EXPERIÊNCIAS PEDAGÓGICAS NO ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS NA ESCOLA BÁSICA EM DISTINTOS CONTEXTOS

Ieda Maria Giongo, Márcia Jussara Hepp Rehfeldt, Marli Teresinha Quartieri
(Organizadoras)

Apoio:

CNPq
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

FAPERGS
Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul

UNIVATES

Ieda Maria Giongo
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
Marli Teresinha Quartieri
(Organizadoras)

Experiências pedagógicas no ensino de Ciências Exatas na Escola Básica em distintos contextos

1ª edição

EDITORA UNIVATES

Lajeado/RS, 2025

Universidade do Vale do Taquari - Univates
Reitora: Profa. Ma. Evania Schneider
Vice-Reitora: Profa. Dra. Cíntia Agostini
Pró-Reitor de Ensino e Extensão: Prof. Dr. Tiago Weizenmann
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação: Prof. Dr. Luis Fernando Saraiva Macedo Timmers

EDITORA
UNIVATES

Editora Univates
Coordenação: Vagner Zarpellon
Editoração: Marlon Alceu Cristófoli
Foto da capa: Marli Teresinha Quartieri

Avelino Talini, 171 – Bairro Universitário – Lajeado – RS, Brasil
Fone: (51) 3714-7024 / Fone: (51) 3714-7000, R.: 5984
editora@univates.br / http://www.univates.br/editora

E96

Experiências pedagógicas no ensino de Ciências Exatas na Escola Básica em distintos contextos [recurso eletrônico] / Ieda Maria Giongo, Márcia Jussara Hepp Rehfeldt, Marli Teresinha Quartieri (org.) – Lajeado: Editora Univates, 2025.

Disponível em: www.univates.br/editora-univates/publicacao/461
ISBN 978-85-8167-356-1

1. Educação. 2. Práticas de ensino. 3. Educação básica. 4. Ciências exatas. I. Giongo, Ieda Maria. II. Rehfeldt, Márcia Jussara Hepp. III. Quartieri, Marli Teresinha. IV. Título.

CDU: 371.3:5

Catalogação na publicação (CIP) – Biblioteca Univates
Bibliotecária Gigliola Casagrande – CRB 10/2798

Apresentação

O e-book *Experiências pedagógicas no ensino de Ciências Exatas na Escola Básica em distintos contextos* reúne produções de docentes e pesquisadores que produzem reflexões sobre processos de ensino e de aprendizagem em variados contextos educacionais. Suas experiências vividas em escolas de educação básica e de investigações desenvolvidas em programas de pós-graduação expressam o fortalecimento do binômio teoria e prática sem, contudo, privilegiar um em detrimento de outro. Assim, ecoam na presente obra, problematizações que dão visibilidade ao ensino de Ciências Exatas numa perspectiva em que coexistem o fazer pedagógico e a produção científica.

Nesse sentido, os capítulos da primeira parte do livro discutem a formação e o desenvolvimento de atividades investigativas, o uso de materiais manipuláveis, as intersecções entre etnomatemática e formação docente, bem como as práticas de ensino que emergem das necessidades formativas e dos contextos culturais em que se inserem. Na segunda, os textos exploram produtos educacionais que traduzem essas reflexões em propostas pedagógicas concretas, voltadas ao ensino da matemática na escola básica. As sequências de atividades que compõem essa seção evidenciam o potencial criativo de professores-pesquisadores comprometidos com a aprendizagem de seus estudantes.

Aqui cabem três ressalvas: A primeira considera que, por reunir textos de autoras e autores de diferentes países, optou-se por manter as particularidades linguísticas e normas acadêmicas próprias de cada contexto. Assim, preservam-se as variantes da língua portuguesa e espanhola, bem como as escolhas estilísticas e referenciais adotadas por cada autor(a), respeitando as diferenças culturais e acadêmicas que caracterizam o conjunto da coletânea. A segunda evidencia que os capítulos relativos às propostas pedagógicas concretas resultaram de produtos educacionais que foram validados por ocasião das bancas de defesa de teses e dissertações. Por fim, é imprescindível expressar os agradecimentos dos integrantes do Grupo de Pesquisa Práticas, Ensino e Currículos (PEC/CNPq/Univates), inicialmente, à Universidade do Vale do Taquari - Univates, pela concessão das horas de pesquisa que têm possibilitado, dentre outros, espaço e tempo de investigação, estudo e a consequente parceria com pesquisadores estrangeiros. Também é importante agradecer à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo auxílio financeiro às pesquisas e, em especial, com a edição da presente obra.

Esperando que todas e todos possam dialogar com a obra,

As organizadoras
Ieda Maria Giongo
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
Marli Teresinha Quartieri

Sumário

PARTE I

Reflexões sobre experiências docentes

Perspectivas sobre o ensino por investigação nas Ciências da Natureza: atividade observacional sobre sombras com turmas de Ensino Fundamental

Mariângela Barbon[1]
Sônia Elisa Marchi Gonzatti[2]

Resumo: Este estudo é um recorte de uma pesquisa mais ampla que investiga as contribuições de abordagens investigativas no Ensino de Ciências e Matemática no âmbito dos Anos Iniciais. Teoricamente, ele se apoia nas ideias de Carvalho (2020) para o Ensino de Ciências em investigação. Quanto aos dados empíricos, eles emergiram de uma atividade realizada em uma escola municipal de Ensino Fundamental, com três turmas de quinto ano, cujo objetivo foi analisar as percepções dos alunos quanto aos conhecimentos ligados ao pensamento geométrico e espacial, bem como à astronomia observacional. Como resultado, cerca da metade dos alunos demonstrou predileções em aprender mais sobre o Sol enquanto um terço apontou as sombras produzidas pela dita estrela amarela. Além disso, interessaram-se pelo tema proposto desde o início da atividade, interagiram entre si e com as professoras durante todo o desenvolvimento dos trabalhos, criaram reflexões sobre a estrutura do conhecimento a fim de entenderem o conteúdo lido e escrito, que demonstrou autoria e clareza nas ideias expostas. Entretanto, enfrentaram dificuldades quanto à organização e registro de suas hipóteses, bem como à formação de opiniões distintas sobre as perguntas na discussão de grupo.

Palavras-chave: Ensino por Investigação. Anos Iniciais. Práticas Epistêmicas.

1. Contextualização

Este trabalho é um recorte de um estudo mais amplo financiado pelo PROEdu - Programa de apoio a projetos de pesquisa e de inovação na área de Educação Básica- por meio do Edital FAPERGS SEBRAE/RS 03/2021. O mencionado Programa é um repositório de recursos educacionais abertos (REA) voltado à Rede de Educação Profissional e Tecnológica (Rede EPT), cuja função é armazenar e conservar a memória da construção dos REA, socializando o conhecimento, as estratégias didáticas e as atividades presentes nessas produções (Silva, 2020).

O estudo também faz parte de um macroprojeto institucional, intitulado “Práticas, Currículo e formação docente no campo das Ciências Exatas”, de uma universidade comunitária do Rio Grande do Sul. O propósito da atividade realizada nas escolas foi associar a formação de sombras de um objeto fixo ao movimento diurno do sol, estimulando o pensamento espacial e a astronomia observacional (Gonzatti; Antoniolli; Pellenz, 2022).

1 Acadêmica do curso de Medicina da Universidade do Vale do Taquari - Univates. mariangela.barbon@universo.univates.br

2 Doutora em Educação (PUCRS). Professora e pesquisadora do Programa de pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas – Univates. soniag@univates.br

A sequência do ensino investigativo (SEI) envolveu 50 alunos de três turmas de quinto ano de uma escola municipal de Ensino Fundamental, cidade de Estrela/RS. Em conformidade com o problema “o que acontece com o tamanho da sombra de um objeto à medida que o tempo passa**”,** eles foram instigados a projetar, em uma cartolina orientada de acordo com o horizonte da escola, as sombras de um palito de churrasco em diferentes horários do dia. Para tal, nos dias 13 de abril e 25 de junho de 2023, desenvolveram-se atividades práticas com estudantes do Ensino Fundamental em parceria com escolas públicas do Município de Estrela/RS desde 2016.

Nesse contexto, o objetivo do estudo foi analisar as percepções dos alunos de quinto ano sobre uma atividade investigativa que explorou as relações entre as sombras, os corpos celestes e os pontos cardeais. A SEI elaborada buscou integrar conhecimentos ligados ao pensamento geométrico e espacial, bem como à astronomia observacional.

O corpus empírico é constituído de feedbacks escritos dos alunos sobre a atividade, das percepções das professoras sobre o desenvolvimento deles e também das observações da bolsista de iniciação científica. As respostas das crianças para quatro questões de feedback foram analisadas e categorizadas segundo unidades de análise ligadas ao conteúdo das respostas e formuladas a posteriori.

Em síntese, a atividade desenvolvida proporcionou momentos de discussão, validação e registro de hipóteses, formulação de argumentos, problematização, explicação e exemplificação, reconhecidas como algumas das práticas epistêmicas desejáveis no Ensino de Ciências (Zompero et al., 2022).

2. O ensino por investigação como abordagem didática no Ensino de Ciências

O contexto bibliográfico e teórico que direcionou a pesquisa em questão e a atividade foi o ensino por Investigação (Carvalho; 2018; 2020; Sasseron; 2015; Franco; Munford, 2020), que valoriza o processo de construção de conhecimento científico nas práticas escolares. A justificativa para essa escolha se deu pela abordagem didática do ensino por investigação ser considerada uma das metodologias inovadoras no âmbito do Ensino de Ciências que fomenta a argumentação, modelagem, explicação e validação de conhecimentos, elementos importantes para o ensino e a aprendizagem (Carvalho, 2018; 2020; Franco; Munford, 2020).

Na mesma esteira reflexiva, Franco e Munford (2020) assinalam que o ensino, com base na investigação, possibilita o raciocínio, a construção de habilidades cognitivas na compreensão do trabalho científico e cooperação entre os alunos. Para aprender ciências de forma crítica e significativa, é necessário articular os conhecimentos do domínio conceitual às práticas epistêmicas e sociais ligadas à produção, comunicação e validação dos conhecimentos (idem).

Segundo Zampieron (2021), o filósofo e pedagogo americano John Dewey (1859 – 1952) contribuiu para assentar as bases do ensino por investigação. O mencionado teórico o defendia como descobertas, questionamentos e resolução de problemas. Ademais, propôs uma metodologia para a investigação com foco no desenvolvimento de um pensamento mais reflexivo dos alunos a partir da detecção de situações intrigantes, esclarecimento da situação-problema, formulação e testes de hipóteses provisórias, revisão minuciosa e desenvolvimento da solução.

Nos anos 1980, o ensino por investigação se desenvolveu e começou a relacionar a atividade científica com a sociedade e, com o passar das décadas, consolidou-se como o sistema educacional brasileiro, discutido e proposto por autores, como Carvalho, Azevedo e Sasseron (Zampieron, 2021). Em termos didáticos, uma das formas de contemplar esse tipo de ensino são as suas sequências (SEI) por serem

> [...] uma abordagem didática que tem por finalidade desenvolver conteúdos ou temas científicos, os quais o professor cria condições em sala de aula para os alunos criem reflexões sobre a estrutura do conhecimento, argumentação sobre o problema proposto, ao realizar leituras a fim de entender criticamente o conteúdo lido e posteriormente seja escrito, mostrando autoria e clareza nas ideias expostas, a fim de se avaliar se eles sabem falar, argumentar, ler e escrever sobre esse conteúdo. A SEI é elaborada com o uso de diferentes atividades investigativas: laboratório aberto, demonstração investigativa, textos históricos, problemas e questões abertas e recursos tecnológicos (Carvalho, 2018, p. 767).

A diretriz principal de uma atividade investigativa é a autonomia e a liberdade intelectual concedida ao aluno na elaboração de suas ideias a partir do problema apresentado pelo professor. Essa direção diferencia a abordagem realizada com estudantes do Ensino Fundamental e do Médio; por sua vez, a do Fundamental é mais simples do ponto de vista científico. Nesse caso, o ensino por investigação facilita a sua utilização em sala de aula, pois ele pode ser trabalhado com a mesma classe todos os dias, e os professores de Ensino Fundamental têm condições de obter uma maior interação professor/aluno.

Por outro ângulo, os problemas propostos nas atividades investigativas para o Ensino Médio são mais complexos, pois precisam abranger várias linguagens das ciências: escrita, oral, gráfica e a matemática, que exigem uma participação diferenciada dos professores na orientação das perguntas a fim de estimular a participação (Carvalho, 2018). Portanto, a interação professor/aluno é a base para a liberdade intelectual do aluno.

Para Carvalho (2018), o "bom problema" é aquele que oferece condições aos alunos resolverem e explicarem o fenômeno envolvido para que as hipóteses por eles levantadas determinem as variáveis do objeto do problema. Ademais, possibilitam-lhes relacionar o que aprenderam com o mundo em que vivem e utilizarem os conhecimentos em outras disciplinas do conteúdo escolar. Em efeito, cotejar essa potencialidade com a atividade investigativa desenvolvida, a proposição de um problema relacionado às sombras viabiliza a integração entre conhecimentos matemáticos ligados ao pensamento geométrico espacial e os físicos concernentes à astronomia observacional (Gonzatti; Antoniolli; Pellenz, 2022).

Em suma, o Ensino de Ciências por Investigação é uma abordagem com potencial para desenvolver um currículo mais sistêmico e não centrado apenas em conceitos. Dito de outra forma, ele se insere em um conjunto de metodologias inovadoras que incorporam discussões do campo da epistemologia e das teorias cognitivistas às práticas pedagógicas nos contextos de ensino (Franco; Munford, 2020).

3. Desenvolvimento da atividade investigativa

Este estudo é de natureza qualitativa (Yin, 2016) e, no que diz respeito ao contexto, ele foi desenvolvido em três turmas de quinto ano de uma escola municipal de Ensino Fundamental, na cidade de Estrela/RS, que envolveu 50 alunos com idades compreendidas entre oito e onze anos. A atividade foi realizada em dois dias diferentes; respectivamente, com 20 e 30 alunos. A sequência do ensino investigativo explorou a formação das sombras, cuja explicação exige relacionar conhecimentos ligados ao movimento aparente do sol e ao raciocínio espacial. Em termos curriculares, a SEI integra temas de astronomia observacional e de geometria espacial previstos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Quanto à fonte dos dados empíricos, foram utilizados o diário de campo das pesquisadoras (duas professoras universitárias e uma bolsista de iniciação científica), *feedbacks* por escrito das docentes titulares das turmas e os registros escritos produzidos pelas crianças durante e após o término da atividade investigativa.

O desenvolvimento da atividade partiu da formação de grupos com quatro e cinco alunos, que receberam uma cartolina, canetas coloridas, réguas e palitos de churrasco. Com base no problema “o que acontece com o tamanho da sombra de um objeto à medida que o tempo passa**”,** eles foram instigados a projetar, em uma cartolina orientada de acordo com o horizonte da escola, as sombras de um palito de churrasco em diferentes horários do dia.

O desenvolvimento da SEI envolveu as seguintes etapas: 1ª) explicação da atividade e organização dos materiais utilizados nos experimentos, contemplando a divisão dos grupos por proximidade e exposição do problema norteador; 2ª) elaboração de argumentações e de hipóteses nos grupos com mediação da professora e das pesquisadoras; 3º) desenvolvimento da atividade; 4º) socialização para a turma. Ao término da atividade investigativa, os alunos foram convidados a responderem a algumas questões de *feedback* individuais: “eu aprendi que”, “eu gostaria de saber mais sobre”, “eu tive dificuldades em” e “eu gostei porque”. No contexto teórico do ensino por investigação, tais questionamentos são relevantes, pois instigam os estudantes a refletirem sobre o que fizeram, aprenderem e desfazerem suas dúvidas. Esse movimento, por sua vez, oportuniza a articulação entre os domínios conceitual, epistêmico e social do conhecimento (Franco; Munford, 2020).

Com base nesses *feedbacks*, as respostas foram inseridas em uma tabela para a análise, evidenciando a frequência de respostas iguais ou similares, bem como as singularmente diferentes do padrão. As mais citadas foram organizadas em três categorias principais: 1ª) inclui respostas sobre **o sol como objeto principal de dúvidas** ou conhecimentos, as sombras produzidas por ele, seu movimento aparente, posições e horários; 2ª) as sombras **como objeto principal de dúvidas** ou conhecimento, sua formação, natureza e posições; 3ª) **questões gerais sobre o Cosmos** e outros temas não diretamente relacionados às sombras.

Na próxima seção, passamos à análise dos dados empíricos.

4. Discussão e análise de resultados

Inicialmente, cabe mencionar que se fez necessário um período posterior à realização da atividade para que os alunos registrassem seus feedbacks. A ação se deveu pelo fato de eles precisarem dos auxílios das professoras para entenderem melhor as questões.

A respeito das hipóteses ao problema: “o que acontece com o tamanho das sombras à medida que o tempo passa?”, os alunos observavam/conviviam cotidianamente com o movimento diurno aparente do sol e usaram esse conhecimento experiencial para as formular; porém, não conseguiam registrar suas ideias com clareza e objetividade. Possivelmente, tal fato estivesse relacionado a uma falta de vocabulário científico e de compreensão espacial, bem como às dificuldades de escrita relatadas pelas professoras. Como exemplo, um grupo escreveu que “*uma sombra se forma quando um objeto tampa a luz”;* outro escreveu que *“o sol nasce no leste e se põe no oeste, ou quando é 12 horas a sombra vai embora”.* Dessa forma, expuseram em um formato simples o que desejavam exprimir.

Outras dificuldades enfrentadas pelos alunos durante as atividades envolveram a comunicação argumentativa e a construção de consensos. Sinais não verbais, como gestos e movimentos corporais, foram estratégias que utilizaram para interagirem e elucidarem sua linha de raciocínio com os colegas sobre fenômenos observacionais que abrangiam as sombras e o movimento diurno do sol. Nesse quesito, cabe relembrar que as práticas epistêmicas se articulam à dimensão social da construção do conhecimento (Franco; Munford, 2020). Além disso, o trabalho em equipe é um aprendizado.

Durante a atividade prática com a cartolina, os alunos demonstraram significativo interesse e certa inquietação ao concluírem todos os passos. De fato, dialogaram bastante sobre os conteúdos abordados, o que poderia ser interpretado como um sinal de seu engajamento na atividade investigativa. Em efeito, habilidades de comunicação e processos argumentativos são aprimorados por meio das interações conforme preconizado nas premissas do ensino por investigação (Carvalho, 2018; 2020).

Sobre a primeira questão, “eu aprendi que”, três conjuntos de respostas surgiram com mais frequência: a) movimento aparente do sol; b) formação de sombras e sua natureza física; c) aspectos gerais sobre o espaço e o Cosmos, incluindo referências ao planetário móvel da instituição. O quadro 1 apresenta alguns dos tópicos mais citados.

Quadro 1 - Feedbacks dos alunos para a questão “eu aprendi que”

Temáticas mais mencionadas	Exemplos das respostas dos alunos
A) movimento do sol e outros aspectos ligados à nossa estrela (35 alunos)	*“Eu aprendi sobre os horários do sol, onde ele nasce e onde ele se põe”, “Eu aprendi que o sol não fica no mesmo lugar que ele nasce”, “A luz do Sol reflete a sombra”.*
B) formação de sombras (16 alunos)	*“Aprendi que quando algum objeto tampa a luz a sombra se forma”, “No decorrer do dia a sombra vai mudando”, “Aprendi que a sombra é importante: ela se forma pela luz”.*
C) aspectos gerais (5 alunos)	*“Os pontos cardeais”, “se você pegar um palito e botar em um isopor e botar uma luz do lado, ele fica pequeno e o outro grande”.*

Fonte: Das autoras (2024)

No primeiro dia, as respostas seguiram um padrão, pois vários alunos escreveram sobre o “movimento aparente do sol”, que não foi relatado em nenhum questionário no segundo dia. Talvez, as professoras tenham explanado esse termo no primeiro encontro, o que os estimulou a lembrá-lo e utilizá-lo em seus registros.

Quanto à segunda pergunta: “eu gostaria de aprender mais sobre”, alguns declararam que desejavam aprender mais sobre o sol, já que pouco sabiam a respeito dessa “estrela gigante”. Neste sentido, expressaram que entenderem o universo em um sentido mais amplo, fato evidenciado em suas respostas englobando a dita estrela e seus movimentos, as sombras, os pontos cardeais (Quadro 2).

Quadro 2 - Unidades temáticas mencionadas à questão “eu gostaria de aprender mais sobre”

Temáticas mais mencionadas	Exemplos das respostas dos alunos
a) movimento do sol e outros aspectos ligados à nossa estrela (27 alunos)	*“Gostaria de aprender mais sobre o movimento aparente”, “o sol é uma estrela gigante que quase ninguém conhece”, “sobre onde ele iria depois que ele se põe”.*
b) formação de sombras (16 alunos)	*“gostaria de mais horas no experimento para ver as sombras”, “gostaria de saber mais sobre as sombras”.*
c) aspectos gerais (19 alunos)	*“o Sol, o espaço e tudo no Universo”*

Fonte: Das autoras (2024)

No tocante à terceira pergunta: “eu tive dificuldades em”, uns alunos a responderam com facilidade, pois já haviam aprendido esse conteúdo. Já outros escreveram que acharam difícil realizar corretamente as marcações na cartolina, utilizar os materiais ou se localizar no espaço, desenhar as posições na cartolina, além de questões referentes à lua, o que pode ser interpretado como obstáculos atinentes ao pensamento espacial.

Outro fato que merece destaque é que, nos dois dias de atividade, as respostas foram semelhantes ou iguais, o que permite concluir que a turma pesquisada enfrentava dificuldades em elaborá-las. O quadro 3 expõe alguns tópicos mais significativos.

Quadro 3 - Principais respostas à questão “eu tive dificuldade em”

Temáticas mais mencionadas	Exemplos das respostas dos alunos
a) movimento do sol e outros aspectos ligados à nossa estrela (7 alunos)	*“tive dificuldade de saber mais sobre o nascer do sol e o pôr”, “tive dificuldade em saber onde o sol nasce às 9h,10h, 11h”, “no início não entendi sobre o movimento aparente do Sol”.*
b) formação de sombras (12 alunos)	*“tive dificuldades em saber onde a sombra ia ficar”, “tive dificuldades de explicar o que é uma sombra”, “tive dificuldade em medir a sombra no palito de churrasco”.*
c) aspectos gerais (5 alunos)	*“saber os lados”, “lembrar as direções”, “aprender os pontos cardeais”.*

Fonte: Das Autoras (2024)

Em relação à quarta pergunta: “eu gostei porque”, a maioria dos alunos manifestou apreço por considerar a aula desafiadora e interessante; portanto, diferente das usuais. A turma também citou as explicações antes da realização da atividade prática, considerando-a divertida e estimulante. Em contrapartida, desejava mais tarefas acerca das sombras, já que, ao resolvê-las, mexeu com materiais novos. O quadro 4 apresenta alguns tópicos mais citados:

Quadro 4 - Principais respostas à questão "Eu gostei porque"

Temáticas mais mencionadas	Exemplos das respostas dos alunos
A) movimento do sol e outros aspectos ligados à nossa estrela (10 alunos)	*"aprendemos onde o sol se põe e nasce", "aprendi sobre o sol", "Aprendi várias coisas novas que eu não sabia sobre o sol. Foi incrível aprender".*
B) formação de sombras (14 alunos)	*"gostei porque aprendi o que é uma sombra", "gostaria de ter mais aulas como essa para aprender mais sobre as sombras", "eu aprendi mais na atividade com as sombras".*
C) aspectos gerais (5 alunos)	*"aprendemos muitas coisas sobre os planetas, as estrelas e o sol", "gostei de aprender sobre os pontos cardeais".*

Fonte: Das Autoras (2024)

A título de síntese, na Tabela 1, estão organizadas as respostas mais recorrentes em cada questão de feedback envolvendo o mesmo conteúdo em relação ao total de alunos (50).

Tabela 1 – Frequência das principais respostas às questões de feedback

Questão de feedback	**Respostas principais**	**Frequência**
Aprendi sobre	Sombras produzidas pelo sol	32%
	Formação e natureza física da sombra	14%
	Posições e horários solares	32%
Gostaria de saber mais sobre	Sombra	32%
	Sol	54%
	Sistema solar e planetas	38%
	Pontos Cardeais	10%
Tive dificuldades em	Realizar a atividade	26%
	Sem dificuldade	28%
	Sombras e a Lua	24%
Gostei porque	Aprendi coisas novas e foi uma atividade diferente	50%
	Sombras e a Lua	28%

Fonte: Das Autoras (2024)

À primeira pergunta "eu aprendi que", 35 alunos responderam que aprenderam mais sobre o sol; 16, as sombras produzidas pelo sol; 16, as posições solares. Os mais nomeados nos relatos foram o nascer e o pôr do sol e suas coordenadas geográficas. Ainda em relação a um melhor entendimento, outros 13 se referiram à lua; dois, ao cosmos: três, à atividade em si, que trabalhar em grupo é mais rápido e obtiveram informações interessantes.

A respeito da segunda pergunta: "eu gostaria de aprender mais sobre", 27 alunos escreveram que desejavam aprender mais sobre o sol, dos quais seis indicaram as posições e os horários solares. Outros 16 citaram as sombras; 19, o cosmos, dentre os quais cinco indicaram os pontos cardeais, os sistemas de referência e os planetas.

No que tange à terceira pergunta: “eu tive dificuldades em”, 14 afirmaram que não tiveram nenhuma dificuldade em realizar a atividade enquanto 13 a acharam difícil. Por sua vez, 12 declaram que o maior obstáculo foi responder sobre a lua; sete, descrever as posições solares e cinco, o cosmos. No tocante à quarta e última pergunta: “eu gostei porque”, 14 se referiram a conhecimentos relacionados à lua; três, à formação e natureza das sombras. Já outros dez nomearam o sol e a produção de sombras, principalmente o nascer e o pôr do sol. Sobre o cosmos, três escreveram que gostaram de aprendê-lo.

5. Considerações Finais

A partir do relatório da atividade, observou-se que os alunos, em geral, demonstraram interesse pelo problema proposto, além de interagirem entre si e com as professoras. Eles receberam a atividade sem reclamações ou pouco zelo; fizeram muitos questionamentos e observações iniciais que enriqueceram a experiência. Entretanto, o conjunto das atividades foi extenso em relação ao tempo e, por conta disso, fez-se necessário o ajustamento para futuras aplicações. Além disso, houve dificuldades quanto à organização e registro de hipóteses, bem como à formação de opiniões distintas sobre as perguntas na discussão de grupo.

Apesar das dificuldades em expressar seus conhecimentos teóricos e práticos no decorrer da atividade, a turma demonstrou interesse em aprender sobre a temática das sombras. Por sua vez, a discussão das dúvidas, opiniões e hipóteses sobre o problema incentivou o desenvolvimento da argumentação, elemento fundamental no que diz respeito ao ensino por investigação.

Quanto aos dados coletados dos *feedbacks*, pode-se concluir que a atividade investigativa favoreceu o desenvolvimento de processos argumentativos, o que é essencial à formação da educação científica das crianças. Outro resultado merecedor de destaque está ligado a fatores socioemocionais, já que a motivação e o envolvimento dos alunos com a atividade investigativa foram significativos, o que corrobora a potência do ensino por investigação para desenvolver habilidades socioemocionais.

Em síntese, é permitido afirmar que, no contexto investigado, o ensino por investigação é profícuo para articular os domínios epistêmico, social e conceitual dos conhecimentos científicos em sala de aula (Franco; Munford, 2020). Para além da aprendizagem de conceitos, evidenciaram-se contribuições no que diz respeito a aspectos socioemocionais e, aliado a isso, as crianças tiveram a oportunidade de vivenciar processos inerentes à construção de conhecimento embora de modo simplificado.

Agradecimentos

Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul - FAPERGS, por meio dos editais FAPERGS SEBRAE/RS 03/2021 – Programa de apoio a projetos de pesquisa e de inovação na área de Educação Básica - PROEdu - faixa A e EDITAL FAPERGS 04/2019 AUXÍLIO RECÉM-DOUTOR – ARD.

Referências

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. **Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino por Investigação**. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências. v. 18, n. 3, 765-794. Dezembro, 2018. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4852/3040. Acesso em: 12 out. 2023.

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. (org.). **Ensino de Ciências por Investigação: condições para implementação em sala de aula**. 1ª Ed. São Paulo: Cengage Learning, 2020. CORDANI, Lisbeth. (org.) Ensino de Astronomia: ação conjunta de observação do equinócio de março. Cadernos SBPC, nº 31, 2009. Disponível em: http://www.sbpcnet.org.br/site/publicacoes/outraspublicacoes/caderno_digital/caderno_31.pdf. Acesso em: 12.out. 2023.

FRANCO, Luiz Gustavo; MUNFORD, Danusa. **O Ensino de Ciências por Investigação em Construção: Possibilidades de Articulações entre os Domínios Conceitual, Epistêmico e Social do Conhecimento Científico em Sala de Aula.** Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, [S. l.], v. 20, n. u, p. 687-719, 2020. DOI: 10.28976/1984-2686rbpec2020u687719. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/19262. Acesso em: 12 out. 2023.

GONZATTI; Sônia Elisa Marchi; ANTONIOLLI; João Victor; PELLENZ, Paula Vitória; **Integrar para potencializar: Ensino de Astronomia e de Geometria nos Anos Iniciais a partir da observação de sombras**. In: GIONGO; Ieda Maria; QUARTIERI Marli Teresinha; GONZATTI; Sônia Elisa Marchi (org.) Ensino de Matemática e de Ciências da Natureza: convergências e reflexões teórico-metodológicas nos campos da prática e da formação docente. Lajeado: Editora da Univates, 2022, p. 61-77. Disponível em: https://www.univates.br/editora-univates/publicacao/377. Acesso em: 23 dez. 2023.

SASSERON, Lúcia Helena. **Alfabetização científica, ensino por investigação e argumentação: relação entre ciências da natureza e escola.** Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências (Belo Horizonte), v. 17, n. spe, p. 49-67, nov. 2015.

SILVA, F. B. **Projeto Educacional do Curso de Desenvolvimento de REA com acessibilidade para Rede EPT.** Pelotas: IFSUL, 2020.

ZAMPIERON, Tainara. **Guia com propostas de atividades investigativas.** Programa de pós-graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologia (Universidade do Estado de Santa Catarina),2021. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/643363/2/Produto%20Educacional%20PPGECMT_Tainara%20Zampieron.pdf. Acesso em: 12 out. 2023.

ZOMPERO, Andreia Freitas; LABURÚ, Carlos Eduardo; **Atividades Investigativas no ensino da ciência: aspectos históricos e diferentes abordagens.** Rev. Ensaio (Belo Horizonte), v.13, n.03, p.67-80, setembro a dezembro de 2011. Disponível em: https://www.scielo.br/j/epec/a/LQnxWqSrmzNsrRzHh3KJYbQ/?format=pdf. Acesso em: 10 nov. 2023.

YIN, Robert K. **Qualitative Research from Start to Finish.** Second Edition. New York: The Guilford Press. ISBN: 978-1-4625-1797-8. 386 pp, Março 2016. Disponível em: https://doi.org/10.1111/fcsr.12144. Acesso em: 12 out. 2023.

Reflexão sobre o uso dos materiais manipuláveis no ensino de geometria a nível do 3º ciclo do ensino básico

Vasco Agostinho João Cuambe[3]

Resumo: Nos últimos anos a Matemática tem sido discutida pelos investigadores em educação Matemática, na sua forma de interiorização dos conteúdos pelos alunos. Assim, este trabalho tenciona reflectir sobre o uso de materiais manipuláveis em sala de aulas considerando-os como um meio essencial para auxiliar o professor no desenvolvimento e transmissão de conteúdos, tornando a aula mais atraente, agradável e fazendo com que a aprendizagem se torne mais significativa. Nesta perspectiva, foi desenvolvido pelos formandos do Projecto Edulink(1) alguns Materiais Manipuláveis de baixo custo, com recursos a materiais locais para servirem de modelos de aprendizagem da geometria na sala de aulas. Com intenção de testar a operacionalização dos materiais realizou-se uma experiência com duas turmas da 7ª classe na Escola Primaria Completa de Mavalane B sendo uma, para a turma de controle e a outra de experiência, onde foram envolvidos dois professores um pertencente ao projecto "Edulink" para a turma experimental, e o outro não pertencente ao projecto. O objectivo principal era verificar se o uso de Materiais Manipuláveis pode criar uma atitude positiva dos alunos na aprendizagem da geometria e consequentemente melhorar o aproveitamento do aluno. Feito isto fez-se a uma análise estatística dos dois grupos no pré e pós-teste. No pré-teste, observou-se com o nível de significância de 5% que as turmas estavam no mesmo nível e após a experimentação o pós-teste mostrou que a turma de experiencia melhorou significativamente comparativamente a turma de controle. A pesquisa possibilitou concluir que os Materiais Didácticos Manipuláveis têm um efeito positivo na aprendizagem da geometria no ensino Básico em particular na 7ª Classe.

Palavras-chave: Materiais manipuláveis. Ensino de geometria. Ensino básico.

