

# EXPERIÊNCIAS NO ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

María Madalena Dullius

Italo Gabriel Neide  
(Organizadores)



  
**FAPERGS**

Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul

  
**SEBRAE**

Serviço Brasileiro de Apoio às  
Micro e Pequenas Empresas

  
**UNIVATES**

Maria Madalena Dullius  
Italo Gabriel Neide  
(Organizadores)

# Experiências no Ensino de Ciências Exatas

1ª edição



EDITORA  
**UNIVATES**

Lajeado/RS, 2023



**Universidade do Vale do Taquari - Univates**

**Reitora:** Profa. Ma. Evania Schneider

**Vice-Reitora e Pró-Reitora de Ensino:** Profa. Dra. Fernanda Storck Pinheiro

**Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação:** Prof. Dr. Carlos Cândido da Silva Cyrne



EDITORA  
**UNIVATES**

**Editora Univates**

**Coordenação:** Prof. Dr. Carlos Cândido da Silva Cyrne

**Editoração:** Marlon Alceu Cristófoli

**Capa:** criada com recursos de Freepik.com

Avelino Talini, 171 – Bairro Universitário – Lajeado – RS, Brasil

Fone: (51) 3714-7024 / Fone: (51) 3714-7000, R.: 5984

editora@univates.br / <http://www.univates.br/editora>

E96

Experiências no ensino de ciências exatas [recurso eletrônico] /  
Maria Madalena Dullius, Italo Gabriel Neide (org.) – Lajeado : Editora  
Univates, 2023.

Disponível em: [www.univates.br/editora-univates/publicacao/406](http://www.univates.br/editora-univates/publicacao/406)  
ISBN 978-85-8167-300-4

1. Ciências exatas. 2. Práticas de ensino. I. Dullius, Maria Madalena.  
II. Neide, Italo Gabriel. III. Título.

CDU: 51:372.4

Catálogo na publicação (CIP) – Biblioteca Univates  
Bibliotecária Monique Izoton – CRB 10/2638



**As opiniões e os conceitos emitidos, bem como a exatidão, adequação e procedência das citações e referências, são de exclusiva responsabilidade dos autores e não refletem necessariamente a visão do Conselho Editorial da Editora Univates e da Univates.**

## APRESENTAÇÃO

O objetivo deste livro é apresentar, ao leitor, atividades didáticas para o Ensino de Ciências Exatas. Considerando a importância decorrente de produzir materiais que conversem com o professor, este livro traz nos seus capítulos atividades de ensino que já foram desenvolvidas em sala de aula, e que, mediante as devidas adaptações, têm potencial de serem replicadas em diferentes realidades.

Neste livro são socializados onze capítulos, em que são relatadas experiências desenvolvidas no Brasil, Espanha e Portugal. São abordadas as áreas da Matemática, Física, Engenharia e Formação de Professores, por meio de metodologias voltadas para o ensino de conteúdos das ciências exatas, desenvolvimento de habilidades e a utilização de diversas tecnologias digitais.

A maior parte dos capítulos aborda a utilização de recursos tecnológicos, em que é importante ressaltar que a perspectiva de abordagem não é aquela voltada apenas para a motivação dos alunos, e sim no sentido de fazer um uso diferenciado das tecnologias, vindo a trazer contribuições distintas para os processos de ensino e de aprendizagem, procurando agregar e não substituir.

Este livro é uma produção decorrente do projeto intitulado “Aplicativos e simuladores no ensino híbrido ou remoto na área das Ciências Exatas” aprovado no âmbito do Edital FAPERGS SEBRAE/RS 03/2021 – Programa de apoio a projetos de pesquisa e de inovação na área de Educação Básica - PROEdu. Este projeto foi desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Experimentação e Tecnologias – GPET, e está vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, PPGECE, da Universidade do Vale do Taquari – Univates.

Neste sentido convidamos o leitor para que possa conhecer as diversas experiências relatadas nos capítulos deste livro, e temos a esperança de que elas possam inspirar o professor a ampliar o seu leque de possibilidades no seu fazer em sala de aula. Agradecemos o interesse em ter esta obra na sua coleção e desejamos uma ótima leitura.

*Maria Madalena Dullius*

*Italo Gabriel Neide*

*Os autores*

# SUMÁRIO

<b>SITUAÇÕES DIDÁTICAS E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: DESENVOLVENDO CONCEITOS DE LIMITES E DERIVADAS .....</b>	<b>6</b>
<i>Guttenberg Sergistótanés Santos Ferreira</i>	
<i>Maria Madalena Dullius</i>	
<i>Marco Antonio Moreira</i>	
<b>PROBLEMAS DE FERMI: UMA OPORTUNIDADE PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO E DE HABILIDADES NA AULA DE MATEMÁTICA.....</b>	<b>25</b>
<i>Nélia Amado</i>	
<b>DISEÑO DE UNA APP EDUCATIVA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS POR INDAGACIÓN.....</b>	<b>44</b>
<i>Iraya Yáñez Pérez</i>	
<i>Radu Bogdan Toma</i>	
<i>Jesús Ángel Meneses Villagrá</i>	
<b>SIMULAÇÃO E GUIA POE: UMA ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DO MÉTODO DE PARTIDA ESTRELA-TRIÂNGULO .....</b>	<b>59</b>
<i>Matheus da Silveira</i>	
<i>Maria Claudete Schorr</i>	
<i>Marcia Jussara Hepp Rehfeldt</i>	
<b>USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS .....</b>	<b>79</b>
<i>Givaldo da Silva Pereira</i>	
<i>Marli Teresinha Quartieri</i>	
<b>EDUCAÇÃO FINANCEIRA POR MEIO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS.....</b>	<b>99</b>
<i>Ana Paula Krein Müller</i>	
<i>Geovana Luiza Kliemann</i>	
<i>Guilherme Germano Kilpp</i>	
<b>USO DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS NO ENSINO DE FÍSICA: UMA EXPERIÊNCIA COM ATIVIDADES REMOTAS NO PERÍODO DA PANDEMIA .....</b>	<b>112</b>
<i>Roberto Kennedy Cardoso</i>	
<i>Italo Gabriel Neide</i>	
<b>A EXPERIÊNCIA DA LESSON STUDY COM UM GRUPO DE ESTUDANTES PARA O DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS NA ÁREA DA MATEMÁTICA.....</b>	<b>133</b>
<i>Marglis Rech</i>	
<i>Anderson Roberto dos Santos</i>	
<i>Mariani Marques Vargas</i>	
<b>EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM USO DO APLICATIVO PHET .....</b>	<b>153</b>
<i>Andréia Cristina Rodrigues Saldanha</i>	
<i>Claudia Lourenço da Lúz</i>	
<i>Daniel Meurer</i>	
<i>Fabiola Fridolina Griesang</i>	
<i>Ionice Dornelles Ferreira Tica</i>	
<i>Joseane da Cruz</i>	
<i>Magali Regina Weiler</i>	
<i>Teresinha Aparecida Faccio Padilha</i>	
<b>SISTEMA SOL-TERRA-LUA: ATIVIDADES PRÁTICAS COM MODELOS TRIDIMENSIONAIS PARA EXPLORAR FASES DA LUA E ECLIPSES .....</b>	<b>169</b>
<i>Andréia Spessatto De Maman</i>	
<i>Sônia Elisa Marchi Gonzatti</i>	

# SITUAÇÕES DIDÁTICAS E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: DESENVOLVENDO CONCEITOS DE LIMITES E DERIVADAS

*Guttenberg Sergistótanés Santos Ferreira<sup>1</sup>*

*Maria Madalena Dullius<sup>2</sup>*

*Marco Antonio Moreira<sup>3</sup>*

Os conteúdos de Limites e Derivadas podem ser compreendidos como um aprofundamento do estudo de Funções, realizado ainda na Educação Básica. Além da discussão sobre cálculo de raízes, crescimento/decrescimento, concavidade, (des) continuidade de funções reais, são inseridos novos conceitos, sobre: infinitésimos (no estudo de Limites); pontos críticos e taxa de variação (no estudo de Derivadas); dentre outros.

O ensino de Cálculo Diferencial vem sendo discutido pela comunidade científica brasileira com maior ênfase a partir dos anos 2000 (PAGANI; ALLEVATO, 2014). Em seus estudos, as autoras afirmam que vários fatores justificam essa discussão: elevados índices de retenção na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I; dificuldades de associação entre teoria e prática, sobretudo em situações cotidianas; falta de formulação de situações contextualizadas aplicadas em espaços não formais de ensino; quantidade excessiva de exercícios que visam apenas à repetição (aprendizagem mecânica). No entanto, também são apontadas possibilidades de soluções para minimizar as dificuldades no ensino de Cálculo Diferencial, dentre as quais constam diversas propostas didáticas que se utilizam do uso de softwares, do ensino na perspectiva da Modelagem Matemática ou por meio de metodologia de Resolução de Problemas.

Neste contexto, este capítulo traz o ensino de Limites e Derivadas numa proposta que oportuniza o desenvolvimento do raciocínio matemático, explicitando que a Matemática possui sentido e propósito próprios. A partir de pressupostos construtivistas e socioculturais, que propiciam ao estudante o protagonismo em seu processo de aprendizagem, bem como a socialização/discussão de ideias que sugerem indícios de aprendizagem significativa, é que se justifica o uso da Teoria das Situações Didáticas (TSD) e da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), para contribuir nas reflexões sobre ensino e aprendizagem, respectivamente.

Objetiva-se então apresentar uma sequência didática com problemas potencialmente significativos para aprendizagem de Limites e Derivadas de funções de uma variável real, baseada nos pressupostos da TSD/TAS. As atividades propostas partem de situações contextualizadas como estímulo inicial ao ensino daqueles conteúdos matemáticos, considerando os conhecimentos prévios dos estudantes e possibilitando maior autonomia para conjecturar, formular e testar hipóteses, assumindo assim o protagonismo e a responsabilidade por sua aprendizagem; ao passo em que o professor possa ressignificar

---

1 IFCE – campus Juazeiro do Norte.

2 Universidade do Vale do Taquari – Univates.

3 Universidade do Vale do Taquari – Univates.

sua práxis docente, deixando a posição de transmissor de conteúdos, e assumindo o papel de mediador de aprendizagem.

A sequência didática proposta a seguir foi idealizada para ser desenvolvida com licenciandos em Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) – campus Juazeiro do Norte, tendo sido validada por seus professores de Matemática. No entanto, este material tem a pretensão de auxiliar a professores e ainda servir como manual aos estudantes de Cálculo Diferencial, dos mais diversos cursos, numa perspectiva autoinstrucional em que se promova a compreensão e/ou ressignificação dos temas Limites e Derivadas.

## REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção possui o intuito de apresentar, discutir e relacionar as bases teóricas que nortearam a construção da sequência didática sobre Limites e Derivadas. Para tanto, apresentam-se pressupostos da TSD com o intuito de auxiliar na discussão sobre o ensino e proposição da intervenção didática, bem como sobre a TAS para fomentar a discussão relativa aos indícios de aprendizagem.

### Teoria das Situações Didáticas (TSD)

No cenário em que se aprende a partir de contextualizações e situações reais e cotidianas, ou seja, de situações didáticas planejadas e com intencionalidade docente, é que emerge a TSD. Esta teoria foi desenvolvida por Guy Brousseau<sup>4</sup> no âmbito da vertente francesa da Didática da Matemática, em meados da década de 1960, e objetiva criar um modelo de interação entre o professor, o estudante e o meio de aprendizagem (doravante denominado *milieu*) no qual a aprendizagem possa se desenvolver (ALMOULOU, 2007).

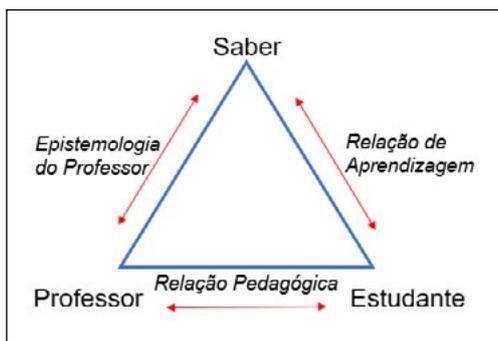
A TSD promove discussão sobre formas de apresentação de determinado objeto matemático aos estudantes, considerando a clara intenção do professor para possibilitar aprendizagem por meio de uma sequência didática planejada (TEIXEIRA; PASSOS, 2013). Complementando, Silva e Almouloud (2018) afirmam que a TSD foi desenvolvida com o intuito de estudar as situações que favorecem a aquisição do conhecimento por meio das relações existentes entre o professor, o estudante e o saber.

Nisto, tem-se a compreensão de que o foco principal da TSD não é o estudante em si, não enquanto sujeito cognitivo, mas a situação didática que foi desenvolvida e na qual podem ser identificadas interações entre o professor, o estudante e o saber matemático (ALMOULOU, 2007; POMMER, 2008). As interações entre professor e estudante denotam a relação pedagógica, as interações entre professor e saber denotam a epistemologia do professor, e as interações entre estudante e saber podem ser compreendidas como relação de aprendizagem (FIGURA 1).

---

4 Guy Brousseau é educador matemático francês, sendo um dos pioneiros na Didática da Matemática. Desenvolveu a Teoria das Situações Didáticas (TSD), segundo a qual cada conhecimento por ser determinado segundo uma situação.

Figura 1 - Triângulo Didático



Fonte: Dos autores, adaptado de Pommer (2008).

As relações que ocorrem no Triângulo Didático (FIGURA 1) não o fazem de forma isolada, elas estão imbricadas. Pommer (2008) afirma que ao professor, em sua relação com o saber, cabe localizar ou desenvolver situações de aprendizagem nas quais o estudante perceba o sentido naquilo que lhe é proposto. No contexto do desenvolvimento desta sequência didática, a proposição de problemas de Limites e Derivadas foi planejada no sentido de fornecer elementos para que o estudante perceba a aplicabilidade do Cálculo Diferencial em situações cotidianas.

Na relação pedagógica, tem-se que o professor deve propiciar ao estudante que conjecture e reflita sobre aquilo que lhe é apresentado, numa tentativa de construir um conhecimento amplo e que não se restrinja somente à situação em estudo. A proposição de atividades desta sequência didática foi desenvolvida partindo de conceitos básicos de Limites e Derivadas e sendo progressivamente diferenciados, respeitando o rigor matemático, de modo que a relação pedagógica não ficasse restrita somente à confirmação dos acertos/erros daqueles problemas.

Quanto à relação de aprendizagem, na qual o estudante se relaciona com o saber, é esperado que consiga testar, conjecturar, formular hipóteses, construir modelos, compreender conceitos e socializar resultados. No contexto dos problemas propostos, considerou-se a possibilidade do estudo coletivo na perspectiva colaborativa, como um fator impulsionador de aprendizagem, evitando assim a individualidade tão característica nas salas de aula de Matemática.

A TSD envolve a análise de atividades específicas que culminarão na aprendizagem em Matemática por meio de situações de: Devolução, Ação, Formulação, Validação e Institucionalização; conhecidas como fases da TSD. Esse conjunto de situações propicia ao “professor, com a fundamentação dessa teoria, [que] oriente o aprendiz para que possa desenvolver atividades que lhe permitam apropriar-se de novos saberes” (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 162).

Preliminarmente, ocorre a fase de Devolução, isto é, quando “o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e assume ele mesmo as consequências dessa transferência” (BROUSSEAU, 2008, p. 91). As situações adidáticas são aquelas “nas quais o professor consegue fazer desaparecer sua vontade, suas intervenções, enquanto informações determinantes do que o aluno fará: são as que funcionam sem a intervenção do professor no nível dos conhecimentos” (BROUSSEAU, 1996, p. 55). Consequente, as fases de Ação, Formulação

e Validação se caracterizam por envolver situações nas quais ocorrem interações com o *milieu*, observando-se relações com o saber matemático na perspectiva de tomada de decisão, construção de modelos e troca de argumentos.

Na fase de Ação o estudante tenta encontrar procedimentos para resolução do problema recebido do professor. Na fase de Formulação ocorrem trocas de informações entre os estudantes e o *milieu*, ou entre os próprios estudantes, na qual já se observa o uso de alguma linguagem matemática, denotando a natureza teórica do raciocínio que está em desenvolvimento. Na fase de Validação é esperado que os estudantes se empenhem para que seus argumentos e soluções sejam aceitos, para isso, fazem uso de linguagem matemática apropriada, inclusive com uso de demonstrações, se necessário (PAIS, 2002; TEIXEIRA; PASSOS, 2013).

Na fase de Institucionalização são evidenciadas as intenções didáticas do professor ao retomar parte da responsabilidade cedida ao estudante na fase de Devolução. Por fim, quando existe uma aprendizagem real, ela é reconhecida pelo professor, e sendo assim, “[...] o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o assim disponível para utilização na resolução de problemas matemáticos” (ALMOULOUD, 2007, p. 40).

Neste processo de ensino, a TSD privilegia o protagonismo do estudante frente a sua aprendizagem, tornando-o corresponsável durante seu processo educativo, ao passo em que o professor ocupa o papel de mediador de aprendizagem. E sendo assim, o estudante poderá desenvolver novos saberes a partir de suas experiências pessoais, dos seus conhecimentos prévios e da interação com o meio didático.

## **Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS)**

A TAS foi desenvolvida por David P. Ausubel<sup>5</sup>, em meados da década de 1960, num contexto construtivista no qual o processo de aprendizagem pode ser representado pela organização e interação do material didático, que foi disponibilizado pelo professor, à estrutura cognitiva do estudante. Formalmente, compreende-se que “aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe” (MOREIRA, 2012, p. 30, tradução nossa).

Sobre as características substantividade e não-arbitrariedade, Dullius (2009, p. 44, tradução nossa) elucida que a substantividade “significa que a relação entre o material a ser aprendido e a estrutura cognitiva não é alterada se símbolos diferentes, mas equivalentes, forem usados”, garantindo assim que o novo conhecimento seja internalizado pela estrutura cognitiva do estudante, independente da simbologia utilizada. O novo conhecimento, por sua vez, deve se relacionar com conceitos relevantes já existentes na estrutura cognitiva do estudante, de modo que essa relação não seja aleatória, ou seja, é uma relação não-arbitrária (DULLIUS, 2009).

Na perspectiva do ensino de Limites e Derivadas com uma abordagem que possibilite aprendizagem significativa, necessita-se que tanto conhecimentos específicos relacionados a Limites, tais como o cálculo com infinitésimos ou o conceito de convergência, quanto

---

5 David Paul Ausubel (1918–2008) foi um psicólogo da educação que desenvolveu a Teoria da Aprendizagem Significativa, segundo a qual o ensino necessita fazer sentido para quem aprende, apoiando-se em conceitos previamente existentes.

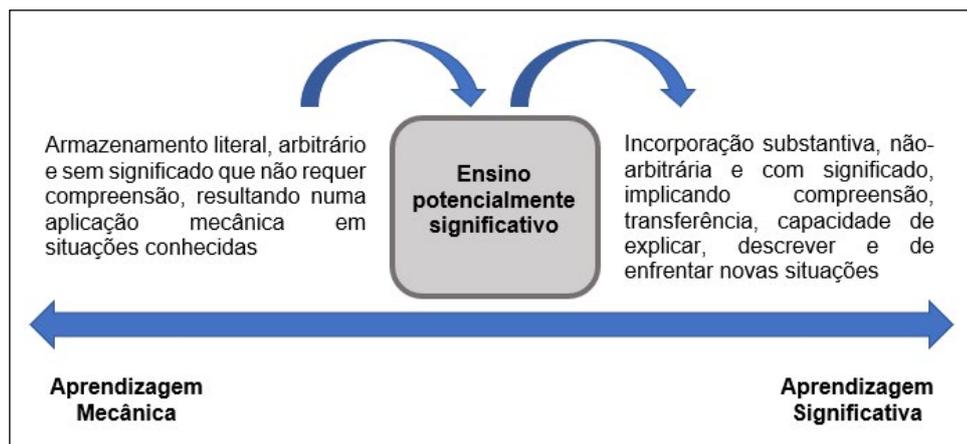
com o conteúdo de Derivadas, aqui representados pela correlação da variação que ocorre nos eixos coordenados ou pontos de máximo (ou de mínimo) ou ainda pontos críticos de uma função, sejam desenvolvidos com o estudante partindo dos conceitos-chave sobre Funções. A construção gráfica e o desenvolvimento de tabelas para funções polinomiais, por exemplo, podem auxiliar na (re)construção de significados para os novos conceitos de Limites e Derivadas e ainda possibilitar sua formalização com apropriação significativa.

Nisto, os conhecimentos prévios e a interação cognitiva, que resulta em novos conhecimentos, constituem-se como conceitos norteadores da TAS. Para Stefenon (2021), lidando com ações no ensino, espera-se que o professor possa mapear a estrutura cognitiva do estudante, elaborar sua proposta a partir daquilo que já se sabe, utilizando, se necessário, de conceitos organizadores básicos. Além disso, existem duas condições para que possa ocorrer aprendizagem significativa: elaboração de material didático potencialmente significativo e predisposição do estudante para aprender (AUSUBEL, 2003; STEFENON, 2021).

A TAS foi desenvolvida num cenário no qual se privilegiava a aprendizagem mecânica, ou seja, uma aprendizagem memorística, na qual os novos conceitos não interagem com conceitos relevantes existentes e são apenas armazenados de modo arbitrário e literal na estrutura cognitiva do estudante. Um exemplo disso envolvendo a aprendizagem mecânica de Limites e Derivadas, dá-se por meio da relação entre  $(\delta, \epsilon)$  para comprovação de que o limite de uma função num dado ponto existe, ou ainda quando o estudante é incentivado a memorizar uma tabela com regras de derivação, mas nem sempre consegue compreender seu significado.

No entanto, aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica não são antagonicas. Elas compõem um contínuo no qual é possível que a aprendizagem mecânica venha a servir de conhecimento prévio e, com isso, favorecer a ocorrência de aprendizagem significativa. Esse entendimento que correlaciona as aprendizagens mecânica e significativa está ilustrado na Figura 2.

Figura 2 - Contínuo de Aprendizagens Mecânica e Significativa



Fonte: Dos autores, baseado em Moreira (2012).

Especificamente no ensino de Limites e Derivadas não é incomum que os estudantes sejam instigados a memorizar fórmulas e procedimentos de manipulação algébrica para resolver algum problema; da mesma forma, é possível encontrar estudantes que conseguem

se apropriar dos conceitos de Limites e Derivadas e utilizá-los em diversas situações. Esses exemplos ilustram que entre a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa podem existir diversos processos intermediários de aprendizagem que compõem a zona de ensino potencialmente significativo.

A TAS classifica a aprendizagem em diferentes tipos (representacional, conceitual e proposicional) e formas (subordinada, superordenada e combinatória). Para Moreira (2006) a aprendizagem representacional comumente envolve a atribuição de significado a símbolos ou palavras e os associa aos objetos do estudo, fazendo com que tenham praticamente o

mesmo significado, tais como:  $f(x)$ , para designar uma função;  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ , para limites de funções; e,  $\frac{dy}{dx}$  para derivadas. No entanto, isso não significa que os conceitos e proposições que surgem daquelas representações já possuem significados para o estudante.

A aprendizagem conceitual se assemelha à aprendizagem representacional, pois os conceitos são representados por símbolos que os generalizam, ou seja, evidenciam regularidades nos objetos de estudo (MOREIRA, 2006). Na aprendizagem conceitual para o símbolo  $f(x)$ , que está associado a uma função de forma genérica, o estudante compreende que  $f(x)$  representa uma relação entre elementos de dois conjuntos e que essa relação pode ser polinomial, exponencial, trigonométrica, dentre outras. Da mesma forma, ao lidar com

o símbolo  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ , para limites de funções, o estudante percebe que se trata da ideia de vizinhança em torno de um dado número, aqui denotado por  $x \rightarrow a$ , ou seja, uma relação

conceitual de aproximação constante. Para o símbolo  $\frac{dy}{dx}$ , para derivadas, tem-se explícita a relação de variação que ocorre entre os eixos coordenados.

A aprendizagem proposicional faz um caminho distinto da aprendizagem representacional, considerando que o foco agora é aprender qual o significado que as ideias podem trazer quando expressas por meio de proposições (MOREIRA, 2006).

Exemplificando, a aprendizagem proposicional referente a  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  não traz apenas o conceito de aproximação em um número, e sim do conceito de vizinhança, tanto pela esquerda quanto pela direita, de um número pertencente ao domínio da função  $f(x)$ . Para

derivadas, a aprendizagem proposicional referente a  $\frac{dy}{dx}$  faz uma relação com  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ , ao passo em que se compreende que trata de uma variação nos eixos coordenados, mas que essa variação também pode ser expressa por meio da relação existente entre  $(\delta, \varepsilon)$  para conceituar um limite.

Considerando a relação hierárquica entre o saber que existe na estrutura cognitiva do estudante e aquilo a que ele se propõe a aprender, a aprendizagem significativa pode ocorrer segundo as formas subordinada, superordenada ou combinatória. Ausubel (2003, p. 3) explica que aprendizagem subordinada ocorre quando “uma nova proposição se relaciona de forma significativa com proposições subordinantes específicas na estrutura cognitiva do aluno”. Sobre isso, Meira (2015) interpreta que na aprendizagem subordinada aquilo que será aprendido está hierarquicamente abaixo dos conceitos responsáveis pela inclusão na estrutura cognitiva do estudante.

A aprendizagem superordenada ocorre quando “novas informações são adquiridas e relacionadas com conhecimentos já existentes na estrutura do conhecimento, que podem ser reorganizados e adquirir novos significados” (STEFENON, 2021, p. 97). A aprendizagem combinatória é definida por Ausubel (2003) por se utilizar de situações que não podem ser subordinadas nem subordinantes na estrutura cognitiva do estudante, com isso, pode haver uma combinação entre conteúdos muito (ou menos) relevantes.

No contexto desta sequência didática, cita-se como exemplo de aprendizagem subordinada que os conceitos de Limites e Derivadas estão subordinados ao conceito de Função. Sendo assim, tem-se que os princípios que regem Limites e Derivadas são os mesmos que regem a ideia de Função, tais como existência de conjunto domínio, representação gráfica, solução analítica; no entanto, especificidades são inseridas no contexto de Limites e Derivadas, que não necessariamente são discutidos no âmbito de Função, dentre elas os conceitos de existência, unicidade e indeterminação. Na aprendizagem superordenada, pode-se citar que o estudo de Função se relaciona com conceitos específicos e que requerem maior capacidade de abstração do estudante para relacionar com Limites e Derivadas, por exemplo: as variações que ocorrem entre os eixos coordenados e sua correlação; a existência de pontos de máximo ou de mínimo; a existência, ou não, de raízes da função; a construção gráfica para valores fora do domínio da função.

Com efeito neste trabalho, desenvolveu-se uma sequência didática potencialmente significativa para aprendizagem de Limites e Derivadas, e que “é o aluno que atribui significados aos materiais de aprendizagem e os significados atribuídos podem não ser aqueles aceitos no contexto da matéria de ensino” (MOREIRA, 2012, p. 36, tradução nossa).

Considerando os pressupostos da TSD e da TAS, brevemente apresentados, a sequência didática foi desenvolvida com atividades que possuem o caráter de favorecer a aprendizagem significativa de Limites e Derivadas. As atividades foram planejadas para estudantes que já tiveram algum contato com a disciplina de Cálculo Diferencial. Com isso, é esperado que os estudantes possam ressignificar uma aprendizagem que tenha ocorrido possivelmente de forma mecânica para uma aprendizagem significativa.

## A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As atividades a seguir possuem caráter exploratório, com discussão tabular, gráfica e/ou algébrica dos problemas propostos. Sua elaboração se deu a partir dos livros didáticos Guidorizzi (2008), Hoffmann *et al.* (2016) e Stewart (2016); além dos pressupostos teórico-metodológicos da TSD e da TAS. As atividades didáticas propriamente ditas podem ser desenvolvidas segundo uma proposta de intervenção didática com duração de 6 encontros, com 2 horas/aula cada, totalizando 12 horas/aula.

De forma ampla, a intervenção didática prevê a construção de mapas mentais<sup>6</sup>, para investigar os subsunçores que os estudantes possuem quanto ao Cálculo Diferencial; discussão gráfica de funções polinomiais e construção intuitiva e formal de Limites e Derivadas, enquanto organizadores prévios. A intervenção prevê ainda situações didáticas com problemas sobre taxas relacionadas e problemas de otimização, além de uma avaliação do conhecimento desenvolvido. No Quadro 1 está descrita uma síntese das atividades/situações didáticas.

---

<sup>6</sup> “Mapas Mentais (do inglês ‘mind maps’) são representações esquematizadas de informações que possibilitam verificar relações entre palavras ou ideias” (STEFENON, 2021, p. 113).

Quadro 1 – Síntese das Atividades/Situações Didáticas

ENCONTROS	ATIVIDADES / SITUAÇÕES DIDÁTICAS	OBJETIVOS	DURAÇÃO
1º Encontro	A <sub>1</sub> – Construção de Mapa Mental Livre e de Mapa Mental Direcionado envolvendo Limites e Derivadas	Identificar subsunçores que os licenciandos em Matemática possuem sobre a relação entre Limites e Derivadas.	2 h/a
	A <sub>2</sub> – Discussão gráfica de funções polinomiais	Identificar os intervalos onde a função é constante ou crescente ou decrescente; Correlacionar a variação de valores no eixo y com o crescimento ou decréscimo da função; Identificar os pontos de máximo e mínimo de uma função através do gráfico.	
2º Encontro	A <sub>3</sub> – Construção intuitiva dos conceitos de Limites e Derivadas	Perceber a convergência de valores no eixo y de uma função dada a variação de valores no eixo x; Compreender a relação entre as retas secante e tangente a uma curva, utilizando o conceito de Limite por meio da exploração gráfica; Correlacionar o conceito de variação entre dois pontos com o coeficiente angular da reta tangente; Associar a variação nos eixos coordenados com o conceito de Derivadas.	2 h/a
3º Encontro	A <sub>4</sub> – Formalização do conceito de Derivadas	Evidenciar a Derivada de uma função por meio de Limites; Identificar os pontos críticos de uma função através do gráfico da Derivada; Compreender a relação entre o crescimento (decréscimo) e os pontos críticos de uma função pela análise da Derivada.	2 h/a
4º Encontro	SD <sub>1</sub> – Problemas de Taxas Relacionadas	Correlacionar a taxa de variação instantânea com a Derivada; Identificar a Derivada de uma função em problemas de taxas de variação;	2 h/a
5º Encontro	SD <sub>2</sub> – Problemas de Otimização	Aplicar o conceito de Derivadas em problemas que envolvam situações de maximização ou minimização de resultados; Generalizar o conceito de Derivadas.	2 h/a
6º Encontro	Avaliação	Evidenciar o conhecimento adquirido na (re)construção do conceito de Derivadas.	2 h/a

Fonte: Dos autores (2023).

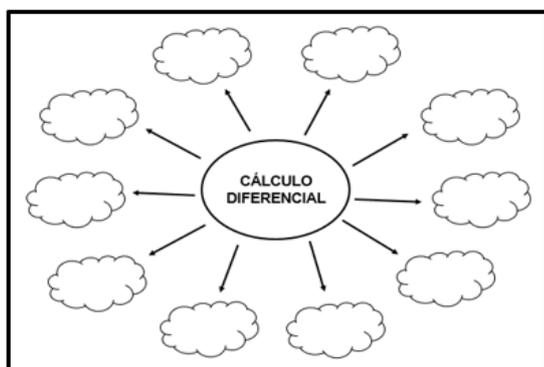
## Detalhamento das Atividades

### 1º Encontro – Subsunoçores

#### Atividade $A_1$ – Construção de Mapa Mental Livre e de Mapa Mental Direcionado

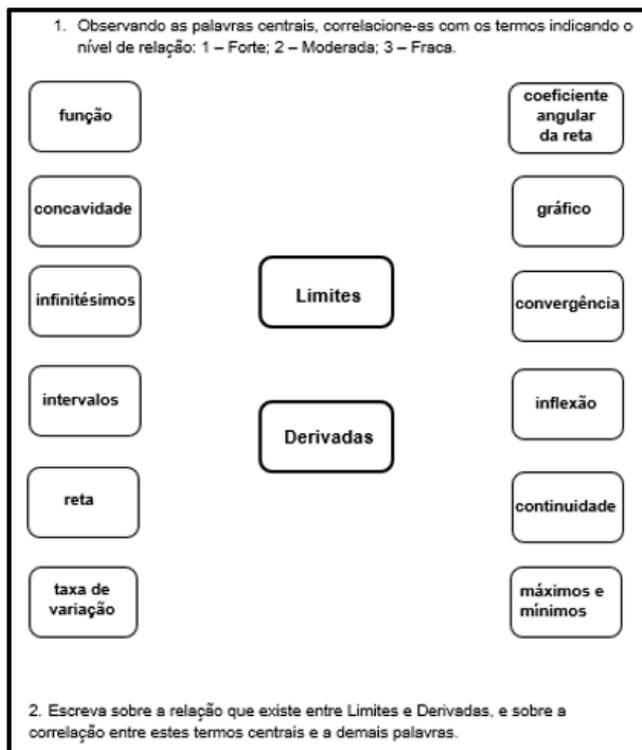
Para realização desta atividade sugere-se que os participantes da intervenção didática construam dois mapas mentais, sendo: um de natureza livre (FIGURA 3), em que serão feitas associações com a palavra central sem, no entanto, qualquer indicação de ideias; outro, de natureza direcionada (FIGURA 4), em que além das palavras centrais serão indicadas outras palavras que trazem conceitos para que se possam fazer correlações.

Figura 3 – Mapa Mental Livre



Fonte: Dos autores (2023).

Figura 4 – Mapa Mental Direcionado



Fonte: Dos autores (2023).

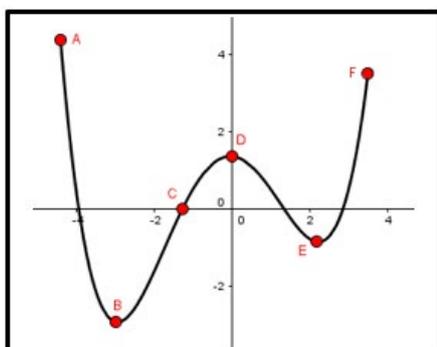
O objetivo da construção dos mapas mentais é identificar que subsunçores o estudante possui sobre o Cálculo Diferencial e sobre a relação que existe entre Limites e Derivadas. Para tanto, sugere-se que seja construído inicialmente o mapa mental livre e, após sua conclusão, o mapa mental direcionado. Espera-se que esta atividade seja desenvolvida individualmente e que sejam feitas reflexões sobre as implicações entre Limites e Derivadas e os elementos matemáticos constantes nos mapas mentais.

### Atividade A<sub>2</sub> – Discussão Gráfica de Funções Polinomiais

Esta atividade objetiva identificar os intervalos onde a função é constante ou crescente ou decrescente; correlacionar a variação de valores no eixo y com o crescimento ou decrescimento da função; identificar os pontos de máximo e mínimo de uma função através do gráfico.

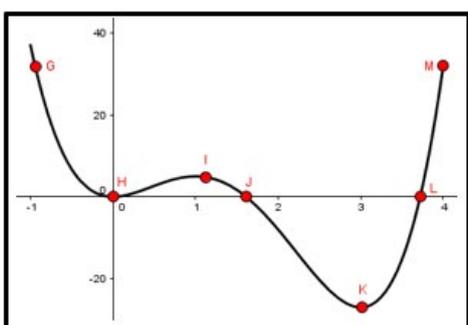
1. Nas funções representadas pelos gráficos abaixo (FIGURA 5; FIGURA 6), responda:
  - a. Em quais intervalos a função é crescente? E decrescente?
  - b. Existem intervalos nos quais a função é constante? Quais?
  - c. É possível perceber se existem zeros da função explícitos nesses gráficos? Quais?
  - d. Existem pontos de máximo (ou mínimo) absoluto nesses gráficos? Quais?
  - e. Existem pontos de máximo (ou mínimo) locais nesses gráficos? Quais?
  - f. Em qual intervalo ocorre maior (menor) variação dos valores de y? É possível estabelecer uma relação entre essa variação de valores e o crescimento (decréscimo) da função?

Figura 5 – Exploração Gráfica 1



Fonte: Dos autores (2023).

Figura 6 - Exploração Gráfica 2



Fonte: Dos autores (2023).

Ao fim desta atividade é esperado que o estudante perceba os intervalos no qual cada função é crescente/decrescente/constante, a partir dos pontos que foram destacados nas Figuras 5 e 6, bem como suas raízes e pontos de máximo (mínimo); também são esperadas reflexões sobre a relação entre os eixos coordenados da Figura 6, que está em escala de 1:20 (x: y), e que implicações decorrem disso.

## 2º Encontro – Organizadores Prévios

### Atividade A<sub>3</sub> – Construção intuitiva dos conceitos de Limites e Derivadas

Sugere-se que os estudantes desenvolvam esta atividade de modo individual, mas sendo permitidas interações entre eles, uma vez que a finalidade maior é introduzir ou relembrar conceitos necessários à construção intuitiva de Limites e Derivadas e estimular a discussão. Para tanto, serão desenvolvidos dois problemas que se utilizam do conceito de convergência de valores entre os eixos coordenados. Esta atividade objetiva compreender a relação entre as retas secante e tangente a uma curva, utilizando o conceito de Limites por meio da exploração gráfica; correlacionar o conceito de variação entre dois pontos com o coeficiente angular da reta tangente e associar a variação nos eixos coordenados com o conceito de Derivadas. Além disso, a atividade tem o propósito de estimular o cálculo para valores em um instante específico e bastante pequeno, no entanto, sem utilizar a notação de Limites.

2. Uma caixa d'água retangular tem capacidade para 1.000 *litros* e é drenada pela base em apenas 30 *minutos*. Os valores do Quadro 2 mostram o volume  $V$ , em litros, de água que ainda resta na caixa após  $t$  minutos.

Quadro 2 – Quantidade de água X tempo

V (litros)	1000	694	444	250	111	28	0
t (minutos)	0	5	10	15	20	25	30

Fonte: Dos autores, adaptado de Stewart (2016).

- a. Calcule a variação de água restante na caixa d'água entre  $t_1 = 0 \text{ min}$  e  $t_2 = 5 \text{ min}$ .
- b. Qual a variação de água restante na caixa d'água entre  $t_2 = 5 \text{ min}$  e  $t_3 = 10 \text{ min}$ ? E entre  $t_3 = 10 \text{ min}$  e  $t_4 = 15 \text{ min}$ ? E entre  $t_4 = 15 \text{ min}$  e  $t_5 = 20 \text{ min}$ ?
- c. Observando os intervalos registrados a cada 5 *min* no Quadro 2, determine o intervalo em que houve maior e menor variação de água. Justifique sua resposta.
- d. O Quadro 2 traz uma relação entre o tempo  $t$  e o volume  $V$  de água restante na caixa d'água. Você percebe uma relação de dependência entre as variáveis  $t$  e  $V$ ? Pode-se dizer que existe uma função que correlaciona  $t$  e  $V$ ? Justifique sua resposta.
- e. No intervalo de tempo entre  $t_1 = 0$  e  $t_7 = 30$ , em minutos, qual o valor de  $\Delta t$ ?
- f. No intervalo de tempo entre  $t_1 = 0$  e  $t_7 = 30$ , em minutos, qual o valor de  $\Delta V$ ?
- g. Determine o valor  $\frac{\Delta V}{\Delta t}$  quando  $t$  varia no intervalo de 0 a 30 minutos.
- h. Quando você se depara com a razão  $\frac{\Delta V}{\Delta t}$ , qual sua compreensão sobre isto?

Ao longo deste problema espera-se que o estudante faça a transposição dos dados numéricos tabelados para a representação analítica de função, de modo que mesmo com a ausência de gráfico, se constate a existência de uma função que relaciona o tempo com o volume de água que ainda resta na caixa. Com isso, o estudante deve perceber que não há a necessidade de inclusão de gráfico ou de fórmulas para que se tenha uma função.

3. Ainda considerando o quadro da atividade anterior, que correlaciona a quantidade de água restante no tanque após passados  $t$  minutos, faça uma discussão gráfica segundo os itens a seguir.
  - a. Seja  $P$  o ponto  $(15, 250)$  sobre o gráfico do volume  $V$ . Determine as inclinações de todas as retas secantes  $PQ$ , em que  $Q$  é o ponto sobre o gráfico de  $V$  com  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = 5$ ,  $t_3 = 10$ ,  $t_5 = 20$ ,  $t_6 = 25$  e  $t_7 = 30$ ;
  - b. Uma vez obtidas as retas secantes  $PQ$  do item (a), de que forma você interpreta a variação das inclinações obtidas?
  - c. Faça uma estimativa da inclinação da reta tangente de  $P$  pela média das inclinações de duas retas secantes;
  - d. Suponha que a variação do ponto  $Q$  sobre o gráfico do volume  $V$  seja a menor possível, de modo que o ponto  $Q$  esteja tão próximo quanto possível do  $P$   $(15, 250)$ . Nestes termos, qual a variação média com a qual a água ainda resta no tanque? (tome como exemplo  $t = 15,001$ );
  - e. Que considerações podem ser feitas a partir das respostas dos itens (c) e (d)?

Espera-se com este problema que o estudante faça uma correlação entre a análise gráfica e o tipo de função mais apropriada para a situação, bem como uma possível representação da função. Possivelmente haverá alguma dificuldade no desenvolvimento desta atividade por requerer a interpretação do problema para esboçar a função que denota a situação em estudo. Por fim, são esperadas reflexões sobre o significado de taxa da variação média e da taxa de variação instantânea de uma função a partir da discussão sobre retas secantes e tangentes e que, com isso, passem a diferenciar significativamente conceitos anteriormente aprendidos.

### 3º Encontro – Organizadores Prévios

#### Atividade $A_4$ – Formalização do conceito de Derivadas

Ainda com a intenção de introduzir/relembrar conceitos de Limites e Derivadas, serão propostos dois problemas que objetivam evidenciar o conceito de Derivadas como sendo o limite de uma função, identificar os pontos críticos de uma função por meio da análise do gráfico da função derivada, bem como compreender a relação entre os pontos críticos e os intervalos de crescimento/decrescimento da função.

4. Numa atividade experimental sobre cálculo de velocidades, tomou-se um foguete

que sobe verticalmente segundo a função  $f(t) = -\frac{4,9t^2}{2} + 60t$ , em que  $f(t) = y$  representa a altura (em metros) atingida pelo foguete e  $t$  denota o tempo (em segundos) (HOFFMAN *et al.*, 2016, adaptado).

- a. Faça a construção do gráfico do lançamento desse foguete, destacando o intervalo  $(0 \leq t \leq 6)$  s;

- b. No plano cartesiano, localize os pontos  $A(0, y_1)$ ,  $B(2, y_2)$ ,  $C(2, 1, y_3)$ ,  $D(2, 5, y_4)$ , e  $(3, y_5)$ ;
- c. Qual a altura do foguete no instante  $t = 6$  s?;
- d. Determine a velocidade média do foguete no intervalo  $2 \leq t \leq 6$  s;
- e. Faça uma estimativa para determinar a velocidade instantânea do foguete quando  $t = 2$  s, usando  $B, C, D$  e  $E$ ;
- f. Qual a relação que existe entre a velocidade do foguete calculada no item (e) e a curva de  $f(t)$ ?

No desenvolvimento deste problema não são esperadas dificuldades na construção do gráfico da função, que está explícita no problema, bem como a localização de pontos coordenados ou mesmo do cálculo de velocidade média. No entanto, os estudantes podem ter dificuldades para estimar a velocidade instantânea a partir de pontos do gráfico da função. Espera-se ainda que os gráficos da função e da velocidade do foguete fomentem a discussão sobre derivada, construindo novos conceitos na estrutura cognitiva do estudante.

5. Considere o gráfico da questão anterior que relaciona o tempo  $t$  (em segundos) com a altura  $f(t)$  (em metros) atingida por um foguete durante uma subida vertical (HOFFMAN *et al.*, 2016, adaptado).
  - a. Faça a construção do gráfico da função derivada  $f'(t)$  do lançamento desse foguete; O que esse gráfico representa?
  - b. Para qual valor de  $t$  temos o maior  $f'(t)$ ?
  - c. Em quais intervalos a função  $f(t)$  é crescente ou decrescente? Que relações podem ser feitas entre esses intervalos e a função derivada  $f'(t)$ ?
  - d. Como você explica o fato de a função derivada  $f'(t)$  ser sempre decrescente e após um certo tempo  $t$  (em segundos) o foguete começar a cair?

Espera-se com este problema a formalização do conceito de Derivadas, inclusive discutindo o papel dos pontos críticos na construção gráfica tanto da função quanto de sua derivada. Os estudantes podem ter alguma dificuldade quanto aos resultados obtidos, uma vez que a discussão matemática necessita de interpretação quando se trata de fenômenos físicos. No entanto, este problema é sugerido como organizador prévio para as situações didáticas dos próximos encontros, justamente por instigar o estudante a refletir sobre o papel da função derivada durante sua resolução.

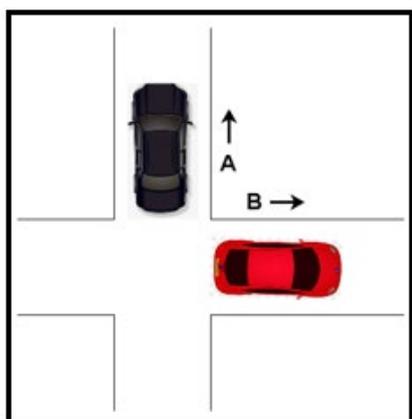
#### 4º Encontro – Situações Didáticas

##### *Situação Didática SD<sub>1</sub> – Problemas de Taxas Relacionadas*

Para o desenvolvimento desta atividade sugere-se a formação de grupos de 3 ou 4 estudantes. Serão propostas duas situações sobre Taxas Relacionadas, uma que envolve cálculo de distância e de velocidade, e outra que faz uso de geometria espacial. São objetivos desta atividade correlacionar a taxa de variação instantânea com a função derivada, além de identificar essa derivada em problemas de taxas de variação.

6. Dois carros, A e B, viajam em estradas perpendiculares, de modo que o carro A vai no sentido norte com velocidade de  $60$  km/h, enquanto que o carro B vai no sentido leste com velocidade de  $40$  km/h (HOFFMAN *et al.*, 2016, adaptado). Considerando que ambos os carros deixaram o cruzamento dessas estradas no mesmo instante e observando a Figura 7, determine:

Figura 7 – Viagem dos Carros



Fonte: Do autor (2023).

- Qual a função derivada associada a esse problema?
- A que taxa a distância entre esses dois carros está variando duas horas após terem deixado o ponto de cruzamento?
- A taxa de variação da distância do item (b) é constante independente do tempo de viagem? Justifique sua resposta.

Espera-se com este problema que os grupos de estudantes consigam esboçar a situação-problema e, partindo disso, realizar tomada de decisão quanto à proposta inicial de resolução. Na fase de Ação, os estudantes devem perceber que a resolução pode ocorrer por meio das relações envolvendo o triângulo retângulo. Na fase de Formulação, é esperado que o processo de derivação seja feito incluindo o aumento da distância entre os carros que ocorre com o passar do tempo. Na fase de Validação, poderá haver alguma dificuldade na interpretação da distância entre os carros, considerando que não é fixa, e isso possui influência direta no resultado, sendo este um indício de aprendizagem significativa, pois necessitou-se de diferenciar os conceitos de variação nos eixos coordenados com a variação no segmento que une os carros. Além disso, cabe ao professor observar o desenvolvimento das fases da TSD enquanto mediador da aprendizagem, e após feitas as argumentações quanto às respostas obtidas pelos grupos, fazer a Institucionalização do saber, corrigindo equívocos, se necessário.

- Tem-se um reservatório em forma de um cone invertido, circular e reto. Esse reservatório passa a ser enchido com água que flui a uma taxa de  $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ . Sabe-se ainda que o vértice desse reservatório está a  $15 \text{ m}$  do topo e que o raio desse topo mede  $10 \text{ m}$  (GUIDORIZZI, 2008, adaptado). Com base nessas informações, resolva os itens abaixo.
  - Construa um esboço que represente a situação acima;
  - Escreva uma equação que relacione todas as quantidades envolvidas;
  - Determine a velocidade com a qual o nível da água está subindo no instante em que essa água atinja a marca de  $5 \text{ m}$  de altura;
  - Determine a velocidade com a qual o nível da água está subindo no instante em que essa água atinja a marca de  $12 \text{ m}$  de altura;

- e. Observando os itens (c) e (d) pode-se afirmar que a velocidade com a qual a água flui no reservatório está aumentando ou diminuindo? Justifique por que isso ocorre?

Espera-se com este problema que os estudantes, além de esboçar a situação-problema, consigam correlacionar os elementos de geometria plana e espacial com o conceito de variação do nível da água. Na fase de Ação, presume-se que os estudantes perceberão a necessidade de usar os conceitos de semelhança de triângulos para que o problema tenha apenas uma variável. Na fase de Formulação é esperado que se trabalhe com o número  $\pi$ , e não com uma aproximação, por exemplo 3,14. Na fase de Validação os estudantes devem conseguir explicitar porque a variação do nível da água está diminuindo, apesar de a altura no reservatório continuar aumentando. Ao final, o professor fará a Institucionalização do saber vislumbrando indícios de aprendizagem significativa não somente na correta resolução do problema, mas também na forma como os estudantes argumentam e defendem suas conjecturas.

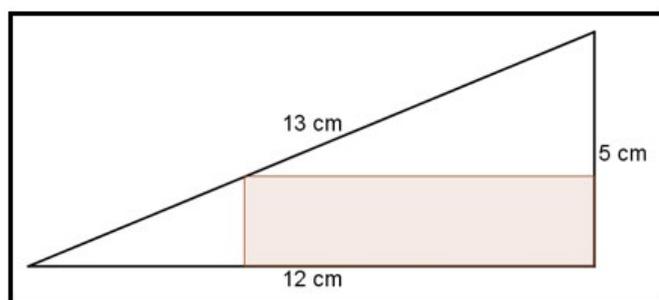
## 5º Encontro – Situações Didáticas

### Situação Didática $SD_2$ – Problemas de Otimização

Para o desenvolvimento desta atividade sugere-se a formação de grupos de 3 ou 4 estudantes. Nesta atividade serão propostas duas situações de otimização de resultados, uma envolvendo elementos de geometria plana, e outra sobre cálculo de distância e velocidade. São objetivos desta atividade aplicar Derivadas em problemas que envolvam situações de maximização ou minimização de resultados e generalizar o conceito de Derivadas.

8. Tem-se que um retângulo está inscrito em um triângulo retângulo, conforme Figura 8. Sabe-se que os lados desse triângulo medem 5 cm, 12 cm e 13 cm (HOFFMAN *et al.*, 2016, adaptado). Nestes termos, resolva os itens abaixo:

Figura 8 – Retângulo inscrito



Fonte: Dos autores (2023).

- Determine a função que correlaciona os lados do retângulo de modo que sua inscrição seja possível, ou seja, determine a função que denota essa situação em termos de uma única variável;
- Determine os números críticos dessa situação. Justifique por que o número crítico escolhido representa um máximo (mínimo) absoluto;
- Determine as dimensões do retângulo inscrito que fornecem a maior área possível.

Espera-se com este problema que os grupos de estudantes consigam, na fase de Ação, relacionar o conceito de Área com o conceito de Função, além de esboçar a situação-problema, e que consigam correlacionar os elementos de geometria plana e espacial com o conceito de variação da área do retângulo inscrito. Na fase de Formulação os estudantes já serão capazes de diferenciar a função em termos de uma variável e ainda o conceito de ponto crítico com o ponto de máximo, concluindo assim a fase de Validação. Na fase de Institucionalização, sugere-se que o professor mostre vários retângulos inscritos no triângulo retângulo, culminando com o conceito de otimização, cuja relação e diferenciação com os problemas de taxas relacionadas sugerem que a existência de aprendizagem significativa.

9. Num porto fluvial, um barco deixa as docas às 14 h e segue seu trajeto na direção sul segundo uma velocidade de 20 km/h. Neste mesmo momento, outro barco que estava indo na direção leste, com velocidade de 15 km/h, chega nas docas às 15 h (STEWART, 2016, adaptado). Nestes termos, responda:
  - a. Construa um esboço que represente a situação acima;
  - b. Determine a função que correlaciona a distância entre os dois barcos, ou seja, determine a função que denota essa situação em termos de uma única variável;
  - c. Determine os números críticos dessa situação. Justifique por que o número crítico escolhido representa um máximo (mínimo) absoluto;
  - d. Determine o momento em que os dois barcos estavam mais próximos um do outro.

Espera-se que os grupos de estudantes consigam esboçar o problema, e na fase de Ação, relacionem o conceito de distância da geometria analítica com o conceito de velocidade. Na fase de Formulação os estudantes serão capazes de derivar a função em termos de uma variável e ainda de determinar seu ponto crítico, de modo que seja possível perceber indícios de aprendizagem significativa devido à correlação entre os diferentes elementos matemáticos e a derivada propriamente dita. Na fase de Validação é esperado que os estudantes determinem o instante em que os barcos estiveram mais próximos. Na fase de Institucionalização, sugere-se que o professor formalize o conceito de otimização.

## 6º Encontro – Avaliação

Neste encontro será realizada a avaliação dos conhecimentos construídos sobre os conteúdos explorados no desenvolvimento da sequência didática. Sugere-se que o problema abaixo seja resolvido de forma individual, sendo esperado que o estudante consiga evidenciar o conhecimento adquirido na (re)construção dos conceitos de Limites e Derivadas.

10. Uma escola deseja promover uma aula de campo em um município circunvizinho, para tanto alugou um ônibus que possui capacidade para 50 passageiros. A empresa proprietária do ônibus colocou a seguinte condição para fazer a locação: R\$ 60,00 por passageiro caso o grupo fosse de 35 passageiros, ou, redução de R\$ 1,00 no preço por passageiro quando o quantitativo exceder 35 (HOFFMAN *et al.*, 2016, adaptado). Nestes termos, resolva:
  - a. Determine a função que representa a receita da empresa nessa situação;
  - b. Faça um esboço do gráfico da função do item (a) e determine seus pontos críticos;
  - c. Determine o quantitativo de passageiros presentes no ônibus a fim de que o lucro da empresa seja o maior possível;

- d. Supondo que o resultado do item (c) seja um número não inteiro, e considerando que a quantidade de passageiros deve ser representada por um número inteiro, qual seria o valor inteiro da resposta do item (c)? Justifique sua resposta.

Com este problema é esperado que os estudantes explicitem, na fase de Ação, a função receita que representa a situação e que esbocem o seu gráfico. Na fase do Formulação espera-se que os estudantes percebam a relação que existe entre a função receita e sua função derivada, especificamente na determinação do seu ponto crítico. Na fase de Validação os estudantes poderão argumentar sobre o resultado não inteiro encontrado e quais reflexões decorrem desse fato. Por fim, na fase de Institucionalização, sugere-se que o professor relacione os resultados encontrados com o grau da função e formalize a discussão por meio de uma discussão gráfica, buscando indícios de que a aprendizagem desenvolvida foi significativa.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A sequência didática apresentada propôs uma (re)construção potencialmente significativa dos conceitos de Limites e Derivadas por meio de situações didáticas. Para tanto, utilizou-se implicitamente das dimensões conteúdo, design, metodologia e didática durante sua construção.

Além da proposição dos conteúdos matemáticos propriamente ditos, houve atenção ao rigor matemático para que os problemas propostos pudessem ser explorados em qualquer curso de graduação, pois procurou-se um ponto de equilíbrio entre o rigor matemático e as ações didáticas. Quanto aos aspectos gráficos, a sequência didática foi desenvolvida para que o estudante seja instigado a aprender significativamente e, com isso, que as resoluções dos problemas propostos se consolidem como uma alternativa metodológica à aprendizagem mecânica. Procurou-se ainda que os problemas fossem apresentados numa ordem crescente de complexidade, considerando que isto favorece a perspectiva construtivista do conhecimento.

A partir do uso de teorias que discutem o ensino e a aprendizagem, tais como a TSD e a TAS, respectivamente, tem-se a compreensão de que a sequência didática pode contribuir na superação de dificuldades históricas que ocorrem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, especificamente em Limites e Derivadas. E isto se deve ao fato de propor uma discussão sobre aquilo que se aprende, possibilitando que o estudante argumente sobre a forma como pensa e desenvolve seu raciocínio, ao passo em que se utiliza dos conhecimentos prévios com uma abordagem didática segundo situações reais, ou realísticas, que aproximam a Matemática do cotidiano do estudante.

Espera-se ainda que o professor, uma vez que tenha aplicado esta sequência didática, perceba que o intuito maior dessa proposta é possibilitar ao estudante a compreensão daquilo que estuda, discutindo coletivamente a aprendizagem matemática, tecendo conjecturas e fazendo descobertas, conseguindo a interação necessária entre seus conhecimentos para, por fim, aprender significativamente.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

- AUSUBEL, David P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.
- BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (orgs). **Didática da matemática - reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1996.
- BROUSSEAU, Guy. **Introdução aos estudos das situações didáticas – conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.
- DULLIUS, Maria M. **Enseñanza y Aprendizaje en Ecuaciones Diferenciales con Abordaje Gráfico, Numérico y Analítico**. 2009. 514 p. Tese (Doctorado - Departamento de Didácticas Específicas) - Universidad de Burgos, Espanha. fev. 2009.
- GUIDORIZZI, Hamilton L. **Um curso de Cálculo**. 5.ed. reimpr. Rio de Janeiro: LTC, 2008. v.1.
- HOFFMAN, Laurence D., BRADLEY, Gerald L., SOBECKI, Dave, PRICE, Michael. **Cálculo - Um curso moderno e suas aplicações**. Rio de Janeiro: GEN-LTC, 2016.
- MEIRA, Samuel S. **Aprendizagem significativa e assimilação obliteradora: um estudo com conceitos de cálculo**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP, São Paulo, 18 set. 2015. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11047>. Acesso em: 27 abr. 2022.
- MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora UnB, 2006.
- MOREIRA, Marco A. ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? **Qurriculum: revista de teoría, investigación y práctica educativa**, La Laguna, Espanha, n. 25, março, p. 29-56, 2012. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/96956>>. Acesso em 5 fev. 2022.
- PAGANI, Érica M. L.; ALLEVATO, Norma S. G. Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. **VIDYA - Revista Eletrônica**, Santa Maria, RS, v.34, n. 2, p. 61-74, jul/dez, 2014.
- PAIS, Luiz C. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- POMMER, Wagner M. **Brousseau e a ideia de situação didática**. 2008. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/296483624\\_Brousseau\\_e\\_a\\_ideia\\_de\\_Situacao\\_Didatica](https://www.researchgate.net/publication/296483624_Brousseau_e_a_ideia_de_Situacao_Didatica). Acesso em 10 ago. 2021.
- SILVA, Cleusiane V.; ALMOULOU, Saddo Ag. Uma articulação entre o quadro dos paradigmas geométricos e a Teoria das Situações Didáticas. **Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, RS, v. 20, n. 1, p. 111-129, jan/fev, 2018. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/3503>>. Acesso em: 10 ago. 2021.

STEFENON, Leticia O. **O processo de Ensino e Aprendizagem no estudo do conceito de Derivada por meio da integração da Matemática e da Física para estudantes de um curso de Engenharia**. 2021. 278 p. Tese (Doctorado - Departamento de Didáticas Específicas) - Universidad de Burgos, Espanha, 12 abr. 2021. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10259/5701>>. Acesso em: 30 abr. 2021.

STEWART, James. **Cálculo**. Vol 1. 8 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

TEIXEIRA, Paulo J. M.; PASSOS, Claudio C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. **Zetetiké**, v. 21, n. 39, jan/jun, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/issue/view/1218>>. Acesso em 10 ago. 2021.

# PROBLEMAS DE FERMI: UMA OPORTUNIDADE PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO E DE HABILIDADES NA AULA DE MATEMÁTICA

*Nélia Amado<sup>1</sup>*

## Introdução

A resolução de problemas de matemática é um dos temas mais proeminentes na investigação em Educação Matemática (Liljedahl, Santos-Trigo, Malaspina & Bruder, 2016) e, simultaneamente, é um dos maiores objetivos do processo de ensino e aprendizagem da matemática, em todos os níveis de escolaridade, na maioria dos sistemas de ensino. O reconhecimento da importância deste tema parece merecer unanimidade entre matemáticos, pesquisadores, formadores de professores e professores.

Contudo, apesar desse consenso em torno da resolução de problemas, parece subsistir alguma dificuldade na sua implementação na aula de matemática. A este propósito, Santos-Trigo (2013) afirma que apesar de toda a pesquisa desenvolvida neste campo, ainda não é claro como é que os professores implementam e avaliam os seus alunos no desenvolvimento da competência de resolução de problemas.

Na verdade, apesar da relevância que se atribui à resolução de problemas, temos claras evidências que sustentam a nossa preocupação. Por exemplo, em 2013, um estudo da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) mostra que:

- Em alguns países 70% dos estudantes conseguem resolver problemas relativamente complexos, enquanto que em outros países, menos de 5% dos estudantes o conseguem fazer;

- Na maioria dos países participantes neste estudo, mais de 10% dos alunos não conseguiram resolver problemas básicos.

- Em média, nos países da OCDE, metade dos alunos não conseguiu resolver problemas mais difíceis do que problemas básicos (p. 120).

Estes resultados, assim como outros, merecem uma profunda reflexão pelas consequências que daqui advêm, nomeadamente pelas desigualdades económicas e sociais que daqui resultam.

Talvez por esta razão os estudos internacionais, como o Programme for International Students Assessment (PISA) e Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), continuam atentos à atividade de resolução de problemas. Os estudos referidos, TIMSS e PISA, embora tenham objetivos distintos, atribuem à resolução de problemas um papel central (Di Martino & Signorini, 2019).

