

**CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –**  
**MESTRADO**

**Trabalhando Resolução de Problemas sem vínculo a conteúdos matemáticos específicos com alunos do Ensino Médio**

**Geovana Luiza Kliemann<sup>1</sup>, Maria Madalena Dullius<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Centro Universitário UNIVATES  
Av. Avelino Tallini, 171 - Lajeado - RS - Brasil

<sup>2</sup>Centro Universitário UNIVATES  
Av. Avelino Tallini, 171 - Lajeado - RS - Brasil

### **Contextualização**

Neste material apresentamos uma proposta de ensino com a intenção de auxiliar professores de Matemática, por meio do material didático elaborado, a abordarem resolução de problemas em suas aulas com alunos do 1º ano do Ensino Médio, desvinculado de conteúdos específicos. As atividades propostas fazem parte da intervenção pedagógica desenvolvida durante o mestrado profissional em ensino de ciências exatas. A prática foi desenvolvida num contexto de seis escolas estaduais parceiras do programa Observatório da Educação.

Uma das motivações para o desenvolvimento do trabalho foi à busca por melhor desempenho dos alunos da Educação Básica nas avaliações externas, que têm como foco a resolução de problemas. A preocupação com o ensino da Matemática sempre existiu, e em 1980, educadores e pesquisadores matemáticos propuseram que a resolução de problemas deveria ser a prioridade do ensino da Matemática (ONUCHIC, 1999). Atualmente essa metodologia continua sendo enfatizada e está presente em documentos oficiais como os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais).

Na organização deste material, deu-se ênfase a problemas não rotineiros, buscando possibilitar ao professor trabalhar a resolução de problemas sob diferentes aspectos e estimular os alunos a perceberem a Matemática como algo desafiador e agradável. O objetivo desse material é auxiliar os professores a introduzirem, de forma mais efetiva, a prática da resolução de problemas desvinculada de conteúdos específicos, de forma que o professor possa desenvolver junto ao aluno o gosto e a habilidade de resolver e criar problemas matemáticos.

O material está organizado em 10 encontros, com objetivos distintos, na forma de roteiro preestabelecido com algumas sugestões de atividades para serem trabalhadas conforme organização temporal de cada professor. Sugere-se que esse seja abordado ao menos uma vez por semana, intercalando entre as aulas previstas pelo professor.

Em cada encontro descrito, o professor poderá estimular e explorar diferentes estratégias de resolução, oportunizando aos alunos perceberem que a Matemática é dinâmica e não rígida como muitos acreditam. Musser e Shaughnessy (1997, p. 188), citam cinco estratégias de resolução de problemas que julgam pertinentes serem abordadas nas escolas:

- Tentativa-e-erro: aplicação de operações pertinentes às informações dadas.
- Padrões: resolução de casos particulares, encontrando padrões que podem ser generalizados.
- Resolver um problema mais simples: resolução de um caso particular ou um recuo temporário de um problema complicado para uma versão resumida, podendo vir acompanhado do emprego de um padrão.
- Trabalhar em sentido inverso: partindo do resultado, realizar operações que desfazem as originais.

- Simulação: utilizada quando a solução do problema envolve a realização de um experimento e executá-lo não seja prático.

Cavalcanti (2001, p. 127) cita também a utilização do desenho “como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução”, podendo fornecer ao professor, pistas sobre como o estudante pensou e agiu para solucionar o problema.

Durante o processo de resolução de problemas, cabe ao professor auxiliar os alunos, não em demasia a ponto de tirar a autonomia do aprendiz nem tão reduzido, impedindo novos olhares para o aluno dar sequência a seu trabalho. Ao professor compete a missão de encontrar este meio termo, através de questionamentos diante dos problemas que os alunos têm para resolver. É importante que o aluno reconheça os dados e o significado dos termos, para que veja sentido no que é proposto. O papel do professor é indispensável no trabalho com foco na resolução de problemas, cabendo a ele:

- Verificar se os alunos entenderam o problema;
- Criar um espaço para que o aluno perceba que trabalhar o problema é mais importante que chegar à resposta;
- Estimular os alunos a trabalharem em grupos e de forma dialógica resolverem o problema;
- Conduzir uma discussão pós-solução para que os alunos socializem suas estratégias de resolução.

Os problemas dispostos neste material foram escolhidos objetivando a compreensão dos alunos ingressantes no 1º ano do ensino médio, não muito difíceis que impossibilitem sua resolução nem tão superficiais que não os desafiem. Assim, o professor pode adaptar os problemas conforme o grau de dificuldade de sua turma, promovendo questionamentos complementares, gerando novas reflexões.