1. Introdução

A ideia da presente pesquisa surgiu-nos desde que depois do relacionamento que tivemos com os professores do Ensino Básico de algumas Escolas da Província e Cidade do Maputo, a aquém ministrámos cursos de aperfeiçoamento, no âmbito do Projecto "EDULINK"(1), mas sobretudo da análise dos programas, aulas leccionadas pelos Professores, onde, com certa admiração, detectámos uma certa "antipatia" no que diz respeito ao uso de matérias auxiliares na aprendizagem da geometria. Essa "antipatia" é motivada pela forma como as aulas de geometria são leccionadas naquele nível de ensino Básico caracterizada por exposições e sem muitas vezes apresentar algo que possa motivar o aluno e consequentemente melhorar os seus índices de confiança.

Na geometria, o uso de materiais didácticos manipuláveis proporciona uma facilidade no seu ensino e aprendizagem, contudo, geralmente o professor só dispõe do quadro

---

3 Professor da Universidade Pedagógica de Maputo.

preto, giz e do livro do aluno (cuja a distribuição gratuita, não satisfaz a todos os alunos). Isso, nem sempre é suficiente para esclarecer os alunos sobre uma determinada relação entre elementos geométricos. Professores mais dedicados, levam à sala de aulas alguns instrumentos convencionais de desenho, tais como: régua, compasso, transferidores, esquadros ( ), e fazem aulas bonitas. Porém, necessita-se de muito tempo e na maioria das escolas as aulas tem a duração de 45 minutos, tornando por muitas vezes, esse trabalho inviável.

Desta forma, o presente trabalho tem como objectivo redimensionar a prática pedagógica do professor no uso de materiais didácticos manipuláveis no ensino de geometria ao nível do 3º ciclo do ensino Básico em particular na 7ª classe. Nesta pesquisa retracta-se que a diversidade do uso de materiais manipuláveis facilita e aprimora o conhecimento e aprendizagem. Assim como a forma com que o professor transmite aos seus alunos os conteúdos matemáticos necessários para a formação escolar. Mais ainda, analisando os argumentos, a partir de entrevista com alguns professores envolvidos e não envolvidos no projecto observou-se que o material pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem.

Desta forma considera-se que os materiais manipuláveis contribuem no processo de ensino-aprendizagem da matemática por se caracterizar como um recurso diferenciado, no qual os alunos se sentem desafiados, pois muitas vezes, o material pode explorar o que o aluno só resolveria com lápis e papel.

Destaca-se, assim, a importância da acção do professor na formação do aluno. Seria desejável que os professores, de um modo geral, proporcionassem aos alunos condições para que eles pudessem investigar e observar propriedades existentes em objectos geométricos. Por outro lado, para que o professor pudesse ter condições de assumir efectivamente esse papel ele deveria receber uma formação mais adequada visto que ao nível de instituições de formação e Professores do ensino Básico contempla a questão de produção de materiais manipuláveis no programa e planos de formação de Professores.

2. Metodologia

O presente trabalho foi realizado com base nas orientações metodológicas de Amaral (1999) e Lakatos (1999), eles, defendem que cada método implica o emprego de várias técnicas. Assim a presente pesquisa foi também realizada com base na conjugação de algumas técnicas de pesquisa, nomeadamente, observação directa, e experimentação.

Assim para a operacionalização das fontes primárias recorremos como fontes primárias programas e planos de estudo ao nível do ensino básico, rendimento pedagógico dos alunos, nível de formação dos professores da escola. A observação directa serviu para de maneira empírica recolhermos informação fundamental para o estudo. Permitiu verificar a evolução das actividades relativas ao Processo de ensino e aprendizagem da geometria com recurso ao uso de materiais manipuláveis

Das 13 escolas envolvidas no projecto EDULINK, foi seleccionada a escola Primária completa de Mavalane B, e, a escolha foi conveniência. É uma escola da zona suburbana da Cidade do Maputo que se localiza no Distrito Municipal KaMavota que, lecciona de 1ª a 7ª classe.

A população do nosso estudo foi de 520 alunos da 7ª classe onde foi extraída aleatoriamente uma amostra de 100 alunos compondo duas turmas, uma de controle e a outra experimental. Dois professores foram envolvidos na realização da experiência sendo um pertencente ao Projecto e outro não.

Foi realizado um pré-teste aos dois grupos de modo a se aprimorar o nível inicial e um pós-teste aos dois grupos após a experimentação. Para análise dos resultados foi feito um teste-t para comparar as médias dos dois grupos independentes. A experimentação teve a duração de 4 semanas correspondentes a 24 horas lectivas. Os temas abordados foram: classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos, o ângulo externo, teorema sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo e volume de sólidos geométricos.

3. Os materiais manipuláveis no Processo de Ensino e Aprendizagem (PEA)

Para Zabala (1998) todos os meios que auxiliam os professores a responder aos problemas concretos que surgem em qualquer momento da planificação, execução ou avaliação das aprendizagens são materiais curriculares. Isto é, são "meios que ajudam a responder aos problemas concretos que as diferentes fases do processo de planificação, execução e avaliação lhes apresentam. Por isso, sua função ou intenção se centra em dificuldades como "orientar, guiar, exemplificar, ilustrar, propor, divulgar" Segundo esta definição a noção de material curricular é bastante ampla porque inclui todos os materiais usados pelo Professor.

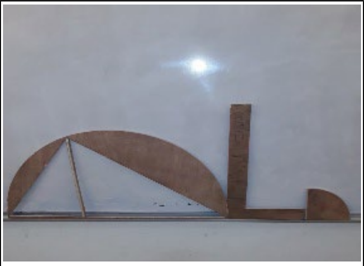
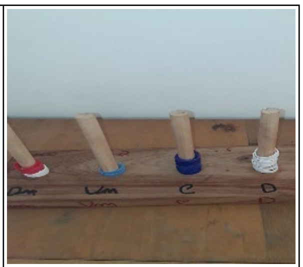
Serrazina (1991) e Jacobs (1998) ao definirem materiais manipuláveis dão a entender que estes correspondem a materiais didácticos. Segundo Serrazina (1991) os materiais manipuláveis são objectos, instrumentos ou outros meios que podem ajudar os alunos a descobrir, a entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases de aprendizagem (Serrazina, 1991, p. 37). Para Jacobs (1982) os materiais manipuláveis são objectos usados pelos alunos que lhes permitem aprender activamente determinado conceito.

Para Reys (1982) Os materiais manipuláveis "são objectos ou coisas que o aluno seja capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que tem aplicação nos afazeres do dia a dia, ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia" (Reys, 1982, p. 5).

4. Materiais manipuláveis produzidos pelos formandos

Para uma apreciação a seguir apresentamos alguns materiais manipuláveis produzidos pelos formandos no âmbito do projecto. Estes materiais serviram de apoio na pesquisa realizada na Escola envolvida.

Figura 1 - Protótipos produzidos pelos Formandos.

			
Angulo inscrito sobre o Diâmetro	Planificação de Sólidos geométricos	Solido geométrico	Jogo auxiliar para o ensino de números naturais e decimais

Tabuleiro de Madeira aglomerado, de formato Quadrado, que dá ideia de plano, com pinos de madeira ou pregos que dão ideia de pontos, distribuídos sobre o quadrado paralelo às bordas do tabuleiro. Como material de apoio utiliza-se lãs e ou elásticos coloridos para representar as linhas e rectas.

Figura 2: Peças de forma de Paralelepípedo

Figura 3: Peças para a Classificação dos Triangulo

5. Procedimento Experimental na Sala de Aula

A presente pesquisa, foi feita na Escola Primária completa Mavalane B que lecciona da 1ª a 7ª classe, trata-se de uma escola envolvida no projecto “Edulink”. Ela tinha como objectivo redimensionar a prática pedagógica do professor no uso de materiais didácticos manipuláveis no ensino de geometria no 3º ciclo do Ensino Básico (7ªclasse). Para a nossa pesquisa foram escolhidos de uma forma aleatória duas turmas de 50 alunos cada para amostra, numa população de 520 alunos da 7ª classe. As turmas foram divididas em grupos de controle e de experiencia.

Figura 4: Turma Experimental

Foram envolvidos dois professores da mesma escola, um integrado no projecto Edulink e outro não. Foi realizado um pré-teste antes do início da pesquisa com objectivo de verificar se havia ou não uma diferença significativa nos dois grupos e um pós teste aos dois grupos após a realização da experiencia para verificar se havia diferenças significativas.

Na turma experimental onde teve como interveniente o professor envolvido no projecto, como ilustra a figura 4. A aula sobre a classificação de triângulos foi dada com apoio de materiais manipuláveis produzidos localmente pelos formandos.

Figura 5: Capacitação de Professores em Exercício

Desta aula concluímos através dos alunos, que de um único geoplano, feito de 3 tábuas de madeiras e três parafusos, podíamos representar os lados e ângulos de um triangulo, classificar os triângulos quanto aos lados e ângulos.

Os materiais manipuláveis propiciaram aos alunos, iteração e socialização na sala de aula; autonomia e segurança; criatividade; responsabilidades, motivação; compreensão e efectiva assimilação do conteúdo como pode-se observarem nas imagens que se seguem.

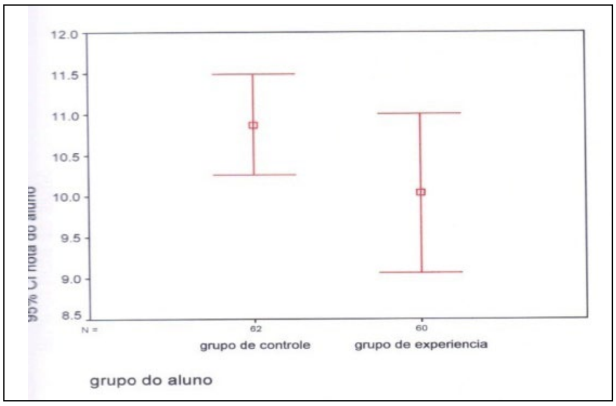
Figura 6 - Uso de Materiais Manipuláveis

6. Apresentação dos resultados da pesquisa

Observando as tabelas de comparação de duas amostras independentes foi possível notarmos que uma pequena diferença em termos de média das notas dos dois grupos, tendo evidenciado como melhor, o grupo de controle segundo os dados adquiridos.

As medias dos dois grupos 10.87 e 10.03 para o grupo de controle e de experiencia respectivamente, o intervalo de confiança está conforme ilustra a tabela abaixo. Este resultado é bastante satisfatório visto que os dois grupos se encontravam ao mesmo nível.

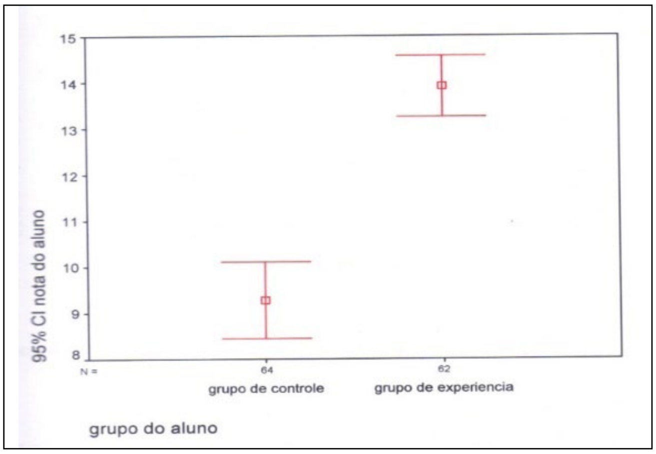
Gráfico 1 – Análise do rendimento por grupo



Olhando para o gráfico é notória que para os dois grupos não há uma diferença significativa no que concerne ao aproveitamento destes dois grupos com nível de significância de 5%.

Terminada a fase experimental os dois grupos foram submetidos a um pós-teste sobre conteúdos relacionados com geometria. Os resultados mostram que uma diferença muito grande em termos de notas dos dois grupos sendo a melhor o grupo experimental. O grupo de controle teve uma média de 9.26 e o grupo experimental teve uma média de 13.9, conforme ilustra o gráfico abaixo.

Gráfico 2 – Análise do rendimento por grupo, pós-teste



Observando o gráfico de rendimento por dos dois grupos, podemos verificar que o grupo experimental ocupa posições cimeiras em relação ao grupo de controle. Não intersecção nos intervalos de confiança pelo que há uma diferença significativa entre os dois grupos sendo o melhor o grupo experimental, que nos leva a inferir que estatisticamente, o uso de materiais manipuláveis na sala de aula melhora o índice de rendimento pedagógico do aluno.

7. Conclusões

A partir do estudo realizado, podemos afirmar que as tarefas construídas colocaram os alunos perante situações desafiadoras, possibilitando-lhes actividades de organização e raciocino lógico. Analisando o quadro acima, podemos concluir também que o uso de materiais manipuláveis pode auxiliar a compreensão da geometria. O que podemos perceber é que os alunos se sentiram mais motivados e com vontade de aprender. Durante as actividades foi notória a participação dos alunos, a cooperação entre eles, o que facilitou o momento de socialização entre os alunos.

Relativamente ao desempenho dos alunos, pode se afirmar que os mesmos, se envolveram num estudo muito rico da Matemática, explorando os materiais produzidos, descobrindo o melhor caminho para aprendizagem da geometria.

No que diz respeito ao Professor, identificaram-se como principais dificuldades as que se prendem com a condução deste tipo de aulas. Não é fácil orientar os alunos quando estão organizados em grupos, deparando-se o professor com problemas muito diferentes e variados, como, prestar um apoio oportuno aos grupos, dará atenção aos alunos mais acanhados. Um dos constrangimentos no ensino Moçambicano é o número elevado de alunos por turma que dificulta de certa forma o trabalho do Professor, sem esquecer a problemática dos programas extensos e currículo que não dá espaço de manobra ao Professor.

O desenvolvimento desta pesquisa permitiu visualizar as dificuldades do aluno em relação ao conteúdo, conceitos e até mesmo a manipulação dos materiais. Essas dificuldades foram motivadas pela falta dos materiais didáctico pela maioria dos alunos, a deficiente preparação e a falta de criatividade de alguns professores na leccionação de alguns conceitos de geometria no 3º ciclo de ensino Básico. No decorrer do processo de aplicação das actividades observou-se que houve maior interacção entre os alunos, aumentando a socialização, vencendo as dificuldades e melhorando o entendimento da matéria.

De todas as formas há uma unanimidade nos Professores envolvidos no projecto "Edulink" em particular do grupo de Matemática, que o uso de materiais manipuláveis no ensino de geometria na sala de aula cria uma atitude positiva de alunos e Professores na aprendizagem da mesma, e consequentemente pode melhorar significativamente o rendimento dos alunos, bem como o gosto pela Matemática.

Referências

JACOBS, Marcus; SERRAZINA, Lurdes. **Didáctica da Matemática**. Ed. Lisboa,1998.

LORENZO, Sergio Apparecido. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didácticos manipuláveis**. Autores Associados, 2006.

MINED. **Programa de Ensino Básico** *3º Ciclo*. Inde – Moçambique,2003.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista da Educação Matemática**. Ed. Pactus Livros de Lisboa, 2005.

REYS, Del. **Materiais Manipuláveis**. Livros Horizontes,1982.

SERRAZINA, Lurdes. **Aprendizagem da Matemática: a importância da utilização de Materiais**. Autores Associados,1991.

Vale, Ismail. **Materiais Manipuláveis na Sala de Aula***:* o que se diz, o que se faz. Ed. Lisboa,1999.

ZABALA, Antoni Sanches. **A prática Educativa: como ensinar**. Porto Alegre, Editora Artes Médicas Sul Ltda., 1998.

Formación de docentes y las Etnomatemáticas: la producción audiovisual en contextos indígenas no escolarizados

Ana Patricia Vásquez Hernández[4]

1. Introducción: Repensar la formación docente

Es común, cuando pensamos la formación de docentes de cualquier área disciplinar, que esta se traduzca en el trabajo que las instituciones de educación superior tienen a su cargo por mandato de su Estado. Este último delega en las universidades la responsabilidad de los centros de formación docente, y a su se les otorga el capital simbólico suficiente para considerarse las máximas exponentes en la generación y validación del conocimiento y el saber (Bourdieu, 2000).

El monopolio del conocimiento pedagógico (Esteban, 2015); Foucault,2003) ha estado en manos de estas instituciones superiores, donde se ha instaurado un monopolio legítimo, definiendo qué se considera un saber válido y qué metodología debe de emplearse. Desde el punto de vista de Foucault (2003) estas instituciones ejercen un "poder disciplinario" que a través de discursos se define qué es un buen docente y cómo debe este regularse a través de normativas curriculares.

Damos por sentado de manera inmediata que la formación de docentes es un tema meramente institucional, inserto de manera biunívoca en las cuatro paredes de un aula universitaria, que implica lustrarse de la producción del conocimiento que se ha gestado por autores del norte global de nuestro planeta. Dichas posturas del conocimiento se encuentran cimentadas principalmente en cinco países: Estados Unidos, Alemania, Inglaterra, Francia y Reino Unido (Grossfoguel, 2012).

Y mis cuestionantes acá, son: ¿dónde se encuentra el conocimiento que han desarrollado los grupos humanos del sur global en la formación de docentes? ¿cuál es la experiencia ancestral de nuestras poblaciones origirias en los procesos de formación? Claro está, que queda en evidencia que el peso de la legitimidad de las experiencias y del reconocimiento en la producción del conocimiento, se maneja de manera disímil entre el norte y el sur global.

Existen muchos desafíos por comprender la multidimensionalidad del problema de la formación tradicional de docentes, ya que no es solo un tema educativo, sino que intervienen otras áreas disciplinares. La brecha de la desigualdad y la exclusión educativa

4 Sección Regional Huetar Norte y Caribe, Campus Sarapiquí - Universidad Nacional, Costa Rica. E-mail: patricia.vasquez.hernandez@una.cr

(Seravalli, 2023), el acceso desigual a la formación de docentes en las universidades públicas, la poca pertinencia contextual, la baja inserción del docente rural y otros temas, ameritan una revisión crítica del tipo de docentes que se están formando.

Las Etnomatemáticas propuesta por (D´Ambrosio, 2002) vienen tensionando el papel de las matemáticas escolarizadas y las formas tradicionales legitimadas en la formación de docentes, ya que, al abrir el conocimiento a las formas propias de los pueblos y comunidades, también tensa y cuestiona fuertemente, no solo los sistemas de conocimiento, sino las formas tradicionales en que se ha venido desarrollando los modelos actuales de formación de docentes (Tamayo, 2018).

Nos encontramos en una era de reconstrucción del sistema social, en la que han surgido posturas filosóficas que promueven cambios desde diversos frentes, con el propósito de validar los conocimientos y metodologías del Sur Global. Históricamente, a partir de los procesos de conquista y colonización europea en Abya Yala, estos saberes han sido invisibilizados, negados y deslegitimados; sin embargo, en la actualidad se presentan como una alternativa para contrarrestar el sistema-mundo imperial capitalista en el que nos encontramos (Wallerstein, 1979).

En este contexto, la formación de docentes debe integrarse en esta perspectiva, transformándose y evolucionando a partir de los enfoques de la educación crítica y los modelos decoloniales, lo que permitirá su reconfiguración con un trabajo local legitimado.

2. ¿Quién define la legitimidad?

Si bien las universidades cuentan con legitimidad institucional, esto no significa que sean las únicas instancias capaces de formar de manera pertinente a los docentes. En contextos rurales y comunitarios, como por ejemplo los pueblos indígenas ya cuentan con sistemas propios legitimados que distan mucho de los modelos universitarios. Dichos modelos desarrollados por los mayores, sabios y educadores locales cuentan con métodos muy claros para hacer sostenible la trasmisión de su conocimiento ancestral hasta las generaciones presentes. Esto invita a repensar las diversas legitimidades que existen en temas de formación de docentes (García, 2000).

Si se sitúa en perspectiva histórica a las poblaciones originarias de Abya Yala, se observa que muchas de ellas tienen un origen ancestral que se remonta a miles de años. Sus sistemas de conocimiento y metodologías superan ampliamente a la educación escolarizada, la cual ha estado presente en el continente por no más de 500 años. En contraste, estos otros sistemas de conocimiento han existido durante milenios.

Por tanto, en estos contextos, la trasmisión de conocimientos y la formación, no se limita a los modelos institucionalizados, por el contrario, esto se revisten de un cúmulo de experiencias y sabidurías atesoradas a lo largo de su historia, que, ante su propia comunidad, tiene toda la validez y legitimidad.

Estos sistemas de saberes y formación, siempre articulados a su cosmovisión y, en la mayoría de los casos, transmitidos a través de la tradición oral, otorgan a los **portadores de tradición** la legitimidad suficiente y necesaria para establecer condiciones propicias en la formación comunitaria (Nápoles y Robles, 2022). Dicha legitimidad es intrínseca y relevante para la vida cotidiana de la comunidad.

Reconocer esta diversidad en las legitimidades, tiene implicaciones profundas para los pueblos de Abya Yala, en términos epistemológicos, de justicia social y de autodeterminación de estos pueblos. Es ir más allá del paradigma cientificista para trascender a otras formas de conocimiento y que sea reconocido y legitimado, que como se mencionó, han sido negadas, invisibilizadas, descartadas desde la invasión europea (Grosfoguel, 2012; Dussel, 2015).

Por tal el presente escrito, tiene como objetivo compartir una experiencia desarrollada en Costa Rica, con los pueblos Bribri y Cabécar de la Cordillera de Talamanca (dos de los ocho pueblos del país con mayor conservación de su cultura ancestral) en el desarrollo de audiovisuales para un programa de formación de docentes desde las etnomatemáticas, donde se hace énfasis al contexto no escolarizado y a la práctica cultural tradicional de estos pueblos.

3. La memoria audiovisual como herramienta educativa

Hoy día la memoria audiovisual se muestra como una herramienta de apoyo a las experiencias que se desarrollan en diversos ámbitos, por su dinamismo, accesibilidad y versatilidad.

Su relevancia radica en: a) la facilidad para la comprensión de las ideas que se desean trasmitir, b) las imágenes, los sonidos y las narrativas, apoyan diferentes estilos de aprendizaje, c) mejora la retención de las ideas, a las que se desea brindar énfasis, d) es un medio para registrar testimonios, prácticas culturales y experiencias vividas, e) permite una mayor participación comunitaria, f) queda la información para futuras generaciones, g) hay participación activa y aprendizaje colaborativo en estas elaboraciones, h) permite que los participantes sean los protagonistas de los procesos, i) se establecen puentes entre los saberes escolarizados y los saberes comunitarios fomentando diálogos interculturales, j) el análisis y la discusión del audiovisual promueve el pensamiento crítico y la reflexión, k) se facilitan los procesos de socialización de las elaboraciones por medio de plataformas digitales de fácil acceso hoy día que supera barreras temporales y geográficas.

La herramienta de la memoria audiovisual se convirtió en un registro invaluable de las vivencias, los saberes y las prácticas culturales experimentados desde el programa de formación de docentes que se va a compartir. Desde acá se dio voz a las comunidades, a los participantes del proceso, y se logró mostrar la esencia de las prácticas culturales de dos pueblos milenarios.

A partir de este enfoque, se produjo una serie de audiovisuales, que evidencian etapas secuenciales de un proceso formativo, que se complementó luego con sesiones de trabajo presenciales. La idea fue generar una formación de docentes más integral, más holística, acorde con el contexto y principalmente que les permitiera formarse en un diálogo respetuoso de saberes y metodologías.

4. El potencial de los contextos no escolarizado

Cuando se desea potenciar una formación de docentes desde las etnomatemáticas, se hace fundamental entablar diálogos comunitarios, porque lamentablemente la escolarización ha colocado barreras intransitables entre el saber y la práctica local y los saberes del currículo escolar, privilegiando unos y deslegitimando otros.

Los pueblos con memoria ancestral, como los pueblos indígenas, cuentan con un vasto saber que ha sido trasmitido de generación en generación. Sus epistemologías ofrecen una base única para la formación de docentes, ya que estos pueblos han integrado de manera simbólica y contextual el saber matemático. Este no es disciplinar, sino holístico y complejo. Esto ayuda a contrarrestar la percepción única y universal de la matemática, para ampliar a una visión plural y diversa sobre qué es la matemática y cómo dialoga esta con otras áreas del conocimiento.

Cuando un contexto tiene una base no escolarizada, la enseñanza se desarrolla prioritariamente de manera práctica y experimental, donde la trasmisión de los conocimientos y los saberes ocurren en situaciones reales y de la vida cotidiana. Acá se genera una trasmisión intergeneracional fundamental para la preservación cultural, esto les permite a los docentes comprender como de manera natural se dialoga entre generaciones.

La formación de docentes, en contexto no escolarizados, impulsa algo fundamental para la vida en sociedad, que es el respeto, la revalorización del saber local, el empoderamiento docente, y el fomento de la autoestima cultural. Esto genera un sentido más profundo por una educación integral, pues los docentes cambian el rol tradicional de aula, y se convierten en investigadores locales y en portadores de su propio saberes y cosmovisión.

Todo lo anterior da pie al empoderamiento docente, la innovación pedagógica, y el desafío a los modelos tradicionales de educación escolarizada, permitiendo currículos que promuevan el respeto a los saberes diversos, y a la contextualización activa de saberes y metodologías. Se dota a los docentes de herramientas que les permite tejer puentes entre los saberes ancestrales y las demandas escolarizadas actuales, impulsando un aprendizaje más significativo y contextual.

Aportar desde nuevas dimensiones a la formación de docentes, y a la nueva reconfiguración de la educación matemática, es una responsabilidad conjunta. Contribuir con nuevas miradas al reconocimiento de la diversidad epistémica, es parte de las acciones que se requieren para transformar la actual sociedad que lamentablemente fue impulsada por la homogenización de la modernidad europea.

5. Sobre el programa de formación docente desde las etnomatemáticas

En primera instancia, el programa de formación de docentes fue pensado desde el enfoque de la academia universitaria, basado principalmente en trabajo de formación docente desde las aulas. Sin embargo, al dar sus primeros pasos junto con la población beneficiaria, su metodología fue redireccionada por solicitud de esta. Por tal, el programa sufrió modificaciones en su proceso de desarrollo, promoviendo no solo una mayor participación comunitaria, sino que logró el empoderamiento de los participantes y de los miembros de los territorios.

El proyecto que acogió el programa de formación de docentes se llamó Proyecto FUNDER de Etnomatemática (Vásquez, 2024), cuyo objetivo general fue fortalecer la educación matemática con enfoque etnomatemático de la Dirección Regional de Educación Sulá de Talamanca del Ministerio de Educación Pública en Costa Rica. Este fortalecimiento consistió en desarrollar un programa de formación de docentes integrado por: la cualificación de los participantes y del equipo de proyecto mediante 120 horas de capacitación en campo, certificadas por la Universidad Nacional (UNA). Dentro de esta cualificación se fueron creando registros en campo que permitió la elaboración posterior de audiovisuales de reforzamiento.

Este programa de formación permitió entregar como producto, la generación de textos de matemática con enfoque cultural, donde se partió de los saberes de la población, se transitó luego por los saberes del currículo escolar y se finalizó con diálogos con la práctica cultural comunitaria (Vásquez et al, 2020; Vásquez, 2020; Vásquez y Torres, 2017).

Este escrito aborda únicamente los videos de reforzamiento que se generaron de manera conjunta y colaborativa con las comunidades de los pueblos Bribri y Cabécar, bajo el consentimiento informado de estas. Se comparten cinco producciones audiovisuales, todas disponibles en el sitio denominado *Repositorio de la Universidad Nacional*, de Costa Rica en la colección de videos de la Sección Regional Huetar Norte y Caribe. Se puede acceder a este sitio mediante la dirección https://repositorio.una.ac.cr/collections/82c47d8c-37fc-41c7-982e-370137467741.

6. Sobre los audiovisuales del programa de formación docente

En el marco del programa de formación de docentes, se generó una serie de cinco audiovisuales que capturan el proceso transformador vivido con comunidades de los pueblos Bribri y Cabécar. Estos materiales documentales, no solo muestran la riqueza de estos pueblos, sino la vivencia práctica de la matemática en contexto.

Estas memorias audiovisuales, invitan a repensar la formación de docentes desde una perspectiva más plural, ha visibilizar las matemáticas como un conocimiento diverso, a repensar la disciplinariedad del conocimiento y a experimentar otras formas de ser y relacionarse con el mundo.

A continuación, se presentan los cinco videos que integran estas experiencias, partiendo de la presentación del programa de formación de docentes desde las etnomatemáticas, transitando las memorias, los saberes, la identidad y las matemáticas como una construcción humana, social y cultural, para finalmente analizar el rol del docente que desea investigar desde las etnomatemáticas, reflexionando sobre la generación de actividades de clase con este enfoque.

a) Video 1. Introducción al programa de formación de docentes desde las etnomatemáticas. Representa una mirada inicial que contextualiza la propuesta y presenta el contexto de trabajo, así como sus objetivos.

Disponible en el URL: https://hdl.handle.net/11056/29923

Duración: 2:26min

b) Video 2. Memorias, saberes e identidad: reivindicar prácticas y saberes comunitarios. Es un espacio dedicado a problematizar el saber matemático en contextos diversos, y las formas propias en que cada cultura organiza y se apropia de su saber desde las prácticas culturales. Se presentan algunos ejemplos de las formas diversas en los sistemas de numeración en algunos pueblos indígenas de Costa Rica. Reflexiona desde el punto de vista de las ciencias sociales, sobre las formas del saber dentro de las comunidades, y rectifica en principio ético-político de las etnomatemáticas y su papel reivindicador de las prácticas y los saberes comunitarios.

Disponible en el URL: https://hdl.handle.net/11056/30007

Duración: 6:27min

c) Video 3. Matemáticas: una construcción humana, social y cultural. Este video hace un recorrido que explora cómo las matemáticas se viven y se transmiten en la cotidianidad de la comunidad, mostrando los cálculos utilizados en la construcción de viviendas tradicionales, en la elaboración de la medicina indígena, las herramientas para la caza y la pesca, la piedra de moler y la práctica cultural de la jala de piedra. Cierra con una reflexión sobre las tensiones que se vienen dando entre la matemática escolarizada y la matemática desde la perspectiva sociocultural.

Disponible en el URL: https://hdl.handle.net/11056/30008

Duración: 10:47 min

d) Video 4. Ser investigador de las etnomatemáticas: recomendaciones para adentrarse en prácticas y saberes comunitarios. Realiza un análisis del rol del docente como investigador comunitario descolonizado, enfatizando la importancia del diálogo entre saberes, las formas de organización de las comunidades y las competencias requeridas para realizar esta labor. ¿Qué necesitamos para hacer una investigación etnomatemática? Se presenta un testimonio de la violencia epistémica que genera la educación matemática tradicional cuando no se contextualizan los contenidos.

URL: https://hdl.handle.net/11056/30009

Duración: 4:30min

e) Video 5. Etnomatemáticas y educación matemática: diseño y evaluación de actividades de clase. Es una reflexión sobre la construcción de actividades de clase que permitan una enseñanza paralela y comparativa entre los saberes matemáticos propios de los pueblos y comunidades y el saber escolarizado. ¿Cuáles elementos deben de tomarse en cuenta a la hora de diseñar actividades de clase con enfoque etnomatemático?

URL: https://hdl.handle.net/11056/30010

Duración: 6:42min

Estos audiovisuales constituyen un aporte significativo para repensar la formación docente y evidenciar el potencial transformador de las prácticas culturales de pueblos originarios en el ámbito educativo.

7. Reflexiones finales

La experiencia de formación de docentes con la comunidad Bribri/Cabécar, ha generado impactos significativos tanto en los docentes como en la comunidad misma. Se fortaleció el saber comunitario, y el trabajo colectivo no solo empoderó a los docentes, sino que revitalizó la identidad y la autoestima cultural.

Algunas interrogantes críticas podrían direccionar el potencial que tienen iniciativas de esta índole, como, por ejemplo: ¿de qué manera una comunidad puede reconfigurar la formación tradicional de docentes?, ¿cómo podría descolonizarse la gobernanza de los modelos tradicionales en la formación docente?, ¿cómo se puede garantizar que la integración de saberes ancestrales en la formación docente no sea simplemente simbólica, sino que realmente transforme las prácticas pedagógicas y los modelos de gobernanza?, ¿de qué forma se pueden establecer mecanismos de diálogo y corresponsabilidad entre las comunidades y las instituciones escolarizadas para que la reconfiguración de la formación docente respete la autenticidad de los saberes indígenas sin caer en apropiaciones o simplificaciones?

El uso de los medios audiovisuales se destacó como una herramienta fundamental para visibilizar a las comunidades, sus saberes y su práctica cultural. Los videos producidos, son espacios de diálogo y reflexión crítica. Las bondades de este tipo de materiales didácticos permiten que no solo miembros de la misma comunidad, sino que otros actores accedan a estas experiencias, que podrían aportar a reconfiguraciones futuras en la formación del nuevo docente que requiere los nuevos modelos de educación. Además, se dio una reactivación de la memoria colectiva de la comunidad a través de narrativas y testimonios que merecen ser contados y escuchados, se resaltó el protagonismo comunitario ante la superación del investigador-investigado

Finalmente, existen retos y proyecciones futuras en este campo. Fomentar la diversidad de metodologías ayuda a vivenciar procesos diferenciados en la formación. Salir de las aulas de clase y dialogar con la comunidad, es fundamental para comprender lo diversos que somos y las formas en que otras culturas organizan su saber. Hablamos de empezar a transitar por caminos desconocidos para muchos y erradicar de manera sistemática la violencia epistémica que ejerce la enseñanza tradicional de la matemática. También se abre la posibilidad de ampliar el uso de audiovisuales para debatir estas experiencias, asegurándose que las voces de los pueblos indígenas y sus prácticas culturales sea reconocidas y valoradas en el ámbito global.