Atendendo ao papel que organismos internacionais, nomeadamente a OCDE, desempenham na promoção de políticas públicas que visem a melhoria da qualidade da educação, a resolução de problemas assumiu um papel central nos currículos dos países envolvidos. Neste contexto, a resolução de problemas tornou-se um dos temas

---

<sup>1</sup> Universidade do Algarve

incontornáveis nos currículos no Brasil e em Portugal, o que justifica a pertinência deste capítulo que procura dar um contributo para a integração da resolução de problemas de matemática na aula de matemática, em particular, no ensino fundamental no Brasil e no ensino básico em Portugal.

Neste capítulo, apresento e discuto alguns conceitos teóricos relacionados com a resolução de problemas e partilho uma experiência de ensino realizada em duas turmas do ensino básico, em Portugal. Destaco alguns conceitos e competências matemáticas que foram mobilizadas na resolução do problema proposto e que estão presentes nos documentos oficiais portugueses e brasileiros.

Para terminar este capítulo, destaco alguns aspetos que me parecem importantes na resolução do problema proposto e que evidenciam a sua relevância no processo ensino aprendizagem da matemática, tanto no domínio cognitivo como no domínio afetivo.

## Resolução de Problemas

A expressão “resolução de problemas” faz parte do repertório da maioria dos professores de todos os níveis de escolaridade e surge, com muita frequência, nos livros didáticos e em outros recursos disponíveis online. No entanto, esta designação pode ter significados distintos de acordo com o contexto em que é utilizada. Nesse sentido, parece-me importante apresentar previamente algumas ideias teóricas que contribuam para uma melhor compreensão deste conceito no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

A literatura neste domínio é vasta, por esta razão este conceito tem sido amplamente dissecado por inúmeros pesquisadores. Contudo, sendo o Brasil e Portugal dois países que atribuem particular atenção às recomendações da OCDE, parece-me interessante adotar as definições apresentadas no quadro teórico publicado no relatório PISA 2012 (OCDE, 2013)

Neste documento é referido que estamos perante um **problema** quando temos um objetivo que não sabemos como atingir. Para chegar a uma solução para um problema temos de ultrapassar várias barreiras. Na resolução de um problema podemos dispor de alguma informação inicial e recorrer a uma multiplicidade de ferramentas para obter uma solução do problema. A Figura 1 procura representar de uma forma simplificada a situação descrita.

Figura 1



Fonte: adaptado de OECD (2013).

Os dados significam o conhecimento que o aluno tem no início do problema, os operadores e ferramentas representam as ações que podem ser executadas para atingir o objetivo, ou seja, obter uma solução. As barreiras, representam a falta de conhecimento ou de estratégias iniciais que temos de enfrentar ao longo do processo até alcançar o objetivo. A superação das barreiras pode envolver aspetos do domínio cognitivo e do domínio afetivo.

Um exemplo interessante apresentado no PISA 2012 (OECD, 2013) para ilustrar um problema simples é o de encontrar o caminho mais rápido entre duas cidades. Para a resolução deste problema pode ser disponibilizado um mapa, o tempo estimado de viagem e uma calculadora. As ações desencadeadas pelos alunos para determinar um percurso possível, encontrando várias possibilidades e comparando-as entre si, são os operadores. Por fim, os alunos atingem o objetivo inicial ao encontrarem o melhor caminho possível, podendo existir mais de uma solução. A calculadora pode ser uma ferramenta disponível na resolução deste problema.

Em consonância com a definição de problema, a resolução de problemas é definida como um processo cognitivo dirigido para transformar uma determinada situação numa situação-objetivo quando não dispomos de um método conhecido para chegar a uma solução (OECD, 2013, p. 122).

Por fim, a competência de resolução de problemas, é entendida como

a capacidade de um indivíduo se envolver no processo cognitivo para compreender e resolver situações problemáticas em que um método de solução não é imediatamente óbvio. Inclui a vontade de se envolver com tais situações, a fim de atingir seu potencial como cidadão construtivo e reflexivo. (OECD, 2013, p. 122).

Um aspeto que se destaca nesta definição é o facto de não envolver apenas a dimensão cognitiva, mas incluir ainda a dimensão afetiva. Este é, do meu ponto de vista, um avanço considerável no reconhecimento da importância do domínio afetivo na resolução de problemas e naturalmente no processo de ensino e aprendizagem da matemática, como é amplamente defendido por Goldin (2002, 2014).

Deste modo, esta competência envolve muito mais do que a reprodução de conhecimentos, tais como regras, fórmulas ou algoritmos, envolve acima de tudo a capacidade de mobilizar habilidades cognitivas e práticas, habilidades criativas e habilidades do domínio afetivo, nomeadamente atitudes (Di Martino & Zan, 2011), motivação (Schukajlow, Rakoczy & Pekrun, 2017) e valores (Seah, 2019).

Convém salientar que não se está a desvalorizar o conhecimento prévio que os alunos possuem, pois este é fundamental para enfrentar o desafio de encontrar uma solução para o problema. O que é importante sublinhar é que a competência de resolução de problemas envolve mais do que usar o conhecimento existente, requer a capacidade de os colocar em ação para adquirir novos conhecimentos.

Neste capítulo não abordarei os diversos modelos de resolução de problemas existentes na literatura. Como sabemos, o modelo proposto por Pólya (1978) foi, durante décadas, uma referência incontornável pela sua simplicidade. No entanto,

a lista de estratégias e heurísticas propostas por Pólya tinham como principal objetivo ajudar o professor a orientar o aluno ao longo do processo da resolução do problema. (Jacinto, 2017, p. 144).

Com o avanço da pesquisa em Educação Matemática e em torno da resolução de problemas, estas ideias foram sendo ampliadas e refinadas, dando origem a novos modelos como de Schoenfeld (1985) ou de Garofalo e Lester (1985) e, mais recentemente, o de Hähkiöniemi, Leppäaho e Francisco (2013), entre outros. Para os leitores que pretendam aprofundar a temática dos modelos de resolução de problemas, com e sem tecnologias, recomendo a leitura do trabalho de Jacinto (2017) que apresenta um exaustivo e excelente quadro conceptual sobre *Processos de resolução de problemas de matemática com tecnologias*.

Retomando os apontamentos sobre a resolução de problemas, em particular, sobre problemas da vida real, é importante ter em atenção que estes podem não ter uma única solução ou uma solução exata, como é o caso do problema do melhor caminho entre duas cidades, mas admitir como solução um valor aproximado. Um outro aspecto particularmente interessante na resolução de um problema pode ser a necessidade de reformulação do problema inicial ou a formulação de novos problemas, como destaca Silver (1994). Por vezes, a formulação de novos problemas mais acessíveis é uma possível estratégia para fazer face ao objetivo inicial. A capacidade de formular novos problemas é igualmente destacada na literatura por proeminentes cientistas e filósofos, como Hadamard, Einstein, Popper e Bachelard, que defendem que formular problemas interessantes é ainda mais importante do que os resolver (Hersant e Choquet, 2019).

Para terminar, refiro igualmente a necessidade de apresentar aos alunos problemas que envolvam situações que permitam o estabelecimento de conexões entre diversos conteúdos matemáticos e de diferentes áreas do conhecimento (Beers, 2011).

Em seguida, irei abordar um tipo de problemas que considero particularmente interessantes num contexto de matemática para todos.

## Problemas de Fermi

Não é fácil encontrar uma definição para os problemas de Fermi, o que posso afirmar é que são claramente problemas de estimativas. A origem deste tipo de problemas deve-se a um dos grandes físicos do século XX, Enrico Fermi (1901-1954). Nascido em Itália, onde estudou, iniciou cedo a sua carreira como professor de matemática e física na Universidade de Roma. Apenas com 37 anos foi galardoado com o Prémio Nobel da Física. Como professor, ficou conhecido pelo tipo de problemas que apresentava aos seus alunos para os preparar para o trabalho experimental. Fermi propunha frequentemente problemas de estimativa para mostrar o poder do pensamento dedutivo e cultivar a ideia de que se podem simplificar processos a partir do raciocínio (Albarracín, 2017).

Em 1939, Fermi emigra para os Estados Unidos da América e é nesse país que os Problemas de Fermi ganham notoriedade, em especial, o clássico problema dos Afinadores de piano (Amado e Carreira, 2019). Atualmente, os problemas de Fermi são uma tradição em inúmeras universidades americanas, mas a sua notoriedade vem somando seguidores um pouco por todo o mundo.

Os problemas de Fermi devem ser baseados em **situações do mundo real** que façam sentido para os alunos. Como **problemas abertos** que são, não existe à partida uma estratégia ou um procedimento matemático para os abordar, pelo que os alunos são desafiados a encontrar uma estratégia, desenvolvendo uma diversidade de competências ao trabalharem sobre o problema.

Retomando a Figura 1, nestes problemas não são habitualmente fornecidos dados (em particular numéricos), o que faz pensar que existem muitas barreiras inicialmente. Os dados não têm de ser necessariamente numéricos. Recordo que no problema apresentado no quadro teórico do PISA 2012 (OCDE, 2013) é disponibilizado aos alunos um mapa. É a partir desse mapa inicial que os alunos começam a delinear uma estratégia que passa por formularem novos problemas mais simples e acessíveis, para os quais possuem conhecimentos e competências que vão contribuir para construir novo conhecimento e desenvolver diferentes competências. A formulação de novos problemas, para além de ser uma atividade de elevado nível cognitivo, como foi referido, é importante por ser estabelecida pelos próprios alunos que formulam objetivos que sabem que conseguem alcançar. Desta forma, os alunos conseguem demonstrar conhecimentos e competências que os professores, muitas vezes, desconhecem e não conseguem avaliar através dos métodos mais tradicionais.

Uma outra característica importante reside no facto de os problemas exigirem a recolha e tratamento de informação relevante e o estabelecimento de relações entre condições e elementos da realidade. A não existência de dados numéricos na formulação do problema, promove a necessidade de fazer estimativas intermédias razoáveis, que requerem frequentemente a realização de experiências de modo a obter estimativas reais. A resolução deste tipo de problema favorece o trabalho colaborativo entre os alunos, requer a discussão entre eles de ideias, estratégias e soluções, o que promove o desenvolvimento da comunicação matemática e do pensamento crítico dos alunos (Amado & Carreira, 2019).

Os Problemas de Fermi apresentam outras características relevantes que justificam o crescente interesse pela sua integração na aula de matemática, atualmente. Num contexto de **Matemática para todos** este tipo de problemas é amplamente recomendado pelo facto de serem acessíveis a todos os alunos, desde os primeiros anos ao ensino superior, com diferentes níveis de complexidade, que podem ser trabalhados individualmente ou em grupo.

Existe uma vasta panóplia de Problemas de Fermi que podem ser propostos aos nossos alunos, não só pelos conhecimentos e habilidades que envolvem, mas também e, não menos importante, pelo interesse, gosto e motivação que despertam nos estudantes, evidenciando assim a dimensão afetiva da aprendizagem presente na definição proposta pela OCDE (2013).

Por outro lado, estes problemas permitem estabelecer conexões com outras áreas do conhecimento, tal como é defendido por Beers (2011). Os jovens de hoje devem estar conscientes dos problemas ambientais, económicos e sociais do mundo atual, como tal a sala de aula não os pode ignorar, a aula de matemática deve ser um espaço que permita a sua discussão. Para ilustrar as características destes problemas, Amado e Carreira (2019) apresentam uma pequena amostra de situações-problema que podem ser propostos a alunos de diferentes níveis de escolaridade:

Que quantidade de água bebe uma pessoa ao longo da sua vida?

Que quantidade de água consome uma família durante um ano?

Quantas garrafas de plástico são descartadas por uma família, por mês?

Quantas pessoas poderiam ficar abrigadas no ginásio da tua escola em caso de catástrofe?

Quantas pessoas poderiam ser abrigadas em todas as salas de aula da tua escola?

Quantas pessoas poderiam ser abrigadas em toda a escola se fossem usadas tendas e pudessem aproveitar-se os espaços exteriores?

Quantos minutos passa um aluno da turma ao telemóvel durante um mês?

Quantas árvores foram abatidas na Amazônia em 2022?

Estes são alguns exemplos de contextos que mostram a necessidade e utilidade de cadeias de raciocínios baseadas em pressupostos e estimativas para chegar a um valor o mais próximo possível da realidade.

## **As orientações curriculares para a matemática no Brasil e em Portugal sobre a resolução de problemas**

Nesta seção apresento de forma breve uma análise das orientações curriculares para a matemática, em Portugal e no Brasil. Importa pois perceber de que forma estas orientações curriculares estão em sintonia com as orientações provenientes da OCDE em relação à importância de desenvolver, nos estudantes a competência de resolução de problemas.

As Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico (Canavarro *et al.*, 2021) em vigor, em Portugal, deixam claro a importância do conhecimento e das competências matemáticas na preparação de cidadãos capazes de fazer face aos desafios do século XXI. Deste documento, destaco:

A ideia de ‘literacia matemática’, em que a OCDE (<https://www.oecd.org/pisa/>) destaca a capacidade de raciocinar matematicamente e interpretar e usar a Matemática na resolução de problemas de contextos diversos do mundo real, é crucial para que cada pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autônomo e responsável (Canavarro *et al.*, 2021, s/p).

De entre os oito objetivos gerais para a aprendizagem da Matemática, que todos os alunos devem conseguir atingir e que envolvem, de forma integrada, conhecimentos, capacidades e atitudes relativas a esta área do saber, destaco:

Desenvolver a capacidade de resolver problemas recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas. A resolução de problemas é uma atividade central da Matemática, na qual todos os alunos devem poder tornar-se, progressivamente, mais eficazes (Canavarro *et al.*, 2021, s/p).

A capacidade de resolução de problemas é uma das seis capacidades matemáticas transversais consideradas em todo o Ensino Básico, nas aprendizagens essenciais de matemática portuguesas. Pode concluir-se que, a resolução de problemas deve fazer parte das práticas dos professores de matemática do ensino básico em Portugal, sendo transversal a todos os temas e conteúdos estudados em todos os níveis de escolaridade.

Também no Brasil, as orientações curriculares, apresentadas na Base Nacional Comum Curricular para Matemática na Educação Básica (BRASIL, Ministério da Educação, 2018) no que concerne à definição de competência, esta é definida como:

a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (Brasil, Ministério da Educação, 2018, p.8)

Esta definição de competência inclui a dimensão cognitiva e afetiva tal como acontece na definição apresentada no PISA 2012 (2013). Acresce ainda que, na fundamentação pedagógica da BNCC é de forma explícita reconhecida a importância de um conjunto de recomendações provenientes de diversas organizações internacionais, de onde se destaca a OCDE.

No que se refere concretamente às competências específicas de matemática para o ensino fundamental, a BNCC defende que estas devem garantir aos alunos o desenvolvimento de competências, como:

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (p. 267).

Deste modo, podemos igualmente concluir que as orientações curriculares na educação básica para a disciplina de matemática, no Brasil se encontram alinhadas com os pressupostos da OCDE.

Em seguida, apresento um Problema de Fermi que foi proposto e trabalhado por alunos de uma escola do ensino básico em Portugal.

### **Da procura de ideias à formulação do problema**

Na sequência de um curso de formação continuada, desafiei algumas professoras participantes a proporem um Problema de Fermi aos seus alunos. Foram várias as razões que me levaram a lançar este desafio, em particular às professoras que propuseram o Problema que apresento neste capítulo.

A escola é frequentada por um conjunto de alunos provenientes dos mais diversos países, que surgem em qualquer momento do ano letivo e como tal revelam várias dificuldades de natureza distinta. A disciplina de matemática, não é habitualmente vista como a promotora de inclusão, no entanto, este foi o nosso desafio, até porque a competência de resolver problemas envolve a dimensão cognitiva e afetiva.

Tendo em conta o que foi referido anteriormente sobre a resolução de problemas e, em particular, sobre os Problemas de Fermi, a nossa preocupação era encontrar um tema ou problema aglutinador. Para tal, reuni com três professoras de matemática da referida escola, para discutirmos e formularmos um Problema de Fermi com as características apresentadas e que fosse aliciante para todos os alunos. A nossa intenção era formular um problema com origem em alguma ideia expressa pelos alunos numa conversa, formal ou informal. Uma das professoras recordou que dias antes, uma aluna lhe tinha confessado que gostava muito de assistir ao concerto de um determinado artista que iria atuar na Festa dos Estudantes da Universidade do Algarve. Este foi o mote para chegarmos à organização

de um concerto do Danni Gato, no jardim público que rodeia a escola. O problema foi proposto em duas turmas, uma do 7.º ano e outra do 8.º ano de duas professoras distintas.

### *O Concerto do Dani Gato*

De acordo com a Figura 1, o objetivo estava encontrado. A ideia foi recebida com muito entusiasmo por todos os alunos da turma, o que começou por ser um bom presságio, visto não ser habitual uma proposta de trabalho ter a aprovação de todos os alunos. A questão inicial partiu dos próprios alunos que formularam o seguinte problema:

Quantos bilhetes podemos vender para um concerto do Dani Gato, no Jardim das Comunidades?

Dado que não existiam dados numéricos no problema, a primeira ideia que tivemos foi de entregar uma Planta do Jardim. A turma foi organizada em grupos e a cada grupo entregue uma cópia da Planta do Jardim que os ajudasse a encontrar a melhor estimativa possível do número de espectadores no concerto.

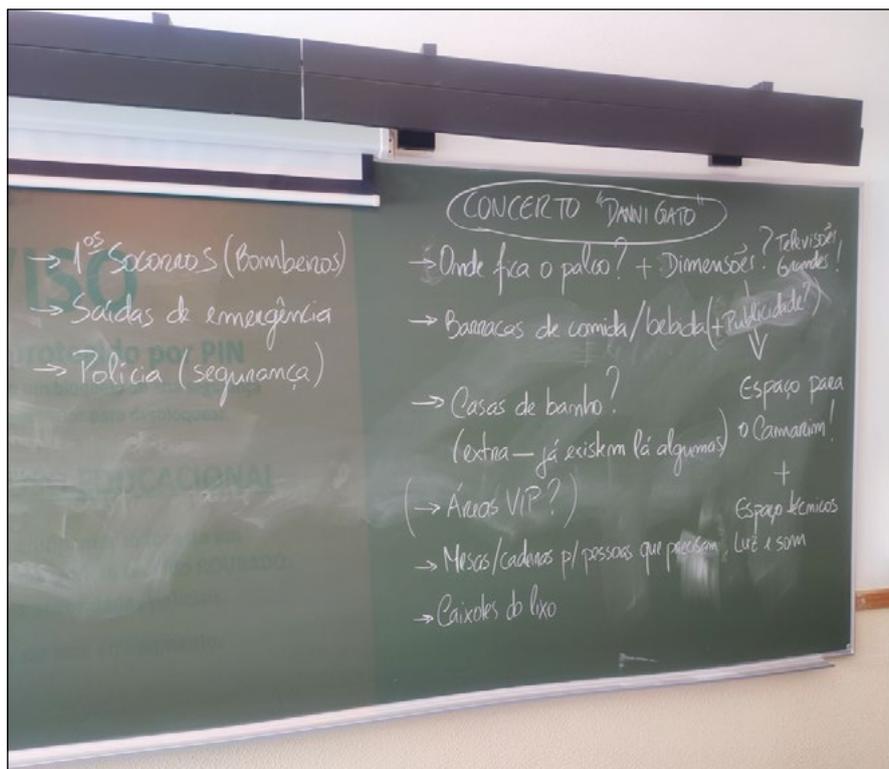
Na primeira aula os alunos tiveram oportunidade de discutir e apresentar ideias para a organização do concerto. Nesta aula aconteceu algo inusitado numa aula de matemática, todos os alunos se envolveram na discussão, apresentando ideias, formulando novos problemas mais simples e propondo estratégias para resolver as situações colocadas. Os alunos apontaram a importância da segurança dos espectadores, não só no que se refere à lotação do espaço, mas também à necessidade de reservar um espaço para os primeiros socorros e para as forças de segurança do espaço.

Outros alunos focaram-se na necessidade de casas de banho, de boas acessibilidades para todos, em particular para espectadores com mobilidade reduzida. Outros grupos destacaram a necessidade de criar espaços para a venda de comidas e bebidas. O palco mereceu muito cuidado por parte dos jovens, que revelaram ideias que não imaginávamos.

Uma ferramenta que foi imediatamente colocada ao serviço da resolução do problema foi o celular. Esta medida foi recebida pelos alunos com surpresa e, em simultâneo, entusiasmo. O celular, fonte de conflitos diários na aula de matemática, passou de um momento para o outro, a ser uma ferramenta de trabalho na aula de matemática. Esta mudança teve um impacto muito interessante na atitude e no comportamento dos alunos. O celular passou a estar disponível em cima das mesas para ser usado na pesquisa de dados e informações para resolver os problemas. O novo papel atribuído ao celular parece ter mudado a forma como os alunos passaram a lidar com ele. Não sabemos se esta mudança ocorreu em virtude de deixar de haver restrições ao seu uso ou se foi resultado de os alunos estarem envolvidos ativamente no trabalho em sala de aula.

Uma informação interessante que nos foi dada por um grupo de alunas foi que era habitual existir um espaço reservado ao artista e aos convidados que se fazia acompanhar nos concertos. Assim, para além de um espaço para o palco e camarim, foi ainda necessário um espaço VIP para os convidados do artista. Ao longo da discussão as ideias dos alunos foram sendo registadas no quadro (Figura 2) para que todos tomassem nota nos seus cadernos.

Figura 2 - Imagem do quadro com registo das ideias dos alunos

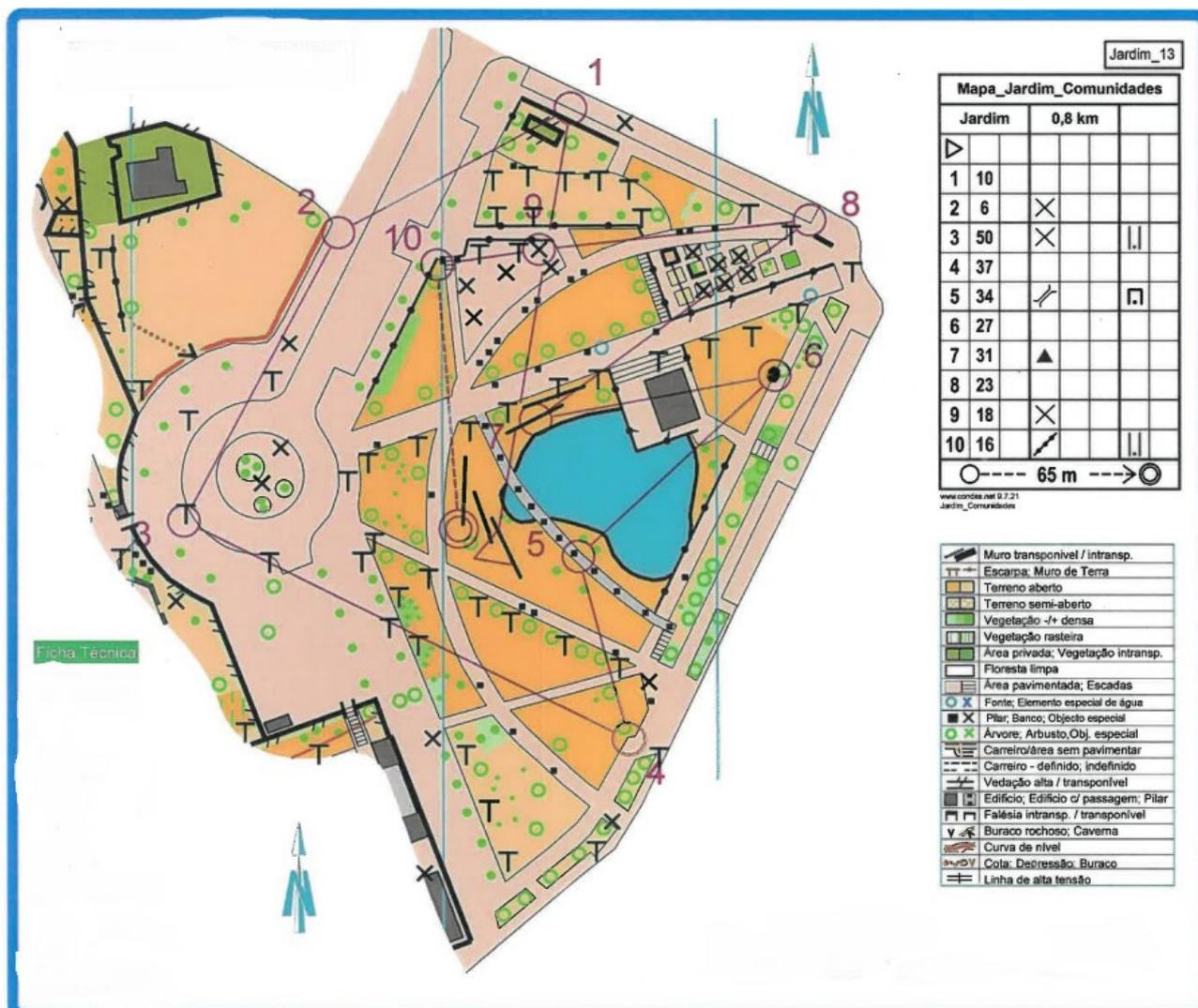


Fonte: autor

Todas estas, e outras, ideias geradoras de novos problemas foram sendo formuladas pelos alunos e assim surgiram muito naturalmente novos problemas mais simples. O mapa (Figura 3) disponibilizado foi um recurso importante e uma fonte de inspiração para a formulação dos novos problemas.

Importa notar que, os problemas formulados pelos alunos das duas turmas não foram todos iguais apesar do objetivo ou questão inicial ser a mesma. Esta é uma característica muito interessante e que deve ser encarada como uma vantagem deste tipo de problemas. Os alunos colocam problemas que pensam ser capazes de resolver e desta forma mostram ao professor o seu conhecimento ou as suas dificuldades como iremos ver em seguida.

Figura 3 - Planta do Jardim das Comunidades



Fonte: Junta de Freguesia

A resolução do Problema de Fermi levantou novos problemas que exigem um trabalho colaborativo entre os alunos. À medida que os novos problemas iam surgindo, os grupos iam assumindo a responsabilidade de os resolver. Esta situação nunca tinha acontecido na aula de matemática, em qualquer das turmas. De forma inesperada os alunos assumiram a responsabilidade pelas suas tarefas. O encadeamento dos problemas e a sua dependência criou nos alunos de cada grupo um enorme sentido de responsabilidade. Eles rapidamente se aperceberam que a não resolução de um problema por um dos grupos teria consequência no trabalho da turma. As professoras tiveram o cuidado de clarificar esta situação, o que levou os alunos a assumirem uma atitude na aula de matemática nunca vista. A dimensão afetiva da aprendizagem estava mais do que nunca evidente.

### As primeiras dificuldades

O objetivo principal era encontrar uma estimativa realista para o número de espectadores do Concerto do Danni Gato. Os alunos rapidamente mobilizaram os

conhecimentos adquiridos em anos anteriores, nomeadamente, de escalas e começaram a medir distâncias entre vários pontos do mapa de modo a calcularem as medidas reais.

De entre os muitos problemas intermédios que haviam formulado, destaque, os seguintes:

- Quantos espectadores podem estar num espaço com 1 metro quadrado de área?
- Quantos metros quadrados existem de área disponível para o público?

Relativamente ao problema de saber quantas pessoas se podem colocar num espaço com 1 metro quadrado de área, não nos pareceu que fosse levantar dúvidas. Os alunos começaram a pesquisar na Internet para ver se encontravam logo uma resposta, mas não encontraram e começaram a indicar valores que não faziam sentido. Sabemos que logo nos primeiros anos de escolaridade os alunos estudam as unidades de medida e que deste modo iam mobilizar esses conhecimentos para resolver o problema. Rapidamente percebemos que os alunos não estavam a conseguir mobilizar conhecimentos do 4.º ano de escolaridade sobre o  $m^2$  como unidade de medida de área, nem se tinham apropriado das unidades de medida uma vez que mostravam dificuldade na noção de 1 metro.

Perante esta dificuldade, foi fácil encontrar uma estratégia que levasse os alunos a adquirir estes conhecimentos matemáticos. Na sala de aula existem réguas e esquadros para serem utilizadas nas aulas das disciplinas de Educação Visual e de Matemática. A observação da régua possibilitou os alunos visualizarem um metro, mas a dificuldade mantinha-se em relação ao significado de  $1m^2$ . Discutimos com os alunos como podíamos obter  $1m^2$  a partir do conhecimento de 1 metro. Os alunos foram apresentando algumas ideias, em particular, sugeriram que o conceito de  $m^2$  podia estar relacionado com o conceito de áreas que eles conheciam do 1.º ciclo de escolaridade. A partir da discussão das áreas de figuras planas que eles foram referindo, facilmente concluíram que  $1m^2$  podia ser a área de um quadrado cujo lado tem de comprimento  $1m$ . Mas ainda era necessário ter uma estimativa válida do número de espectadores que podiam estar num espaço com esta área.

O grupo de alunos responsáveis por este problema foi convidado a desenhar um quadrado com  $1m^2$  de área. Em seguida, realizaram algumas experiências para perceber quantos espectadores podiam estar dentro daquele espaço com segurança. Inicialmente afirmaram que oito pessoas era um valor aceitável, mas com a experiência rapidamente perceberam que não se podiam movimentar. Concluíram assim que, para que os espectadores estivessem em segurança e se pudessem movimentar, o número teria de ser um número mais reduzido. Assim, determinaram que quatro pessoas era uma boa solução garantindo segurança.

As imagens seguintes (Figura 4) mostram parte desta experiência que permitiu aos alunos apropriarem-se da unidade de medida  $1m$ , e da unidade de área  $1m^2$  e deste modo encontrarem o número de espectadores recomendável para aquela área e avançarem para a resolução do problema inicial.

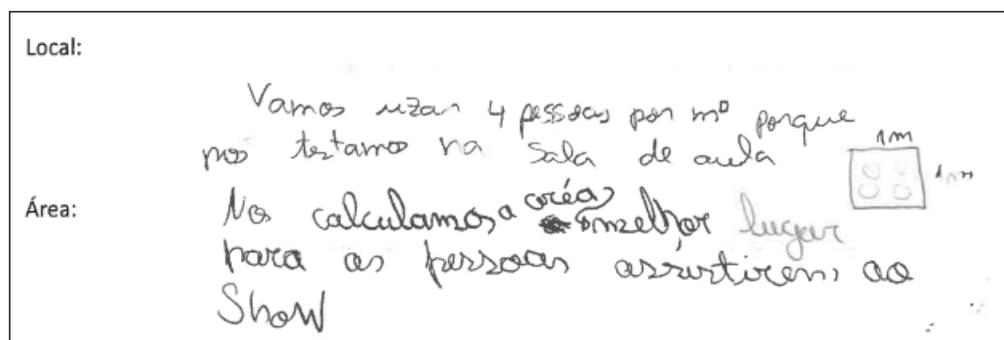
Figura 4 - Experiências dos alunos



Fonte: autor

Os alunos registraram nos seus cadernos, como mostra a Figura 5, o número de pessoas mais adequado por  $m^2$ .

Figura 5 - Excerto de uma resolução

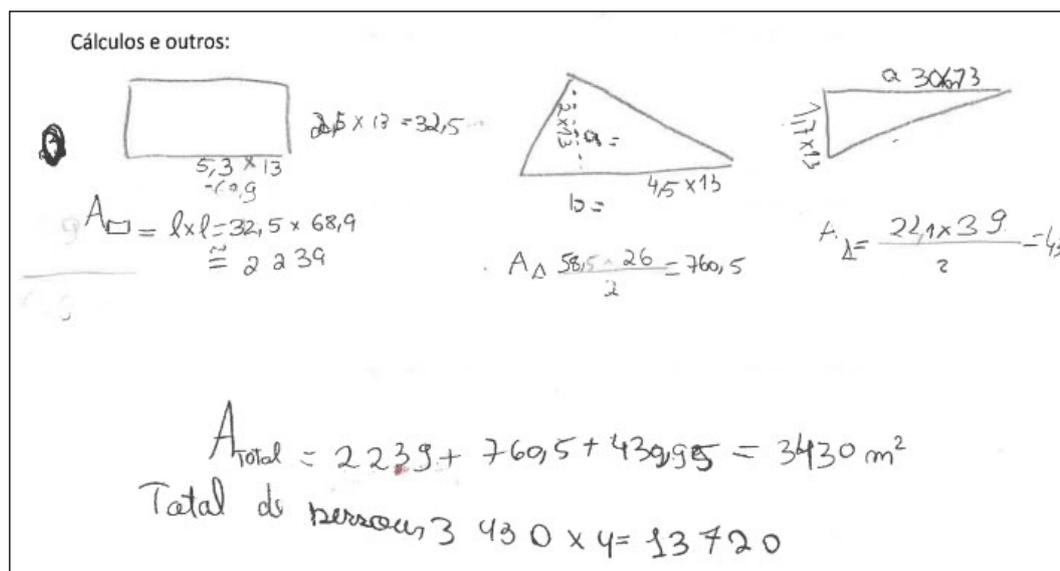


Fonte: autor

### À procura de uma estimativa do número de espectadores

A planta do Jardim (Figura 2) mostra-nos que o espaço não é um polígono regular. Os alunos responsáveis por encontrar a área destinada aos espectadores perceberam a necessidade de traçar vários polígonos para descobrir a área a ser usada, retirando o lago e de outros espaços que os colegas pretendiam ocupar com outras valências.

Figura 6 - Excerto de uma resolução para o cálculo da área dos espectadores



Fonte: autor

Desta forma um grupo de alunos determinou uma estimativa razoável para o número de espectadores. Mas o problema conduziu à criação de outros problemas que os alunos estavam totalmente embrenhados na sua resolução. O número de bilhetes passou a ser apenas uma parte do problema a Organização de um Concerto era algo que os tinha mobilizado completamente.

## O camarim

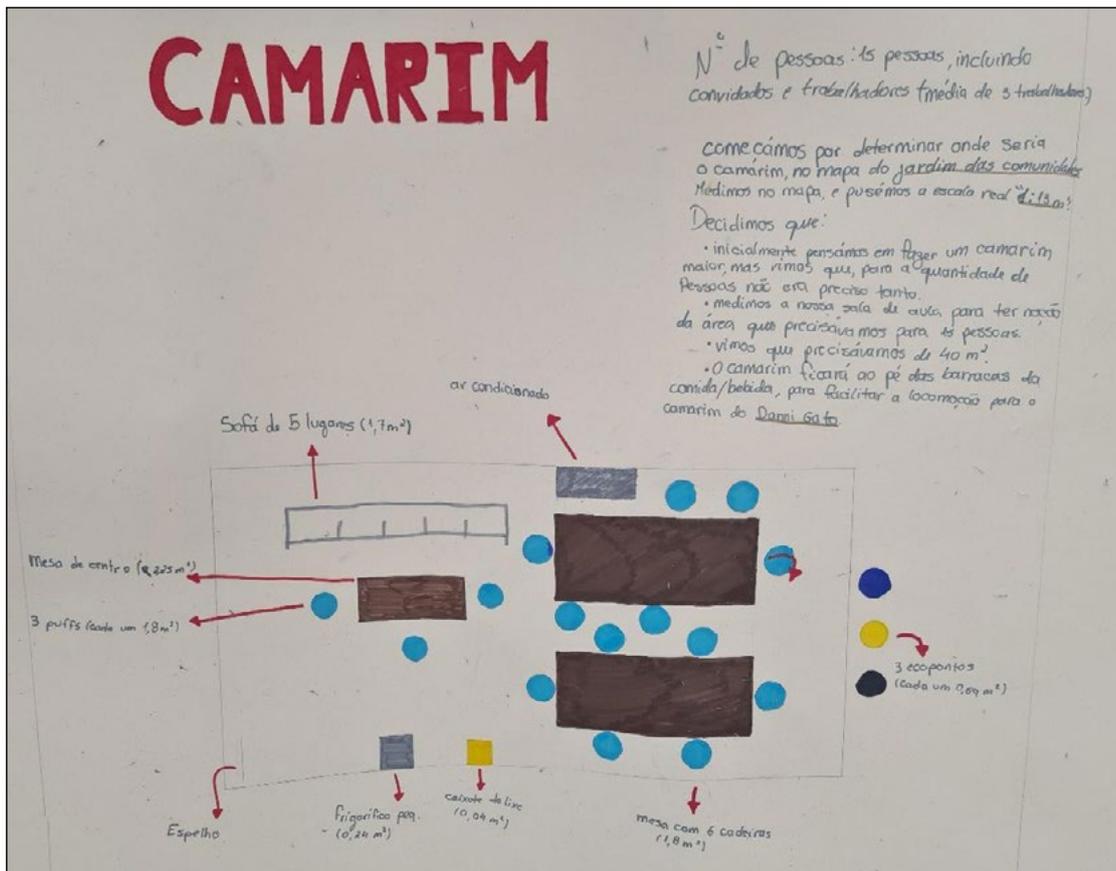
Um grupo constituído exclusivamente por raparigas propôs-se ficar com o espaço dedicado ao camarim. As alunas envolveram-se neste trabalho com uma dedicação surpreendente. No entanto, também surgiram algumas dificuldades que foram ultrapassadas com facilidade. Inicialmente, as alunas apresentaram um valor elevado para as dimensões do camarim. Foi necessário questioná-las sobre esses valores, pois elas não tinham noção das dimensões do espaço. A forma de as levar a tomar consciência das dimensões exorbitantes do camarim foi perguntar-lhes se queriam um camarim do tamanho da sala de aula, maior ou menor. Foi também necessário levá-las a comparar a área total do espaço e a área do camarim. Para as ajudar a responder às nossas questões pedimos-lhes que fossem medir a sala de aula para ficarem a conhecer as dimensões, depois iriam rever a proposta apresentada para o camarim (Figura 7). Ajudei as alunas a medir a sala e elas foram registando os valores no caderno. Mais tarde vieram mostrar que o camarim inicial era excessivamente grande para o número de pessoas que iriam lá estar e desproporcionado em relação ao palco e à zona dos espectadores. A importância da realização da experiência de medir a sala foi determinante para as alunas ultrapassarem as suas dúvidas iniciais.

Ainda em relação a este grupo, destaco o caso de uma aluna que nunca participava na aula de matemática, ela própria me confessou que não era capaz de aprender esta disciplina. No entanto, mostrou uma atitude completamente diferente durante as aulas em que resolveram este problema. Afirmou que esta atividade era diferente de tudo o que faziam normalmente na aula de matemática. Não sabia resolver exercícios de matemática,

mas neste problema havia sempre alguma coisa que sabia fazer. A aluna encontrou na resolução deste problema uma oportunidade para participar na aula de matemática, para perceber e para mostrar que também pode aprender matemática.

Todos os alunos necessitam de aprender matemática, a resolução de problemas pode ser uma oportunidade para que todos se sintam capazes.

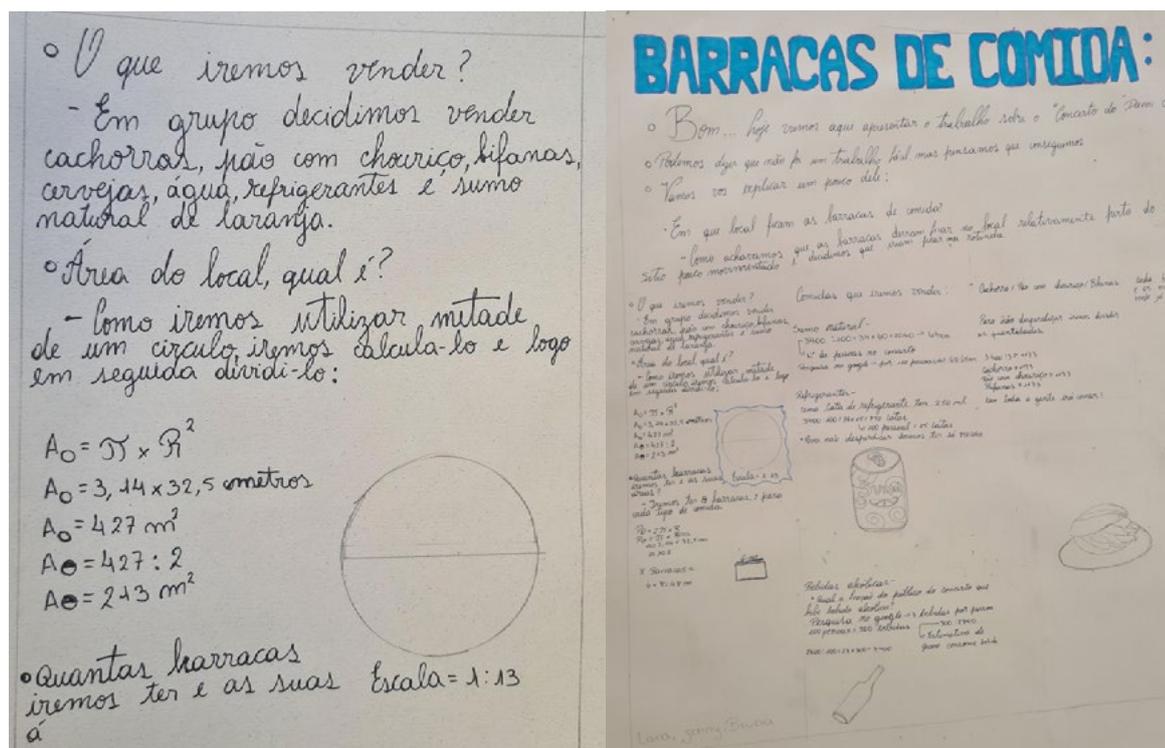
Figura 7 - Imagem do camarim



Fonte: autor

Outros grupos de alunos centraram o seu trabalho em espaços como as barracas de Comida (Figura 8). Eles decidiram o espaço que necessitavam, a forma que desejavam e usaram os conhecimentos matemáticos que dispunham. As professoras não fizeram qualquer referência à circunferência e ao cálculo da sua área, foram os próprios alunos que o fizeram. No que se refere às bebidas, os alunos usaram latas com o formato de cilindros e com outros formatos. Os alunos ainda não tinham estudado volumes de sólidos, mas foram pesquisar as fórmulas e calcular os respectivos volumes. Este aspecto merece destaque na medida em que o conceito de resolução de problemas, apresentado no PISA 2012 (2013), refere não só a utilização de conhecimentos anteriores e capacidade de os mobilizar para resolver o problema, mas refere ainda a construção de novo conhecimento como o que sucedeu quando os alunos foram determinar o volume de sólidos. Para além da ampliação de conhecimentos, o desenvolvimento de diversas competências raramente que são trabalhadas na aula de matemática, foi uma constante nesta atividade.

Figura 8 - Resolução do problema das Barracas de Comida



### Conhecimentos e habilidades envolvidos na resolução deste Problema

É naturalmente difícil enunciar todas as competências e conhecimentos envolvidos na resolução deste problema. No entanto, parece-me importante destacar os mais relevantes e que, por vezes, nos parece difícil estarem presentes no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Uma análise mais apurada da BNCC (Brasil, Ministério da Educação, 2018) para os anos finais do Ensino Fundamental em Matemática, permite concluir que o problema mobiliza objetos de conhecimento que fazem parte das unidades temáticas de Geometria e Grandezas e Medidas. Destaco, em particular nestas duas unidades temáticas, os conhecimentos e habilidades que mais se evidenciam.

Em relação aos conteúdos matemáticos, os temas que se destacam são a Geometria e Grandezas e medidas. Por exemplo, problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento e medições. Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. Teorema de Pitágoras. Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas.

Relativamente às habilidades, merecem particular destaque as seguintes: EF06MA12, 24; EF07MA29, 30, 31, 32; EF08MA19.

Este destaque resulta de uma análise feita a partir das resoluções destes alunos ao Problema inicial e aos problemas que foram formulados com vista à estimativa para o número de espectadores no Concerto do Danni Gato. Contudo, não posso deixar de referir que outros conteúdos e outras habilidades podiam ter surgido. Na verdade, este problema foi colocado aos alunos de duas turmas distintas de anos de escolaridade distintas e em cada uma das turmas surgiram ideias distintas. Esta é uma das vantagens dos Problemas de Fermi.

Um outro aspecto destacado na BNCC (Brasil, Ministério da Educação, 2018) é “a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação” (p. 298). Estes problemas são uma excelente oportunidade para promover e desenvolver a comunicação entre os alunos e, em particular, a comunicação matemática.

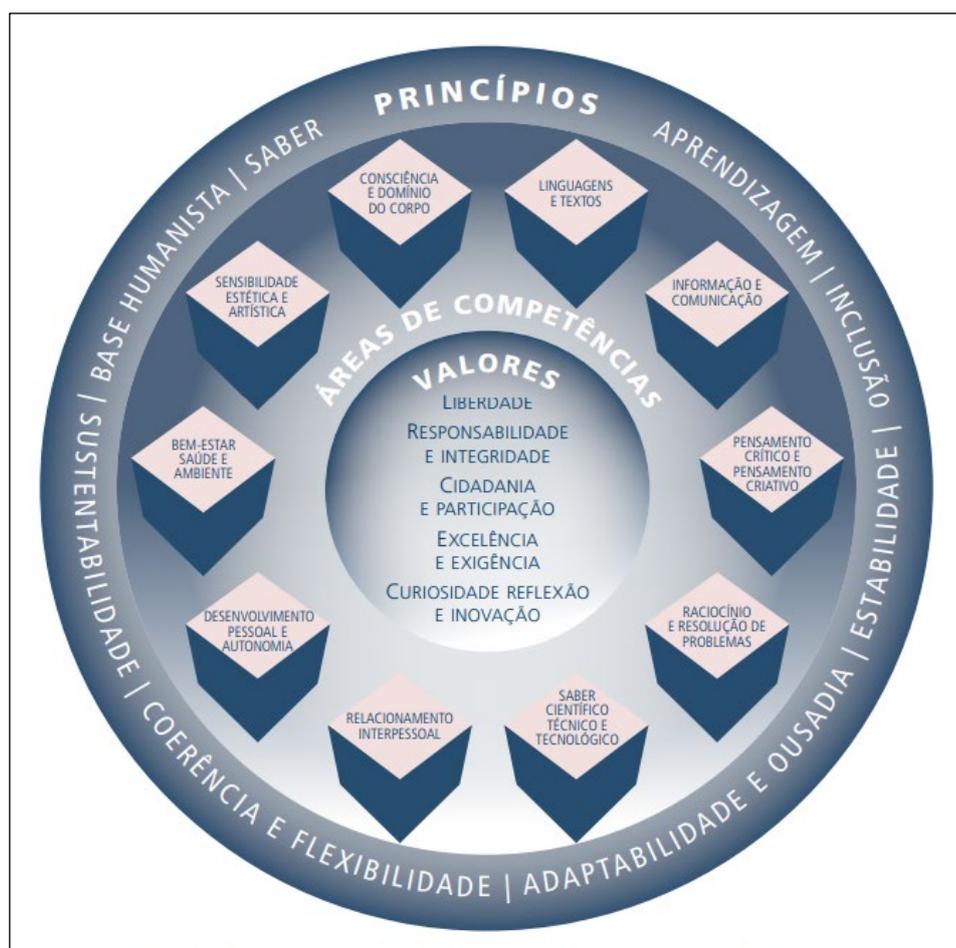
Em relação às Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico (2021) os conhecimentos, capacidades e atitudes aqui tratados inserem-se no tema da Geometria e Medida no 1.º e 2.º ciclo do ensino básico e em Geometria no 3.º ciclo do ensino básico.

Por outro lado, no que se refere ao Perfil dos Alunos à saída da escolaridade obrigatória (Martins *et al.*, 2017) que se encontra na Figura XX diferentes áreas de competência foram desenvolvidas ao longo da resolução deste problema que decorreu durante o mês de maio.

Uma aluna referiu na sua reflexão final que este trabalho tinha contribuído para a sua integração na turma, pois ao realizar trabalho colaborativo sentiu, como nunca tinha sentido, fazer parte da turma.

Este foi outro ganho substancial da resolução deste Problema de Fermi.

Figura 9 - Imagem do esquema conceptual do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória



Fonte: Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória

## O poder das representações na resolução de Problemas de Fermi

Embora exista uma vasta literatura e inúmeros estudos em torno da temática das representações, Mainali (2021) apoiando-se em diversos autores define representações matemáticas, como um símbolo ou conjunto de símbolos, diagramas, objetos, imagens ou gráficos, que podem ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Na verdade, as representações são inerentes à própria natureza da matemática. A utilização de diversas representações possibilita múltiplas concretizações de um conceito, o que permite aos alunos extrair e apreender determinadas propriedades do conceito. Por exemplo, os alunos ao desenharem um quadrado cujo lado tem 1 metro de comprimento estabeleceram uma relação com a área do quadrado e compreenderem a relação com  $1m^2$ . Para além do símbolo numérico, os alunos recorreram a outro tipo de representação que foi fundamental para a compreensão do conceito. O quadrado representado foi determinante para a compreensão do conceito de  $1m^2$ . As diferentes representações e a conversão entre elas foram determinantes para a aprendizagem destes conceitos (Amado, 2022).

Heritage e Niemi (2006) tal como Duval (1999) ou Greeno e Hall (1997) defendem o valor das representações no processo de ensino e aprendizagem da matemática, não só pela natureza da própria matemática, mas também pelo poder que estas assumem na comunicação de ideias e conceitos, por esta razão consideram que o seu papel na avaliação formativa deve ser igualmente reconhecido. Para Heritage e Niemi (2006) as representações são uma poderosa ferramenta para os professores acederem ao pensamento do aluno, sejam eles símbolos, diagramas, mapas, imagens ou a própria linguagem oral ou escrita.

Destaco que no problema do Concerto do Dani Gato, a Planta do Jardim foi o dado inicial de que dispunham, uma imagem, os dados numéricos foram obtidos através da utilização da imagem e pondo em ação conhecimento anteriormente adquiridos. A partir dessa imagem e com base na escala, eles determinaram valores aproximados para as áreas dos vários espaços, recorrendo a diversas representações.

As imagens, os cálculos matemáticos e as figuras que iam representando sucessivamente foram determinantes para as professoras acederem aos raciocínios dos alunos.

### Para terminar

A resolução de problemas é atualmente reconhecida como uma atividade central no processo de ensino e aprendizagem da matemática. É importante que se diversifiquem as estratégias em sala de aula e que os alunos tenham oportunidade de lidar com diferentes experiências de forma a desenvolverem múltiplas competências indispensáveis à vida em sociedade. Os problemas de Fermi são uma entre as muitas estratégias que devem ser experimentadas na aula de matemática. A resolução do problema que apresentei permitiu-nos constatar que os alunos não se apropriam de conhecimentos básicos do 1.º ciclo e do 2.º ciclo, pelo menos não foram capazes de os mobilizar para resolver o problema ou os sub-problemas formulados. Tal não significa que estes temas e conteúdos não tenham sido estudados na devida altura, o que significa que essas aprendizagens não foram significativas e, como tal, esses conhecimentos não surgiram quando eram necessários para resolver o problema. Esta situação deve-nos fazer refletir. Porque não aprenderam? O que terá falhado quando foram estudados? Terá sido apenas uma questão relacionada com a dimensão cognitiva da aprendizagem ou estará também relacionada com a dimensão afetiva.

Por outro lado, temos o caso de uma aluna que se considerava incapaz de aprender matemática, que habitualmente não trabalhava na aula de matemática. Será um caso raro? Penso que não. No entanto, o Problema de Fermi permitiu que a aluna se aventurasse a trabalhar de forma muito empenhada no espaço do camarim. A vantagem deste tipo de problema é que constituem uma oportunidade para os alunos mostrarem o que são capazes de fazer. Ou seja, permite que cada um seja capaz de mostrar o conhecimento que dispõe para avançar na resolução do problema. Todos os alunos têm algum conhecimento, os professores dificilmente têm como o identificar e isso cria no aluno a ideia de que não sabe nada, não é capaz de fazer nada na aula de matemática. Este é, do meu ponto de vista, um dos aspetos mais relevantes nesta experiência, permitir que todos os alunos tenham oportunidade de mostrar (aos outros e a si próprios) que têm alguns conhecimentos, que são capazes de aprender matemática e participar ativamente na aula de matemática.

## Referências

Amado, N. (2022). Representações múltiplas no ensino e aprendizagem da matemática, *Educação & Matemática*, 166, 3-6.

Amado, N. e Carreira, S. (2019). Problemas de Fermi: uma oportunidade para a interdisciplinaridade na aula de matemática, *Educação & Matemática*, 151, 3-5.

Ärlebäck, J. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 6(3), 331-364.

Beers, S. (2011). 21<sup>st</sup> century skills: Preparing students for their future. Consultado em Julho, 2023, [https://cosee.umaine.edu/files/coseeos/21st\\_century\\_skills.pdf](https://cosee.umaine.edu/files/coseeos/21st_century_skills.pdf)

BRASIL (2018). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, G. (2021). Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico. ME DGE. <https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica>

Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: a bridge between beliefs and emotions. *ZDM Mathematics Education*, 43(4), 471-482. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0309-6>

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 3–26).

Greeno, J., & Hall, R. (1997). Practicing representation: Learning with and about representational forms. *Phi Delta Kappan*, 78, 361–367.

Goldin, G. A. (2002). Affect, meta-affect, and mathematical belief structures. In C. G. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds), *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 59-72). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Goldin, G. A. (2014). Perspectives on Emotion in Mathematical Engagement, Learning, and Problem Solving. In R. Pekrun & L. Linnenbrink-Garcia (Eds), *International Handbook of Emotions in Education*, (pp. 391–414), New York: Routledge.

Heritage, M., & Niemi, D. (2006). Toward a framework for using student mathematical representations as formative assessments. *Educational Assessment*, 11(3 & 4), 265–282. <https://doi.org/10.1080/10627197.2006.9652992>

Hersant, M., & Choquet, C. (2019). Is an Inquiry-Based Approach Possible at the Elementary School? In P. Liljedahl, M. Santos-Trigo, M. (Eds.), *Mathematical problem Solving. Current Themes, Trends and Research. ICME-13 Monographs*, [https://doi.org/10.1007/978-3-030-10472-6\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-10472-6_6)

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., Bruder, R. (2016). Problem Solving in Mathematics Education. In *Problem Solving in Mathematics Education. ICME-13 Topical Surveys*. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-40730-2\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-40730-2_1)

Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 9(1), 1-21. <https://doi.org/10.46328/ijemst.1111>

Martins *et al.* (2017). Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. <http://www.dge.mec.pt/noticias/perfil-dos-alunos-saida-da-escolaridade-obrigatoria>

OECD (2013), *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>

Santos-Trigo (2013). Problem solving in Mathematics education. In Lerman, S. (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 496-501).

Schukajlow, S., Rakoczy, K. & Pekrun, R. (2017). Emotions and motivation in mathematics education: theoretical considerations and empirical contributions. *ZDM Mathematics Education* 49, 307–322. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0864-6>

Seah, W. T. (2019). Values in mathematics education: Its conative nature, and how it can be developed. *Research in Mathematical Education*, 22(2), 99–121. <https://doi.org/10.7468/jksmed.2019.22.2.99>

Silver (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.

# DISEÑO DE UNA APP EDUCATIVA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS POR INDAGACIÓN

*Iraya Yáñez Pérez*<sup>1</sup>

*Radu Bogdan Toma*<sup>2</sup>

*Jesús Ángel Meneses Villagrà*<sup>3</sup>

## INTRODUCCIÓN

Durante las últimas décadas, la educación científica ha progresado notablemente. La investigación en didáctica de las ciencias ha resaltado que una enseñanza basada en la indagación escolar es una de las formas más efectivas de mejorar el aprendizaje y fomentar el interés por la ciencia entre los estudiantes (Aguilera y Perales-Palacios, 2020; Toma, 2021). La indagación científica impulsa la exploración activa, la experimentación y la investigación para desarrollar habilidades científicas y comprender el mundo natural (Crawford, 2014). Además, esta metodología puede ayudar a establecer conexiones entre los contenidos curriculares, fomentando experiencias de aprendizaje interdisciplinarias significativas y relevantes (Roehrig *et al.*, 2021; Toma, 2020).

Específicamente, cuando los estudiantes se involucran en la indagación científica, se les guía para formular preguntas, diseñar experimentos, recolectar y analizar datos y, llegar a conclusiones basadas en evidencia empírica, imitando así las prácticas científicas (Osborne, 2014). Después de una revisión exhaustiva de la literatura, Pedaste *et al.* (2015) señalan que la transposición didáctica de la indagación se puede realizar mediante la adopción de un ciclo indagatorio. Esta herramienta visual describe las cinco fases interrelacionadas y cíclicas que guían la indagación. Este ciclo brinda apoyo tanto a los profesores como a los estudiantes en la formulación de preguntas e hipótesis de investigación, en la propuesta de diseños experimentales que identifiquen las variables de estudio, en la recolección y análisis de datos y, en la comunicación efectiva de los resultados.

No obstante, para muchos profesores en formación inicial o en ejercicio, la implementación de este enfoque de enseñanza representa un desafío (Correia y Harrison, 2019; García-Carmona *et al.*, 2018; Toma *et al.*, 2017). La falta de recursos, tiempo y capacitación en pedagogías socio-constructivistas y en el uso de herramientas digitales son algunas de las dificultades que enfrentan al intentar aplicarlo en sus clases de ciencias (Baroudi y Helder, 2019; Fang, 2020). Además, la conceptualización de una educación interdisciplinaria también plantea sendas dificultades (Dare *et al.*, 2019; Toma y García-Carmona, 2021; Toma y Retana-Alvarado, 2021), lo que resulta en prácticas pedagógicas que difieren de los requisitos curriculares y las recomendaciones de la investigación educativa.

Por tanto, en este capítulo se presenta IndagApp, una aplicación educativa desarrollada como parte de un proyecto de la Universidad de Burgos y financiado por el Ministerio de Economía, Industria y Competitividad de España (MINECO). El objetivo de este recurso educativo es ayudar a los profesores a realizar la transposición didáctica de la

---

1 Universidad de Burgos.

2 Universidad de Burgos.

3 Universidad de Burgos.

metodología de indagación científica en el aula y establecer conexiones multidisciplinares entre las diferentes asignaturas del currículo. Este trabajo describe la aplicación, presenta un ejemplo de indagación y justifica su relevancia pedagógica al analizar sus posibles usos y su potencial para la integración curricular.

## DESCRIPCIÓN DE INDAGAPP

La aplicación IndagApp ofrece un conjunto de diez investigaciones virtuales que abordan diversas temáticas científicas, como el crecimiento de las plantas, la formación de cristales, las fuerzas, las inundaciones, el crecimiento bacteriano, la fotosíntesis, el vuelo en globo, la formación de valles, la refracción de la luz y la flotabilidad. Cada investigación sigue una estructura común diseñada siguiendo los principios fundamentales de la indagación científica (Capps *et al.*, 2012; Osborne, 2014). Para ello, se ha adoptado el ciclo de indagación propuesto por Pedaste *et al.*, (2015), adaptando el lenguaje para que sea más comprensible tanto para profesores como para estudiantes.

El recurso IndagApp puede ser instalado en dispositivos móviles y tabletas digitales con sistema operativo Android, así como en computadoras con Windows. La versión para Android está disponible de forma gratuita en Google Play Store, y se puede descargar ingresando al siguiente enlace: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.ITACA.Indagappypli=1>. Si se desea obtener una versión del recurso para PC, se recomienda contactar con los autores. Se invita a los lectores a probar IndagApp para explorar su potencial educativo, el cual va más allá de lo que se puede transmitir en este libro.

Tal y como se ha indicado, cada una de las diez indagaciones de IndagApp han sido diseñadas en línea con las fases o etapas de la indagación científica. En la primera etapa de la indagación, conocida como la fase de planteamiento de la situación problemática, se guía a los estudiantes para que formulen preguntas científicas específicas y claras sobre un fenómeno natural que despierte su interés. El objetivo es que los estudiantes aprendan a formular preguntas precisas y relevantes que puedan ser respondidas a través de experimentación. Por esta razón, todas las investigaciones comienzan describiendo un contexto de aprendizaje que introduce el tema en estudio, seguido de una pregunta de investigación formulada.

En la segunda etapa, conocida como la formulación de hipótesis, los estudiantes generan posibles respuestas tentativas a la pregunta de investigación planteada. Se les solicita evaluar el grado de confirmación o refutación de cada una de las cuatro hipótesis propuestas. Cabe destacar que cada investigación incluye cuatro hipótesis.

En la tercera etapa, denominada la fase de planificación y diseño experimental, los estudiantes desarrollan un plan de investigación para responder a la pregunta de investigación y poner a prueba las hipótesis formuladas. Este proceso implica seleccionar métodos para recopilar datos, definir variables y determinar los recursos necesarios, entre otros aspectos relevantes. En el caso específico de IndagApp, la tercera etapa se enfoca en identificar y controlar las variables que se utilizarán en la investigación para probar cada una de las hipótesis planteadas. Se distinguen las variables dependiente, independiente y de control.

En la cuarta etapa del proceso de indagación, conocida como la fase de recopilación de datos e interpretación, los estudiantes utilizan las simulaciones virtuales específicamente diseñadas para cada investigación con el fin de recopilar datos. Durante esta etapa, los estudiantes realizan cinco registros de datos, manipulando y controlando las variables

experimentales correspondientes. Al finalizar la simulación, los datos recopilados se registran en una tabla de resultados, lo que facilita su interpretación visual. A continuación, se genera un gráfico utilizando los datos recopilados en la tabla y los estudiantes proceden a interpretar los datos, buscando patrones, relaciones y explicaciones que puedan ayudar a responder a su pregunta de investigación. Para ello, deben responder a cuatro preguntas de tipo dicotómico (sí/no) que abordan aspectos relevantes sobre la experimentación y los datos recopilados.

