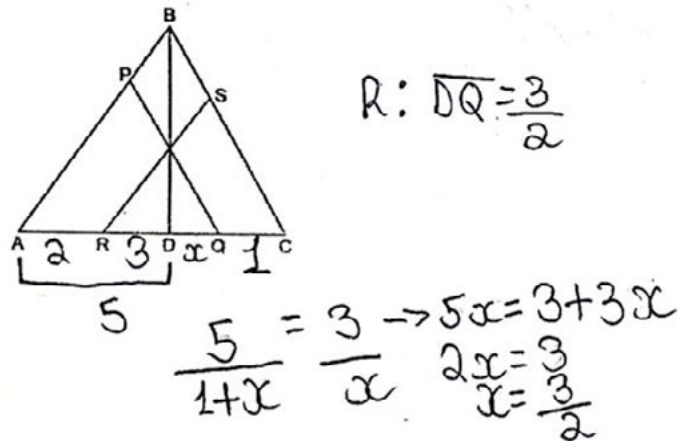
Tiago Steffler e Samuel Steffler
 Colégio Cenecista João Batista de Mello – Lajeado

8) Na figura seguinte, temos:

$$\overline{PQ} \parallel \overline{BC}, \overline{RS} \parallel \overline{AB}, \overline{AR} = 2, \overline{RD} = 3 \text{ e } \overline{QC} = 1$$

Qual a medida do segmento de reta \overline{DQ} ?





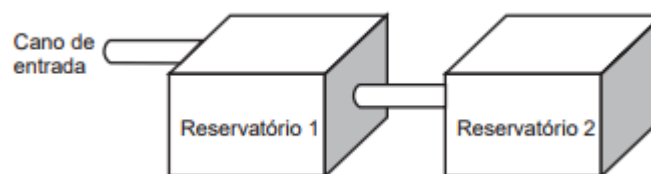
Vitor Francisco Casagrande Zanella e Bernardo Capellari Culau
 Colégio Santa Terezinha – Anta Gorda

- 9) Vinte times de futebol disputam a Série A do Campeonato Brasileiro, sendo seis deles paulistas. Cada time joga duas vezes contra cada um dos seus adversários. Qual a porcentagem de jogos nos quais os dois oponentes são paulistas?

Observamos que a total de partidas jogadas são 380, um time paulista joga 10 vezes contra outro paulista desconsiderando os jogos repetidos somamos $10+8+6+4+2=30$ que é o número de jogos entre paulistas. Fazendo uma regra de três: $\frac{380}{30} \rightarrow \frac{100}{x}$ se obtém a porcentagem de jogos 7,894736842%.

Pedro Henrique Loeblein Schmitz e Gabriel Adams Arenhart
 Colégio Cenecista João Batista de Mello – Lajeado

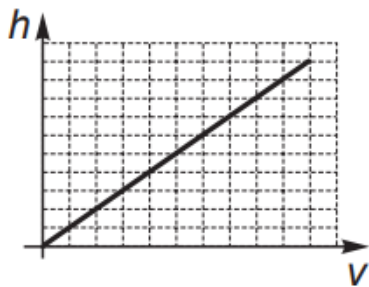
- 10) A água para o abastecimento de um prédio é armazenada em um sistema formado por dois reservatórios idênticos, em formato de bloco retangular, ligados entre si por um cano igual ao cano de entrada, conforme ilustra a figura.



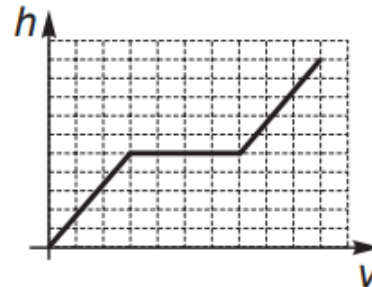
A água entra no sistema pelo cano de entrada no Reservatório 1 a uma vazão constante e, ao atingir o nível do cano de ligação, passa a abastecer o Reservatório 2. Suponha que, inicialmente, os dois reservatórios estejam vazios.

Assinalar com X qual dos gráficos melhor descreverá a altura h do nível da água no Reservatório 1, em função do volume V de água no sistema?