Aclaratorias

Este artículo nace de las reflexiones realizadas en los estudios del Doctorado de Ciencias Sociales de la Universidad Nacional de Costa Rica y del Doctorado en Educación y Comunicación Social de la Universidad de Málaga en España. Agradezco al Campus Sarapiquí de la Universidad Nacional de Costa Rica, por el apoyo brindado en este proceso de estudios doctorales. También agradezco a las Vicerrectorías de Extensión e Investigación de la Universidad Nacional de Costa Rica, y a los Fondos de la Universidad Nacional para el Desarrollo de las Regiones (FUNDER) por emitieron el presupuesto para la generación de los audiovisuales.

Referências

Bourdieu, P. (2000). *Los usos sociales de la ciencia*. Buenos Aires: Ediciones Nueva Visión.

D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática: Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Dussel, E. (2015). *Filosofías del Sur: Descolonización y Transmodernidad*. México: Ediciones Akal.

Esteban, K. (2015). La teoría del poder de Foucault en el ámbito educativo. *Horizonte de la Ciencia*, vol. 5, núm. 9, pp. 127-133, 2015. Universidad Nacional del Centro del Perú.

Foucault, M. (2003). *Vigilar y Castigar*. Argentina: Siglo XXI.

García, R. (2000). *Fundamentos de la legitimidad*. Estudios políticos, núm. 24, sexta época, mayo-agosto, 2000, p.p. 129-153.

Grosfoguel, R. (2012). *La descolonización del conocimiento: diálogo crítico entre la visión descolonial de Frantz Fanon y la sociología descolonial de Boaventura de Sousa Santos.* Recuperado de http://www.elcorreo.eu.org/La-descolonizacion-del-conocimiento-Dialogo-critico-entre-Frantz-Fanon-y-Boaventura?lang=fr

Nápoles-Robles, E., & Robles-Tomacén, V. (2022). Los valores patrimoniales de los portadores de tradiciones y su aprovechamiento en el contexto pedagógico latinoamericano. *Portal De La Ciencia*, *3*(1), 38-47. https://doi.org/10.51247/pdlc.v3i1.309

Seravalli, G. (2023). Educación de III Ciclo de la Enseñanza General Básica y Diversificada Académica: análisis comparativo de las estructuras curriculares bajo la mirada de la inclusión, exclusión y desigualdad educativa. *Revista Ensayos Pedagógicos*, 18(1), 201-238. https://doi.org/10.15359/rep.18-1.10.

Tamayo, C. (2018). Licenciatura en Pedagogía de la Madre Tierra, etnomatemática y formación de profesores. *Ciênc. Educ.*, Bauru, v. 24, n. 3, p. 759-777.

Vásquez, A. (2024). Una experiencia en el diseño y la evaluación de textos de matemática con enfoque etnomatemático. *Reflexiones sobre educación matemática desde la Etnomatemática*. Villavicencio: Editorial Universidad de los Llanos. Primera edición, pp. 71-83.

Vásquez, A. Selles, A. Rodríguez, D. Villanueva, A. Mora, I. Flores, J. Herrera, A. Cortés, J. Rojas, O. Yasin, G. Reyes, J. Chaves, E. Romero, J. Morales, D. Sucre, C. Camareno, H. Fernández, E. Chale, A. (2020). *Kul Eltepa I Cha: Matemática contextualizada a los pueblos Bribri y Cabécar*. Costa Rica: Editorial del Norte.

Wallerstein, I. (1979). *El moderno sistema mundial*. Tomo I, México, Siglo XXI Editores.

O ensino de conceitos matemáticos nos Anos Iniciais por meio de tarefas investigativas

Ivanildo Rigotti[5]
Sônia Elisa Marchi Gonzatti[6]
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt[7]

Resumo: Este produto educacional foi desenvolvido a partir de uma formação continuada realizada com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Canoas/RS. A partir das necessidades formativas sobre conceitos e metodologias enunciadas por estes docentes, foram abordados objetos de conhecimento da área de Matemática indicados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), na área de Matemática e suas Tecnologias para este nível de ensino. São apresentadas três tarefas investigativas, sustentadas nos princípios teórico-metodológicos da investigação matemática. As tarefas abordam sequências numéricas, relações numéricas – ambos objetos de conhecimento da unidade temática de Álgebra - e volume de prismas usando material dourado, objeto de conhecimento da unidade temática de Geometria. Cada uma dessas tarefas foi planejada para desenvolver a argumentação, a elaboração de estratégias e conjecturas, a capacidade de resolução de problemas e a compreensão dos conceitos matemáticos, voltadas ao âmbito dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chaves: Investigação Matemática. Anos Iniciais. Formação continuada. Necessidades formativas.

1. Apresentação

As tarefas investigativas apresentadas neste capítulo são parte integrante da pesquisa de Mestrado intitulada "Formação continuada e ensino de matemática nos Anos Iniciais: explorando atividades investigativas a partir das necessidades formativas dos docentes" (Rigotti, 2023). Foram desenvolvidas durante encontros de formação continuada de professores dos Anos Iniciais de uma escola pública municipal situada em Canoas/RS. Esses encontros tinham como objetivo principal promover a reflexão e a prática de metodologias investigativas no contexto escolar, visando contribuir para com a prática docente de professores de Anos Iniciais que ensinam matemática. Por meio das tarefas investigativas desenvolvidas e de discussões teórico-metodológicas, os professores puderam explorar novas abordagens pedagógicas, compartilhar experiências e

5 Mestre em Ensino de Ciências Exatas (Univates). Professor de Matemática da Educação Básica. ivanildo.rigotti@universo.univates.br

6 Doutora em Educação (PUCRS). Professora e pesquisadora do Programa de pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas – Univates. soniag@univates.br

7 Doutora em Informática Educativa (UFRGS). Professora e pesquisadora do Programa de pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas – Univates. mrehfeld@univates.br

desenvolver estratégias que contribuíssem para a construção de um ambiente educacional mais dinâmico e participativo.

Um dos resultados da pesquisa de mestrado do primeiro autor foi a publicação de um produto educacional, que consiste em um material didático produzido no âmbito dos programas de pós-graduação na modalidade profissional. Em sua gênese, um produto educacional precisa responder a um problema no campo da prática profissional docente. Em efeito, Rizzatti et al. (2020, p. 4) definem produto educacional como “[...] o resultado tangível oriundo de um processo gerado a partir de uma atividade de pesquisa”, que procura responder um problema do campo da prática profissional docente.

No caso da pesquisa de Rigotti (2023), o problema detectado diz respeito às necessidades formativas em relação a conceitos e práticas para o ensino de matemática nos para que nos Anos Iniciais. O produto educacional gerado, intitulado **Sequência didática com tarefas de Investigação Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação de professores,** pode ser acessado por meio do QR Code da figura 1.

Figura 1 - Acesso ao Produto Educacional

Fonte: gerado com QR Code fácil

O produto em tela tem como finalidade apresentar tarefas investigativas que foram desenvolvidas em um curso de formação continuada para professores que trabalham matemática com os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, usando a metodologia de Investigação Matemática, à luz da BNCC (Brasil, 2018).

Diante desse contexto, este texto tem como propósito apresentar três tarefas investigativas desenvolvidas com os professores participantes da pesquisa de mestrado do primeiro autor e que integram o Produto Educacional gerado na pesquisa. As tarefas selecionadas contemplam objetos de conhecimento das unidades temáticas de Álgebra e Geometria, na área de conhecimento de Matemática e suas tecnologias (Brasil, 2018). Estas unidades temáticas e objetos de conhecimento afins foram indicados pelos professores, evidenciando suas necessidades formativas, por meio de estudo exploratório realizado na fase inicial da pesquisa (Rigotti, 2023). Destaca-se, ainda, que este material pode ser replicado em turmas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, visando incentivar o desenvolvimento do pensamento algébrico e geométrico das crianças desde os estágios iniciais de escolarização.

Por último, cabe salientar a potência da metodologia da investigação matemática segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), para a construção do conhecimento matemático, trazendo às aulas baseadas nesta metodologia oportunidades para os estudantes evidenciarem e discutirem suas formas de pensar. Sobretudo, as tarefas investigativas são profícuas para promover novas percepções sobre a matemática e seu ensino.

Para definir os conteúdos de matemática a serem abordados nos encontros de formação, foi realizado um levantamento junto aos professores da escola, com objetivo de identificar os principais temas e objetos de conhecimento abordados nas aulas de Matemática que os docentes tinham mais dificuldades de ensinar. Esta iniciativa visou alinhar as práticas pedagógicas com as necessidades e interesses dos professores, bem como aprimorar a qualidade do ensino por meio de tarefas de investigação matemática.

Tais tarefas foram introduzidas como uma estratégia para engajar os docentes a estimularem seus alunos de forma mais ativa no processo de aprendizagem. Essas tarefas estimulam o pensamento crítico, a criatividade e a capacidade de resolver problemas complexos de maneira colaborativa. Além disso, elas proporcionam aos alunos a oportunidade de explorar e descobrir conceitos matemáticos por conta própria, promovendo um aprendizado mais profundo e significativo.

Ao integrar essas tarefas no currículo, os professores têm a oportunidade de abordar os temas de maneira mais dinâmica e interativa, facilitando a compreensão e a aplicação dos conceitos matemáticos. Essa abordagem também contribui para a formação de alunos mais autônomos e preparados para enfrentar desafios futuros tanto na vida acadêmica quanto profissional ou pessoal.

2. Contextualização

Este produto educacional foi desenvolvido no município de Canoas, no contexto de um curso de formação continuada com carga horária de 20 horas, voltado para professores pedagogos que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O curso contou com a participação de oito professores, cujo foco principal era aprimorar suas práticas pedagógicas na área da Matemática, trabalhando temas como sequências numéricas, orientação e deslocamento e geometria espacial (Rigotti; Gonzatti; Rehfeldt, 2023).

Os encontros foram planejados de modo a proporcionar uma experiência colaborativa e reflexiva, na qual os professores participantes puderam trocar experiências, discutir e compartilhar estratégias e conjecturas produzidas durante a realização das tarefas, além de avaliar a pertinência de replicar tarefas investigativas como estratégia de ensino de matemática. Cada encontro buscou não apenas aprofundar o conhecimento dos professores sobre os temas propostos, mas também promover a aplicação prática desses conhecimentos em sala de aula.

O formador e pesquisador desempenhou um papel crucial nesse processo. Como um integrante do grupo, mas também professor de Matemática dos Anos Finais da mesma escola, sua participação foi dupla. Por um lado, ele atuou como mediador e facilitador das discussões, trazendo suas experiências e conhecimentos específicos da disciplina para enriquecer o debate. Por outro lado, sua presença como colega e integrante do corpo docente da escola permitiu uma interação mais próxima e uma compreensão mais profunda dos desafios e necessidades dos professores dos Anos Iniciais.

3. Alguns resultados da pesquisa

O desenvolvimento do curso de formação continuada sintonizado com a prática docente e as necessidades formativas dos professores permitiu que eles se sentissem parte de uma comunidade de prática, comprometidos com a melhoria contínua do ensino da Matemática e com a construção de um ambiente escolar mais enriquecedor para seus alunos.

Também enquanto participavam das apresentações e se deparavam com outras ideias dos grupos, refletiam se seus alunos iriam chegar a tal conclusão, e quando o consenso de que a solução apresentada era muito avançada para certos anos de escolaridade, emergiam questionamentos sobre uma forma de adaptar a tarefa ou dicas a serem dadas para que os alunos pudessem construir esses conceitos e chegar a essas ideias de forma autônoma. Este posicionamento encontra eco nas ideias de Tardif (2012), que registra a importância de valorizar os saberes experienciais dos professores nos processos de formação e reflexão sobre a própria prática.

Diversas estratégias e conjecturas emergiram durante a realização das atividades propostas. O trabalho em grupo potencializou as discussões em relação às atividades desenvolvidas. Levando-se em consideração que os professores participantes da formação não atuavam na área de matemática e são todos formados em pedagogia, o trabalho em grupo auxiliou na mitigação de dúvidas que emergiam durante a realização das tarefas.

Em geral, os professores participantes salientaram a importância das atividades de investigação que foram desenvolvidas, pois diversos conceitos iniciais sobre a geometria e sequências foram revistos e aprimorados e outros tiveram que ser construídos com eles, pois a alegação do grupo era que não tiveram em sua formação ou então não tinham aprendido, uma vez que não lembravam de nada sobre o assunto.

4. Tarefas investigativas e ensino de Matemática nos Anos Iniciais

O Produto Educacional e as tarefas desenvolvidas foram baseadas em alguns pressupostos da metodologia da investigação matemática (Ponte; Brocardo; Oliveira; 2013; Rehfeldt; Quartieri, 2021). Esta abordagem pedagógica valoriza o processo de descoberta e construção do conhecimento, onde os alunos são incentivados a formular perguntas, investigar hipóteses, explorar soluções e refletir sobre os resultados obtidos.

As etapas de uma investigação matemática podem ser sintetizadas da seguinte forma: inicialmente, a problematização, que envolve a apresentação de uma situação ou problema desafiador que desperta a curiosidade dos alunos; em seguida, a formulação de hipóteses, onde os alunos conjecturam possíveis soluções ou caminhos para resolver o problema; a exploração, que é a fase de experimentação e tentativa de resolver o problema utilizando diferentes estratégias; a argumentação, onde os alunos discutem e justificam suas estratégias e soluções; e, finalmente, a validação, onde se verifica a pertinência das soluções encontradas e se generalizam os conhecimentos adquiridos para outras situações.

Desenvolver tarefas investigativas nos Anos Iniciais é fundamental por diversas razões. Segundo a Base Nacional Comum Curricular ou BNCC (Brasil, 2018), a educação matemática deve promover a resolução de problemas, o raciocínio lógico, a argumentação e a comunicação matemática, habilidades que são essencialmente desenvolvidas por meio de metodologias investigativas. A BNCC destaca ainda a importância de formar alunos que sejam capazes de pensar criticamente, serem autônomos e terem uma postura ativa na construção do conhecimento.

Além disso, autores como Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) defendem que a investigação matemática contribui significativamente para o desenvolvimento de competências matemáticas. Em seu trabalho, os autores argumentam que essa abordagem permite aos alunos não apenas aprender conteúdos matemáticos, mas também desenvolver capacidades de pensamento matemático, como formular e testar hipóteses, reconhecer padrões, construir e justificar argumentos matemáticos. Ademais, enfatizam que a investigação matemática promove um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e motivador, onde os alunos se sentem desafiados e engajados.

Portanto, implementar tarefas investigativas nos Anos Iniciais não apenas alinha-se às diretrizes educacionais estabelecidas pela BNCC, mas também enriquece o processo de ensino-aprendizagem, proporcionando aos alunos oportunidades significativas de desenvolverem habilidades essenciais para sua formação integral e para o exercício da cidadania.

Na continuidade deste texto, passamos ao detalhamento das tarefas investigativas desenvolvidas.

5. Tarefas desenvolvidas

Neste produto educacional, são apresentadas três tarefas investigativas que foram aplicadas nos encontros de formação continuada, de um total de cinco tarefas desenvolvidas na pesquisa (Rigotti; Gonzatti; Rehfeldt, 2023). As tarefas abordam sequências numéricas, relações numéricas – ambos objetos de conhecimento da unidade temática de Álgebra - e volume de prismas usando material dourado, objeto de conhecimento da unidade temática de Geometria (Brasil, 2018). Cada uma dessas tarefas foi planejada para desenvolver a argumentação, a elaboração de estratégias e conjecturas, a capacidade de resolução de problemas e a compreensão dos conceitos matemáticos.

A primeira tarefa foca nas sequências numéricas, adaptada Rehfeldt e Quartieri (2021). Os alunos são incentivados a identificar padrões e regularidades em conjuntos de números, formulando regras para prever os próximos termos. Na segunda tarefa os alunos explorarão relações numéricas, investigando como diferentes números se relacionam entre si através de operações matemáticas. Já a terceira tarefa utiliza o material dourado para explorar o volume de prismas, proporcionando uma experiência tátil e visual para entender o conceito de volume.

Cada tarefa foi estruturada com base nos pressupostos da metodologia da investigação matemática, que valoriza a descoberta, a formulação de hipóteses e a reflexão sobre os resultados. Essas atividades não apenas alinham-se às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), mas também enriquecem o processo de ensino-aprendizagem, tornando a matemática uma disciplina mais acessível e interessante para os alunos. Preparem-se para uma jornada de descobertas e aprendizado matemático.

Tarefa 1 – Sequências

Colega professor(a). Antes de apresentar a tarefa, consideramos importante registrar algumas orientações para a mediação pedagógica das tarefas baseadas na metodologia da investigação matemática.

Orientações para o(a) professor(a): **Estas orientações são válidas para a mediação das demais tarefas investigativas** Divisão em Grupos: Organize a turma em pequenos grupos de 3 a 4 alunos. Essa configuração promove a colaboração e o diálogo entre os alunos, incentivando a troca de ideias e estratégias. Ambiente de Aprendizagem: Assegure-se de que o ambiente de aprendizagem seja favorável à investigação, com mesas organizadas para facilitar o trabalho em grupo e espaço suficiente para movimentação e interação. **1 – Inicie** organizando a turma em grupos, com 3 a 4 integrantes. **2 – Distribua** uma folha por grupo, contendo a tarefa escrita. **3 – Explique** a tarefa, sugerindo que encontrem outras maneiras de ampliar a sequência numérica encontrando formas diferentes e criativas. Medie as discussões nos grupos, estimulando novas formas de pensar. **4 – Instigue** os alunos a apresentarem suas conjecturas e estratégias usadas. **5 – Promova** momentos para socializar as conclusões dos grupos para os demais participantes.

A tarefa 1, sobre sequências numéricas, é uma excelente oportunidade para os alunos dos Anos Iniciais explorarem padrões e regularidades numéricas de maneira dinâmica e interativa. Por meio dela, é possível desenvolver habilidades de raciocínio lógico, identificação de padrões e compreensão de conceitos fundamentais de aritmética. De enunciado relativamente simples, esta tarefa admite diferentes soluções, o que é essencial no contexto da metodologia da investigação matemática. Para os professores participantes da pesquisa, foi uma tarefa essencial para se familiarizarem com esta metodologia.

Embora essas tarefas (tarefa 1 e tarefa 2) sejam de ampla utilização e conhecimento ´por pesquisadores que utilizam a metodologia de Investigação Matemática, para muitas escolas e principalmente por professores dos Anos Iniciais, não é do conhecimento de muitos, tampouco é utilizada regularmente para o ensino nas aulas de matemática.

A seguir, apresentamos a tarefa 1, sobre sequências numéricas.

Enunciado da tarefa 1

Observar a sequência numérica e dar continuidade nas possibilidades do padrão da sequência.

1) Continue a sequência numérica com três possibilidades diferentes.

a) Primeira possibilidade: 6, 10, _____, _____, _____, _____, _____

Como você pensou?

____

____

b) Segunda possibilidade: 6, 10, _____, _____, _____, _____, _____

Como você pensou?

____

____

c) Terceira possibilidade: 6, 10, _____, _____, _____, _____, _____

Como você pensou?

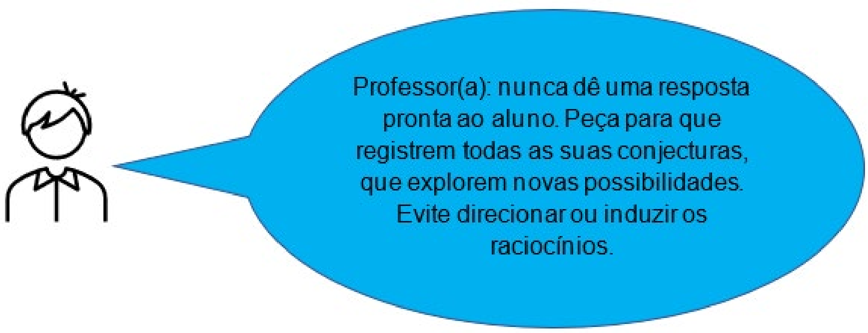
____

____

Fonte: Adaptado de Rehfeldt e Quartieri (2021).

Quanto às possíveis soluções e conjecturas, é comum os alunos completarem a sequência da seguinte forma: 6, 10, 14, 18...; ou seja, somando sempre 4 unidades ao termo anterior para encontrar o seguinte. Tal solução também foi proposta pelos professores que participaram da formação. Na tarefa pode-se observar que foram encontradas outras maneiras, usando outras operações matemáticas.

As conjecturas apresentadas como segunda e terceira possibilidade de continuar a sequência foram: 6, 10, 15, 21, 28, 36. Os professores utilizaram como estratégia a ideia de somar aos termos a seguinte sequência: 4, 5, 6, 7, 8 e assim sucessivamente. Assim, do primeiro termo que era 6 somaram mais 4 unidades e gerou o segundo termo que é 10; a esse somaram mais 5 unidades e gerou o 15 e, assim, por diante. A terceira possibilidade foi a seguinte: 6, 10, 16, 26, 42; ou seja, somar os dois primeiros termos e vai gerar o terceiro, somar o segundo e o terceiro e vai gerar o quarto termo e assim por diante.



Tarefa 2 – Relações numéricas

Objetos de conhecimento que podem ser explorados: **Operações Básicas:** Exploração de adição, subtração, multiplicação e divisão, e como essas operações se relacionam entre si. **Propriedades dos Números:** Compreensão de propriedades dos números, como comutatividade, associatividade e distributividade. **Padrões e Regularidades:** Identificação de padrões numéricos e exploração de regularidades em conjuntos de números. **Relações Proporcionais:** Introdução às relações proporcionais e como identificar e representar proporções. **Raciocínio Algébrico:** Desenvolvimento do pensamento algébrico inicial, utilizando variáveis simples para representar relações numéricas.

A tarefa de investigação matemática sobre relações numéricas oferece aos alunos dos Anos Iniciais uma oportunidade de explorar as conexões e padrões existentes entre números de forma prática e interativa. Esta atividade é projetada para desenvolver habilidades de raciocínio lógico, compreensão de operações básicas e comunicação matemática. Foi adaptada do trabalho de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), trabalho de referência na área da investigação matemática.

Essa tarefa visa não apenas facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos fundamentais, mas também promover um ambiente de aprendizado colaborativo e engajador. Ao investigar relações numéricas, os alunos desenvolvem competências cruciais para o avanço em matemática, ao mesmo tempo em que se envolvem ativamente na descoberta e no aprendizado. A investigação em relações numéricas envolve tarefas que permitem aos alunos identificar e analisar padrões, desenvolver a capacidade de formular hipóteses e validar suas conjecturas. Essas atividades são projetadas para promover um pensamento matemático mais profundo e desenvolver habilidades analíticas nos estudantes.

Professor!

1 – Inicie organizando a turma em grupos com 3 ou 4 integrantes.

2 – Distribua uma folha por grupo contendo a tarefa.

3 – Explique aos alunos a tarefa, sugerindo que encontrem outras maneiras de ampliar, de forma criativa, a sequência numérica. Medeie as discussões nos grupos estimulando novas formas de pensar.

4 – Motive os alunos a apresentarem suas conjecturas e estratégias.

5 – Promova momentos para socializar as conclusões dos grupos.

Enunciado da tarefa 2:

Procure estabelecer o máximo de relações entre os números dispostos no Quadro 1. Procure identificar padrões e regularidades.

Quadro 1 – Sequência de números inteiros

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19

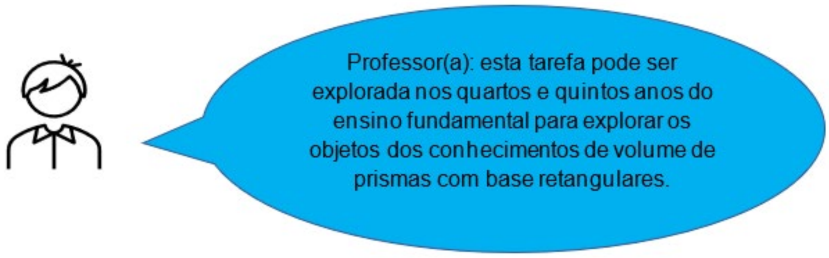
Fonte: Adaptado de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013)

Esta tarefa foca na investigação envolvendo números e operações, destacando atividades que estimulam a descoberta de padrões e relações numéricas. É comum que os participantes encontrem algumas regularidades rapidamente tais como: nas linhas sempre o sucessor é a soma do anterior mais um e nas colunas a soma é mais quatro. No entanto, pode se afirmar que existem muitas outras relações envolvidas e nas diversas aplicações feitas pode-se observar que, quanto mais os grupos entendem o propósito da tarefa, mais padrões de regularidades vão encontrando.

Tarefa 3 – Volume de prismas com Material Dourado

Orientações para o(a) professor(a):
1 – Inicie organizando a turma em grupos, com 3 a 4 integrantes.
2 – Distribua uma folha, por grupo, contendo a tarefa.
3 – Explique a tarefa, sugerindo que encontrem outras maneiras de fazer a representação com cubinhos de forma diferente.
4 – Depois de explicar a tarefa, distribua o material dourado entre os alunos.
5 – Estimule os alunos a apresentarem suas conjecturas.
6 – Promova momentos para socializar as conclusões dos grupos para os demais participantes.
7 – Forneça papel, canetas ou lápis, régua e peça para que eles desenhem os prismas que representaram.

Esta tarefa foi elaborada pelos autores deste produto e aplicada em um dos encontros na formação continuada de professores que ensinam matemática para os Anos Iniciais. O objetivo principal desta tarefa é explorar os objetos do conhecimento elencados na BNCC para o ensino da geometria espacial, especificamente no que tange ao volume de prismas.



Enunciado da tarefa 3

a) Construa um prisma de base regular usando 12 cubinhos. Você consegue desenhar ele? Como você pensou para construí-lo?

b) Construa um prisma de base regular usando 10 cubinhos. Você consegue desenhar ele? Como você pensou para construí-lo?

c) Construa um prisma de base regular usando 8 cubinhos. Você consegue desenhar ele? Como você pensou para construí-lo?

d) Existem outras possibilidades para construir os prismas solicitados? Explique seus raciocínios.

Fonte: Dos autores (2023)

Inicialmente, os professores sentiram dificuldade em transpor da representação do material dourado para o desenho no papel. Portanto, é esperado que os alunos também apresentem estas dificuldades. É importante a mediação do professor no sentido de questionar as formas de pensar e compartilhar estratégias e conjecturas entre os alunos, de modo a analisar as soluções e auxiliar aqueles alunos que não conseguem fazer a representação do prisma no plano bidimensional.

Ainda quanto às resoluções produzidas, foi possível notar que a utilização do material dourado facilitou a formulação de estratégias. Em efeito, os professores facilmente fizeram a representação das questões (a, b e c), porém quando eram questionados se era a única possibilidade aquela representação, então refaziam tentando organizar de forma diferente. De forma unânime, todos os grupos conseguiram encontrar todas as possibilidades para cada questão utilizando os materiais concretos. As possibilidades encontradas para as questões são apresentadas no quadro a seguir.

Quadro 2 - Diferentes possibilidades para construção de prismas retangulares

Alternativa	**Possibilidade 1**	**Possibilidade 2**	**Possibilidade 3**
A	12 cm x 1 cm x 1 cm = 12 cm^3	6 cm x 2 cm x 1 cm = 12 cm^3	4 cm x 3 cm x 1 cm = 12 cm^3
B	5 cm x 2 cm x 1 cm = 10 cm^3	10 cm x 1 cm x 1 cm = 10 cm^3	1 cm x 1 cm x 10 cm = 10 cm^3
C	2 cm x 2 cm x 2 cm = 8 cm^3	8 cm x1 cm x 1 cm = 8 cm^3	4 cm x 2 cm x 1 cm = 8 cm^3

Fonte: Rigotti (2023)

As figuras 2, 3 e 4 ilustram as possibilidades de representação de um prisma produzido com 12 cubinhos (possibilidades 1, 2 e 3, respectivamente).

Figura 2 - Prisma com dimensões 12 cm x 1 cm x 1 cm (comprimento, largura e altura)

Fonte: Rigotti (2023)

Figura 3 – Prisma com dimensões 6 cm x 2 cm x 1 cm (comprimento, largura e altura)

Fonte: Rigotti (2023)

Figura 4 - Prisma com dimensões 4 cm x 3 cm x 1 cm (12 cm^3 de volume)

Fonte: Rigotti (2023)

Para a alternativa B – um prisma de 10 cm³ de volume, uma das soluções possíveis (possibilidade 2), apresentada no quadro 2, é a seguinte: 10 cm x 1 cm x 1 cm (Figura 5).

Figura 5 - Prisma de dimensões 10 cm x 1 cm x 1 cm (largura comprimento e altura)

Fonte: Rigotti (2023)

Para finalizar, a figura 6 ilustra uma das possiblidades de montagem de um prisma com 8 cm³ de volume. Conforme quadro 2, uma possiblidade apresentada pelos professores é de um prisma de dimensões (2 x 2 x 2) cm.

Figura 6 – Prisma com lado 2 cm (comprimento x largura x altura)

Fonte: Rigotti (2023)

Outra possibilidade apresentada pelos professores é de um prisma como o da figura 7.

Figura 7 - Prisma retangular de dimensões 4 cm x 2 cm x 1 cm

Fonte: Rigotti (2023)

Ao tentar passar da representação para o desenho em folha de papel, se observou dificuldade geral. Os grupos tentaram eleger um representante que fosse mais habilidoso com desenhos e, mesmo assim, nem todos conseguiram fazer o desenho no papel do prisma que haviam representado com material dourado. A maior dificuldade observada foi conseguir representar o desenho em forma de 3D, apenas faziam no plano.

Esta atividade tem a intenção de construir os conceitos sobre prismas retangulares e o conceito de volume dos mesmos. Quanto às estratégias utilizadas, uma das observações é de que ainda se tem muita dificuldade para passar os modelos construídos no concreto com material dourado para o desenho no papel.

As perguntas nos itens a, b e c foram apenas norteadoras da atividade, pode-se usar outras possibilidades, sempre no intuito de garantir o aprendizado sobre o assunto, ampliando e construindo outras habilidades para cada ano. Concluindo, podemos afirmar que trabalhar com tarefas investigativas estimula a participação e a curiosidade dos alunos. Sobretudo, instiga o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, uma vez que a metodologia da investigação matemática tem como premissa a elaboração de hipóteses e conjecturas para a análise e desenvolvimento de soluções aos problemas propostos nas tarefas.

Colegas professores (as), finalizamos este texto manifestando nosso ensejo de que as tarefas aqui sugeridas possam ser replicadas em suas turmas de Anos Iniciais!

Referências

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 13 jan 2022.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula.** 3ª ed., Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

REHFELDT, Márcia Jussara Hepp; QUARTIERI, Marli Teresinha. Sugestões de Tarefas Investigativas. In: REHFELDT, Márcia Jussara Hepp; QUARTIERI, Marli Teresinha. GONZATTI, Sônia Elisa Marchi; (org.). **Tarefas Investigativas para os Anos Iniciais.** Porto Alegre: Casaletras, 2021, p. 127-143.

RIGOTTI; Ivanildo; GONZATTI; Sônia Elisa Marchi; REHFELDT, Márcia Jussara Hepp. **Sequência didática com tarefas de Investigação Matemática para os Anos Iniciais do ensino fundamental em um curso de formação de professores.** (Produto Educacional), 2023. Disponível em: https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/2023/mestrado/Ivanildo_Rigotti.pdf. Acesso em 20 maio de 2024.

RIZZATTI, Ivanise Maria et al. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO: docência em ciências**, v. 5, n. 2, p. 1-17, 2020. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657. Acesso em 23 de maio de 2024.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional.** Editora Vozes Limitada, 2012.

Formas de vida de estudantes de um Curso de Pedagogia e o campo da etnomatemática: analisando uma prática pedagógica

Kátia Lígia Vieira Lira[8]
Ieda Maria Giongo[9]

O texto que segue aborda como ideias relativas ao campo da etnomatemática podem produzir práticas pedagógicas matemáticas *on-line* e considerando o contexto dos estudantes. Convém destacar que as aulas via *google meet* decorreram em função da pandemia de COVID-19, no Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Amapá-Campus Binacional, situada em região transfronteiriça. A turma era constituída por estudantes autodenominados brancos, indígenas e negros. A disciplina em que foi desenvolvida a prática pedagógica - Teoria e Prática do Ensino de Matemática- tinha como ementa:

> A gênese e a história da Matemática. Concepções de ensino da Matemática. O processo de construção do pensamento matemático: o desenvolvimento do raciocínio lógico. A construção do conceito de número. A matemática e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). **A Etnomatemática como princípio pedagógico.** Proposições teórico-metodológicas para o ensino da Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Jogos matemáticos e sua importância para o processo ensino-aprendizagem. Experiências e projetos de ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Práticas sociais do ensino de Matemática. Teoria e Prática do Ensino de Matemática no ensino fundamental de 9 anos: habilidades e competências (PPC, 2013, p.54, grifos nossos).