En la etapa final de la indagación, conocida como conclusiones, los estudiantes deben explicar de manera clara y coherente sus resultados y conclusiones a través de informes escritos, presentaciones orales o presentaciones en formato de póster científico. Sin embargo, en la aplicación IndagApp, no es posible llevar a cabo esta comunicación de resultados. En su lugar, los estudiantes deben responder a preguntas de refuerzo para evaluar su comprensión del tema estudiado y su capacidad para aplicar esas conclusiones a situaciones cotidianas. En otras palabras, esta última etapa pone a prueba la capacidad de los estudiantes para aplicar su aprendizaje a nuevos contextos.

## POTENCIAL EDUCATIVO DE INDAGAPP

En línea con la literatura especializada sobre la implementación efectiva de la indagación científica (Zacharia *et al.*, 2015), el recurso educativo IndagApp incorpora una variedad de elementos de apoyo y orientación que actúan como andamiaje para los estudiantes. Estos andamiajes se presentan a través de un personaje protagonista en la historia, quien acompaña a los estudiantes durante el desarrollo de cada investigación científica, brindando instrucciones y aclaraciones. Estas aclaraciones se presentan en formato de texto o video. Por ejemplo, en el menú principal, antes de seleccionar una investigación específica, se incluye un breve vídeo que explica el proceso de indagación de manera accesible y cercana al estudiante, utilizando un lenguaje sencillo. Además, se proporciona un segundo video al iniciar la tercera etapa, que se centra en explicar el significado de las variables dependientes, independientes y de control, utilizando un ejemplo simple y adaptado al nivel cognitivo de los estudiantes.

El resto de las ayudas y orientaciones se presentan en formato de texto. Por ejemplo, en la segunda etapa (formulación de hipótesis) se brindan instrucciones claras y, en la tercera etapa (planificación y diseño) se indican los pasos que los estudiantes deben seguir para controlar y manipular las variables del experimento.

IndagApp se presenta como una herramienta prometedora en el ámbito educativo, especialmente para aquellos involucrados en la educación científico-tecnológica, como estudiantes, docentes y tutores (Aljuhani *et al.*, 2018; Silva-Díaz *et al.*, 2022). Su potencial de uso es amplio y abarca desde actividades en el aula hasta proyectos presentados en ferias científicas, así como la educación autónoma, tutorías y actividades extracurriculares. El objetivo principal del diseño y desarrollo de IndagApp es apoyar a los docentes en la implementación de la metodología de indagación científica. Por lo tanto, la aplicación fue diseñada para ser utilizada como recurso principal en el desarrollo de investigaciones científicas en el aula, o como complemento a las clases teóricas para reforzar conceptos. De esta manera, la herramienta tiene el potencial de fomentar la participación activa de los estudiantes, ofreciéndoles una forma más práctica, aplicada y atractiva de acercarse a las disciplinas científicas (Oliveira *et al.*, 2019).

Por otro lado, IndagApp también puede ser útil para fomentar el aprendizaje autónomo. Debido a que la aplicación proporciona instrucciones claras y estrategias de apoyo, los estudiantes pueden utilizarla fuera del aula para explorar diversos temas científicos en su tiempo libre. Sin embargo, cabe destacar que los estudios piloto que se están llevando a cabo actualmente sugieren que su uso autónomo puede ser limitado en estudiantes de Educación Primaria debido a la dificultad inherente de la metodología de indagación.

Asimismo, también puede servir como recurso para establecer conexiones entre las disciplinas, fomentando un aprendizaje interdisciplinar. Un ejemplo de cómo la aplicación IndagApp promueve el aprendizaje interdisciplinar es a través de la recolección y representación de datos utilizando tablas y gráficas. Esto brinda a los estudiantes la oportunidad de aplicar conceptos y habilidades matemáticas para analizar, presentar e interpretar los datos obtenidos en diversas investigaciones (LOMLOE, 2020; NGSS Lead States, 2013). También es relevante destacar que las indagaciones realizadas con IndagApp también abordan las implicaciones sociales y culturales de la ciencia. Los problemas planteados como punto de partida para cada indagación están cuidadosamente diseñados para abordar cuestiones sociales relevantes. Por ejemplo, al estudiar las inundaciones se puede explorar cómo los desastres naturales afectan a las comunidades locales y al investigar el crecimiento bacteriano se reflexiona sobre cómo las infecciones pueden propagarse en una población.

También cabe destacar que, para poder utilizar IndagApp, es necesario contar con acceso a la tecnología de la información y la comunicación. Esto implica que los estudiantes deben utilizar herramientas digitales con fines educativos, lo que les permite desarrollar habilidades en el manejo de dichas herramientas y aplicarlas a su aprendizaje. En este sentido, el uso de IndagApp se alinea con las nuevas reformas curriculares que enfatizan la importancia de la tecnología en la educación como, por ejemplo, la de España (LOMLOE, 2020). Por último, IndagApp también podría ser útil en clases de apoyo académico o actividades extracurriculares, ya que puede ayudar a reforzar conceptos científicos específicos.

## **INDAGAPP: EJEMPLO DE UNIDAD INDAGATORIA SOBRE EL CRECIMIENTO DE LAS PLANTAS**

En este apartado se muestra un ejemplo de indagación diseñada para la aplicación IndagApp. Para ello se va a utilizar una indagación sobre el crecimiento de las plantas (Figura 1), con la que se pretende conseguir que el alumnado del último ciclo de Educación Primaria (5°-6° EPO) adquiera conocimientos sobre los factores que influyen en el crecimiento de las plantas, así como los conceptos de seres autótrofos y de plántula. Además, mediante el uso de la aplicación también se trabajan las fases del método indagatorio y el concepto y los tipos de variable. Por último, el objetivo final de esta aplicación consiste en que el alumnado aprenda a: formular hipótesis, diseñar experimentos, interpretar resultados, establecer conclusiones y realizar informes. De esta manera, el alumnado desarrolla habilidades tales como el pensamiento crítico y la capacidad a la hora de resolver problemas.

Figura 1 - Menú principal para la indagación sobre el crecimiento de las plantas



*Fase 1: Situación Problematizadora: ¡Qué viva la vida!*

El primer paso de la indagación, denominada fase de planteamiento de la situación problematizadora, consiste en contextualizar la situación de aprendizaje. En la indagación “Crecimiento de las plantas”, la app introduce la temática a estudiar a través de la explicación de los conceptos de *ser vivo autótrofo* y *plántula*. La información mostrada en la pantalla es la siguiente:

*“Las plantas son seres vivos autótrofos, es decir, fabrican su propio alimento a partir de materia inorgánica (agua y sustancias del terreno y aire) y luz solar. Transforman la energía del sol en energía química y aportan oxígeno a la atmósfera. A partir de ellas el resto de los seres vivos terrestres podemos satisfacer nuestras necesidades nutricionales. Denominamos plántula a la planta en sus primeros estadios de desarrollo, desde que germina hasta que se desarrollan las primeras hojas verdaderas. Después de conseguir una plántula, se puede trasplantar a una maceta y comenzará la fase de crecimiento. Existen plantas muy diversas, pero la mayoría necesitan de elementos comunes para su desarrollo que afectan a su ciclo vital. Investigarás sobre los elementos que son esenciales para el crecimiento de las plantas. Tomaremos como referencia la planta del garbanzo.”*

Tras plantear la situación problematizadora, los estudiantes deben tratar de proponer preguntas de investigación para el caso objeto de estudio. Con ayuda del docente, los estudiantes formulan distintas preguntas hasta que, finalmente, IndagApp muestra la pregunta de investigación de partida (Figura 2): “¿Qué factores influyen en el crecimiento de las plantas para conseguir un ciclo vital óptimo?”

Figura 2 - Pregunta de investigación en IndagApp

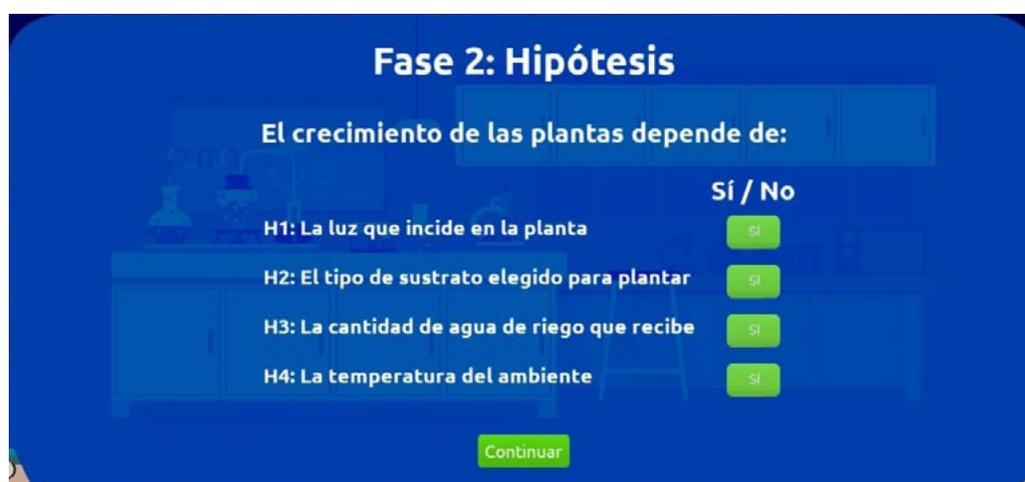


### *Fase 2: Problema de investigación e hipótesis*

Para dar respuesta a la pregunta de investigación planteada en la fase anterior, el alumnado debe plantear algunas hipótesis, es decir, en este caso debe sugerir algunos factores que cree que pueden ayudar al crecimiento de las plantas. Esta fase del proceso indagatorio se conoce como la formulación de hipótesis.

Las cuatro hipótesis que se proponen en la aplicación para la indagación objeto de estudio, y que el alumno debe confirmar (SI) o rechazar (NO), se muestran en la Figura 3.

Figura 3 - Planteamiento de hipótesis en IndagApp

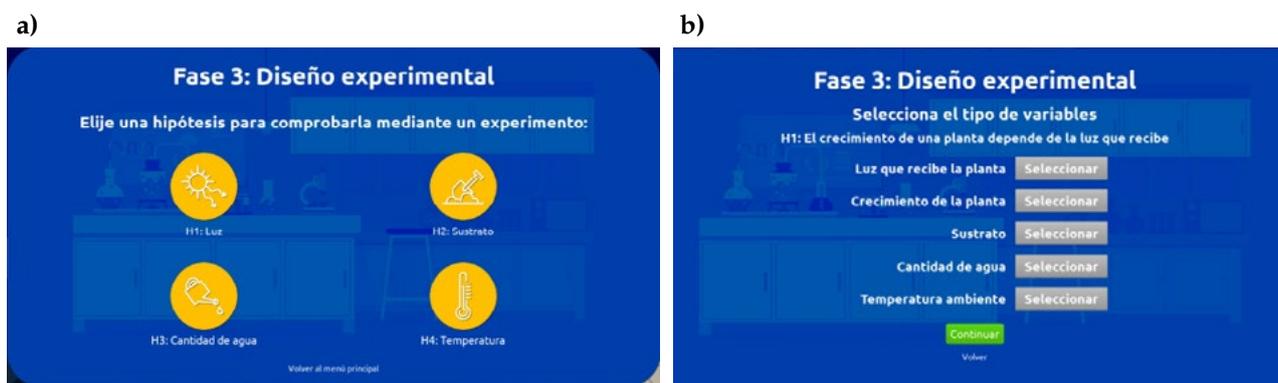


### *Fase 3: Diseño experimental*

En la fase de planificación y diseño experimental se trata de buscar la respuesta a la pregunta de investigación planteada en la fase anterior. Para ello, el alumnado debe diseñar un plan de investigación (seleccionar los materiales a utilizar, desarrollar paso a paso el procedimiento a seguir, estudiar posibles dificultades a la hora de llevarlo a cabo, ) basándose en las hipótesis planteadas y reflexionar previamente a su realización en los resultados que puede obtener.

En el caso concreto de realizar indagaciones mediante el uso de IndagApp, esta fase se simplifica y consiste, en primer lugar, en seleccionar la hipótesis que queremos comprobar (Figura 4a). Posteriormente, se identifican cuáles son la variable independiente, la variable dependiente y las variables de control del experimento a simular en la app (Figura 4b). Por último, con el objetivo de averiguar si la hipótesis planteada anteriormente es cierta o no, se modifican en la aplicación los valores de la variable independiente y se observa que es lo que ocurre con la variable dependiente.

Figura 4 - (a) Elección de hipótesis y (b) Identificación de variables en IndagApp



A continuación, se explica detalladamente el proceso a seguir a la hora de realizar la simulación virtual para poder contrastar cada una de las cuatro hipótesis de las que consta la indagación elegida. Asimismo, en la tabla 1 se muestra cuáles son la variable dependiente, la variable independiente y las variables de control en función de cada hipótesis. Como puede observarse, la variable dependiente es en todos los casos el crecimiento de la planta, pues es la variable que investigamos en la indagación que estamos siguiendo de ejemplo.

Tabla 1 - Variables dependiente, independiente y de control para cada uno de los factores de los que depende el crecimiento de una planta

Hipótesis	Variable dependiente	Variable independiente	Variables de control
<b>H1: Luz</b>	Crecimiento de la planta	Luz que recibe la planta	Sustrato, cantidad de agua y temperatura ambiente
<b>H2: Sustrato</b>	Crecimiento de la planta	Sustrato	Luz que recibe la planta, cantidad de agua y temperatura ambiente
<b>H3: Cantidad de agua</b>	Crecimiento de la planta	Cantidad de agua	Luz que recibe la planta, sustrato y temperatura ambiente
<b>H4: Temperatura</b>	Crecimiento de la planta	Temperatura ambiente	Luz que recibe la planta, sustrato y cantidad de agua

Simulación de la hipótesis H1: para comprobar si el crecimiento de una planta depende o no de la luz que recibe, IndagApp permite elegir entre cinco posibles opciones (0 h/día u oscuridad, 2 h/día de luz solar directa, 5 h/día de luz solar directa, 10 h/día de luz solar directa y 10 h/día de luz indirecta) y muestra cuántos cm ha crecido la planta en cada uno de los casos transcurridos 10 días.

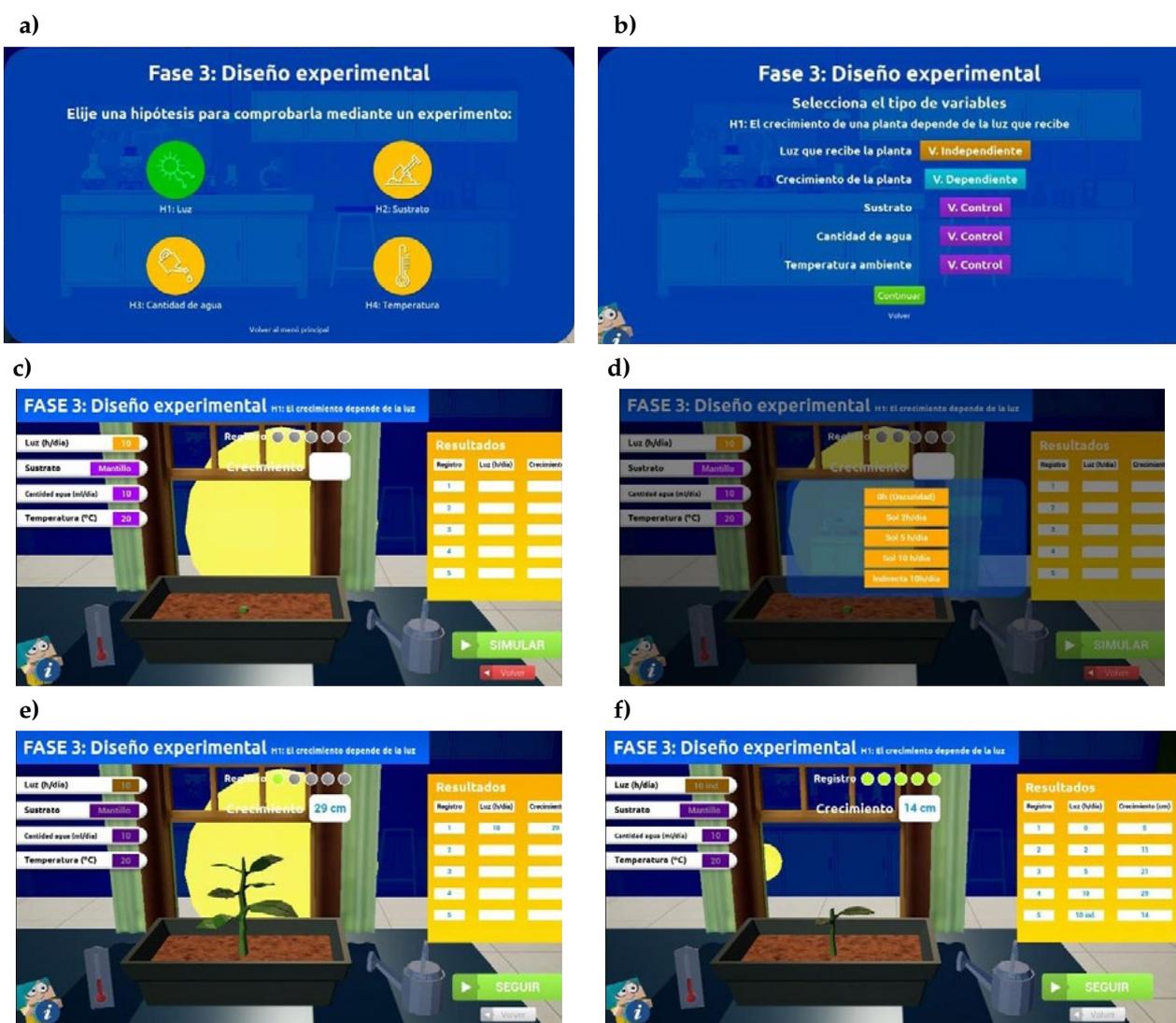
Los pasos a seguir en la simulación de esta hipótesis son: i) Seleccionar la *hipótesis H1: Luz* (Figura 5a); ii) Identificar los tipos de variables adecuadas para la *hipótesis H1* (Figura 5b); iii) Pinchar en el cuadro de color naranja ubicado al lado de la variable *Luz (h/día)* (Figura 5c); iv) Seleccionar una de las opciones de *tiempo de luz diario* que permite el panel de opciones (Figura 5d); v) Pinchar en SIMULAR (botón verde ubicado en la esquina inferior derecha de la pantalla) y observar cómo crece la planta y aparece un valor en el cuadro de crecimiento (Figura 5e); vi) Pinchar en SEGUIR (botón verde ubicado en la esquina inferior derecha de la pantalla) y; vii) Repetir el proceso a partir del paso iii cambiando los valores de la variable independiente *Luz* para completar la tabla de resultados (Figura 5f).

Simulación de la hipótesis H2: para verificar si el crecimiento de una planta depende o no del tipo de sustrato en el que se planta, la aplicación permite probar cinco sustratos diferentes y enseña cuanto ha crecido la planta pasados 10 días desde la plantación. Los sustratos que se pueden seleccionar en la app son: arena, tierra, algodón, fibra de coco y mantillo. En este caso, hay que seleccionar en la aplicación la *hipótesis H2: Sustrato* y efectuar la simulación cambiando esta variable.

Simulación de la hipótesis H3: para confirmar si el crecimiento de una planta depende de la cantidad de agua que esta recibe, se puede probar y ver cuántos cm crece la planta cuando se le añaden 0, 5, 10, 20 o 40 ml de agua al día durante 10 días seguidos. No obstante, para llevar a cabo la simulación de esta hipótesis en la app hay que elegir la opción *hipótesis H3: Cantidad de agua*.

Simulación de la hipótesis H4: para contrastar si el crecimiento de una planta está relacionado o no con la temperatura ambiente, se pueden elegir entre 5 temperaturas diferentes, que van desde -5°C a 40°C, y observar que ocurre con el tamaño de la planta en cada uno de los casos. De igual manera que en los casos anteriores, para poder probar esta suposición de manera virtual hay que escoger la opción de hipótesis apropiada, que en este caso es *H4: Temperatura*.

Figura 5 - Simulación paso a paso en IndagApp de la hipótesis H1



#### Fase 4: Resultados y conclusiones

Durante la cuarta fase del proceso indagatorio se recogen e interpretan los datos obtenidos en las simulaciones virtuales realizadas. Una vez que hemos probado todas las opciones propuestas para cada una de las variables estudiadas, es decir, una vez acabadas las simulaciones de cada hipótesis, IndagApp muestra los resultados obtenidos para la variable dependiente (que en nuestro caso es el crecimiento de la planta medido en cm) tanto en tablas de resultados como en gráficos. De esta manera, se consigue una mejor visualización y asimilación de los datos.

Las tablas de resultados obtenidos en las simulaciones de las cuatro hipótesis planteadas inicialmente, así como sus gráficas correspondientes, se pueden ver en la Figura 6a-d. A partir de ellas se pueden establecer conclusiones que permiten responder a la pregunta de investigación.

Figura 6 - Resultados de IndagApp de las cuatro hipótesis propuestas para la indagación



Por otro lado, para concluir con cada hipótesis, y siempre de manera posterior a la exposición de los resultados de las simulaciones llevadas a cabo, IndagApp propone cuatro afirmaciones relacionadas con lo estudiado anteriormente y que sirven de ayuda al alumnado a la hora de interpretar los resultados de cada una de las hipótesis. Estas afirmaciones deben ser confirmadas si son ciertas (SI) o rechazadas si no lo son (NO). Las frases expuestas en las cuatro hipótesis, así como sus respuestas correctas, se pueden ver en la tabla 2.

Por último, del análisis y la interpretación de los resultados obtenidos se extraen las siguientes conclusiones:

- El crecimiento de las plantas depende de la luz que reciben, del sustrato en el que se plantan, de la cantidad de agua que reciben y de la temperatura ambiental. Por ello, se confirman las cuatro hipótesis propuestas en IndagApp.

Tabla 2 - Afirmaciones de las cuatro hipótesis planteadas en IndagApp con sus respuestas

Hipótesis	Afirmación	Respuesta
<b>H1: Luz</b>	La luz provee la energía necesaria a las plantas, lo que favorece su crecimiento y desarrollo	SI
	Las luces artificiales pueden producir más crecimiento en las plantas que la luz natural del sol	NO
	La cantidad de luz que reciben las plantas influye en su crecimiento	SI
	Las plantas pueden vivir y crecer normalmente sin luz	NO

Hipótesis	Afirmación	Respuesta
<b>H2: Sustrato</b>	Una planta crecerá más o menos según el sustrato en el que se encuentra	SI
	La arena es un buen sustrato para el crecimiento de las plantas	NO
	El sustrato actúa como soporte físico de los cultivos y les proporciona los nutrientes necesarios para la germinación	SI
	Las semillas (plantas) colocadas en algodón crecen más y mejor que en otros sustratos	NO
<b>H3: Cantidad de agua</b>	Cada planta necesita un aporte de agua diferente para su crecimiento y ciclo vital	SI
	Si la planta recibe la luz solar, aunque no agreguemos nada de agua, la planta crece	NO
	Si se riega a una planta con menos agua que la que necesita, la planta crece, pero más lentamente	SI
	Se puede morir una planta por exceso de agua	SI
<b>H4: Temperatura</b>	Una temperatura del ambiente alrededor de 20°C favorece el crecimiento de la mayoría de las plantas	SI
	Las temperaturas muy bajas limitan de manera importante el crecimiento de la mayoría de las plantas	SI
	Si colocamos una planta en la nevera se va a conservar y crecer mejor	NO
	Si colocamos una planta al lado de una estufa, el calor que emite estimula su crecimiento	NO

- Las plantas crecen más conforme más horas de luz reciben. No obstante, el crecimiento que experimentan es considerablemente menor cuando reciben luz de forma indirecta.
- El sustrato que mejor favorece el crecimiento de las plantas es el mantillo, mientras que el peor sustrato es la arena. Esto se debe a que el mantillo contiene materia orgánica y, por tanto, nutrientes que necesitan las plantas. Por el contrario, la arena generalmente está hecha de sílice.
- Añadir demasiada agua todos los días a las plantas no ayuda a que estas crezcan con mayor rapidez, sino todo lo contrario. Regarlas con poca agua tampoco ayuda a que estas crezcan adecuadamente.
- Las temperaturas extremas, demasiado bajas o altas, no favorecen el crecimiento de las plantas, sino todo lo contrario. La temperatura más adecuada para el crecimiento óptimo de las plantas suele ser 20°C.

#### *Fase 5: Comunicación y afianzamiento*

La última etapa del proceso indagatorio consiste en comunicar los resultados y conclusiones de forma escrita u oral. No obstante, lógicamente esta fase no se puede llevar a cabo a través de la aplicación y, por ello, se ha cambiado por unas preguntas de afianzamiento relacionadas con los contenidos tratados en cada indagación al final de cada una de ellas. Estas preguntas tienen como objetivo ver si los estudiantes han adquirido los conocimientos esperados.

Para nuestro caso de estudio, IndagApp cuenta con cinco preguntas dicotómicas del tipo SI/NO que, además, también ayudan a establecer conclusiones. Dichas preguntas y sus respuestas se muestran en la tabla 3.

Tabla 3 - Preguntas finales de afianzamiento de conocimientos

Pregunta dicotómica	Respuesta
La temperatura ambiental influye en el crecimiento de las plantas, estas son sensibles a temperaturas demasiado altas o bajas	SI
Las plantas son seres vivos capaces de sintetizar compuestos orgánicos a partir de compuestos inorgánicos, agua y luz solar	SI
Si le proporcionamos a una planta las condiciones adecuadas de humedad, sustrato y luz, con alta temperatura (44°C) crece bien	NO
Si una planta no recibe luz puede crecer, pero no se desarrolla de forma óptima	NO
Plántula son las plantas que cambiamos de sustrato cuando ya tienen un tamaño adecuado para seguir su proceso de crecimiento	SI

Finalmente, para concluir la indagación, la aplicación cuenta con cuatro preguntas de afianzamiento y aplicación de conocimiento, en las que hay que seleccionar una de las dos posibles respuestas (Figura 7a-d).

Figura 7 - Preguntas de afianzamiento y aplicación



## CONCLUSIONES

La enseñanza de las ciencias a través de la metodología de indagación escolar se considera una estrategia efectiva para promover la alfabetización científica de los estudiantes (Pedaste *et al.*, 2015; Toma, 2022). Sin embargo, su implementación puede plantear desafíos para los profesores. En este capítulo de libro se presenta IndagApp, una aplicación 3D diseñada para ayudar a los docentes de ciencias a superar dificultades como la falta de recursos en las escuelas o el conocimiento limitado sobre la metodología de indagación.

La relevancia pedagógica de IndagApp se justifica por su potencial para implementar de manera efectiva la metodología de indagación escolar en la enseñanza de las ciencias. Además, la aplicación permite establecer conexiones entre diferentes asignaturas del currículo y fomentar la enseñanza multidisciplinaria. En la actualidad, los autores de IndagApp se encuentran trabajando en el desarrollo de versiones en inglés y portugués con el objetivo de facilitar la difusión de esta herramienta en otros contextos educativos fuera de España.

## AGRADECIMIENTOS

El diseño de la aplicación IndagApp ha sido financiado por el Ministerio de Economía, Industria y Competitividad de España (MINECO) a través del proyecto PID2020-117348RB-I00. Dicha entidad no ha participado en el diseño, desarrollo ni uso de la app, así como tampoco en la redacción de este documento.

## REFERENCIAS

Aguilera, D., & Perales-Palacios, F. J. (2020). What effects do didactic interventions have on students' attitudes towards science? A meta-analysis. *Research in Science Education*, 50(2), 573–597. <https://doi.org/10.1007/s11165-018-9702-2>

Aljuhani, K., Sonbul, M., Alhabiti, M., & Meccawy, M. (2018). Creating a Virtual Science Lab (VSL): The adoption of virtual labs in Saudi schools. *Smart Learning Environments*, 5(16), 1–13. <https://doi.org/10.1186/s40561-018-0067-9>

Baroudi, S., & Helder, M. R. (2019). Behind the scenes: Teachers' perspectives on factors affecting the implementation of inquiry-based science instruction. *Research in Science and Technological Education*, 1–22. <https://doi.org/10.1080/02635143.2019.1651259>

Capps, D. K., Crawford, B. A., & Conostas, M. A. (2012). A review of empirical literature on inquiry professional development: Alignment with best practices and a critique of the findings. *Journal of Science Teacher Education*, 23(3), 291–318. <https://doi.org/10.1007/s10972-012-9275-2>

Correia, C. F., & Harrison, C. (2019). Teachers' beliefs about inquiry-based learning and its impact on formative assessment practice. *Research in Science and Technological Education*, 00(00), 1–22. <https://doi.org/10.1080/02635143.2019.1634040>

Crawford, B. A. (2014). From inquiry to scientific practices in the science classroom. In N. G. Lederman & S. K. Abell (Eds.), *Handbook of research on science education, Volume II* (pp. 515–541). Routledge.

Dare, E. A., Ring-Whalen, E. A., & Roehrig, G. H. (2019). Creating a continuum of STEM models: Exploring how K-12 science teachers conceptualize STEM education. *International Journal of Science Education*, 41(12), 1701–1720. <https://doi.org/10.1080/09500693.2019.1638531>

Fang, S. C. (2020). Towards scientific inquiry in secondary earth science classrooms: Opportunities and realities. *International Journal of Science and Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10086-6>

- García-Carmona, A., Criado, A. M., & Cruz-Guzmán, M. (2018). Prospective primary teachers' prior experiences, conceptions, and pedagogical valuations of experimental activities in science education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(2), 237–253. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9773-3>
- LOMLOE. (2020). *Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, 340, de 30 de diciembre de 2020*. <https://www.boe.es/boe/dias/2020/12/30/pdfs/BOE-A-2020-17264.pdf>
- NGSS Lead States. (2013). *The Next Generation Science Standards: For states, by states*. The National Academies Press. <https://doi.org/10.1016/j.endm.2015.07.014>
- Oliveira, A., Feyzi Behnagh, R., Ni, L., Mohsinah, A. A., Burgess, K. J., & Guo, L. (2019). Emerging technologies as pedagogical tools for teaching and learning science: A literature review. *Human Behavior and Emerging Technologies*, 1(2), 149–160. <https://doi.org/10.1002/hbe2.141>
- Osborne, J. (2014). Scientific practices and inquiry in the science classroom. In N. G. Lederman & S. K. Abell (Eds.), *Handbook of research on science education, Volume II* (pp. 579–599).
- Pedaste, M., Mäeots, M., Siiman, L. A., de Jong, T., van Riesen, S. A. N., Kamp, E. T., Manoli, C. C., Zacharia, Z. C., & Tsourlidaki, E. (2015). Phases of inquiry-based learning: Definitions and the inquiry cycle. *Educational Research Review*, 14, 47–61. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2015.02.003>
- Roehrig, G. H., Dare, E. A., Ellis, J. A., & Ring-Whalen, E. (2021). Beyond the basics: a detailed conceptual framework of integrated STEM. *Disciplinary and Interdisciplinary Science Education Research*, 3(1). <https://doi.org/10.1186/s43031-021-00041-y>
- Silva-Díaz, F., Fernández-Ferrer, G., Vázquez-Vilchez, M., Ferrada, C., Narváez, R., & Carrillo-Rosúa, J. (2022). Emerging technologies in STEM education. A bibliometric analysis of publications in Scopus & WoS (2010-2020). *Bordon. Revista de Pedagogía*, 74(4), 25–44. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2022.94198>
- Toma, R. B. (2020). *Integrando la programación computacional en el enfoque STEM: un ejemplo sobre la calidad del agua [Integrating computational programming into the STEM approach: an example on water quality]* (I. M. Greca & J. Á. Meneses-Villagrà (eds.)). Dextra Editorial S.L.
- Toma, R. B. (2021). Effect of confirmation and structured inquiry on attitudes toward school science. *School Science and Mathematics*, 2021, 1–8. <https://doi.org/10.1111/ssm.12505>
- Toma, R. B. (2022). Confirmation and structured inquiry teaching: Does it improve students' achievement motivations in school science? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22(1), 28–41. <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00197-3>

Toma, R. B., & García-Carmona, A. (2021). «De STEM nos gusta todo menos STEM». Análisis crítico de una tendencia educativa de moda [«Of STEM we like everything but STEM». A critical analysis of a buzzing educational trend]. *Enseñanza de Las Ciencias.*, 39(1), 65–80. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3093>

Toma, R. B., Greca, I. M., & Meneses-Villagrà, J. À. (2017). Dificultades de maestros en formación inicial para diseñar unidades didàcticas usando la metodología de indagación. *Revista Eureka Sobre Enseñanza y Divulgación de Las Ciencias*, 14(2), 442–457. [https://doi.org/10.25267/rev\\_eureka\\_ensen\\_divulg\\_cienc.2017.v14.i2.11](https://doi.org/10.25267/rev_eureka_ensen_divulg_cienc.2017.v14.i2.11)

Toma, R. B., & Retana-Alvarado, D. A. (2021). Mejora de las concepciones de maestros en formación de la educación STEM [Improving pre-service teachers' conceptions of STEM education]. *Revista Iberoamericana de Educación*, 87(1), 15–33. <https://doi.org/10.35362/rie8714538>

Zacharia, Z. C., Manoli, C., Xenofontos, N., de Jong, T., Pedaste, M., van Riesen, S. A. N., Kamp, E. T., Mäeots, M., Siiman, L., & Tsourlidaki, E. (2015). Identifying potential types of guidance for supporting student inquiry when using virtual and remote labs in science: a literature review. *Educational Technology Research and Development*, 63(2), 257–302. <https://doi.org/10.1007/s11423-015-9370-0>

# SIMULAÇÃO E GUIA POE: UMA ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DO MÉTODO DE PARTIDA ESTRELA-TRIÂNGULO

*Matheus da Silveira<sup>1</sup>*

*Maria Claudete Schorr<sup>2</sup>*

*Marcia Jussara Hepp Rehfeldt<sup>3</sup>*

## 1 INTRODUÇÃO

Dados da Empresa de Pesquisa Energética (EPE, 2021), que demonstram o percentual de consumo de energia elétrica no Brasil por setores, apontam que o setor industrial é responsável pelo consumo de, aproximadamente, 37% de toda a eletricidade no Brasil. No setor industrial, grande parte do consumo se deve aos motores elétricos, que representam, aproximadamente, 69% de toda a eletricidade consumida nas indústrias brasileiras (PROCEL, 2009). Em adição, Garcia (2003) afirma que os Motores de Indução Trifásicos (MIT) representam mais de 75% dos motores elétricos existentes no Brasil. De posse dessas informações, percebe-se a relevância dos motores elétricos, sobretudo os MIT, na área da eletricidade, pois é a carga elétrica predominante em todos os cenários. Por isso, é necessário que o profissional que atua nessa área tenha como uma das características do seu perfil, conhecimentos técnicos relativos aos métodos de acionamentos para o MIT.

Para que este profissional, durante sua formação, tenha os conhecimentos necessários expressos acima, os Projetos Pedagógicos dos Cursos (PPC) de nível médio e superior na área da Engenharia Elétrica preveem a disciplina de “Acionamentos Elétricos”, cujos conteúdos presentes na ementa destacam os métodos de acionamento dos MIT. Esta disciplina tem caráter prático, isto é, após a explicação e a elaboração do diagrama do método para acionar o MIT, realiza-se a montagem do método no laboratório, por meio de bancada didática, com dispositivos, cabos elétricos e o MIT. Geralmente, surgem dúvidas no momento destas práticas, sobretudo, nos primeiros métodos de acionamentos, pois os alunos ainda não desenvolveram a capacidade de simular mentalmente os circuitos elétricos ali presentes, o que se desenvolve com o desenrolar das práticas. Então, esta mudança de ambiente, da teoria à prática, é um momento crítico para os alunos desta disciplina. Outro aspecto interessante a ressaltar da prática em acionamentos elétricos é o fato de os alunos ficarem expostos a eletricidade, necessitando, assim, da supervisão do docente, o que tira a autonomia do estudante para testar livremente suas ideias, pois uma ideia incorreta, neste caso, pode danificar dispositivos e motores do laboratório e até pôr em risco a saúde do aluno.

Uma alternativa proposta para preencher a aparente lacuna existente entre a teoria e a prática dessa disciplina é a utilização de um software de simulação. Assim, é possível, após a teoria, demonstrar aos alunos o passo a passo de como deve ocorrer a prática e, de fato, fazer com que vejam os contatos elétricos dos dispositivos “abrindo e fechando” e, conseqüentemente, ligando e desligando o motor. Além disso, na simulação, os estudantes

---

1 IFMT.

2 Universidade do Vale do Taquari – Univates.

3 Universidade do Vale do Taquari – Univates.

têm a liberdade de testarem os diagramas que desenvolvem, pois, a maior implicação que pode ocorrer é o simulador exibir na tela que não funcionou devido a conexões incorretas. Importante destacar também, que, ao longo de 2020 e 2021, com as aulas presenciais suspensas devido à pandemia do COVID-19, a necessidade do uso de software de simulação foi potencializada nessa e em outras disciplinas, para tentar suprir as carências das aulas práticas em laboratório.

Entretanto, é interessante que o uso do software de simulação como instrumento de ensino seja aplicado seguindo procedimentos metodológicos que, de fato, instiguem os estudantes a pensarem na resolução dos problemas envolvidos na aula e propostos pelo professor. A metodologia POE (do inglês - *Predizer, Observar e Explicar*) vai ao encontro disso, pois trabalha com a contraintuitividade e com o conflito cognitivo, permitindo que o estudante construa o seu raciocínio, por meio da observação (FIDELIS *et al.*, 2019).

Assim, preocupado, de um lado, com a metodologia de ensino na disciplina de acionamentos elétricos, mas, de outro, tendo à disposição o software de simulação CADeSIMU, este capítulo tem como objetivo apresentar os resultados de uma intervenção pedagógica, realizada na disciplina de acionamentos elétricos, quanto ao ensino do método de partida estrela-triângulo, por meio do software de simulação CADeSIMU, na perspectiva da metodologia POE.

Importante destacar, que, a intervenção pedagógica relatada neste capítulo, é parte da dissertação<sup>4</sup> de mestrado do primeiro autor, que teve como título “O Ensino de Acionamentos Elétricos por meio do Software de Simulação CADeSIMU sob a Perspectiva da Metodologia POE”. Nesta dissertação, além da partida estrela-triângulo (apresentada neste capítulo), também foram contemplados os métodos de acionamento partida direta e partida chave-compensadora. Esta estratégia de ensino para estes métodos de acionamentos podem ser replicados por meio de uma sequência didática, apresentada no produto educacional<sup>5</sup> dos autores deste capítulo, que tem por título “CADeSIMU e Guia POE como Estratégia no Ensino de Acionamentos Elétricos”.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, discorre-se sobre as tecnologias no ensino e o uso de simuladores virtuais, a disciplina de Acionamentos Elétricos, ressaltando o método de partida estrela-triângulo, o software de simulação CADeSIMU e a metodologia POE.

### 2.1 Tecnologias no Ensino

É notório que as tecnologias vêm se desenvolvendo de forma significativa, principalmente nas últimas décadas, transformando, assim, o cotidiano da sociedade. Nos dias atuais, é comum o uso de computadores, celulares, tablets, internet, entre tantos outros recursos tecnológicos, sobretudo, pelos estudantes. A grande maioria deles faz parte das primeiras gerações que cresceram na era digital. Prensky (2001), ao questionar como poderia chamar esses estudantes, encontrou a designação Nativos Digitais como a mais adequada, pois eles são falantes nativos da linguagem digital dos computadores, dos videogames e da internet. O mesmo autor destaca que é necessário que os professores

---

4 Link para acessar a dissertação: <https://www.univates.br/ppgece/producoes/dissertacoes>

5 Link para acessar o produto educacional: <https://www.univates.br/ppgece/producoes/producao-tecnica>

reconsiderem sua metodologia de ensinar, a fim de trazer essas tecnologias para o ensino, em todas as disciplinas e em todos os níveis de ensino (PRENSKY, 2001).

Nesse contexto, é importante que os educadores repensem a forma de ensinar. Segundo Moraes (2006, p. 18), “precisamos de um paradigma que reconheça a importância das novas parcerias entre a educação e os avanços científicos e tecnológicos presentes no mundo hoje”. Além disso, o docente pode ser um facilitador e integrador dos recursos tecnológicos no cotidiano do ensinar e do aprender. No entendimento de Fernandes *apud* Dullius (2012, p. 111),

[ ] espera-se que o docente, na sala de aula, promova a interação entre a informática e a sua disciplina e, por meio dessa interação, proporcione aos alunos o acesso às novas informações, experiências e aprendizagens de modo que aprendam efetivamente, sejam críticos diante das informações e do conhecimento promovido por meio da tecnologia.

No momento, a preocupação dos educadores já não deve ser o porquê de utilizar os recursos tecnológicos, mas, sim, em como usar estas tecnologias no ensino e na aprendizagem (NEIDE; QUARTIERI, 2016). De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), as tecnologias e os recursos digitais devem estar cada vez mais inseridos nos ambientes escolares, de forma a “promover a **alfabetização e o letramento digital**, tornando acessíveis as tecnologias e as informações que circulam nos meios digitais e oportunizando a **inclusão digital**” (BRASIL, 2022, texto digital, grifos do autor). Ainda, segundo a BNCC, as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) alteraram significativamente as formas de trabalho, de comunicação, de relacionamento e de aprendizagem, de modo que,

[ ] na educação, as TDICs têm sido incorporadas às práticas docentes como meio para promover aprendizagens mais significativas, com o objetivo de apoiar os professores na implementação de metodologias de ensino ativas, alinhando o processo de ensino e aprendizagem à realidade dos estudantes e despertando maior interesse e engajamento dos alunos em todas as etapas da Educação Básica (BRASIL, 2022, texto digital).

Para Schuartz e Sarmiento (2020, p. 430), as TDICs “permitem, hoje, ministrar uma aula de forma muito mais dinâmica, interativa e colaborativa do que no passado”. Segundo Neide e Quartieri (2016), jogos digitais, simuladores e modelagem computacional são algumas das tecnologias digitais que podem ser implementadas em sala de aula. Ensinar mediado pelas TDICs, como softwares de simulação, por exemplo, pode trazer benefícios para docentes e estudantes, conforme ressaltam Arantes *et al.* (2010, p. 27):

Com os avanços dos computadores pessoais, tanto em *hardware* como na relação custo/benefício, [...] as simulações interativas já constituem um mecanismo eficiente para apresentar conceitos científicos e contribuir para tornar os professores facilitadores e os alunos autônomos nos processos de ensino e aprendizagem.

Nesse sentido, utilizando a simulação, os alunos têm a liberdade de testar as mais variadas ligações e situações de um esquema elétrico, por exemplo, pois a maior implicação que pode ocorrer é o simulador exibir na tela que não funcionou, devido a conexões incorretas, enquanto, na prática, algo incorreto pode representar danos aos componentes

elétricos envolvidos e, como já mencionado, colocar em risco a saúde do aluno. Diante disso, Moran *et al.* (2000, p. 98) afirmam:

As simulações são programas elaborados para possibilitar ao usuário a interação com situações complexas e de risco. Os programas de simulação tornaram-se pontos fortes do uso do computador nos meios educacionais, pois possibilitam a apresentação de fenômenos, experiências e a vivência de situações difíceis ou até perigosas de maneira simulada.

Mendes (2014, p. 31) entende que “o software pode preencher as lacunas deixadas pela falta da visualização de fenômenos em uma aula inteiramente expositiva e tradicional, promovendo ao estudante um ensino interativo e participativo”. Desta forma, a simulação pode vir a suprir a lacuna existente entre a teoria e a prática, sendo um instrumento intermediário entre estes dois momentos. Além disso, a simulação propicia a visualização dos fenômenos explicados em aula, o que, muitas vezes, é difícil de representar e de fazer com que os alunos abstraíam tais conteúdos. Quanto a isso, Neide e Quartieri (2016, p. 10) afirmam:

Apresentar, de diferentes formas, um mesmo elemento do conteúdo programático pode ajudar o aluno a compreender o tema que está sendo estudado. Além de revisitar, explorar o assunto via imagens ou animações, privilegiam o fazer pedagógico em sala de aula. A visualização é uma ação importante para a construção da aprendizagem, principalmente, na área das Ciências Exatas.

Há outras tecnologias que podem ser exploradas no ensino; entretanto, neste estudo, foi definido como limite aprofundar-se nos simuladores, que foi o recurso tecnológico utilizado nesta pesquisa, como apoio ao ensino de acionamentos elétricos.

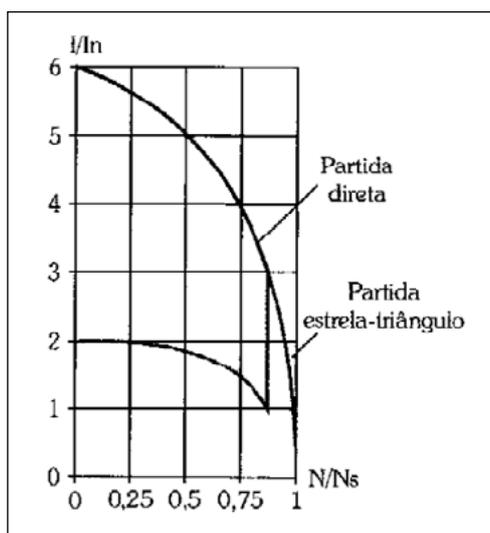
## 2.2 Acionamentos Elétricos

Em Acionamentos Elétricos, são estudadas as técnicas para acionar (ligar/controlar) Máquinas Elétricas, por meio de dispositivos de proteção, comando, sinalização e conexões elétricas, além dos dispositivos eletrônicos de partida (FRANCHI, 2014). Estas técnicas são denominadas de métodos de partida, chaves de partida ou, ainda, métodos de acionamentos. Para cada um dos métodos, há o diagrama de comando e o diagrama de força. Neste texto será apresentado, especificamente, a partida estrela-triângulo.

Esta partida tem o objetivo de suavizar a corrente do MIT no instante de partida. Isto é necessário, pois, a partir de determinada potência do motor, o pico de corrente de partida de uma máquina deve ser minimizado. Portanto, a partida estrela-triângulo é uma opção para este fim, além de apresentar um custo inferior em relação a outros métodos (NASCIMENTO JUNIOR, 2011).

Segundo Franchi (2014), no momento da partida, as bobinas do motor serão alimentadas com uma tensão reduzida a 58% do valor da tensão da linha da rede, graças à ligação do motor em estrela, no instante inicial. Após um certo tempo, a ligação passa a ser triângulo, deste modo, a tensão sobre as bobinas passa a ser nominal (plena). Ainda, segundo Franchi (2014), este método proporciona uma redução na corrente de partida a aproximadamente 33% do valor da partida direta (método mais simples para acionar um MIT), conforme ilustra a Figura 1.

Figura 1 - Corrente inicial do MIT na partida direta e na partida estrela-triângulo



Fonte: Franchi (2014, p. 159).

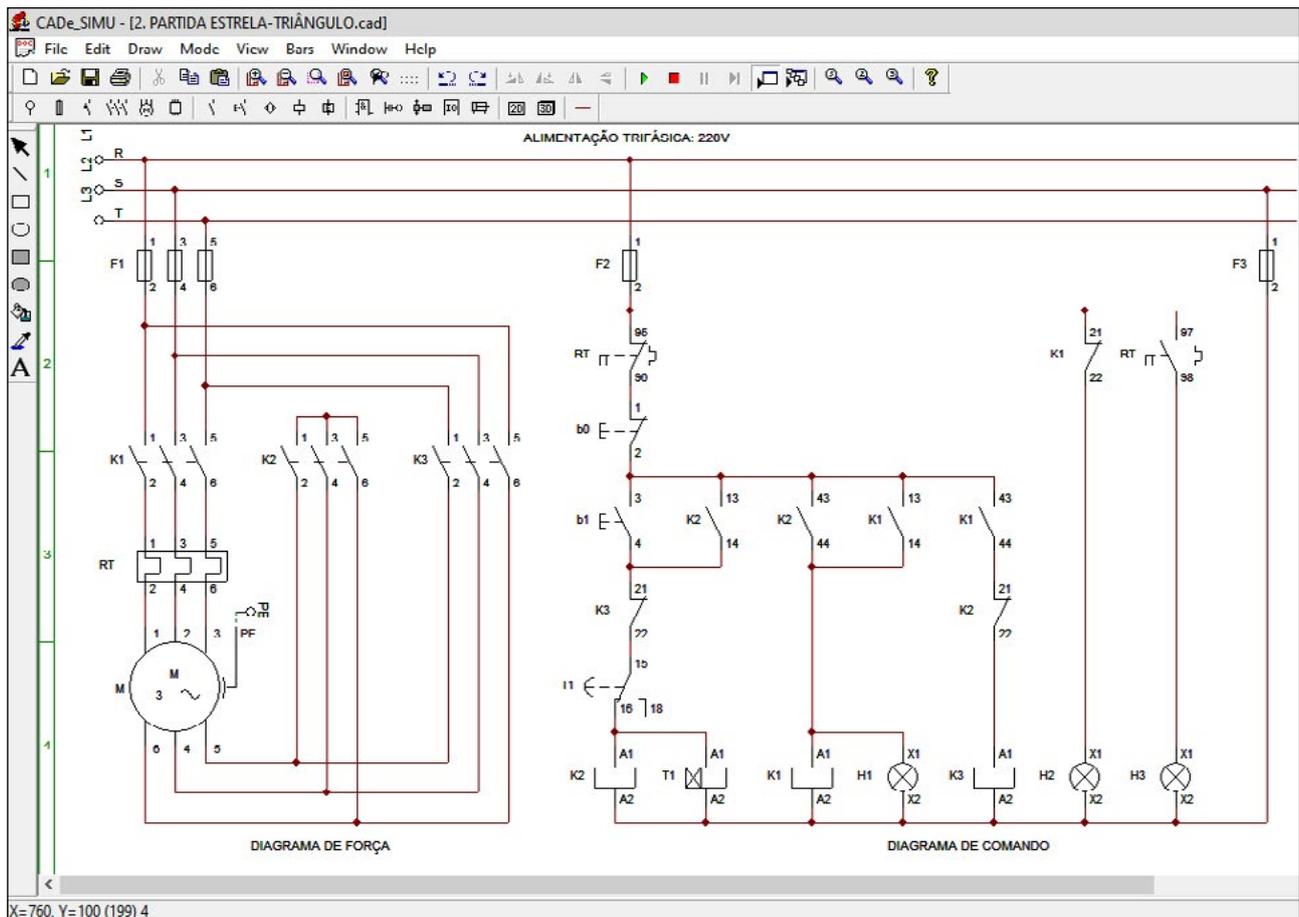
A Figura 2 apresenta o diagrama de força e o diagrama de comando da partida estrela-triângulo. Estes diagramas foram elaborados no CADeSIMU e seguem o apresentado por Franchi (2014) e Nascimento (2018), com adaptações e modificações pontuais.

### 2.3 Software de Simulação CADeSIMU

O CADeSIMU<sup>6</sup> é um software de simulação que permite ao usuário desenvolver diagramas de força e comando dos métodos de partida para motores elétricos e, posteriormente, verificar o funcionamento por meio de simulação (CANALPLC, 2021). Este software dispõe de uma biblioteca com os dispositivos utilizados nos acionamentos elétricos, que são representados por meio de simbologia padronizada. A Figura 2 demonstra o diagrama da partida estrela-triângulo elaborado neste software, desta forma, é possível verificar se o funcionamento dos dispositivos e o motor se comportam de forma correta, por meio do recurso de simulação.

<sup>6</sup> Software desenvolvido por Juan Luís Villanueva Montoto em 2004, atualmente encontra-se na versão 4.0 e sua última atualização foi em setembro de 2021 (CANALPLC, 2021).

Figura 2 - Diagrama de Força e Comando da Partida Estrela-Triângulo no CADeSIMU



Fonte: Dos autores (2023).

Conforme Lima Filho *et al.* (2017), em modo de simulação, é possível visualizar o estado de cada dispositivo elétrico, além de destacar os condutores submetidos à tensão elétrica e à passagem da corrente elétrica. Caso o diagrama não funcione da forma esperada, consegue-se encontrar rapidamente o erro e realizar os devidos ajustes. Um dos fatores que justificou a escolha do CADeSIMU, principalmente para esta pesquisa, é a licença do software, que é livre de taxa. Além disso, é um software que exige poucos requisitos do computador quanto a espaço de memória (LIMA FILHO *et al.*, 2017).

## 2.4 Metodologia POE

POE é a sigla das palavras em inglês *Predict, Observe e Explain*, traduzidas para o português como Predizer, Observar e Explicar (OLIVEIRA, 2003) ou Previsão, Observação e Explicação (SCHWAHN; OAIGEN, 2008). No presente trabalho adota-se a terminologia utilizada por Oliveira (2003). Segundo este autor, o método POE foi proposto por Nedelsky (1961) e por White e Gunstone (1992). Santos e Sasaki (2015) esclarecem que o POE foi gerado como um instrumento de avaliação formativa, que demanda a demonstração simultânea de um experimento por parte do professor, em aulas teóricas. Os mesmos autores ressaltam que o método tem sido aplicado como estratégia de promoção da aprendizagem em física e química, além de já ter demonstrado ser um método eficiente no ensino, por meio das simulações computacionais.

Schwahn e Oaigen (2008, p. 159) argumentam que, nesta metodologia, “é o aluno quem, a partir da predição sobre os resultados aos quais deve chegar a partir da observação durante a realização de um experimento e da explicação feita entre o predito e o observado, reconstrói o seu conhecimento científico”. Fidelis *et al.* (2019) ressaltam a importância do POE no processo de ensino, afirmando que um dos propósitos deste método é trabalhar com a contraintuitividade e com o conflito cognitivo, para que o aluno possa, por meio da observação, construir seu raciocínio. Também salientam que é importante que o professor, durante este processo, não diga diretamente ao aluno o que é “certo” ou “errado”, mas o oriente no sentido de esclarecer suas dúvidas.

Conforme Oliveira (2003), o primeiro momento da metodologia POE é o do predizer, quando o professor lança um problema em forma de desafio para os alunos, que podem estar divididos em grupos ou individualmente. O autor explica que o desafio é apresentado

[...] na forma de uma pergunta, que desperte o interesse e a curiosidade dos alunos, fazendo-os pensar na busca de uma solução. Os alunos, divididos em equipes ou individualmente, discutem o assunto em questão e, através da troca de experiências pessoais ou individualmente, PREDIZEM ou lançam algumas hipóteses sobre o assunto (OLIVEIRA, 2003, p. 3).

Na etapa do predizer, os alunos utilizam os conhecimentos já adquiridos em sala de aula e escrevem livremente o que pensam a respeito das perguntas, dos desafios. Neste momento, é importante a participação do professor para impedir que os alunos fiquem desmotivados, tentando responder corretamente ao problema (SCHWAHN; OAIGEN, 2008).

No segundo momento, conforme Oliveira (2003), o objetivo é fazer com que os alunos observem o fenômeno a partir da experiência feita por eles ou pelo professor. Schwahn e Oaigen (2008) ressaltam que, neste momento de observação do fenômeno, os alunos comparam o que observam com suas predições realizadas no primeiro momento; por isso, pode haver um conflito cognitivo entre o que foi predito e o que foi observado.

No terceiro e último momento, segundo Oliveira (2003), os alunos tentam explicar o fenômeno, comprovando, ou não, sua hipótese inicial. Neste momento,

[...] cada aluno participa dando sua contribuição para a resolução do problema. É nesta etapa, também, que cada aluno vai organizando suas descobertas, dentro de um modelo conceitual. Este momento é muito importante, já que através da interação entre os elementos do grupo, das suas contribuições apresentadas, surge o elemento novo. O elemento novo seria a resolução do problema inicial. Neste momento é reforçado o papel do professor mediador, para interpretar as informações dos alunos e juntos conseguirem a explicação para o fenômeno, dentro de um modelo científico (OLIVEIRA, 2003, p. 3).

Segundo Santos e Sasaki (2015), a metodologia POE apoia-se em duas características principais. A primeira é proporcionar situações e mecanismos que instiguem os alunos a expressar as suas concepções debatendo-as com os colegas, para depois apresentá-las por escrito, de forma organizada. A segunda característica, de acordo com o mesmo autor, é tornar os alunos protagonistas do seu processo de aprendizagem, isto é, transferir o foco da aula, do professor, que descreve e explica os fenômenos, muitas das vezes, de forma abstrata, para os alunos. Estes autores ainda destacam que

[...] a metodologia POE coloca sobre o aluno a responsabilidade de explicar e debater um fenômeno real usando as suas próprias palavras. Cabe ao professor contextualizar o tema, apresentar um fenômeno real relacionado na forma de experimento, vídeo ou animação, estimular a discussão de ideias, organizar a interação dos alunos e, finalmente, corrigir e debater as diferentes respostas (SANTOS; SASAKI, 2015, p. 2).

Ainda, Schwahn e Oaigen (2008) acrescentam que o método é utilizado em simulações computacionais, utilizando um guia de simulação elaborado com perguntas e procedimentos que permitem que o aluno realize a simulação e chegue às respostas. Este guia apresenta questões norteadoras, que conduzem e instigam o aluno na realização da prática.

Nesta pesquisa, a etapa do predizer foi contemplada por meio da aplicação de um questionário sobre o funcionamento do método de partida estrela-triângulo, porém, sem o uso do software de simulação CADeSIMU. No segundo momento, os alunos realizaram a observação do funcionamento deste método com a utilização da simulação e, na sequência, novamente responderam aos questionários, contemplando a etapa da explicação, em que os estudantes socializaram suas respostas e compararam o predito com o observado, com a mediação do professor.

### 3 METODOLOGIA

Esta pesquisa caracteriza-se, quanto à abordagem, como qualitativa, com aspectos que a aproximam de um estudo de caso. Triviños (1987, p. 128) afirma que a pesquisa qualitativa “tem o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento-chave”, também destaca que os pesquisadores qualitativos “[...] estão preocupados com o processo e não simplesmente com os resultados e o produto”. De acordo com Gil (2002, p. 54), o estudo de caso “consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento”.

A intervenção pedagógica desta pesquisa foi aplicada com 31 alunos matriculados na disciplina de Máquinas e Acionamentos Elétricos do Curso Técnico de Nível Médio em Eletrotécnica Integrado (CTNMEI) do Instituto Federal de Mato Grosso - campus Cuiabá - Octayde Jorge da Silva (IFMT - Cuiabá). Os dados apresentados neste capítulo foram coletados ao longo de três encontros, especificamente para o guia POE e a atividade complementar do método de acionamento partida estrela-triângulo, e, também, para o questionário de avaliação. Cabe ressaltar, que, a aplicação do guia POE e da atividade complementar ocorreu no intervalo entre o estudo teórico e prático da partida estrela-triângulo.

Conforme o planejado pelo guia POE, os grupos, inicialmente, respondiam perguntas sobre os diagramas, constituindo a etapa do predizer. Em seguida, elaboravam os diagramas no CADeSIMU e observavam seu funcionamento por meio da simulação, respondendo às mesmas perguntas anteriores, contemplando então, a etapa da explicação, na qual comparavam o predito com o observado.

Ao concluir o guia POE, os alunos realizavam a atividade complementar, com o objetivo de implementar novas funcionalidades aos diagramas. Os dados destes encontros foram coletados a partir das respostas do guia POE, das anotações no diário de campo dos pesquisadores e das gravações de áudio. A atividade complementar teve como principal

instrumento de coleta de dados o próprio software de simulação CADeSIMU, pois os diagramas desenvolvidos pelos alunos foram analisados posteriormente, para verificar se tiveram a capacidade de implementar as novas funcionalidades solicitadas no método de partida. Para verificar a percepção dos alunos com relação às atividades desenvolvidas, foi aplicado um questionário de avaliação com cinco perguntas.

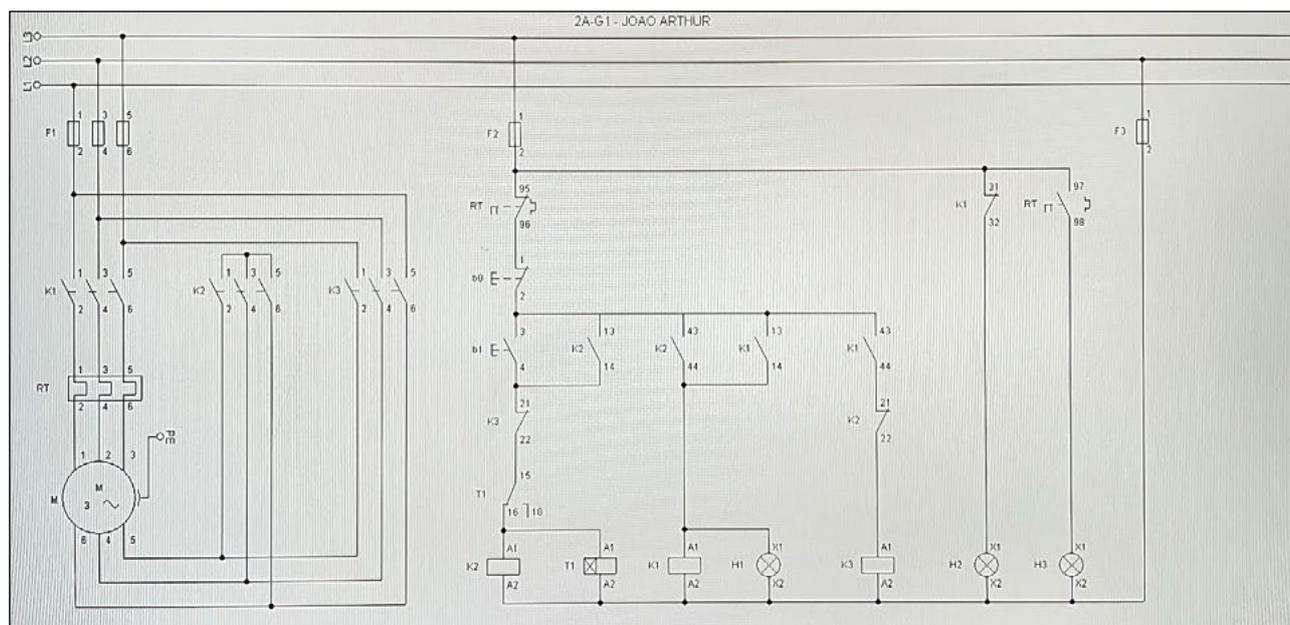
## 4 ANÁLISE E RESULTADOS

Nesta seção serão descritos o guia POE e a atividade complementar desenvolvida para o método de partida estrela-triângulo. Durante a descrição serão apresentadas as respostas mais impactantes para cada pergunta do guia POE, bem como o resultado da atividade complementar. Por fim, será enfatizada a percepção geral dos alunos frente a esta estratégia de ensino, relatando as respostas mais relevantes, do ponto de vista dos professores pesquisadores. De forma a garantir o anonimato dos alunos envolvidos na pesquisa, os mesmos foram denominados de A1, A2, A3 e, assim, sucessivamente, da mesma forma com os grupos, identificados como G1, G2, G3, e, assim por diante. Os diálogos e as respostas escritas pelos alunos e grupos durante os encontros são evidenciados com o texto na forma itálica.