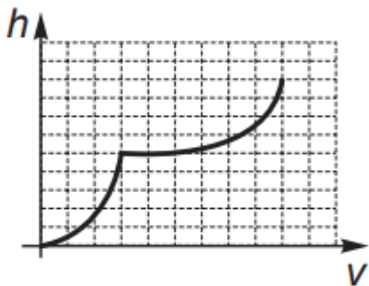
a)



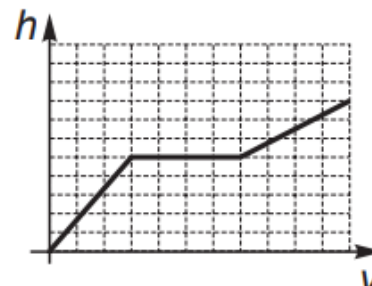
d)



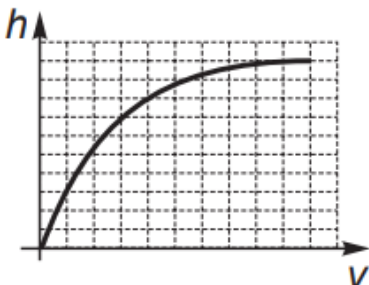
b)



e)



c)



Desenvolvimento: Seria a opção E, pois ela mostra que o reservatório 1 começa enchendo a toda velocidade, depois para de encher para abastecer o reservatório 2, e logo após passa a encher na metade da velocidade inicial pois ambos os reservatórios estão enchendo ao mesmo tempo.

Resposta: alternativa e.

Andrei Bolzan da Silveira e Lucas Heinen
Colégio Estadual Poncho Verde – Mato Leitão

Universidade do Vale do Taquari – Univates
 Pró-Reitoria de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação – Propex
 Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas



Ensino Médio

IDENTIFICAÇÃO:

Nome(s) do(a)(s) aluno(a)(s): _____

Escola: _____

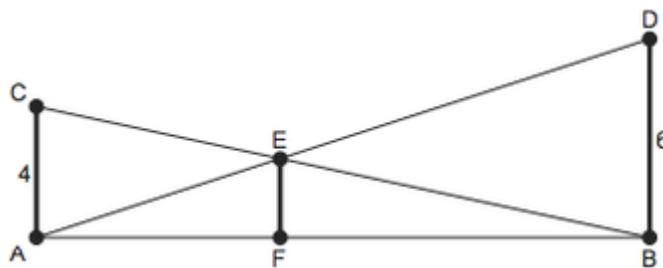
Ano: _____ Município: _____

ORIENTAÇÕES:

1. Esta prova é constituída de dez questões, das quais **somente oito** devem ser respondidas.
2. O tempo de duração desta prova é de até três horas.
3. Anexas às questões, há duas folhas de rascunho.
4. As respostas das questões deverão ser transcritas, preferencialmente a caneta, para o espaço em branco em cada questão. Caso o espaço não seja suficiente, use o verso da folha na qual o exercício está sendo desenvolvido. As respostas deverão ser completas, ou seja, deverão apresentar o desenvolvimento e a conclusão.
5. Após o término da prova, os alunos deverão retirar-se imediatamente do local da sua realização.
6. Durante a prova não é permitido:
 - a) fazer perguntas, visto que a interpretação faz parte da avaliação;
 - b) comunicar-se com outro(s) participante(s), além do(a) eventual companheiro(a) de dupla;
 - c) usar qualquer material além do solicitado e do fornecido;
 - d) pedir emprestado material aos outros participantes;
 - e) usar celular como calculadora e muito menos para comunicação.

Ensino Médio

1) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados. Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?



$x \cdot \frac{6}{10} = \frac{6}{10} x$
 $4 \cdot \frac{6}{10} = \boxed{2,4 \text{ m}}$
 ou
 $x \cdot \frac{4}{10} = \frac{4}{10} x$
 $6 \cdot \frac{4}{10} = \boxed{2,4 \text{ m}}$

A haste EF terá 2,4 m de comprimento.

$\frac{6}{x} = \frac{h}{x-y}$ $\Rightarrow 6x - 6y = hx$
 $\frac{4}{x} = \frac{h}{x}$ $\Rightarrow 4x = hx$
 $4y = 6x - 6y \rightarrow 10y = 6x \rightarrow y = \frac{6}{10}x$

Manuela Diehl e Nathalia Simon Kist
Colégio Martin Luther – Estrela

2) A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos. Qual a medida da altura H, em metros, indicada na Figura 2?