Mediante a existência da Etnomatemática na ementa, buscou-se experienciá-la por meio de uma prática. No entanto, entendeu-se a necessidade de, inicialmente, os estudantes em formação compreenderem suas ideias centrais. De fato, na década de 1970, emergiu ideias acerca do campo da Etnomatemática, cujo precursor - o pesquisador brasileiro Ubiratan D'Ambrosio - a descreveu como sendo "[...] as técnicas ou as artes (TICAS) de ensinar, entender, explicar, lidar com o ambiente natural (MATEMA) social e imaginário (ETNO)" (D'Ambrosio, 1985, p. 45). Segundo ele, um dos objetivos dessa tendência é "[...] restaurar a dignidade dos indivíduos, reconhecendo e respeitando suas raízes" (D'Ambrosio, 2002, p. 42). D'Ambrósio também expressou que o "cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura" (D'Ambrosio, 2002, p. 22). O autor complementa que:

8 Doutoranda em Ensino de Ciências Exatas (Univates). Professora da Universidade Federal do Amapá-Campus Binacional. katia.lira@universo.univates.br

9 Doutora em Educação (Unisinos). Professora pesquisadora da Universidade do Vale do Taquari - Univates. igiongo@univates.br

> A cultura é um conjunto de objetos, de saberes e tecnologias, de valores, de mitos, de ritos, de linguagem e de formas de compreender o mundo, que estão sempre se modificando. Nessa perspectiva, a cultura não é um produto e sim uma produção que ocorre em diferentes contextos de relações sociais que assumem. Para cada povo, diferentes significados. Da mesma forma, sendo um conhecimento criado no interior das culturas, o conhecimento matemático está sempre sendo produzido, redefinido, recriado, enfim, está sempre adquirindo diferentes significados e formas para diferentes povos, é por isso que dizemos que o conhecimento matemático não é único, mas que existem vários e dinâmicos saberes matemáticos (D'Ambrosio, 2002, p. 213).

D'Ambrósio também sustenta que cada cultura apresenta uma produção matemática própria, tão legítima quanto à eurocêntrica. Em efeito, a "Etnomatemática [...] não propõe a exclusão desta Matemática que vem sendo considerada como legítima" (Wanderer, 2014, p. 259), mas nos faz compreender que "Em um sentido cultural, a matemática dos documentos oficiais é produção cultural de um grupo e vem sendo divulgada como linguagem única e universal, em uma perspectiva monocultural" (Conrado, 2019, p. 35). Dessa forma, tem havido o silenciamento das demais culturas matemáticas; no entanto, em oposição a essa ideia, a Etnomatemática traz a emergência de distintas racionalidades.

Embora os estudos relativos à Etnomatemática tenham iniciado por D'Ambrósio, eles foram se ampliando, tornando-se plurais e polissêmicos, concebendo diferentes propósitos investigativos, tomando por base vários aportes teórico-metodológicos. Nesse sentido, a escolha dos referenciais que sustentaram a prática pedagógica recaiu sobre os estudos efetivados pelo grupo de pesquisa Práticas, Ensino e Currículos (PEC/CNPq/Univates), que conceituam a Etnomatemática a partir das ideias de Knijnik et al. (2019, p. 28):

> [...] uma "caixa de ferramentas" que considera fundamental para "analisar os discursos que instituem as Matemática Acadêmica e Escolar e seus efeitos de verdade e examinar os jogos de linguagem que constituem cada uma das diferentes Matemáticas, analisando suas semelhanças de família.

Aqui ecoam ideias da maturidade de Ludwig Wittgenstein, sobretudo usos, jogos de linguagem e semelhanças de família. Condé (2004), intérprete da obra de Wittgenstein, destaca que a linguagem ganha sentido a partir do seu uso e sublinha que jogo de linguagem é "o conjunto indispensável da linguagem e das atividades a partir das quais interagimos no mundo" (Condé, 2004, p .82). Wanderer (2007), sustentada nas ideias de Condé, afirma que "processos como descrever objetos, relatar acontecimentos, construir hipótese e analisá-las, contar histórias, resolver tarefas de cálculo aplicado, entre outras, são denominados por Wittgenstein jogo de linguagem" (Wanderer, 2007, p.163-164). Ainda segundo Condé (2004), não existe apenas uma linguagem, mas várias. Os jogos de linguagem estão intrinsecamente relacionados ao modo de vida do sujeito como um ser singular, encontrando sustentação em cada contexto. Para Wittgenstein, "representar uma linguagem equivale a representar uma forma de vida" (Wittgenstein, 2004, p.23), ou seja, a língua faz parte da realidade, de uma forma de vida. Assim, pode-se afirmar que não existe a linguagem, mas simplesmente linguagens, isto é, "uma variedade imensa de usos, uma pluralidade de funções ou papéis que poderíamos compreender como jogos de linguagem" (Condé, 1998, p.92).

Ainda, há que se considerar que a linguagem está amalgamada à forma de vida que a gerou, ou seja, "[...] pode-se, para uma grande classe de casos de utilização da palavra 'significação' – se não para todos os casos de sua utilização - explicá-la assim: a significação de uma palavra é seu uso na linguagem" (Wittgenstein, 1991, p. 28). A partir do seu novo olhar polissêmico, é possível compreender que "[...] a Matemática acadêmica, a Matemática escolar, [...] as Matemáticas indígenas [...] podem ser entendidas como jogos de linguagem associados a diferentes formas de vida, agregando critérios de racionalidade específico" (Wanderer; Knijnik, 2008, p. 558).

Giongo (2008, p. 151) corrobora as ideias acima ao sublinhar que "os jogos de linguagem e as regras que os constituem estão fortemente imbricadas pelo uso que fazemos, ou seja, é parte integrante de uma determinada forma de vida". Em seus estudos de doutorado, a citada pesquisadora (2008) investigou os jogos de linguagem matemáticos expressos por professores e estudantes de uma escola técnica em agropecuária, inferindo que "a Matemática da disciplina Matemática e a Matemática das disciplinas técnicas, ambas vinculadas à forma de vida escolar e engendrando jogos de linguagem que eram constituídos por regras que conformam gramáticas específicas" (Giongo, 2008, p. 197). Para Wittgenstein, "a linguagem não é mais com as marcas da universalidade, perfeição e ordem, como se preexistisse às ações humanas" (Knijnik et al., 2019, p. 29). Assim, é impossível pensarmos na "existência de uma linguagem universal [...] na noção de uma racionalidade total e a priori, [mas] apostando [se] na constituição de diversos critérios de racionalidade" (Knijnik et al., 2019, p. 29).

Para Condé (1998), "os jogos de linguagem não estão isolados, mas têm parentescos uns com os outros de diferentes formas. Esses parentescos comuns, presentes nos jogos de linguagem, são chamados de semelhanças de família" (Condé, 1998, p. 104). O autor complementa que semelhanças de família são, assim, as semelhanças entre aspectos pertencentes aos diversos elementos que estão sendo comparados, mas de forma tal que os aspectos semelhantes se distribuem ao acaso por esses elementos. Esses aspectos semelhantes entrecruzam-se aleatoriamente, sem repetir-se uniformemente (Condé, 2004, p.53). Nesse contexto de semelhanças de família, é importante entender que elas se constituem considerando as diferenças e semelhanças existentes nos diferentes jogos de linguagem. Sendo assim, é fundamental perceber o desafio e a complexidade de construir o conhecimento. Nessa conjuntura, também se entende a necessidade de respeitar a diversidade dos sujeitos envolvidos e tomar consciência de que "Os 'outros', os diferentes, muitas vezes, estão perto de nós, e mesmo dentro de nós, mas não estamos acostumados a vê-los, ouvi-los, reconhecê-los, valorizá-los e interagir com eles" (Candau, 2008, p. 31).

A partir de tais referenciais elaborou-se uma prática pedagógica a seguir descrita. É importante assinalar que os estudantes estavam cientes do desenvolvimento da investigação, tendo sido explicados objetivos, metodologias e, nas aulas iniciais, o referencial teórico. Inicialmente, solicitou-se que assistissem, em casa, aos vídeos (Ubiratan D'Ambrósio–Etnomatemática e Etnomatemática e matemática humanista uma conversa, disponíveis, respectivamente, em https://www.youtube.com/watch?v=kUCNDK7DeKs) e https://www.youtube.com/watch?v=YYXoBpZy6Fo), para que, na próxima aula, pudessem debater o tema abordado.

No segundo encontro, ocorreu a socialização e problematização das ideias centrais expressas nos vídeos. Esse encontro teve como objetivo conhecer o "Pai" da Etnomatemática, sua jornada no meio acadêmico e encontros com outras matemáticas presentes em cada continente visitado. Assim, iniciou-se a aula via *google meet*, com os seguintes questionamentos: Como se deu a trajetória de D'Ambrosio na matemática pura, bem como o seu interesse pela Etnomatemática? Quais são os objetivos da Etnomatemática? O que significa a palavra Etnomatemática? Quais as características que foram observadas em D'Ambrosio ao passo que este teórico foi conhecendo novas culturas e com ela outras matemáticas tão válidas quanto a escolar? O que significa a expressão "gaiolas"? Os estudantes também foram convidados a refletir sobre a disponibilidade de se abrirem ao desconhecido e não ficarem presos apenas ao que já está posto e legitimamente conhecido como o único conhecimento matemático (o da matemática escolar).

No terceiro encontro, tomando como base o texto de Knijnik, Gelsa. A ordem do discurso da matemática escolar e jogos de linguagem. Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) volume 10, número 22-seção temática, 2017 e o vídeo O Pé pequeno: Pe.Pequeno.2018.720p.BluRay.x264DUBLADO.WWW.COMANDO ORRENTS.COM.mp4) ocorreu a socialização, debate e problematização da Etnomatemática e a matemática escolar. Questões foram disparadas: Por que a matemática escolar se encontra no patamar de superioridade? Por que as pessoas nem imaginam que possam existir outras matemáticas além da escolar? Qual a relação entre discurso, poder e verdades instituídas? Como esses elementos reverberam a vida de cada indivíduo e sociedade? Como são constituídas as verdades, crenças, preconceitos e silenciamento? Qual o papel da Etnomatemática nesse contexto?

Entender o valor da matemática escolar e o da matemática própria de cada povo, além de perceber, a partir disso, o poder do discurso e as verdades instituídas e sua repercussão na vida de cada indivíduo e da dinâmica da sociedade foi o objetivo do terceiro encontro. Para tanto, iniciou-se um debate e problematizaram-se questões referentes ao vídeo indicado para ser também assistido com antecedência e referido anteriormente: O Pé pequeno. Para tanto, indagando-se sobre o filme, seu roteiro, como viviam os monstros e quais “as verdades” que foram contadas para eles pelos seus líderes, como eles viviam a partir das crenças pré-estabelecidas, e o que poderia acontecer com quem pensasse diferente. Outras questões surgiram tais como “Como os humanos pensavam e agiam em relação aos monstros? É possível fazer relações com ideias do campo da Enomatemática?”

O quarto encontro foi dedicado à problematização, debate e socialização referentes à Etnomatemática enquanto prática de valorização do multiculturalismo, bem como de suas origens, tomando como base o seguinte texto: Moreira, A. F.; Candau, V. M. Multiculturalismo: diferenças culturais e práticas pedagógicas (orgs.). 2. Ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2008. Questionamentos como: Qual sua constituição étnico-racial? Você se considera negro, branco ou indígena? E a constituição étnico-racial dos seus pais, avós e ancestrais? Como os brancos, os negros e os indígenas são vistos em nossa sociedade? Conhecemos a história deles no processo de construção do país? Por qual perspectiva? O que significa silenciamento, tomada de consciência identitária? Qual o sentido do multiculturalismo segundo Candau? Qual a relação das práticas pedagógicas envolvendo o multiculturalismo e o resgate da autoestima, saída do silenciamento, respeito ao diferente e empatia? Qual a relação das práticas pedagógicas sugeridas por Candau e a Etnomatemática? Logo após, os estudantes foram desafiados a pesquisar com a comunidade e familiares sobre suas culturas e as matemáticas por eles produzidas, solicitando-se que trouxessem, no próximo encontro, uma receita de comida que fosse produzida em suas comunidades.

Assim, no quinto encontro, ocorreram as apresentações oral das receitas via *google meet* e envio de imagens dos alimentos no grupo do *WhatsApp* criado pelos estudantes. No processo de socialização, a professora-pesquisadora, endereçou perguntas relacionadas às medidas postas na receita de cada um, levando os alunos a perceberem as diferenças e semelhanças entre as receitas feitas por eles, seus pais e avós. Os estudantes investigaram quais eram os jogos de linguagem presentes em cada receita de e as semelhanças de família existentes entre eles e aqueles produzidos pela matemática escolar. As transcrições a seguir, evidenciadas nas gravações das aulas, expressam algumas apresentações dos estudantes:

> Estudante: Sou indígena da etnia Galibi Marworno, da aldeia kumarumã. Perguntei à minha mãe, acerca do mingau de tapioca, e ela me disse que, antigamente, antes de conhecerem e terem condições de comprar o café, os indígenas da aldeia o tomavam todos os dias pela manhã, sendo, portanto, a sua primeira refeição. Essa receita ainda é muito utilizada na minha comunidade; às vezes, os mais idosos a preferem ao café. Depois que passaram a comprá-lo, utilizam-no como um lanche e é servido tanto pela manhã como à tarde. Eu particularmente amo muito Ingredientes: Um litro de água; quinhentos gramas de tapioca; sal a gosto. Modo de preparo: Coloque uma panela ao fogo, com um litro de água e sal a gosto, deixe ferver por dez minutos. Depois, acrescente

os quinhentos gramas de tapioca e vá mexendo por uns vinte minutos até engrossar e bem cozido. E pronto, já pode se servir.

Estudante: Vou ensinar como fazer três sacos de farinha, com três paneiros de mandioca na água e dez paneiros de mandioca para terra. Arranque da Terra as mandiocas, descasque-as, pegue um tambor Jericano grande, encha de água e coloque-as de molho por três dias. Passados estes, arranque dez paneiros de mandioca, raspe-a e misture-a com os três paneiros que estavam na água. Mas, antes de misturar, você precisa pegar essa mandioca e ralar no ralo ou na máquina, depois misture essa massa, deixei-a descansar de um dia para o outro. Então, coloque-a em um saco de fibra e, em seguida, na prensa para escorrer toda a água; no caso, é o tucupi. Após, coe na peneira a massa já escorrida, coloque no forno e torre com três paneiros na água e dez na Terra. O total são três sacos grandes cheios de farinha.

Estudante: Professora, eu praticamente utilizo a matemática escolar, faço uso de calendário, calculadora, celular; a única forma que eu acho um pouco diferente é quando eu cozinho, porque, às vezes, eu faço as medidas no olhômetro ou uso copo de extrato de tomate ou de iogurte do grande.

Estudante: Depois que fiz a receita e houve os questionamentos entre os colegas de como aquelas medidas de fato eram realizadas por nós, eu percebi que eu tenho uma forma própria de medir quando eu vou fazer minhas comidas. Eu pego a própria embalagem do produto e replico para os outros alimentos. Por exemplo, se eu for fazer um mingau de milho, eu pego esse recipiente; no caso, a caixa ou lata do leite moça, e, com a mesma quantidade daquele recipiente, meço a água, o milho, meço tudo pelo recipiente do leite moça. Eu sempre que faço uma receita, eu pego uma das medidas do produto e faço a base por ele, seja ele creme de leite ou leite moça e assim eu faço minhas comidas, é assim que, com frequência, eu meço as quantidades. Outra forma é como eu meço a água do café kkkkkkk, é pela marca que já tem fixada na panela.

Estudante: Professora, eu quero mudar a minha receita do peixe, eu queria colocar, no caso, a farinha, como é que se faz a farinha, sua medida, essas coisas. Entendeu por que, agora, domingo, eu vou lá no Manga, vou conversar com as pessoas mais velhas, inclusive minha irmã, que mora lá, eu quero saber como ela faz a farinha, as medidas, como ela usa, entendeu? Para saber quantas sacas ela vai poder tirar, entendeu?

É oportuno mencionar que, no momento da socialização, os estudantes foram instigados pela professora/pesquisadora a identificarem os jogos de linguagem, mas, a princípio, demonstraram dificuldade em reconhecer a existência de outras matemáticas em suas vidas. Alguns expressaram que eram mínimos, ou mesmo ausentes. No entanto, paulatinamente, nessa aula, emergiram outras formas de medir o tempo, quantidade, espessura e outros. Aliado, quando solicitados a exporem suas ideias acerca desta parte da prática pedagógica evidenciaram suas aprendizagens, dentre eles:

Estudante: Nossa, professora! Eu adorei, eu só lamento porque não foi presencial. Imagine se tivesse sido tudo presencial, mas foi ótimo. Conheci muito as culturas dos

> meus colegas, de fazer essa interação com minha família, com meu marido, minha mãe e percebi o quanto eles se sentiram importantes por eu ter ido buscar conhecimentos e saberes com eles. Também aprendi que não existe apenas a matemática tradicional, foi muito boa sua pesquisa. Aprendi também que a natureza fala conosco.

> Estudante: A aula foi maravilhosa, conheci receitas diferentes, medidas também, a cultura do próximo, que deve ser valorizada e respeitada, e foi justamente a proposta da professora, mostrar formas diferentes de viver a matemática, entender as diferenças dentro da cultura, dos costumes do próximo. Também foi importante porque eu passei a perceber a presença da matemática no meu dia a dia, porque ela é tão presente e de uma forma natural, que nunca havia me dado conta disso. Passei também a respeitar os colegas e vi que eu tenho uma forma de fazer matemática assim como meus colegas que não fazem igual, mas também é essencial e válida. Hoje quando vou comer, já não vou com aquele olhar leigo; hoje sei que as comidas têm uma origem e uma relação com o conhecimento cultural e matemático.

> Estudante: Professora, eu sou filha de um ex-cacique; atualmente ele está internado no hospital em Macapá e não pode falar, sofreu um AVC. Ele sabe de tantas coisas relacionadas a essa pesquisa. Porém, infelizmente, ele não pode ajudar. Depois dessas aulas, eu estou muito arrependida de não ter valorizado mais minha cultura, porque estou percebendo que ela é muito rica, e meu pai hoje não pode mais falar. Eu moro na cidade desde muito nova e não tenho muito conhecimento sobre minha cultura, mas eu conversei com minha mãe, e ela me deu algumas explicações sobre como é a forma da Matemática do nosso povo.

Um dos resultados - reconhecimento, por parte dos estudantes, da existência de distintos jogos de linguagem matemáticos e semelhanças de família entre eles - evidenciou que conseguiram fazer emergir diversos jogos de linguagem presentes em seus contextos familiares e comunitários das mais diversas formas. Dentre elas, formas de medida a serem utilizadas em receitas, apresentaram o paneiro, a braçada e recipientes de alimentos industrializados.

Nesses depoimentos, os estudantes, de modo geral, declararam adotar o modo convencional de medir os ingredientes usados nas receitas; apenas alguns afirmaram utilizar recipientes de alimentos industrializados, a exemplo de caixas ou latas de leite, extrato de tomate e outros. Os jogos de linguagem expressos nos recortes evidenciam a criatividade de cada sujeito ao fazer uso de tais objetos, dando, dessa forma, sentido ao modo de medir os ingredientes. Contudo, apesar de toda riqueza apresentada, inicialmente, nos jogos de linguagem referentes ao tempo, medidas e receitas, os alunos demonstraram dificuldades em conceber outras formas de se fazer matemática. Acredita-se que o fato se deveu em virtude de a matemática escolar ter um “caráter de infalibilidade, de rigor, de precisão e de ser um instrumento essencial e poderoso no mundo moderno, teve sua presença firmada excluindo outras formas de pensamento” (D’ Ambrosio, 2004, p. 49). Sobre isso, Agapito (2020, p.115) enuncia que:

> Um tipo específico de saber e de fazer foi considerado o pilar para o desenvolvimento da Matemática nas diferentes partes do mundo, ao passo que outras formas de se produzir conhecimentos matemáticos marginalizados, relegadas ao patamar de inferioridade e, possivelmente, extirpadas nesse processo.

Assim, ao privilegiar apenas a matemática escolar, promove-se "uma forma muito eficaz de manter um indivíduo, grupo ou cultura inferiorizado, além de enfraquecer suas raízes, removendo os vínculos históricos e a historicidade do dominante" D'Ambrósio (2002, p. 42). Mas, ao examinar-se a existência de outras matemáticas e suas regras e lhes dar visibilidade, fomentam-se outras racionalidades. Assim, é possível afirmar que, à medida que a prática for vivenciada e conhecida por outros sujeitos, poderá promover o resgate da dignidade humana, da valorização cultural influenciando, desse modo, os aspectos político, econômico e social de cada sujeito e, consequentemente, a sociedade.

Referências

AGAPITO, Francisca Melo. **Tessituras etnomatemáticas nos anos iniciais na perspectiva da educação bilíngue para surdos no município de Imperatriz/MA.** 2020. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas. Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, 2020.

CANDAU, Vera Maria. Dossiê: Pedagogia, didática e formação docente: velhos e novos pontos críticos-políticos Didática, Interculturalidade e Formação de professores: desafios atuais Didáctica, interculturalidad y formación docente: desafíos actuales. **Revista Cocar,** [s.l.], Edição Especial, n.8. p. 28-44, jan./abr. 2020. ISSN: 2237-0315

CONDÉ, Mauro Lúcio. Leitão. **As Teias da Razão:** Wittgenstein e a Crise da Racionalidade Moderna. Belo Horizonte: Argumentum, 2004.

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **Wittgenstein: linguagem e mundo.** São Paulo: Annablume, 1998.

CONRADO, Gabriela Dutra Rodrigues. **Experiências de si:** formas de fazer cotidiano em sala de aula. 2019. 120f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, RS, 2019.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática. Um enfoque antropológico da matemática e do ensino. *In:* FERREIRA, Mariana K. L. (*org.*). **Idéias Matemáticas de povos culturalmente distintos**. São Paulo: Global, 2002.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Ethnomathematics and its place in the History and Pedagogy of Mathematics. **For the Learning of Mathematics**, [*s.l.*], v. 5, n. 1, p. 44-48, fev.1985.

GIONGO, Ieda. Maria. **Disciplinamento e resistência dos corpos e dos saberes: um estudo sobre a Educação Matemática da Escola Estadual Técnica Agrícola Guaporé.** 2008. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, 179 UNISINOS, São Leopoldo, 2008.

KNIJNIK, Gelsa. A ordem do discurso da matemática escolar e jogos de linguagem. **Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática**, [*s.l.*]: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS, v. 10, n. 22, seção temática, 2017.

KNIJNIK, Gelsa et al. **Etnomatemática em movimento**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

MOREIRA, Antônio Flávio.; CANDAU, Vera. Maria. **Multiculturalismo: diferenças** culturais e práticas pedagógicas (*orgs.*). 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

WANDERER, Fernanda; KNIJNIK, Gelsa. Discursos produzidos por colonos do Sul do País sobre a matemática e a escola de seu tempo. **Revista Brasileira de Educação**, [*s.l.*], v. 13, n. 39, set./dez. 2008.

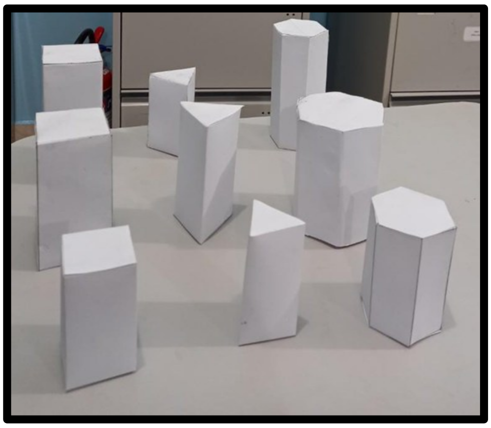
WANDERER, Fernanda. **Educação matemática, jogos de linguagem e regulação**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

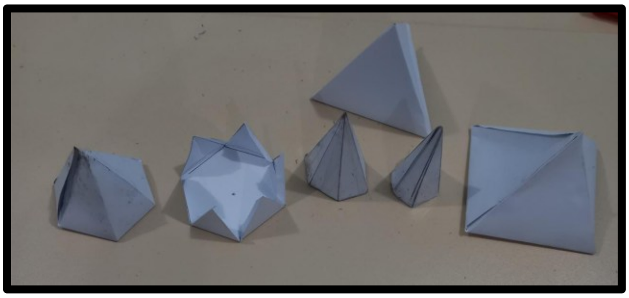
PARTE II

Produtos educacionais: sequências de atividades pedagógicas para o ensino da Matemática na escola básica

Atividades para o ensino de prismas e pirâmides no Ensino Fundamental usando materiais manipulativos

Daniela Alves Cichelero[1]
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt[2]





[1] Mestre em Ensino de Ciências Exatas - PPGECE - Universidade do Vale do Taquari - Univates. Email:daniela.cichelero@universo.univates.br.
[2] Doutora em Informática na Educação (UFRGS). Professora e pesquisadora do PPGECE - Univates. Email: mrehfeld@univates.br

Apresentação

Este Produto Educacional (PE) é oriundo da dissertação de mestrado intitulada **Problematizações sobre atividades de geometria espacial para o Ensino Fundamental: construção de prismas e pirâmides**, aprovada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade do Vale do Taquari - Univates, no ano de 2023.

As práticas aqui apresentadas foram exploradas com seis professoras que atuam na rede municipal de educação, na cidade de Feliz Natal, estado do Mato Grosso. Entre estas professoras, três desempenham a função docente, a quarta é orientadora pedagógica, a quinta atua no Reforço Escolar e, por fim, a sexta professora colabora na Secretaria Municipal de Educação da referida cidade, na função de gestora das Escolas Indígenas. Portanto, apenas três possuem formação específica para lecionar Matemática. Mas neste capítulo, nosso propósito é direcionar as práticas pedagógicas para professores para que estes as apliquem com seus alunos.

A justificativa para o desenvolvimento deste trabalho iniciou a partir de reflexões das autoras acerca do ensino de geometria, em particular, a espacial, no Ensino Fundamental. Neste sentido, vários estudos demonstram que o ensino de geometria ocorre, habitualmente, de forma célere e no final do ano. Outra motivação está relacionada com a formação de professores, em especial, para atuar nos Anos Iniciais, os quais, geralmente, pouco estudam sólidos geométricos. Além disso, os professores possuem certas lacunas com relação a esta temática. Estas constatações também foram evidenciadas na dissertação desenvolvida pela primeira autora deste PE, supramencionada.

Especificamente, neste capítulo, estaremos ilustrando duas atividades desenvolvidas com materiais manipulativos que foram exploradas com as professoras supracitadas. A primeira está relacionada com a construção de pirâmides de base triangular, quadrada e hexagonal. Já a segunda mostra como é possível construir prismas retos, com os mesmos tipos de base exploradas nas pirâmides.

Salientamos que outras bases poderiam ter sido exploradas tais como pentagonais, heptagonais, octogonais e, assim por diante. Ainda poderiam ser construídos cubos, paralelepípedos, cilindros e cones. Entendemos que a metodologia a ser usada em outras experimentações pode ser similar àquela descrita aqui na construção das pirâmides e dos prismas.

Desejamos a vocês uma ótima prática. E, caso desejarem, vocês podem adaptar as atividades aqui sugeridas para seus alunos, na sua realidade. Ficaremos felizes caso isso ocorra!

As autoras

Algumas problematizações

Nesta seção vamos problematizar o porquê do ensino de sólidos geométricos e as potencialidades dos materiais concretos como recursos tecnológicos. E vamos conversar com vocês professores!

De fato, precisamos pensar sobre isso!

Professor, você sabe porque ensinar geometria é importante? Será que explorar atividades geométricas usando materiais manipuláveis é produtivo? Professora Daniela, você pode me auxiliar?

A Base Nacional Comum Curricular diz que:
A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nesta unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, **formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos (**BRASIL, 2017, p. 269).

Ainda, a BNCC reforça esse pensamento ao recomendar que:
“Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos” (BRASIL, 2017, p. 270).

Portanto, ter conhecimentos sobre figuras geométricas é importante para compreender o mundo físico que nos cerca e também desenvolver o pensamento geométrico. Por meio deste, podemos compreender as propriedades, realizar conjecturas e assimilar argumentos. Ademais, estabelecer relações entre figuras espaciais e sua planificação bidimensional é relevante. A BNCC recomenda, entre outros objetos de conhecimento, prismas e pirâmides, suas planificações e relações entre elementos (vértices, faces e arestas). E neste Produto Educacional estão sendo apresentadas propostas com estes dois sólidos geométricos!

Professora Daniela, já entendemos a relevância de explorar prismas e pirâmides. Mas como podemos realizar isso? Usar materiais manipulativos pode ser uma alternativa?

Bom, vamos nos embasar em um autor.

Lucena (2017, p. 27) nos diz que os materiais didáticos manipuláveis "permitem a manipulação táctil do aluno, permitindo realizar construções e deformações de objetos geométricos".

Então, já que é relevante estudar os sólidos geométricos e isso é preconizado pela Base Nacional Comum Curricular e o material manipulativo é uma alternativa, vamos às atividades!

Lembramos, mais uma vez, que estas podem ser adaptadas ou alteradas, de acordo com o nível de ensino.

Algumas atividades

Atividade 1: Construção de pirâmides com bases triangular, quadrada e hexagonal.

Objetivo da tarefa: Confeccionar exemplares de pirâmides cuja base é triangular, quadrada e hexagonal.

Recursos necessários que podem ser disponibilizados aos participantes: cartolinas previamente recortadas de 30 cm X 30 cm, tesouras, réguas, lápis, colas, fitas adesivas, transferidores, compassos e fio de linha sem elasticidade. A Figura 1 mostra este conjunto de materiais. Uma dica importante é solicitar que os alunos não acessem a internet em busca de "moldes" para realizar a construção, pois isso pode prejudicar as conjecturas iniciais.

Figura 1 - Materiais disponibilizados aos participantes

Fonte: Autores, 2023.

Procedimentos: Divida os alunos em grupos de 2 ou 3 alunos. Distribua uma cartolina 30 cm X 30 cm para cada grupo. Os demais materiais poderão ficar disponibilizados em uma caixa ou sobre uma mesa auxiliar e cada grupo poderá fazer uso dos recursos que forem necessários. No decorrer das construções, passe nos grupos para observar se todos estão colaborando na construção e se estão conjecturando acerca de como realizar a atividade dada. Lembre-se de mediar os processos de ensino e de aprendizagem! Não dar respostas prontas é uma alternativa. Retribua o questionamento do aluno com outra pergunta que o fará chegar a uma conclusão. Em processos de ensino e de aprendizagem é de suma importância os alunos terem um papel ativo, participando intensamente de todas as discussões. Peça para que reflitam acerca da construção das pirâmides, escrevam como pensaram e, por fim, expliquem aos colegas a forma de construção de cada pirâmide. Conforme a tarefa prática vai se desenvolvendo, supõem-se possíveis perguntas e possíveis respostas tais como:

Possíveis perguntas que virão dos alunos envolvidos na construção	Sugestão de respostas do professor
Qual o tamanho das arestas das pirâmides?	Façam como vocês quiserem, desde que caiba na cartolina (30cm x 30 cm).
Qual será o tamanho da altura da face das pirâmides?	Façam como vocês acreditam ser o correto e justifiquem como construíram no material fornecido a vocês.
Temos que deixar abas para unir as faces?	Podem experimentar. O que pode acontecer se não tiver abas?
Possíveis perguntas a serem feitas aos alunos	
Com o material recebido (cartolinas de 30cm x 30 cm), vocês podem construir quaisquer tamanhos de pirâmide? Expliquem as respostas.	
As faces laterais (triângulos) precisam ter a mesma altura?	
É possível construir uma pirâmide de base quadrada com aresta 10 cm e com altura da face lateral de 4 cm? Justifique a resposta.	
Será que existe relação entre a altura da pirâmide e a altura da face lateral? Explique.	

Além dos possíveis questionamentos, tanto por parte do professor quanto dos alunos, sugerimos que você, professor, solicite aos alunos responderem as seguintes perguntas:

1 - Você sabe denominar os elementos das pirâmides? Quais você observou?

____

2- Explique, em detalhes, como você pensou para construir cada uma das pirâmides.

____

Além da parte escrita, recomendamos solicitar às duplas ou trios que façam uma breve apresentação oral sobre o que produziram.

Resultados obtidos no desenvolvimento da tarefa com professoras:

Ao analisarmos a construção das pirâmides triangulares, percebemos que as duplas utilizaram estratégias de acordo com seus conhecimentos. A dupla A não enfrentou dificuldades conforme consta nos relatos e evidenciado no momento da construção das pirâmides. As professoras a efetuaram (a construção) fundamentadas no desenho planificado e mantiveram a base da pirâmide anexa ao tronco. Cumpre informar que foi a única dupla que usou o compasso e a régua com desenvoltura, mostrando destreza no manuseio para desenhar a circunferência e, a partir dela, o triângulo que formaria a base da pirâmide.

Já a dupla B, formada de professoras da área, optou por construir as pirâmides em duas etapas: a base e as laterais separadas, para depois colá-las. Elas confessaram sua insegurança no momento da construção da pirâmide sem a utilização de um molde. No entanto, estavam cientes de que ela não poderia ter arestas de tamanhos aleatórios, pois não fecharia.

Por sua vez, a dupla C, composta de professoras não formadas na área, relatou que, primeiramente, utilizou como parâmetro, localizar o meio da folha. Para isso, suas integrantes usaram os instrumentos disponibilizados, como régua, mas dobraram as folhas ao meio, fazendo dois movimentos para demarcar os quatro quadrantes.

Na sequência, estão algumas construções realizadas pelas duplas de professoras. Nas Figuras 2.1, 2.3 e 2.5, há pirâmides de base hexagonal abertas, ainda não fechadas. Especificamente na Figura 2.3, é possível observar que a dupla deixou um espaço ao redor de cada face (as abas) para favorecer a colagem de fechamento da pirâmide de base hexagonal. Nas Figuras 2.4 e 2.5, visualiza-se que nem todas acabaram sendo construídas de forma reta, ou seja, a altura não formou um ângulo de 90º em relação à base. Neste sentido, é interessante chamar a atenção dos alunos quando estes construírem os sólidos geométricos para que atentem a esse quesito.