### 4.1 Guia POE

Inicialmente foi entregue a todos os grupos o guia POE, nele constavam os diagramas de força e comando da partida estrela-triângulo (Figura 2) e também os procedimentos necessários para a simulação no CADeSIMU. Após finalizarem a elaboração do diagrama no software, os grupos passaram para a etapa do predizer. Foi salientado aos alunos o que significava cada etapa do guia POE, e que neste primeiro momento, deveriam apenas predizer as respostas analisando o diagrama que elaboraram, sem fazer uso da simulação. A Figura 3 ilustra o diagrama elaborado pelo grupo G2.

Figura 3 - Diagramas da partida estrela-triângulo elaborados pelo grupo G2



Fonte: Dos autores (2023).

As questões do guia da partida estrela-triângulo, foram estruturadas conforme a metodologia POE. As questões a) e b) tinham o objetivo de verificar a capacidade dos grupos em relação ao funcionamento dos leds de sinalização. Nestas questões não houve discrepâncias entre o predito e o observado, já que todos os grupos conseguiram prever corretamente e depois explicaram que o observado confirmou o que haviam predito, conforme as respostas dos grupos G12 para a primeira e segunda questão, representadas no Quadro 1.

Quadro 1 - Questões a) e b) do guia POE da partida estrela-triângulo com as respostas do grupo G12

<b>a) Ao energizar o circuito, algum LED estará ligado? Justifique sua resposta.</b>
<b>Predizer:</b> “Sim, o LED H2 estará ligado, porque os contatos 31-32 de K1 estarão fechados, alimentando H2.”
<b>Observar:</b> Simule, observe o diagrama de comando e responda à pergunta novamente.
<b>Explicar,</b> após observar no simulador: “O LED H2 ligou, conforme havíamos predito.”
<b>b) Com o M1 acionado, qual LED de sinalização estará ligado? Justifique sua resposta.</b>
<b>Predizer:</b> “H1, porque os contatos 43-44 de K2 e K3 ou 13-14 de K1 estarão fechados, alimentando H1.”
<b>Observar:</b> Com o motor acionado, observe o diagrama de comando e responda à pergunta novamente.
<b>Explicar,</b> após observar no simulador: “O LED H1, conforme havíamos predito.”

Fonte: Dos autores (2023).

O grupo G12, na etapa do prever da questão a), respondeu corretamente, pois afirmou que o LED H2 estará ligado ao energizar o circuito, tendo em vista que “os contatos 31-32 de K1 estarão fechados, alimentando H2”. Após observarem a simulação, apenas explicaram que realmente H2 ligou, conforme haviam predito. Na questão b) foi semelhante, pois conseguiram prever corretamente que seria H1, e por qual motivo seria ele que estaria ligado, depois explicaram que a observação apenas confirmou o que haviam predito.

A terceira questão do guia POE era sobre os contatos de intertravamento, desejava-se que os grupos conseguissem identificá-los no diagrama de comando e também visualizassem sua importância neste método de acionamento. Nesta questão, houve certas divergências entre o predito e o observado, como as respostas do grupo G10 (Quadro 2), em que até conseguiram na etapa do prever, dizer corretamente que a função dos contatos era intertravamento, mas não conseguiram lembrar o que iria ocorrer caso estes contatos fossem retirados do diagrama. Porém, ao observarem na simulação conforme orientação do guia, conseguiram explicar que sem os contatos de intertravamento neste método de acionamento, haveria um curto-circuito, isto pode ter sido potencializado pelo CAdSIMU, pois, quando ocorre um curto-circuito na simulação, o software alerta por meio de mensagem, conforme informa o desenvolvedor (CANALPLC, 2021, texto digital), “Durante a simulação, é feita uma verificação da existência de curtos-circuitos e conexões de terra. Se ocorrer um desses erros, a simulação é interrompida e somos avisados com a mensagem correspondente”.

Quadro 2 - Questão c) do guia POE da partida estrela-triângulo com as respostas do grupo G10

<b>c) Qual a função que os contatos 21-22 de K2 e 21-22 de K3 estão exercendo no diagrama de comando? O que ocorre se estes contatos forem retirados do diagrama de comando?</b>
<b>Predizer:</b> <i>“Intertravamento. Não lembramos.”</i>
<b>Observar:</b> Simule, pressione b1, observe o comportamento dos contatos 21-22 de K2 e 21-22 de K3 e responda à primeira pergunta novamente. Após isso, retire os contatos 21-22 de K2 e 21-22 de K3, simule, pressione b1 e responda a segunda pergunta novamente.
<b>Explicar,</b> após observar no simulador: <i>“Intertravamento. Houve um curto.”</i>

Fonte: Dos autores (2023).

Houve, também, grupos que conseguiram prever corretamente, mas que, após observarem na simulação conforme orientação do guia, tiveram capacidade de reformular suas respostas, deixando-as mais completas, conforme respostas do grupo G12 (Quadro 3). Percebe-se que na etapa do prever, este grupo já havia respondido corretamente, pois escreveram que a função era intertravamento e que sem estes contatos haveria um curto-circuito. Entretanto, após a observação no CADeSIMU, explicaram de forma bem detalhada o que estaria ocorrendo no diagrama de força, que era um curto-circuito, mas além desse problema, o que também ocorre e não faz sentido, é que em um dado momento, o motor estaria sendo fechado em estrela e em triângulo simultaneamente, conforme descrito por esse grupo.

Quadro 3 - Questão c) do guia POE da partida estrela-triângulo com as respostas do grupo G12

<b>c) Qual a função que os contatos 21-22 de K2 e 21-22 de K3 estão exercendo no diagrama de comando? O que ocorre se estes contatos forem retirados do diagrama de comando?</b>
<b>Predizer:</b> <i>“Estão exercendo a função de intertravamento, se forem retirados do diagrama haverá um curto circuito”</i>
<b>Observar:</b> Simule, pressione b1, observe o comportamento dos contatos 21-22 de K2 e 21-22 de K3 e responda à primeira pergunta novamente. Após isso, retire os contatos 21-22 de K2 e 21-22 de K3, simule, pressione b1 e responda a segunda pergunta novamente.
<b>Explicar,</b> após observar no simulador: <i>“Está ocorrendo o intertravamento e acontecerá um curto circuito se tirar o contato 21-22 de K1 e K3 como previsto já que estará tendo a ligação estrela e triângulo atuando em conjunto.”</i>

Fonte: Dos autores (2023).

Na questão d) do guia POE, o intuito era que os grupos conseguissem responder qual contator era responsável por realizar o fechamento estrela, e também o que deveria ocorrer no diagrama de comando para que este contator fosse acionado. Esta foi outra questão em que não houve divergências entre o previsto e o observado, as respostas seguiram o padrão da que o grupo G12 colocou, conforme mostra o Quadro 4. Os grupos conseguiram identificar na etapa do prever que o contator responsável pelo fechamento estrela era o K2, e que para ele ser acionado, teria que pressionar b1, para que assim sua bobina fosse energizada. Após observarem no CADeSIMU, explicaram exatamente da forma como haviam previsto.

Quadro 4 - Questão d) do guia POE da partida estrela-triângulo com as respostas do grupo G12

<b>d) Qual contator é responsável pelo fechamento estrela? O que é necessário ocorrer no diagrama de comando para que ele seja acionado?</b>
<b>Predizer:</b> “Contator K2, é necessário apertar a botoeira b1 que irá energizar a bobina de K2.”
<b>Observar:</b> Simule, pressione b1, observe o comportamento do diagrama de força e comando e responda à pergunta novamente.
<b>Explicar,</b> após observar no simulador: “K2, é necessário que aperte o b1 e ligará o contator de K2 como predito.”

Fonte: Dos autores (2023).

A quinta questão deste guia tinha o mesmo objetivo da questão anterior, porém agora os grupos teriam que responder qual contator era responsável pelo fechamento triângulo. Todos os grupos conseguiram descrever corretamente esta questão, a começar na etapa do predizer, conforme a resposta do grupo G3 (Quadro 5).

Quadro 5 - Questão e) do guia POE da partida estrela-triângulo com as respostas do grupo G3

<b>e) Qual contator é responsável pelo fechamento triângulo? O que é necessário ocorrer no diagrama de comando para que ele seja acionado?</b>
<b>Predizer:</b> “K3, acionar b1 e esperar o temporizador comutar. acionando a bobina de K3.”
<b>Observar:</b> Simule, pressione b1, observe o comportamento do diagrama de força e comando e responda à pergunta novamente.
<b>Explicar,</b> após observar no simulador: “K3. b1 deve ser acionado e o temporizador comutar para acionar a bobina de K3. Simulamos e foi exatamente o que aconteceu.”

Fonte: Dos autores (2023).

Este grupo na etapa do predizer afirmou que o contator K3 era o responsável pelo fechamento triângulo, e que para ele ser acionado, teria que “acionar b1 e esperar o temporizador comutar, acionando a bobina de K3”. Após utilizarem o CADeSIMU, este grupo explicou que a observação confirmou a predição, e ao final ainda concluíram que “Simulamos e foi exatamente o que aconteceu”.

Por fim, a última questão do guia, objetivava mostrar aos grupos o que a inversão de fases no diagrama de força provocava no motor. De acordo com Nascimento (2018), ao invertemos duas das três fases que alimentam o MIT, teremos o sentido de giro reverso no eixo deste motor. O Quadro 6 mostra a resposta do grupo G5, que não conseguiu predizer o que a inversão de fases provocaria, pois escreveram “não sabemos”. Porém, após observarem no simulador, explicaram corretamente que ao realizar a inversão das fases “[...] o sentido do motor muda para anti-horário”.

## Quadro 6 - Questão f) do guia POE da partida estrela-triângulo com as respostas do grupo G5

<b>f) O que ocorre ao invertemos as fases R e T no diagrama de força?</b>
<b>Predizer:</b> <i>“Não sabemos.”</i>
<b>Observar:</b> No diagrama de força, antes do F1, realize a inversão das fases R e T. Simule, observe e responda à pergunta novamente.
<b>Explicar,</b> após observar no simulador: <i>“Após a troca o sentido do motor muda para anti-horário. Não havíamos predito nada.”</i>

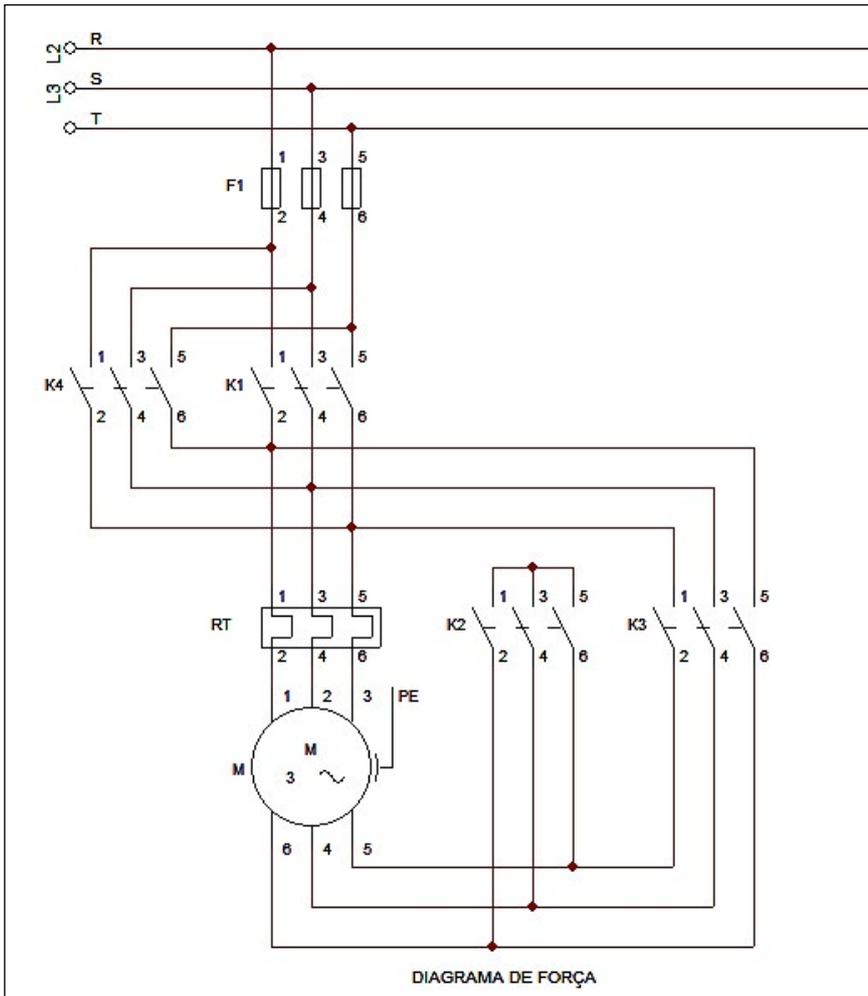
Fonte: Dos autores (2023).

### 4.2 Atividade Complementar

Como mencionado, a última questão do guia POE, visava instigar os grupos sobre a consequência de se inverter as fases no diagrama de força da partida estrela-triângulo. Esperava-se com isso, melhorar as condições para realização da atividade complementar, entregue a todos os grupos após finalização do guia POE. Desejava-se que os grupos implementassem a possibilidade de reversão na partida estrela-triângulo, ou seja, deveriam desenvolver no CADeSIMU um diagrama que permitisse ligar o motor com a opção de sentido de giro horário e anti-horário, essa escolha do sentido de rotação de M1 deveria ser feita por meio das botoeiras b1 e b2, uma para cada sentido, além de b0 como desliga, além disso, teriam que garantir a segurança elétrica do diagrama, por meio de intertravamentos e dispositivos de proteção.

Nesta atividade, todos os grupos tiveram dúvidas e dificuldades em como implementar a reversão para este método de acionamento, ao ponto de nenhum grupo conseguir entregar e apresentar o que foi proposto por completo, haja vista que o tempo para a execução desta atividade foi relativamente curto. Ao final deste encontro, os grupos G7, G9, G10 e G12, haviam conseguido finalizar o diagrama de força e estavam começando a implementar o diagrama de comando. A Figura 4 mostra o diagrama de força desenvolvido pelo grupo G12.

Figura 4 - Diagrama de força desenvolvido pelo grupo G12 para a atividade complementar 2



Fonte: Dos autores (2023).

Percebe-se que este grupo fez algumas mudanças nas conexões e também inseriu um novo contator, denominado K4, este contator possui a sequência de fases T-S-R, enquanto K1 possui R-S-T. As conexões superiores do contator K3 foram alteradas, ficando independente de K1, para assim também garantir corretamente o fechamento triângulo, tanto por K1 ou por K4 (sentido horário ou anti-horário), este era o principal problema que os grupos precisavam resolver nesta atividade.

É importante destacar ainda, que o desenvolvimento do diagrama de força é a parte principal de um método de acionamento, pois é ele quem de fato está conectando a rede elétrica ao motor, e é a partir dele que se desenvolve o diagrama de comando. Por esse motivo, pode-se considerar que o fato de alguns grupos conseguirem desenvolver o diagrama de força da partida estrela-triângulo com reversão no CAdESIMU, foi razoavelmente satisfatório, pois, percebe-se uma afirmação no conceito da inversão de fases e que estão relacionando corretamente as conexões do motor em diversos momentos do acionamento.

### 4.3 Questionário de Avaliação

Para verificar a percepção dos alunos sobre as atividades desenvolvidas, foi realizado um encontro e entregue aos alunos um questionário de avaliação. Este questionário foi aplicado de acordo com as atividades planejadas para a dissertação do primeiro autor, desta forma, este encontro ocorreu após a execução dos guias POE e das atividades complementares dos métodos de acionamento partida direta, partida estrela-triângulo e partida chave-compensadora.

Segundo Gil (2008, p. 121), um questionário pode ser definido como uma “técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc.” Este autor ainda esclarece que, “construir um questionário consiste basicamente em traduzir objetivos da pesquisa em questões específicas” (GIL, 2008, p. 121).

Diante disso, foi elaborado e entregue a todos os alunos, o questionário de avaliação, nele constavam três perguntas, na qual objetivava saber a percepção dos alunos sobre o software de simulação CADeSIMU e o método POE, bem como a integração deles. Por último, os alunos tinham a liberdade de escrever de forma geral, críticas e/ou elogios sobre as atividades desenvolvidas.

A primeira pergunta deste questionário foi a seguinte: O software de simulação CADeSIMU contribuiu ou não para o entendimento do funcionamento dos métodos de partida? Justifique sua resposta. Ao analisar as respostas dos participantes da pesquisa a esta questão, foi possível constatar que, 100% deles afirmaram que o CADeSIMU contribuiu sim para o melhor entendimento dos métodos de partida. O Quadro 7 apresenta algumas destas respostas com suas justificativas.

Quadro 7 - Resumo das respostas da questão 1 do questionário de avaliação

ALUNO	RESPOSTA
A1	<i>“Sim, contribuiu muito pois simular o que faremos futuramente na prática nos ajuda a visualizar melhor.”</i>
A3	<i>“Sim, ajudou a entender melhor antes da prática, podendo antecipar erros.”</i>
A5	<i>“Sim, pois com o software você aprende muito mais do que só na teoria”</i>
A17	<i>“Sim, pois ajuda a visualizar melhor os contadores e ajuda a não ter tantos erros em aulas práticas.”</i>
A27	<i>“Sim, contribuiu positivamente para o entendimento do conteúdo, pois com o software teremos uma prévia do circuito de maneira segura.”</i>
A28	<i>“Sim, contribuiu na questão de ser mais rápido de se fazer os diagramas no software do que desenhar manualmente e é mais seguro.”</i>
A30	<i>“Sim, com a simulação ajudou a visualizar os contatos abrindo e fechando, identificar os erros e conhecer os símbolos dos componentes.”</i>

Fonte: Dos autores (2023).

As respostas trazem aspectos interessantes sobre a contribuição do software de simulação CADeSIMU no entendimento dos métodos de partida. Percebe-se pelo quadro anterior, que, as principais contribuições do CADeSIMU apontadas pelos alunos foram: a melhor preparação para as aulas práticas em laboratório, a segurança que a simulação proporciona nos testes dos diagramas e a praticidade de se elaborar os diagramas no software.

O Quadro 8 apresenta um resumo das respostas para a segunda pergunta deste questionário, que foi a seguinte: Qual foi sua impressão acerca do método de predizer, observar e explicar (POE)? Justifique sua resposta. Semelhante à questão anterior, 100% dos alunos tiveram uma impressão positiva sobre o método POE, algumas destas avaliações e justificativas estão transcritas no Quadro 8.

Quadro 8 - Resumo das respostas da questão 2 do questionário de avaliação

ALUNO	RESPOSTA
A1	<i>“O predizer explora mais nossos palpites e nos estimula a pensar, após observar podemos perceber onde erramos e acertamos.”</i>
A7	<i>“Interessante, pois propõe o desafio de “prever” cada componente funcionando.”</i>
A8	<i>“Foi muito bom, porque tinha que ter capacidade de entender e discutir sobre o (POE) com seu colega.”</i>
A13	<i>“Foi boa, pois estimulou o meu raciocínio lógico.”</i>
A20	<i>“Eu gostei, pois possibilitou e instigou o processo de análise dos diagramas e dos seus funcionamentos.”</i>
A24	<i>“O método é bem interessante, ajuda a entender como os fechamentos dos diagramas vão funcionar.”</i>
A26	<i>“Esse método me traz a possibilidade de observar se estou tendo uma linha de raciocínio coerente a aplicação da matéria.”</i>
A27	<i>“Interessante, pois isso testa o nosso entendimento e mesmo errando, com o observar aprendemos de maneira correta.”</i>

Fonte: Dos autores (2023).

Entre as justificativas positivas apresentadas pelos alunos sobre o método POE, destaca-se a possibilidade de verificar se as ideias e conceitos iniciais sobre o funcionamento dos diagramas estão corretas ou não, e assim aprender com os erros e acertos após observarem. Outros alunos afirmaram que este método estimula a pensarem mais sobre os diagramas, pois tinham, segundo eles, que “prever” ou “dar palpites” na análise inicial do diagrama. Afirmaram também que este método desenvolve o raciocínio lógico, o que é muito importante nos acionamentos elétricos. Ainda, alguns alunos afirmaram como ponto positivo, o debate de ideias com seus colegas na análise inicial dos diagramas, proporcionado principalmente na etapa do predizer. Estas justificativas vêm ao encontro do que Rosa e Filho (2008) afirmam sobre as características das etapas do POE, segundo estes autores,

Predizer é entendido como a formulação de hipóteses [...]. O importante é permitir que os alunos, individualmente ou em pequenos grupos, tenham a oportunidade de expressar suas hipóteses. Observar está voltado a questões de retomada de experiências vividas, seja ela uma reflexão individual, ou compartilhada com os demais colegas [...]. Outra característica que se faz presente neste momento é saber compartilhar com os colegas o que foi observado, saber ouvir, discutir, expor suas ideias e aceitar a dos outros. O trabalho em equipe é o espaço no qual cada membro é instigado a trazer suas contribuições pessoais e assim elaborar um resultado compartilhado. Explicar refere-se à retomada das hipóteses iniciais e o confronto com novos conhecimentos. Saber explicitar ideias e formas de pensamento é fundamental para a construção do conhecimento (ROSA; FILHO, 2008, p. 7).

Com o objetivo de avaliar a percepção dos estudantes sobre a integração entre o CADeSIMU e o método POE, os alunos tiveram que responder a terceira questão, que era a seguinte: Você gostou de usar o software de simulação CADeSIMU com o método de

predizer, observar e explicar (POE)? Justifique sua resposta. Para esta questão, assim como nas anteriores, todos os alunos avaliaram positivamente o uso do CADeSIMU com o POE, algumas das justificativas são apresentadas no Quadro 9.

Quadro 9 - Resumo das respostas da questão 3 do questionário de avaliação

ALUNO	RESPOSTA
A4	<i>"Gostei, me proporcionou simular, entender e explicar o que aconteceria na prática."</i>
A8	<i>"Sim, porque a simulação você tinha mais facilidade entender, e o predizer você tinha que entender sobre o sistema".</i>
A13	<i>"Gostei muito, me ajudou a compreender o que aconteceria na prática."</i>
A20	<i>"Sim. Os dois juntos possibilitaram maior compreensão de todos os processos envolvidos no acionamento."</i>
A22	<i>"Sim, facilita para a prática, análise, entendimento e praticidade."</i>
A24	<i>"Sim, o predizer você fala como o diagrama vai funcionar e com a simulação dá pra saber se errou ou acertou."</i>

Fonte: Dos autores (2023).

Ao avaliar as respostas observa-se indícios positivos com a integração do CADeSIMU e o método POE. A principal justificativa dos alunos, foi que o uso da simulação e do POE em conjunto, proporcionou um melhor preparo para a prática em laboratório, algo já justificado anteriormente, mas que reforça novamente a importância do uso da simulação por meio de uma metodologia entre a teoria e a prática. Outro aspecto que apareceu nas justificativas acima, e mostra como funcionou bem a integração, é o destacado pelo aluno A24, ele afirmou que no "[...] predizer você fala como o diagrama vai funcionar e com a simulação dá pra saber se errou e acertou".

Por fim, são apresentadas no Quadro 10, algumas das respostas para a última pergunta deste questionário, que era a seguinte: Sobre as atividades desenvolvidas, descreva suas críticas e/ou elogios, para que a pesquisa possa ser aperfeiçoada. Ao analisar as respostas dos alunos, percebeu-se que, 19 alunos elogiaram, 1 criticou e 4 fizeram elogios e críticas. O Quadro 10 apresenta alguns destes elogios e todas as críticas.

Quadro 10 - Resumo das respostas da questão 4 do questionário de avaliação

ALUNO	RESPOSTA
A1	<i>"Eu gostei desse método pois não estava entendendo com clareza certos conteúdos da teoria direto pra prática, com a simulação consegui enxergar melhor."</i>
A5	<i>"Elogios: muito bom, tive dúvidas na hora da simulação, oportunidades de observar e entendimento. Críticas: Melhorar a resolução de imagem e movimentação."</i>
A8	<i>"Não tem o que reclamar não, eu só acho que essa pesquisa deveria começar no 3º bimestre pra entender mais sobre acionamentos."</i>
A13	<i>"Eu gostei muito, me ajudou bastante, eu não estava conseguindo entender só na teoria e indo direto para prática, me deixava muito confusa, então a simulação realmente me ajudou muito e eu gostei bastante".</i>
A25	<i>"Gostei demais da metodologia de aprendizado, uma das melhores formas que aprendi."</i>
A26	<i>"Do meu ponto de vista, só houve benefícios, e é isso o que os resultados apontam. Pois 100% dos alunos foram aprovados nesse bimestre, pois na prática tiveram conhecimento. Só há um ponto negativo, mas não é relevante, que se trata da quantidade de computadores. Se cada aluno tivesse um computador, acrescentaria na hora de se implementar as ideias."</i>

Fonte: Dos autores (2023).

Os elogios à pesquisa foram na linha do que se esperava, os alunos destacaram que conseguiram entender melhor os métodos de partida, quando se tem a simulação entre a teoria e a prática. Destacaram também, que, o ensino dos conteúdos da forma como foi proposto na pesquisa, foi uma das melhores experiências que já tiveram, e que uma comprovação disso foi o fato de todos os alunos da turma conseguirem alcançar a média bimestral. Como crítica, dois alunos afirmaram que seria interessante o desenvolvimento dos guias POE e das atividades complementares, de forma individual, e não em grupo, como foi na pesquisa. Um aluno ressaltou que a pesquisa deveria ter começado no terceiro bimestre, e não no quarto. A outra crítica foi em relação ao software de simulação CADeSIMU, segundo o aluno A5, a interface precisa ter uma melhor resolução e um aprimoramento na forma como se movimenta os dispositivos na área de trabalho.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando o desafio que é o ensino da disciplina de acionamentos elétricos, especificamente nos métodos de partida iniciais para motores de indução trifásicos, e a criticidade da transição entre as aulas teóricas e práticas, se torna interessante para os docentes desta disciplina, propor meios que visem a suavização entre esses dois momentos, de forma a preencher esta aparente lacuna e, assim, propiciar mais liberdade e segurança aos alunos.

A utilização do software de simulação CADeSIMU e dos guias POE pode auxiliar nesse sentido. Por meio dos dados apresentados neste capítulo, percebe-se que esta estratégia trouxe contribuições relevantes no ensino dos métodos de acionamentos, como, por exemplo, na partida estrela-triângulo. Entre as contribuições, destacam-se: desenvolvimento na leitura e interpretação dos diagramas de força e comando, maior liberdade para os alunos explorarem e testarem livremente suas ideias sem oferecer riscos à integridade física e psicológica dos alunos, e melhora no senso crítico para as aulas práticas. Ainda, um aspecto que foi potencializado, sobretudo pela metodologia POE, foi a capacidade de trabalho em equipe, pois cada guia e atividade tinha que ser executado em grupo, dessa forma, pode-se constatar que, entre eles, havia debate de ideias e possibilidades em todas as etapas do POE, vindo ao encontro do que Rosa e Filho (2008) descrevem sobre o POE.

Ainda, foi possível constatar o potencial do guia POE para o ensino dos métodos de partida, pois, na etapa do predizer, os alunos debatiam bastante sobre como era o comportamento dos diagramas em cada situação proposta. Na etapa da observação por meio da simulação, notava-se pelo semblante a apreensão dos alunos em constatar seus erros e acertos a cada questionamento, ficando também registrado por escrito na etapa da explicação. Importante ressaltar, que, a estratégia de ensino apresentada neste trabalho, pode ser aplicada também, nas disciplinas de acionamentos elétricos dos cursos de nível superior, como engenharia elétrica, engenharia de controle e automação e outros cursos que permeiam o estudo dos métodos de partida para MIT.

## REFERÊNCIAS

ARANTES, A. R.; MIRANDA, M. S.; STUDART, N. **Objetos de Aprendizagem no ensino de Física: usando simulações do PheT**. Física na Escola, v. 11, n. 1, 2010. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/fne/Vol11/Num1/a08.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no contexto escolar: possibilidades**. 2022. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/193-tecnologias-digitais-da-informacao-e-comunicacao-no-contexto-escolar-possibilidades>. Acesso em: 09 de abr. de 2022.

CANALPLC. **CADeSIMU**. 2021. Disponível em: <https://canalplc.blogspot.com/p/cadesimu.html>. Acesso em: 31 de mar. de 2022.

DULLIUS, M. M. **Tecnologias no Ensino: por que e como?**. Caderno pedagógico, Lajeado, v. 9, n. 1, p. 111-118, 2012. Disponível em: <http://www.meep.univates.br/revistas/index.php/cadped/article/view/849>. Acesso em: 09 de abr. de 2022.

ELETROBRÁS. **Pesquisa de Posse de Equipamentos e Hábitos de Uso, Ano Base 2005: Classe Residencial Relatório Brasil - Sumário Executivo**. Rio de Janeiro: ELETROBRAS; PROCEL, 2009.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. **Balço Energético Nacional**. Rio de Janeiro: EPE. 2021. 268p.

FIDELIS, P. N.; BOMFIM, M. M.; BUFFON, L. O.; ANDRADE, M. E. **Uma aplicação do Método POE: Utilizando Simulações para o Estudo de Densidade e Empuxo no Ensino Médio**. X Encontro Científico de Física Aplicada, São Paulo: Blucher, 2019, p. 11-14. Disponível em: <https://www.proceedings.blucher.com.br/article-details/uma-aplicacao-do-mtodo-poe-utilizando-simulaes-para-o-estudo-de-densidade-e-empuxo-no-ensino-mdio-33217>. Acesso em: 28 de abr. de 2022.

FRANCHI, C. M. **Acionamentos elétricos**. 5. ed. São Paulo: Érica, 2014.

GARCIA, A. G. P. **Impacto da Lei de Eficiência Energética para Motores Elétricos no Potencial de Conservação de Energia na Indústria**. 139 f. Dissertação (Mestrado em Planejamento Energético) Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, A.C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LIMA FILHO, E. Q.; SÁ, F. K. V.; NETO, J. M. G.; SANTOS, D. F.; CARDOSO FILHO, A. **Análise de Aprendizagem com Emprego de Simuladores Virtuais na Disciplina de Acionamentos Elétricos do Curso de Engenharia Mecatrônica do UNIT-AL. Caderno de Graduação - Ciências Exatas e Tecnológicas - UNIT - ALAGOAS**, v. 4, n. 1, p. 13-13, 2017.

MENDES, E. da S. **Modelagem Computacional e Simulações em Física usando o Software Modellus: Uma abordagem alternativa no ensino de Cinemática**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, RS, 27 de nov. de 2014.

MORAES, M. C. **O Paradigma Educacional Emergente**. 12 ed. São Paulo: Papirus. 2006.

MORAN, José M.; MASSETO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda A. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. Campinas, SP: Papirus, 2000.

NASCIMENTO, G. **Comandos Elétricos: Teorias e Atividades**. 2. ed. São Paulo: Érica, 2018.

NASCIMENTO JUNIOR, G. C. do. **Máquinas Elétricas: Teoria e Ensaios**. 4. ed. - São Paulo: Erica, 2011.

NEIDE, Í. G.; QUARTIERI, M. T. Recursos Tecnológicos nos Processos de Ensino e de Aprendizagem da Matemática e da Física. *In*: DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. (org.). **Aproximando a Matemática e a Física por meio de Recursos Tecnológicos: Ensino Médio**. Lajeado: Ed. da Univates, 2016.

NEDELSKY, L. **Science Teaching and Science Testing**. Chicago University Press, 1961.

OLIVEIRA, P. R. S. de. **A Construção Social do Conhecimento no Ensino-Aprendizagem de Química**. IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 4, Bauru, 2003. Anais [...] Bauru: ABRAPEC, 2003. Disponível em: <https://fep.if.usp.br/~profis/arquivo/encontros/enpec/ivenpec/Arquivos/Painel/PNL007.pdf>. Acesso em: 30 de abr. de 2022.

PRENSKY, M. **Digital Natives, Digital Immigrants**. MCB University Press, Vol. 9 No. 5, October 2001. Disponível em: <https://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf>. Acesso em: 09 de abr. de 2022.

ROSA, C. W.; FILHO, J. P. A. Ferramentas didáticas metacognitivas: alternativas para o ensino de Física. *In*: **Encontro de Pesquisa em Ensino de Física**, 11, Curitiba. São Paulo: SBF, 2008.

SANTOS, R. J. dos; SASAKI, D. G. G. Uma Metodologia de Aprendizagem Ativa para o Ensino de Mecânica em Educação de Jovens e Adultos. **Revista Brasileira de Ensino de Física [online]**. 2015, v. 37, n. 3. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1806-11173731955>. Acesso em: 30 de abr. de 2022.

SCHWAHN, M. C. A.; OAIGEN, E. R. O uso do laboratório de ensino de Química como ferramenta: investigando as concepções de licenciandos em Química sobre o Predizer, Observar, Explicar (POE). **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 10, n. 2, p. 151-169, 2008. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/73>. Acesso em: 30 de abr. de 2022.

SCHUARTZ, A. S.; SARMENTO, H. B. de M. **Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e Processo de Ensino**. R. Katál., Florianópolis, v. 23, n. 3, p. 429-438, set./dez. 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rk/a/xLqFn9kxxWfM5hHjHjxbC7D/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 09 de abr. de 2022.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

WHITE, R.; GUSTONE, R. **Probing Understanding**. London: The Falmer Press, 1992.

# USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS

*Givaldo da Silva Pereira*<sup>1</sup>

*Marli Teresinha Quartieri*<sup>2</sup>

## INTRODUÇÃO

Este trabalho versa sobre o detalhamento da prática pedagógica de quatro professoras que lecionam em turmas de 4º e 5º anos de uma escola pública no município de São José da Laje, Alagoas. Essa prática aconteceu após a participação das referidas docentes, em uma formação continuada que teve como foco o uso pedagógico de tecnologias digitais no ensino de geometria com quatro recursos: o *software* Construtor de área, o GeoGebra, a plataforma Wordwall e o *software* Pythagorea. O trabalho teve como objetivo desenvolver conceitos de conteúdos geométricos e fazer um bom uso das tecnologias digitais no ensino de geometria.

No contexto atual, século XXI, tomado por recursos e aparatos tecnológicos, faz-se necessário o uso das tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem de Matemática, sobretudo em geometria por professores e alunos dos anos iniciais. Esses recursos podem impulsionar o aprimoramento e a ressignificação da prática do professor no ambiente escolar visando a melhoria da qualidade do ensino. Para Garcia *et al.* (2011, p. 86), a tecnologia digital na escola:

[...] visa, fundamentalmente, potencializar o aprendizado dos alunos, através de uma melhor organização e acesso ao conhecimento digitalmente disponível ou através de ferramentas ampliadas de comunicação, interação e difusão do conhecimento, largamente utilizadas pelos jovens nos tempos atuais.

De acordo com a autora, os recursos tecnológicos podem potencializar o processo de aprendizagem em sala de aula ou em qualquer espaço físico. As plataformas digitais trazem possibilidades para o professor aprimorar sua metodologia, auxiliando na sua prática pedagógica, principalmente nos anos iniciais. Corroborando com essa ideia, Sunaga e Carvalho (2015, p. 211) afirmam que:

com o avanço das tecnologias digitais e a conseqüente facilidade de acesso à informação, a escola já não é a única fonte de conhecimento disponível para as pessoas. Por meio do desenvolvimento dos computadores, smartphones, tablets e internet, pode-se aprender em qualquer lugar e a qualquer hora. Contudo, o papel da escola não termina, mas se expande, e cabe a ela direcionar e capacitar os alunos a explorar responsavelmente esses novos caminhos.

Os avanços das tecnologias digitais, de acordo com os referidos autores, provocaram nas escolas, uma estruturação e, em seguida, uma reestruturação dos conhecimentos didáticos. Neste sentido, os recursos tecnológicos são considerados ferramentas

---

1 Doutorando da Universidade do Vale do Taquari - Univates

2 Universidade do Vale do Taquari – Univates

importantes para atingir o desenvolvimento das capacidades de aprender e trilhar novos caminhos. Esses caminhos podem ser suporte para o professor e para os alunos como forma de aquisição de informação e conhecimento. O professor pode potencializar suas aulas, em particular de geometria, com diferentes atividades desafiadoras para os alunos que poderão se sentir estimulados, desafiados e motivados a aprender, independente dos espaços e das fontes de informações.

Para Santos, Neves e Togura (2016), o uso das tecnologias digitais no contexto escolar pode vir a contribuir para a constituição de uma educação adequada à sociedade atual das seguintes maneiras: colaborando com a aprendizagem de diversos conteúdos; possibilitando a criação de espaços de integração e comunicação; permitindo formas de expressão criativa, de realização de projetos e reflexões críticas; sendo um instrumento importante para a resolução de problemas. Amado e Carreira (2015, p. 14) afirmam que:

Os recursos tecnológicos têm um papel importante durante a aula quando os alunos são incentivados a trabalhar autonomamente, procurando resolver problemas e questões que lhes são propostos, lidando com ideias e relações matemáticas, pensando, raciocinando, aplicando e desenvolvendo conceitos.

As autoras ressaltam a importância de o professor propor aulas com diversas situações de aprendizagens para os alunos. O sucesso da aprendizagem, nesse tipo de aula, depende da concretização de uma estratégia de ensino que pressupõe diversos momentos e explorações em que o trabalho dos alunos seja apoiado por recursos tecnológicos. Por meio do uso de tecnologias digitais, são diversas as possibilidades e experimentações, as formas de resolução das questões, a manipulação das ferramentas e a visualização de objetos em estudo. Mas a atividade deverá estimular a ação dos alunos sobre a tecnologia, a reflexão dos alunos sobre os conceitos, o raciocínio, a compreensão, o registro de resultados e a sistematização de conclusões.

Neide e Quartieri (2016, p. 10) afirmam que, apresentar, de diferentes formas, um mesmo elemento do conteúdo programático pode ajudar o aluno a compreender o tema que está sendo estudado. Além de revisar, explorar o assunto, via imagens ou animações, privilegiam o fazer pedagógico em sala de aula. A visualização é uma ação importante para a construção da aprendizagem, em particular, pode ser explorada pelo uso de tecnologias digitais. Dessa forma, o uso de computadores (plataformas, *software* e aplicativos), nas aulas de Matemática, pode oferecer contribuição em relação aos mais diversos conteúdos, em especial na geometria, em temas como: área e perímetro, sólidos geométricos, planificação dos sólidos geométricos e figuras planas.

## **METODOLOGIA**

As atividades apresentadas, neste capítulo, foram desenvolvidas por quatro professoras que participaram de um curso de formação continuada com foco no uso de tecnologias digitais para o ensino de geometria nos anos iniciais. As professoras foram desafiadas, no decorrer do curso, a implementar as atividades que estavam sendo discutidas e problematizadas na turma em que estavam atuando no momento. Assim, cada uma das docentes escolheu um dos recursos discutidos (plataforma PHET, Geogebra, plataforma Wordwall ou Pythagorea) para ser explorado com seus alunos, em um turno de aula, com duração de aproximadamente 3 horas. Vale ressaltar que o foco foi o aprimoramento do uso

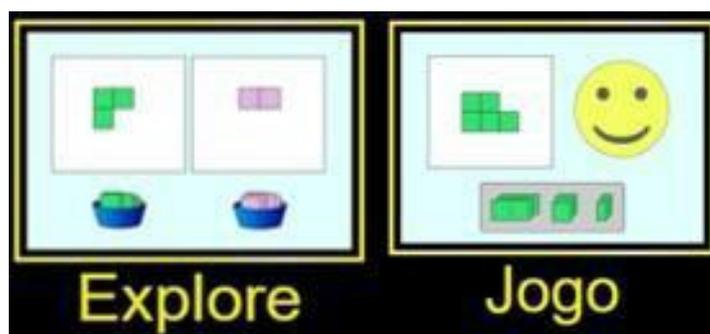
das tecnologias digitais, o desenvolvimento dos conteúdos geométricos e a sistematização da aprendizagem.

A seguir a descrição das aulas de cada professora.

A professora do 4º ano “A” utilizou o *software* “Construtor de área” da Plataforma PHET que pode ser encontrado no link [https://phet.colorado.edu/sims/html/area-builder/latest/area-builder\\_all.html?locale=pt\\_BR](https://phet.colorado.edu/sims/html/area-builder/latest/area-builder_all.html?locale=pt_BR)

As atividades propostas exploram conceitos de perímetro e área, ampliação ou redução de figuras geométricas planas. A Figura 1 a seguir mostra a interface deste *software*.

Figura 1 – Interface do *software* “Construtor de área”



Fonte: autores, 2023.

Na primeira parte do “Construtor de área” localiza-se o *explore*, este campo é usado para criação livre ou realizar atividades elaboradas pelos professores. No *explore* os alunos resolveram atividades de forma interativa desenvolvendo conceitos de área e perímetro. Também realizaram as atividades de ampliação e redução de figuras planas entendendo o que acontece com a área de uma figura quando é feito uma ampliação, como por exemplo, dobrando suas dimensões.

Na segunda parte da aula, a professora orientou os alunos a resolverem os desafios propostos pelo “Construtor de área” na opção “jogo”. Tais desafios são organizados por níveis do 01 ao 06, do mais simples ao mais complexo. As atividades dos níveis citados consistem em: construir figuras com perímetro e área determinada pelo *software*, calcular a área de uma figura por meio da sobreposição, calcular a área e o perímetro de figuras determinadas por números racionais para encontrar o todo.

As atividades propostas contemplaram três habilidades que constam na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresentadas no Quadro 1:

## Quadro 1 - Habilidades da BNCC envolvendo área, perímetro e ampliação ou redução de figuras planas

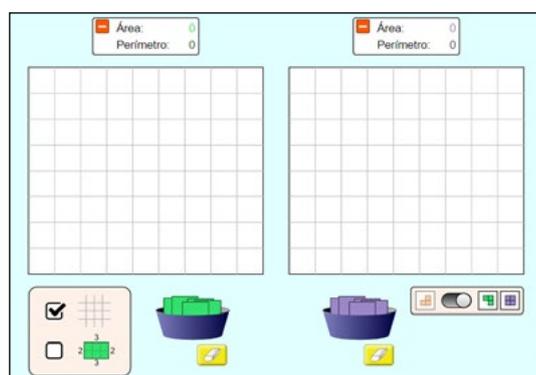
Código alfanumérico da habilidade	Descrição da habilidade
(EF04MA21)	Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.
(EF05MA18)	Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
(EF05MA20)	Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Fonte: Brasil (2017).

Segue a sequência de atividades que foram desenvolvidas utilizando o “Construtor de área”.

1) Considere que cada quadradinho da malha quadriculada do construtor de área tenha lado igual a 1 cm (Imagem 1). Então, construa no *software* duas figuras diferentes contendo a mesma área e perímetros diferentes.

Imagem 1 - Construção de figuras com mesma área e perímetros diferentes



Fonte: autores, 2023.

a) Qual foi a área das figuras que você construiu?

b) Em relação à atividade feita no construtor de área, como você resolveria a área e o perímetro de cada figura caso o *software* não mostrasse o resultado?

2) Utilizando a malha quadriculada do construtor de área construa duas figuras que tenham área 12 (Imagem 2). A primeira com maior perímetro e a segunda com menor perímetro possível.

## Imagem 2 - Construção de figuras com área 12 com maior e menor perímetro possível



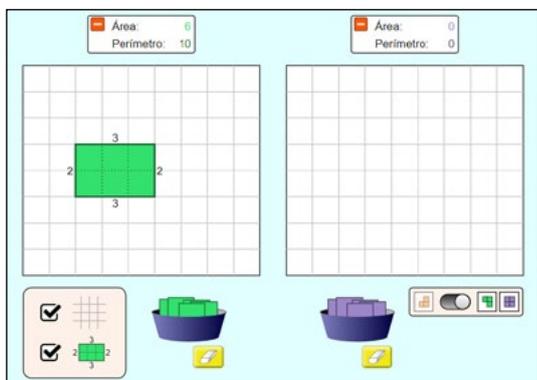
Fonte: autores, 2023.

a) Quais valores atribuímos aos lados da figura de maior perímetro e qual é esse perímetro?

b) Quais valores atribuímos aos lados da figura de menor perímetro e qual é esse perímetro?

3) Uma figura geométrica no formato retangular de dimensões  $2 \times 3$  (Imagem 3), medidas em centímetro, tem como medida do perímetro 10 e da área 6. Se ampliarmos essa figura, dobrando todas as dimensões, qual o perímetro e a área da figura ampliada e a relação entre o perímetro e a área?

## Imagem 3 - Ampliação de figuras planas



Fonte: autores, 2023.

De acordo com as figuras que você construiu, responda cada item a seguir:

a) Qual a área e o perímetro da primeira figura que você construiu?

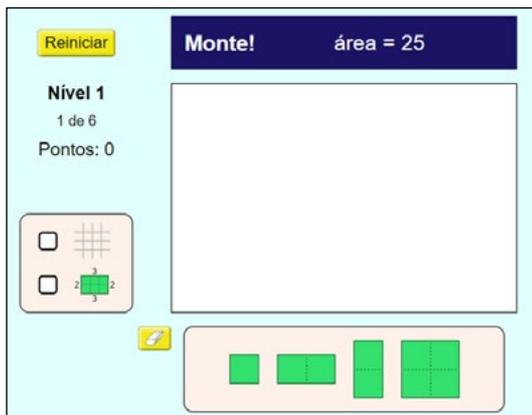
b) Qual a área e o perímetro da figura ampliada?

c) Qual a diferença da área da figura ampliada para figura inicial?

d) O que você percebeu ao comparar a figura ampliada com o desenho original com relação a área e o perímetro?

4) Monte na malha quadriculada do construtor de área uma figura com área igual a 25 (Imagem 4).

Imagem 4 - Construção de uma figura com área 25

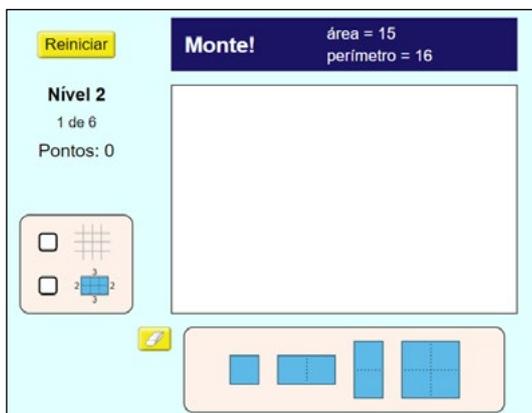


Fonte: autores, 2023.

Compare a figura que você montou com a de um colega e faça a seguinte análise: Elas têm formatos iguais? Qual possui maior perímetro?

5) Monte na malha quadriculada do construtor de área uma figura com área igual a 15 e o perímetro 16 (Imagem 5). Que tipo de figura você montou?

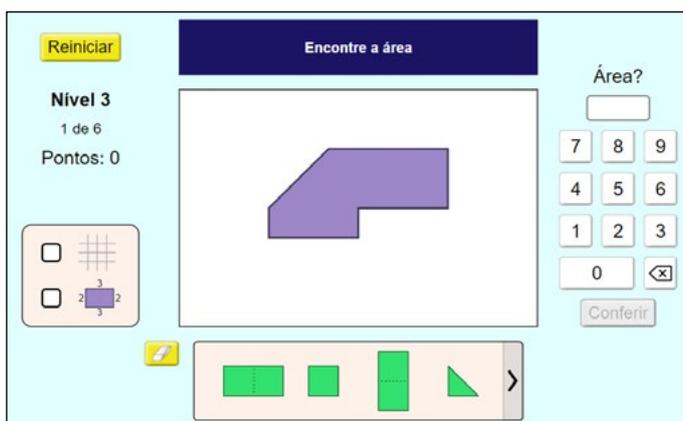
Imagem 5 - Construção de uma figura com a área 15 e perímetro 16



Fonte: autores, 2023.

6) Sabendo-se que cada quadradinho na malha do construtor de área equivale a uma unidade de área e fazendo a sobreposição determine a área da figura dada (Imagem 6):

Imagem 6 - Cálculo da área da figura por sobreposição

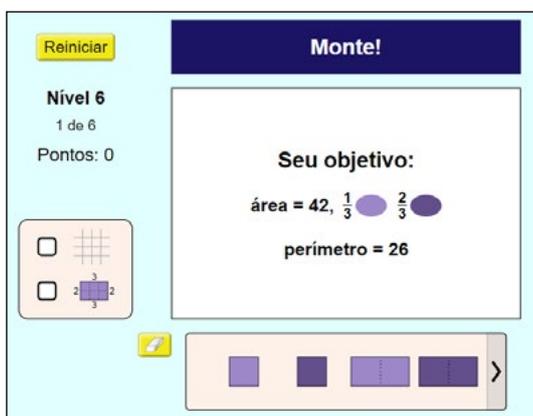


Fonte: autores, 2023.

- Qual a área da figura que você realizou a sobreposição?
- Qual estratégia você usou para resolver o problema?
- Em relação à atividade feita foi muito diferente resolver? Por quê?

7) Construa uma figura de área igual a 42 e perímetro igual a 26, sendo que  $\frac{1}{3}$  da figura deverá ser na cor azul claro e  $\frac{2}{3}$  na cor azul escuro conforme a ilustração que segue na Imagem 7.

Imagem 7 - Cálculo de área da questão 1 do nível 6



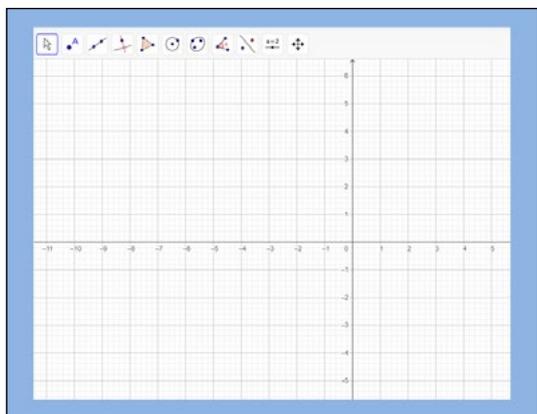
Fonte: autores, 2023.

- Qual a área do total que corresponde  $\frac{1}{3}$  da figura montada?
- Que área, do total, corresponde aos  $\frac{2}{3}$  da figura montada?
- Que estratégias você utilizou para calcular os itens a e b?

A professora do 4º ano “B”, utilizou o *software* GeoGebra. Inicialmente, solicitou que os alunos baixassem o *software* no celular ou que o usassem diretamente do Google. O link de acesso está disponível em <https://www.geogebra.org/?lang=pt>. O intuito foi explorar

conceitos relacionados a pontos, retas, segmentos de reta, figuras geométricas planas, dentre elas os quadriláteros relacionando lados e ângulos; e por fim, figuras simétricas. A Figura 2 mostra a interface inicial do GeoGebra.

Figura 2 – Interface inicial do GeoGebra



Fonte: autores, 2023.

As atividades usando o Geogebra contemplaram três habilidades da BNCC para os anos iniciais do ensino fundamental, apresentadas no Quadro 2:

Quadro 2 - Habilidades da BNCC envolvendo polígonos e eixo de simetria

Código alfanumérico da habilidade	Descrição da habilidade
(EF04MA18)	Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou <i>softwares</i> de geometria.
(EF04MA19)	Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de <i>softwares</i> de geometria.
(EF05MA17)	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

Fonte: Brasil (2017).

Segue a sequência de atividades propostas com uso do GeoGebra.

1) Utilizando o *software* GeoGebra faça as construções que são solicitadas a seguir: construa três pontos, A, B e C distintos e não coincidentes, e por esses três pontos trace uma única reta. Agora, construa três novos pontos em posições diferentes E, F, e G de forma que por esses três pontos não passem uma mesma reta. Em seguida, construa dois pontos distintos, J e K e, trace um segmento de reta. Após a construção com o GeoGebra faça uma definição para:

- a) Ponto.
- b) Reta.
- c) Segmento de reta.

2) São dados quatro pontos distintos A, B, C e D de um mesmo plano, dos quais não há três colineares. Se os segmentos AB, BC, CD e AD interceptam-se apenas nas extremidades, a reunião desses segmentos é um quadrilátero. O quadrilátero é também chamado de polígono que possui quatro lados. Com base nas informações construa os seguintes quadriláteros no geogebra: um quadrado, um retângulo, um losango, um paralelogramo e um trapézio.

Após a construção dos quadriláteros responda:

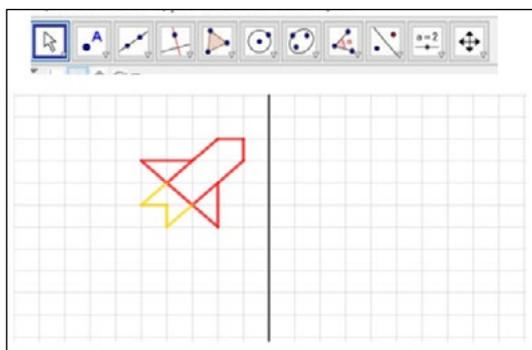
- Quais as diferenças e semelhanças entre eles, tais como: vértices, lados e ângulos?
- Cite alguns objetos que possuem faces nestes formatos.

3) Utilizando a malha quadriculada do GeoGebra, faça um desenho da sua escolha usando apenas formas geométricas planas.

- Justifique sua escolha.
- Quantas figuras geométricas você utilizou para fazer o desenho de sua escolha.
- Escreva o nome das figuras planas que você utilizou para realizar o desenho.

4) Utilizando a malha quadriculada do Geogebra, construa um foguete simétrico ao lado da figura dada em relação à reta localizada à direita dele, conforme pode ser visualizado na Imagem 8.

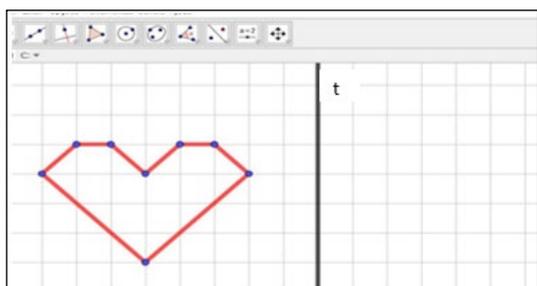
Imagem 8 - Construção de um foguete simétrico



Fonte: autores, 2023.

5) Utilizando o GeoGebra construa um polígono simétrico ao lado em relação à reta t, conforme exemplo na Imagem 9.

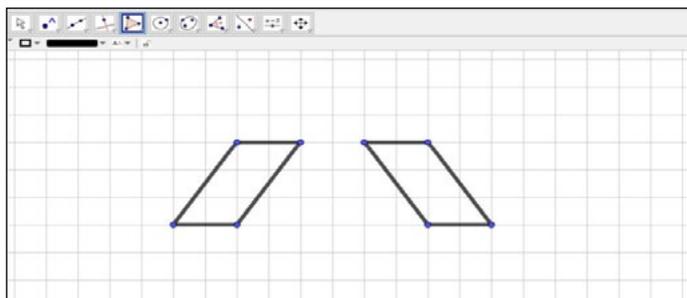
Imagem 9 - Construção de um polígono simétrico



Fonte: autores, 2023.

6) Dados os dois quadriláteros simétricos da Imagem 10, construa o eixo de simetria utilizando a ferramenta reta do GeoGebra.

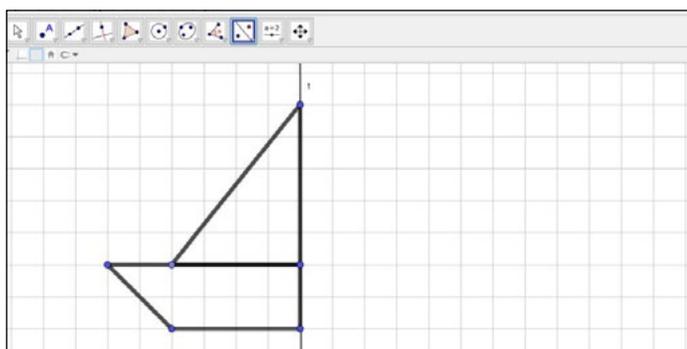
Imagem 10 - Desenho do eixo de simetria com o GeoGebra



Fonte: autores, 2023.

7) Complete o barco da Imagem 11 utilizando a ferramenta do GeoGebra, refletindo em relação a uma reta. O eixo de simetria é a reta.

Imagem 11 - Desenho do barco de forma simétrica



Fonte: autores, 2023.

A professora do 5º ano “A” utilizou a plataforma Wordwall, que pode ser acessada em <https://wordwall.net/pt>. Wordwall é uma plataforma projetada para a criação de atividades personalizadas, em modelo gamificado. O objetivo da aula foi resolver diversas situações problemas envolvendo sólidos geométricos de forma interativa. A Figura 3 mostra a interface desta plataforma.

Figura 3 - Interface da plataforma Wordwall



Fonte: autores, 2023.

A plataforma oferece um grande número de modelos para construção das atividades. Todas as atividades elaboradas pela professora foram disponibilizadas para os alunos por meio de um link e socializadas por todos. As atividades contemplam habilidades do BNCC conforme o Quadro 3 a seguir:

Quadro 3 - Habilidades da BNCC correspondente aos conteúdos de sólidos geométricos

Código alfanumérico da habilidade	Descrição da habilidade
(EF04MA17)	Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
(EF05MA16)	Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
(EF05MA17)	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

Fonte: Brasil (2017).

Segue a sequência de atividades utilizando a plataforma Wordwall exploradas pela professora.

1) Acesse o *link* : <https://wordwall.net/pt/resource/28426933> e você visualizará a imagem da tela inicial do Wordwall, conforme Imagem 12. Nela, você clica e arrasta cada sólido geométrico ao nome correspondente, classificando-os em corpos redondos e poliedros.

Imagem 12 - Classificação dos sólidos geométricos em poliedros e corpos redondos



Fonte: <https://wordwall.net/pt/resource/28426933>

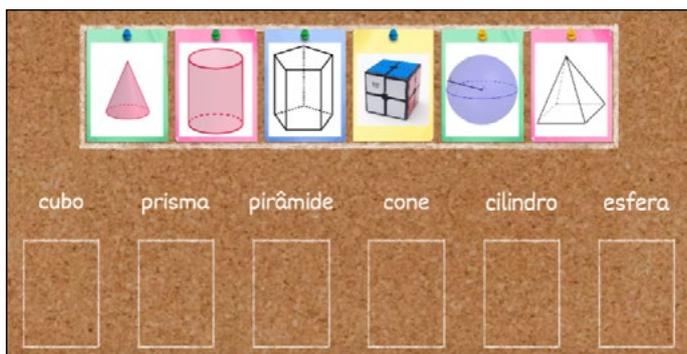
Classifique-os em poliedros e corpos redondos:

Poliedros: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_

Corpos redondo: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_

2) Identifique o nome dos sólidos geométricos representados na Imagem 13, clique na figura e arraste ao seu respectivo nome. *Link* para acessar esta atividade: <https://wordwall.net/pt/resource/28427011>

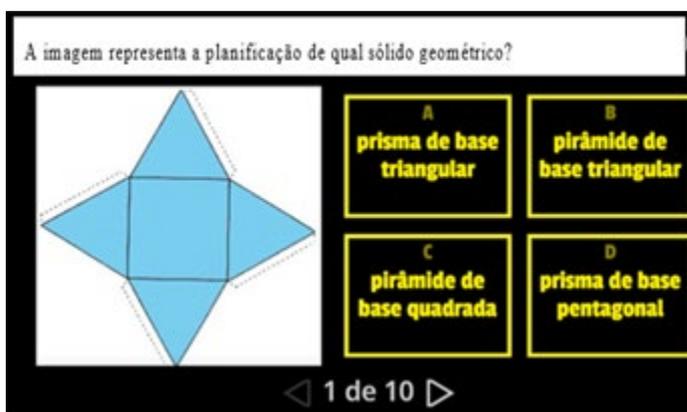
Imagem 13 - Identificação dos sólidos geométricos



Fonte: <https://wordwall.net/pt/resource/28427011>.

3) Questionário de múltiplas escolhas: o objetivo do questionário é consolidar o aprendizado em relação a classificação dos sólidos geométricos, números de faces, vértices, arestas e planificações. O aplicativo apresenta uma série de perguntas de múltipla escolha das quais cada aluno escolhe uma alternativa e segue para a pergunta seguinte, conforme visualizado na Imagem 14. No final, registra seu nome e aparece a pontuação feita, bem como a classificação entre os colegas.