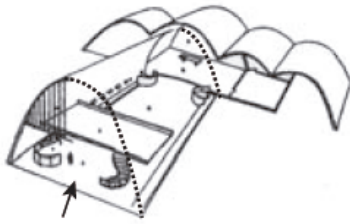


Figura 1

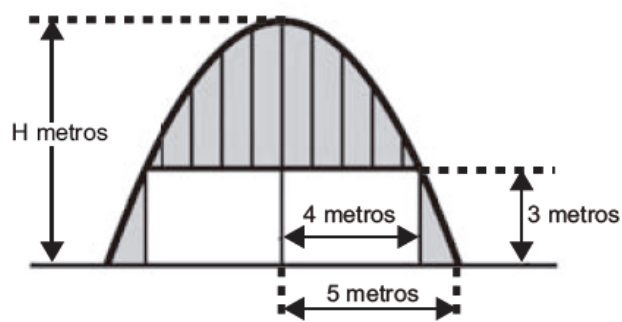
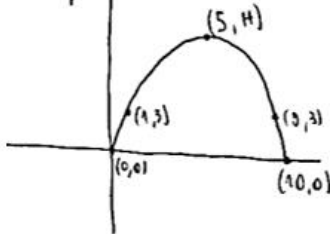


Figura 2

Pode-se considerar o desenho como um plano cartesiano, e a curva de y pertencendo a uma função quadrática. Assim deve-se achar o vértice do funil, com os pontos dados. O termo independente a é igual a zero por a curva passar pelo origem dos eixos



$$f = ax^2 + bx + c$$

$$0 = 10^2 \cdot a + 10 \cdot b$$

$$3 = a + b$$

$$0 = 100a + 10b$$

$$a = 3 - b$$

$$0 = (3 - b) \cdot 100 + 10b$$

$$a = 3 - \frac{10}{3}$$

$$0 = 300 - 100b + 10b$$

$$a = \frac{3 - 10}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$300 = 90b$$

$$b = \frac{10}{3}$$

Usando a equação $\hat{y} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{10}{3}x$ e substituindo-se o x do vértice na equação tem-se

$$y = -\frac{1}{3} \cdot 25 + \frac{10}{3} \cdot 5$$

Assim a altura H é de

$$y = \frac{-25 + 50}{3} = \frac{25}{3} \quad \frac{25}{3} \text{ m}$$

Vinícius Schmidt e Gabriel Führ
Colégio Bom Jesus São Miguel – Arroio do Meio

- 3) Um conjunto de 100 copos descartáveis, dispostos em um suporte, será usado em uma festa. Considere, agora, as seguintes informações:



- sempre se tenta retirar apenas 1 copo de cada vez desse suporte;
- quando se tenta retirar 1 copo, e exatamente 2 saem juntos, 1 deles é desperdiçado;
- quando se tenta retirar 1 copo, e exatamente 3 saem juntos, 2 deles são desperdiçados;
- quando se tenta retirar 1 copo, nunca saem 4 ou mais de 4 juntos;
- foram retirados todos os copos desse suporte, com desperdício de 35% deles.
- a razão entre o número de vezes em que foram retirados exatamente 2 copos juntos e o número de vezes em que foram retirados exatamente 3 juntos foi de $\frac{3}{2}$.

Qual foi o número de vezes em que apenas 1 copo foi retirado do suporte?

O número de copos desperdiçados foi 35.
 Chamando o nº de vezes que foram retirados dois copos de x , e o número de vezes que foi retirado 3 copos de y . Temos:

$$x + 2y = 35 \rightarrow 2x + 4y = 70$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \rightarrow 3y = 2x$$

formando um sistema:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 70 \\ 2x = 3y \end{cases}$$

Substituindo:

$$3y + 4y = 70$$

$$y = 10 \text{ vezes.}$$

$$x = 15 \text{ vezes.}$$

Assim, foram retirados $3 \cdot 10 + 2 \cdot 15$ copos, em que ao menos um foi descartado.
 Então para saber qual foi o número de copos únicos retirados temos de retirar ~~60~~ 60 copos ($3 \cdot 10 + 2 \cdot 15$) de 100.
 $100 - 60 = 40 \rightarrow$ Assim, foram retirados 40 vezes apenas 1 copo.

João Gabriel Tolio dos Santos
 Colégio Madre Bárbara – Lajeado

4) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares. Em razão disso, qual a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75 913?