Figura 2 - Exemplares de pirâmides construídas pelas professoras

Figura 2.1	Figura 2.2	Figura 2.3

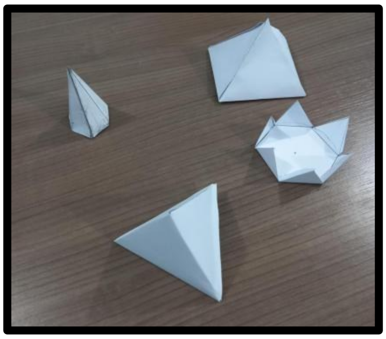
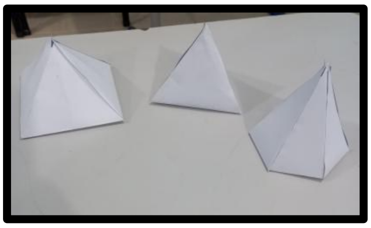
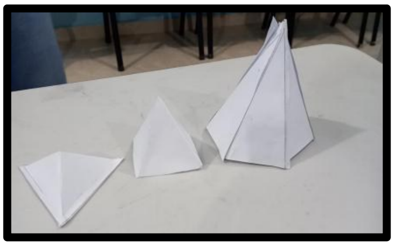
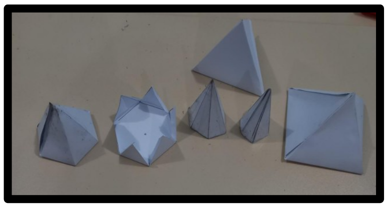

	

Figura 2.4		Figura 2.5
		

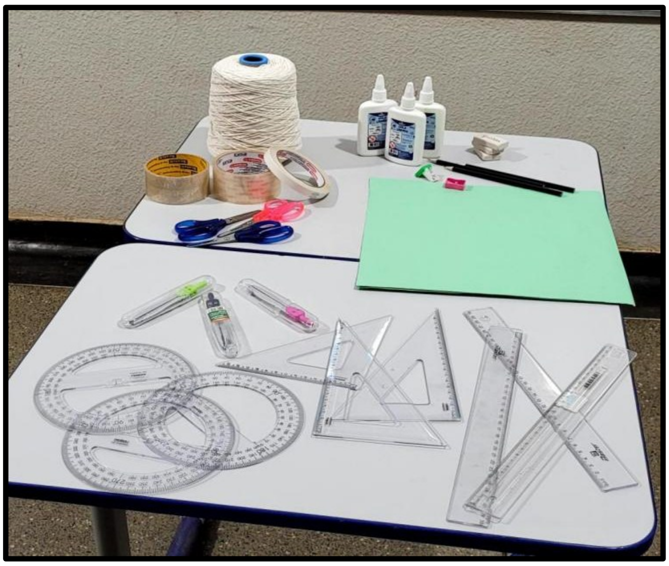
Fonte: Autores, 2023.

Atividade 2: Construção de prismas de bases triangular, quadrada e hexagonal.

Objetivo da tarefa: Produzir exemplares de prismas de base triangular, quadrada e hexagonal.

Recursos necessários que podem ser disponibilizados aos participantes: cartolinas previamente recortadas de 30 cm X 30 cm, tesouras, réguas, lápis, colas, fitas adesivas, transferidores, compassos e fio de linha sem elasticidade. A Figura 3 traz este conjunto de materiais.

Figura 3 - Materiais disponibilizados aos participantes



Fonte: Autores, 2023.

Procedimentos: Divida os alunos em grupos de 2 alunos ou 3 alunos. Distribua uma cartolina 30 cm X 30 cm para cada dupla ou trio. Os demais materiais poderão ficar disponibilizados em uma caixa ou sobre uma mesa auxiliar e cada grupo poderá fazer uso dos recursos que forem necessários. No decorrer das construções, passe nos grupos para observar se todos estão colaborando na construção e se estão conjecturando acerca de como realizar a atividade dada. Lembre-se de mediar os processos de ensino e de aprendizagem! Não dar respostas prontas é uma alternativa. Retribua o questionamento do aluno com outra pergunta que o fará chegar a uma conclusão. Em processos de ensino e de aprendizagem é de suma importância os alunos terem um papel ativo, participando intensamente de todas as discussões. Peça para que reflitam acerca da construção dos prismas, escrevam como pensaram e, por fim, expliquem aos colegas a forma de construção de cada sólido geométrico. Uma dica importante é solicitar que os alunos não acessem a internet em busca de “moldes” para realizar a construção, pois isso pode prejudicar as conjecturas iniciais. Além disso, sugerimos um conjunto de perguntas e de respostas que possivelmente poderão ocorrer no desenvolvimento da prática.

Possíveis perguntas que virão dos alunos envolvidos na construção	Sugestão de respostas do professor
Qual o tamanho das arestas do prisma?	Façam como vocês quiserem, desde que caiba na cartolina (30cm x 30 cm).
Qual será o tamanho da altura da face do prisma?	Façam como vocês acreditam ser o correto e justifiquem como construíram no material fornecido a vocês.
Tem que deixar abas para unir as faces dos prismas?	Podem experimentar. O que pode acontecer se não tiver abas?
Possíveis perguntas a serem feitas aos alunos	
Com o material recebido (cartolinas de 30 cm x 30 cm), vocês podem construir quaisquer tamanhos de prismas? Expliquem as respostas.	
As faces laterais (os retângulos) têm que ser todas da mesma medida?	
É possível construir um prisma quadrado de aresta da base 10 cm e com altura da face lateral de 4 cm?	
Será que existe uma relação entre a altura do prisma e a altura da face lateral?	

Além dos possíveis questionamentos, tanto por parte do professor quanto dos alunos, sugerimos que você, professor, solicite aos alunos responderem as seguintes perguntas:

1 - Você sabe denominar os elementos dos prismas? Quais você observou?

____

2 - Explique, em detalhes, como você pensou para construir cada um dos prismas.

____

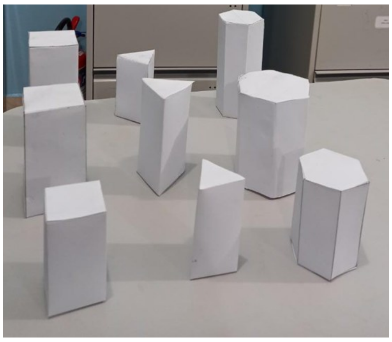
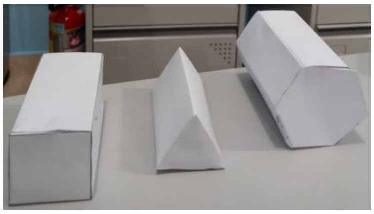
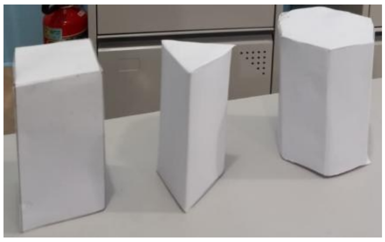
Além da parte escrita, recomendamos solicitar às duplas que façam uma breve apresentação oral sobre o que produziram.

Resultados obtidos no desenvolvimento da tarefa:

Assim como no primeiro encontro, novamente, em duplas, as professoras começaram a construção dos prismas. No entanto, ao contrário do encontro anterior, em que cada pirâmide era construída, baseado na troca de ideias entre os indivíduos das duplas, na construção dos prismas, cada integrante da dupla foi construindo um prisma, embora também trocassem ideias e entendimentos. Em adição, as duplas refletiram sobre como possibilitar a autonomia para o indivíduo, ressaltando que é um aspecto relevante para os alunos. Outro indicador de que a tarefa proposta não apresentou dificuldades para executá-la foi o fato de as duplas, ao relatarem como pensaram nas estratégias para a construção do sólido geométrico, responderam de forma muito semelhante que os prismas de bases triangular e quadrada foram idealizados por meio da definição de dimensões.

No que diz a respeito ao prisma hexagonal, a dupla de professoras C relatou que teve maior dificuldade para a sua construção, pois entenderam que seria necessário desenhar primeiro, na planificação, a face superior. Outro fato observado durante o período de execução da tarefa da construção do prisma hexagonal foi a professora utilizar o compasso como instrumento de medida, com o auxílio de uma régua, que se encontra na base do transferidor. Na Figura 4 apresentamos alguns prismas construídos pelas professoras.

Figura 4 - Prismas de base hexagonal construídas pelas professoras

Figura 4.1	Figura 4.2	Figura 4.3
		

Fonte: Autores, 2023.

Nas Figuras 4.1 e 4.3 os sólidos aparecem com suas alturas perpendiculares às suas bases, embora se possa observar algumas imperfeições como, por exemplo, o primeiro prisma de base hexagonal localizado de baixo para cima. Uma das faces parece não ser um retângulo. Na Figura 4.2 os sólidos estão “deitados”. Isso também é importante mostrar aos alunos e indagá-los se “de pé” ou “deitado” cabe o mesmo volume. Pode-se repetir a pergunta, mas admitindo que os 2 primeiros centímetros (de cima para baixo) de líquidos foram retirados. Isso vai trazer uma bela problematização!

	**Esperamos que as dicas aqui fornecidas possam ser aproveitadas para desenvolver uma prática pedagógica diferenciada!** **Até breve!**	

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Brasília, DF, 2017. Disponível em: http//portal.mec.br. Acesso em: 27 ago. 2021.

LUCENA, R. S. **Laboratório de ensino de matemática**. Fortaleza: UAB/IFCE, p. 94, 2017.

Atividades para o ensino da geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Mariana Baumhardt Souza [1]

Marli Teresinha Quartieri [2]

[1] Mestre no Ensino de Ciências Exatas – PPGECE – Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES - marianabsouzars@gmail.com

[2] Doutora em Educação (UNISINOS) Professora e pesquisadora do PPGECE – UNIVATES – mtquartieri@univates.br

Apresentação

UM CAMINHO GEOMÉTRICO

A prática pedagógica apresentada, neste capítulo, foi desenvolvida como produto educacional da dissertação *Relação de Mentoring com um grupo de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Possibilidade para integrar o ensino de Geometria,* do mestrado profissional em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE[3] da Universidade do Vale do Taquari – Univates.

O produto educacional socializa atividades, que foram exploradas, em curso de formação continuada, em que se propôs a trabalhar com os docentes de maneira colaborativa. O intuito foi explorar metodologias, que permitissem a vivência de diferentes abordagens pedagógicas, valorizando a trajetória acadêmica, profissional, a experiência de vida e a contribuição dos professores que, na qualidade de "alunos", possuem condições de agregar muito aos seus pares.

Portanto, neste capítulo, apresentam-se atividades desenvolvidas, com um grupo de dez professores, dos Anos Inicias do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano), no Município de Porto Alegre, Estado do Rio Grande do Sul, em uma Instituição Pública de Ensino. A formação dividiu-se em quatro encontros, com atividades práticas relacionadas ao ensino da Geometria nos Anos Iniciais, incluindo a problematização da prática docente, em relação ao conhecimento geométrico.

Destaca-se que as propostas pedagógicas serão apresentadas, em um formato prático e dinâmico com comentários e sugestões que irão viabilizar a aplicação deste conhecimento no planejamento curricular. Então, convidamos você a ingressar junto neste encontro de novas aprendizagens!

---

[3] PPGECE – Programa de Pós-graduação no Ensino de Ciências Exatas – UNIVATES – Universidade do Vale do Taquari. Acesse: https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/2018/formacao_de_professores_proposta_de_atividades_investigativas_para_ensino_da_geometria_nos_anos_iniciais_do_ensino_fundamental.pdf

O PERCURSO

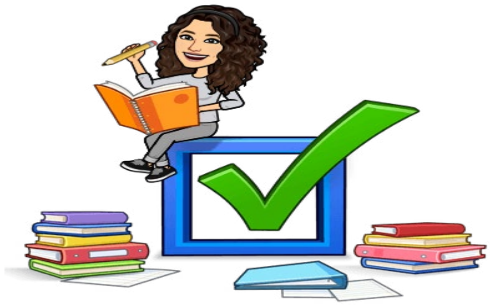
As propostas pedagógicas apresentadas neste capítulo podem ser adaptadas conforme a necessidade da sua turma. Os conhecimentos desenvolvidos podem ser explorados com alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

As adaptações devem acontecer de acordo com o perfil da sua turma. O ideal é realizar uma pequena investigação, buscando verificar quais conhecimentos os educandos possuem sobre a geometria. No quadro 1, apresentamos algumas sugestões que podem ajudar.

Quadro 1 – Intervenção pedagógica

Vocês conhecem a palavra Geometria?
Já realizaram alguma atividade de matemática com esse tema?
O que vocês sabem sobre Geometria?
Quais atividades vocês desenvolveram?
Existe dificuldade em compreender a Geometria?

Nesta intervenção é fundamental valorizar a interação entre os alunos, captar as respostas apresentadas, a troca de informações entre os educandos, as abordagens que cada um descreve, as experiências nas atividades realizadas com a geometria.



Ao analisar as percepções da turma você irá perceber que o aprendizado da geometria inclui muito mais que identificar e nomear figura. A geometria envolve, conhecer as propriedades que diferenciam as formas geométricas umas das outras. E, nesse ponto de partida, você poderá propor atividades que desafiem os alunos a explorar, identificar e sistematizar algumas propriedades geométricas.

Desenvolver práticas que mesclem a reprodução de figuras e o reconhecimento e a diferenciação de corpos geométricos, podem ser bons pontos de partida para os trabalhos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Após esta análise sugerimos para você duas atividades que foram retiradas do Caderno Mathema – jogos Matemáticos de 1º a 5º ano, das autoras Kátia Cristina Stocco, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz e Patrícia Terezinha Cândido. O propósito desta dinâmica é investigar a percepção visual dos educandos, em relação à nomeação de figuras geométricas apresentadas; a compreensão em relação às semelhanças e diferenças entre as figuras geométricas utilizadas; a habilidade lógica e a capacidade de analisar, argumentar e definir novas estratégias ao longo do processo.

VAMOS!!!

ATIVIDADE 1

O que será preciso?

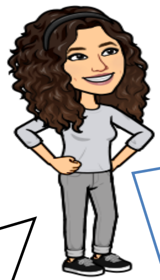
O que devemos explorar nesta atividade?

Em qual nível de ensino podemos aplicar?

JOG HEX

Neste jogo você pode aplicar em turmas de 1º ao 3º ano. Mas é possível adaptar para 4º e 5º ano, utilizando outras figuras planas e ampliando a percepção do tabuleiro.

O jogo permite que os alunos desenvolvam noções de espaço e habilidades importantes para o pensamento geométrico, em particular habilidades visuais, verbais, de desenho e lógicas.



Este jogo auxilia no reconhecimento visual; na nomeação de formas geométricas; na composição e decomposição de figuras; na identificação e contagem de vértices e lados; nas ações de identificar as semelhanças e diferenças entre as figuras geométricas.

Habilidades importantes:

Visuais: ajudam na discriminação de formas e na visualização de propriedades nelas contidas.

Verbais: capacidade de expressar, argumentar e descrever objetos geométricos e usar o vocabulário matemático.

Desenho: apresentar ideias por meio do desenho, utilizando diagramas, materiais como régua, entre outras.

Lógica: aumenta a capacidade de analisar e argumentar, definir novas estratégias e elaborar demonstrações.

JOGO HEX

Estrutura: em dupla.

Materiais: tabuleiro com peças geométricas coloridas (36 ao todo).

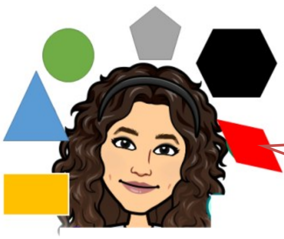
Objetivo: ser o último a conseguir colocar uma das peças disponíveis no tabuleiro.

Observação: Isto não significa que o tabuleiro será todo coberto com as peças.

Regras do jogo:

- Todas as peças são espalhadas ao lado do tabuleiro, de modo a estarem facilmente acessíveis a ambos os jogadores. Decide-se quem começa.
- Na sua vez, o jogador escolhe uma, duas ou três peças de cores diferentes para serem colocadas no tabuleiro.
- As peças (ver figura 1) devem ser colocadas no tabuleiro (ver figura 2) sem cobrir as linhas que delimitam as formas geométricas. A colocação poderá ser feita, de modo a preencher totalmente uma forma geométrica, ou deixar um espaço vazio que poderá ser preenchido, por alguma outra peça do jogo.
- Uma vez que, uma peça tenha sido colocada no tabuleiro, esta não poderá mais ser removida para outra posição.
- Um jogador será declarado vencedor, se o seu oponente não conseguir colocar no tabuleiro todas as peças escolhidas por ele, ou ainda, será vencedor aquele que conseguir colocar a última peça ou peças nos espaços disponíveis nos tabuleiros.

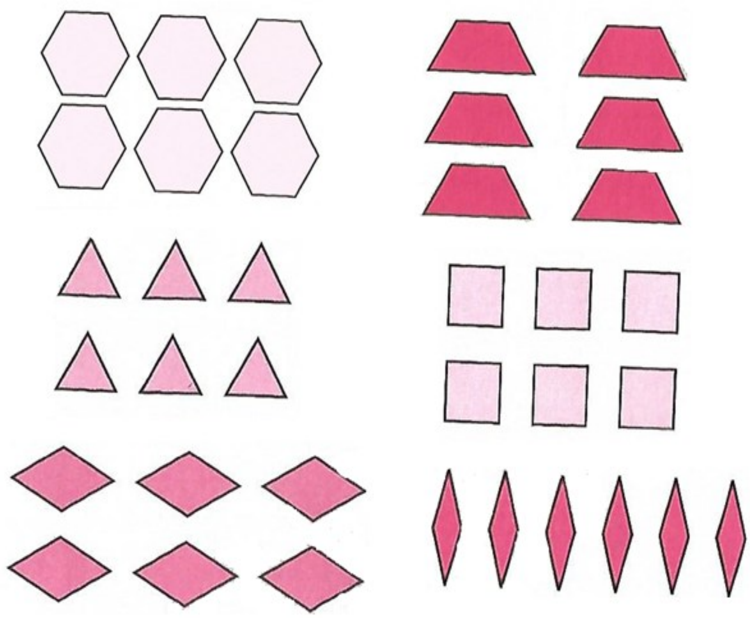
Não se preocupe! Abaixo você terá o modelo das peças e do tabuleiro.



Você também poderá acessar este produto educacional na página do PPGECE – Univates.

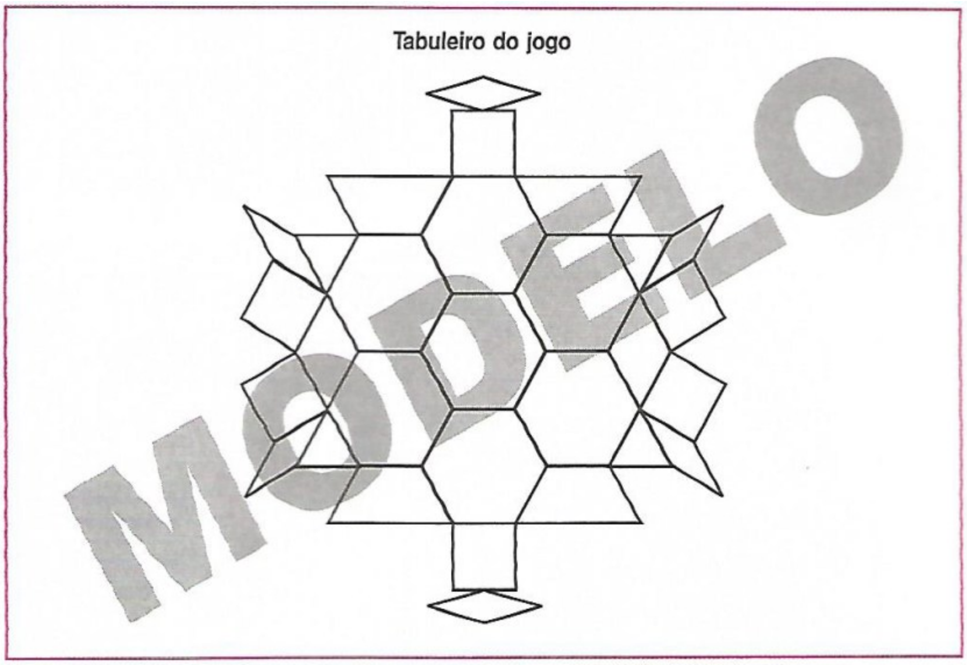
https://www.univates.br/ppgece/producoes

Figura 01 - Peças para o HEX



Fonte: Caderno Mathema, 2007.

Figura 02 – Tabuleiro do Jogo



Fonte: Caderno Mathema, 2007.

Possíveis explorações

- Solicitar para cada dupla compartilhar as estratégias utilizadas, as percepções das formas geométricas, semelhanças e diferenças.
- Propor que os alunos façam um registro das figuras geométricas apresentadas, descrevendo características e identificando semelhanças.
- Convidar os alunos para que façam um desenho sobre o jogo. O desenho auxilia a compreender percepções e aprendizagens.

ATIVIDADE 2

BINGO DAS FORMAS

Vamos continuar explorando o pensamento geométrico.

Esta proposta pedagógica pode ser explorada com alunos que 4º ao 5º ano. Você pode explorar outras figuras planas.

A atividade 2 irá auxiliar a identificar, nomear e contar vértices e lados das figuras geométricas apresentadas. É nesse desenvolvimento que você pode observar o conhecimento do vocabulário geométrico dos educandos.

Uma sugestão é usar sólidos geométricos. Conforme a sua estratégia, também é possível explorar a fórmula de Euler na identificação dos poliedros ($V - A + F = 2$).

Bingo de Formas

Estrutura: em duplas

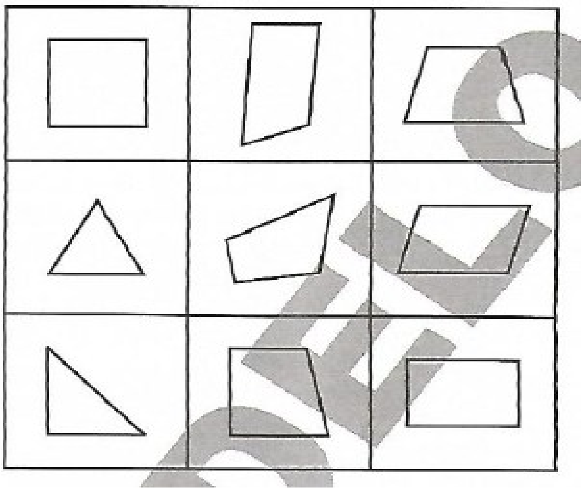
Materiais: um tabuleiro, cinco marcadores para cada jogador e dois dados.

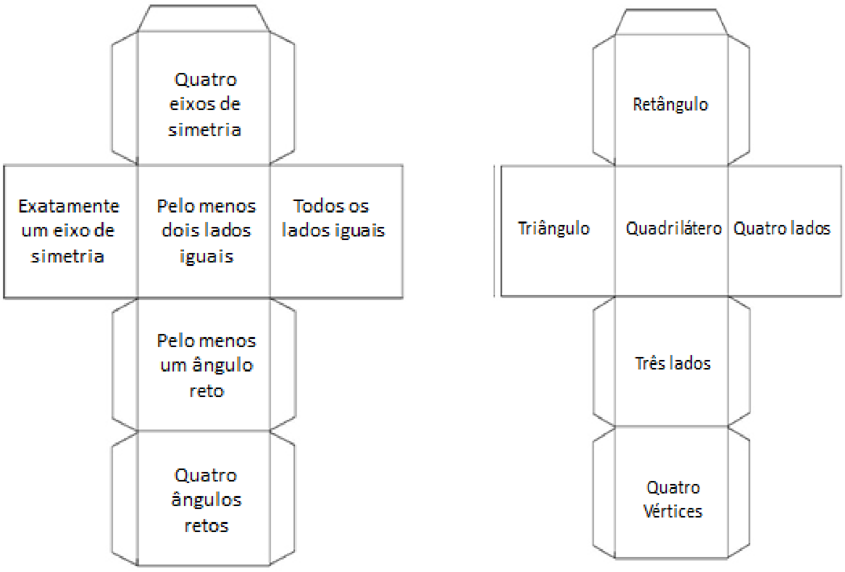
Objetivo: preencher na cartela de bingo uma linha na posição horizontal, vertical ou diagonal.

Regras do jogo:

- A dupla decide quem começa e os jogadores jogam alternadamente.
- O primeiro jogador lança os dois dados e cobre a figura do seu tabuleiro (ver figura 3) que combine com as informações das duas faces superiores dos dados lançados.
- Se o jogador cobrir a figura errada, ou se não tiver figura para cobrir, ele passa a vez.
- Ganha o jogo aquele que conseguir colocar três fichas consecutivas em uma linha.

Figura 03 - Cartela e dados para o jogo Bingo de Formas





Fonte: Caderno Mathema

Possíveis explorações

Argumente com a turma quais foram as dificuldades encontradas ao identificar as figuras planas em relação as características apresentadas ao jogar os dados.

Deixe a turma discutir e argumentar de forma autônoma.

Nesta resolução e análise, você saberá identificar os saberes prévios da turma e oferecer a possibilidade de aprender sem recorrer à constatação empírica.

Nessas duas primeiras práticas é possível identificar os saberes geométricos intrínsecos dos educandos, evidenciar as dificuldades apresentadas pela turma em relação aos conceitos geométricos e as nomenclaturas relacionadas à linguagem matemática.

ATIVIDADE 3

A atividade seguinte intitulada *“Matematicando: A Geometria nas Mandalas”* subdivide-se em cinco etapas. A mesma foi distribuída de acordo com os encontros de formação, mas pode ser adaptada conforme a carga horária. O objetivo desta atividade foi relacionar os conteúdos matemáticos com o cotidiano, por meio da construção de Mandalas e a simetria.

Em especial, foram investigados quais conceitos geométricos emergem durante a realização das atividades propostas. O intuito desta prática é estabelecer uma relação da arte com a simetria, buscando compreender e identificar os conceitos, que os professores possuem, através desta estratégia.

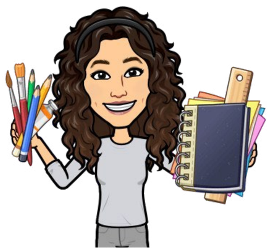
Esta atividade também foi desenvolvida em uma turma do 6º ano, Anos Finais do Ensino Fundamental.

Acesse esse trabalho e acompanhe o resultado na íntegra através da Revista Signos:

http://www.univates.br/revistas/index.php/signos/article/view/1387

Esta prática será dividida em 5 etapas. Mas conforme o planejamento, a distribuição pode ser adaptada ao contexto das aulas. Todos os encontros foram com atividades de realização em conjunto, tornando a aprendizagem mais significativa em todo o processo, isto ajudou a desmitificar que a geometria é um conhecimento complexo e difícil de compreender.

“Matematicando:
A Geometria nas Mandalas”



1ª ETAPA: Desenhando e recortando

Esta atividade deve ser realizada de forma individual, para investigar os conhecimentos geométricos, que cada educando apresenta. Disponibilizar uma folha de papel no formato A4, tesouras, lápis e réguas. Solicitar que ambos pensem em formas ou imagens relacionadas ao cotidiano de maneira simétrica. Perguntar ao grupo o que eles pensaram e partilhar com os demais.

Seguem os procedimentos a serem realizados:

Dobrar uma folha de papel;

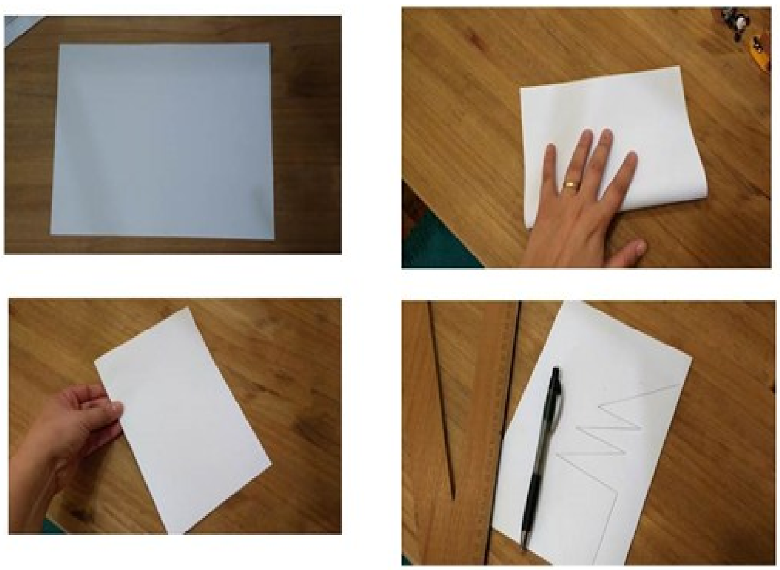
Desenhar uma das metades da figura (desenho definido pelos professores);

Recortar o papel na linha do desenho;

Desdobrar e obter a figura geométrica.

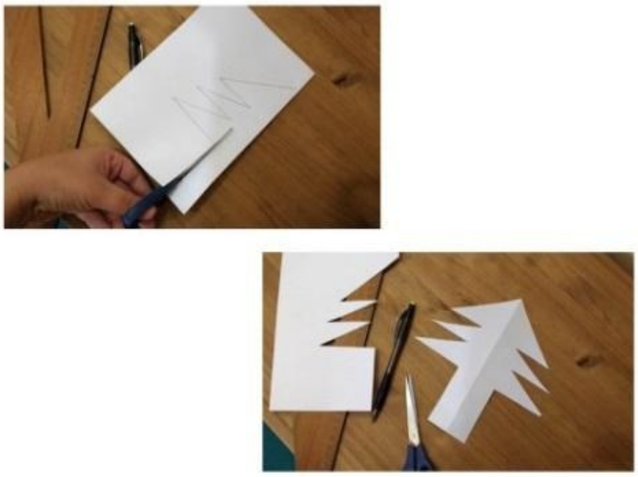
Nas figuras 04 e 05 abaixo, visualizam-se estes procedimentos.

Figura 04



Fonte: As autoras, 2017.

Figura 05



Fonte: As autoras, 2017.

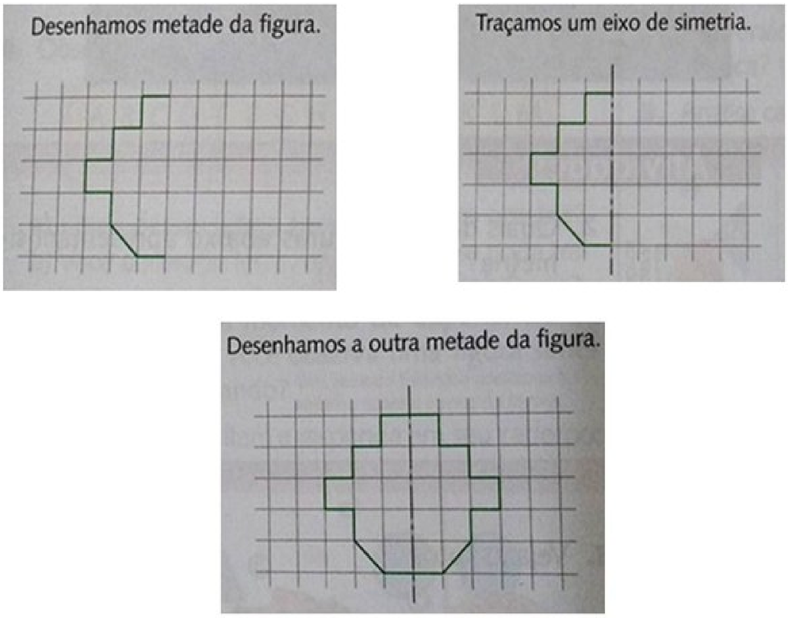
Ao longo deste processo, estabelecer com a turma um espaço de discussão e reflexão, para construir as relações da arte com a simetria e relacionar esta prática desenvolvida com a próxima proposta.

2º ETAPA: Desenhando em uma malha.

Estabelecendo uma conexão com a atividade anterior, disponibilizar a turma uma malha de papel quadriculado e seguir os passos:

Primeiro desenhar o eixo da simetria e depois o desenho da metade da figura, cuidando para que a outra metade seja feita simétrica. Na figura 06, o esboço no papel quadriculado.

Figura 06



Fonte: Projeto Araribá – Matemática

Nesta atividade é possível analisar e identificar a percepção dos alunos no decorrer da construção, investigando a compreensão deles nesta etapa.

Questione o porquê da escolha da figura que está sendo projetada; se ao iniciar, tiveram dificuldades.

3º ETAPA: A simetria e a Dobradura

<u>Distribuir os seguintes materiais:</u>

- papel cartão (sulfite) com dimensões 16 cm x 16 cm;
- tesouras;
- folhas A4;
- pincéis e tintas guache.

Nesta etapa, é possível resgatar aspectos importantes e relacioná-los, com os conhecimentos apreendidos nas atividades anteriores, tais como: a quantidade de eixos de simetria que surgiram na dobradura, os tipos de ângulos que podem ser abordados, as transformações da figura do plano.

Processo de Construção:

1º Dobrar o pedaço de papel sulfite, como mostram as imagens da figura 07.

2º Criar desenhos nas bordas, em seguida, recortar, obtendo um molde.