Imagem 14 - Questão 01 de 10 do questionário de múltipla escolha



Fonte: <https://wordwall.net/pt/resource/27417786/s%3%b3lidos-geom%3%a9tricos>

4) A atividade a seguir está no modelo “abra a caixa”, conforme pode ser visualizado na Imagem 15. Neste, você clica em cada caixa, uma de cada vez, e ao clicar ela revela o item com alternativas e você deve marcar a resposta correta. As caixas contemplam os conteúdos de sólidos geométricos com intuito de desenvolver aprendizagem com relação ao número de faces, vértices, arestas e planificação. Siga o *link* para participar desta atividade de forma interativa. <https://wordwall.net/pt/resource/35005792>

Imagem 15 - Modelo da atividade abra a caixa



Fonte: <https://wordwall.net/pt/resource/35005792>.

5) A próxima atividade é o modelo “perseguição do labirinto”. Este modelo consiste em um jogo em que você, com seu avatar, deve entrar na resposta correta evitando o avatar inimigo. Os labirintos contemplam os conteúdos de sólidos geométricos com intuito de desenvolver aprendizagem com relação ao número de faces, vértices, arestas e planificação. A Imagem 16 ilustra a atividade perseguição do labirinto. Segue o *link* para participar desta atividade de forma interativa. <https://wordwall.net/pt/resource/35005133>

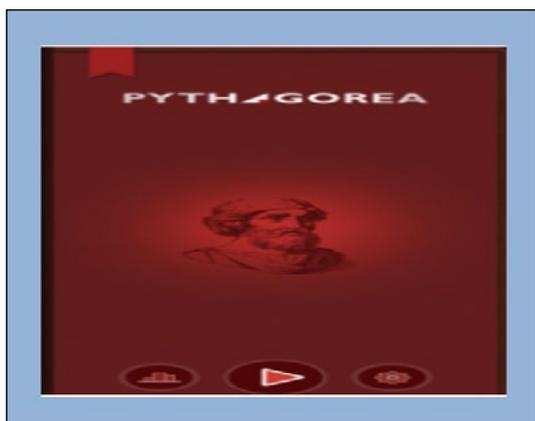
Imagem 16 - Perseguição do Labirinto



Fonte: <https://wordwall.net/pt/resource/35005133>

A professora do 5º ano “B” utilizou o *software* Pythagorea. Inicialmente, pediu que cada aluno baixasse o referido *software* do Play Store ou diretamente do *google play*. O *software* Pythagorea é um jogo de *puzzle* (quebra cabeça) relacionado à geometria, que contém 250 *puzzles* diferentes. Cada um deles está perfeitamente organizado, em ordem de dificuldade, em vários grupos diferentes. O indicado é começar com os *puzzles* para iniciante e tentar aumentar a dificuldade pouco a pouco. A Figura 4 mostra a interface do *software* Pythagorea.

Figura 4 - Interface do software Pythagorea



Fonte: autores, 2023.

As atividades desenvolvidas com o Pythagorea, envolveram os seguintes conteúdos: retas paralelas, perpendicularidade, triângulos isósceles, quadriláteros, círculos e cálculo de área. Tais conteúdos estão contemplados nas habilidades da BNCC, conforme descrito no Quadro 4:

Quadro 4 - Habilidades com conteúdos de construção de figuras planas

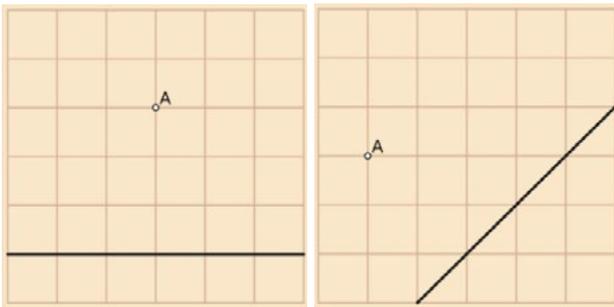
Código alfanumérico da habilidade	Descrição da habilidade
(EF03MA15)	Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
(EF04MA18)	Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria.
(EF04MA21)	Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.

Fonte: Brasil (2017).

Segue a sequência de atividades que foram realizadas no decorrer da formação na aula com a utilização do celular.

1) Em cada uma das malhas quadriculadas do Pythagorea (Imagem 17), construa uma linha que passe pelo ponto A e seja paralela a linha indicada.

## Imagem 17 - Traçar retas paralelas

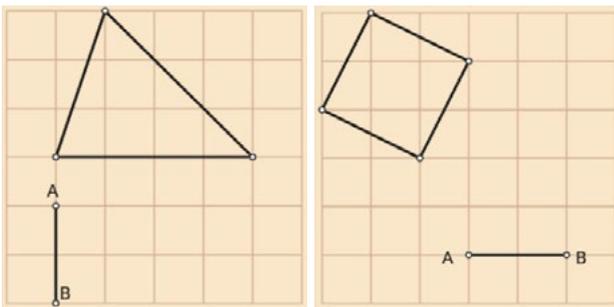


Fonte: autores, 2023.

Como você pode definir linhas paralelas?

2) Em cada uma das malhas quadriculadas do Pythagorea construa um retângulo, com o segmento AB em um dos lados e que tenha a mesma área da figura indicada, conforme pode ser visualizado na Imagem 18.

## Imagem 18 - Construir retângulos com a mesma área da figura dada

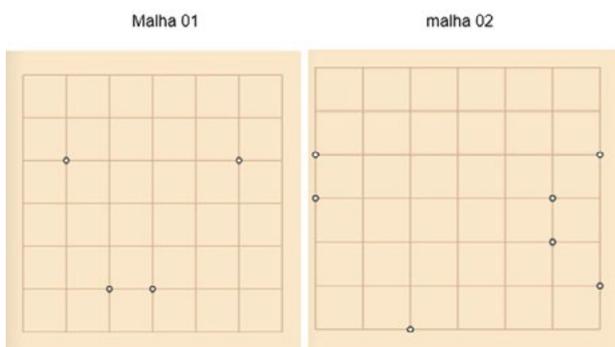


Fonte: autores, 2023.

Qual o desafio da atividade proposta e qual a área de cada figura construída nas malhas quadriculadas?

3) Dados quatro pontos na malha 01 e sete pontos na malha 02 do Pythagorea, conforme apresentado na Imagem 19, construa um triângulo isósceles em cada uma delas, cujos vértices sejam três dos pontos indicados.

## Imagem 19 - Construir triângulos isósceles

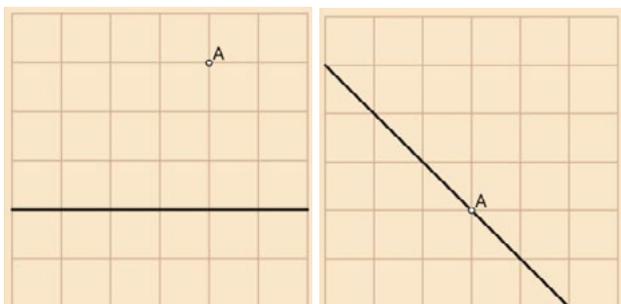


Fonte: autores, 2023.

Após a construção dos triângulos na malha do Pythagorea, justifique a principal característica de um triângulo isósceles.

4) Em cada uma das malhas do Pythagorea a seguir, construa uma linha que passe pelo ponto A e seja perpendicular a linha indicada em cada uma delas (Imagem 20)

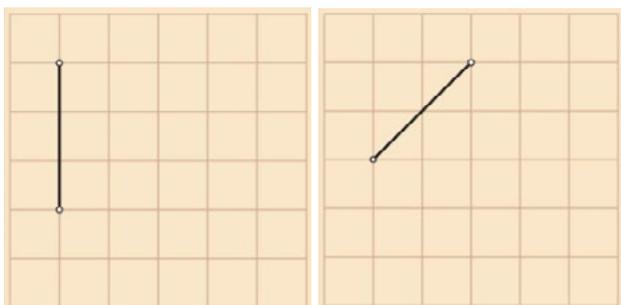
Imagem 20 - Construir retas perpendiculares as retas da figura abaixo



Fonte: autores, 2023.

5) Nas malhas quadriculadas do Pythagorea da Imagem 21, construa um quadrado usando o segmento de reta indicado como lado em cada uma delas.

Imagem 21 - Construir quadrados usando os segmentos da figura abaixo

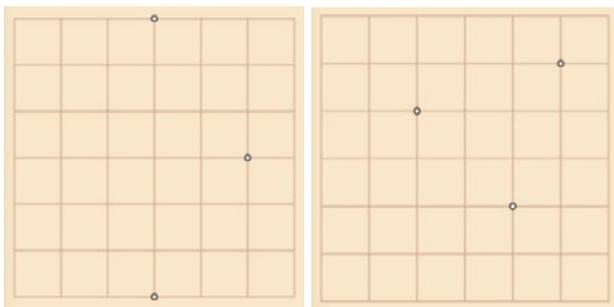


Fonte: autores, 2023.

Utilizando o quadradinho da malha quadriculada como unidade de área. Qual a área de cada um dos quadrados que poderá ser construído?

6) Em cada uma das malhas (Imagem 22), construa um losango tendo três de seus vértices indicados.

Imagem 22 - Construir losangos com os pontos da figura abaixo



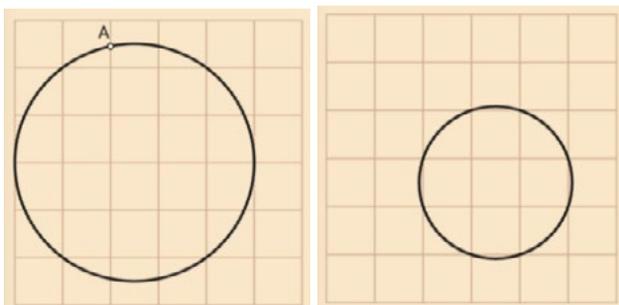
Fonte: autores, 2023.

7) Na malha 01 do Pythagorea construa um diâmetro do círculo que passe pelo ponto A e na malha 02 marque o centro do círculo (Imagem 23).

Imagem 23 - Diagonal e centro dos círculos

Malha 01

malha 02



Fonte: autores, 2023.

a) Por tentativa e erro, justifique como encontrar o ponto correto e traçar o diâmetro do círculo da malha 01.

b) Determine o centro do círculo na malha 02, justificando sua resposta.

As atividades propostas com o *software* Construtor de área, o GeoGebra, a plataforma Wordwall e o Pythagorea são provocativas e reflexivas e podem ser exploradas com alunos de diversos níveis. Salienta-se a relevância do potencial do uso desses recursos tecnológicos para o ensino de geometria. Além disso, possibilita que o aluno revise o conteúdo a qualquer momento melhorando a aprendizagem.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

As atividades propostas para o 4º ano “A” com o simulador “Construtor de área” foram provocativas e reflexivas e bastante exploradas pelos alunos. Salienta-se a relevância do potencial do uso desse recurso tecnológico para o ensino de área, perímetro e ampliação ou redução de figuras geométricas planas nos anos iniciais que reverbera no desempenho dos alunos. Também, contribuíram com o desenvolvimento do raciocínio lógico, a capacidade de resolver diversas atividades no simulador. Para Amado e Carreira (2015, p. 15), o recurso tecnológico para ser “utilizado deverá permitir explorar conceitos,

dando oportunidade à sua compreensão por todos os alunos, desde os mais rápidos aos que apresentam maiores dificuldades”. Desta forma, a professora proporcionou aos alunos, aulas mais dinâmicas e atrativas, conseqüentemente, os alunos ficaram mais motivados e engajados, melhorando a aprendizagem. Um fato relevante, no final da aula, foi perceber a satisfação da professora em ministrar uma boa aula, fazendo um bom uso das tecnologias digitais.

Solicitou-se que os alunos avaliassem a aula permeada por recursos tecnológicos, respondendo a seguinte pergunta: como foi a aula com relação ao conteúdo de área e perímetro permeado pelo uso do construtor de área? As principais respostas foram as seguintes: “foi significativa, produtiva, maravilhosa, prazerosa, encantadora e muito aprendido”. A professora ficou encantada com as respostas, e comentou que isso a deixou com mais vontade de utilizar outros *softwares* em sala de aula. Além disso, destacou que o referido recurso tem potencialidades para o ensino de geometria nos anos iniciais, mas para isso é preciso um bom planejamento de atividades.

As atividades da professora da turma do 4º ano “B”, com uso do GeoGebra, foram projetadas no data show pela professora e os alunos executando no celular. Essas atividades foram desafiadoras para os alunos, pois trata-se de um *software* nunca utilizado por eles. Homa (2016, p. 03), afirma que para o ensino de Geometria, o GeoGebra é uma poderosa ferramenta de aprendizagem, desde que as atividades estejam organizadas em uma sequência de acordo com o objetivo instrucional. As atividades foram realizadas com sucesso, sendo que o maior desafio para os alunos foi conseguir realizar as atividades com eixo de simetria.

Ao término da aula, foi feito o seguinte questionamento para os alunos: elenque suas dificuldades e ou potencialidades do uso do GeoGebra no ensino de Geometria. A principal dificuldade citada pelos alunos foi localizar os ícones do GeoGebra, ou seja, conhecer as funções. Já as potencialidades apontadas pelos alunos, foram as seguintes: a agilidade em resolver diversas atividades em curto tempo, a maneira como salvar as atividades realizadas e iniciar uma nova, aula prazerosa e muita aprendizagem.

As atividades propostas com a turma do 5º ano “A”, que utilizou a plataforma Wordwall, foram todas realizadas com sucesso pelos alunos, que ficaram muito motivados. Para o modelo “abra a caixa”, a professora dividiu a turma em dois grupos e cada grupo abria uma caixa por vez e resolvia o desafio proposto, até finalizar todas as questões do modelo citado. Também foram realizadas outras atividades, tais como: o questionário de múltiplas escolhas, o de classificação por grupo e a perseguição do labirinto, a professora disponibilizou os links, um por vez, e os alunos resolveram de forma interativa. Ao término de cada atividade foi gerado uma tabela de classificação.

O Wordwall proporcionou aos alunos uma aprendizagem mais significativa. Com o acesso constante ao link, os alunos podiam resolver, por diversas vezes, a mesma atividade, alternando apenas o modelo e verificando algumas questões caso não tivessem acertado na fase inicial. Para Amado e Carreira (2015) a utilização das tecnologias disponíveis lança novos desafios e, simultaneamente, vários dilemas – gerir e colocar ao serviço das aprendizagens uma infinidade de materiais e recursos tecnológicos. Essa plataforma possibilita que os alunos revisitem as atividades, sempre que necessário, fazendo assim a revisão das atividades e ampliação de seus conhecimentos.

Durante todo processo da aula permeada pelo uso da plataforma Wordwall, foi possível observar a alegria dos alunos em estudar utilizando uma ferramenta tecnológica

digital. Além da alegria, foi possível observar o bom desempenho dos alunos nos conteúdos de geometria, principalmente nos sólidos geométricos e suas planificações.

Por fim, as atividades realizadas na turma do 5º ano “B”, utilizando o *software* Pythagorea, foram desafiadoras para os alunos. Este *software* exigiu raciocínio e conhecimento dos conteúdos contemplados nos *puzzles*, ampliando conhecimentos de diversos conteúdos, o que proporcionou indícios de aprendizagem. Ele serviu de incentivo para os alunos se auto-desafiar e avançar em cada nível dos *puzzles* indicados para eles. Para Neide e Quartieri (2016, p. 13), simulação “pode ajudar a introduzir um novo tópico, construir conceitos ou competências, reforçar ideias ou fornecer reflexão e revisão final”.

Cada *puzzle* realizado pelos alunos era motivo de vibração, sendo que a aula ocorreu de forma divertida e prazerosa. Além disso, foi marcante a forma como eles discutiam com seus pares as formas de resoluções. Foi notório o bom desempenho dos alunos nos conteúdos de geometria permeados por esse recurso tecnológico.

Os relatos dos alunos apontam para um aspecto positivo, considerando que, para maioria, era uma experiência nova estudar geometria utilizando o celular ou computador. Portanto, essa experiência resulta em um fator que favorece e motiva cada vez mais a participação ativa dos discentes nas aulas de matemática.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término deste estudo faz-se necessário compreender e relatar as possibilidades de aprendizagens dos alunos no ensino de geometria permeadas pelas tecnologias digitais. Os recursos utilizados contribuíram para inserção dos discentes nos processos de ensino e de aprendizagem, pois eles vivenciaram e adquiriram aprendizagem dos conteúdos geométricos de forma mais significativa.

Durante as aulas, os relatos das professoras e dos alunos revelaram que, o uso dos *softwares* e das plataformas potencializaram as aulas, melhorando a aprendizagem dos alunos. Foi possível verificar que o ensino permeado por aparatos tecnológicos pode contribuir para a compreensão de conceitos de diversos conteúdos de geometria.

As atividades realizadas pelos alunos por meio do uso do *software* construtor de área da plataforma PHET, proporcionaram aprendizagens em relação aos conteúdos de área, perímetro e ampliação de figuras geométricas planas. Por outro lado, com o GeoGebra foram consolidados os conceitos de ponto, retas, segmentos de retas, as propriedades dos quadriláteros e eixo de simetria. Já com a plataforma Wordwall foram explorados os sólidos geométricos e suas planificações. E, com o *software* Pythagorea foram consolidados conhecimentos referentes a retas paralelas e perpendiculares, tipos de triângulos e círculos.

A aprendizagem geométrica e o desenvolvimento dos estudantes no manuseio dos recursos tecnológicos, foram relevantes para um ensino de qualidade, sobretudo ao considerar que os *softwares* e as plataformas contribuíram com a melhoria das aulas dessas professoras tornando-as mais dinâmicas, interativas e atrativas. Salienta-se, que o uso de ferramentas tecnológicas como estratégias metodológicas e de conteúdo para aprendizagem em geometria não são limitadas, pois quanto mais são exploradas mais são as possibilidades de aprendizagem. Cabe destacar ainda a necessidade do professor fazer um “bom planejamento” de atividades usando o recurso como mais uma forma de construir conhecimentos ou consolidar conhecimentos.

As atividades desenvolvidas por meio de recursos tecnológicos podem facilitar o processo de construção do conhecimento e atender as necessidades reais dos envolvidos. Ressalta-se, assim, que as atividades elaboradas e aplicadas, utilizando os referidos recursos tecnológicos, se mostraram eficazes para a construção do conhecimento de geometria nos anos iniciais.

## REFERÊNCIAS

AMADO, N. M. P.; CARREIRA, S. P. G.. Recursos tecnológicos no ensino e aprendizagem da matemática. In: DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. (org.). **Explorando a matemática com aplicativos computacionais: anos iniciais do ensino fundamental**. Lajeado: Ed. da Univates, p. 9-18, 2015.

GARCIA, M. F. *et al.* Novas competências docentes frente às tecnologias digitais interativas. **Rev. Teoria e Prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 79 - 87, jan./abr. 2011.

HOMA, Agostinho Iaqchan Ryokiti. Construindo objetos geométricos com interações programadas no GeoGebra. **Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades**. São Paulo (SP), p. 13-16, 2016.

NEIDE, I. G.; QUARTIERI, M. T.. Recursos tecnológicos nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática e da Física. In DULLIUS, M. M; QUARTIERI, M. T. (Org.) **Aproximando a Matemática e a Física por meio de recursos tecnológicos: Ensino Médio**. Lajeado: Ed. da Univates, p. 9 - 14, 2016.

ROLAND, L. B.; CLESAR, C. T. de S.. O uso de tecnologias digitais no ensino de matemática nos anos iniciais. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**. Cascavel (PR), v. 5, n. 1, p. 194 - 208, abr. 2021.

SANTOS, C. M.; NEVES, T. G.; TOGURA, T. C. F. As tecnologias digitais no ensino de matemática: uma análise das práticas pedagógicas e dos objetos educacionais digitais. In **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**, São Paulo, p. 1-10, 2016.

SUNAGA, Alexsandro; CARVALHO, Camila S. **As tecnologias digitais no Ensino Híbrido**. In BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. M. (Org.). **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, p. 141-154, 2015.

# EDUCAÇÃO FINANCEIRA POR MEIO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS

*Ana Paula Krein Müller<sup>1</sup>  
Geovana Luiza Kliemann<sup>2</sup>  
Guilherme Germano Kilpp<sup>3</sup>*

## INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta uma sequência de atividades desenvolvidas com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, envolvendo educação financeira como tema principal. Essas atividades foram planejadas em conjunto por um grupo de professores de Matemática de uma escola pública municipal, localizada no Vale do Taquari, RS.

A atividade elaborada faz parte de uma proposta de pesquisa desenvolvida pelo projeto de Pesquisa PROEDU, denominado “Aplicativos e simuladores no ensino híbrido ou remoto na área das Ciências Exatas”, envolvendo a metodologia Estudos de Aula, com o intuito de explorar recursos tecnológicos nas aulas de Matemática.

Neste sentido, as atividades apresentadas aqui são resultado de uma intervenção realizada no ano de 2022 com alunos das turmas de 7º e 9º anos. Considera-se que o planejamento financeiro deve se tornar um hábito de vida. Assim, quanto mais cedo os adolescentes são levados a refletir sobre o assunto, mais eles poderão aprender a administrar seus próprios gastos.

Na realidade em estudo, os alunos quando ingressam no Ensino Fundamental almejam ter algum dinheiro para suas despesas pessoais, como pagar o lanche na cantina, comprar materiais para trabalhos escolares, fazer passeios com amigos, entre outros. Para essa finalidade, os adolescentes buscam por trabalhos informais ou recebem modestos valores dos pais. Assim, ter conhecimento sobre como administrar pequenas despesas pessoais, auxilia o aluno a entender a sua participação no orçamento familiar e futuramente social, levando-o a refletir sobre um melhor equilíbrio financeiro.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Educação Financeira é considerada um tema fundamental, visto estar cada vez mais presente no cotidiano dos adolescentes e portanto importante ser abordada nas escolas. O ensino da Educação Financeira auxilia na organização, no planejamento, na conservação dos bens e nas escolhas. Com tal conhecimento, evitam-se desperdícios e respeitam-se limites, assim, há maior reflexão do uso do dinheiro, de forma a ser mais valorizado. Busca-se que os alunos aprendam a fazer bom uso do dinheiro, de modo a tomar decisões conscientes e sustentáveis financeiramente.

---

1 Escola Municipal de Ensino Fundamental São Bento.

2 Escola Municipal de Ensino Fundamental São Bento.

3 Escola Municipal de Ensino Fundamental São Bento.

Assim, a Educação Financeira escolar pode ser considerada como um proposta que gera pontos positivos ao ensino da matemática, cabendo à escola e ao professor uma busca constante por novos conhecimentos, os quais proporcionam novas formas de ensinar, considerando a realidade e as exigências atuais (ARAÚJO, 2008). A Educação Financeira no ambiente escolar favorece a aquisição de conhecimentos fundamentais para que o educando desenvolva uma visão crítica e consciente em relação a utilização e a importância do dinheiro. Para Silva e Powell (2013, p. 13), a Educação Financeira escolar constitui-se de

Um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem.

Diante do exposto, é possível destacar que o processo de ensino e aprendizagem da Educação Financeira na disciplina de matemática, propicia problematizar no ambiente escolar situações atuais e do dia-a-dia dos estudantes, fazendo com que desenvolvam o pensamento financeiro, de modo que eles o utilizem para resolver problemas e situações diárias. (THEODORO; ALMEIDA, 2010).

A Educação Financeira exerce um papel importante, pois pode possibilitar mudanças de comportamento, atitudes e hábitos de muitas pessoas, visto que ao educar financeiramente os alunos, ao ensiná-los a controlar seus recursos e respeitar seu orçamento, a escola estará colaborando para o crescimento e o desenvolvimento de uma sociedade mais consciente, menos consumista e preocupada com seu futuro. (LUCCI *et al.*, 2006).

A Educação Financeira é um mecanismo que contribui para que o estudante, ainda no Ensino Fundamental, adquira conhecimentos que lhe servirão na vida adulta, para lidar bem com seus recursos financeiros. Ela proporciona aos estudantes uma maior consciência em relação ao consumo (OLIVEIRA; STEIN, 2015). Nessa perspectiva, é imperioso pensar maneiras de transformar o espaço-tempo educativo num campo onde sejam oferecidas atividades, alinhadas aos conteúdos, às ações e ao saber viver. E isso, de acordo com Savoia, Saito e Santana (2007), implica superar a fragmentação do currículo escolar, introduzindo atividades que facilitem o aprendizado e a participação do discente. Segundo Losano e Silva (2011), há também de se refletir sobre os benefícios que a Educação Financeira propicia aos estudantes, tais como: mais confiança nos processos de tomada de decisão; melhoria da situação financeira; melhor base para um maior acesso ao sistema financeiro, à renda de aposentadoria adequada; redução do risco de superendividamento; auxílio no desenvolvimento de pequenos e médios empreendimentos.

A Educação Financeira não consiste somente em aprender a economizar, cortar gastos, poupar e acumular dinheiro, mas também buscar uma melhor qualidade de vida tanto hoje quanto no futuro, proporcionando a segurança material necessária para aproveitar os prazeres da vida e ao mesmo tempo obter uma garantia para eventuais imprevistos. Modernell (2011, p.1) destaca que

O consumo consciente e responsável ajuda a proporcionar prazeres no presente e a viabilizar a segurança financeira para o futuro. Saber dosar adequadamente o quanto deve ser gasto no consumo diário e o quanto deve ser poupado e investido.

Scapin e Kamphorst (2012, p. 3) corroboram que

A Educação Financeira é importante para sensibilizar e orientar pessoas de diferentes níveis econômicos e culturais, pois todos necessitam dela para ter um bom controle orçamentário. Disciplina e conhecimento são fundamentais para saber onde está indo o dinheiro recebido e conseqüentemente analisar formas de melhorar a vida econômica.

Neste sentido, buscando abordar e se aproximar com a realidade dos alunos, é importante que cada vez mais os professores iniciem o processo de inserção de recursos tecnológicos em suas salas de aula. Segundo Moran (2013, p. 56), o uso de recursos tecnológicos tende a tornar o processo mais participativo, e a “relação professor-aluno mais aberta, interativa”. O autor ainda aponta que é necessário partir do mundo em que os alunos estão inseridos e esse pode ser o ponto de partida para o desenvolvimento pedagógico do professor, aproveitando o conhecimento que o aluno traz de seu convívio na sociedade. De acordo com Almeida e Valente (2011), a inserção das tecnologias no ambiente escolar permite a integração da aprendizagem com as experiências já vividas, potencializando a construção de significados. Assim, o uso das tecnologias é considerado importante para a educação atual e é fundamental que seus recursos sejam explorados de forma diversificada.

Contudo, para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem considera-se a metodologia de Estudos de Aula como alternativa eficaz para auxiliar os professores. Curi (2018) condensa a metodologia Estudos de Aula em três etapas fundamentais: a primeira refere-se ao planejamento das aulas, realizada em grupos colaborativos formados por professores e pesquisadores; a segunda tem o foco no desenvolvimento das atividades de ensino planejadas por um dos professores participantes, com os demais fazendo o papel de observadores do processo – esse momento também pode ser filmado; e a terceira é o momento em que os professores e pesquisadores, além de assistirem aos trechos de filmagens feitos na segunda etapa, analisam e discutem as observações e as falas dos envolvidos, além de reformularem as atividades se for considerado necessário. Neste sentido, a seguir é apresentado um ciclo de planejamento desenvolvido com o grupo de professores, envolvendo o Ensino de Educação financeira e a utilização de recursos tecnológicos.

## DESENVOLVIMENTO

As atividades descritas na sequência, foram organizadas com o intuito de abordar a Educação financeira com estudantes que demonstravam interesse por mais conhecimento sobre esta temática. O planejamento dessas atividades ocorreu de forma colaborativa, em que reuniu-se um grupo composto de 3 professores, que em conjunto definiram o tema. Num segundo momento, reuniram-se para iniciar o planejamento, compartilhar materiais e ideias. Posteriormente, as atividades foram problematizadas com duas turmas do 7º ano. Na sequência, os professores voltaram a se reunir para avaliação deste planejamento inicial e a partir dessa reavaliação das atividades, o planejamento passou por ajustes e depois de reelaborado, foi proposto às duas turmas do 9º ano.

## **Aula 1 - Resolução do problema**

### **Atividade 1:** Questão introdutória para problematizar

Fernanda é uma menina de 10 anos e outro dia ela sonhou que estava num planeta distante e encontrou um extraterrestre. Fernanda queria mostrar ao ET alguma coisa da Terra e a única coisa que ela havia levado em seu bolso era uma nota de R\$ 10,00. Ela mostrou ao ET e disse que era dinheiro, que seu pai tinha dado a ela. O ET então perguntou:

- O que é dinheiro?
- Para que as pessoas usam dinheiro no mundo?
- Como sua família consegue dinheiro?
- Dinheiro é tudo? Explique.

Ao acordar, Fernanda ficou pensando nas melhores respostas que ela poderia dar ao ET. Quais respostas você daria para as perguntas feitas pelo ET?



**Atividade 2:** Discussão das concepções prévia/ socialização das respostas dos alunos.

## **Aula 2 - Resolução do problema**

### **Atividades 3:** A Mesada

Fernanda continuou pensando durante o dia sobre o uso do dinheiro e ao encontrar seus amigos Bruno e Luiza, que são irmãos, eles estavam falando justamente sobre dinheiro. Contaram a Fernanda que ajudam seu pai na loja da família e que por esta ajuda seu pai resolveu dar uma mesada em dinheiro no valor de R\$ 250,00 a cada um. Porém, eles devem planejar como gastá-la, pois nenhum outro dinheiro será dado ao longo do mês e eles deverão cuidar de seus próprios gastos.

Assim eles resolveram programar o uso do dinheiro. Luiza sugeriu a Bruno que fizessem os cálculos de quanto gastam por semana. O resultado você pode ver abaixo:



**Luiza:**

Compras na cantina da escola (2ª a 6ª feira) \_\_\_\_\_ 4,00 por dia = 8,00

Ônibus para a escola ( 2ª a 6ª feira) ida e volta \_\_\_\_\_ 5,00 = 25,00

Saída com amigos \_\_\_\_\_ 10,00

Algumas compras na semana \_\_\_\_\_ 15,00

**Bruno:**

Compras na cantina da escola (2ª a 6ª feira) \_\_\_\_\_ 5,00 por dia = 20,00

Ônibus para a escola ( 2ª a 6ª feira) ida e volta \_\_\_\_\_ 5,00 = 25,00

Balas, doces e salgadinhos (3 vezes por semana) \_\_\_\_\_ 4,00 x 3 = 12,00

Saída aos sábados com a turma \_\_\_\_\_ 20,00

Cartão pré pago \_\_\_\_\_ 20,00

Ao olhar as contas, Fernanda ficou pensando nas seguintes questões que sugerimos que você também pense e responda para entender o que está se passando, financeiramente, com Bruno e Luiza.

a) O dinheiro que Luiza e Bruno receberão de mesada será suficiente para seus gastos durante o mês, considerando que todas as semanas eles gastam a mesma quantia?

b) Que corte nos gastos semanais você sugere que deveria ser feito para eles gastarem apenas o que ganham de mesada? Faça as contas.

c) Quantos reais os irmãos economizariam se na ida e na volta da escola eles fossem a pé com a mãe de seu amigo, que mora na casa ao lado da sua?

(Adaptado da tarefa de Campos, 2012, p. 86)

**Atividades 4** - Problematizar/socializar respostas.

**Aula 3 - Fazendo o próprio orçamento**

**Atividade 5:** Inicialmente assistir o vídeo motivacional:

<https://www.youtube.com/watch?v=no5qB2F1wSU>

**Atividade 6:** Faça você também suas contas!

Faça uma tabela e anote coisas que você costuma gastar ou que gostaria de gastar durante a semana, se tivesse uma mesada de R\$ 150,00. Depois de preencher sua tabela, reflita sobre as questões: seu dinheiro seria o suficiente se você ganhasse uma mesada de R\$ 150,00? Dentre os itens listados, quais são prioridade? Você iria gastar todo valor ou iria economizar uma parte do seu dinheiro?

**Atividade 7:** Construir no caderno um gráfico, a partir da sua tabela de gastos, indicando as despesas mensais.

**Aula 4 - Orçamento Familiar**

**Atividade 8:** Assistir ao Vídeo

<https://www.youtube.com/watch?v=7v10sPwWo4s>

Entregar aos alunos uma folha em branco para que eles façam um esboço de Orçamento Familiar mensal baseado no que julgam conhecer sobre os gastos da sua casa e na forma que pensam sobre elaborar um Orçamento.

**Atividade 9 (tema de casa):** Entregar aos alunos um modelo de Planilha de Gastos para eles preencherem em casa, com a família, de acordo com os gastos mensais aproximados da sua casa.

Planilha de Gastos da Família - Quantos pessoas moram na casa: _____	
Mercado	
Aluguel	
Energia	
Água	
Roupas	
Transporte	
Salário dos membros da família	

**Aula 5 - Digitar os dados coletados com a família e construir um gráfico dos gastos.**

**Atividade 10:** Digitar as despesas da sua família em uma planilha, construir um gráfico das despesas e (considerar a renda de 1 salário mínimo por adulto que está empregado ou aposentado).

Analisar as entradas e saídas, discutir possibilidades e registrar conclusões do trabalho.

## **Aula 6 - Economizar (2 períodos)**

**Atividade 11:** Pensar e resolver a situação problema a seguir.

Quanto você teria daqui a 10 anos se conseguisse guardar R\$ 10,00 reais por mês? E daqui a 20 anos?

**Atividade 12:** Observar a imagem, responder o questionamento e discutir sobre o vídeo.



### **Você considera importante poupar?**

É importante ter o hábito de poupar dinheiro, não gastando tudo o que se ganha. Pessoas que pouparam geralmente têm reserva financeira, não precisando solicitar dinheiro emprestado para uma eventual necessidade ou para comprar um produto de que precise, esse hábito deve ser cultivado desde cedo, quando ainda recebemos pequenas quantias.

O dinheiro pode ser guardado de várias maneiras, em um banco ou em um cofrinho improvisado, por exemplo. Porém, quando a quantia poupada é investida em uma conta bancária, pode-se receber juro sobre o valor depositado.

**Atividade 13:** Assistir ao vídeo do pipoqueiro e propor uma discussão:

<https://www.youtube.com/watch?v=NSL0q01WXCw>

## **Aula 6 - Análise da tabela**

Veja a seguir quanto obteve uma pessoa ao depositar um capital de R\$ 100,00 em julho de 2021, em uma aplicação que rendeu 0,6 % a.m. e, a cada mês seguinte, depositou R\$ 50,00, até janeiro de 2022. Observe que o sistema estabelecido na aplicação representada no esquema, é de juro composto.

Análise coletiva: os alunos fazem os cálculos na calculadora para compreenderem a tabela e buscam identificar um possível erro.

	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ	JAN
INVESTIMENTO R\$	100,00	100,00	150,00	201,50	252,71	304,23	356,06
JURO R\$		0,60	0,90	1,20	1,52	1,83	2,14
DEPÓSITO R\$		50,00	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00
SALDO R\$		150,60	201,50	252,71	304,23	356,06	408,20

montante

1. Na aplicação apresentada no esquema, que quantia a pessoa depositou em todo o período? Ao final, quanto a pessoa recebeu de juros?

2. De acordo com o esquema, calcule o saldo/montante da aplicação para o mês de fevereiro, considerando que a pessoa continuará depositando R\$ 50,00 mensalmente na aplicação que rende 0,6% a.m.

3. Caso a mesada de João seja de R\$ 80,00 e ele tenha economizado 30% disso, quanto ele guardou no cofrinho? Se João continuar economizando essa quantia mensalmente, em quantos meses ele terá dinheiro suficiente para comprar um skate de R\$ 140,00?

## Aula 7 e 8 - Calcular porcentagem

**Porcentagem** ou **percentagem** é usada para calcular descontos, acréscimo de preços, lucros, etc. É uma fração em que o denominador é igual a 100. O símbolo para representar uma porcentagem é % e vem precedido por um número.

Frequentemente vemos nos meios de comunicação notícias como por exemplo: “O preço da gasolina aumentou 10%”. Dessa forma, se a gasolina custava 6,00 reais e sofreu um reajuste (aumento) de 10%, na matemática escreveremos assim:

$$10\% \text{ de } 6,00 = \frac{10}{100} \cdot 6,00 = 0,60$$

Ou seja, a gasolina sofrerá um aumento de 0,60 centavos por litro e passará a custar R\$ 6,60

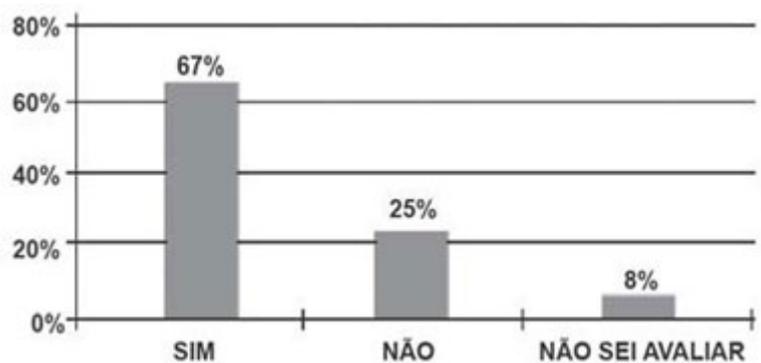
**Dica:** Os vídeos apresentam sugestões para auxiliar você a realizar cálculos com porcentagem.

<https://www.youtube.com/watch?v=fSdC1E4gUoQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=sXO09XnTyO0>

A seguir são apresentados um coletânea de situações problemas que podem ser explorados a partir do conteúdo estudado.

1- Uma enquete, realizada em março deste ano, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico



Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete?

- a) Menos de 23
- b) Mais de 23 e menos de 25
- c) Mais de 50 e menos de 75
- d) Mais de 100 e menos de 190
- e) Mais de 200

Justifique sua marcação

2- O dono da Loja de roupas adquire uma calça por R\$100,00 e para revendê-la colocou 50% de margem de lucro. Após um tempo sem conseguir vendê-la, resolve liquidar a mesma com 50% de desconto. Sendo assim, o dono da loja obterá:

- a) lucro
- b) prejuízo
- c) nem lucro e nem prejuízo

Explique seu raciocínio

3. João e Pedro estudam juntos na mesma turma da escola e pagam a mesma mensalidade. Como o pai de João pagou a mensalidade antes do vencimento, teve um desconto de 5% que correspondeu a R\$ 35,00. Sabendo que o pai de Pedro pagou em atraso, teve que pagar um acréscimo de 10%. Responda:

- a) Qual é o valor da mensalidade em R\$ (registre maneiras de encontrar a solução)?
- b) Quanto o pai de João pagou?
- c) Quanto o pai de Pedro pagou de acréscimo? E no total?

4.

Certa marca de chocolate indica nas embalagens de seus produtos o percentual de sua massa correspondente ao cacau.

Calcule mentalmente quantos gramas de cacau há em cada tablete a seguir.



5. Em uma cidade em que as passagens de ônibus custam R\$ 3,20, a partir do próximo mês, o preço das passagens sofrerá um reajuste de 25%. Qual será o novo valor das passagens?

- (A) R\$ 3,25                      (B) R\$ 3,45                      (C) R\$ 4,00                      (D) R\$ 4,25

6. Em uma promoção do Dia do Professor, um livro que custava R\$ 120,00 será vendido por R\$ 90,00. Nessa oferta, o desconto é de:

- (A) 90%                      (B) 30%                      (C) 27%                      (D) 25%

7. A anos atrás, o litro da gasolina de certa cidade passou por duas mudanças de preço em duas semanas consecutivas. Na primeira semana, sofreu um aumento de 15% e, na segunda semana, uma redução de 10%. Sabendo que o preço final do combustível passou a ser R\$ 4,14, o preço inicial, antes das mudanças de preço do litro de combustível, era de...?

- (A) R\$ 4,00                      (B) R\$ 4,05                      (C) R\$ 4,10                      (D) R\$ 4,20

8. Comprei uma bicicleta de R\$ 450,00 à vista e tive um desconto de 10% e um celular de R\$ 600,00 parcelado no cartão, tive um acréscimo de 5%. Quanto paguei em cada compra? Registre seu pensamento.

9. Vamos usar a **calculadora** para esta atividade:

Júlio realizou uma compra de R\$ 150,00. Caso ele pague à vista, receberá um desconto de 4%. Com uma calculadora, ele digitou as seguintes teclas para saber quanto pagaria à vista.

Agora, com uma calculadora, determine quanto Júlio pagaria se recebesse, na mesma compra, os seguintes descontos.

- a) 6%            b) 5%            c) 14%            d) 3,5%

10. Foram distribuídos 120 cadernos entre as 20 crianças da 1ª série de uma escola. O número de cadernos que cada criança recebeu corresponde a que porcentagem do total de cadernos?

- a) 5%            b) 10%            c) 15%            d) 20%

11. Em uma pesquisa, 2.673 pessoas entrevistadas responderam ao seguinte questionamento: O que leva as pessoas a se mudarem para os condomínios fechados fora das grandes cidades? As respostas foram organizadas no gráfico a seguir. Após análise do gráfico, pode-se afirmar que, aproximadamente:

- a) 321 pessoas mudam devido ao conforto.  
b) 588 pessoas mudam devido à tranquilidade.  
c) 749 pessoas mudam devido ao espaço.  
d) 1.016 pessoas mudam devido à segurança.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa atividade foi o primeiro planejamento realizado pelo grupo de professores de matemática de forma colaborativa. O ciclo de Estudos de Aula se iniciou com uma conversa entre os três professores, sendo um deles vinculado ao projeto: Aplicativos e simuladores no ensino híbrido ou remoto na área das Ciências Exatas. Este professor propôs o desafio de realizar um planejamento conjunto e expôs um pouco sobre a proposta do projeto de pesquisa e da metodologia de Estudos de Aula com uso de recursos tecnológicos digitais. A partir dessa conversa, definiu-se o tema: Educação Financeira, sendo uma necessidade por parte dos alunos e em seguida, prosseguiu-se com discussões para traçar o planejamento.

Neste sentido, cabe destacar que a metodologia de Estudos de Aula é compreendida como um processo de formação continuada de professores e tem como objetivo auxiliar nas dificuldades encontradas pelos professores, ou pelos alunos em seu processo de construção do conhecimento.

Sendo assim, o grupo chegou ao acordo que o tema envolvendo Educação Financeira seria importante ser explorado, pois além de ser um assunto relevante também é considerado com uma habilidade necessária descrita da Base nacional comum curricular, e cada vez mais precisa ser trabalhada nas escolas.

Durante os diversos encontros de planejamento, aplicação, observação e replanejamento, o grupo de professores esteve engajado no processo de troca de ideias, escolha dos vídeos propostos, análise crítica do planejamento, com intuito de verificar se a proposta seria adequada às demandas dos alunos.

Em relação às práticas desenvolvidas, percebeu-se que os alunos demonstraram grande motivação para a realização das atividades, se envolveram e envolveram suas famílias a refletir sobre as finanças da família, participaram e debateram possibilidades de economizar, empreender, investir o que permitiu envolvimento com o tema que estava sendo trabalhado.

Neste sentido, o ensino fez sentido aos alunos, por se aproximar da realidade de cada um e permitir apresentarem suas dúvidas específicas. Auxiliou a compreenderem que as tecnologias são facilitadoras na realização de cálculos relacionados a juros, porcentagem, análise de gastos, interpretação de gráficos, resolução de problemas, entre outros. A satisfação dos alunos se evidenciou em falas como: “Que atividades legais, estou adorando as aulas”. E quando acabaram a aplicação das atividades um aluno comentou com o professor: “Não vamos mais ter aquelas atividades legais para fazer?”. Nestes dois relatos percebe-se que os alunos gostaram das atividades propostas. O que nos leva a acreditar que a proposta desenvolvida foi válida para o grupo de alunos.

Planejar em conjunto e utilizar tecnologias para o ensino ainda se apresentam como um grande desafio dentro do contexto escolar. Apesar disso, experiências como esta, demonstram que o produto desse tipo de metodologia agrega real significado à aprendizagem e melhor qualidade ao ensino da Matemática, além da satisfação dos professores com o resultado do processo.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Maria E. B.; VALENTE, José A. Tecnologias e Currículo: trajetórias convergentes ou divergentes? São Paulo: Paulus, 2011.

ARAÚJO, Regina Magna Bonifácio de. A escola e o desenvolvimento do pensamento econômico em crianças: uma proposta de avaliação e intervenção. In: ANPED GT-13: Educação Fundamental, Anais.... 2008. Disponível em: <https://anped.org.br/sites/default/files/gt13-4246-int.pdf>. Acesso em: 15 jun. 2023.

CURI, Edda. Reflexões sobre um projeto de pesquisa que envolve grupos colaborativos e a metodologia lesson study. In.: CURI, Edda; NASCIMENTO, Julia de C. P. do; VECE, Janaina P. (orgs). Grupos colaborativos e lesson study: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores. Alexa Cultural: São Paulo, 2018.

LOSANO, Luciana Aparecida Borges; SILVA, Amarildo Melchiades da. Tarefas de educação financeira para o 6º ano do Ensino Fundamental. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas. 2011. Disponível em: <https://www.ufjf.br/mestradoedumat/files>. Acesso em: 02 jul. 2023.

LUCCI, Cíntia Retz; ZERRENNER, Sabrina Arruda; VERRONE, Marco Antonio Guimarães; SANTOS, Sérgio Cipriano dos. A influência da educação financeira nas decisões de consumo e investimento dos indivíduos. Trabalho Acadêmico do Curso de Administração da Universidade de São Paulo e Faculdade de Economia e Administração. São Paulo, 2006. Disponível em: [http://sistema.semead.com.br/9semead/resultado\\_semead/trabalhosPDF/266.pdf](http://sistema.semead.com.br/9semead/resultado_semead/trabalhosPDF/266.pdf). Acesso em: 15 jun. 2023.

MODERNELL, A. Educação Financeira. 2011. Disponível em: <http://ucho.info/afinal-oque-e-educacao-financeira>. Acesso em: 04 set. 2023.

MORAN José M. Ensino e Aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In: MORAN, José M.; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Ilda A. Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica. São Paulo, Papirus. Editora, 2011- Campinas, SP: 2013.

OLIVEIRA, Savana da Silva; STEIN, Nina Rosa. A Educação Financeira na Educação Básica: um novo desafio na formação de professores. Universo Acadêmico, Taquara, v. 8, n. 1, p. 11-31, jan./dez. 2015. Disponível em: [https://www2.faccat.br/portal/sites/default/files/1\\_a\\_educacao.pdf](https://www2.faccat.br/portal/sites/default/files/1_a_educacao.pdf). Acesso em: 17 jul. 2023.

SAVOIA, José Roberto Ferreira; SAITO, André Taue; SANTANA, Flávia de Angelis.

Paradigmas da Educação Financeira no Brasil. Revista de Administração Pública, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, v. 41, n. 6, p. 1121-1141, nov./ dez. 2007. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rap/article/view/6620>. Acesso em: 17 jun. 2023.

SCAPIN, Julia; KAMPHORST, Carmo Henrique. Educação Financeira e sua importância no ensino. Disponível em: <http://anaisjem.upf.br/download/de-228-scapin.pdf>. Acesso em: 05 de set. 2023.

SILVA, Amarildo Melchiades; POWELL, Arthur Belford. Um programa de educação financeira para a matemática escolar da educação básica. XI ENEM, 2013. Disponível em <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/>. Acesso em: 27 jun. 2023.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA E SUA IMPORTÂNCIA NO ENSINO Julia Scapin1 Carmo Henrique Kamphorst . <http://anaisjem.upf.br/download/de-228-scapin.pdf>

THEODORO, Flavio R. F.; ALMEIDA, Vera Lia Marcondes Criscuolo de. O uso da matemática para a educação financeira a partir do Ensino Fundamental, 2010. Disponível em: <http://www.educacaofinanceira.com.br/>. Acesso em: 27 jun. 2023.

# USO DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS NO ENSINO DE FÍSICA: UMA EXPERIÊNCIA COM ATIVIDADES REMOTAS NO PERÍODO DA PANDEMIA

*Roberto Kennedy Cardoso<sup>1</sup>*

*Italo Gabriel Neide<sup>2</sup>*

As tecnologias digitais vêm ganhando espaço nos ambientes escolares e nas residências brasileiras. Segundo o Comitê Gestor de Internet no Brasil - CGI.br (2020) o número de residências com acesso à internet teve aumento de 12% de 2019 para 2020, chegando a 83%. Segundo CGI.br (2020, p.59)

Nos últimos anos, o Brasil tem apresentado avanços consideráveis na adoção das tecnologias de informação e comunicação (TIC) pela população. A demanda por tais recursos se tornou ainda mais visível com as medidas de enfrentamento à pandemia, as quais intensificaram a utilização das tecnologias digitais pela sociedade – especialmente a Internet – para manter as atividades econômicas e sociais. A transformação digital no Brasil avança e é um aspecto cada vez mais central para a criação de oportunidades nos mais diversos setores (como na educação e na saúde) e para a atuação de empresas e do serviço público.

Percebe-se, por meio dessas informações, um avanço significativo de utilização de recursos tecnológicos digitais no período da pandemia COVID-19. Esse avanço se deu nos diversos locais, inclusive nas escolas e residências. Nesse período, na ocasião em que a totalidade ou parte das aulas estavam ocorrendo de forma remota, os discentes passaram a desenvolver as atividades pedagógicas exclusivamente em suas casas, para isso, precisavam de ferramentas que propiciassem o desenvolvimento dessas atividades nesse formato. Com isso, tentou-se assemelhar o máximo possível, as características das atividades desenvolvidas com as das aulas presenciais desenvolvidas antes da pandemia. Corroborando, Dullius, Quartieri e Neide (2023, p.10) afirmam que:

[...] o cenário naquela época exigiu ações rápidas, e muitos foram os casos que as tecnologias digitais foram utilizadas, assim como também vinham sendo amplamente utilizadas no período anterior à pandemia no sentido de reproduzir exatamente o que já era feito de forma presencial, resultando logicamente em resultados desanimadores por parte dos professores e dos alunos.

Considerando o exposto, afere-se que o uso das ferramentas tecnológicas digitais se deu no sentido de proporcionar a comunicação entre os sujeitos dos processos de ensino e de aprendizagem, professores e alunos, não havendo uma preocupação com o desenvolvimento ou utilização de metodologias que fugissem do ensino tradicionalmente praticado nos ambientes das escolas brasileiras. Sobre essa realidade, Dullius, Quartieri e Neide (2023, p. 10) acrescentam:

---

1 Doutorando da Universidade do Vale do Taquari – Univates.

2 Universidade do Vale do Taquari – Univates.

Percebemos que as tecnologias incorporadas mais recentemente na área da educação, principalmente em função da pandemia, estão relacionadas à organização do processo de ensinar do professor, ferramentas de mediação das aulas virtualizadas, mas pouco avanço se percebe em relação à integração de ferramentas que favorecem o processo de aprender do estudante, de construção de conhecimento, como é o caso de simuladores para atividades experimentais ou softwares que permitem atividades dinâmicas. Vale ressaltar que nesse período, o ano de 2021 foi marcado pelo desenvolvimento de muitas aulas no formato híbrido. Além disso, o dispositivo digital mais usado pelos professores e alunos foi o celular.

Evidencia-se com isso, que a utilização dos equipamentos e recursos tecnológicos digitais, a exemplo dos aparelhos celulares, historicamente criticados como suporte pedagógico, não é significado de diversificação e dinamicidade das práticas pedagógicas nas escolas brasileiras. Kenski (2008) chama a atenção ao ressaltar que a forma com que as ferramentas tecnológicas são utilizadas é que proporcionam mudanças nos processos de ensino e essas mudanças devem considerar as especificidades do ensino na garantia que as tecnologias façam verdadeiramente diferença. Moran (2015, p. 17) acrescenta que “a melhor forma de aprender é combinando equilibradamente atividades, desafios e informação contextualizada.”.

Dessa forma, é relevante pensar em estratégias que tornem as atividades remotas mais significativas e dinâmicas. Cossetin e Frison (2021) dizem que o professor tem a responsabilidade de planejar as atividades que visem condições satisfatórias e que propiciem a formação de conceitos. Dentre essas estratégias, a utilização de simulações computacionais pode ser uma opção

Considerando o exposto, planejou-se atividades com utilização de simulações computacionais para o ensino de Física num Campus do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA). Para isso, a exemplo do que ocorre presencialmente, antes de iniciar o desenvolvimento das atividades de forma remota, acreditou-se ser necessário saber em quais condições os alunos se encontravam para prática das atividades e buscar uma compreensão acerca dessa forma de ensino.

Para obtenção de informações sobre as condições dos alunos, foi aplicado um questionário. Por meio desse questionário verificou-se que aproximadamente 70% dos alunos respondentes utilizavam aparelho celular para participar das aulas síncronas e editarem as atividades desenvolvidas de forma assíncrona.

No período de pandemia, os alunos participavam das atividades pedagógicas de suas residências. Para que isso fosse possível, eles precisavam de recursos tecnológicos que os conectassem às salas de aulas virtuais. Com isso, foi vivenciado um modelo de ensino remoto, denominado na instituição de “Atividades não presenciais”. Esse modelo de ensino, quando comparado ao presencial e ao da Educação à Distância (EAD) praticados no IFMA, apresenta as características indicadas no Quadro 1.

Quadro 1 - Comparativo do formato de atividades

	PRESENCIAIS	EAD	ATIVIDADES NÃO PRESENCIAIS
AULAS	Presenciais	remotas	remotas
AVALIAÇÃO	Sistemática resolução (provas presenciais)	Provas presenciais e cumprimento de atividades	<b>Cumprimento de atividades e provas não presenciais</b>
HORÁRIOS	fixos	flexíveis	<b>Fixos e flexíveis</b>
FREQUÊNCIAS	Presença em sala	Baseado na devolutiva de atividades e nos encontros previstos nos PPCs	<b>Baseado na devolutiva de atividades</b>

Fonte: Autores

Ao observar o quadro, é possível perceber características específicas importantes no formato das atividades desenvolvidas. Dentre as peculiaridades cabe ressaltar o tópico avaliação e horários. No primeiro, quando considerada a utilização de provas, o formato utilizado destoa das da presencial e EAD. Em relação ao segundo, o formato adotado aproveita a união do que é utilizado pela presencial e EAD. Com isso, é conveniente utilizar um conceito distinto para o formato das atividades.

Em meio às dificuldades impostas por vários fatores, a necessidade de pensar estratégias que possibilitassem o atendimento pedagógico aos discentes foi importante. Considerando que as atividades deveriam ser realizadas de forma remota, buscar formas de ensino que propiciassem a comunicação entre professores e alunos foi essencial.

De início, foi necessário saber as condições de acesso à internet e a aparelhos por parte dos alunos. Para isso, foi disponibilizado um questionário eletrônico e disponibilizado aos discentes e pais para que eles passassem algumas informações. Embora essa estratégia para obtenção das informações não seja considerada a mais adequada pelo fato de possivelmente muitos alunos não terem acesso à internet ou aparelhos, essa foi a forma possível no momento, tendo em vista a necessidade do distanciamento social necessário.

Quando perguntados sobre a renda per capita familiar, as respostas indicaram que apenas 10,1% (dez vírgula um por cento) contavam com renda maior do que um salário mínimo e meio. O percentual dos respondentes que têm renda cujo valor é entre um salário mínimo e um salário mínimo e meio é de 24,8% (vinte e quatro vírgula oito) e 65,1 % (sessenta e cinco vírgula um) têm renda menor do que um salário mínimo.

Essas respostas foram necessárias para o planejamento das atividades por parte da instituição e dos docentes. Pois como constatado por meio das informações, existia a necessidade de atendimento financeiro para que os alunos pudessem participar das atividades pedagógicas.

Com isso, é importante destacar que a instituição de ensino, por meio de um programa de auxílio ao educando, disponibilizou recursos para que os discentes pudessem adquirir aparelhos e contratar serviços de conexão à internet e assim tivessem condições mínimas de participar das atividades pedagógicas.

No que diz respeito aos docentes, dentro das suas possibilidades, a instituição disponibilizou treinamentos sobre uso das ferramentas tecnológicas digitais escolhidas

para propiciar o contato docente-aluno nos processos de ensino e de aprendizagem. Essas formações foram consideradas importantes, mas diante das dificuldades oriundas do momento não foram suficientes para dar a segurança necessária para que os docentes retomassem suas atividades de sala de aula diante de uma circunstância jamais vivenciada.

Os docentes estavam sendo desafiados pelas circunstâncias a nortear todas as atividades pedagógicas com uso de tecnologias disponíveis. Na ocasião, pensava-se em algo que se aproximasse do que é vivenciado num ambiente de sala de aula presencial em que os processos de ensino e de aprendizagem ocorrem em meio a estabelecimento de diálogos entre alunos e alunos e alunos e professores. No entanto, estava posto o problema a ser solucionado e a busca por soluções, mais uma vez, passou a fazer parte do fazer pedagógico docente. Nessa perspectiva, as ferramentas tecnológicas digitais aparecem como mediadores necessários, pois como afirma Vygotsky (2007), quando o ser humano se depara com um problema, ele pauta suas ações com utilização de signos e instrumentos como meios de mediação.

Diante desse contexto o uso das tecnologias digitais é traduzido como base para o estabelecimento do mínimo de comunicação entre os sujeitos dos processos de ensino e de aprendizagem, No que se refere a proporcionar essa comunicação, foi pensado e planejado um ambiente em que se estabelecessem salas de aulas virtuais. Essas salas de aulas foram possíveis por meio da utilização das ferramentas google classroom e google meet.

Os procedimentos sistemáticos adotados para estabelecimento dessa comunicação por meio de salas virtuais, se deu com formações de turmas no google classroom. Nessas turmas virtuais, eram gerados links por turmas para a ocorrência das aulas. Essas aulas aconteciam em horários pré-definidos, de maneira semelhante ao que ocorre presencialmente. Cada turma seguia os horários das aulas para participação das atividades referentes a cada disciplina. Alunos e professores acessavam a turma no classroom e clicavam num link que dava acesso à sala de aula virtual no google meet.

Nesse processo, em que tanto os professores como os alunos foram imersos abruptamente em ambientes virtualizados, a busca por parte dos docentes, por materiais, experiências, estratégias e metodologias foi constante no fazer pedagógico docente. A utilização de software que fosse capaz de estabelecer a conexão entre o professor e o aluno, de aparelhos e a elaboração de material em conjunto com a adoção de metodologias para conduzir as aulas foi algo desafiador para os docentes.

Dessa forma, em meio aos desafios mencionados para todos os docentes, foram direcionadas ações para as aulas de Física num campus do IFMA. A seguir será relatada uma experiência com uma turma de primeiro ano do curso integrado de Edificações. Menciona-se que os cursos integrados têm duração de três anos e os discentes ao concluir são habilitados com o curso técnico e com o ensino médio.

Para o desenvolvimento das atividades pedagógicas foram utilizados momentos síncronos e assíncronos. Para os momentos síncronos, foi utilizado o google meet, e para os assíncronos, os espaços destinados foram atividades do google classroom.

Diante do exposto, foi essencial a fase de planejamento para o sucesso das práticas pedagógicas. Essa é a primeira etapa a ser considerada para o desenvolvimento das atividades, pois concordando com Dullius, Quartieri e Neide (2023, p. 18) entende-se que “o planejamento de qualquer atividade de ensino é crucial para o seu sucesso, e não seria diferente com as tecnologias digitais”. É preciso considerar o contexto, pois como afirma Ostetto (2000, p. 177) “[...]Planejamento pedagógico é atitude crítica do educador

diante de seu trabalho docente”. Moran (2015, p.17) completa dizendo que “a melhor forma de aprender é combinando equilibradamente atividades, desafios e informação contextualizada”.

O contexto a ser considerado, dispõe de situações e indagações pertinentes à prática docente cotidiana. Na ocasião, surgiram vários questionamentos, como: Que ferramentas vou utilizar para mostrar os cálculos necessários, já que não poderei usar quadro e pincel? De que forma posso proporcionar visualizações de fenômenos físicos aos alunos e contextualizá-los? Quais metodologias utilizar?. A busca por respostas a esses questionamentos ajudou no planejamento das práticas e na escolha dos recursos tecnológicos necessários, pois como afirmam Dullius, Quartieri e Neide (2023, p. 12) “Nesse contexto, para um uso didático das tecnologias, surge a importância do papel do professor, pois é ele quem precisa fazer o planejamento, definir os objetivos que deseja alcançar, escolher os recursos a utilizar”.

Diante disso, foi abordado os conteúdos “Queda livre” e “Lançamento horizontal” numa turma de primeiro ano do curso de Edificações integrado ao ensino médio. Os materiais tecnológicos escolhidos e utilizados foram o google meet, google classroom, openboard, excel e Phet. A seguir é apresentado o Quadro 2 com a descrição da utilização de cada ferramenta tecnológica.