$\left. \begin{array}{l} 13579 \\ 13597 \\ 13759 \\ 13795 \\ 13957 \\ 13975 \end{array} \right\} 6$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $24 \quad 24 \quad 25$

$$24 \cdot 3 = 72$$

$$72 + 12 = 84$$

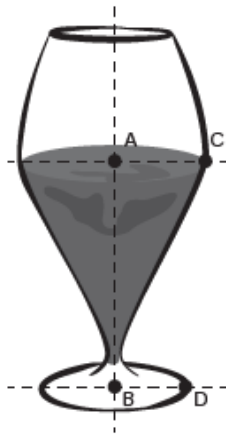
84 n^o chamados +

$\left. \begin{array}{l} 189 \\ 193 \\ 819 \\ 891 \\ 913 \end{array} \right\} 5 = \boxed{89}$

A ordem de uma chamada do candidato é 89, pois há 24 possibilidades com cada número (13579, 13597, ...) que, multiplicado por 3 números, dá 72, somado a 12 (1^o algarismo do n^o) dá 84, somado a 5 (variação dos 3 últimos algarismos) dá 89.

Betina Thomas Haas e Thiago Krilow
Colégio Sinodal Gustavo Adolfo – Lajeado

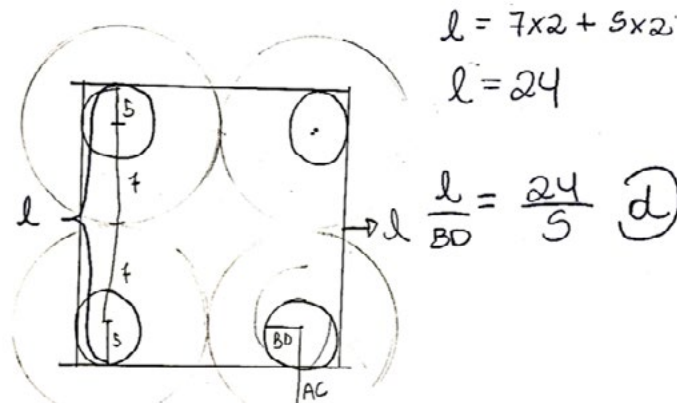
5) Um restaurante utiliza, para servir bebidas, bandejas planas, sem bordas e com bases quadradas. Todos os copos desse restaurante têm o formato representado na figura:



Considerar que $\overline{AC} = \frac{7}{5} \overline{BD}$ e que l é a medida de um dos lados da base da bandeja. Qual deve ser o menor valor da razão $\frac{l}{\overline{BD}}$ para que uma bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez?

- a) 2
- b) $\frac{14}{5}$
- c) 4
- d) $\frac{24}{5}$
- e) $\frac{28}{5}$

Atribuindo valor hipotético de $AC = 7$ e $BD = 5$,
obtemos a seguinte representação:



Resposta: alternativa d.

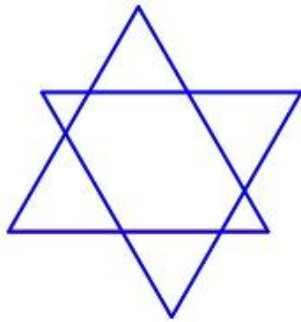
Francisco Gehlen e João Guilherme Manini Remonti
Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado

6) Se $3^x + (3^x + 4) + (3^x + 8) + \dots + (3^x + 52) = 371$, qual o valor de 3^{-x} ?

$$\begin{aligned}
 a_n &= a_1 + (n-1)r & 3^k + 52 &= 3^x + (n-1)4 & S_n &= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \\
 r &= 4 & \rightarrow 52 &= 4n - 4 & S_n &= \frac{371 = (3^x + 3^x + 52)n}{2} \\
 a_1 &= 3^x & 56 &= 4n & 742 &= \dots + 3^x + 428 \\
 a_n &= 3^x + 52 & n &= 14 & &
 \end{aligned}$$

Mateus Scherer de Souza e Luis Felipe Wachholz Naue
Colégio Bom Jesus Nossa Senhora Aparecida – Venâncio Aires

7) Dois triângulos equiláteros de perímetro 36 cm cada são sobrepostos de modo que a região comum dos triângulos seja um hexágono com pares de lados paralelos, conforme a figura abaixo. Qual é o perímetro desse hexágono?



os triângulos não equiláteros.
 p do triângulo $= 3a + 3b + 3c$ e o
 p do hexágono é $2a + 2b + 2c$,
 temos para o p do hexágono
 24 cm.