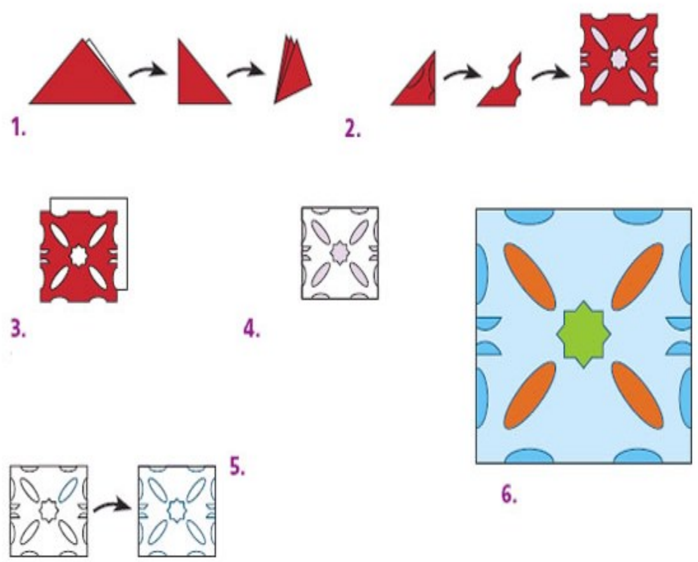
3º Desdobrar o sulfite e fixar sobre o papel-cartão, com a fita adesiva.

4º Com a caneta hidrográfica, contornar o molde sobre o papel-cartão.

5º Aplicar a tinta dimensional nos contornos, deixando secar.

6º Pintar o interior dos desenhos com tinta guache.

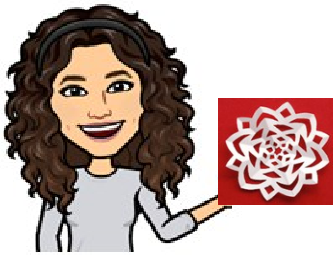
Figura 07 – Simetria com dobradura



Fonte: http://revistaguiafundamental.uol.com.br/professoresatividades/85/artigo215236-2.asp. 2010.

A etapa 3 requer mais tempo para execução, tanto no processo de construção como nas relações de conhecimento que vamos construindo junto aos alunos em cada desenvolvimento.

No decorrer deste processo, observe a maneira como é executada a dobra de cada um, analise as dificuldades apresentadas, a maneira como recortam e projetam a forma desejada, fique atento aos diálogos construídos nesta etapa. Essas informações são essenciais para a linguagem matemática.



Ao final desta prática, faça um momento de interação com o grupo, questione sobre:

Como foi o desenvolvimento desta atividade? O que acharam das intervenções na execução das atividades? Os aspectos positivos e negativos dessa etapa 3?

Não esqueça!

Sempre relacione cada intervenção com a próxima atividade.

4º ETAPA: Simetria

Nesta atividade, pretende-se explorar os conceitos de simetria, a partir de alguns logotipos de marcas famosas (Figura 08), que apresentam esta propriedade matemática. A ideia central é verificar, o quanto os educandos conseguem relacionar essa situação com o seu cotidiano e o que eles observam em cada uma das imagens apresentadas.

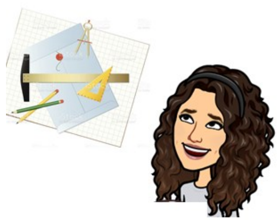


Figura 08 – Logotipo e a simetria.

Fonte:http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/wikididactica/index.php/Ejes_y_centro_de_simetr%C3%ADa. Acesso, 14/04/2017.

Dentre as marcas presentes na Figura 08, sugere-se escolher a logomarca MITSUBISHI, pois devido ao seu desenho, pode-se utilizar uma malha triangular, o que já diferencia a proposta da etapa 2.

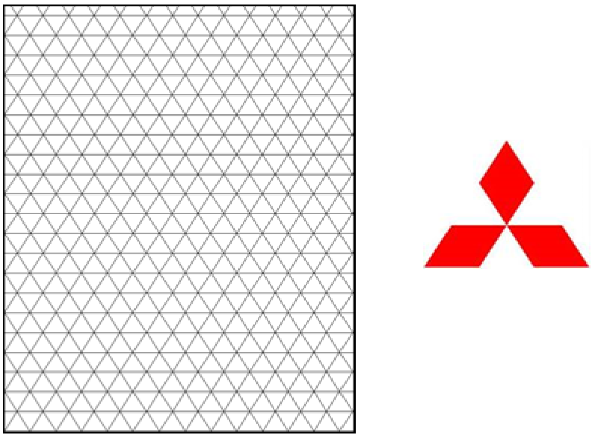
Caso você desejar explorar outras logomarcas apresentadas na Figura 08, também será possível. Por exemplo o símbolo da Audi, com figuras circulares é possível explorar a área do círculo, como encontrar a medida da circunferência.

Explorar o Pi: O pi é a 16ª letra do alfabeto grego. Ele é, também, a inicial da palavra grega periphéreia, que significa circunferência. Por isso passou a ser usado para designar a divisão (razão) entre o valor da circunferência de um círculo e o seu diâmetro (o comprimento da reta que atravessa o seu centro).

Se pegarmos vários objetos circulares (moedas, botões, pratos), medirmos com uma corda o tamanho da sua circunferência e dividirmos pelo diâmetro do objeto, sempre vamos obter um número bastante próximo a 3,14159.

Uma sugestão para facilitar a projeção visual da logomarca é utilizar, quando possível, um recurso tecnológico como um projetor de imagem. Auxilia e ajuda os alunos na hora de transpor a imagem para a malha quadriculada.

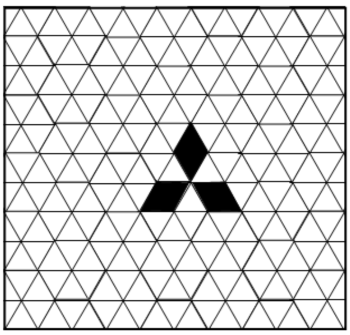
Figura 09 – Malha triangular e logotipo.



Fonte:http://escolovar.pt/mat_geometri_malha_triangulos.gif;http://recursos.cepindalo.es/mod/book/view.php?id=1098&chapterid=542 . Acesso em, 14/04/2017.

2º Fazer a reprodução do logotipo fornecido na malha triangular, conforme figura 10.

Figura 10 – Projeção

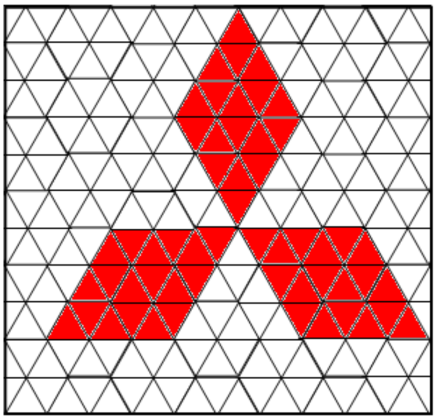


Fonte: As autoras, 2017.

3º Ampliar a figura utilizando a escala.

A proposta é investigar, qual o conhecimento que os educandos possuem sobre o conteúdo de escalas e quais as formas diferentes que podemos representá-la. Caso haja dificuldades, pode-se utilizar como exemplo, uma escala 1:3, conforme visualizado na Figura 11.

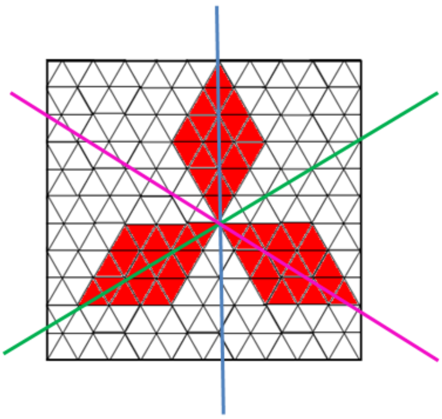
Figura 11 - Ampliação



Fonte: As autoras, 2017.

4º Após a ampliação, serão disponibilizados régua e lápis de cor. Os alunos deverão analisar o desenho e identificar, se o mesmo possui eixos de simetria, caso houver, deverão traçar com um lápis de cor diferente, conforme visualizado na Figura 12.

Figura 12 – Eixos da Simetria



Fonte: As autoras, 2017.

Nesta etapa percorra o seu espaço de sala de aula, analise os alunos nesta construção, verifique quantos eixos foram encontrados? Se todos conseguirem executar o solicitado? Houve alguma dificuldade na execução? Estabeleça uma relação com as logomarcas anteriores, seria possível traçar eixos de simetria?

Por fim, questione a turma: Como foi esse processo de construção? Encontraram dificuldades na execução desta atividade? Sempre dispor de espaços para discussão e ampliar para novas abordagens serem constituídas, por meio de cada intervenção.

Ainda nesta atividade, solicite aos alunos uma breve pesquisa sobre as Mandalas. Questões norteadoras sugeridas: Como a arte e a geometria se encontram? O que são Mandalas? Quais sãos seus significados? Como é a estrutura de uma Mandala?

5º ETAPA: Tecendo as Mandalas

Antes de iniciar esta atividade, resgaste os aspectos desenvolvidos no seu último encontro (etapa 4). Pergunte aos educandos os conhecimentos desenvolvidos? O que eles compreenderam sobre a simetria?

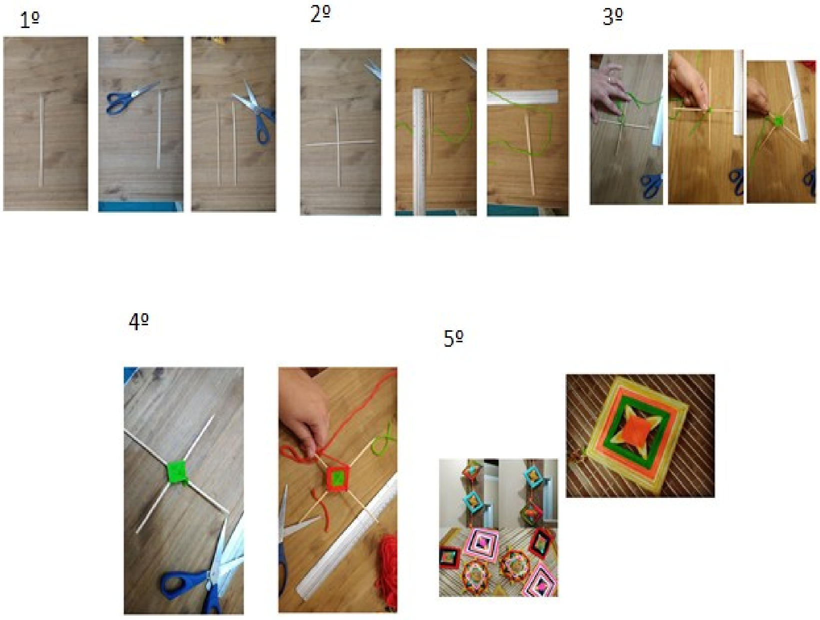
Verifique a pesquisa solicitada no último encontro, ela será o seu ponto de partida para iniciar a etapa 5. Solicite que os alunos apresentem o que pesquisaram, traga referências e complemente as percepções deles.

Nesta proposta iremos tecer as Mandalas. Para tanto, serão disponibilizados palitos de churrasco e alguns novelos de lã. Cada aluno deverá receber dois palitos de churrasco, os quais deverão ser medidos, para que fiquem do mesmo comprimento.

Verificar o tamanho dos palitos, deixar ambos paralelos e com um novelo de lã dar um nó no meio das duas varetas. Finalizando esta parte, abrir os dois palitos formando uma cruz.

Com os palitos em formato de cruz, costurar entre as varetas, formando o desenho geométrico. Neste processo, podem-se usar diferentes cores de lãs. O processo ocorrerá, conforme o passo a passo da figura 13.

Figura 13 – Construção das Mandalas



Fonte: As autoras, 2017.

Este processo de tecer as mandalas requer um tempo maior no seu planejamento. Os alunos irão apresentar dificuldades no início, mas logo esses obstáculos serão concluídos.

Esta atividade desenvolve a motricidade fina, ajuda na concentração; estimula o pensamento lógico. As cores falam muito neste processo, você poderá observar as escolhas realizadas e os significados.

Lembre-se: É fundamental valorizar a interação entre os alunos e não dar respostas prontas, mas comentar o resultado das produções no fim de cada etapa é essencial. A troca de informações entre os educandos faz com que aceitem a opinião dos outros ou questionem.

Essas atividades, se bem orientadas, levam os estudantes a elaborar definições e hipóteses, que podem ser reformuladas ao longo do aprendizado. Todos poderão avançar progressivamente, passando da mera observação das figuras à análise de suas propriedades e seus elementos.

Ao término desta prática pedagógica, solicite a turma uma breve pesquisa sobre o artista holandês Muritis Cornélio Escher e as suas técnicas envolvendo a transformação de figuras planas. Esta pesquisa será o ponto de partida para a próxima atividade.

Segue algumas sugestões para a investigação:

- Quem foi Escher, onde e quando nasceu?
- Quando o artista encontrou ao entrar em contato com a arte?
- Qual a sua teoria por trás das obras criadas por ele?
- Qual a relação de Escher com a Matemática?
- O que mais chamou a atenção nas obras?

ATIVIDADE 4

Transformação, a partir do plano – Técnica do Artista Escher

Iniciar este encontro com a socialização da pesquisa solicitada na aula anterior e, explorar, a partir dos aspectos pertinentes, que cada aluno trouxe os seguintes questionamentos: O que observaram nas técnicas do artista? Conseguiram fazer uma relação destas obras com a matemática? O que mais chamou a atenção? Quais foram as primeiras ideias? Se fosse elaborar um planejamento com esta proposta, como seria? Como se pode relacionar a estratégia do artista com a atividade do encontro anterior?

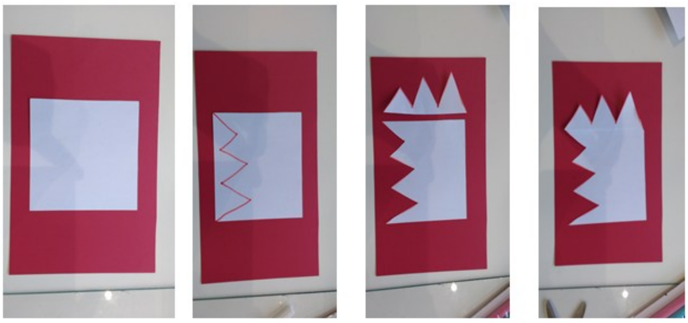
Executando as técnicas.

Serão utilizadas duas figuras planas como base para esta construção.

A transformação a partir do formato de um quadrado. A seguir, o passo a passo para a construção, conforme as figuras 14, 15 e 16.

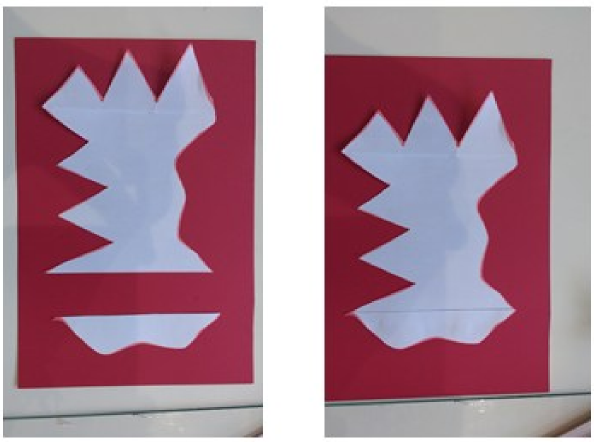
- Construir um quadrado (tamanho definido pelo professor);
- Construir um polígono em um dos lados do quadrado;
- Recortar este polígono e colar em seu lado adjacente, conforme indicado na figura 14;
- Construir outra forma no lado adjacente ao que recebeu anteriormente o polígono recortado;
- Recortar esta forma e colar em seu lado adjacente, conforme indicado na figura15;
- Construir um polígono de toda a figura e colorir. Essa será a figura de base inicial para essa técnica.

Figura 14 – Transformação a partir do quadrado.



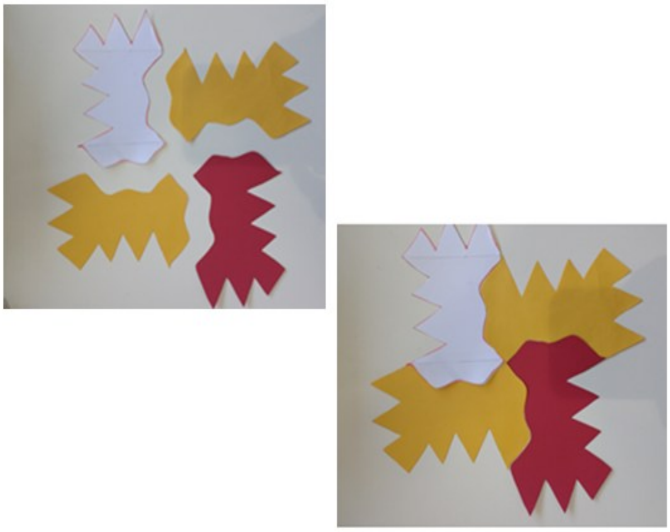
Fonte: As autoras, 2017.

Figura 15 – Ganhando forma a partir da figura inicial.



Fonte: As autoras, 2017

Figura 16 – Finalização após desenvolvimento da figura base.



Fonte: As autoras, 2017

Para a montagem da figura 16, basta escolher um dos vértices do quadrado, que será o centro de rotação da imagem construída.

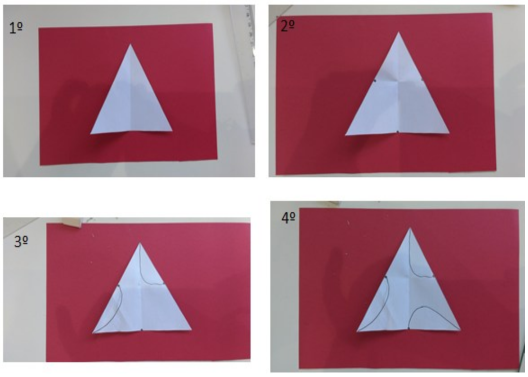
A proposta central nesta atividade é trabalhar com figuras planas (forma do quadrado), aliado ao cálculo de área. Ou seja, utilizar o papel quadriculado para desenhar as figuras planas e, demonstrar ao professor que com a mesma área inicial, podem-se desenhar outras formas que contenham a mesma medida de área.

Transformação a partir do formato de um Triângulo

Passo a passo para a construção, conforme visualizado nas figuras 17 e 18.

- Desenhar um triângulo equilátero (tamanho determinado pelo professor);
- Marcar os pontos médios;
- Fazer um desenho usando um dos lados do triângulo, conforme a figura 17;
- Desenhar também nos outros lados do triângulo;
- Recortar esta figura, colando-as do mesmo lado, mas pelo lado de fora;
- Desenhar uma nova figura e colorir. Essa será a figura de base inicial para essa técnica (ver figura 18).

Figura 17 – Transformação a partir do triângulo.



Fonte: As autoras, 2017.

Figura 18 – Desenvolvimento a partir da figura base.

Fonte: As autoras, 2017.

Nesta proposta, pode-se explorar conhecimentos geométricos como: Identificar e reconhecer as diferentes simetrias nas duas técnicas apresentadas, articular os saberes geométricos e artísticos em cada processo, as concepções de área e perímetro, se ao transformarmos o plano, o que acontece com a área e o perímetro, ainda permanecem o mesmo?

O PERCURSO FINAL

Neste capítulo, trouxemos algumas sugestões de atividades para o ensino da geometria nos Anos iniciais do ensino fundamental. Estas propostas pedagógicas foram aplicadas e desenvolvidas com um grupo de professores dos Anos Iniciais e os resultados obtidos desta intervenção podem ser consultados na página do PPGECE – Univates.

As ideias apresentadas compactuam com as ideias de Lanner de Moura e Moura (2001) de que a Geometria é um conhecimento impregnado de ação humana na busca de interpretação, modificação e domínio do espaço. Ademais, a apropriação de seus conceitos deve levar ao desenvolvimento de um tipo de pensamento que permita aos alunos compreender, descrever, representar, projetar organizadamente o espaço em que vivem.

Os autores compreendem que os conhecimentos escolares concretizam os objetivos educacionais e que seu desdobramento na educação escolar permite que sejam difundidos, preservados e aprimorados. Nesta perspectiva, podemos compreender que o ensino da geometria é um componente curricular importante, pois é neste conhecimento que temos a possibilidade de explorar as relações geométricas com situações do dia a dia e da atualidade, estabelecendo conexões com outras áreas de conhecimento, bem como com outras áreas da própria matemática.

O percurso que escolhemos para a organização destas atividades práticas, foram por meio da necessidade de incentivar o ensino da geometria nos Anos Inicias e desmitificar o conhecimento geométrico, como sendo difícil ou até mesmo cansativo de aprender. Para a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), ensinar geometria é propor aos alunos que relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas.

As atividades práticas apresentadas devem ser entendidas não como sugestões a serem seguidas, mas como possibilidades para a discussão do processo de ensinar a Geometria nos Anos Iniciais, tendo como objetivo permitir o aluno se apropriar de conhecimentos geométricos que vão além da identificação e nomeação de figuras e cálculos com seus “desenhos”. Mas aprimorar a compreensão da Geometria como um conhecimento que busca interpretar, modificar e perceber o espaço a sua volta, permitindo o desenvolvimento de uma linguagem matemática que lhe oportunize, enquanto ser humano, compreender e agir no mundo em que vive.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Nova Base Curricular Comum.** 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica

BULOS, Adriana Mascarenhas Mattos; JESUS, Wilson Pereira de. **Professores generalistas e a Matemática nas séries iniciais: uma reflexão.** In: Encontro brasileiro de estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, 2006, Belo Horizonte. Anais eletrônicos... Belo Horizonte: X EBRAPEM, 2006. Disponível em: Acesso em: 23 de jan. de 2007.

CURY, Helena Noronha**. Concepções e crenças dos professores de matemática: pesquisas realizadas e significados dos termos utilizados.** Bolema, Rio Claro, v.12, n.13, p.29-43, 1999.

LANNER de MOURA, Anna Regina; MOURA, Manoel Oriosvaldo. **Geometria nas séries iniciais.** São Paulo: USP, 2001.
________. Simetria com dobradura. Revista Guia Fundamental. 2010. Disponível em:http://revistaguiafundamental.uol.com.br/professores-atividades/85/artigo215236-2.asp

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

Problematizações do uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática nos Anos Iniciais

Rejane Bianchini[4]
Marli Teresinha Quartieri[5]

[4] Doutoranda no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas – Univates. E-mail: rebi.escola@gmail.com
[5] Doutora em Educação – Unisinos. Docente da Universidade do Vale do Taquari – Univates. E-mail: mtquartieri@univates.br

Apresentação

Entender que uma prática formativa é um dos possíveis elementos do desenvolvimento profissional, é entender que os docentes aprendem em diversos contextos, de diversas formas e em diversas interações, de forma permanente.

É considerando esta ideia, que apresentamos o presente produto educacional. Em seu texto, encontra-se descrito o recorte de uma sequência de atividades de uma Prática Formativa que objetivou explorar o uso de tecnologias digitais para o ensino de Ciências e Matemática nos Anos Iniciais. (A íntegra deste produto educacional pode ser acessada aqui.)

Esta prática formativa não tem o objetivo de ser um fim em si mesma, mas uma das muitas ferramentas de desenvolvimento profissional possíveis, que assim como as demais, depende do envolvimento docente para o seu sucesso!

Iniciando nossa conversa…

A trajetória educacional brasileira vem se constituindo e se transformando ao longo do tempo, devido aos diversos fatores com os quais dialoga direta ou indiretamente. Entre eles, podemos citar às necessidades emergentes dos contextos educacionais, às políticas públicas educacionais e às discussões a respeito do uso de tecnologias digitais no ensino, intensificadas após a aprovação da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2017). Entre esses elementos, ressaltamos no presente produto educacional, as discussões voltadas ao ensino de Ciências e Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, permeado pelo uso de tecnologias digitais.

De acordo com discussões e reflexões nos eventos nacionais e internacionais, assim como, pelo que está descrito nos documentos oficiais de nosso país, podemos inferir que o ensino de Ciências e Matemática nos Anos Iniciais vem amadurecendo algumas de suas ideias. A alfabetização científica e matemática, por exemplo, defendida em documentos orientadores e práticas formativas do Ministério da Educação - MEC, a citar o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC, tomou um novo rumo e uma nova amplitude com a aprovação da BNCC em 2017. Esta última, defende a importância do letramento científico e matemático, conceitos mais abrangentes que os citados anteriormente. Além do que, preconiza, já nos Anos Iniciais, o uso de tecnologias digitais.

Essas constantes transformações impelem os docentes à reflexões e estudos contínuos sobre a práxis, que muitas vezes são viabilizadas por meio de trocas de experiências, de leituras, das interações entre pares, de propostas formativas propiciando o desenvolvimento profissional (Ponte *et al*; 2017). O desenvolvimento profissional é expresso pela ideia de que “a capacitação do professor para o exercício da sua atividade profissional é um processo que envolve múltiplas etapas e que, em última análise, está sempre incompleto” (Ponte *et al*, 2017, p. 23).

Cabe-nos ressaltar ainda, que Nacarato (2013), assim como Ponte *et al* (2017), fazem uma distinção entre desenvolvimento profissional e formação (inicial, continuada, em serviço, dentre outros). Esses autores dão ao primeiro termo uma valia e amplitude maior que o segundo, contudo, destacam a importância do segundo para se chegar ao primeiro. Em efeito:

> A formação pode ser perspectivada de modo a favorecer o desenvolvimento profissional do professor, do mesmo modo que pode, por meio do seu "currículo escondido" (currículo oculto), contribuir para reduzir a criatividade, autoconfiança, a autonomia e o sentido de responsabilidade profissional. O professor que se quer desenvolver plenamente tem toda a vantagem em tirar partido das oportunidades de formação que correspondam às suas necessidades e objetivos (PONTE et al; 2017, p. 25).

Ou seja, compreendemos que uma formação continuada é importante para o desenvolvimento profissional, mas que essa ação não se apresenta como o único caminho a ser percorrido.

Deste modo, o presente produto educacional, fruto de uma pesquisa realizada durante o curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas - Mestrado Profissional, na Universidade do Vale do Taquari – Univates, elenca uma sequência de ações desenvolvidas com um grupo de docentes de Anos Iniciais de uma rede pública do Vale do Taquari/RS. Essas ações constituíram uma formação continuada organizada em três momentos distintos: questionário inicial, cinco encontros formativos e questionário final, desenvolvido no final do quinto encontro formativo. Sua proposta aborda o uso de tecnologias digitais para o ensino de Ciências e Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Destaca-se que no presente texto, realizamos um recorte referente a área da Matemática.

Elucidamos ainda, que o grupo investigado esteve constituído, a princípio, por 12 docentes que responderam o questionário inicial e participaram dos primeiros encontros formativos, sendo que 8 desses docentes concluíram a proposta formativa. Nesse contexto, buscou-se viabilizar a esse grupo docente momentos de estudo e de reflexões sobre o ensino de Ciências e Matemática permeado pelo uso de tecnologias digitais, que favorecessem a construção de aprendizagens e, consequentemente, potencializassem os conhecimentos do modelo TPACK[6]. Assim, como Saraiva e Ponte (2003, p. 4), entendemos que "o desenvolvimento profissional envolve sempre alguma aprendizagem e, por consequência, alguma mudança".

Vejamos na sequência, o recorte da proposta formativa referente à área da Matemática.

Roteiro de atividades I

Software **a ser explorado:** Construtor de área.

Objetos de aprendizagem abordados:

- Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas (4º ano);
- Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações (5º ano).

Orientações para a realização das atividades:

Iniciamos nosso encontro com a apresentação do vídeo: **Bebê prodígio**, disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=klDfB5EjheY

[6] O modelo TPACK (*Technological Pedagogical Content Knowledge* - Conhecimento Tecnológico Pedagógico de Conteúdo) foi desenvolvido a partir da teoria "de Shulman (1987, 1986) do PCK (*Pedagogical Content Knowledge*) para descrever como a compreensão dos professores sobre tecnologias educacionais e PCK interagem entre si para produzir um ensino efetivo com a tecnologia"(KOEHLER; MISHRA, 2009, p. 62, tradução nossa). Sua estrutura, segundo Koehler e Mishra (2009) baseia-se inicialmente em três conhecimentos: o conhecimento pedagógico (*Pedagogical Knowledge – PK*), o conhecimento tecnológico (*Technological Knowledge – TK*) e o conhecimento de conteúdo (*Content Knowledge – CK*). Ao interagirem entre si, os mesmos autores explicam que esses três conhecimentos dão origem à outros três: o conhecimento tecnológico pedagógico (*Technological Pedagogical Knowledge – TPK);* o conhecimento de conteúdo tecnológico (*Technological Content Knowledge – TCK*); o conhecimento de conteúdo pedagógico (*Pedagogical Content Knowledge – PCK*). Por fim, da interação de todos esses conhecimentos, temos o conhecimento tecnológico de conteúdo pedagógico (*Technological Pedagogical Content Knowledge* - TPACK). Para esses autores, o TPACK extrapola o saber individual de cada um desses componentes (conteúdo, tecnologia e pedagogia), tecendo uma interação entre eles que exige uma compreensão profunda e conjunta de ambos para que o ensino permeado pelo uso de tecnologias se viabilize de forma potencializadora.

Em seguida realize uma discussão em grande grupo, a partir do vídeo: Bebê prodígio, sobre as características dos nossos alunos e a evolução tecnológica:

- Como eram as crianças de 20 ou 30 anos atrás?

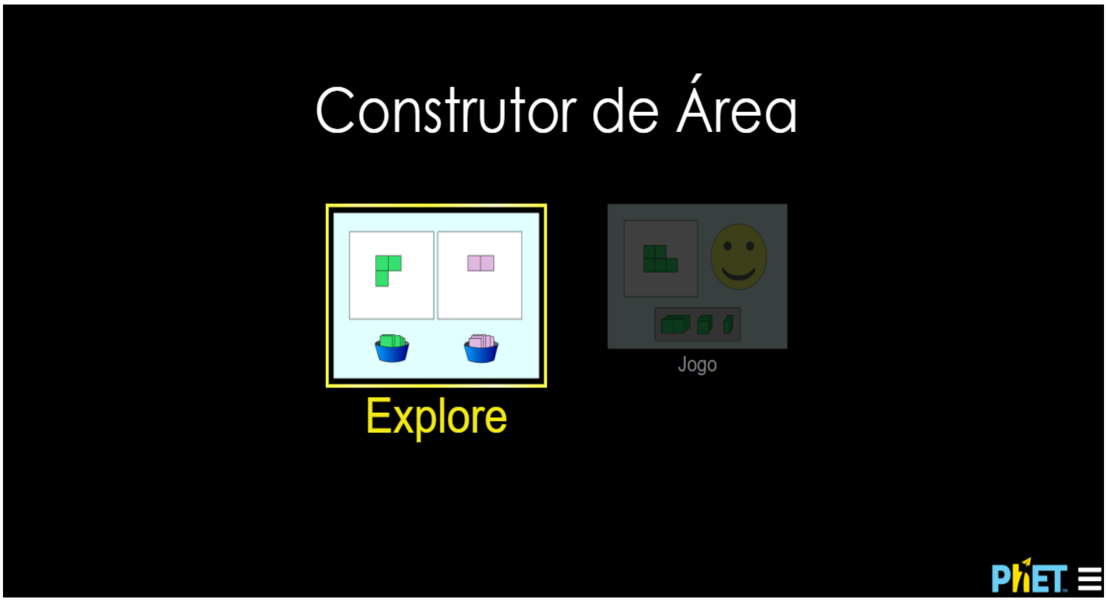
- Como são as crianças dos dias atuais?

- Na sua opinião, qual a relação do vídeo com os alunos que estão frequentando nossas escolas hoje?

- O que mudou nestes últimos anos? Essas mudanças influenciam os processos de ensino e de aprendizagem? Como?

Na sequência explore o *software* Construtor de Área. Este possibilita ao professor criar e explorar atividades relacionadas à conteúdos matemáticos, tais como perímetro, área e multiplicação. Manipule o *software* Construtor de Área (Figura 1) aqui para familiarizar-se com ele.