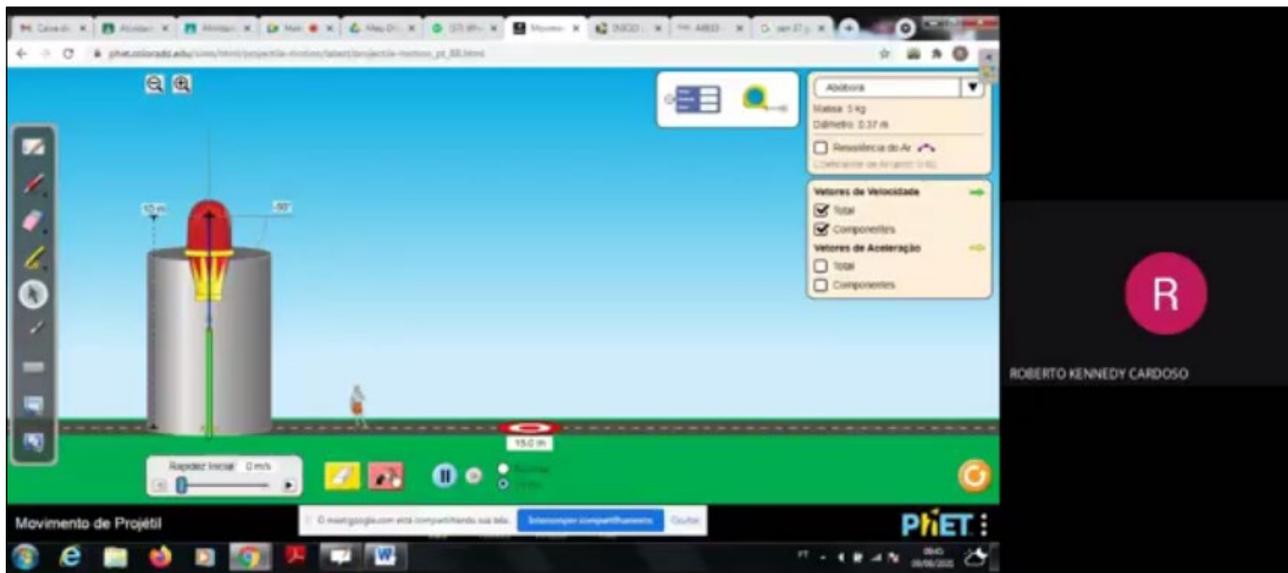
Quadro 2 – Ferramentas utilizadas durante as aulas

Ferramenta	Utilidade
Google meet	O google meet foi utilizado para realização de vídeo conferência, na qual foi estabelecido diálogo com os alunos durante as aulas.
Google classroom	Foi utilizado durante o estudo sobre queda livre, para disponibilização da gravação da videoconferência para que os alunos revisassem a aula e para disponibilização de um problema para eles responderem.
Openboard	Utilizado como lousa para representar demonstração dos cálculos e representação do passo a passo do desenvolvimento do tema.
Excel	Utilizado para demonstração de construção dos gráficos
Phet	Utilizado para visualização do fenômeno de queda livre por meio das simulações.

Fonte: Autores

Com isso, é apresentada uma proposta de trabalho que foi utilizada na abordagem dos conteúdos citados. Essa proposta foi desenvolvida no período da pandemia. Aqui serão descritos os momentos síncronos que ocorreram com utilização de videoconferência por meio do google meet. A Figura 1 mostra a tela do google meet durante uma das aulas.

Figura 1 – Tela compartilhada por videoconferência com alunos durante aula sobre queda livre



Fonte: Autores

## Desenvolvimento das atividades síncronas

As atividades síncronas foram desenvolvidas em dois momentos de 80 minutos e um de 50 minutos. Nos primeiros encontros de 80 minutos foram desenvolvidas as atividades referentes ao tema “Queda livre”. Os outros 50 minutos do segundo encontro foram utilizados para trabalhar o tema Lançamento horizontal. A seguir são descritas as atividades constantes dessas intervenções pedagógicas.

Como mencionado, as atividades planejadas contaram com a utilização do simulador Phet. As simulações aconteceram de acordo com o que é direcionado nos procedimentos seguintes. Sendo assim, inicialmente, ao acessar o simulador, deve-se selecionar o simulador “Movimento de projétil”. Ao acessar, tem-se a tela conforme mostra a Figura 2:

Figura 2 – Tela inicial do simulador Movimento de Projétil



Fonte: Autores

Para o desenvolvimento da atividade proposta, deve-se girar o canhão da direção horizontal para a vertical e marcar os botões “Total” e “Componentes” no quadro referente a “Vetores de Velocidade”. Além disso, deve-se arrastar o botão Rapidez inicial para a esquerda, deixar o valor inicial igual a 0 e marcar o botão “lento” na parte inferior. Destaca-se a necessidade da marcação do botão “lento” para uma melhor observação da simulação por parte dos alunos. A Figura 3 assinala informações relevantes para a realização dessas ações necessárias para o desenvolvimento da atividade.

Figura 3 – Tela inicial do simulador Movimento de Projétil com ações

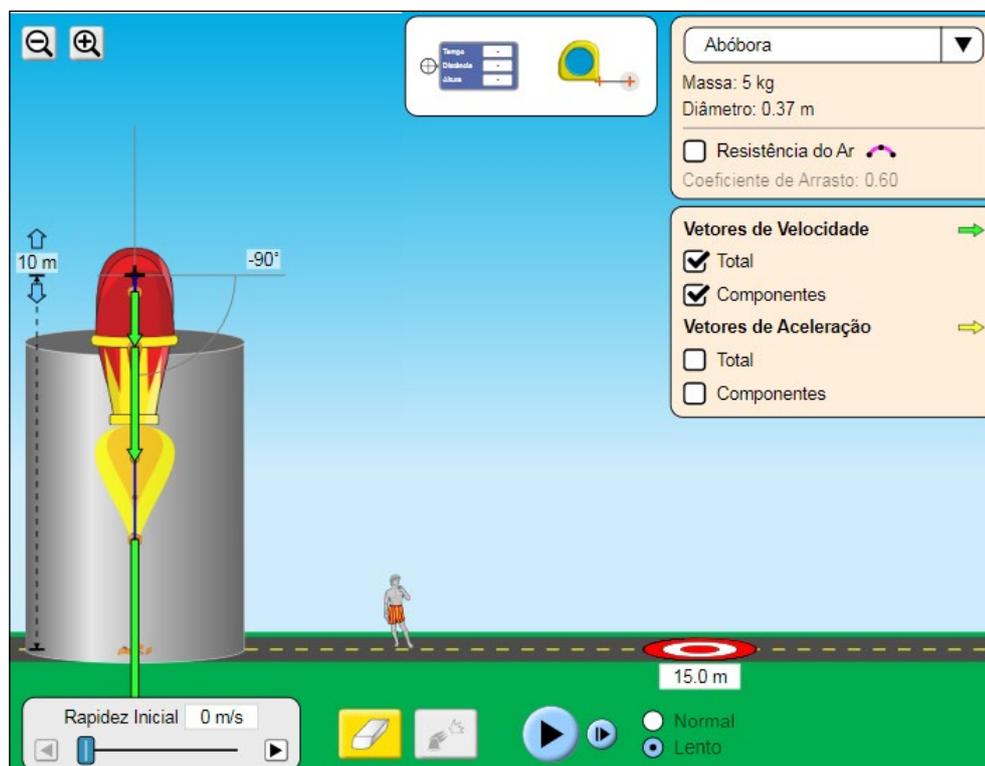


Fonte: Autores

Com essas ações realizadas, é possível verificar o movimento do projétil em queda livre quando abandonado de determinada altura. No caso específico, deixando na altura

de dez metros, aciona-se o botão que dispara a bala e observa-se o movimento da bala e a seta vertical que representa a velocidade. Por meio da observação da seta, pergunta-se aos alunos o que acontece com o tamanho, desde o início do lançamento até o momento em que atinge o solo. A Figura 4 traz a imagem da simulação com as setas verdes que representam as velocidades em instantes diferentes.

Figura 4 – Tela do simulador após lançamento de projétil



Fonte: Autores

Para melhor visualização, sugere-se que o botão de disparar seja acionado três vezes consecutivas. Depois, deve-se clicar no botão pausa, assim é possível olhar os tamanhos das setas em três alturas diferentes e compará-las.

Durante a realização desta simulação pergunta-se aos alunos o que acontece com o tamanho da seta verde (aumenta, permanece constante ou diminui) que representa a velocidade, desde o lançamento (abandono) até o momento em que ela atinge o solo. Espera-se, com essa simulação, que os alunos percebam que a velocidade do corpo em queda livre, sem a resistência do ar, aumenta com o passar do tempo.

Como prosseguimento das atividades, arrasta-se o sensor virtual para aferir valores de alturas e tempos na trajetória do corpo em queda livre. Durante a simulação, pede-se que os alunos anotem os valores num quadro desenhado no caderno. Os valores a serem anotados correspondem aos intervalos de tempo de 0,1 s, iniciando do 0 até o instante 1,4 s. Para o lançamento do projétil “abóbora”, os valores visualizados conforme demonstrado na Figura 5 são mostrados no Quadro 3:

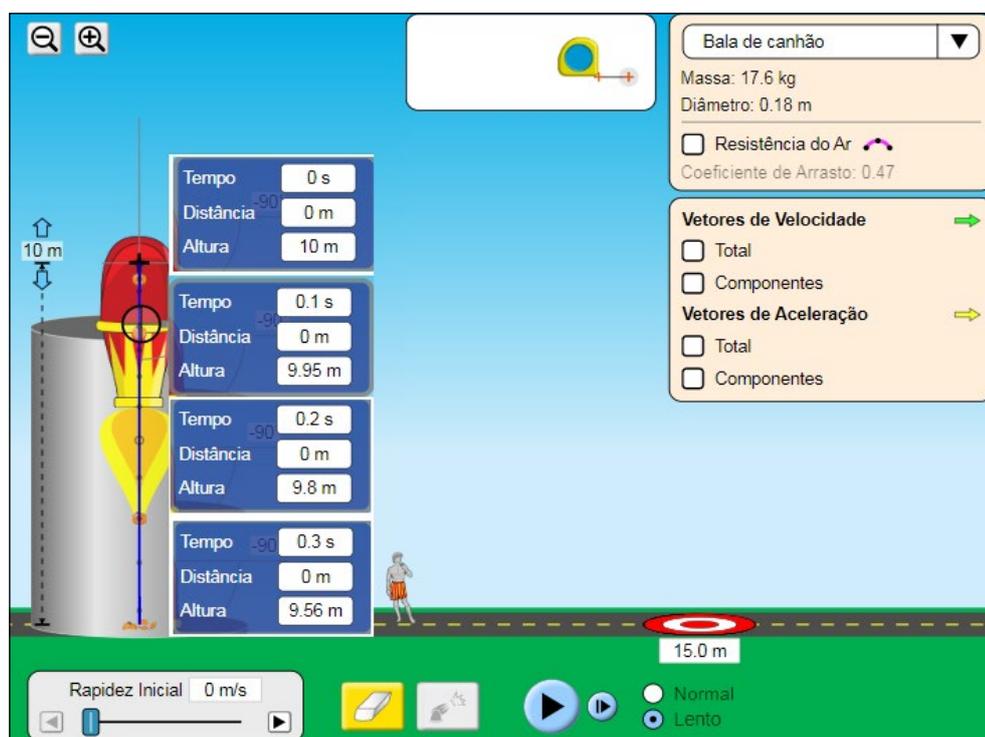
Quadro 3 - Valores dos tempos e das alturas do projétil abandonado(abóbora)

TEMPOS (EM SEGUNDOS)	ALTURAS (EM METROS)
0	10
0,1	9,95
0,2	9,8
0,3	9,56
0,4	9,22
0,5	8,77
0,6	8,23
0,7	7,6
0,8	6,86
0,9	6,03
1	5,1
1,1	4,06
1,2	2,94
1,3	1,71
1,4	0,39

Fonte: Autores

É possível, por meio dos valores anotados no Quadro 3, relacionar os tempos com as posições em que o projétil em queda livre se encontra. Esses valores são obtidos arrastando o sensor virtual para os pontos desejados. A Figura 5 mostra alguns dos valores aferidos pelo sensor virtual.

Figura 5 – Tela do simulador após lançamento de projétil com medidor das grandezas



Fonte: Autores

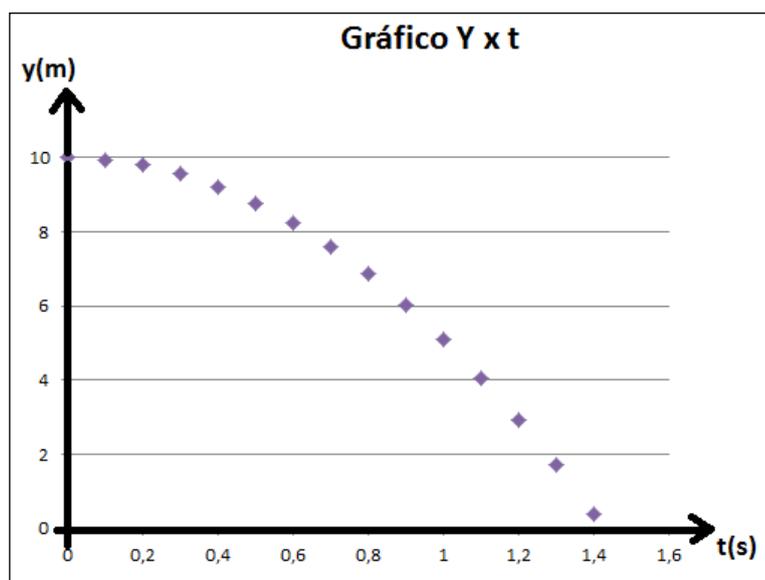
Para continuação da atividade, deve ser acionado o botão referente ao projétil e mudado para bala de “canhão” e “carro”, respectivamente. Deve ser realizado o mesmo procedimento de lançar a bala, observar seu deslocamento na trajetória retilínea vertical e arrastar o sensor para os mesmos pontos da simulação realizada com o lançamento da “abóbora”, considerando os intervalos de tempo de 0,1 s iniciando do 0 s na altura 10 m. Os valores observados devem ser anotados num quadro e comparados com o lançamento da “abóbora”. Nesse momento, o professor pergunta aos alunos se a massa ou o formato dos projéteis influenciam nos valores anotados para lançamentos (abandonos) e submetidos a queda livre.

Essas simulações contribuem para verificar que num fenômeno de queda livre a velocidade do corpo aumenta independentemente do formato ou da massa. Essa constatação foi feita ao observar as setas verdes que representam as velocidades em tempos diferentes e por meio da observação dos valores iguais no mesmo instante, das posições (alturas) dos diferentes corpos (abóbora, bala de canhão e carro) em queda livre. Ou seja, quando abandonados da mesma altura, os corpos caem e atingem as mesmas velocidades no mesmo instante, mesmo sendo constituídos de materiais e massas diferentes. Isso se deve ao fato dos corpos estarem submetidos a mesma aceleração. Essa constatação é corroborada por Halliday e Resnick (2016, p.27) ao dizerem que:

[...] o objeto sofre uma aceleração constante para baixo, conhecida como aceleração em queda livre, cujo módulo é representado pela letra  $g$ . O valor desta aceleração não depende das características dos objetos, como massa, densidade e forma; é a mesma para todos os objetos.

Diante do citado, apresenta-se por meio da Figura 6 a visualização do gráfico da posição em função do tempo a partir dos dados referentes aos tempos e alturas medidos pelo sensor utilizado no simulador Phet.

Figura 6 – Gráfico da altura em relação ao tempo

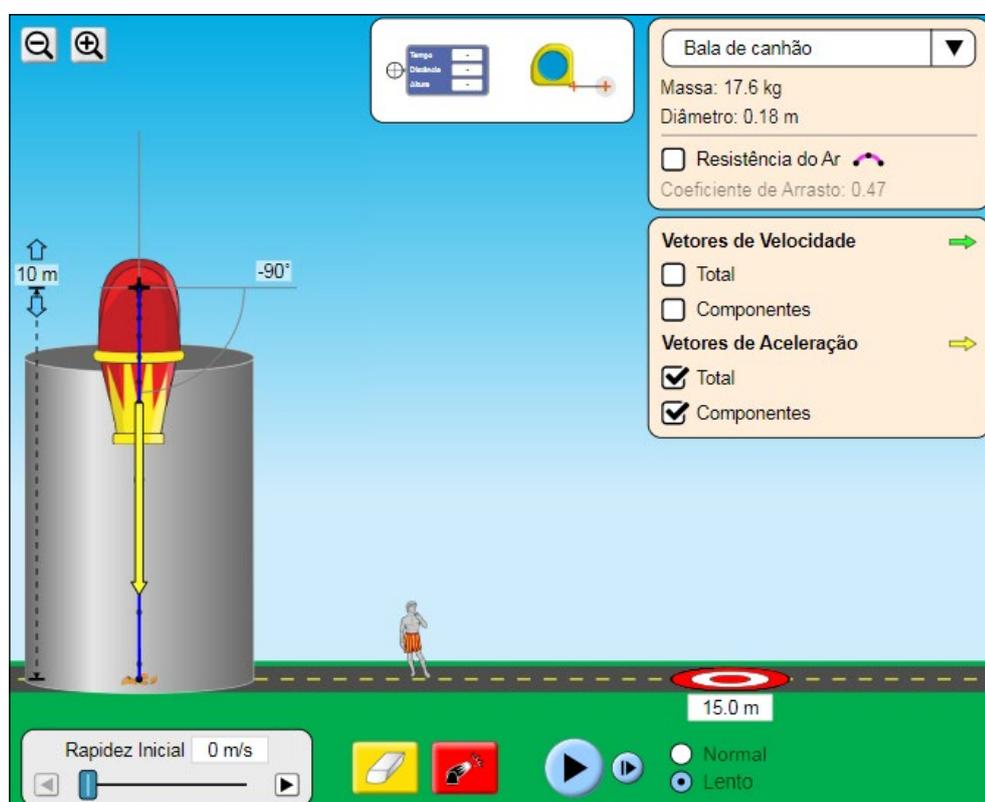


Fonte: Autores

Menciona-se que o gráfico foi construído utilizando a ferramenta excel, para isso, foram informados os valores das alturas e dos tempos mostrados pelo sensor posicionado nas posições provenientes dos intervalos de tempos de 0,1 s, iniciando pelo tempo 0 s até o instante 1,4 s. O procedimento de construção do gráfico se deu durante a videoconferência e foi estabelecido um diálogo com os alunos sobre essa fase da atividade.

Com a introdução da grandeza aceleração no rol das grandezas abordadas nessas atividades, foi realizada outra simulação. Essa simulação objetivou demonstrar aos alunos que a aceleração da gravidade é constante no movimento de queda livre. Para isso, com o simulador aberto, marca-se os botões “Total” e “Componentes” no espaço destinado a “Vetores de Aceleração” e aciona-se o botão disparar para simular o fenômeno. Durante a realização da simulação, perguntou-se aos alunos o que acontece com o tamanho da seta amarela que representa a aceleração. A seguir é apresentada a Figura 7 que mostra a tela do simulador quando realizada a atividade mencionada.

Figura 7 – Simulação sobre aceleração da gravidade



Fonte: Autores

Por meio dessa simulação, estima-se que, ao observarem que o tamanho da seta não varia, os alunos verifiquem que a aceleração é constante. Como atividade para mensurar o valor da aceleração, foi fornecida a função das posições em relação ao tempo do movimento de queda livre e solicitado que os alunos calculassem o valor da aceleração a partir dos valores dos tempos e alturas mostrados no sensor do simulador e anotados no Quadro 3.

Ao realizarem as operações matemáticas utilizando a função da posição em relação ao tempo, os valores encontrados com uma casa decimal depois da vírgula são os mostrados no Quadro 4. Dessa forma, foram calculados os valores das acelerações nos intervalos de tempo considerados. Destaca-se que o valor inicial da altura foi 10 m para todos os cálculos.

Isso se deu em função de, nessa posição, o projétil apresentar velocidade  $v_0 = 0$  m/s no instante em que foi abandonado.

Quadro 4 - Cálculo da aceleração a partir dos valores dos tempos e das posições indicados no sensor virtual

Tempos em segundo	Posições em metros	Aceleração( $g = 2*(y_0 - y + v_0 * t)/t^2$ )
0	10	
0,1	9,95	10,0
0,2	9,8	10,0
0,3	9,56	9,8
0,4	9,22	9,8
0,5	8,77	9,8
0,6	8,23	9,8
0,7	7,6	9,8
0,8	6,86	9,8
0,9	6,03	9,8
1	5,1	9,8
1,1	4,06	9,8
1,2	2,94	9,8
1,3	1,71	9,8
1,4	0,39	9,8
		<b>Aceleração média = 9,8</b>

Fonte: Autores

Como nesse momento do andamento das atividades os discentes tinham compreendido que a velocidade aumenta com o passar do tempo e que a aceleração tem valor constante de  $9,8 \text{ m/s}^2$ , procedeu-se com o cálculo das velocidades nos tempos mostrados pelo sensor. Para que eles calculassem os valores das velocidades, foi fornecida pelo professor, a função da velocidade em relação ao tempo e solicitado que eles preenchessem o Quadro 5 com os valores dos tempos mostrados pelo sensor e com os calculados utilizando a função  $v = v_0 - g*t$ . É importante informar que a velocidade inicial é  $0 \text{ m/s}$  pelo fato do projétil ser abandonado e o sinal negativo é devido a aceleração ter sentido contrário ao da orientação da trajetória. Para o desenvolvimento dessas atividades, orientou-se como um sistema de coordenadas em que a direção para cima era positiva.

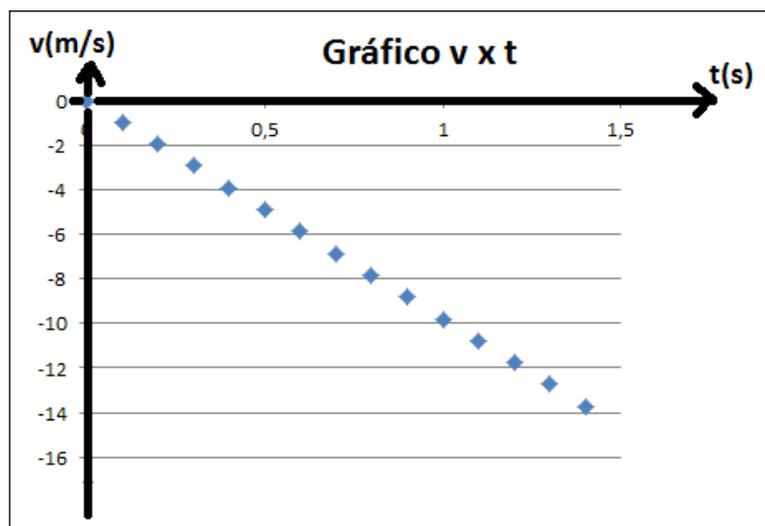
Quadro 5 - Cálculo das velocidades a partir dos valores dos tempos indicados no sensor virtual

Tempos em segundo	Posições em metros	$v = v_0 - g \cdot t$
0	10	0
0,1	9,95	-0,98
0,2	9,8	-1,96
0,3	9,56	-2,94
0,4	9,22	-3,92
0,5	8,77	-4,9
0,6	8,23	-5,88
0,7	7,6	-6,86
0,8	6,86	-7,84
0,9	6,03	-8,82
1	5,1	-9,8
1,1	4,06	-10,78
1,2	2,94	-11,76
1,3	1,71	-12,74
1,4	0,39	-13,72

Fonte: Autores

A partir dos valores obtidos e anotados, foi solicitado que os alunos expressassem, no caderno, o gráfico da velocidade em função do tempo. Destaca-se que enquanto os alunos faziam as contas e realizavam a atividade solicitada, o professor ia tirando as dúvidas que surgiam. O gráfico solicitado foi construído pelo professor utilizando o excel e ficou como mostrado na Figura 8.

Figura 8 – Gráfico da velocidade em função do tempo



Fonte: Autores

Para realizar uma aplicação do tema estudado de forma contextualizada, foi apresentado o seguinte problema formulado pelo professor:

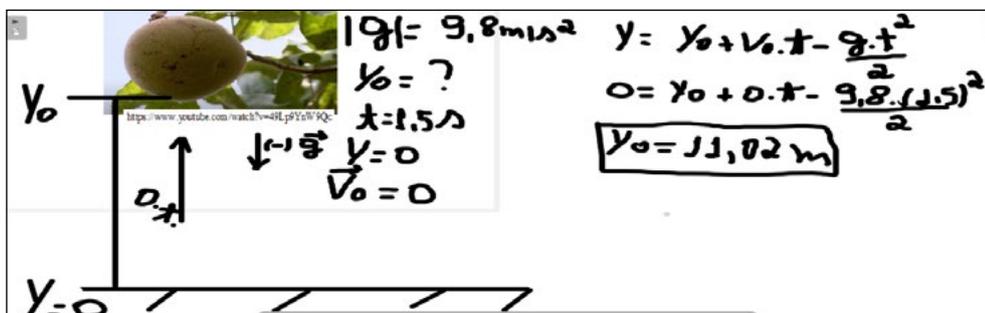
O pequi é uma árvore protegida por lei, que impede seu corte e comercialização em todo o território nacional. O fruto dessa árvore, o Pequi, nativo do cerrado brasileiro, ao atingir a fase de maturação se desprende da planta. Considerando que ao se desprender do pequi, um fruto demora 1,5 s para atingir o solo. Determine:

- A altura em relação ao solo que o fruto se encontrava antes de se desprender;
- A função da posição do fruto em relação ao tempo;
- A função da velocidade em relação ao tempo;
- A velocidade com que o pequí atinge o solo.
- O gráfico da velocidade em função do tempo;
- O gráfico da posição em função do tempo.

Para o desenvolvimento dessa atividade, em que os alunos deveriam utilizar os conhecimentos construídos durante as atividades anteriores, o professor ficou acompanhando os alunos na sala virtual. À medida que iam surgindo dúvidas, os questionamentos eram colocados em discussão para que os demais alunos pudessem participar do processo de construção de conhecimento.

Depois de decorrido o tempo de discussões em que os alunos estavam respondendo às perguntas do problema, o professor abordou os itens constantes do problema. Para isso, utilizou uma ferramenta digital denominada “Openboard”. Trata-se de uma lousa virtual que apresenta várias funcionalidades que propiciam a realização de operações que seriam feitas numa lousa quando se trabalha de forma presencial. A Figura 9 apresenta a resolução do item “a” do problema proposto. O item busca saber qual a altura em que o pequi se encontrava ao se desprender e iniciar a queda.

Figura 9 – Demonstração da solução do item “a” do problema proposto

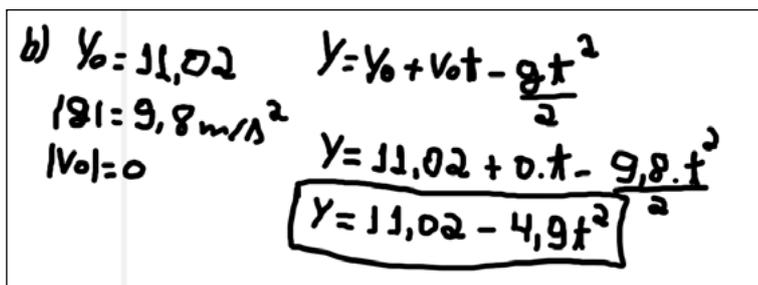


Fonte: Autores.

A figura mostra a tela do quadro virtual que foi compartilhada com os alunos. Inicialmente foi colada a figura do pequi, em seguida foi esquematizado o problema com as informações necessárias para encontrar o resultado solicitado.

Para a solução do item “b” do problema proposto, foi utilizado o valor da posição inicial encontrado no item “a” e os outros valores necessários para comporem a função da posição em relação ao tempo. A seguir é mostrada a Figura 10 com os procedimentos demonstrados aos alunos por meio do compartilhamento de tela no google meet e utilização do “Openboard”.

Figura 10 – Demonstração da solução do item “b” do problema proposto

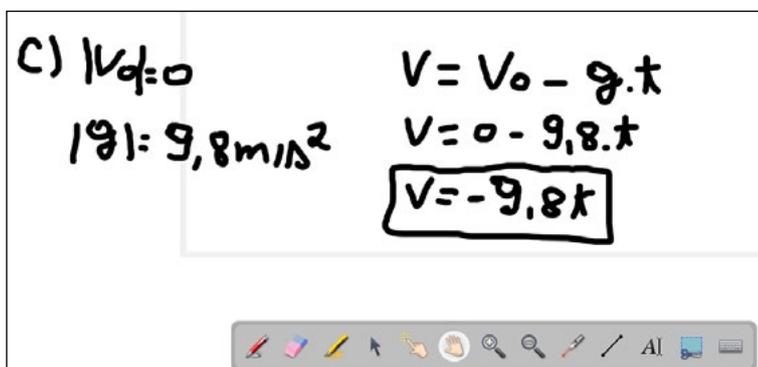


Handwritten mathematical solution for item b. It shows the initial velocity  $y_0 = 11,02$ , the acceleration  $|g| = 9,8 \text{ m/s}^2$ , and the final velocity  $|v_f| = 0$ . The general equation for displacement is  $y = y_0 + v_0 t - \frac{g t^2}{2}$ . Substituting the values, it becomes  $y = 11,02 + 0 \cdot t - \frac{9,8 \cdot t^2}{2}$ . The final equation,  $y = 11,02 - 4,9 t^2$ , is boxed.

Fonte: Autores.

Sobre o item “c” foi demonstrado também com compartilhamento de tela e utilização do “Openboard”. A Figura 11 demonstra a obtenção da função da velocidade do pequi em queda livre.

Figura 11 – Demonstração da solução do item “a” do problema proposto



Handwritten mathematical solution for item c. It shows the final velocity  $|v_f| = 0$  and the acceleration  $|g| = 9,8 \text{ m/s}^2$ . The general equation for velocity is  $v = v_0 - g \cdot t$ . Substituting the values, it becomes  $v = 0 - 9,8 \cdot t$ . The final equation,  $v = -9,8 t$ , is boxed. A toolbar with various drawing tools is visible at the bottom of the image.

Fonte: Autores.

Enfatiza-se que o sinal negativo se deve ao fato da trajetória estar orientada para cima e aceleração da gravidade estar no sentido contrário à essa orientação. Com isso, fica demonstrado que o módulo da velocidade é obtido por meio do produto entre a aceleração da gravidade e o tempo considerado. Sabendo disso, foi resolvido o item seguinte que solicitou o valor da velocidade com que o pequi atingiu o solo. Para isso, foi estabelecido um diálogo e feitas as contas utilizando a equação encontrada no item “c”. A seguir é apresentada a Figura 12 que traz a solução deste item (item d).

Figura 12 – Demonstração da solução do item “d” do problema proposto

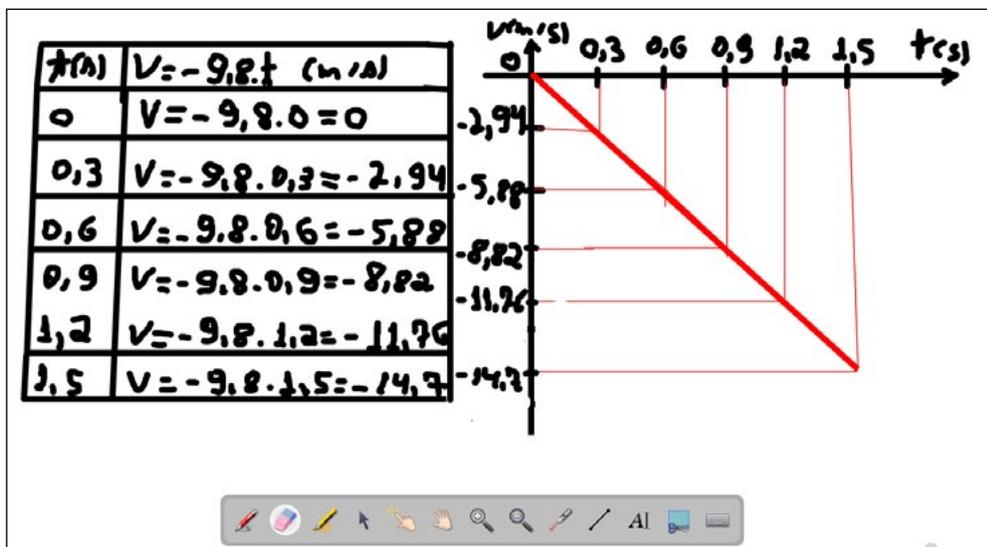
$d) \Delta = 1,5s \quad v = -9,8t$   
 $v = 0 \quad v = -9,8 \cdot 1,5$   
 $v = -14,7 \text{ m/s}$

Fonte: Autores.

Nesse item, foi explicitado aos discentes que para encontrar o valor da velocidade com que o pequi atinge o solo, basta multiplicar a aceleração da gravidade pelo tempo que ele leva para atingir o solo.

Dando continuidade ao encontro síncrono, foi solucionado o item “e”, apresentado na Figura 13. De maneira semelhante, foi utilizado o quadro virtual e realizadas as operações necessárias com compartilhamento de tela, sendo estabelecido diálogo com os alunos durante a solução do problema.

Figura 13 – Demonstração da solução do item “e” do problema proposto



Fonte: Autores.

Para uma melhor visualização da solução por parte dos alunos, foi feito um quadro, como pode ser visto na Figura 14, para demonstração dos procedimentos de substituições dos tempos na função da velocidade.

Semelhante ao que foi realizado no item anterior, para solucionar o item “f” foi construído um quadro para disposição dos valores das posições e dos tempos. Durante as

substituições dos tempos na função, foram realizados diálogos sobre o desenvolvimento da questão.

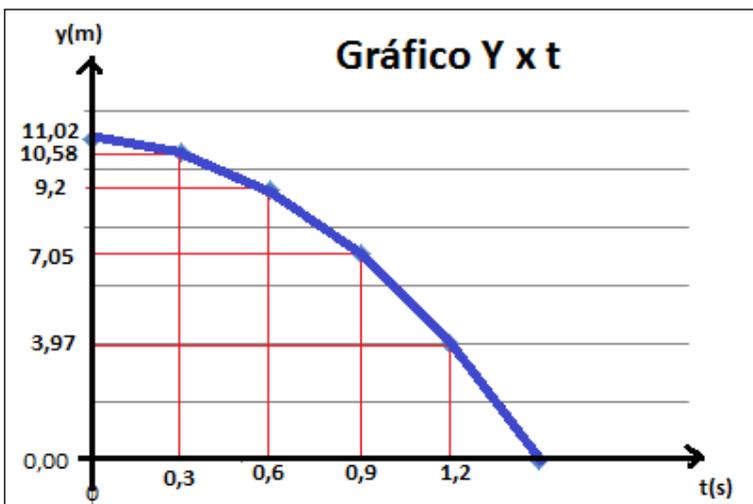
Figura 14 – Demonstração dos cálculos realizados para encontrar os valores das posições nos tempos

$t$ (s)	$Y = 11,02 - 4,9t^2$ (m)
0	$Y = 11,02 - 4,9 \cdot 0^2 = 11,02$
0,3	$Y = 11,02 - 4,9(0,3)^2 \Rightarrow Y = 11,02 - 0,44 = 10,58$
0,6	$Y = 11,02 - 4,9(0,6)^2 = Y = 11,02 - 1,76 = 9,26$
0,9	$Y = 11,02 - 4,9(0,9)^2 \Rightarrow Y = 11,02 - 3,97 = 7,05$
1,2	$Y = 11,02 - 4,9(1,2)^2 \Rightarrow Y = 11,02 - 7,05 = 3,97$
1,5	$Y = 11,02 - 4,9(1,5)^2 \Rightarrow Y = 11,02 - 11,02 = 0$

Fonte: Autores.

A partir dos valores encontrados e informados no quadro da Figura 14, foi construído o gráfico da posição em função do tempo representado na Figura 15 seguinte. Enfatiza-se que o gráfico foi discutido durante o momento da aula síncrona. Nessas discussões, foi abordado o formato do quadro e a relação entre as distâncias percorridas com os intervalos de tempos observados.

Figura 15 – Gráfico da posição em função do tempo

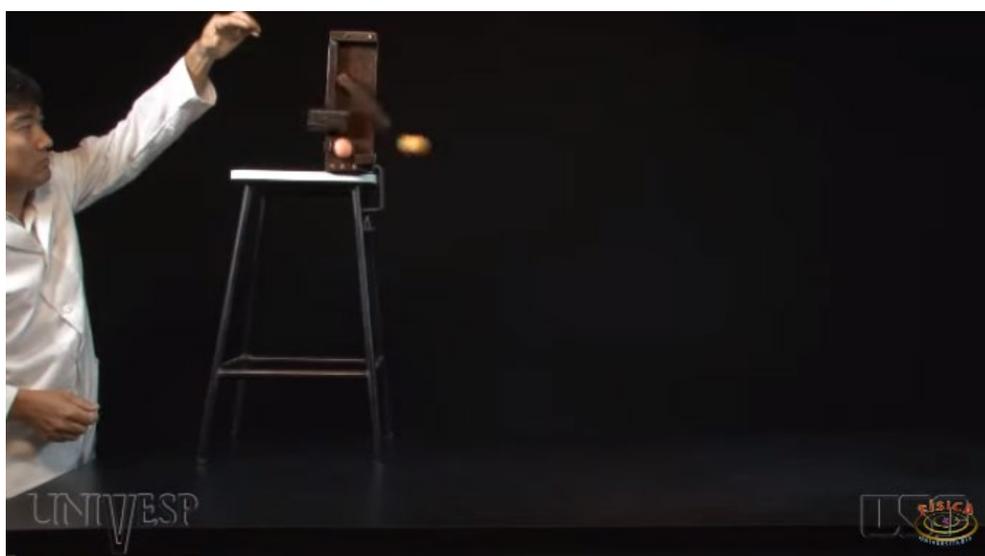


Fonte: Autores.

## Atividades sobre Lançamento horizontal

A atividade foi iniciada com a exibição de um vídeo que mostra o lançamento de duas bolas de tênis de mesa simultaneamente. Uma cai verticalmente e outra é lançada horizontalmente como mostra a Figura 16. Antes da exibição do vídeo por videoconferência falou-se sobre a atividade experimental e perguntou-se qual das duas bolas cairia primeiro, ou se elas atingiriam o solo simultaneamente. Nesse momento alguns alunos disseram chegar ao solo simultaneamente, outros que a bolinha que caía verticalmente cairia primeiro e outros que a lançada horizontalmente cairia primeiro. Sem responder ao questionamento, foi exibido o vídeo. No próprio vídeo é feito comentário a respeito da atividade e explicado por que as bolas chegam simultaneamente ao solo.

Figura 16 – Imagem da tela do vídeo que mostra o lançamento simultâneo de duas bolas de tênis de mesa e compara os tempos em que elas atingem o solo



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=PHHt2UwqwKM>

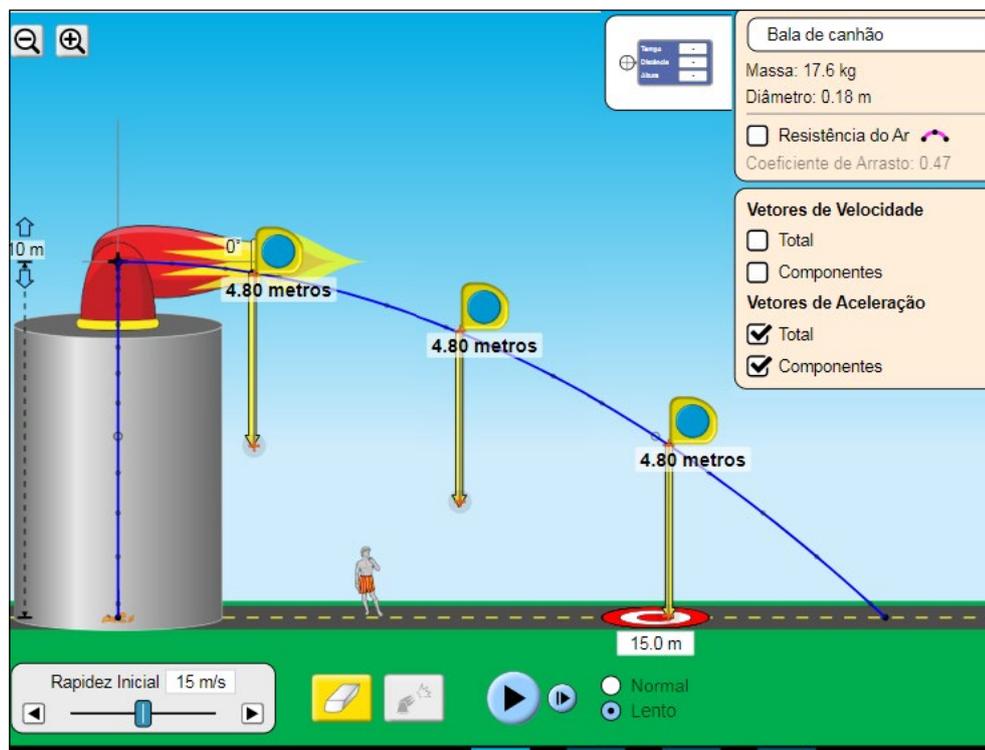
Utilizando esse compartilhamento do vídeo curto, estabeleceu-se um diálogo que abordou a ação da gravidade tanto para um corpo em queda livre, como para outro que seja lançado horizontalmente. Ao realizar essa comparação, afere-se que a aceleração é a mesma para os dois casos. Sobre essa comparação, Halliday e Resnick (2016, p.71) afirmam que “[...] em todo o percurso, a aceleração horizontal é zero e a vertical é  $-g$  (no sentido negativo do eixo Y)”.

Em relação ao lançamento horizontal, foi realizada uma aula síncrona, na qual objetivou-se observar e analisar o comportamento da velocidade e da aceleração. Dessa forma, a aula foi dividida em três momentos. O primeiro momento foi usado para observação da aceleração. No segundo momento foi observada a velocidade e no terceiro, foram observadas as componentes das velocidades em relação ao eixo  $x$  e ao eixo  $y$ .

Para a observação da aceleração, representada pela seta amarela, marcou-se os botões “Total” e “Componentes” do espaço destinado a vetores de aceleração. O canhão foi posicionado na horizontal, o botão “Rapidez inicial” foi arrastado para o valor 15 (quinze), o botão lento foi acionado e foram realizados três disparos consecutivos. Cita-se que foram comparados os tamanhos das setas amarelas verticais para demonstração que a aceleração

é constante (aceleração da gravidade). A Figura 17 mostra uma montagem a partir das telas das simulações realizadas

Figura 17 – Demonstração de aceleração constante



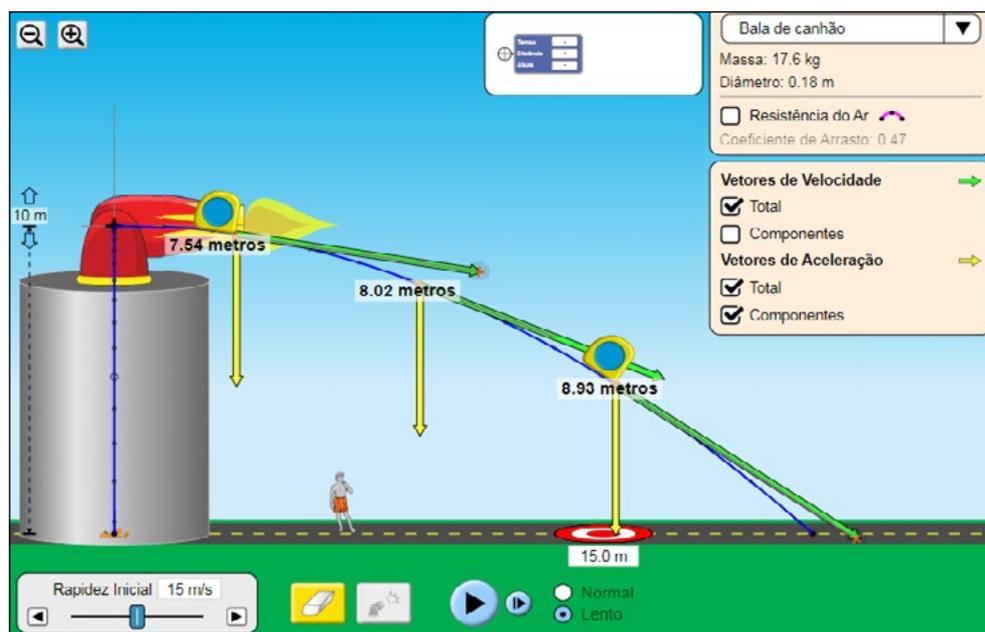
Fonte: Autores

Ao olhar para a figura, é possível observar que os valores mostrados na trena do simulador apresentam o mesmo valor quando dispostos em três pontos distintos. Nesses três pontos foram medidos os tamanhos das setas amarelas que representam a aceleração da gravidade. Com isso, evidenciou-se, também para o lançamento horizontal, que a aceleração observada é a aceleração da gravidade e que apresenta valor constante.

O momento seguinte foi utilizado para observação da velocidade do projétil após ser lançado horizontalmente. Para isso, além dos botões selecionados anteriormente, foi marcado o botão “Total” do espaço Vetores de Velocidade. Dessa forma, ao realizar o lançamento virtual é mostrada uma seta verde que representa a velocidade do projétil.

Procedeu-se com o acionamento do botão disparar por três vezes consecutivas. Logo em seguida foi acionado o botão parar e medidos os tamanhos das setas verdes, dispostas em três pontos distintos, com a trena virtual. Ao aferir os tamanhos das setas, verificou-se que à medida que o projétil vai se aproximando do solo, seu valor vai aumentando, conforme a Figura 18.

Figura 18 – Demonstração de aumento da velocidade

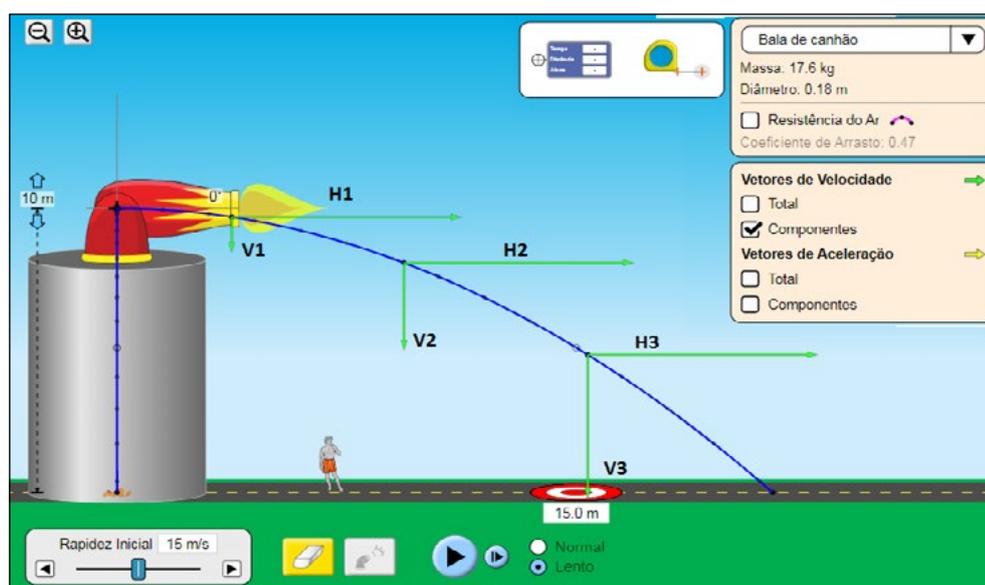


Fonte: Autores

É importante destacar que durante a realização das simulações, foram realizados diálogos entre os sujeitos do processo, professor e alunos. Nesses diálogos, o professor fez perguntas sobre os valores verificados e alguns alunos interagiram expressando seus entendimentos acerca do que estavam vendo.

O terceiro momento foi usado para observação e análise das componentes da velocidade. As componentes foram denominadas de H(componente horizontal) e V(componente vertical). A Figura 19 mostra a disposição das setas que representam as referidas componentes.

Figura 19 – Representação das componentes da velocidade



Fonte: Autores

Ao comparar os tamanhos das setas H1, H2 e H3, que representam a componente horizontal da velocidade em três pontos diferentes, observa-se que os comprimentos das setas são iguais, conseqüentemente o valor da velocidade na horizontal é constante.

Ao observar os tamanhos de V1, V2 e V3 que representam a componente vertical da velocidade, afere-se que os valores são distintos. Semelhante ao que ocorre no movimento de queda livre, fica evidente que quanto mais próximo do solo, maior o valor da componente vertical.

Com essas simulações sobre lançamento horizontal, os alunos tiveram contato com análise de movimento em duas dimensões. Essa análise foi enfatizada ao abordar as componentes da velocidade de forma isolada, e os autores deste capítulo as identificam como uma atividade que alcançou os objetivos propostos e que ajudaram na aprendizagem dos alunos dos conceitos abordados.

## Referências

CENTRO Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação (CETIC.br). Pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nos domicílios brasileiros: TIC Educação 2020. São Paulo: Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR (NIC.br); Comitê Gestor da Internet do Brasil (CGI.br), 2021a. Disponível em: <https://cetic.br/pt/tics/pesquisa/2020/escolas/A1/>. Acesso em: 20 jun. 2023.

CGI.br. COMITÊ GESTOR DE INTERNET NO BRASIL . TIC DOMICÍLIOS Pesquisa Sobre o Uso das Tecnologias de Informação e Comunicação nos Domicílios Brasileiros 2020. Disponível em [https://cetic.br/media/docs/publicacoes/2/20211124201233/tic\\_domicilios\\_2020\\_livro\\_eletronico.pdf](https://cetic.br/media/docs/publicacoes/2/20211124201233/tic_domicilios_2020_livro_eletronico.pdf). Consultado em 10/06/2023

COSSETIN, S.; FRISON, M. **Concepções de professores de física e engenharia quanto à formação de conceitos científicos**. Revista Insignare Scientia - RIS, v. 4, n. 6, p. 228-247, 7 out. 2021.

DULLIUS, M.M.; QUARTIERI, M.T.; NEIDE, I.G. Teoria do Uso Didático das Tecnologias Digitais – TUDITEC. In DULLIUS, M.M.; NEIDE, I. G. (Orgs.). Tecnologias digitais no ensino de ciências e matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2023. P. 9 – 34.

KENSKI, V.M. **Aprendizagem Mediada pela a Tecnologia**. Revista Diálogo Educacional. Curitiba, v.4, no set-Dez, 47-56, 2003.

MORAN, J. M. **Mudando a educação com metodologias ativas**. In: Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens. Coleção Mídias Contemporâneas, 2015

VYGOTSKY, L. A. **Formação Social da Mente**. 7ª Ed. São Paulo: Martins Fontes. 2007. 182 p.

# A EXPERIÊNCIA DA *LESSON STUDY* COM UM GRUPO DE ESTUDANTES PARA O DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS NA ÁREA DA MATEMÁTICA

*Marglis Rech*<sup>1</sup>

*Anderson Roberto dos Santos*<sup>2</sup>

*Mariani Marques Vargas*<sup>3</sup>

## INTRODUÇÃO

Desenvolver competências com um grupo de estudantes requer a busca constante de metodologias que sejam aderentes às necessidades dos sujeitos. Esse talvez seja um dos principais desafios da ação docente para potencializar as aprendizagens dos estudantes: pensar e planejar a partir de suas práticas. A reflexão permanente é condição essencial do processo ensino e aprendizagem.

Diante dessa necessidade surge como possibilidade concreta, a *Lesson Study*, que é uma prática sistematizada de investigação, desenvolvimento e aprimoramento das práticas de ensino. Essa metodologia teve origem no Japão no final do século XIX e é amplamente utilizada no país e em outros países até hoje.

Segundo os autores Stigler e Hiebert (1999), Fernandez e Yoshida (2004) e Lewis e Hurd (2011), a metodologia é uma abordagem colaborativa que envolve a reflexão e a análise crítica das práticas de ensino, com o objetivo de melhorar a qualidade do ensino e do aprendizado dos alunos. Além disso, essa abordagem pode ajudar a identificar e resolver problemas específicos relacionados ao ensino em uma determinada escola ou região, nas diferentes áreas do conhecimento.

Esse processo envolve a observação de aulas, a discussão entre os professores e a implementação de mudanças no planejamento e na condução das aulas. Para alcançar os objetivos citados, a *Lesson Study* é desenvolvida seguindo uma organização que envolve etapas de forma interativa. Depois da primeira execução de um planejamento, o ciclo pode ser reiniciado com base nos resultados obtidos. A seguir, apresenta-se as etapas que devem ser seguidas em cada ciclo:

### **Etapa 1:** Identificação do Problema, Definição do Objetivo e Planejamento da Aula.

Na primeira etapa da *Lesson Study*, os professores identificam um problema específico que desejam abordar em suas aulas. Eles podem considerar questões como a dificuldade em ensinar um determinado conceito ou a necessidade de melhorar a avaliação dos alunos. Uma vez que o problema é identificado, os professores definem um objetivo claro e mensurável que descreve o resultado esperado da implementação das mudanças propostas.

---

1 Colégio Marista São Luís.

2 Colégio Marista São Luís.

3 Colégio Marista São Luís.

Após, os professores planejam a aula que será observada. Eles colaboram para criar um plano de aula detalhado que inclui atividades, materiais e estratégias de ensino específicas que eles acreditam que ajudarão a alcançar o objetivo definido. Durante o planejamento, os professores discutem e aprimoram suas ideias, usando suas experiências e conhecimentos para criar um plano de aula que seja eficaz e apropriado para seus alunos.

### **Etapa 2: Execução e Observação da Aula**

Na segunda etapa da *Lesson Study*, um ou mais professores observam a aula que foi planejada. Durante a observação, os professores prestam atenção às interações entre o professor e os alunos, às estratégias de ensino utilizadas e à resposta dos estudantes. Eles também podem tomar notas e registrar observações que possam ser usadas na discussão posterior.

### **Etapa 3: Discussão Pós-Aula - Reflexão**

Na terceira etapa da *Lesson Study*, os professores se reúnem para discutir a aula observada. Eles compartilham suas observações e discutem o que funcionou bem e o que precisa ser melhorado. Eles também avaliam se a aula atingiu o objetivo definido na primeira etapa e discutem como a aula pode ser melhorada.

Uma vez que as etapas 1, 2 e 3 foram concluídas, os professores podem optar por iniciar um novo ciclo, caso percebam que o objetivo não foi atingido. A *Lesson Study* geralmente envolve vários ciclos, com cada ciclo construindo sobre o anterior. Durante cada ciclo, os professores identificam um novo problema ou objetivo e repetem as três etapas da metodologia. À medida que os ciclos progridem, os professores acumulam novas ideias e estratégias que podem ser usadas para melhorar ainda mais a qualidade do ensino.

Finalmente, os professores compartilham suas reflexões, análises e ajustes com a comunidade educacional e discutem como esses resultados podem ser usados em outros contextos de ensino e aprendizagem. Depois do compartilhamento, o ciclo pode ser reiniciado até que os objetivos sejam alcançados ou os professores estejam satisfeitos com os resultados.

## **CONTEXTUALIZAÇÃO**

A escola marista, foi fundada por Marcelino Champagnat, um padre francês no interior da França em 1817, que criou um Instituto de Irmãos, leigos consagrados, dedicados à educação das crianças – nas ciências e na religião. Uma das principais características de seu Projeto Pedagógico era a busca por uma educação integral (mente, corpo e espírito) por meio de uma pedagogia muito prática, um aprender fazendo.

Conforme o Projeto Educativo, Marcelino (Umbrasil, 2010, p. 42) “Marcelino propôs uma pedagogia muito prática, focada na presença, no amor à natureza, na solidariedade e no aprender fazendo”. Essa busca permanece até hoje nas escolas maristas e o princípio a formação em serviço, fortalece o entendimento da escola como este espaço tempo de formação continuada, onde o educador é desafiado, em conjunto com os colegas, a aprimorar constantemente a sua prática e favorecer com isso a aprendizagem dos estudantes.

Por entender a aprendizagem como, (UMBRASIL 2012) “um processo intra e intersubjetivo que produz saberes, artefatos, fazeres e identidades (...) um movimento dinâmico de reconstrução do objeto de conhecimento pelo sujeito e modificação do sujeito pelo objeto, a partir de estratégias próprias de conhecer” é que a escola marista desde a sua

origem destaca que a aprendizagem precisa ser consciente, contextualizada, significativa, continuada e cooperativa. Para dar conta desse processo, o planejamento é fundamental.

É no planejamento que se estabelecem os objetivos de aprendizagem e as expectativas para os grupos e para alcançar tais objetivos vários métodos são necessários, a variedade de sujeitos deve ser acompanhada por uma variação metodológica, pois o próprio sujeito vai se modificando à medida em que relaciona com o objeto de aprendizagem, sendo necessárias novas estratégias para conhecer. A avaliação deste plano gera novos planos numa busca constante de seguir o curso da aprendizagem.

A proposta que será apresentada foi desenvolvida neste contexto de escola marista, de maneira mais específica no Colégio Marista São Luís. Uma escola privada que integra uma rede de 600 escolas de educação básica no mundo, ligadas ao Instituto Marista.

O Colégio está localizado na área central do município de Santa Cruz do Sul e atualmente conta com 143 educadores que atendem um público de cerca de 800 estudantes, tanto em sua sede, quanto no seu Parque Pedagógico, um espaço junto à natureza que se configura como extensão da sala de aula. Um dos diferenciais da Instituição é a Iniciação Científica e o trabalho por áreas de conhecimento, que está atrelado à formação dos professores, um processo constante, seja nas atividades formativas de Rede, locais, quanto nas reuniões sistemáticas de planejamento que as diferentes áreas realizam.

Esses encontros suscitam vários projetos e dentre eles surgiu a ideia da construção de uma horta. Uma estratégia que possibilitaria diversas aprendizagens para todos os níveis em todas as áreas. Ela impactaria praticamente todos os estudantes de alguma forma, possibilitando aos professores contemplarem em seus planejamentos ações que pudessem unir as necessidades de aprendizagem de suas turmas de alunos com a atividade proposta.

Assim, as professoras das áreas de Matemática e Ciências da Natureza, resolveram numa das etapas do projeto incluir o ensino do conteúdo de Geometria, previsto nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Então para colaborar com o projeto e tornar essa experiência mais enriquecedora, optaram pelo uso da *Lesson Study* como forma de potencializar o planejamento e ter uma experiência de referência para solucionar os problemas de dificuldade de aprendizagens deste conteúdo, mas que pudesse ser partilhada também com os demais colegas de outras áreas.

## METODOLOGIA

A metodologia de investigação é qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994), tendo por base observação participante (JORGENSEN, 1989). A experiência decorreu da atividade de duas professoras e do vice-diretor da escola, tendo ocorrido entre agosto e dezembro de 2022.

As atividades do primeiro ciclo da *Lesson Study* foram propostas para os estudantes do 8º ano, que tinham como objetivo construir um projeto de uma horta escolar com canteiros usando os conhecimentos prévios de área, perímetro, unidades de medida e escala, onde deveriam fazer a planta baixa, escolhendo o lugar e projetando na área determinada a quantidade de canteiros. Além dos cálculos de perímetro e área também realizaram a transposição das escalas de medidas reais para o desenho no papel e no *software Sweet Home 3D*.

**Planejamento:** O planejamento foi realizado em colaboração com as professoras 1 e 2 e pelo vice-diretor da instituição. Quando o planejamento acontece de forma colaborativa torna-se possível a aprendizagem mútua e a reflexão, levando em conta as experiências,

competências e perspectivas de cada um (BOAVIDA; PONTE, 2002), fato este que foi percebido durante o processo vivenciado entre o grupo de professores.

Inicialmente foi levantado o problema de que geralmente diante dos objetos de estudo, a geometria é um conteúdo dos quais os estudantes têm as maiores dificuldades de se apropriar com significado, gerando angústia e insatisfação com a matemática. Por isso a opção de se trabalhar na prática, os conteúdos geométricos a partir da elaboração de uma planta baixa de uma horta escolar.

Diante disso, organizou-se as atividades a serem trabalhadas na prática envolvendo os conceitos de área, perímetro e escala. O planejamento foi realizado em 6 sessões de 1 hora, onde definiu-se que os estudantes, acompanhados das professoras, iriam ao “Parque Marista São Luís” para verificar a área, as condições geográficas e climáticas dos possíveis espaços a fim de escolher o local mais adequado para a construção dos canteiros.

Para a escolha do local adequado os estudantes precisaram mobilizar conhecimentos sobre incidência solar, disponibilidade de água, condições do solo e possibilidade de isolamento da área levando em consideração as dimensões dos canteiros e a área total da horta. Com essa finalidade, foi planejado o roteiro (Imagem 1) com as seguintes orientações:

## Imagem 1 – Roteiro para a construção da horta

**PASSOS PARA O PREPARO DA HORTA**

**1º Passo LOCALIZAÇÃO**

O local apropriado para o cultivo das hortaliças deve apresentar as seguintes características:

- Terreno plano;
- Terra revolvida (“fofa”)
- Boa luminosidade e voltada para o Sol nascente;
- Disponibilidade de água para irrigação e sistema de drenagem, por exemplo, canaletas;
- Longe de sanitários e esgotos;
- Isolado com pouco trânsito de pessoas e animais

**2º Passo FERRAMENTAS**

Algumas ferramentas são essenciais para o preparo da terra e plantio das hortaliças:

- Enxada: é utilizada para capinar, abrir sulcos e misturar adubos e corretivos como serragem à terra.
- Enxada: é utilizado para cavar e revolver a terra.
- Regador: serve para irrigar a horta.
- Ancinho: é utilizado para remover torrões, pedaços de pedra e outros objetos, além de nivelar o terreno.
- Sacho: é uma enxada menor que serve para abrir pequenas covas, capinar e afogar a terra.
- Carrinho-de-mão: é utilizado para transportar terra, adubos e ferramentas.

**3º Passo PREPARO DO CANTEIRO**

Antes de iniciar a preparação dos canteiros, deve-se limpar o terreno com auxílio de algumas ferramentas como enxada, ancinho e carrinho-de-mão.

- Com auxílio de uma enxada, revira-se a terra a uns 15cm de profundidade.
- Com o ancinho, desmancham-se os torrões, retirando pedras e outros objetos, nivelando o terreno.
- Iniciar a demarcação dos canteiros com auxílio de estacas e cordas com a seguinte dimensão; 1,20m x 2 a 5m e espaçamento de um canteiro a outro de 50cm.
- Caso o solo necessite de correção, podem ser utilizadas cal hidratada ou serragem.