Guilherme Gustavo Pilz e Leonardo Schuler
 EEEM Monte das Tabocas – Venâncio Aires

8) Uma empresa de locação de veículos permite que seus clientes aluguem um carro em uma de suas lojas e o devolvam em outra. Atualmente, duas lojas (1 e 2) têm, respectivamente, 16 e 18 carros excedentes e quatro lojas (3, 4, 5 e 6) precisam de 10 carros de cada. Os custos de transferência dos carros excedentes das lojas 1 e 2 para as lojas estão no quadro que segue.

Custos de transportes de carros entre locais				
	Loja 3	Loja 4	Loja 5	Loja 6
Loja 1	\$ 54	\$ 17	\$ 23	\$ 30
Loja 2	\$ 24	\$ 18	\$ 19	\$ 31

Devido ao fato de haver 34 carros excedentes nas lojas 1 e 2 e ser necessário enviar 40 carros às lojas 3, 4, 5 e 6, algumas não receberão tantos carros quanto precisam. Entretanto, a gerência deseja se assegurar de que todos os carros excedentes serão enviados e que cada loja que precisa carros receba pelo menos cinco deles. Qual é o custo mínimo?

Primeiramente, é possível determinar que os 5 carros mínimos de cada loja serão enviados pelas lojas cujos preços de transporte são menores. Assim, a loja 1 enviará 5 carros para a loja 4 e 5 carros para a loja 6, enquanto a loja 2 enviará 5 carros para a loja 3 e 5 carros para a loja 5, de forma a restarem, para as lojas 1 e 2, respectivamente, 6 e 8 carros.

A partir de então, as lojas passarão a enviar os carros restantes para os destinos mais baratos, sem exceder o limite de 10 carros por loja. A loja 1 enviará mais 5 carros para a loja 4, restando apenas 1 carro, que será enviado para a loja 5. Dessa forma, a loja 2 enviará mais 4 carros para a loja 3, utilizando os 4 carros restantes para a loja 3.

A tabela a seguir indica o número de carros enviados por cada loja (1 e 2) para cada loja destino (3, 4, 5 e 6):

	Loja 3	Loja 4	Loja 5	Loja 6
Loja 1	0	10	1	5
Loja 2	9	0	9	0

Efetuarão-se os cálculos:

$$10 \cdot 17 + 5 \cdot 30 + 1 \cdot 23 + 9 \cdot 24 + 9 \cdot 19 = 170 + 150 + 23 + 216 + 171 = \boxed{730}$$

O custo mínimo para o transporte de todos os carros é de \$730.

João Pedro Müller Lima e Anderson Guilherme Schneider
Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado

9) O número natural $(2^{103} + 2^{102} + 2^{101} - 2^{100})$ é divisível por:

- a) 6.
- b) 10.
- c) 14.
- d) 22.
- e) 26.

$$\begin{aligned}
 & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2^{100} + 2 \cdot 2 \cdot 2^{100} + 2 \cdot 2^{100} - 2^{100} \\
 & 8 \cdot 2^{100} + 4 \cdot 2^{100} + 2 \cdot 2^{100} - 2^{100} \\
 & 2^{100} (8 + 4 + 2 - 1) \\
 & 2^{100} (13) \\
 & 2^{99} (26)
 \end{aligned}$$

Assim esse número é divisível por 26.

Resposta: alternativa e.

Leonardo Guzzon Becker e Logan André Müller
Colégio Martin Luther – Estrela

10) Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a $\frac{2}{3}$ do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos. Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y?

- a) $5X - 3Y + 15 = 0$
- b) $5X - 2Y + 10 = 0$
- c) $3X - 3Y + 15 = 0$
- d) $3X - 2Y + 15 = 0$
- e) $3X - 2Y + 10 = 0$

$Y = X + 1,5X + 5$
 $0 = 2,5X - Y$

$5X - 2Y + 10 = 0$

$X = \frac{2}{3}V; V = \frac{3}{2}X$
 $V = \frac{3X}{2}$

Resposta: alternativa b.

Pedro Henrique Germany Gehlen e Pedro Henrique Gregory Schossler
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – Lajeado



R. Avelino Talini, 171 | Bairro Universitário | Lajeado | RS | Brasil
CEP 95914.014 | Cx. Postal 155 | Fone: (51) 3714.7000
www.univates.br | 0800 7 07 08 09