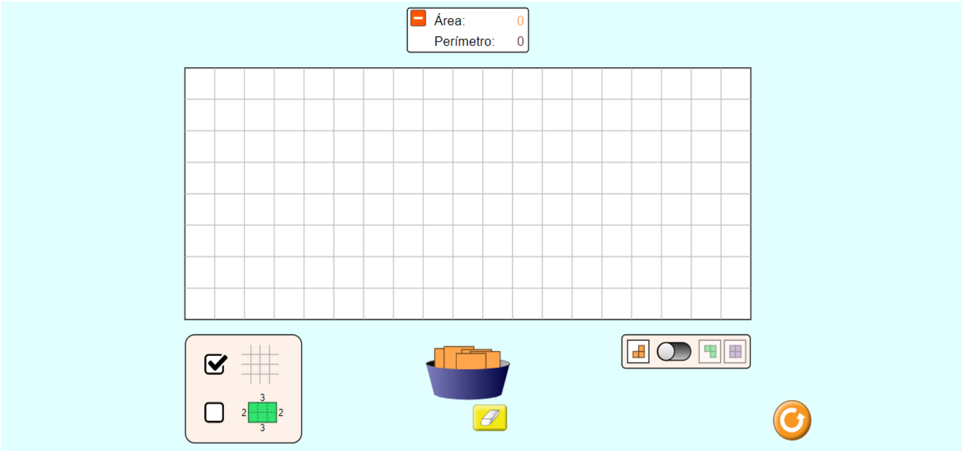
Figura 1 – Interface do *software* Construtor de Área



Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/area-builder/latest/area-builder_pt_BR.html

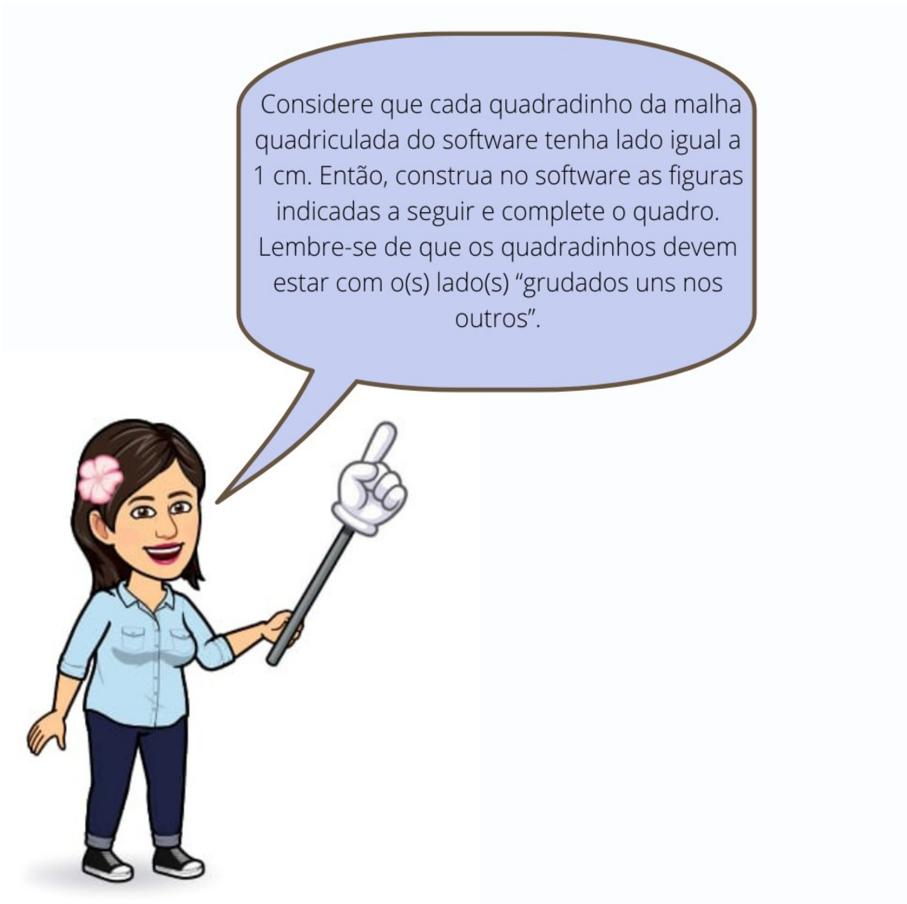
Para desenvolver as atividades sugeridas na sequência, abra o *software* Construtor de Área e clique em “Explore”. Uma nova tela se abrirá, conforme a Figura 2:

Figura 2 – Interface do *software* Construtor de Área – “Explore”



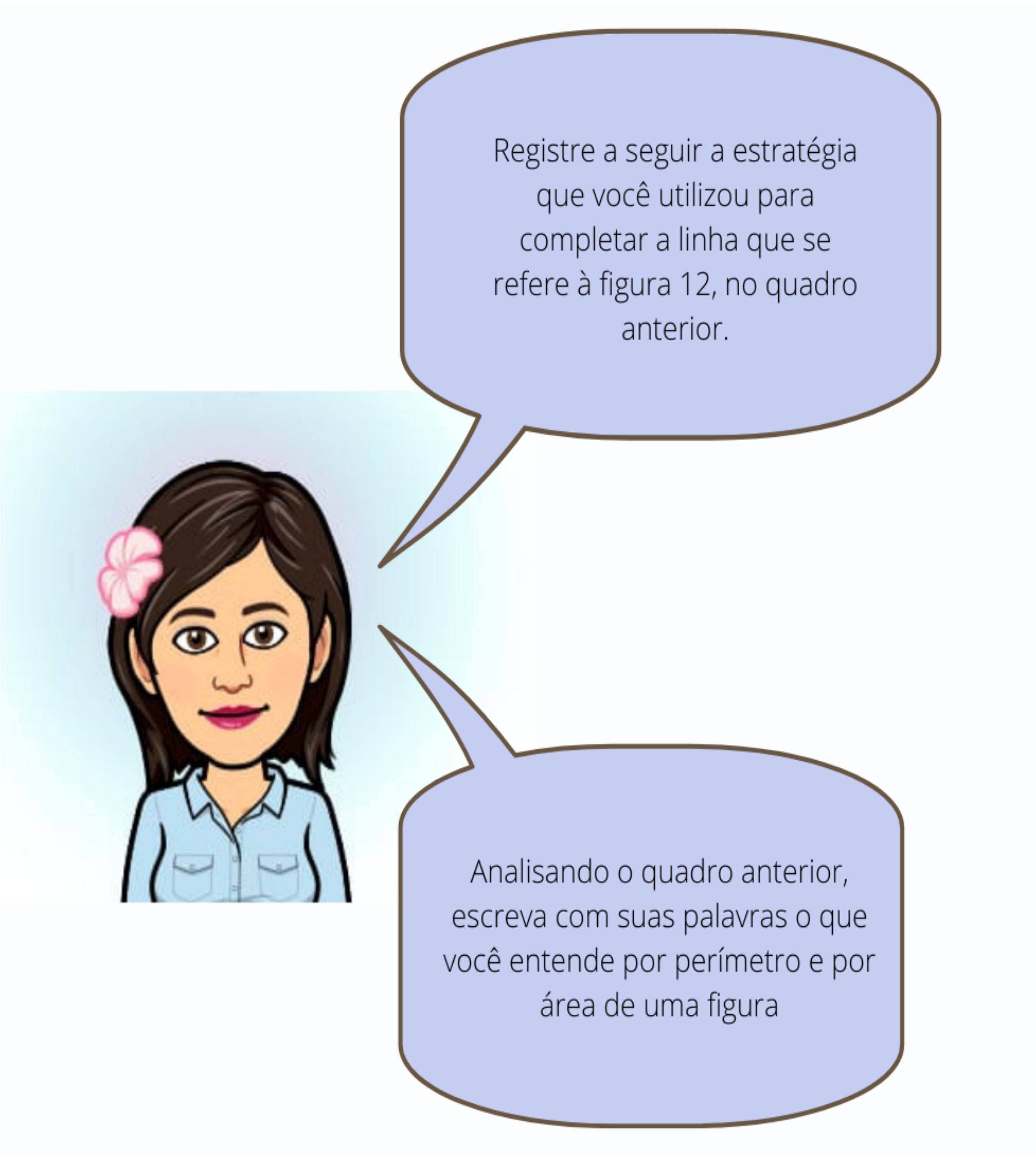
Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/area-builder/latest/area-builder_pt_BR.html

É nesta tela que você realizará as atividades. Nela deixe marcada a opção “malha quadriculada” e desmarque a opção de visualização de valores, conforme mostra o canto inferior esquerdo da Figura 2.

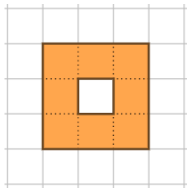
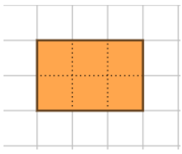
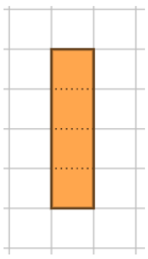
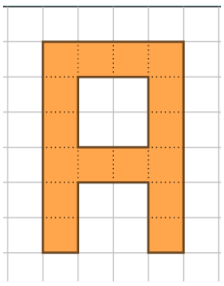


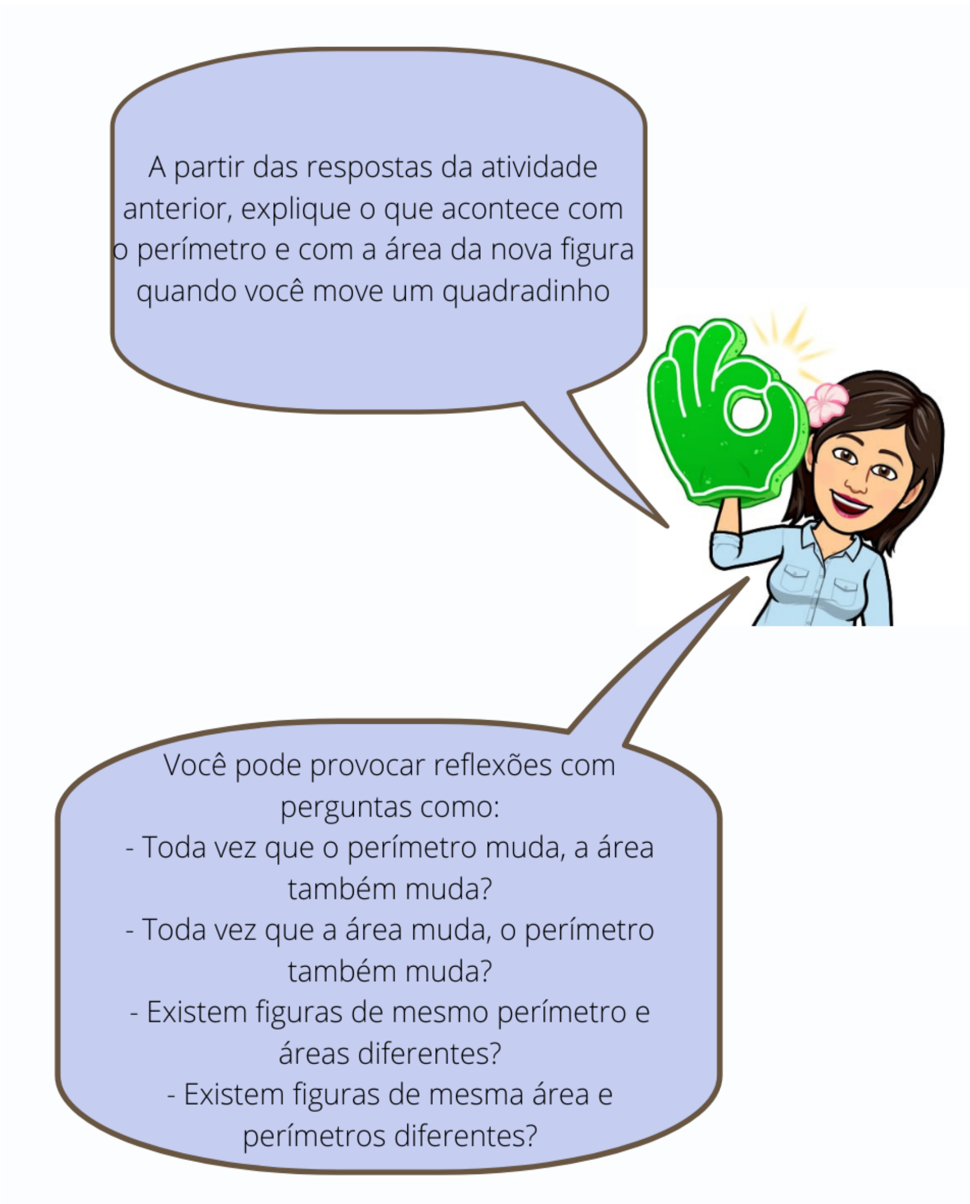
Complete o quadro a seguir:

Figura	Quadradinhos na vertical	Quadradinhos na horizontal	Medida do contorno da figura	Número total de quadradinhos da figura
Figura 1	1	1		
Figura 2	2	2		
Figura 3	3	3		
Figura 4	4	4		
Figura 5	5	5		
...	...	...		
Figura 12	?	?		



Continue considerando que cada quadradinho da malha quadriculada do *software* tenha lado igual a 1 cm. Diante disso, construa no *software* as figuras indicadas a seguir, determinando seu perímetro e área. Em seguida, mova apenas 1 quadradinho, de forma que este continue com um lado "grudado na figura" e determine o novo perímetro e a nova área.

Figura	Perímetro da figura original	Área da figura original	Perímetro da figura criada por você	Área da figura criada por você
				
				
				
				



Refletindo sobre as atividades realizadas, escreva uma maneira de determinar o perímetro de qualquer figura em malha quadriculada. Da mesma forma, descreva uma maneira para determinar a área de qualquer figura em malha quadriculada.

Por fim, para encerrar este momento, realize discussão, em grande grupo, sobre o *software* utilizado no encontro:

- Quais as potencialidades do *software*? E as limitações?

- Quais as vantagens e desvantagens do uso de tecnologias para o desenvolvimento destas atividades? E em relação a outros recursos?

- Que outras atividades poderíamos elaborar com este *software* para aprofundar os temas explorados?

Roteiro de atividades II

***Software* a ser explorado:** Frações: Igualdade

Objeto de aprendizagem abordado:

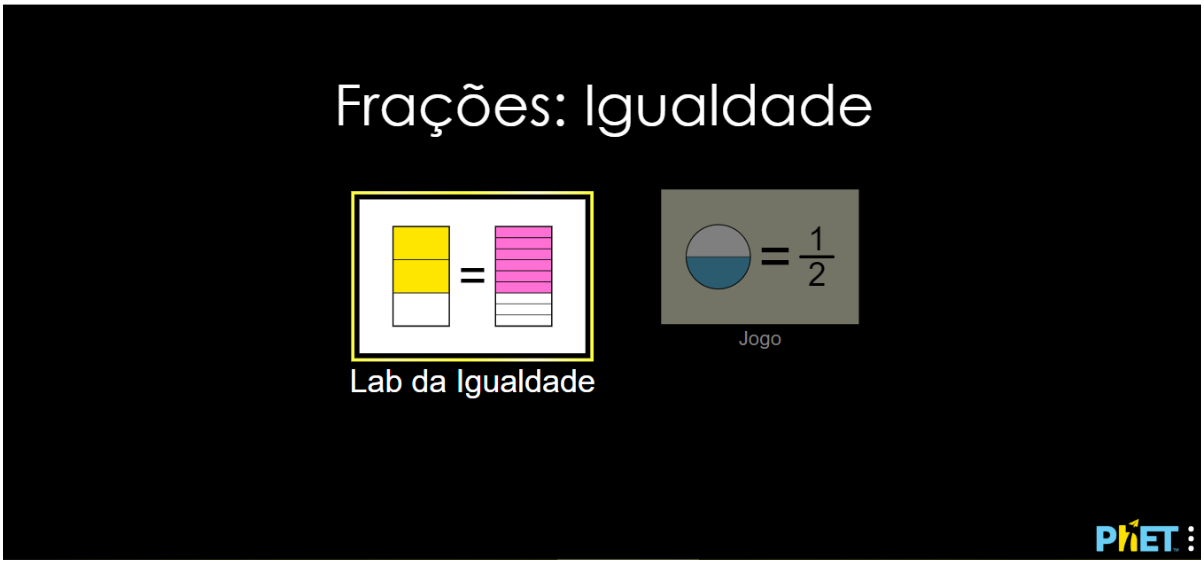
- Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência (5º ano).

Orientação para a realização das atividades:

Inicie o encontro organizando o grupo em duplas para a exploração do *software* Frações: Igualdade.

O *software* Frações: Igualdade (visualização da interface na Figura 3), disponível no *PHET*, possibilita a discussão sobre frações, em especial, as frações equivalentes. Manipule o *software* Construtor de Área (Figura 1) aqui para familiarizar-se com ele.

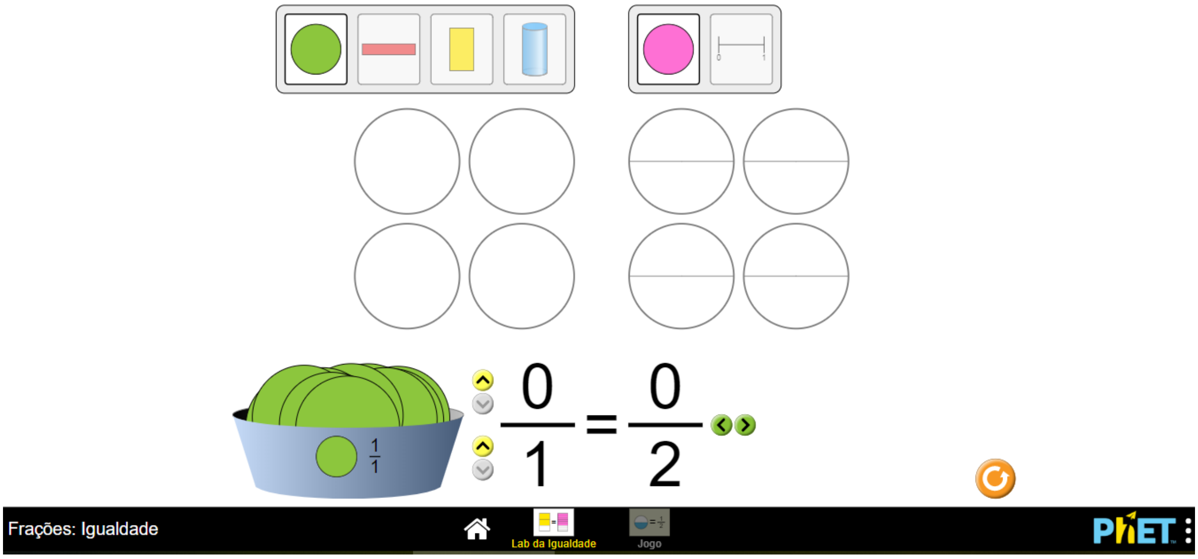
Figura 3 – Interface do *software* Frações - Igualdade.



Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-equality/latest/fractions-equality_pt_BR.html

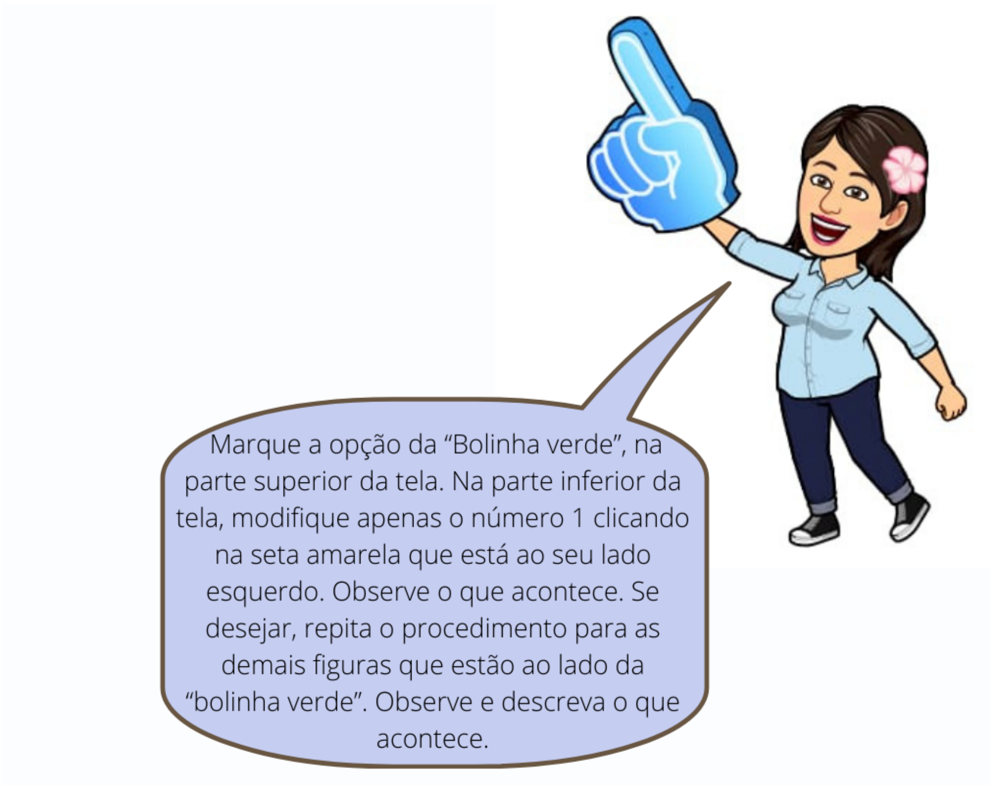
Abra o *software* Frações: Igualdade e clique em “Lab da Igualdade”. Uma nova tela se abrirá, conforme a Figura 4:

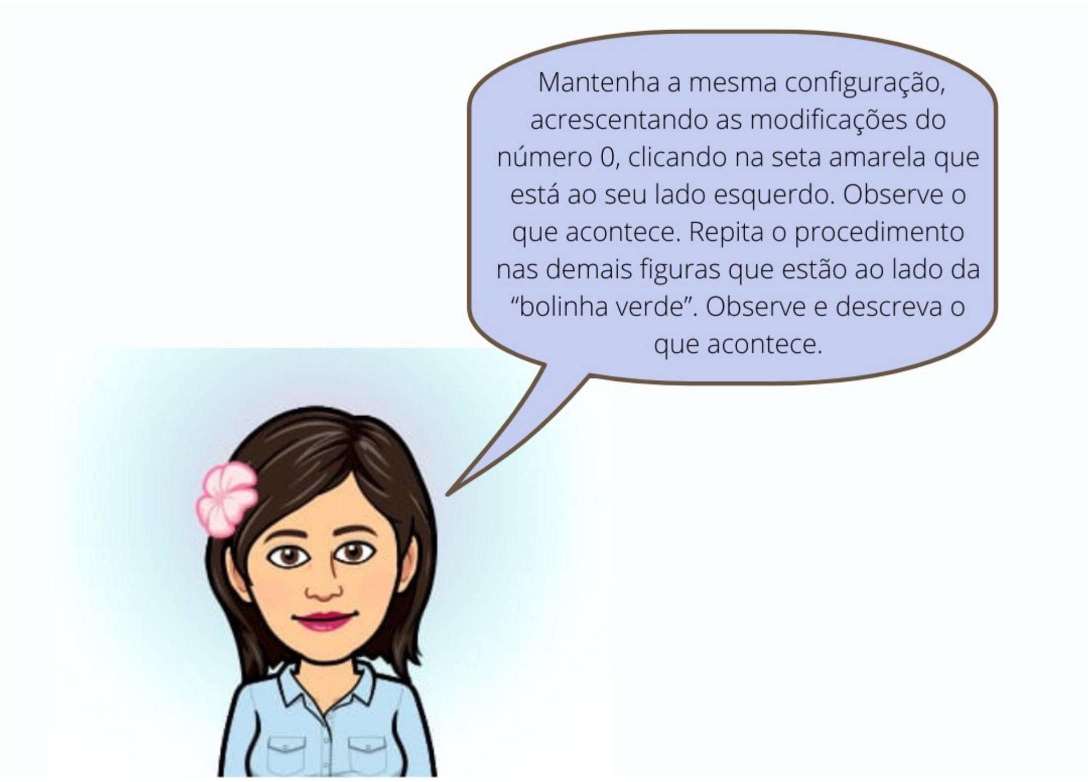
Figura 4 – Interface do *software* Frações: Igualdade - “Lab da Igualdade”.



Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/gravity-and-orbits/latest/gravity-and-orbits_pt_BR.html

É nesta tela que você irá realizar as atividades.





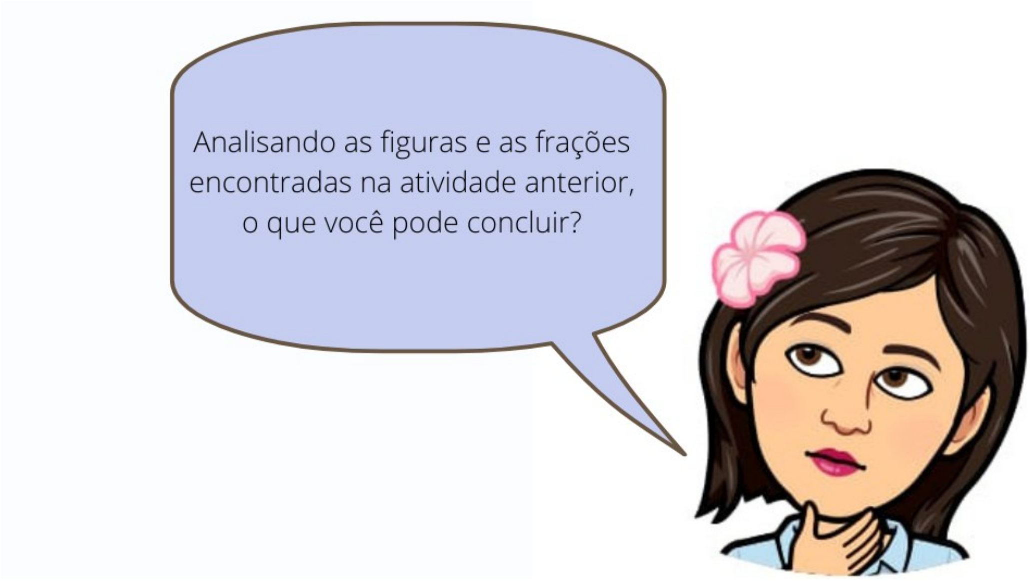
- Escreva com suas palavras o que representa o número que está abaixo do traço, nas frações que você explorou.

- Escreva com suas palavras o que representa o número que está acima do traço, nas frações que você explorou.

- Clique no botão de *reset* no quanto inferior da tela, para voltar à tela inicial. Em seguida, modifique os valores da fração do lado esquerdo, conforme quadro a seguir:

Modificar a fração do lado esquerdo para:	**Anotação das frações encontradas no lado direito, ao clicar nas flechas verdes:**
$\frac{1}{2}$	
$\frac{2}{3}$	
$\frac{2}{4}$	

$\frac{1}{5}$	
$\frac{4}{6}$	
$\frac{1}{6}$	



- Escreva com suas palavras o que você entende por frações equivalentes.

- Crie uma regra para encontrar frações equivalentes.

- No quadro a seguir, escreva frações equivalentes às frações dadas, utilizando a regra que você elaborou anteriormente.

Fração	**Frações equivalentes criadas a partir da regra que você elaborou**
$\frac{4}{6}$	
$\frac{3}{8}$	

$\frac{1}{7}$	
$\frac{12}{10}$	
$\frac{20}{32}$	
$\frac{15}{35}$	

Para a realização da próxima atividade, clique na parte inferior da tela em “Jogo”. Uma nova tela se abrirá, conforme a Figura 5:

Figura 5 – Interface do *software* Frações: Igualdade - “Jogo”.

Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/gravity-and-orbits/latest/gravity-and-orbits_pt_BR.html

Nesta tela, clique em nível 1. Ao abrir a próxima tela, arraste as frações e as figuras que se equivalem para as bandejas, clique em “conferir” e verifique as suas respostas. Repita o procedimento para os demais níveis. Concomitante a isso, vá preenchendo o quadro a seguir:

Nível	Frações encontradas	Indique se a fração é menor, igual ou maior que uma unidade
Nível 1		
Nível 2		
Nível 3		
Nível 4		

Por fim, realize discussão, em grande grupo, sobre o *software* utilizado no encontro:

- Quais as potencialidades do *software*? E as limitações?

- Quais as vantagens e desvantagens do uso de tecnologias para o desenvolvimento destas atividades? E em relação a outros recursos?

- Que outras atividades poderíamos elaborar com este *software* para aprofundar os temas explorados?

- Que outros conteúdos poderiam ser abordados?

Roteiro de atividades III

Este encontro objetiva o planejamento, por parte dos docentes participantes da prática formativa, de uma sequência didática envolvendo o uso de tecnologias digitais.

Orientação para a realização das atividades

Iniciamos as atividades com o vídeo: **Tecnologia ou metodologia**, disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=QzwNpyoX1xk

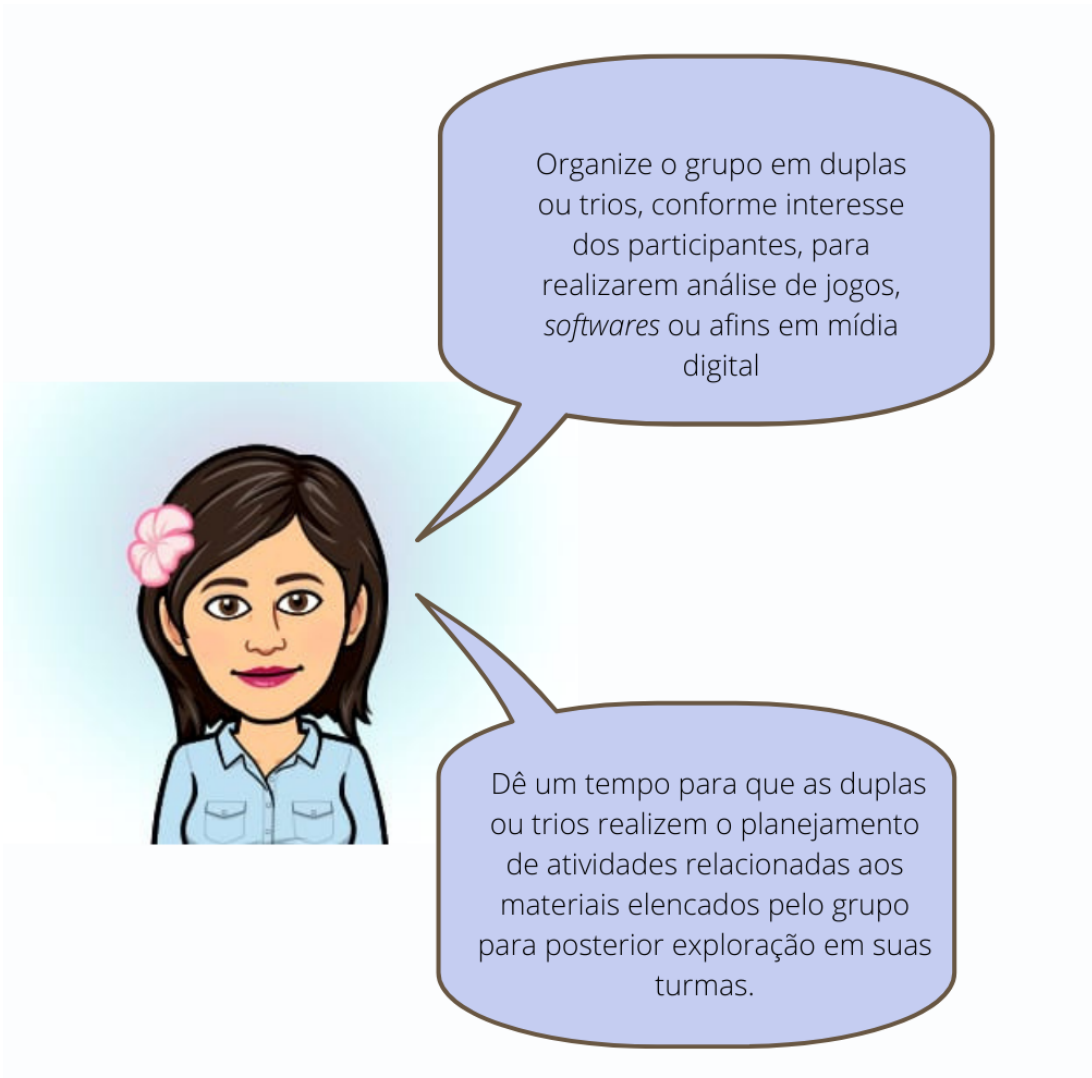
Na sequência, realize discussão em grande grupo sobre o vídeo assistido:

- Você observou diferenças e semelhanças entre as aulas de matemática expostas pelo vídeo? Quais?

- Como deve ser a postura do professor numa aula que utiliza tecnologias digitais?

- Quais conhecimentos você acredita que um professor deva ter para fazer uso de tecnologias digitais em sala de aula?

Após a discussão:



<u>Observação:</u> Para esta atividade, pode ser disponibilizada uma lista com sugestões de sites/links com *softwares*, jogos e afins para o ensino de Ciências e Matemática, conforme quadro a seguir. Além disso, conforme combinado no encontro anterior, cada profissional pode também fazer uso de algum jogo, *software* ou afim que já tenha conhecimento ou que tenha encontrado em suas pesquisas e deseje compartilhar com o grupo no presente encontro.

Lista com sugestões de sites para a busca de jogos, aplicativos e afins para o Ensino de Matemática:
Apprenti Géomètre: *Software* para o ensino de geometria dinâmica. Disponível em: https://www.crem.be/logiciel/AG
Google Earth: Possibilidade de exploração do planeta Terra através de localização em mapa, cálculo de distâncias e área, entre outras possibilidades. Disponível em: https://earth.google.com/web/
Jogos da Escola: Site que reúne material de várias áreas do conhecimento. Disponível em: https://www.jogosdaescola.com.br/play/
MDMat – Anos Iniciais: Material organizado pela UFRGS, envolvendo conteúdos de Matemática nos Anos Iniciais nas áreas de “Números e operações”, “Espaço e forma”, “Grandezas e medidas” e “Tratamento da Informação”. Disponível em: http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/
EDUMATEC – Educação Matemática e Tecnologia Informática: Material organizado pela UFRGS envolvendo conteúdos de diversos campos da matemática. Disponível em: http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/softwares_index.php
MOSAYC EDUCATION: Site que reúne jogos e simulações de todas as áreas do conhecimento. Disponível em: https://www.mozaweb.com/pt/index.php
PHET: O projeto PhET Simulações Interativas da Universidade de Colorado Boulder cria simulações interativas gratuitas na área de Ciências e de Matemática. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/
ROBOX: É um jogo parecido como Sokoban, onde o jogador necessita criar estratégias para levar todas as caixas para os lugares indicados. Fonte: https://rachacuca.com.br/raciocinio/robox/
THE MATH LEARNING CENTER: Site em inglês com aplicativos de matemática gratuitos. Disponível em: https://www.mathlearningcenter.org/resources/apps
UNIJUÍ – Fábrica Virtual: Site criado pela UNIJUÍ para disponibilizar os objetos de aprendizagem elaborados com Flash. Os mesmos são voltados para a área da Matemática do Ensino Fundamental e Médio. Disponível em: https://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Finalize este encontro, com a socialização e discussão das atividades elaboradas nas duplas/trios, visando à potencialização das mesmas pelo grande grupo.