**TAREFA**

- 1° - Com o mapa em mão, percorra os espaços do Parque Marista São Luís;
- 2° - Com base nas informações acima, escolha a área que você julga mais adequada para a construção da horta escolar;
- 3° - Demarque no seu mapa a área escolhida;
- 4° - Com o auxílio do computador elabore a planta baixa da horta contendo, no mínimo, 15 canteiros;
- 5° - Identificar a necessidade de materiais adicionais para a execução do projeto (caso haja necessidade).

Fonte: Autores (2022)

Conhecidos os objetivos de aprendizagem, o grupo planejou a atividade, organizando os passos a serem seguidos, a forma como iriam conduzir e os recursos necessários. Aplicaram o planejamento e foram fazendo registros e observações sempre em conjunto,

tendo foco no desempenho e aprendizagem dos estudantes e registrando as principais dificuldades e acertos.

**Execução:** A atividade de execução da *Lesson Study* foi dividida em 5 encontros. A execução dos encontros foi realizada pela professora 1 e contou com a observação da professora 2 e do vice-diretor, que prestaram atenção nas interações dos estudantes com a professora 1, realizando os registros necessários para posterior reflexão. Além disso, os encontros também foram registrados através de vídeos e fotos.

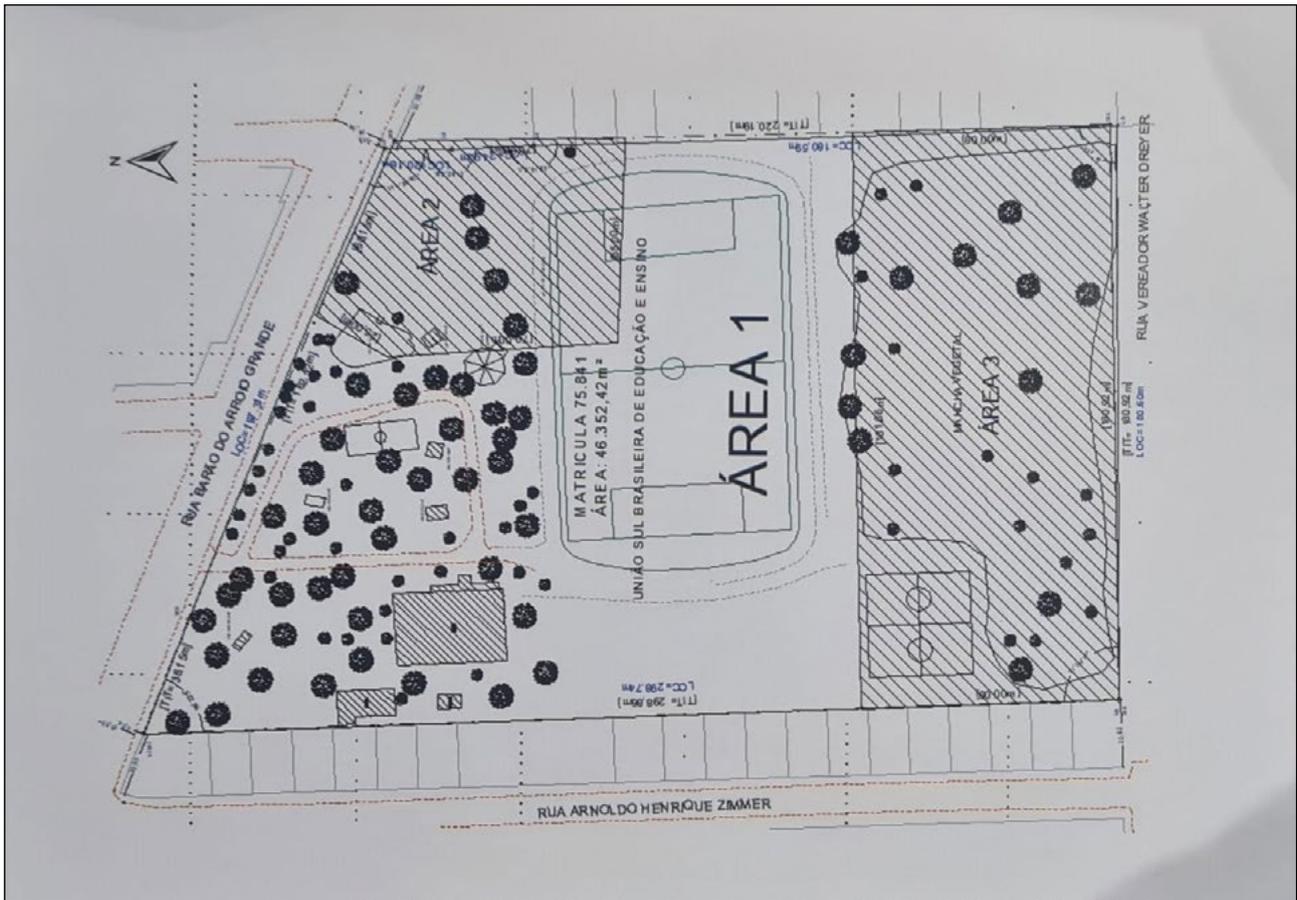
No primeiro encontro, a professora 1 apresentou a proposta para a turma e organizou os estudantes em quartetos para realizar as atividades. Os estudantes receberam o roteiro (Imagem 1) e as Imagens 2 e 3 para serem analisadas.

Imagem 2 - Visão aérea do Parque Marista São Luís



Fonte: Colégio Marista São Luís (2022)

### Imagem 3 – Planta do Parque Marista São Luís



Fonte: Colégio Marista São Luís (2022)

Durante a análise das imagens disponibilizadas, os estudantes apresentaram suas dúvidas em relação ao posicionamento de norte e sul, além de não conseguirem relacionar as construções no papel com as reais, conforme as falas abaixo:

Grupo 1: “O que é isso aqui na imagem? Como vou saber onde fica o salão?”

Grupo 2: “Esse espaço aqui é o campo de futebol?”

Grupo 4: “Onde fica o norte, profe?”

Grupo 6: “Eu não consigo me localizar aqui no mapa.”

No segundo encontro, de posse dos mapas e do roteiro, os estudantes iniciaram a caminhada pelo espaço total do Parque Marista São Luís a fim de avaliar a melhor área para localização da horta. Para realizar essa atividade, os estudantes utilizaram a bússola do celular e as Imagens 2 e 3, como mostra a Imagem 4.

Imagem 4 – Alunas utilizando a bússola e o mapa se localizar



Fonte: Colégio Marista São Luís (2022)

Durante a caminhada os estudantes conseguiram sanar as dúvidas apresentadas no encontro anterior, pois também observaram as diversas construções que já existem na área do Parque, como: a casa dos responsáveis pela manutenção, o salão principal, o quiosque de eventos e atividades curriculares, a pracinha infantil, duas quadras, dois campos de futebol, galinheiro, pomar e lago. Com base nestas observações, cada grupo de estudantes, de acordo com sua análise, determinou o local que achou mais apropriado, conforme Imagem 5.

Imagem 5 – Escolha do local do Grupo 8 dos estudantes do 8º ano



Fonte: Autores (2022).

Com a intenção de explorar noções de medidas, as professoras disponibilizaram aos estudantes um rolo de barbante para que estes escolhessem uma medida padrão para determinar o perímetro da horta. Alguns grupos escolheram a medida de 1 metro de barbante, outros de 2 e 3 metros para verificar as medidas de comprimento e largura, levando em consideração as dimensões mínimas necessárias conforme o roteiro (Imagem 1). Abaixo a Imagem 6 mostra os estudantes verificando as medidas dos espaços escolhidos.

Imagem 6 – Escolha do local do Grupo 6 dos estudantes do 8º ano



Fonte: Autores (2022)

A partir do local escolhido por cada grupo, os estudantes realizaram as medidas de comprimento e largura e fizeram registros em seu material de anotações. A professora 1 percebeu a dificuldade por parte de alguns grupos em razão da escolha da medida de 1 metro, pois esta é relativamente pequena quando comparada com as medidas de comprimento e largura necessárias para a horta, evidenciadas nas seguintes falas:

Grupo 1: *“Profe, isso está muito difícil, eu tenho que dar muitos passos com esse cordão curto.”*

Grupo 2: *“Olha lá o outro grupo que escolheu 3 metros, já terminou e nós aqui passando trabalho. Vamos lá trocar?”*

Ao vivenciar as situações citadas, é necessário evidenciar a unidade temática “Grandezas e Medidas”. Esta unidade é um dos objetos de conhecimento do 8º ano do Ensino Fundamental, segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 312), onde deve ser ensinado a “área de figuras planas”, a fim de desenvolver a habilidade de “resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos”.

Em vista disso, iniciando o terceiro encontro, os estudantes utilizaram papel e régua para fazer um croqui da planta da horta, neste momento eles precisaram pensar em como realizar a transposição de escala do real para o desenho. Nas imagens 7 e 8 os alunos calcularam e discutiram como deveriam realizar esta etapa, utilizando as medidas da área escolhida pelo grupo.

Imagem 7 – Grupo 4 do 8º ano iniciando a construção do croqui da planta da horta



Fonte: Autores (2022).

Imagem 8 – Grupo 7 do 8º ano construindo o croqui da planta da horta



Fonte: Autores (2022).

Ao realizar a atividade do croqui, observou-se dificuldade, agora por parte de todos os grupos, onde a transformação de medidas tornou-se um problema para eles, como podemos ver em algumas falas abaixo:

Grupo 2: *“Profe, não sabemos as medidas para colocar no papel, como faz isso?”*

Grupo 4: “Profe, isso não vai caber no papel, e agora?”

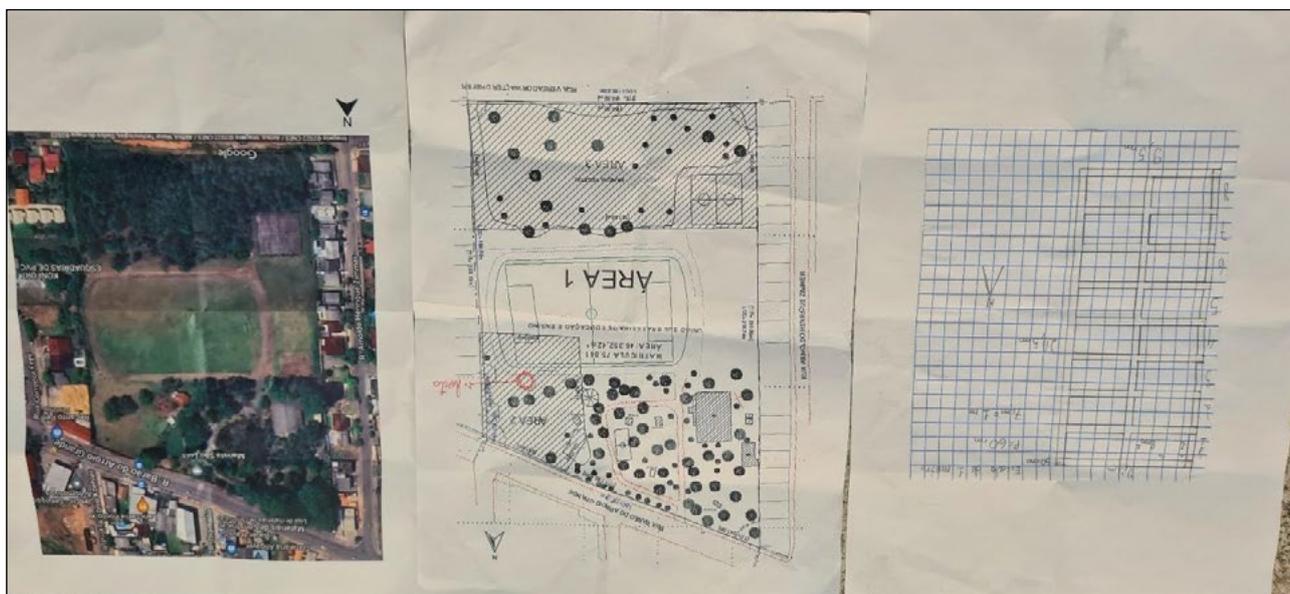
Grupo 5: “Profe, isso está muito pequeno, não vou conseguir desenhar os canteiros aqui dentro.”

Grupo 7: “Profe, como faço a conversão de medidas? Não sei fazer isso.”

A partir da fala dos estudantes, entendemos que é papel do professor a organização das situações de aprendizagem e situações-problema que caminham junto com o cotidiano dos estudantes, elaborando possibilidades para a construção do conhecimento geométrico. Vale destacar que “sem conhecer a geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão torna-se distorcida” (LORENZATO, 1995, p. 5).

Diante dessas observações, foi necessário realizar uma reflexão com os estudantes, retomando o conteúdo de escala, como é realizada a transformação do real para o desenho, e revisar unidades de medida, salientando que eles precisavam manter o padrão escolhido na verificação das medidas. A partir desta orientação, os estudantes retornaram para a atividade, onde verificou-se que boa parte dos grupos conseguiram realizar a tarefa, e alguns continuaram apresentando dificuldades, sendo necessário novas orientações. Na Imagem 9 podemos perceber que este grupo usou a malha quadriculada para facilitar a construção do croqui da horta.

Imagem 9 – Croqui da horta do Grupo 3 do 8º ano



Fonte: Autores (2022)

Além das dificuldades encontradas nas transformações de escalas, os estudantes demandaram novas explicações sobre medidas delimitadoras do croqui, como o perímetro e área, visto que confundiram os dois conceitos. Estas dificuldades ficam nítidas nas seguintes falas:

Grupo 6: “Profe, sério que perímetro é isso? Isso é muito fácil.”

Grupo 8: “Profe, mas perímetro não é só multiplicar um lado pelo outro?”

Diante das dificuldades apresentadas pelos estudantes em relação aos conceitos geométricos, o terceiro encontro não foi suficiente para a finalização do croqui, sendo necessário um quarto encontro. Neste encontro, a professora percebeu que muitos estudantes não conseguiram lembrar dos conceitos necessários para o desenvolvimento da atividade, visto que foi necessário a retomada destes, visando um trabalho com significado para os estudantes. Segundo observações de Chiummo (1998, p. 37):

Quando o professor ensina para os alunos o conceito de área e perímetro pela fórmula, eles aprendem muito rápido e acham até que é muito fácil, mas aí está o engano, uma vez que não conseguem transferir conhecimentos para uma situação nova, não sabem fazer a mudança de quadros, confundem o perímetro com área constantemente. Essa estratégia usada pelo professor poderá vir a causar ao aluno um obstáculo didático.

Nesse sentido, entendemos que é importante trabalhar a Geometria de forma que o aluno tenha a possibilidade de visualizar e reconhecer os objetos matemáticos, pois segundo Zulatto, (2002, p. 75), “a visualização é parte do ‘fazer’ matemática”. E, conforme Neto (2016, p. 02),

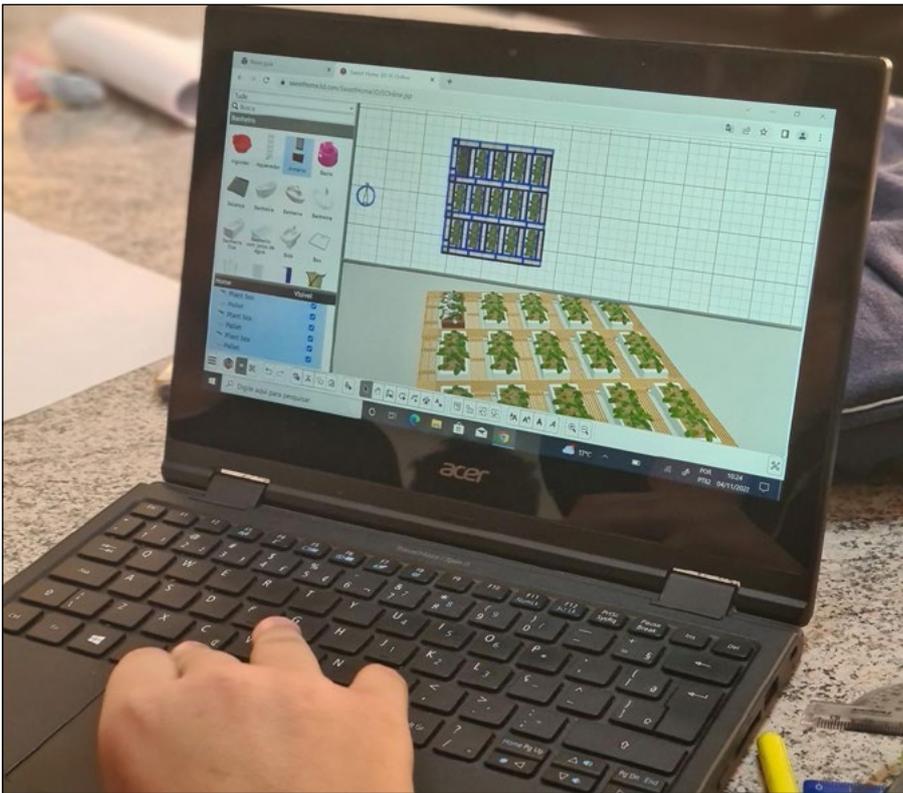
Acredita-se que um indivíduo de posse da visualização tem controle das operações básicas da geometria, tais como representação mental compreensão das propriedades de construção do objeto geométrico em papel, além dos objetos concretos a sua volta. Nesta mesma direção, a utilização dos recursos tecnológicos pode promover situações inusitadas que adquirem uma realidade quase concreta, oportunizando a exploração, a compreensão de conceitos e o estabelecimento de relações simples e complexas.

Partindo desta argumentação, podemos inferir que o estudante que faz uso de recursos tecnológicos, tem maior capacidade de compreender os conceitos geométricos. O uso de tecnologias estimula os estudantes a colocarem à prova os resultados, testar seus efeitos e comparar os diferentes caminhos para obter a solução do problema proposto.

Destarte, no quinto encontro foram introduzidos os recursos tecnológicos para promover a compreensão dos conceitos utilizando outras ferramentas. Para isso, a professora apresentou o *software Sweet Home 3D* com a finalidade de construir a planta da horta neste recurso, baseada no croqui construído por eles. Para tanto, primeiramente os estudantes permaneceram 20 minutos explorando as ferramentas disponíveis no *software* sem nenhuma orientação prévia destes recursos.

Passados os 20 minutos, os grupos iniciaram a transposição das medidas realizadas no croqui para o *software*. Tendo em vista que o *software* apresenta o recurso da malha quadriculada, isto facilitou a transposição das medidas do croqui para a planta em execução. Para isso, os estudantes fizeram a relação de 1 centímetro do croqui para cada unidade da malha quadriculada do *software*, sem apresentar dificuldades nesta etapa, conforme Imagem 10.

Imagem 10 – Transposição do croqui do Grupo 1 para o *software Sweet Home 3D*



Fonte: Autores (2022)

Nesta etapa, os estudantes apresentaram domínio do *software* com muita agilidade, visto que, além da construção da planta com as medidas corretas que foi solicitado, usaram diversos recursos oferecidos pela ferramenta. Com estes recursos, os grupos ilustraram as sementes e mudas que futuramente serão plantadas nos canteiros, bem como projetaram espaços ornamentados de descanso para os intervalos entre as atividades necessárias de manutenção da horta, como aparece na Imagem 11.

Imagem 11 – Planta do Grupo 2 no *software Sweet Home 3D*



Fonte: Autores (2022)

Embora o *software* tenha objetivo específico e ofereça recursos para sua utilização, ele deve ter a finalidade de investigação e reflexão sobre as informações e resultados obtidos na construção do conhecimento. Segundo Zulatto (2002, p.35),

[...] os *softwares* de geometria dinâmica possuem ferramentas com as quais os alunos podem realizar construções geométricas, permitindo o desenvolvimento de atividades de livre exploração, nas quais o aluno interage com o computador. O aluno chega a constituir suas próprias conjecturas e tenta verificar sua veracidade.

**Reflexão:** A partir da execução do planejamento e observações, entendemos que o objetivo inicialmente traçado não teve o resultado esperado na sua integridade, visto que os estudantes não tinham os conhecimentos prévios necessários. Diante disso, percebemos a necessidade de repensar momentos de retomadas dos conhecimentos geométricos necessários para o desenvolvimento do projeto. Segundo Bezerra e Morelatti,

[...]é no processo da *Lesson Study* que os professores têm a oportunidade de revisar e reformular a estrutura metodológica que utilizam em suas aulas, os conteúdos que ensinam, a aprendizagem do aluno e melhorar seu conhecimento profissional e prático, como consequência do estudo regular, sistemático, cooperativo e crítico que eles estão fazendo (2017, p. 17781).

Pensando neste contexto, entendemos que a metodologia *Lesson Study* além de se centrar na aprendizagem dos alunos, oportuniza os grupos de professores analisarem seus planejamentos e aprimorá-los sempre que necessário. Isso, de acordo com nossa compreensão, mostra que essa prática contribui com qualificação dos próprios professores.

Em relação as aprendizagens, quando analisamos o conhecimento da localização geográfica dos estudantes, percebemos que, conseguiram sanar suas dúvidas com relação ao posicionamento de norte e sul no momento em que chegaram ao Parque Marista São Luís, pois estando no local, eles usaram o Sol e bússolas como referências geográficas. Isto posto, possibilitou a compreensão das Imagens 2 e 3, reforçando a relevância das atividades práticas como ferramenta para concretização dos aprendizados.

Sobre as dificuldades de realizar medidas usando o barbante, os estudantes que escolheram 1 metro como medida padrão, ao observar os demais grupos que escolheram barbantes com medidas maiores, perceberam que a escolhida por eles não era adequada para o comprimento e largura a ser verificado para sua horta, dificultando a sua medida. Diante da percepção dos grupos, estes solicitaram a troca da medida de 1 metro de barbante por 3 metros, reiniciando a etapa da medida do perímetro da horta, e, posteriormente, concluindo esta tarefa com êxito.

Tendo em vista as dificuldades relativas às transformações de medidas, a partir das intervenções realizadas pela professora, retomando conhecimentos geométricos necessários à execução da tarefa, os estudantes conseguiram compreender as adequações de escalas, perímetro e área para concluir a atividade. Cabe ressaltar que, diante das dificuldades apresentadas, foi necessário um encontro a mais do que o previsto, que inicialmente eram quatro, e passaram a ser cinco, para que os estudantes tivessem consolidado os conhecimentos para a conclusão da atividade proposta.

Diante das dificuldades evidenciadas no processo, vale dizer que são necessárias atividades abstratas e concretas para levar os alunos a uma melhor compreensão dos conceitos de escala, área e perímetro. Uma das possibilidades é a análise de imagens, leia-

se formas geométricas, do seu cotidiano, verificando o perímetro e a área com diversos exemplos.

A partir da consolidação dos conhecimentos geométricos, usando barbante, régua e papel de forma prática, os estudantes não apresentaram dificuldades no momento em que precisaram transferir as medidas, realizadas previamente, para o *software Sweet Home 3D*. Diante disso, vale destacar a relevância das atividades práticas bem como o uso de recursos tecnológicos para o processo de consolidação das aprendizagens, visto que as ferramentas tecnológicas fazem parte do cotidiano e precisam estar presentes na vida escolar dos estudantes.

A utilização de *softwares* de geometria dinâmica no ensino e aprendizagem de Geometria tanto pode ser mais uma ilustração para a aula como um rico material didático que instiga a curiosidade dos alunos e aguça seu espírito investigativo, levando-os a elaborar conjecturas sobre situações diversas. (DIAS, 2009, p. 49).

Corroborando, Valente afirma que as tecnologias mudam o ambiente em que os professores trabalham e o modo como se relacionam com outros professores e com seus alunos e isso “[...] têm um impacto importante na natureza do trabalho do professor e, desse modo, na sua identidade profissional” (VALENTE, 2008, p. 76). Em vista disso, Allevalo, Onuchic e Jahn (2010, p. 206) reforçam que embora as tecnologias “sejam elementos presentes no dia a dia das pessoas em geral e, em particular, de muitos professores, sua efetiva integração na sala de aula é, ainda, demasiadamente tímida”.

As atividades usando *softwares* podem ser capazes de proporcionar o interesse dos alunos, favorecendo o desenvolvimento das habilidades necessárias para a construção do conhecimento. Assim sendo, oportuniza-se que os estudantes se façam autores no processo de construção do conhecimento com significado, inclusive para a vida cotidiana.

Ademais, refletindo sobre todas as etapas da *Lesson Study*, os professores também perceberam que o planejamento inicial apresentou alguns obstáculos aos estudantes, dificultando a execução das tarefas propostas. Isto posto, o grupo de professores replanejou as atividades adequando algumas tarefas com a finalidade de atingir o objetivo proposto inicialmente.

Diante disso, os professores destacam a importância de saber se os estudantes possuem os conhecimentos prévios para o desenvolvimento das tarefas, pois esse fator pode ser determinante para que a atividade tenha uma construção exitosa. Assim, as atividades propostas no planejamento devem ser adequadas ao nível de entendimento dos estudantes e os professores devem identificar os conhecimentos prévios antes da realização das atividades práticas.

**Replanejamento:** Usando a mesma metodologia, mantendo o objetivo inicial, iniciou-se um novo ciclo da *Lesson Study*, tendo em vista a necessidade de adequação apresentada anteriormente. Soto e Pérez afirmam que a metodologia é “uma alternativa clara aos processos tradicionais de reflexão e melhora da prática educativa e [...] de reconstrução dos saberes e práticas docentes”. (SOTO GÓMEZ; PÉREZ GÓMEZ, 2015, p. 16). Diante disso, os professores começaram pela reformulação do roteiro e troca de ano para a execução da metodologia, conforme a descrição da Imagem 12.

## Imagem 12 – Roteiro para a construção da horta (replanejamento)

 <p><b>COLÉGIO MARISTA</b> SÃO LUÍS</p>	<b>ROTEIRO   EF Anos Finais</b>
	Estudantes: _____ Turma: _____ Semestre: 1º Data: _____ Componente Curricular: Ciências e Matemática Prof: Marglis e Mariani

---

**PASSOS PARA A CONSTRUÇÃO DA HORTA ESCOLAR**

**TAREFA DE MATEMÁTICA**

**1º - Com base na área destinada para a horta, construa um croqui de uma planta de horta para o colégio Marista São Luís em uma folha A3, apresentando a escala usada, o perímetro e área do projeto.**

➤ A horta deve conter 32 canteiros com dimensões 1m x 2m cada e espaçamento de 0,50m entre eles.

**2º - Realizar a transposição do croqui da planta construída para o *software Sweet Home 3D*.**

**TAREFA DE CIÊNCIAS**

**1º Passo LOCALIZAÇÃO**

O local apropriado para o cultivo das hortaliças deve apresentar as seguintes características:

- Terreno plano;
- Terra revolvida ("fofa")
- Boa luminosidade e voltada para o Sol nascente;
- Disponibilidade de água para irrigação e sistema de drenagem, por exemplo, canaletas;
- Longe de sanitários e esgotos;
- Isolado com pouco trânsito de pessoas e animais

**2º Passo AMOSTRAGEM DO SOLO**

A amostragem deve ser feita seguindo os passos:

- Dividir a propriedade em áreas uniformes, em relação à cor, topografia, textura, entre outras características;
- Percorrer a área escolhida em zigue-zague, coletando amostras simples de 15 a 20 pontos diferentes;
- Após a retirada do material do solo com enxada ou pá de corte, deve-se cortar e desprezar as laterais, aproveitando-se somente o miolo da terra;
- Depositar a terra (500g para amostragem) em um balde ou saco de plástico limpo;
- Enviar o material coletado para o laboratório.
- Após o resultado da análise verificar a necessidade de correção do solo;

**3º Passo PREPARO DO CANTEIRO**

Antes de iniciar a preparação dos canteiros, deve-se limpar o terreno com auxílio de algumas ferramentas como enxada, ancinho e carrinho-de-mão.

- Com auxílio de uma enxada, revira-se a terra a uns 15cm de profundidade.
- Com o ancinho, desmancham-se os torrões, retirando pedras e outros objetos, nivelando o terreno.
- Caso o solo necessite de correção, podem ser utilizadas cal hidratada ou serragem.

**4º Passo PLANTIO DAS SEMENTES E MUDAS**

Cada turma terá seu canteiro para realizar o plantio de sementes e mudas que desejar.

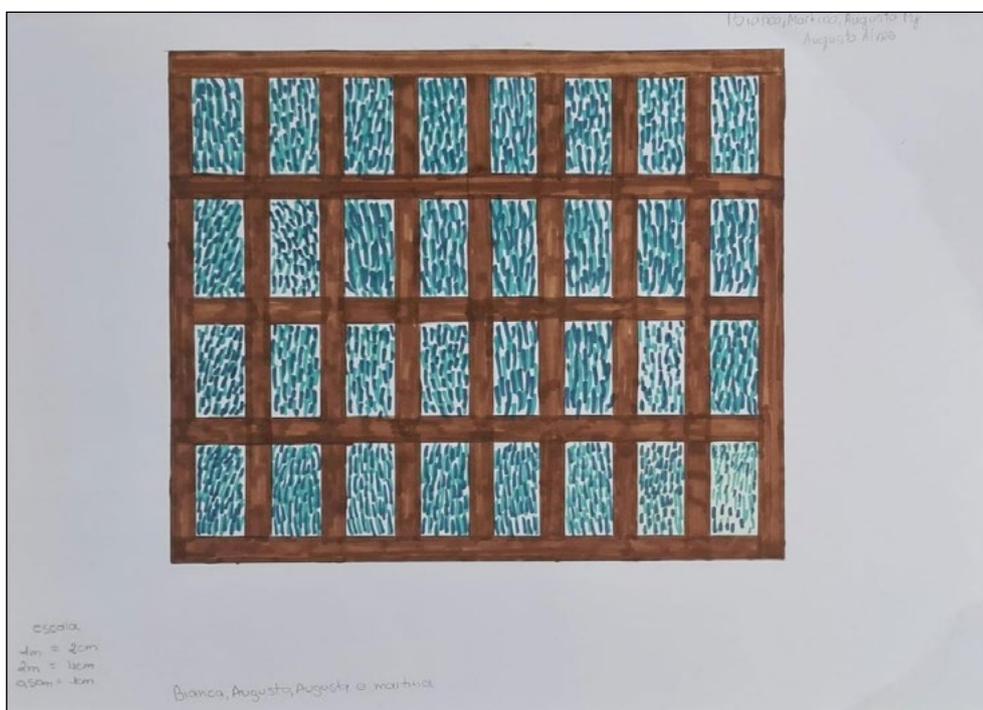
Fonte: Autores (2022)

No roteiro foi alterado a quantidade de canteiros, que passou a ser 32, para ter um canteiro para cada turma do colégio e as medidas destes foram padronizadas. Outra alteração realizada no planejamento foi a indicação do local da horta, pois os estudantes não possuem os conhecimentos, da área das Ciências Naturais, necessários para a escolha qualificada do local.

A indicação da troca de ano se deu em função dos professores entenderem que o 9º ano tem melhores condições de realizar as atividades envolvendo os conteúdos do projeto. Vale ressaltar que os conteúdos abordados no planejamento estão previstos na BNCC para serem retomados ao final do ensino fundamental.

Em vista disso, utilizamos as informações obtidas durante a execução do planejamento inicial e a partir das alterações propostas no replanejamento, realizaram dois ciclos da *Lesson Study*. Não foi necessário um novo replanejamento considerando que o objetivo proposto foi alcançado ao final da segunda execução como podemos observar nas imagens 13 e 14.

Imagem 13 – Croqui da planta da horta do Grupo 3 do 9º ano



Fonte: Autores (2022)

Imagem 14 – Transposição do croqui da planta da horta do Grupo 3 do 9º ano para o *software Sweet Home 3D*



Fonte: Autores (2022)

A partir do desenvolvimento destes dois ciclos, entendemos que a metodologia *Lesson Study* é capaz de promover a aprendizagem e a colaboração entre os professores. Segundo Merichelli e Curi (2016, p. 17), a metodologia

[...] tem sido apontada como capaz de incentivar a reflexão e a colaboração entre professores e promover a aprendizagem dos alunos, o desenvolvimento profissional e a melhoria dos planos de aula. Além disso, a seu favor pesam os fatos de ser baseada em evidências - já que professores avaliam os métodos de ensino que estão tentando desenvolver e usam a voz dos estudantes para analisar a qualidade do ensino.

Pensando nas potencialidades da *Lesson Study*, é necessário conhecer todas as etapas e aplicações que envolvem esse processo, para que os professores possam conduzir de forma eficaz o desenvolvimento dessa metodologia, que todos se atentem para as aulas planejadas, para a aprendizagem e dificuldades dos estudantes e que possam fazer uma avaliação minuciosa das práticas. Corroborando, Murata (2011), afirma que os professores que planejam e pesquisam colaborativamente uma aula, se apoiam na busca de objetivos propostos, dando assim mais sentido ao trabalho docente.

## CONCLUSÃO

A experiência de *Lesson Study* para um grupo de estudantes a fim de desenvolver competências na área de matemática, foi além dos objetivos propostos. Pois, desenvolveu as competências previstas, ampliou os conhecimentos e possibilitou situações que vão além dos limites de um componente curricular. Uma estratégia potente de aprendizagem que conseguiu mobilizar todos os envolvidos no processo.

Os resultados da execução da metodologia foram positivos. Os alunos conseguiram compreender conceitos matemáticos importantes, como a utilização de escalas e medidas

reais, de forma mais eficiente, bem como de perímetro e área através de atividades práticas e a utilização do *software Sweet Home 3D*. Além disso, a atividade permitiu que os estudantes desenvolvessem habilidades como trabalho em equipe, comunicação, resolução de problemas e criatividade.

Aumentou significativamente o engajamento dos estudantes com as propostas desenvolvidas pelo grupo colaborativo de professores. As interações entre eles, com os professores, o uso dos diferentes materiais e a participação em cada etapa, evidenciaram isso, como foi demonstrado por meio das falas e das imagens apresentadas.

E todo este movimento impacta as professoras, pois em seus planejamentos e reflexões em cada etapa da *Lesson Study*, constituíram um verdadeiro processo formativo. Essa experiência qualifica toda a ação docente, pois as suas aprendizagens podem ser transpostas a outros contextos e situações buscando a socialização com os demais professores.

Para a escola a experiência tem um impacto positivo, pois o engajamento dos estudantes e professores numa proposta como esta mobiliza aprendizagens em todos e isso reverbera na escola. Os demais grupos ficam atentos ao que está acontecendo e desejando fazer parte, questionando sobre a atividade. O projeto desenvolvido reflete também no grupo de docentes da escola, além de suscitar na direção o desejo de planejar uma formação mais ampla para professores na metodologia da *Lesson Study*.

Em resumo, a execução da *Lesson Study* no colégio Marista São Luís, no componente de Matemática, foi uma experiência enriquecedora para os alunos, os professores e a escola. A metodologia permitiu que os professores trabalhassem em conjunto, aprimorando suas práticas de ensino, e os alunos puderam utilizar os conceitos geométricos de forma mais significativa, desenvolvendo habilidades importantes para sua formação, contribuindo para a melhoria da escola por meio da qualificação da ação docente em novas metodologias, possibilitando novas e potentes aprendizagens.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma S. G.; ONUCHIC, Lourdes R., JAHN, Ana Paula. O computador no ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: reflexões sob a perspectiva da resolução de problemas. In: JAHN, Ana Paula; ALLEVATO, Norma S. G. **Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores**. Recife: SBEM, 2010, p. 206.

BEZERRA, Renata C.; MORELATTI, Maria R. Lesson study: discutindo o processo formativo da prática à prática. In: **Anais do XIII Congresso Nacional de Educação – EDUCERE**, 2017. Disponível em: <https://educere.pucpr.br/p1/anais.html>. Acesso em: 22 junho 2023.

BRASIL. MEC. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília, 2018, p. 296-312.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. **Investigação colaborativa: potencialidades e problemas**. In: GTI (org.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 43-55.

BOGDAM, R., & BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

CHIUMMO, Ana. O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do ensino fundamental. **Dissertação** (Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 1998, p. 37-38.

DIAS, Mônica Souto da Silva. **Um estudo da demonstração no contexto da licenciatura em matemática**: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009, p 49.

FERNANDEZ, C.; YOSHIDA M. **Lesson Study: A Japanese Approach to Improving Mathematics Teaching and Learning**. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2004.

JORGENSEN, D. L. **Participant observation: A methodology for human studies**. Newbury Park, CA: Sage, 1989.

LEWIS, Catherine; HURD, Jacqueline. **Lesson study step by step: how teacher learning communities improve instruction**. Portsmouth: Heinemann, 2011.

LORENZATO, Sérgio. Porque ensinar Geometria? **Educação A Matemática em Revista**. São Paulo, v. 3, n. 4, p. 1-64, 1995

MERICHELLI, Marco A. J.; CURI, Edda. Estudos de aula (“lesson study”) como metodologia de formação de professores lesson study as methodology for teacher training. **REnCiMa**, Edição Especial: Educação Matemática, v.7, n.4, p. 15-27, 2016. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/viewFile/1202/838>. Acesso em: 29 junho. 2023.

MURATA, A. Conceptual Overview of Lesson Study. In: HART, L. C.; ALSTON, A.; MURATA, A. Lesson Study **Research and Practice in Mathematics Education**. Atlanta/ EUA: Springer, 2011.

NETO, Rafael Vassallo. **Reflexões sobre aprendizagem significativa em geometria**. São Paulo: ENEM, 2016, p. 02.

SOTO GÓMEZ, E. PÉREZ GOMEZ, A. Lessons Studies: um viaje de ida y vuelta recreando el aprendizaje comprensivo. **Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado**. 83 (29.2), p. 15-28, 2015.

STIGLER, J.; HIEBERT, J. **The teaching gap: best ideas from the world’s teachers for improving education in the classroom**. New York: The Free Press, 1999.

UNIÃO MARISTA DO BRASIL **Projeto Educativo do Brasil Marista**: nosso jeito de conceber a Educação Básica. Brasília: UMBRASIL, 2010

VALENTE, José Armando. As tecnologias digitais e os diferentes letramentos. **Revista Pátio**, Porto Alegre, RS, v. 11, n. 44, 2008, p. 76.

ZULATTO, Rúbia Barcelos Amaral. **Professores de matemática que utilizam software de geometria dinâmica**: suas características e perspectivas. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, dccRio Claro (SP), 2002, p. 35.

# EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM USO DO APLICATIVO PHET

*Andréia Cristina Rodrigues Saldanha<sup>1</sup>*

*Claudia Lourenço da Lúz<sup>2</sup>*

*Daniel Meurer<sup>3</sup>*

*Fabiola Fridolina Griesang<sup>4</sup>*

*Ionice Dornelles Ferreira Tica<sup>5</sup>*

*Joseane da Cruz<sup>6</sup>*

*Magali Regina Weiler<sup>7</sup>*

*Teresinha Aparecida Faccio Padilha<sup>8</sup>*

A experiência docente dos autores com os processos de ensino e aprendizagem da álgebra nos anos finais do ensino fundamental, mais especificamente com as equações do 1º grau, os inquietou, visto a dificuldade observada nos alunos na compreensão e apropriação dos conceitos envolvidos. Deste modo, o grupo mobilizou-se na construção de uma sequência de atividades que pudesse favorecer a aprendizagem do referido conteúdo.

A proposta, aqui relatada, foi construída no âmbito de encontros organizados na perspectiva do estudo de aula, “um processo de desenvolvimento profissional de professores de cunho colaborativo e centrado na prática letiva” (PONTE, *et al.*, 2016, p. 311). Deste modo, após um planejamento coletivo, a proposta foi desenvolvida por parte dos professores junto a seus alunos com a observação dos demais colegas. Após, o grupo reuniu-se para refletir sobre os aspectos observados e possíveis adequações necessárias no planejamento, só então um novo grupo de professores utilizou o planejamento ajustado com um novo grupo de alunos. Na sequência, a prática pedagógica planejada e desenvolvida foi reavaliada e está sendo compartilhada aqui, não como um tutorial a ser seguido, mas como uma experiência que pode auxiliar ou inspirar outros colegas de profissão.

As atividades organizadas apoiam-se, em grande parte, nos recursos disponíveis no aplicativo PHET, que possui, dentre outras possibilidades, ferramentas flexíveis que permitem a visualização e a simulação das etapas resolutivas das equações do 1º grau que, quando mediadas adequadamente pelo professor, tem potencial para qualificar a aprendizagem. A proposta é, aqui organizada, em três momentos, o primeiro com as explorações iniciais que introduzem a linguagem algébrica, o segundo com vista à construção da equação do 1º grau e o terceiro com a resolução propriamente dita.

---

1 EMCMEF Cidade Nova.

2 EMEF Alfredo Scherer.

3 EMEF Coronel Thomaz Pereira.

4 EMEF Coronel Thomaz Pereira.

5 EMEF Dois Irmãos.

6 EMEF Coronel Thomaz Pereira.

7 EMEF José Duarte de Macedo.

8 EMEF Otto Gustavo Daniel Brands.

## Momento 1: Explorações iniciais

**Objetivos da aula:** compreender o princípio do equilíbrio utilizado na resolução da equação do 1º grau, bem como o uso da escrita algébrica para representar um valor desconhecido.

### Habilidades a serem desenvolvidas:

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

**Carga horária prevista:** 2h/aula de 45 minutos.

Discutir com o grupo o funcionamento da balança de dois pratos. Considerando que, possivelmente, os alunos não a conheçam, uma alternativa é levar um exemplar da balança para sala de aula, ou mesmo dispor de imagens impressas ou digitais. Solicitar que os alunos se organizem em duplas e, em casa, a partir de uma pesquisa, construam uma balança de dois pratos com materiais alternativos, após, devem, em aula, explicar o funcionamento dela. Se possível, experienciar com os alunos o uso de uma balança mecânica como a da Figura 1:

Figura 1 - Exemplo de balança mecânica



Fonte: Micheletti (2015).

Uma associação interessante que facilita a compreensão do princípio de funcionamento da balança de dois pratos, é a exemplificação da gangorra que tem funcionamento similar. Importante que os alunos entendam o princípio do equilíbrio que será transposto para a resolução das equações do 1º grau com uma incógnita posteriormente.

Cada dupla deve escolher alguns materiais para demonstrar o funcionamento da balança de dois pratos construída com os materiais alternativos. A partir deste manuseio, devem registrar em um quadro os experimentos e o resultado do equilíbrio ou não a partir dos objetos escolhidos para o teste:

Prato da esquerda	Prato da direita	Resultado

Após a exploração da balança construída, propor o jogo Batalha Algébrica. Para a realização do jogo a turma deve ser dividida em dois grandes grupos. Distribuir para cada grupo um conjunto de equações representadas com emojis. O primeiro grupo a jogar deve verbalizar a equação com o termo desconhecido e o grupo oponente, a partir destas informações, deve registrar a equação e descobrir o número oculto ali representado. Exemplo:

Grupo A: A partir da equação recebida: “🤩 . 2 - 4 = 6”, verbaliza. Pensamos num número, multiplicamos por 2, subtraímos 4 e obtemos 6. Qual é o número?”

Grupo B: A equação é assim expressa: “x . 2 - 4 = 6, e x= 5.”

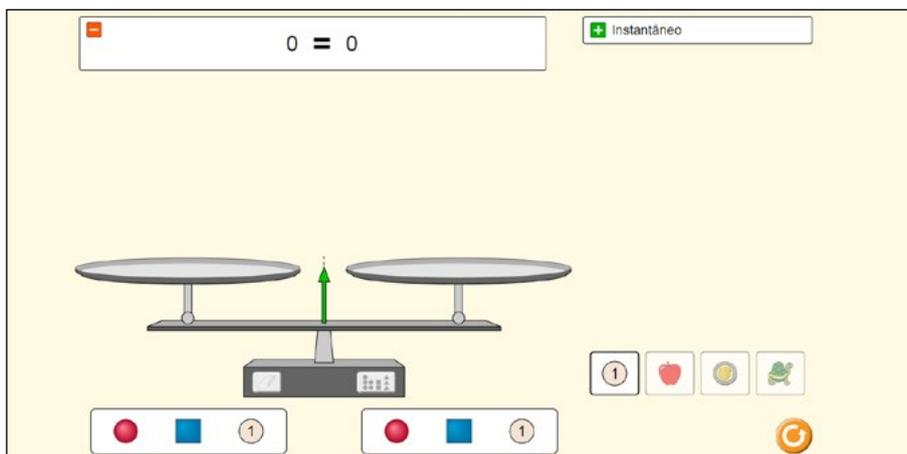
Atendendo ao registro adequado e ao número oculto correto, o grupo pontua e o jogo segue nesta mesma dinâmica. O objetivo é a introdução da linguagem algébrica para representar um número desconhecido.

Apresenta-se uma lista de equações, em caráter de sugestão, para utilização no jogo Batalha Algébrica:

a)  + 10 = 22	b)  - 5 = 13	c)  . 2 = 24
d)  + 13 = 42	e)  - 21 = 7	f) 15 +  = 45
g) 85 -  = 40	h)  : 3 = 7	i)  . 2 = 54
j)  : 5 = 18	k)  - 53 = 67	l)  - 15 = - 32
m)  . 8 = - 48	n)  + 80 = - 100	o)  - 18 = - 45
p)  - 85 = 16	q)  . 10 = - 50	r)  - 94 = 6
s)  - 23 = - 25	t)  - 6 = - 32	u)  + 16 = - 30
v)  + 17 = - 2	w)  - 10 = - 100	x)  - 3 = 0

Após a finalização do Jogo Batalha algébrica, solicitar que os alunos abram a aba “Básico” do aplicativo PHET([https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer-basics/latest/equality-explorer-basics\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer-basics/latest/equality-explorer-basics_pt_BR.html)) cuja interface é exemplificada com a Figura 2:

Figura 2 - Interface da aba Básico do PHET



Fonte: Dos autores (2023).

Inicialmente dispor de um tempo para o grupo manusear livremente os elementos da interface do aplicativo. Com o objetivo de que os alunos compreendam o funcionamento da balança do simulador, propor a atividade que segue.

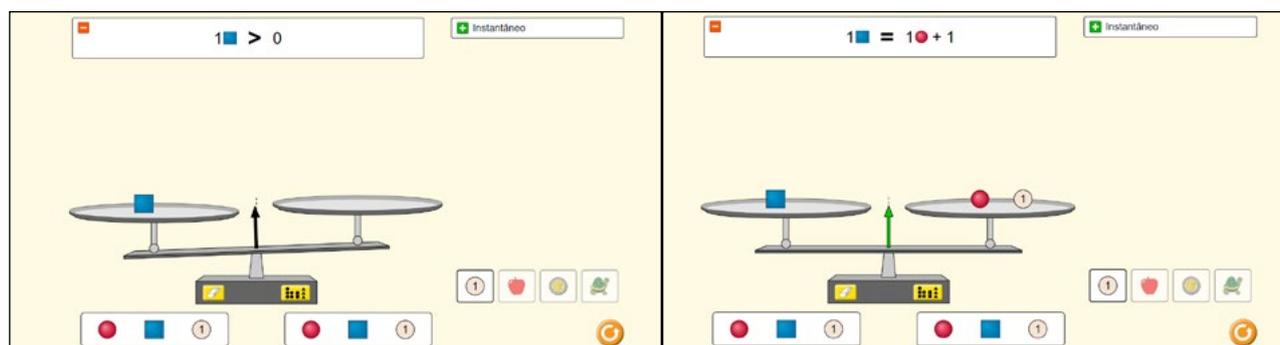
**Atividade independente 01:** Utilize o simulador para responder quem tem maior maior massa?

- a) A maçã ou o limão?
- b) O limão ou a laranja?
- c) O gato ou cachorro?
- d) O gato ou a tartaruga?
- e) A tartaruga ou o cachorro?

Discutir com os alunos como serão nomeados os elementos da interface do aplicativo, visto a representação, pois embora pareça com um quadrado, considerando a manipulação, dá a entender que trata-se de um cubo. Outro questionamento a ser realizado é em relação ao que parece ser uma esfera, indagar sobre o que aconteceria com o sólido geométrico se o colocássemos no prato da balança? Rolaria? Assim, embora, a dubiedade de compreensão, sugere-se acordar com a turma, que os dois elementos serão nomeados, ao longo do estudo com uso do aplicativo, como esfera e cubo.

Na sequência, para ampliar a compreensão do simulador, propor a realização de uma atividade de forma coletiva. Solicitar que coloquem no primeiro prato um cubo e descubram uma forma de voltar ao equilíbrio manipulando apenas os elementos no segundo prato da balança conforme exemplifica-se na Figura 3:

Figura 3 - Interface do PHET com o cubo



Fonte: Dos autores (2023).

Disponibilizar um tempo para que, em duplas, os alunos escrevam uma frase, ou pequeno parágrafo explicando como conseguiram o equilíbrio. Em seguida, instigar o grupo a utilizar a escrita algébrica da equação expressando os valores desconhecidos:

$$1 C = 1E + 1$$

Vale ressaltar que a inserção da linguagem algébrica pode não ser familiar aos alunos. Deste modo, atribuir significado a sua utilização é essencial, sendo a mediação oral do(a) professor(a) indispensável no processo. Outra alternativa que facilita é manter as operações entre os valores numéricos e as incógnitas, por exemplo, no caso de termos três cubos, poderíamos expressar usando  $3 \times c$ , ou então  $3.c$ . À medida que percebe-se que essa compreensão é tranquila, migra-se para uma escrita mais abreviada, ou seja, simplesmente  $3c$ .

Na sequência questionar possíveis “pesos” de cada elemento que validariam o equilíbrio. Por exemplo:

Se o cubo tivesse 2 u.m., para ser válido o equilíbrio a esfera deveria ter 1 u.m

Se o cubo tivesse 4 u.m., para ser válido o equilíbrio a esfera deveria ter 3 u.m

Se o cubo tivesse 7 u.m., para ser válido o equilíbrio a esfera deveria ter 6 u.m

Pedir que, em duplas, os alunos observem e descrevam a regularidade observada entre as massas da esfera e do cubo (sempre a massa da esfera será a massa do cubo menos 1). Disponibilizar tempo para que as duplas compartilhem as conclusões, contudo cabe a ressalva que é necessário que não se forneça respostas prontas, apenas problematizar a situação e propor perguntas que conduzam o aluno a reflexões e, em consequência, à conclusão almejada. Entende-se que fazer boas perguntas é essencial ao processo de ensino e aprendizagem.

**Atividade independente 02:** Em duplas, pedir que manuseiem os elementos disponíveis, como exemplificado na Figura 4, e descubram diferentes formas de equilíbrio para a balança, a exemplo do que foi feito com o cubo. Registrar como ficou o equilíbrio por meio de desenho e de linguagem algébrica. Deixar os alunos livres para escolha das letras que representarão as incógnitas. Organizar o momento de socialização e discussão dos resultados encontrados pelo grupo.

Figura 4 - Elementos de manipulação no PHET



Fonte: Dos autores (2023).

## Momento 2: construção da equação do 1º grau

**Objetivos da aula:** compreender a construção de uma equação e a verificação do valor numérico que satisfaça a igualdade.

**Habilidades a serem desenvolvidas:**

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma  $ax + b = c$ , fazendo uso das propriedades da igualdade.

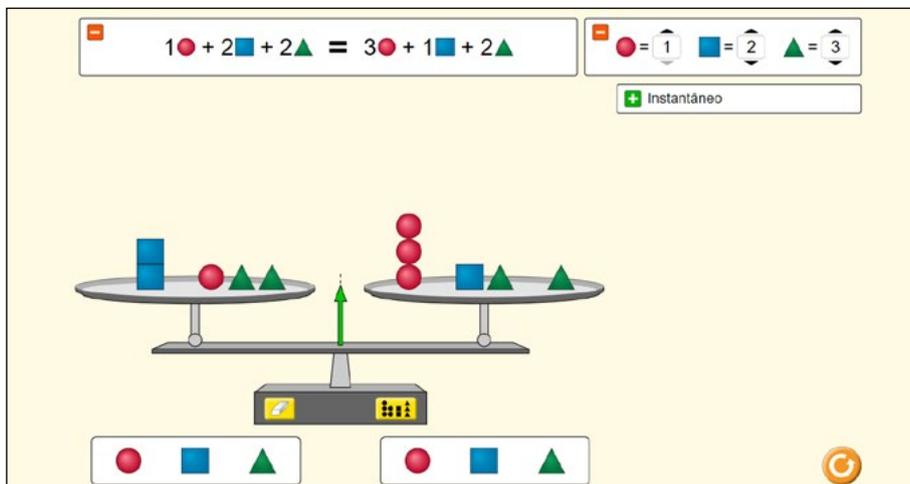
(EF07MA18RS-2) Descrever e solucionar problemas em linguagem algébrica, representados por equações polinomiais de 1º grau, fazendo uso das propriedades da igualdade.

**Carga horária prevista:** 2h/aula de 45 minutos

Solicitar que os alunos abram a aba “Lab” do simulador Phet e explorem os recursos lá disponíveis. De forma coletiva, definir valores numéricos aleatórios para cada um dos elementos da balança a exemplo da Figura 5:

Na sequência, juntos, encontrar uma forma de equilíbrio, registrando a equação e verificação da igualdade por meio da substituição dos valores numéricos.

Figura 5 - Aba “Lab” do Phet



Fonte: Dos autores (2023).

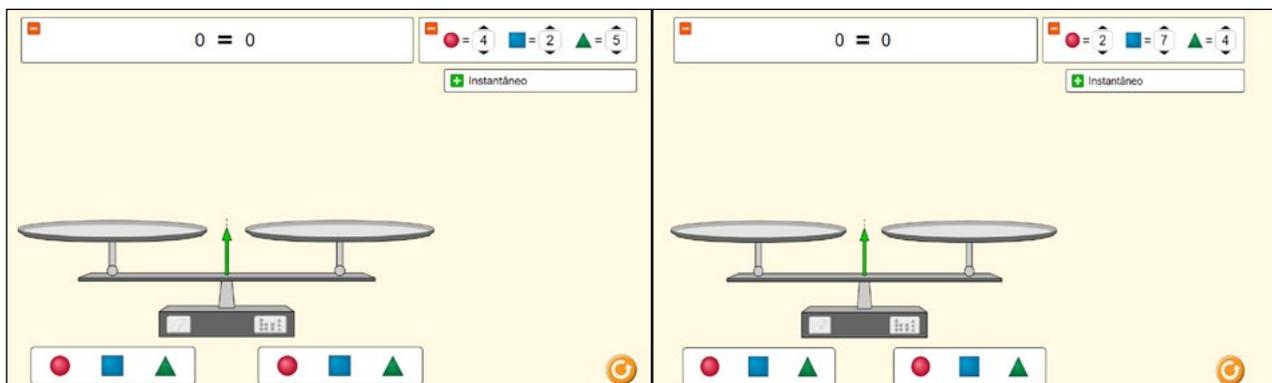
$$2C+1E+2T = 3E+1C+2T$$

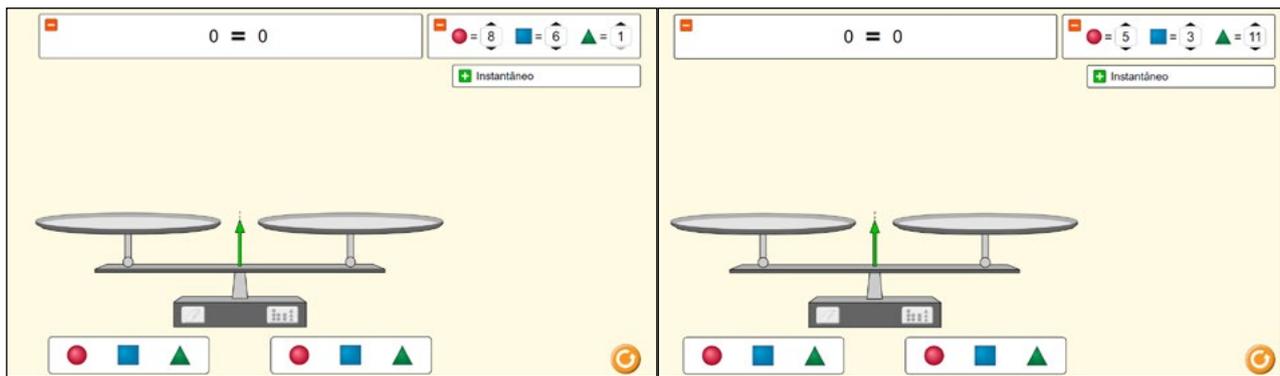
$$2.2+1.1+2.3=3.1+1.2+2.3$$

$$4+1+6=3+2+6$$

$$11=11$$

**Atividade independente 01:** Com o auxílio do aplicativo Phet, manusear os símbolos distribuindo-os nas balanças de modo a encontrar o equilíbrio para cada conjunto de valores atribuídos aos símbolos, após registrar a equação correspondente e a verificação da igualdade por meio da substituição dos valores numéricos.





### Momento 3: resolução da equação do 1º grau

**Objetivos da aula:** resolver a equação do 1º grau pelo princípio do equilíbrio

**Habilidades a serem desenvolvidas:**

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma  $ax + b = c$ , fazendo uso das propriedades da igualdade.

(EF07MA18RS-2) Descrever e solucionar problemas em linguagem algébrica, representados por equações polinomiais de 1º grau, fazendo uso das propriedades da igualdade.

(EF07MA18RS-3) Reconhecer e utilizar estratégias e procedimentos de resolução de problemas que envolvem equações de 1º grau, bem como analisar, interpretar e validar o resultado obtido, no contexto do problema.

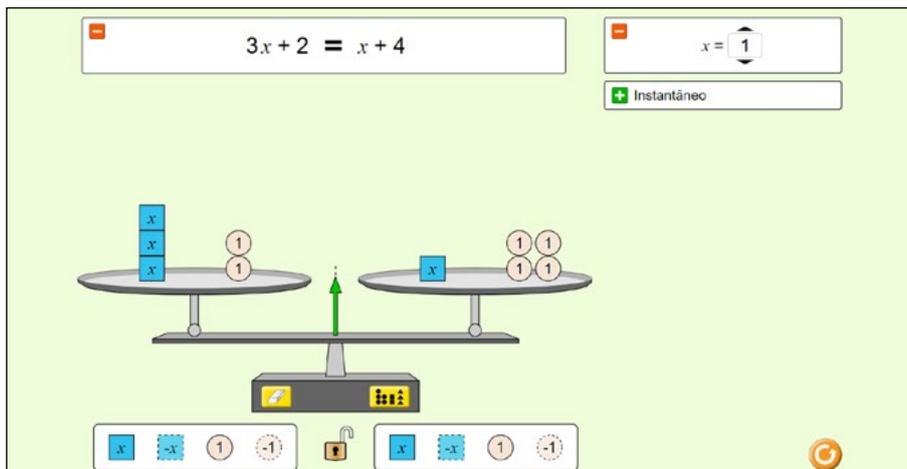
(EF07MA18RS-3) Reconhecer e utilizar estratégias e procedimentos de resolução de problemas que envolvem equações de 1º grau, bem como analisar, interpretar e validar o resultado obtido, no contexto do problema.

**Carga horária prevista:** 4h/aula de 45 minutos

Solicitar que os alunos abram a aba “básico” do link: [https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer/latest/equality-explorer\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer/latest/equality-explorer_pt_BR.html)

Coletivamente atribuir um valor numérico para a variável  $x$  e construir uma equação que satisfaça o equilíbrio, como exemplificado na Figura 6:

Figura 6 - Interface da aba básico do PHET



Fonte: Dos autores (2023).

Realizar o cálculo numérico que comprova a igualdade:

$$3x+2 = x + 4$$

$$3.1.+2.=.1+4$$

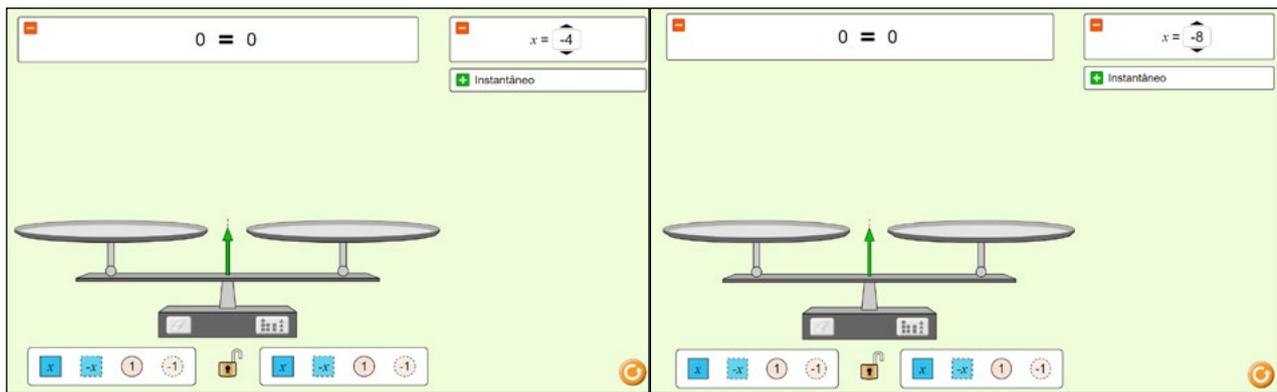
$$3+2 = 5$$

$$5 = 5$$

Solicitar que os alunos encontrem outras equações válidas para o valor número definido. Explorar as diferentes possibilidades no grande grupo.