Orientações para o próximo encontro:

No próximo encontro será realizada a socialização das atividades desenvolvidas com os alunos. Sugere-se que cada grupo organize breve apresentação em mídia digital das atividades desenvolvidas e seus resultados. Além disso, caso tenham interesse em trazer materiais pedagógicos ou trabalhos de alunos para apresentar, também podem fazê-lo.

Roteiro de atividades IV

Este encontro objetiva a socialização do planejamento e do desenvolvimento de uma sequência didática envolvendo o uso de tecnologias digitais, por parte dos docentes participantes da prática formativa.

Orientação para a realização das atividades:

Inicie as atividades com o vídeo: **Uso das Tecnologias na Educação – Mário Sérgio Cortella**, disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=ZI4QN9fLU8U

Na sequência, realize discussão em grande grupo sobre o vídeo:

- Segundo Cortella, qual seria o papel do professor frente ao uso de tecnologias em sala de aula?

- Qual a relação que Cortella estabelece entre as atividades que fazem uso e as que não fazem uso de tecnologias?

- Que características você acha que devem ter as atividades que fazem uso de tecnologias?

Por fim, realize a socialização das atividades que foram desenvolvidas no contexto escolar, a partir do planejamento e das discussões realizadas no encontro anterior.

Considerações finais

A realização da presente proposta formativa, com um grupo de professores de Anos Iniciais de uma rede pública do Vale do Taquari, permitiu a constatação de alguns elementos importantes para o seu desenvolvimento profissional.

A primeira observação a ser feita, refere-se ao desenvolvimento de conhecimentos relativos à estrutura do TPACK. No decorrer dos encontros formativos(roteiros) foi possível observar como cada uma das professoras, envolvidas nesse trabalho, exteriorizou suas fragilidades e potencialidades no tocante aos conhecimentos do modelo TPACK. Observou-se nesse contexto formativo, que na medida que os encontros avançavam, as dúvidas e inseguranças relativas ao conhecimento tecnológico diminuíram, dando espaço à uma interação cada vez mais dialógica e colaborativa. Aliás, a dialogicidade e o trabalho colaborativo mostraram-se como importantes ferramentas para o desenvolvimento dos conhecimentos do modelo TPACK. Exemplos disso, são os conhecimentos de conteúdo desse grupo de professores em relação à área da matemática. O grupo demonstrou ter conhecimento de conceitos como área, perímetro, multiplicação, números e operações e relação funcional[7], ao realizarem de forma assertiva as atividades que lhe foram propostas.

Em relação ao desenvolvimento do conhecimento do conteúdo pedagógico tecnológico, pode-se citar como exemplo, o comentário de P3[8]. No primeiro encontro, essa professora relaciona a utilização da malha quadriculada do *software* Construtor de Área (que estava sendo usada para atividades de área e perímetro) com a possibilidade de trabalhar o conceito de multiplicação. Além disso, pode-se citar a narrativa da professora P16, que destacou as experiências vivenciadas com seus alunos utilizando relógios confeccionados em papelão e em *softwares*. Já P11 fez um relato salientando a importância do comparativo entre recursos pedagógicos analógicos e digitais, que se apresentou como um avanço durante as discussões apresentadas ao grande grupo.

Seguindo essa mesma linha de raciocínio (análise dos recursos pedagógicos), outro progresso observado nas discussões foi a análise e o descarte de *softwares*

[7] "Uma regra que determina o número de elementos em um passo a partir do número de passos é um exemplo de uma *relação funcional"* (Van de Walle, 2009, p. 300).
[8] Cada professor participante da prática formativa foi nomeado pela letra P e um número, garantindo assim seu anonimato.

realizado pelas professoras P13 e P17. Elas explicaram que o *site* no qual fizeram uma busca de *softwares* para trabalhar o sistema monetário, encontraram alguns *softwares* que não eram viáveis de serem utilizados ou que elas próprias não conseguiram entender o funcionamento e, portanto, acabaram descartando-os. Entre os critérios utilizados para descartá-los, citaram o uso excessivo de língua estrangeira ou ainda um funcionamento do *software* que consideraram muito complexo para os alunos de suas turmas (4º e 5º anos). Além disso, essas professoras tiveram o cuidado de relacionar as atividades a serem desenvolvidas no Laboratório de Informática com as atividades a serem vivenciadas na sala de aula, de tal forma que houvesse uma sequência didática. Essas constatações permitiram legitimar a importância e a necessidade constante do desenvolvimento de práticas formativas.

Por fim, diante das reflexões e narrativas apresentadas por esses docentes sobre as aprendizagens vivenciadas nesses momentos, entende-se que essa prática formativa contribuiu para o desenvolvimento profissional desse grupo. Processo este, que transcorreu de maneira diferente para cada um dos docentes envolvidos nesse trabalho, visto que todo profissional é fruto das suas vivências, experiências e estudos. Isso permitiu o encerramento de um ciclo (essa prática formativa) com a convicção de que algumas aprendizagens temporárias ocorreram, mas que muitas incertezas permanecem! Portanto, a espiral da construção do conhecimento se mantém crescendo!

Referências

KOEHLER, M. J.; MISHRA, P. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. **Teachers College Record**. Vol. 108, Nº 6, June 2006, pp. 1017–1054. Disponível em: <http://one2oneheights.pbworks.com/f/MISHRA_PUNYA.pdf> Acesso em: 3 jan. 2019.

KOEHLER, M. J.; MISHRA, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, 9(1), 60-70. Disponível em:<https://www.researchgate.net/publication/241616400_What_Is_Technological_Pedagogical_Content_Knowledge > Acesso em: 3 jan. 2019.

NACARATO, A. M. O grupo como espaço para aprendizagem docente e compartilhamento de práticas de ensino de Matemática. In: NACARATO, A. M. (org.) **Práticas Docentes em Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Curitiba: Appris, 2013.

PONTE, J. P. et al. **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

SARAIVA, M.; PONTE, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Quadrante**, 12(2), 25-52. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm> Acesso em: 14 jun. 2020.

Rosimiro Araújo do Nascimento[9]

Marli Teresinha Quartieri[10]

---

[9] Doutorando do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas – Univates. E-mail: rosimiro.nascimento@ifma.edu.br

[10] Doutora em Educação – Unisinos. Professora da Universidade do Vale do Taquari – Univates. E-mail: mtquartieri@univates.br

APRESENTAÇÃO

Olá, docente de Matemática!

Este capítulo foi elaborado para você!

O intuito é socializar atividades para trabalhar com alunos do 1º ano do Ensino Médio. A ideia te colocará em posição de mediador e os estudantes, construtores e disseminadores do conhecimento. Nessa perspectiva, as atividades devem ser realizadas em grupos colaborativos à luz da investigação matemática.

Utilizando a investigação matemática alicerçada na obra de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), o presente manual socializa seis atividades acessadas no produto educacional[11] disponibilizado nos acervos da Universidade do Vale do Taquari-Univates. De acordo com autores citados, a investigação matemática é constituída por questões abertas, nas quais não está definido o início da resolução, cabendo aos discentes defini-las e estudá-las de maneira organizada. Nesse sentido, os referidos autores destacam que durante as investigações das atividades os discentes perpassam por quatro momentos principais, a saber:

I) O primeiro abrange o reconhecimento da situação, sua exploração preliminar e a formulação de questões;

II) O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas;

III) O terceiro inclui a realização de testes e o refinamento das conjecturas;

IV) O último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Os autores supracitados garantem que esses momentos surgem, muitas vezes, de forma simultânea podendo sofrer permutações durante o processo de investigação. Isso proporciona um valor formativo importante para os alunos, pois desenvolve a competência para formular novas ideias e conjecturas.

Nessa lógica, Alro e Skovsmose (2010), ressaltam que na aplicação de atividades investigativas, o docente deve convidar os estudantes para formarem um cenário investigativo de natureza aberto, oportunizando aos grupos autonomia na elaboração das justificativas para a tarefa. Desta forma, o docente deve assumir um papel de mediador, propondo um ambiente em que os estudantes se sintam confiantes para elaborarem conjecturas e estratégias relevantes.

[11] https://www.univates.br/ppgece/producoes/producao-tecnica

CONTEXTUALIZAÇÃO

As atividades a seguir descritas foram desenvolvidas com 26 estudantes que cursavam o 1º ano do curso Técnico Integrado em Agropecuária. Nos momentos destinados às investigações, os estudantes formaram pequenos grupos colaborativos de 4 ou 5 participantes em sala de aula. No primeiro encontro, os discentes tiveram dificuldades em iniciar as investigações, porque não conheciam a metodologia empregada. Contudo, o professor orientou-os, como deveriam proceder diante das tarefas propostas, conforme destacado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Para cada tarefa foi disponibilizado um momento para apresentação das investigações/resultados dos pequenos grupos para os demais grupos da sala de aula.

Em todos os instantes, o docente assumiu um papel de mediador, acompanhou as discussões dos alunos e, quando necessário, orientava os rumos da investigação. Cada grupo recebeu um caderno para que um dos componentes registrasse os resultados das discussões e, no final de cada encontro, o professor recolhia as anotações dos grupos. Destaca-se que vivenciar esse cenário proporciona motivação ao docente que procura escapar de metodologia que o coloca no centro do conhecimento.

Bonals (2003) destaca que no trabalho em grupo os estudantes ensinam os outros e proporcionam a aprendizagem e favorecem a aquisição de conhecimentos por meio da interação entre eles. Nessa conjuntura foi abordado o conteúdo de função afim. De acordo com BNCC (Brasil, 2016, p. 561):

> O trabalho com função afim deve ser realizado de modo a proporcionar ao estudante compreender o modelo de variação que se estabelece entre as variáveis envolvidas e perceber aspectos importantes como taxa de variação, crescimento e decrescimento, incluindo os casos em que a relação entre as variáveis envolvidas é proporcional, o caso da função linear.

Verificou-se que essas perspectivas foram vivenciadas pela turma do 1º ano do Ensino Médio na intervenção pedagógica que envolveu as atividades investigativas descritas neste capítulo. Assim, um trabalho investigativo oportunizou aos estudantes o ensino e a aprendizagem de função do primeiro grau de maneira significante.

OBJETIVO

Socializar atividades investigativas que podem ser desenvolvidas em turmas do 1º ano do Ensino Médio com foco no ensino de função afim.

METODOLOGIA

- As investigações foram desenvolvidas em seis encontros, uma para cada atividade. As questões foram cuidadosamente elaboradas, respeitando uma ordem de exploração. De maneira que os discentes pudessem ampliar seus conhecimentos ao passo que iam sendo exploradas;
- As tarefas foram realizadas com grupos 4 ou 5 alunos;
- Cada grupo recebeu um caderno para anotações e materiais para a construção de gráficos (régua, pincel, papel milimetrado e cartolina);
- Ao final de cada investigação os grupos apresentaram para a turma suas elaborações;
- Para fechar o encontro, o professor faz uma problematização reforçando os conhecimentos apresentados pelos alunos.

APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES

A realização das tarefas à luz da investigação matemática foi enriquecedora, porque os estudantes conseguiram realizar as investigações as quais possibilitaram novos horizontes para a aprendizagem em sala de aula. O surgimento de várias conjecturas e estratégias na resolução das situações propostas levou aos alunos a elaboração de funções afins e construções de gráficos em todos os encontros. A seguir, as atividades na ordem que foram exploradas.

Instruções Gerais ao Docente

Antes de iniciar os trabalhos é importante fazer um momento para explanar aos estudantes sobre a investigação matemática. Salientar que todos os grupos podem chegar a resultados distintos, porque não há uma resposta pronta em atividades investigativas. Dessa forma, os estudantes irão se sentir autônomos e confortáveis para expor diferentes conjecturas e conclusões.

Todas as vezes que for iniciar um encontro é importante atentar às seguintes recomendações:

- Declarar a importância das discussões para a aprendizagem dos alunos e, que ao expressar uma compreensão, o discente pode obter reações diversas dos outros e do professor, mas esse procedimento é fundamental para o aprendizado.
- Destacar ao aluno a relevância de expor suas conjecturas e conclusões, ouvir as dos colegas e interagir com eles durante os momentos investigativos.
- Planejar as ações para o tempo da aula.
- Incentivar os estudantes a valorizar as ideias de seus pares para evitar competição de conhecimentos.
- Não completar as conclusões dos alunos. É importante praticar o hábito de perguntar ou questionar os grupos e os orientar sem concluir a ideia que eles estão construindo.

Svinicki e Mckeachie (2012).

I) Primeira Atividade

Objetivo: identificar que a função do 1º grau representa relação de dependência entre dois conjuntos de valores.

Considere o calendário do mês de abril de 2018.

MÊS DE ABRIL DE 2018

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

Nestas condições:

a) Quais relações podem ser elaboradas observando-se a disposição dos dias do referido mês?

b) Utilizando os números que formam as linhas, elabore uma relação que seja uma função. No que diz respeito tanto aos números das colunas quanto aos números que formam as diagonais, quais funções podem ser elaboradas?

c) Dentre as funções elaboradas no item “b”, construa no mesmo plano o gráfico da que possui a menor e maior inclinação em relação ao eixo “x”. Quais valores estão relacionados com esta inclinação? Quais outros significados eles têm para os gráficos?

d) Quais funções do item “b” podem representar uma relação diretamente proporcional entre dois valores? Justifique sua resposta. Quais outras características comuns você pode identificar nessas funções?

Foram registrados os seguintes resultados:

Estabelecimento de relação entre as colunas para obter a função afim.

Identificação da inclinação do gráfico por meio da observação do gráfico das funções $y = x$, $y = 2x$ e $y = 3x$.

Como concluíram?

O grupo construiu os eixos coordenados em uma cartolina e fizeram o registro dos três gráficos nesse plano. Observaram que à medida que os coeficientes 1, 2 e 3 crescem a inclinação do gráfico em relação ao eixo horizontal também cresce.

Envolveram colunas e linhas do calendário com os eixos cartesianos para elaborar funções e gráficos.

A estratégia de testar os valores de uma coluna e encontrar seus correspondentes em outra coluna evidenciou a ideia de pares ordenados.

Docente!

Durante toda a atividade é importante estar atento aos grupos. Observar o rendimento, orientando, incentivando e elogiando cada resultado válido.

“[...] às vezes, mal se imagina o que pode passar a representar na vida de um aluno um simples gesto do professor”. (Freire, 2011, p. 43).

Um dos grupos utilizou a regra de três simples para identificar as funções que guardam uma relação diretamente proporcional entre os valores de seus pares ordenados.

Ao final dos momentos investigativos apresentaram as seguintes funções:

$y = 3x$ $y = 5x$

Como concluíram?

Observaram, na função $\boldsymbol{y = 3x}$, que ao substituir um valor para “x”, “y” sempre triplicava.

Docente!

Na primeira atividade os grupos construíram apenas funções afins cujo coeficiente linear é nulo (função linear).

Ao caso você trabalhe essa atividade e, ao final do tempo da aula, os grupos tenham criado apenas funções lineares, é interessante dar continuidade em outro momento para que os alunos possam explorar mais funções afins.

Para iniciar o segundo momento você pode argumentar:

- Vocês já conhecem a função $y = x$, o que vocês acham de utilizarem essa função para criar novas funções em que ao substituir o valor de “x” de uma linha ou coluna o resultado “y” encontra-se no calendário?

Como já habituaram com a questão, é esperado que várias funções sejam elaboradas, como por exemplo, $y = x + 1$, $y = x + 2$, $y = 2x + 1$ etc.

- O passo seguinte será orientá-los às construções dos gráficos no mesmo plano cartesiano para que criem conjecturas e conclusões envolvendo os coeficientes angular e linear.

II) Segunda Atividade

Objetivo: compreender as partes que compõem a função afim.

Observação: Os alunos foram lembrados que o valor dos pneus foi definido por eles e o professor depois de uma verificação de preços em três lojas: Aro13 com valor de R$220,00; Aro14 com valor de R$300,00; Aro15 com valor de R$400,00.

Para essa atividade os discentes foram orientados a utilizar a calculadora.

Uma loja de pneus está oferecendo emprego nas seguintes condições:

I) **Representante comercial**:

Salário de R$ 1000,00 + R$ 5,00 por pneu vendido.

II) **Vendedor direto na loja**:

Salário de R$ 700,00 + (10% pela venda de cada pneu aro 13) ou + (8% pela venda de cada pneu aro 14) ou + (6% pela venda de cada pneu aro 15).

III) **Vendedor direto no site**:

Salário de R$ 800,00 + (8% pela venda de cada pneu aro 13) ou + (6% pela venda de cada pneu aro
14) ou + (4% pela venda de cada pneu aro 15).

Nessas condições, considere que a loja efetua uma grande quantidade de vendas de pneus por mês.

a) Qual destas propostas é a mais conveniente? Justifique sua resposta.

b) É possível identificar que alguma proposta é sempre mais vantajosa que as outras? Justifique sua resposta.

c) Em quais condições a proposta menos conveniente passaria a ser a mais interessante? Justifique sua resposta.

Docente!

Para facilitar a compreensão dessa atividade separou-se a exposição abaixo em:

- Grupos que não construíram planilhas (1); e
- Grupos que construíram planilhas (2).

(1) Os grupos que não construíram planilhas registraram os resultados:

Utilizaram quantidades variadas de pneus. Conseguiram elaborar a função $y = 1000 + 5x$ para o caso (I)

Percebeu-se que não conseguiram elaborar funções para os casos (II) e (III).

Como concluíram?
Para elaborar a função $y = 1000 + 5x$, perceberam uma parte fixa (1000) e outra que multiplica 5 pela quantidade de pneus vendidos.

Para o item (a), afirmou-se que a melhor proposta sempre vai ser a segunda.

Como concluíram?
Embora tenham trabalhado com quantidades variadas de pneus, chegaram a essa conclusão testando quantidades fixas desses objetos.
Afirmação de um grupo: “se é para ter sempre uma grande quantidade de vendas, então vai ser ela”.
Percebeu-se que ao trabalharem com quantidades variadas de pneus, ou seja, por não padronizarem quantidades fixa de pneus, para aros diferentes, tiveram dificuldades de expor leis matemáticas que representassem os casos (II) e (III), e não expuseram resultados satisfatórios para os itens (b) e (c).

Docente!

Ao trabalhar essa atividade é esperado um envolvimento significativo dos alunos. Ela dá possibilidade para que testem muitos valores, e com o auxílio da calculadora eles se sentem mais seguros e proativos.

Para que os alunos consigam concluir de forma eficiente resultados satisfatórios, é fundamental que os façam perceber que ao fixarem quantidades de pneus e testarem nos casos (II) e (III) possibilitam conjecturar uma função padrão para cada um desses casos. Essa ideia facilitará aos alunos perceberem resultados satisfatórios para os itens (b) e (c).

(2) Os grupos que construíram planilhas registraram os resultados:

Grupos que tiveram a ideia de trabalhar com planilhas, mostraram resultados mais criativos.

Elaboraram com facilidade as funções:

(I) $y = 1000 + 5x$

(II) $y = 700 + 70x$

(III) $y = 800 + 51{,}6x$

Como concluíram?
Veja as planilhas abaixo que foram elaboradas a partir dos registros dos alunos no caderno de anotações.
I) **Representante comercial**:

Pneus	Operação	Salário
1	$1000 + 5 \cdot 1$	1005,00
2	$1000 + 5 \cdot 2$	1010,00
3	$1000 + 5 \cdot 3$	1015,00
4	$1000 + 5 \cdot 4$	1020,00

Com essa organização, facilmente perceberam:
$$y = 1000 + 5x$$

II) **Vendedor direto na loja**:

Pneus	**Fixo**	$10\% \cdot \boldsymbol{Aro13}$	$8\% \cdot \boldsymbol{Aro13}$	$6\% \cdot \boldsymbol{Aro13}$	**Salário**
1	700	22,00	24,00	24,00	770,00
2	700	44,00	48,00	48,00	840,00
3	700	66,00	72,00	72,00	910,00
4	700	88,00	96,00	96,00	980,00
5	700	110,00	120,00	120,00	1050,00
6	700	132,00	144,00	144,00	1120,00
7	700	154,00	168,00	168,00	1190,00

Com essa ideia, observaram que o valor do salário aumentava de 70 em 70. Isso foi fundamental para notarem:
$y = 700 + 70 \cdot x$, em que x represente a quantidade de pneus.

III) **Vendedor direto no site**:

Pneus	**Fixo**	$10\% \cdot \boldsymbol{Aro13}$	$8\% \cdot \boldsymbol{Aro13}$	$6\% \cdot \boldsymbol{Aro13}$	**Salário**
1	800	17,60	18,00	16,00	851,00
2	800	35,00	36,00	32,00	903,00
3	800	52,80	54,00	48,00	954,00
4	800	70,40	72,00	64,00	1006,40
5	800	88,00	90,00	80,00	1058,00
6	800	105,60	108,00	96,00	1109,60
7	800	123,20	126,00	112,00	1161,20

Tomaram a ideia da variação do salário e notaram o aumento de 51,6 em 51,6. Anotaram:
$y = 800 + 51{,}6x$, em que x represente a quantidade de pneus.

Docente!

Os alunos que organizaram os dados em planilhas tiveram mais facilidades em elaborar as funções. Essa estratégia favoreceu a visualização dos dados como, por exemplo, a comparação de valores ocupantes de uma mesma linha. Assim, não tiveram dificuldades de justificar respostas para os itens (a), (b) e (c).

Desenharam os gráficos no mesmo plano e comparam a inclinação dos mesmos.

É importante explorar os coeficientes lineares e angulares a partir dos gráficos, de maneira que, os discentes possam perceber o significado deles na atividade investigada.

III) Terceira Atividade

Objetivo: estabelecer comparações entre valores com o intuito de visualizar o crescimento ou decrescimento da função do 1º grau.

Suponha que uma aluna de um curso superior, durante os intervalos, venda trufas para uma confeitaria de sua cidade. Com as vendas, ela obtém um salário mensal composto de duas partes:

- Uma parte fixa de R$ 200,00;
- Outra parte variável, que corresponde a um adicional de 50% sobre o total de trufas vendidas no mês.

Sabe-se que em quatro meses seguidos, os respectivos totais de trufas vendidas foram 400; 700; 1000 e 1300. Preencha o quadro a seguir, de maneira que cada linha corresponda a um mês.

Mês	Valor fixo	Adicional	Total de trufas	Salários
1º				
2º				
3º				
4º				

Responda:

a) Mantendo esse padrão de crescimento, qual o valor do décimo quinto salário?

b) Qual é a expressão matemática usada para calcular o salário de cada mês?

c) Como seria a representação dessa situação em um gráfico, colocando o total das trufas vendidas no eixo “x” e o valor dos salários no eixo “y”?

d) Este gráfico representa uma função crescente ou decrescente? Por quê?

e) Qual é a taxa de crescimento ou decrescimento para este gráfico? Justifique sua resposta.

Foram registrados os resultados:

Preencheram o quadro e a terceira tarefa girou entorno dele.

Ao utilizar o valor 0,5, tiveram menos dificuldade para elaborar a função.

Como concluíram:

Eles procuravam alternativas com base no texto “um adicional de 50% sobre o total de trufas” e utilizaram 0,5.

Afirmação que representa uma conjectura comum aos grupos: “*a gente faz a expressão e já responde a “b” também, porque é só multiplicar o 0,5 e soma com o fixo*”.

A partir dessa conjectura, eles preencheram o quadro utilizando a expressão $0{,}5x + 200$.

Houve grupo que preencheu o quadro utilizando outra estratégia.

Encontraram a quantia de trufas para o 15º mês utilizando uma expressão que responde a uma função afim.

Como concluíram:

Preencheram as colunas “valor fixo” e “total de trufas” e para registrar o valor adicional que é de 50%, a estratégia utilizada foi a regra de três simples.

Perceberam, na coluno das trufas, que estas aumentavam de 300 em 300, dessa forma, fizeram a operação $300 \cdot 14 + 400$ e encontraram a quantidade para o 15º mês. Essa ideia corresponde à função $y = 300x + 400$.

Construíram gráficos envolvendo colunas do quadro.

Justificaram o crescente ou decrescente e taxa de variação, com base nos dados do quadro.

Como concluíram:

Tomaram valores de duas colunas e formaram pares ordenados e os colocaram no plano xy.

Afirmaram que as funções eram tiradas do quadro e, neste, os valores sempre cresciam, então as funções eram crescentes. Eles contemplaram esse entendimento ao justificar que o número de trufas era cada vez maior e, consequentemente, os salários também.

Concluíram que a taxa de crescimento é 150, porque o salário aumenta de 150 em 150.

Docente!

Ao formularem os gráficos, os alunos traçaram retas pelos pontos, não perceberam que as coordenadas eram formadas por números naturais e, consequentemente, os gráficos correspondiam aos pontos colineares. Caso isso ocorra em sua aula, é importante esclarecer aos alunos que os elementos do conjunto domínio e imagem retirados do quadro pertencem ao conjunto dos números naturais e, dessa forma, o gráfico se comporta apenas como uma sequência de pontos alinhados.

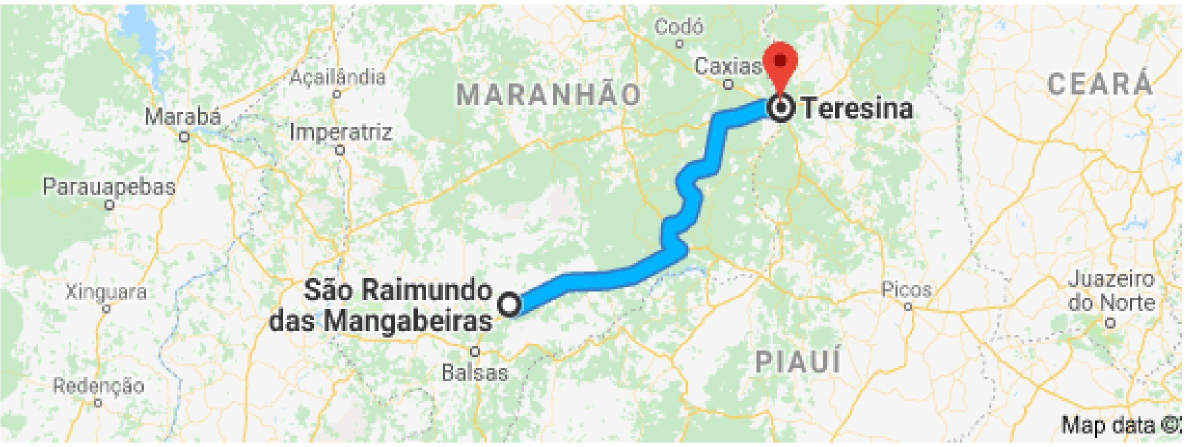
É importante notar que em atividades investigativas os alunos manipulam dados em busca da uma resposta ao objeto investigado. Embora, por trás do manuseio dos dados exista uma função, não há necessidade de os alunos elaborarem uma lei matemática para alcançar os resultados desejados.

IV) Quarta Atividade

Objetivo: identificar que a função afim pode ser contextualizada com situações do dia a dia.

Observação: Foi solicitado que os estudantes considerassem apenas a velocidade média dos veículos; desprezando a velocidade instantânea. Além disso, foi pedido que observassem o mapa, lessem o enunciado e se colocassem no lugar de Carlos.

Carlos precisa pegar um ônibus, na cidade de São Raimundo das Mangabeiras – MA, para visitar alguns parentes em Teresina – PI. Com base no percurso apresentado no mapa abaixo, a distância aproximada é de 520 km.



Fonte: Google Maps.

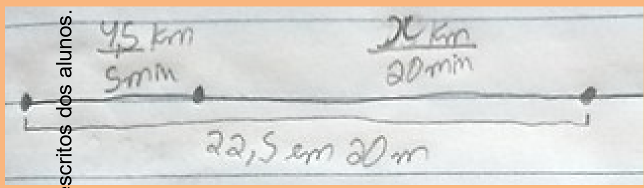
Ao chegar à rodoviária, ele fica sabendo que o ônibus saíra há 5 minutos. No momento em que ele pega um táxi, o motorista o informa que o ônibus se encontra a uma distância de 4,5 quilômetros e que mantém uma velocidade média de 15 m/s. Nessas condições, quais situações, envolvendo tempo e velocidade, podem ser elaboradas para mostrar ao taxista como alcançar o ônibus em no máximo 20 minutos? Justifique sua resposta.

As estratégias formuladas na 5ª atividade foram significativas para a elaboração das justificativas.

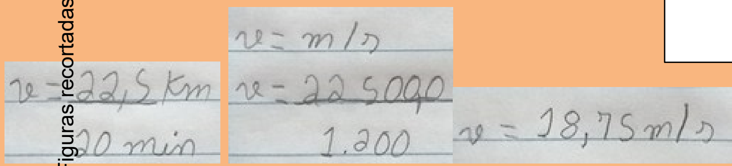
Utilizaram a relação distância pelo tempo. Tabularam as distâncias percorridas pelo táxi e pelo ônibus.

Como concluíram:
Fizeram uma síntese dos dados da atividade para facilitar na visualização das ações.

Esboçou um desenho para a situação problemática que tornou mais fácil a investigação;



Ao notar que o ônibus já se encontrava a 4,5 km, aplicaram regra de três para encontrar a distância percorrida em 20 min considerando a velocidade de 15m/s. Encontraram 18 km.
Com a operação $(4{,}5 + 18)$, identificaram o deslocamento do táxi.



.

Figuras recortadas dos escritos dos alunos.

Como concluíram:
Outros grupos tabularam as distâncias percorridas pelo táxi e pelo ônibus em planilhas separadas depois identificaram os instantes em que essas distâncias são iguais.
Também operaram a regra de três simples para encontrar valores envolvendo as grandezas de comprimento e tempo.

Docente!
Nessa atividade os grupos mostraram dificuldades para iniciar. Mas três decisões foram relevantes para a investigação fluir:

- ✓ A síntese dos dados da atividade;
- ✓ O esboço da situação problemática; e
- ✓ Utilização de planilhas.

Em alguns grupos foi necessário provocar a necessidade de perceberem a padronização das unidades de medidas de tempo e comprimento.

V) Quinta Atividade

Objetivo: analisar diferentes abordagens de função afim para situações do dia a dia.

Três amigos foram ao centro de sua cidade em um carro para fazer algumas compras. Para guardar o transporte, eles observaram três opções de estacionamentos:

ESTACIONAMENTO **A**	ESTACIONAMENTO **B**
R$ 5,00 FIXO mais R$ 0,50 por HORA	R$ 1,50 Por HORA

ESTACIONAMENTO **C**
Para demora de no mínimo 3 horas
Pague R$ 2,00 por HORA e tenha um **DESCONTO** de R$ 4,00 sobre o valor total

Dessa forma, cada amigo optou por um estacionamento. Um defendia que o melhor preço seria o “A”, outro defendia o “B” e o terceiro apostava que o “C” era mais barato.

Nessas condições:

a) Em cada caso, o que se pode afirmar sobre o valor a ser pago em relação à passagem das horas?

b) Qual dos três estacionamentos é o mais barato? Justifique sua resposta.

Elaborar uma função para cada caso e utilizar essas expressões para encontrar as justificativas.

Para comparar os resultados, fizeram simulações com as mesmas quantidades de horas nas três funções.

Como concluíram:

A partir da observação dos enunciados sobre os estacionamentos A, B e C formularam, respectivamente as funções $y = 5 + 0{,}5x$, $y = 1{,}5x$ e $y = 2x - 4$;

Construíram uma planilha com quatro colunas: a primeira para as horas as demais foram encabeçadas por cada uma das funções;

Foram substituindo as horas correspondentes às linhas nas funções e encontraram o valor para cada estacionamento;

Perceberam que na 5ª hora os estacionamentos A e B deram o mesmo valor (7,50), na 6ª hora A e C deram o mesmo valor (8,00) e na 8ª linha, ou seja, na 8ª hora B e C deram 12,00 cada.

Com essa ideia construíram soluções válidas para os itens (a) e (b). Afirmaram que a partir da 7ª hora o estacionamento A é o mais barato.

Construíram gráficos para cada uma das funções no mesmo plano.

Um dos grupos construiu gráficos de colunas.

Como concluíram:

Nessa atividade os alunos mostraram habilidades na construção dos gráficos.

Ao traçarem as semirretas dos gráficos perceberam que os pontos de intersecção correspondiam aos valores comuns na planilha;

Na exposição do gráfico de colunas ficou claro que as colunas referentes aos estacionamentos apresentavam mesmas alturas quando na planilha aos valores eram iguais.

Docente!

Foi observado que ao trabalhar essas atividades nas sequências em que elas foram apresentadas, nessa última, os alunos estavam mais proativos, ou seja, mostraram poucas dificuldades em elaboras as funções, os gráficos e justificar as conclusões.

E você o que observou?

UNIVATES

R. Avelino Talini, 171 | Bairro Universitário | Lajeado | RS | Brasil
CEP 95914.014 | Cx. Postal 155 | Fone: (51) 3714.7000
www.univates.br | 0800 7 07 08 09