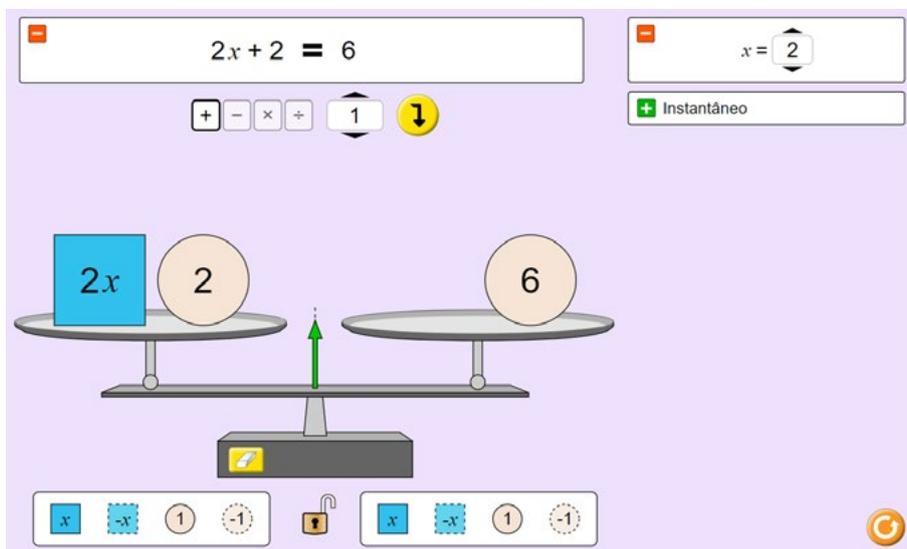
**Atividade independente 01:** Encontrar uma equação válida para os valores numéricos definidos e substituir o valor das incógnitas em cada equação comprovando a igualdade.





Abriu a aba “Operações” no simulador Phet e construir uma equação qualquer como exemplifica-se na Figura 7:

Figura 7 - Exemplo de equação construída no PHET



Fonte: Dos autores (2023).

Propor uma discussão coletiva sobre a resolução da equação pelo princípio do equilíbrio. Indagar os alunos se, caso, tivéssemos oculto o valor da incógnita, quais seriam os procedimentos para descobrir seu valor. É possível que os alunos verbalizem algo no sentido de: “Teríamos que descobrir qual valor que podemos colocar no lugar da letra  $x$  que satisfaça o equilíbrio”. Deste modo, seguir refletindo sobre os procedimentos de cálculo para encontrar o valor desconhecido. Assim, questionar sobre as operações inversas que anulariam a multiplicação e a soma, sempre salientando a necessidade que as operações sejam realizadas nos dois pratos da balança, ou seja, nos dois membros da equação, de modo a isolar a incógnita em um dos lados da igualdade. Importante ainda problematizar com o grupo qual a ordem mais adequada para desfazer as operações. Paralelo a resolução no simulador realizar coletivamente o passo a passo com o registro coletivo das etapas resolutivas da equação, conforme exemplifica-se:

Dada a equação:  $2x + 2 = 6$

$2x + 2 - 2 = 6 - 2$ , desfazemos a soma usando a subtração nos dois membros da equação, assim teremos:

$$2x = 4$$

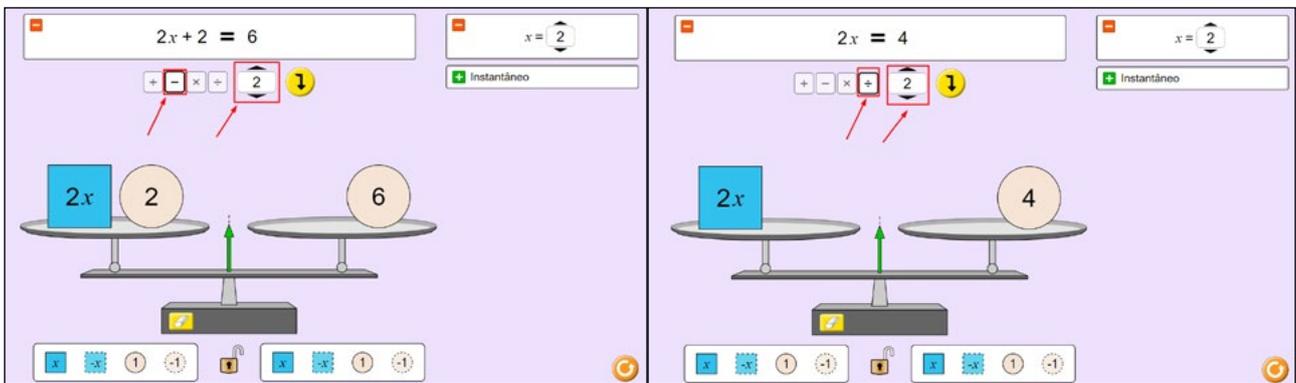
Para isolar o  $x$  precisamos “desfazer” a multiplicação por 2, assim a divisão é realizada nos dois membros:

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}, \text{ assim temos:}$$

$$x = 2$$

No aplicativo utiliza-se os ícones das operações e escolhe-se o valor numérico associado. Na sequência clica-se no ícone que executa a operação, a flecha amarela, conforme Figura 8.

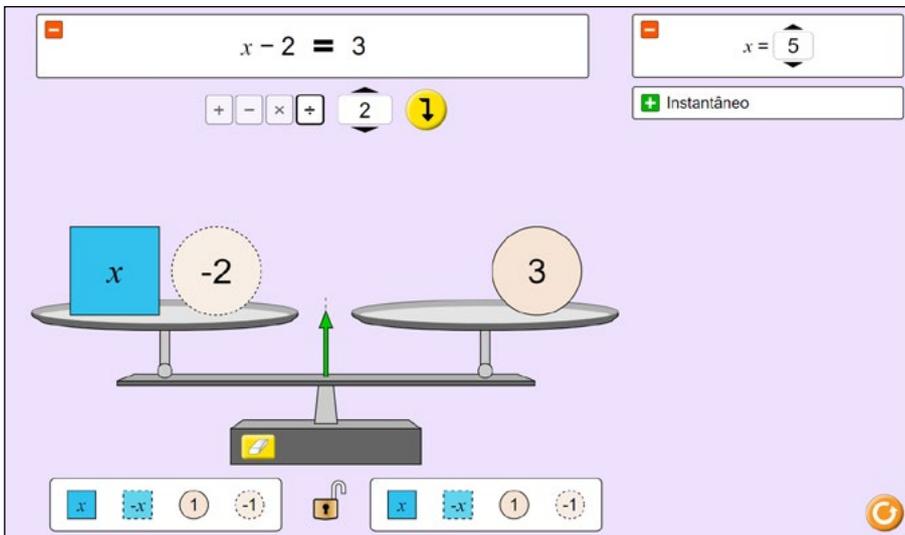
Figura 8 - Interface do PHET



Fonte: Dos autores (2023).

De modo similar explorar equações que recorram às diferentes operações matemáticas. Na Figura 9 um exemplo de equação que explora a soma:

Figura 9 - Interface do PHET com a equação construída



Fonte: Dos autores (2023).

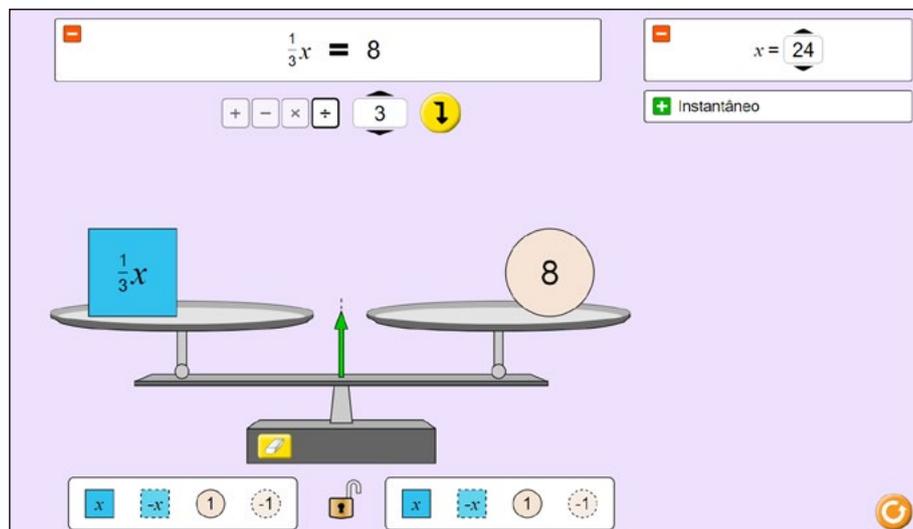
$x - 2 = 3$  desfazemos a subtração usando a soma nos dois membros da equação, assim teremos:

$$x - 2 + 2 = 3 + 2$$

$$x = 5$$

Na Figura 10, o exemplo de uma equação que utiliza a divisão:

Figura 10 - Interface com o exemplo da equação



Fonte: Dos autores (2023).

$\frac{1x}{3} = 8$  desfazemos a divisão usando a multiplicação nos dois membros da equação, assim teremos:

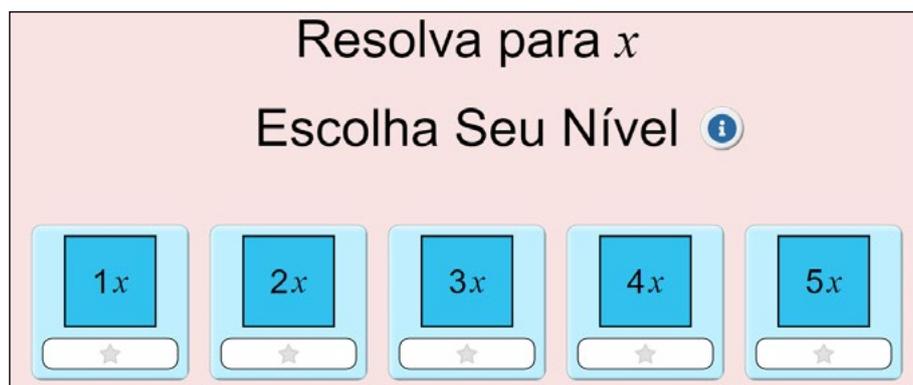
$$\frac{1x}{3} \cdot 3 = 8 \cdot 3$$

$$x = 24$$

**Atividade independente 02:** Criar no simulador 4 equações e, a exemplo das explorações anteriores, resolver e registrar o passo a passo.

**Atividade independente 03:** Resolver as equações propostas na aba “Resolva” (FIGURA 11) do simulador, registrando o passo do equilíbrio.

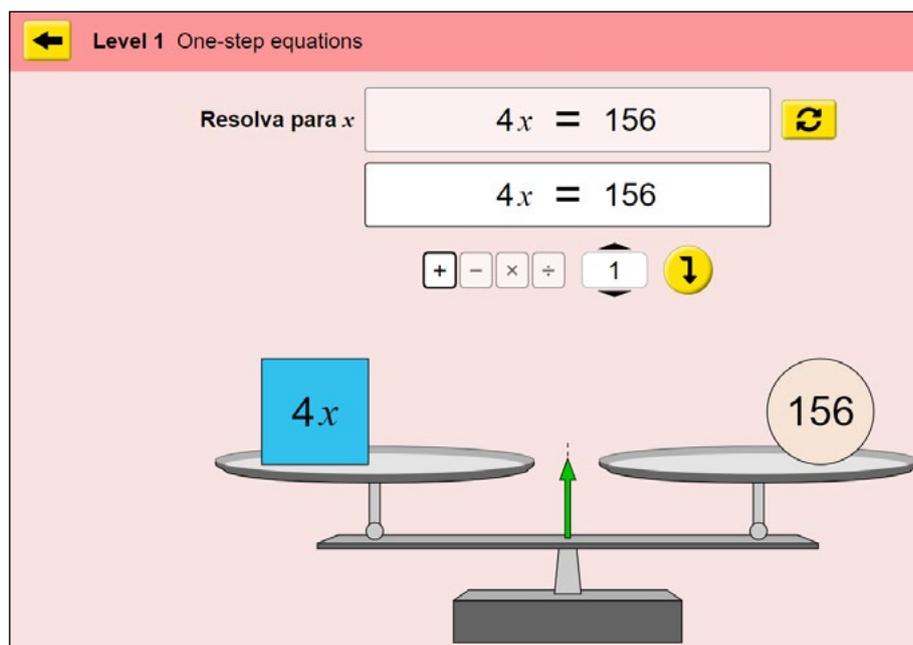
Figura 11 - Níveis da aba “Resolva”



Fonte: Dos autores (2023).

Em cada um dos níveis o simulador muda o grau de dificuldade. O nível 1, conforme Figura 12, apresenta equações que necessitam desfazer apenas uma das operações de adição, subtração, multiplicação ou divisão.

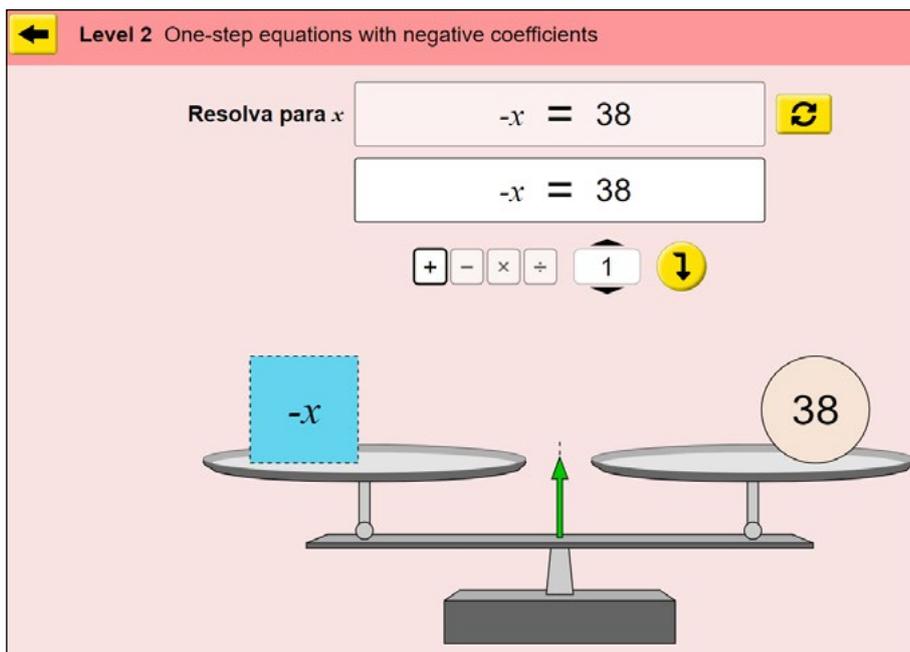
Figura 12 - Nível 1 da aba “Resolva”



Fonte: Dos autores (2023).

O nível 2, conforme Figura 13, apresenta equações ainda envolvendo apenas uma das operações, adição, subtração, multiplicação ou divisão, contudo o coeficiente da variável  $x$  sempre é um número negativo. Outro diferencial apresentado pelo nível 2 é a variável  $x$  aparecer, em alguns casos, no segundo membro, desmistificando a necessidade de realizar o isolamento no primeiro membro.

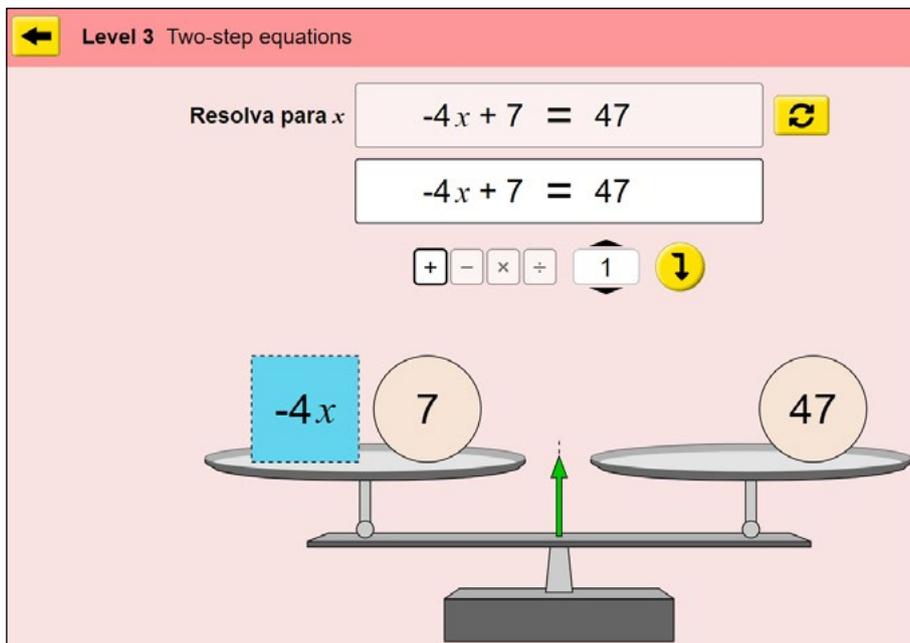
Figura 13 - Nível 2 da aba “Resolva”



Fonte: Dos autores (2023).

O nível 3, conforme Figura 14, já envolve duas operações em uma única equação exigindo que o processo de desfazê-las aconteça em duas etapas. Neste momento é importante propor ao grupo a discussão sobre qual operação é a mais indicada para iniciar a resolução.

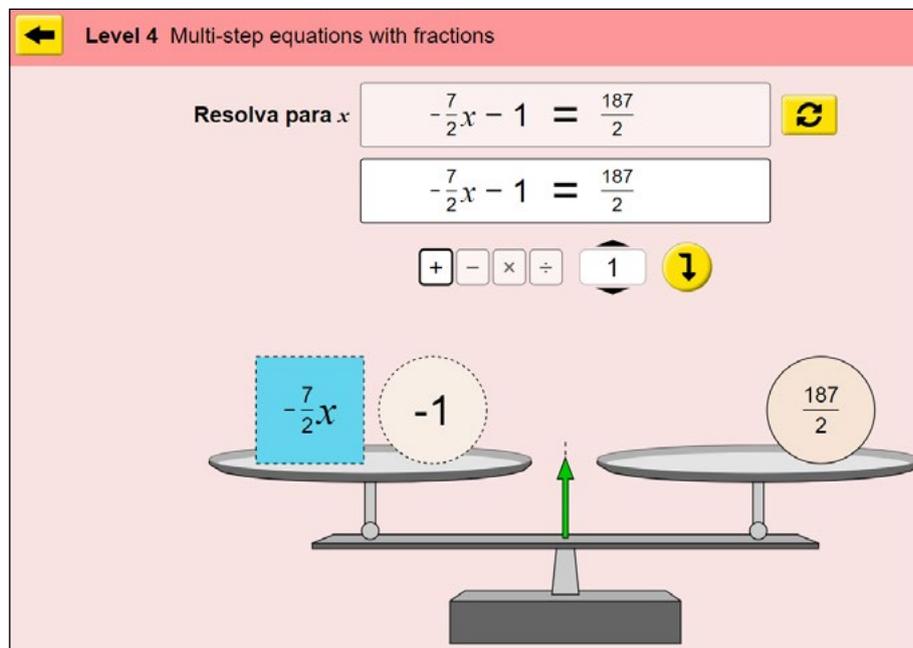
Figura 14 - Nível 3 da “Resolva”



Fonte: Dos autores (2023).

O nível 4, conforme Figura 15, envolve também duas operações em uma única equação exigindo que o processo de desfazê-las aconteça em duas etapas. O diferencial é que neste nível inclui-se as frações nos dois membros. Aqui resalta-se com os alunos que a fração expressa a divisão e que para desfazê-la é necessário utilizar a multiplicação, operação inversa.

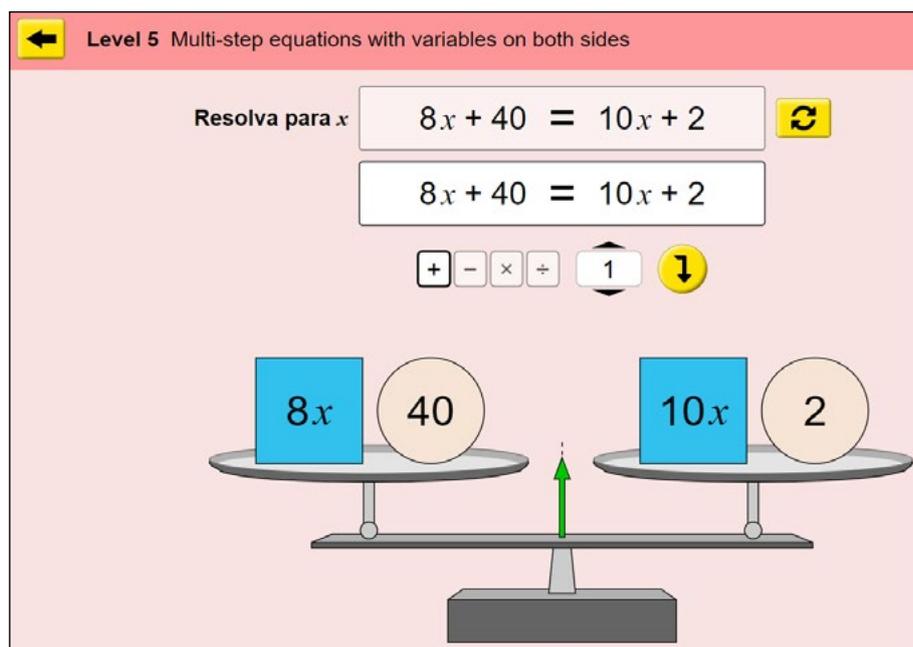
Figura 15 - Nível 4 da aba “Resolva”



Fonte: Dos autores (2023).

O nível 5, conforme Figura 16, apresenta equações em que se faz necessário múltiplos passos de resolução com variáveis nos dois membros. Cabe discutir com os alunos que é escolha deles em qual dos dois membros eles vão isolar a incógnita para descobrir o seu valor numérico. Definido isso, inicia-se a resolução.

Figura 16 - Nível 5 da aba “Resolva”



Fonte: Dos autores (2023).

Cabe salientar que durante a resolução das equações é importante a interferência do professor com questionamentos que indaguem os alunos sobre as estratégias de resolução adotadas. Quanto ao tempo estimado para cada um dos três momentos, pontua-se que ele pode ser adequado ao ritmo e a realidade de cada turma, pois trata-se apenas de uma sugestão. Além disso, a medida que os alunos forem sentindo-se seguros e compreenderem as etapas de resolução, é interessante incentivá-los a registrarem o equilíbrio em apenas um dos membros da equação, como exemplifica-se:

$$2x + 3 = 13$$

$$2x = 13 - 3$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2}$$

$$x = 5$$

Embora não contempladas nesta sequência de atividades, sugere-se que, na continuidade do estudo das equações de 1º grau, sejam exploradas situações problemas que contextualizem, em situações do cotidiano, o uso das equações.

## Referências

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa; PEREIRA, Joana Mata; BAPTISTA, Mónica Baptista. O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 868 - 891, dez. 2016.

Tipos de balança. Micheletti balanças. 2015. Disponível em: <https://www.balancasmicheletti.com.br/publicacoes/tipos-de-balancas/>. Acesso em: 24.07.2023.

# SISTEMA SOL-TERRA-LUA: ATIVIDADES PRÁTICAS COM MODELOS TRIDIMENSIONAIS PARA EXPLORAR FASES DA LUA E ECLIPSES<sup>1</sup>

Andréia Spessatto De Maman<sup>2</sup>

Sônia Elisa Marchi Gonzatti<sup>3</sup>

## 1 Razões para ensinar Astronomia na Escola Básica

A Astronomia é uma das ciências mais antigas, estudada desde tempos remotos pelo homem. Essa área científica se dedica ao estudo dos corpos celestes, como estrelas, planetas, galáxias e a própria Lua. Do ponto de vista do ensino, diferentes argumentos justificam sua inserção nas práticas e currículos. Em primeiro lugar, a Astronomia é reconhecida como uma ciência cativante, encantadora e interdisciplinar, seja de forma tácita, informal, seja nos trabalhos científicos que abordam Educação em Astronomia em diferentes contextos (LONGHINI, 2014; LANGHI; NARDI; 2009; 2012; 2014; CARNEIRO; LONGHINI, 2015; IACHEL, 2023).

Em segundo lugar, sua relevância é inegável, pois proporciona um entendimento mais profundo de diversos fenômenos observáveis no universo, além de estabelecer conexões diretas com o nosso cotidiano e entre diferentes áreas de conhecimento (LANGHI; NARDI, 2014; JAFELICE, 2010). A presença desta ciência nos currículos também é antiga, pois os indígenas já transmitiam entre as gerações conhecimentos sobre astronomia (AFONSO, 2009; JAFELICE, 2010). Desde então, esse é um tema que está presente no currículo brasileiro em diferentes épocas e sob diferentes abordagens (LEITE *et al.*, 2014; IACHEL, 2023).

Outra razão que pode ser evocada é a crescente presença de temas de Astronomia nos currículos escolares, impulsionada principalmente desde a década de 1970, quando a primeira tese em educação em Astronomia é defendida no Brasil (IACHEL, 2023).

Em geral, conhecimentos astronômicos são trabalhados em componentes curriculares como Geografia, Ciências Biológicas e, em nível médio, em Física ou Biologia. Na nova organização curricular vigente no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), os objetos de conhecimento desta ciência estão distribuídos ao longo de todo o ensino fundamental, na área de Ciências da Natureza, na Unidade Temática Terra e Universo. Temas ligados à astronomia observacional, por exemplo, aparecem na BNCC desde os Anos Iniciais e progridem em grau de complexidade ao longo dos Anos Finais.

Prosseguindo, o caráter motivacional é um dos argumentos muito evocados no que diz respeito a incluir Astronomia nos currículos. Em efeito, as experiências de contemplação do céu em espaços formais, não formais ou informais, como planetários, observatórios, oficinas, é uma experiência de fruição e contemplação sobre nossas origens,

1 Créditos da imagem da Lua utilizada no plano de fundo: Mário de Andrade, Colinas/RS, voluntário do Projeto de Extensão do Planetário Univates.

2 Universidade do Vale do Taquari – Univates.

3 Universidade do Vale do Taquari – Univates.

instigando curiosidades, indagações e aprendizagens sobre questões multifacetadas que ainda permanecem um mistério para a ciência,

Conteúdos de astronomia causam uma forte repercussão na psique humana. [...] Por um lado, por apresentarem dimensões que extrapolam nossa imaginação e, por outro, por nos remeterem a um passado longínquo (ancestralidade) e mesmo a nossa própria origem, contida na origem do universo (MEDEIROS, 2010, p.184).

Em relação aos temas sugeridos pela BNCC (BRASIL, 2018), o estudo dos fenômenos ligados ao sistema Sol-Terra-Lua, incluindo fenômenos cíclicos como estações, calendários, movimento aparente diurno e anual do Sol, fases e eclipses lunares, formação de sombras, entre outros, também são contemplados ao longo dos diferentes anos de escolarização do ensino fundamental. Em seus primeiros anos escolares, as crianças são convidadas a observar a Lua e outros elementos celestes, despertando sua curiosidade e percepção sobre o espaço sideral.

Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, a abordagem da Lua na BNCC se torna mais detalhada, incluindo conceitos como as fases lunares, as influências gravitacionais e a relação da Lua com as marés. Nesse estágio, os estudantes são incentivados a entender a movimentação dos corpos celestes e sua importância para a organização do nosso planeta. Portanto, as atividades sugeridas neste texto podem ser adaptadas em nível de complexidade e aprofundamento para os diferentes níveis de escolarização.

Por último, o Ensino de Astronomia pode ser impulsionado em diferentes espaços, formais ou não formais. Estas interações impulsionam novas experiências, em que as atividades não formais, em geral, complementam, enriquecem ou até mesmo preenchem lacunas relativas a recursos e estratégias nem sempre acessíveis nos espaços escolares (GONZATTI; DE MAMAN, 2023).

## 2 Finalidade deste Produto Educacional

Este texto apresenta um Produto Educacional, na forma de um material didático-instrucional cuja finalidade é sugerir estratégias e atividades com ênfase em atividades práticas e simulações para o estudo de objetos de conhecimento ligados às fases da Lua e Eclipses. As atividades desenvolvidas pelo projeto priorizam a utilização de modelos tridimensionais e a prática da astronomia observacional, pois são considerados recursos eficazes para compreender os conceitos básicos dessa ciência (LEITE; HOSOUIME, 2007; LONGHINI, 2014; DE MAMAN *et al.*, 2018).

As atividades são propostas na forma de oficinas, por sua ênfase prática e interativa. Ainda assim, podem ser replicadas em diferentes contextos e articuladas a outras estratégias que os professores já utilizam. Outro aspecto a destacar é que a oficina apresentada neste texto é resultado das atividades de extensão desenvolvidas no âmbito do projeto “Planetário Univates: divulgação científica e Astronomia ao alcance de todos”, em atividade desde 2014. No QR code ao lado, os interessados podem acessar mais informações sobre as atividades oferecidas no projeto.



<https://www.univates.br/extensao/projetos-de-extensao/planetario-univates-divulgacao-cientifica-e-astronomia-ao-alcance-de-todos>

Assim, o objetivo deste material é contribuir com a prática docente e fomentar a inclusão da astronomia na sala de aula no que diz respeito ao ensino de objetos de

conhecimento ligados à compreensão das interações do sistema Sol-Terra-Lua, com ênfase nas fases lunares e eclipses (lunares e solares). Também é utilizado um planetário virtual, o *Stellarium*, que simula o céu em diferentes datas, horários e latitudes.

Quanto aos diferentes níveis de ensino, as atividades propostas podem ser adaptadas para várias faixas etárias, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, variando o grau de profundidade e complexidade dos conceitos abordados e, sobretudo, a linguagem utilizada.

### 3 A Lua

A Lua, único satélite natural da Terra, tem intrigado e cativado a curiosidade humana ao longo dos tempos mais remotos. As antigas civilizações buscavam explicações diversas para entender os percursos do Sol e da Lua no céu. Eles atribuíam a esses corpos celestes ações divinas, personificando-os como deuses e deusas que controlavam elementos naturais, tais como chuvas, tempestades, incêndios e inundações. Essa crença estava profundamente enraizada nas culturas de todo o mundo, resultando em associações da Lua com diversas divindades presentes nas mitologias dos cinco continentes. Um exemplo disso é a origem do nome “Lua”, que deriva do latim “Luna”, referente à deusa romana associada à deusa grega Selene, que personificava a Lua (HERMANN; FAVARO; 2020).

Ainda, no que se refere a cultura, os povos indígenas, seus conhecimentos astronômicos empíricos, associados à biodiversidade local, foram suficientes para a sobrevivência em sociedade de um povo ao longo da história. Para Afonso (2009), os indígenas observavam os movimentos aparentes do Sol para determinar, o meio dia solar, os pontos cardeais e as estações do ano utilizando o gnômon, um dos mais simples e antigos instrumentos de Astronomia. Além da orientação geográfica, os indígenas associavam as estações do ano e as fases da Lua com o seu local, para determinar o plantio e a colheita de seus alimentos, além do controle natural das pragas. Segundo Afonso (2009), para eles a melhor época para a caça, o plantio e o corte de madeira, é perto da lua nova, pois perto da lua cheia os animais se tornam mais agitados devido ao aumento de luminosidade.

Ao longo da história a Lua desperta encanto e curiosidades nas pessoas, porém a compreensão de seus fenômenos como suas fases e os eclipses ainda é motivo de dificuldades conceituais ou interpretações equivocadas de como estes fenômenos ocorrem. Nesta perspectiva é que a oficina “Fases da Lua e eclipses” foi estruturada dentro do Projeto de Extensão, como objetivo de auxiliar estudantes e professores na compreensão dos movimentos realizados pela Lua, suas fases e como ocorrem os eclipses, também as atividades estão embasadas nas habilidades da BNCC como referência para o ensino de Astronomia na Educação Básica.

#### Para saber mais

Professor(a),

Diferentes informações sobre as características da lua e sobre as principais missões espaciais que já estudaram nosso satélite podem ser acessadas no site do Departamento de Astronomia da UFRGS, por meio do QR code:



<http://astro.if.ufrgs.br/lua/lua2.htm>

#### 4 Desenvolvimento da oficina

Iniciamos apresentando os materiais necessários para a atividade prática (Figura 1).

- Uma bola de isopor de 15 cm de diâmetro, para representar a Terra;
- Uma bola de isopor de 2,5 cm de diâmetro para representar a Lua;
- Uma lâmpada ou lanterna para representar o sol;
- Um palito de churrasco para representar o eixo de inclinação da Terra;
- Canetinhas coloridas para decorar;
- Isopor para servir como base para a Terra;
- Extensão elétrica;
- Transferidor

Figura 1 - Materiais sugeridos para a realização da atividade prática



Fonte: das autoras (2023).

Sugere-se que as crianças sejam organizadas em grupos de três a quatro integrantes. Primeiramente são disponibilizadas esferas de isopor e as canetas coloridas, para que representem, com a esfera, o planeta Terra. Neste momento são realizados questionamentos a respeito do que é possível e pertinente representar na superfície do globo, tais como linhas imaginárias, como os trópicos de Câncer e de Capricórnio, círculos polares, linha do Equador, entre outras. Após concluírem a montagem da Terra, são colocados os palitos de churrasco, que representam o eixo de rotação, o qual é fixado na base de isopor com um ângulo de inclinação de  $23,5^\circ$  em relação à base de apoio.

Em seguida, sobre uma mesa, ou no chão, utilizando uma lâmpada que representa o Sol, a Terra é posicionada pelos grupos, sendo a parte iluminada representada pelo dia e a parte não iluminada pela noite. Em seguida, eles recebem a bola de isopor de 2,5 cm de

diâmetro para ser suspensa em um fio, ou presa em um palito de churrasco, para representar a Lua. Salienta-se que as medidas das bolas de isopor e da lâmpada não estão em escala real. Na bola que representa a Lua, metade da bolinha pode ser pintada de canetinha, o que representa o lado (face) que nunca é visto aqui da Terra, popularmente conhecido como “lado escuro” da Lua, ou ainda, *dark side*.

Na sequência os grupos posicionam a Lua de forma a simular suas posições orbitais em torno da Terra, como ilustrado na Figura 2.

Figura 2 - Modelo tridimensional do sistema Sol-Terra-Lua e a ocorrência de fases lunares



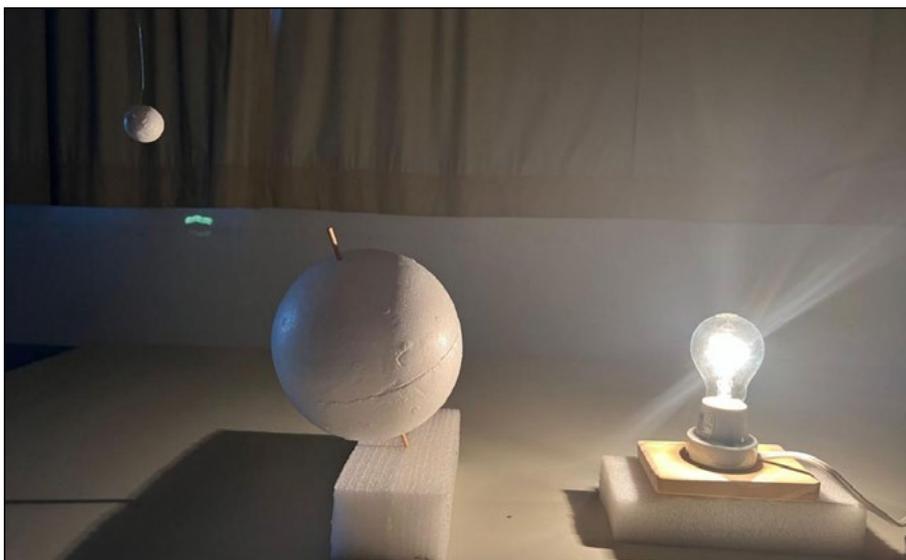
Fonte: das autoras (2023).

Neste momento, é essencial que sejam realizados questionamentos de forma a problematizar o motivo pelo qual não é todas as noites que vemos a Lua no céu.

Quanto tempo dura cada uma de suas fases e como a Lua fica iluminada em cada uma delas? Porque não vemos o outro lado da Lua? Qual é a fase representada em cada posição que a Lua foi colocada? Como é a iluminação da Lua em cada fase, vista de um observador aqui na Terra? Porque não temos um eclipse todo mês? Além de outras dúvidas e perguntas que surgem, pois neste momento é possível visualizar a iluminação em cada uma das fases, fato que facilita a compreensão do conceito.

A Figura 3 mostra como devemos posicionar a esfera que representa a Lua a fim de demonstrar suas fases, neste caso a fase de Lua cheia.

Figura 3 - Posição da Lua em relação ao Sol e à Terra em sua fase Cheia



Fonte: das autoras (2023).

Com a esfera que representa a Lua é possível mostrar o movimento real dela, e identificar suas fases, bem como a compreensão de que não é possível ter eclipses todo mês.

Esta atividade pode ser adaptada e utilizada também para explorar outros conceitos de astronomia como a ocorrência das estações do ano e dias e noites (De Maman *et al.*, 2018).

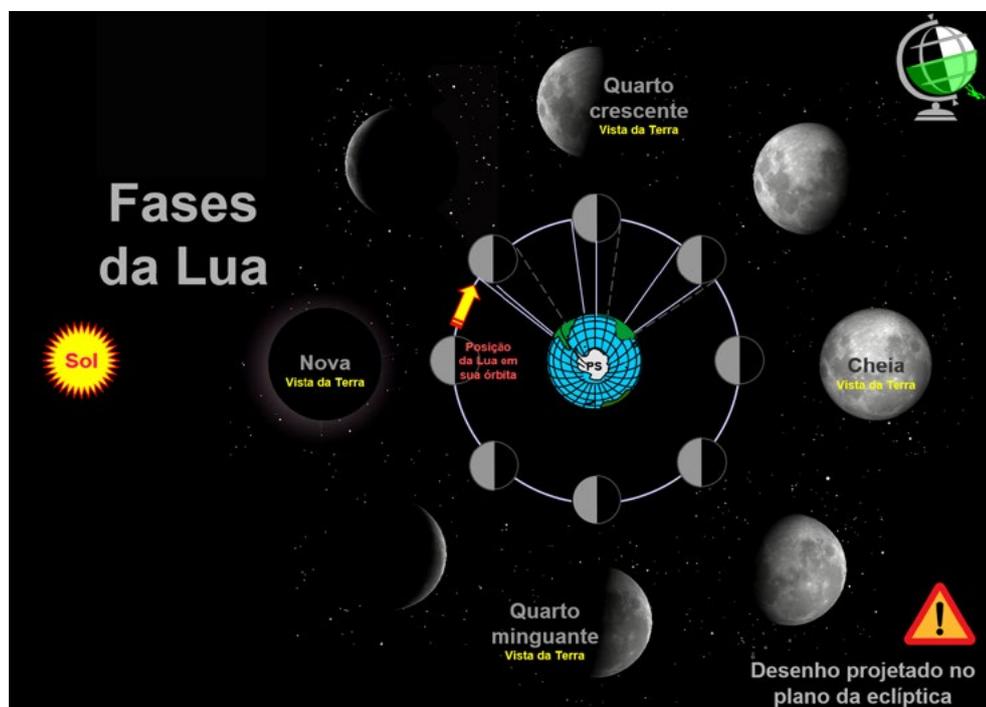
## 5 As fases da Lua

Durante a oficina também são destacados movimentos relativos dos astros, em especial, a posição da Terra, Lua e Sol para auxiliar na compreensão dos fenômenos que se está abordando. No que se refere aos movimentos da Terra, deve-se considerar que a mesma realiza uma revolução em torno do Sol, ao longo do ano, enquanto ao mesmo tempo realiza uma revolução em torno de si mesma em 24 horas. Quanto à Lua, seu movimento de revolução em torno da Terra é de aproximadamente 29,5 dias, o que faz com que esse seja o tempo médio para que as fases da Lua passem a se repetir. Portanto, ao mesmo tempo que a Lua orbita a Terra, a Terra está orbitando o Sol, fazendo com que o Sistema Terra-Lua se mova em relação ao Sol.

No que se refere às fases da Lua para um observador situado na Terra, a Lua será vista em diferentes posições relativas em relação ao Sol e, por isso, é possível ver a Lua tanto de dia quanto de noite. Além disso, metade da esfera lunar sempre está iluminada pelo Sol e a outra metade não. No entanto, um observador aqui na Terra consegue ver no máximo metade da esfera lunar iluminada (quando ela está no dia de ingresso na fase cheia). Da cheia para a minguante, a cada dia que passa, vai diminuindo a porção iluminada da Lua que é visível a partir da Terra. Quando chega o dia de Quarto Minguante, segue-se tendo metade da Lua iluminada pelo Sol, mas um observador situado na Terra vê apenas  $\frac{1}{4}$  da esfera lunar iluminada. O mesmo vale para o Quarto Crescente, só que do dia de Lua Nova até o dia de Quarto Crescente a parte iluminada

aumenta continuamente, como pode ser observado na Figura 4, na qual são ilustradas as fases da Lua vistas de um observador na Terra.

Figura 4 - Fases da Lua na perspectiva de um observador situado na Terra



Fonte: Boscko, 2013.

Nesta perspectiva, um observador situado na superfície da Terra verá a Lua cheia nascer no horizonte no quadrante Leste, enquanto o Sol se põe no quadrante Oeste. Portanto, Lua e Sol estão em direções opostas, e a metade iluminada da Lua é visível para os observadores situados na parte da Terra em que é noite. Um erro comum de acontecer, entre estudantes, ao tentar diferenciar dias e noites é afirmar que “é dia quando o Sol está no céu e é noite quando a Lua está no céu” (LANGHI; NARDI, 2009; 2012). Atentem que, na fase de Lua nova, é possível observar a Lua no céu durante o dia e na fase Quarto crescente e Quarto minguante, a Lua fica visível no céu diurno em torno de 6 horas. Portanto, temos Lua visível também durante o dia. Sua visibilidade durante o dia é menor pois o brilho do Sol é mais intenso do que sua luz refletida pela Lua, o que a torna menos visível que a noite, quando é um dos astros mais brilhantes do céu, dependendo de sua fase.

Aqui da Terra, um observador sempre verá a mesma face da Lua devido a um fenômeno chamado “rotação síncrona”. Isso ocorre porque a Lua leva aproximadamente o mesmo tempo para completar uma volta ao redor da Terra (órbita) quanto leva para girar uma vez em torno de seu próprio eixo. Como resultado, uma das faces da Lua está permanentemente voltada para a Terra, enquanto a outra face (a “face oculta”) não é visível daqui. Esse processo de sincronização gravitacional ao longo de bilhões de anos é o que faz com que a mesma face da Lua esteja sempre voltada para nós. Na sequência é apresentado o Quadro 1 com as características de cada uma das fases da Lua.

Quadro 1 - Características das fases do ciclo lunar

	Nova	Quarto-crescente	Cheia	Quarto-minguante
Posição vistos da Terra	Lua e Sol estão na mesma direção. A face visível da Lua não recebe luz do Sol	Lua e Sol, vistos da Terra, estão separados de 90°	Lua e Sol, vistos da Terra, estão em direções opostas, separados de 180°, ou 12h	Lua está a oeste do Sol, que ilumina seu lado voltado para o leste
Horários	A Lua nasce ≈ 6h e se põe ≈ 18h	Lua nasce ≈ meio-dia e se põe ≈ meia-noite	Lua nasce ≈ 18h e se põe ≈ 6h do dia seguinte.	Lua nasce ≈ meia-noite e se põe ≈ meio-dia
% iluminado visto da Terra	Zero, pois a face visível da Lua, não recebe luz do Sol, pois ambos estão na mesma direção	25%, e a Lua tem a forma de um semicírculo com a parte convexa voltada para o oeste	100% da face visível está iluminada. Lua e Sol, vistos da Terra, estão em direções opostas, separados de aproximadamente 180°, ou 12h	25%, a Lua tem a forma de um semicírculo com a convexidade apontando para o leste

Fonte: das autoras (2023)

As fases da Lua, vistas de forma apenas teórica torna-se muito abstrata, por isso destaca-se a importância de empregar modelos tridimensionais, como esferas de isopor com diferentes tamanhos e uma fonte luminosa (por exemplo, a lanterna de dispositivos móveis), para uma melhor compreensão dos movimentos interligados do Sol, da Terra e da Lua que resultam no fenômeno das fases lunares.

## 6 Sobre os eclipses lunares e solares

Um eclipse é um fenômeno astronômico que ocorre quando um corpo celeste, como um planeta ou uma lua, passa pela sombra de outro corpo celeste ou é obscurecido por ele. No contexto terrestre, falamos principalmente de eclipses solares e lunares.

Um eclipse solar ocorre quando a Lua passa entre a Terra e o Sol, bloqueando parte ou a totalidade da luz solar. Isso resulta em uma sombra projetada na Terra, criando uma escuridão temporária durante o dia. Dependendo da posição da Lua em relação ao Sol e à Terra, um eclipse solar pode ser total, parcial ou anular. Já um eclipse lunar ocorre quando a Terra fica entre o Sol e a Lua, fazendo com que a Terra projete uma sombra sobre a Lua. Isso ocorre durante a fase da Lua Cheia. Da mesma forma que nos eclipses solares, os eclipses lunares também podem ser classificados em três tipos: total, parcial e penumbral.

No estudo dos eclipses, sugere-se explorar aspectos ligados à propagação da luz, bem como sobre corpos luminosos e iluminados (temas que também aparecem na BNCC). A formação de sombras ocorre devido a interceptação dos raios de luz de uma fonte luminosa por um corpo opaco. Portanto, uma sombra é uma região de uma superfície que é total ou parcialmente bloqueada pela presença de um objeto opaco que impede a passagem da luz. Em termos simples, é a região onde a luz não consegue chegar devido à presença de um obstáculo. A formação de sombras é um resultado natural da interação

### Para saber mais

Professor(a),

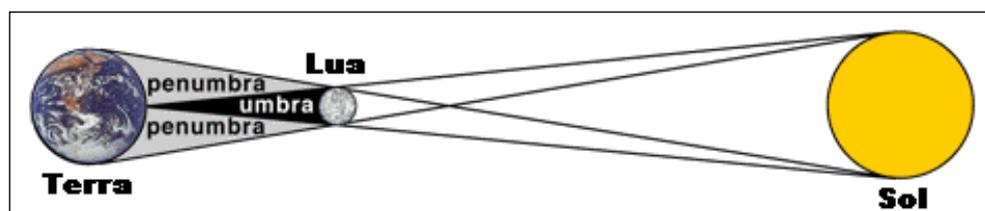
No link disponível no QR code, você pode acessar um calendário das fases da Lua, no qual você pode selecionar o mês e o ano e analisar a fase da lua em cada data:



<https://www.spaceweatherlive.com/pt/calendario-de-fases-da-lua/2023/9.html>

entre fontes de luz, objetos e superfícies que interceptam a trajetória da luz. A natureza e o tamanho da sombra variam dependendo da direção, intensidade e posição da fonte de luz, bem como das características do objeto que está bloqueando a luz. Visando definir com mais rigor esse ponto, a sombra de um corpo extenso pode ser dividida em duas regiões: umbra e penumbra, que ajudarão a compreender a ocorrência de eclipses. Segundo Oliveira e Saraiva (2004), umbra é a região da sombra que não recebe luz de nenhum ponto da fonte e penumbra é a região da sombra que recebe luz de alguns pontos da fonte conforme Figura 5:

Figura 5 - Geometria da sombra de um corpo extenso

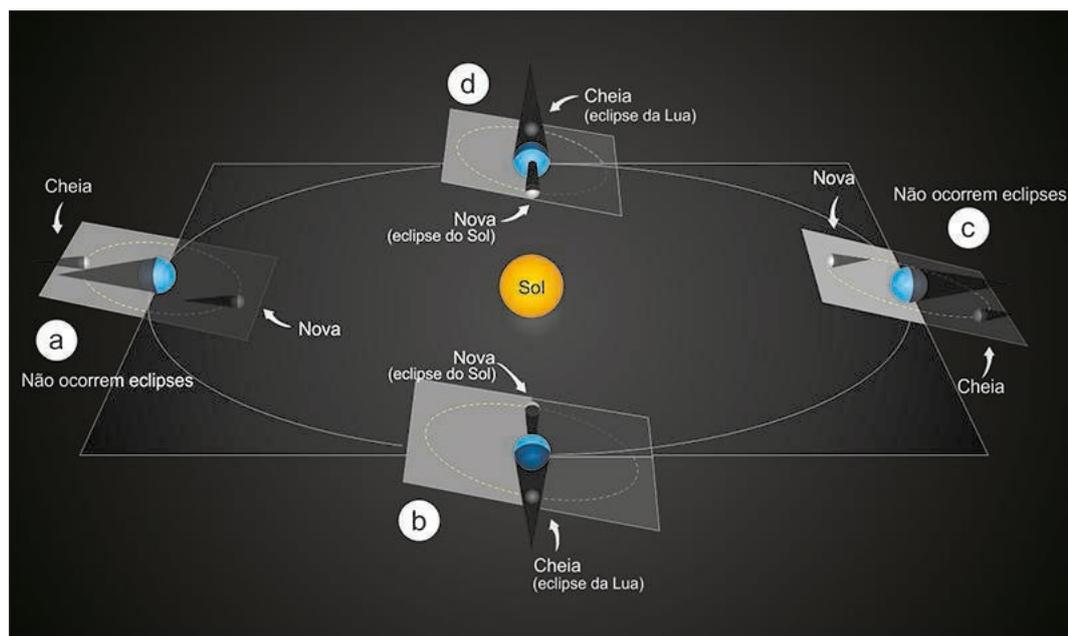


Fonte: <http://astro.if.ufrgs.br/eclipses/eclipse.htm>

A penumbra é a parte externa e mais clara da sombra da Terra. Quando a Lua entra na penumbra, ocorre um escurecimento parcial e sutil de sua superfície. Esse estágio é conhecido como a penumbra lunar. A umbra é a parte interna e mais escura da sombra da Terra. Quando a Lua entra na umbra, ocorre um escurecimento mais pronunciado. Dependendo da posição da Lua em relação à umbra, o eclipse lunar pode ser total, parcial ou penumbral. É importante lembrar que a ocorrência de eclipses não é tão frequente devido às inclinações orbitais e à geometria específica dos três corpos celestes (Sol, Terra e Lua). Eles podem ocorrer em diferentes partes do mundo e, às vezes, podem ser vistos apenas de certas regiões, dependendo da posição relativa dos corpos celestes e da localização geográfica do observador.

Neste sentido, embora que a Lua complete uma revolução em torno da Terra a cada 29,5 dias, e que a cada 14 dias (na lua nova e na lua cheia) não temos um eclipse solar e um lunar, respectivamente, porque a órbita da Lua em torno da Terra é levemente inclinada, conforme mostra a Figura 6. Isso significa que a Lua, o Sol e a Terra não estão sempre no mesmo plano enquanto a Lua realiza sua revolução. Ainda, é preciso notar que só é possível que ocorram eclipses na fase de Lua Cheia ou de Lua Nova, pois nesse caso os três astros estão ao longo de uma mesma linha. Além de alinhados, devem estar no mesmo plano, o que não ocorre sempre. Essa linha é chamada de linha dos nodos, os quais representam os pontos em que o plano orbital da Lua intercepta o plano orbital da Terra em torno do Sol (pontos b ou d da Figura 6).

Figura 6 - Planos orbitais da Terra em torno do Sol e da Lua em torno da Terra



Fonte: <http://astro.if.ufrgs.br/eclipses/eclipse.htm>

No que se refere ao eclipse solar, este acontece quando a Lua fica entre a Terra e o Sol, bloqueando parte ou a totalidade da luz solar. Isso ocorre durante a fase da Lua Nova. O eclipse solar total ocorre quando a Lua cobre completamente o disco solar, deixando apenas a coroa solar visível. Isso acontece quando a Lua está na distância certa da Terra para que seu tamanho aparente seja praticamente igual ao do Sol. No caso do eclipse solar parcial, apenas uma parte do Sol é obscurecida pela Lua. Isso acontece quando a Lua não está perfeitamente alinhada com o centro do Sol. E no eclipse solar anular a Lua está mais distante da Terra em sua órbita elíptica, o que faz com que sua aparência seja menor do que a do Sol. Isso resulta em um “anel de fogo” ao redor da Lua, pois parte do disco solar permanece visível ao redor da Lua.

O eclipse solar causa mais curiosidade e interesse nas pessoas, que o lunar. Talvez pelo fato de ocorrer durante o dia, momento mais favorável à sua observação, além disso é mais raro de ser observado, pois o cone de sombra projetado pela Lua sobre a Terra é menor que o da Terra quando temos um eclipse lunar. Além disso, o eclipse solar ocorre apenas em algumas regiões, sendo estas muitas vezes difíceis de serem observadas, como o mar, por exemplo.

## 7 Atividades com o planetário virtual *Stellarium*

Outro recurso que pode ser utilizado durante a oficina, além de material concreto, para auxiliar na compreensão dos conceitos, é o uso do software *Stellarium*<sup>4</sup>. Ele é de acesso gratuito e de fácil manipulação, o que facilita sua exploração posterior pelos professores e estudantes participantes das oficinas.

<sup>4</sup> Software que oferece uma simulação interativa do céu. <https://stellarium.org/pt/>

Por meio dele é possível escolher a localização espacial, avançar ou voltar no tempo, permitindo acompanhar o movimento dos astros, como o Sol e a Lua em qualquer data ou horário, inclusive em momentos especiais como um eclipse (veja QR code ao lado).

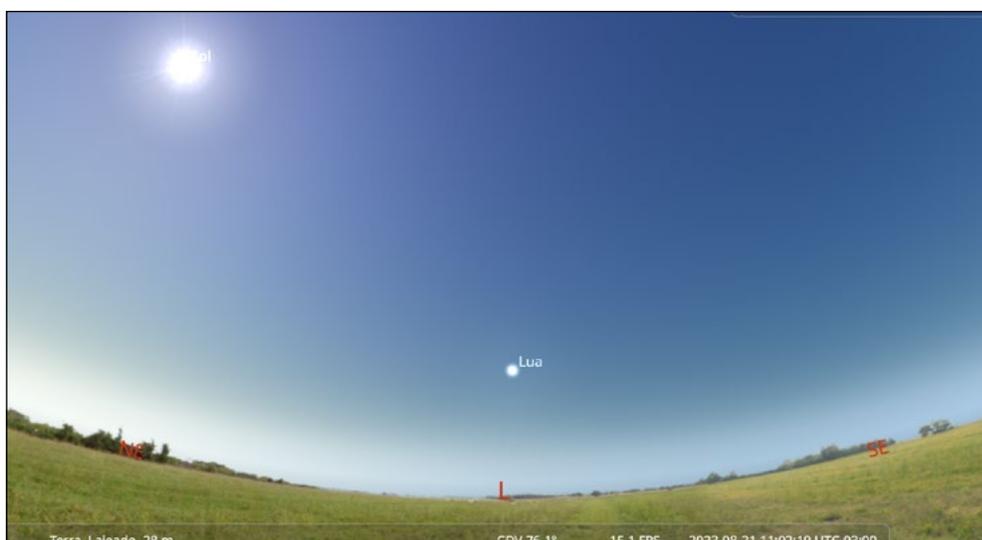


<https://www.youtube.com/watch?v=LnuTEXnexGM>

O vídeo simula o eclipse solar que ocorreu em 03 de novembro de 1994, sob a perspectiva de um observador na cidade de Lajeado, na região Sul do Brasil (Sol e Lua estão sobrepostos na imagem, e a Lua, na fase nova, interceptou totalmente a luz solar).

Outro aspecto que o software auxilia é na compreensão no movimento da Lua. Nele pode-se mudar as datas e perceber que a Lua nasce a cada dia aproximadamente 50 minutos mais tarde que no dia anterior. Também pode-se mostrar que a Lua está visível durante o dia, como é demonstrado na Figura 8.

Figura 7 - Imagem da Lua e do Sol visíveis no céu, em 21/ago/2023, Lajeado/RS



Fonte: Stellarium (2023).

Na Figura 7, observa-se a Lua em sua fase crescente, visível na manhã de um dia de inverno para o Hemisfério Sul, na data de 21 de agosto de 2023, às 11h e 02 min. Além do software, outros aplicativos também são úteis para a localização espacial e identificação de astros no céu, bem como informações de suas características como o Sky, ou a Lua, disponíveis de forma gratuita na rede.

## 8 Considerações Finais

Nosso intuito, com este produto educacional, é que ele seja uma referência e que possa ser colocado em prática e adaptado em diferentes contextos escolares. Especialmente, incentivamos o estudo de fenômenos astronômicos que podem ser explorados usando o céu como um laboratório. Especialmente, desejamos que estudantes e professores tenham experiências de fruição e contemplação do céu, em geral, e da Lua, em especial, tema deste material.

E que os professores compreendam que a astronomia vai muito além de livros e teorias, ela precisa ser observada. Leite e Hosoume (2007) já afirmavam que a compreensão

de conteúdos de Astronomia exige conhecimentos espaciais, isto é, o estabelecimento de relações no espaço tridimensional, seja em termos de profundidade, seja em termos de distâncias e tamanhos relativos. Portanto o começo pode ser observando nosso satélite natural, contemplar sua beleza e perceber suas características a cada dia que passa. Bons estudos!

## Referências

AFONSO, Germano Bruno. Astronomia indígena. **Reunião anual da SBPC**, v. 61, p. 1-5, 2009.

CARNEIRO, Dalila Lúcia Cunha Maradei; LONGHINI, Marcos Daniel. Divulgação Científica: as representações sociais de pesquisadores brasileiros que atuam no campo da Astronomia. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia - RELEA**, n.20, p.7-35, 2015.

DE MAMAN, Andréia Spessatto *et al.* Oficina sobre fenômenos astronômicos do dia a dia-atividades para a educação básica. In: GONZATTI, Sônia Elisa Marchi; HERBER, Jane (org). **Articulações possíveis entre ensino e extensão: experiências pedagógicas do projeto Redes Interdisciplinares**. Lajeado: Editora da Univates, 2018, p.16-27. Disponível em: <https://www.univates.br/editora-univates/publicacao/248>. Acesso em 20 ago 2023.

GONZATTI, Sônia Elisa Marchi; DE MAMAN; Andréia Spessatto. Experiências de divulgação científica e Ensino de Astronomia: confluências entre ensino e extensão. In: BARTELMEBS, Roberta Chiesa; IACHEL, Gustavo (org). **Educação em Astronomia: reflexões e práticas formativas**. Local: UFFS Editora, 2022, p. 175-196. Disponível em: [https://www-mgm.uffs.edu.br/institucional/reitoria/editora-uffs/educacao\\_em\\_astronomia\\_reflexoes\\_e\\_praticas\\_formativas](https://www-mgm.uffs.edu.br/institucional/reitoria/editora-uffs/educacao_em_astronomia_reflexoes_e_praticas_formativas). Acesso em julho/2023.

HERRMANN, Cristina Wedderhoff; FAVARO, Jorge Luiz. **Conhecimento tradicional e agroecologia: influência da Lua nas atividades agrícolas**. Jorge Luiz Favaro Marquiana de Freitas Vilas Boas Gomes Fernanda Keiko Ikuta, v. 91, 2020.

IACHEL, Gustavo. A gênese e a consolidação do campo científico da Educação em Astronomia no Brasil. In: BARTELMEBS, Roberta Chiesa; IACHEL, Gustavo (org). **Educação em Astronomia: reflexões e práticas formativas**. Local: UFFS Editora, 2022, p. 14-29. Disponível em: [https://www-mgm.uffs.edu.br/institucional/reitoria/editora-uffs/educacao\\_em\\_astronomia\\_reflexoes\\_e\\_praticas\\_formativas](https://www-mgm.uffs.edu.br/institucional/reitoria/editora-uffs/educacao_em_astronomia_reflexoes_e_praticas_formativas). Acesso em jul 2023.

JAFELICE, Luiz Carlos (ORG). **Astronomia, educação e cultura: abordagens transdisciplinares para os vários níveis de ensino**. Natal, RN: EDUFRRN, 2010, 430p.

LANGHI, Rodolfo; NARDI, Roberto. Educação em Astronomia no Brasil: alguns recortes. **Simpósio Nacional de Ensino de Física**, v. 18, p. 13, 2009.

LANGHI, Rodolfo; NARDI, Roberto. **Educação em Astronomia: repensando a formação de professores**. São Paulo: Escritoras editoras, 2012.

LANGHI; Rodolfo; NARDI, Roberto. Justificativas para o ensino de Astronomia: o que dizem os pesquisadores brasileiros? **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v.14, n.3, 2014.

LONGHINI, Marcos Daniel. (org.) **Ensino de Astronomia na escola**. Campinas, SP: Editora Átomo, 2014. 447p.

LEITE, Cristina; HOSOUME, Yassuko. Os professores de ciências e suas formas de pensar a astronomia. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**, n. 4, p. 47-68, 2007.

LEITE, Cristina *et al.* O ensino de astronomia no Brasil colonial, os programas do Colégio Pedro II, os Parâmetros Curriculares Nacionais e a formação de professores. In: Matsuura, Oscar (org.). **História da astronomia no Brasil**, v. 1, p. 544-586, 2014.

MEDEIROS, Luiziânia A. L. de. Cosmoeducação: uma abordagem transdisciplinar no ensino de astronomia. In: JAFELICE, Luiz Carlos (ORG). **Astronomia, educação e cultura: abordagens transdisciplinares para os vários níveis de ensino**. Natal, RN: EDUFRN, 2010, p. 147-212.

OLIVEIRA, Kepler de Souza; SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **Astronomia e Astrofísica**. Rio Grande do Sul: Livraria da Física, 2004.



**UNIVATES**

R. Avelino Talini, 171 | Bairro Universitário | Lajeado | RS | Brasil  
CEP 95914.014 | Cx. Postal 155 | Fone: (51) 3714.7000  
[www.univates.br](http://www.univates.br) | 0800 7 07 08 09