Ressaltamos que os problemas foram retirados de diversas fontes e adaptados resultando em um material dinâmico e não rotineiro, a fim de ser resolvido pelo aluno, através de diferentes meios que devem ser valorizados e socializados com a turma, estimulando todos a desenvolverem o raciocínio e a criatividade. Por isso, o planejamento

das aulas foi organizado, priorizando os possíveis conhecimentos construídos pelos alunos até então e não a série a que eles correspondem.

Para que o aluno aprenda a resolver problemas é preciso que o professor o estimule e organize planejamentos para esse fim. A resolução de problemas não é aprendida rapidamente exige, pois, longo tempo para contemplar essa habilidade. Para Leblanc et al. (1997, p. 154) “Ensinar resolução de problemas é difícil, comparada a ensinar habilidades matemáticas ou conceitos”. Apesar disso, ela permite que o aluno construa sua matemática e não a receba como algo pronto e apenas repita o que foi criado por outros.

### **Objetivos**

- Criar material auxiliar para os professores abordarem a Matemática através da resolução de problemas sob diferentes aspectos.
- Auxiliar professores de Matemática, por meio de material didático, a abordarem resolução de problemas em suas aulas, desvinculado de conteúdos “específicos”.
- Averiguar por meio de observações e relatos se o material construído favorece a abordagem de resolução de problemas matemáticos.

### **Detalhamento**

A organização deste material didático ao ser finalizado foi apresentada aos professores, sujeitos dessa pesquisa, aos quais foi proposto o uso do mesmo com seus alunos do 1º ano do Ensino Médio. É importante destacar que esses momentos de socialização com os professores eram previamente agendados em cada uma das seis escolas estaduais do Vale do Taquari – RS envolvidas neste estudo. Após expor o material e esclarecer suas dúvidas, este foi entregue impresso e encadernado aos docentes que se propuseram a explorá-lo, além disso, foi disponibilizado para cada professor um caderno para ser usado como um diário de registro dos encontros ministrados, esses foram devolvidos as pesquisadoras ao finalizarem a prática. Vale ressaltar que os professores foram orientados de que este trabalho não visava substituir suas aulas e sim complementá-las.

Vale ressaltar que a abordagem desse material foi feita pelos professores durante o período normal das aulas de Matemática ou da disciplina de Seminário Integrado. Nesta pesquisa, não é sustentado ensinar inicialmente conceitos e procedimentos referente determinado conteúdo para então proporcionar a prática destes, pela resolução de problemas aplicados, que exigirão dos alunos o aprendizado de conteúdos matemáticos específicos, e sim, abordar a resolução de problemas como uma metodologia de ensino capaz de desenvolver diferentes habilidades. Na sequência apresenta-se a proposta de cada encontro, descrevendo os problemas que foram abordados nos dez encontros sugeridos no material.

### **1º encontro**

Objetivo: Discutir e explorar com os alunos, as etapas da resolução de problemas para que compreendam a resolução desde seu início chegando ao fim com maior segurança, por meio de diferentes estratégias que podem criar e recriar.

Proposta: Iniciar o encontro com uma discussão junto aos alunos a partir de duas questões norteadoras: “O que é um problema?” e “Como se resolve um problema matemático?”

Deixar que coloquem sua opinião e depois compará-la com as de autores que abordam esse tema, entre eles Dante e Polya.

Para fomentar as discussões da 1ª questão levantada, Dante (2009, p. 11) diz que:

“Intuitivamente, todos nós temos uma ideia do que seja um problema. De maneira genérica, pode-se dizer que é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo. O que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema num determinado contexto pode não ser em outro. Por exemplo, se o pneu da bicicleta de Beto nunca furou e ele não sabe o que fazer nessa situação – e quer resolvê-la, pois gosta de andar de bicicleta, então esse é um problema para ele. Mas sabe que nesse caso deve procurar uma borracharia e que há uma bem próxima dali, a situação não chega a ser um problema, pois não exigirá um processo de reflexão para solucioná-la”.

Para Polya (1995), o objetivo principal da Educação Matemática é a resolução de problemas e para resolvê-los é preciso passar por 4 fases, conforme segue:

#### **1ª fase: Compreensão do problema**

É necessário compreender o problema para que o aluno queira resolvê-lo e possa perceber o que precisa fazer. Se bem compreendido, este aluno, tem condições de identificar os dados, a incógnita e a condicionante. Nesta etapa a leitura é fundamental, pois o aluno deve ler o enunciado do problema quantas vezes for preciso para ter clareza. Para auxiliar o aluno nesta etapa o professor pode fazer questionamentos como: Qual é a incógnita? Qual é a condicionante? (Conforme atividade 1 descrita na sequência).

### **2ª fase: Estabelecimento de um plano**

Para estabelecer o plano, o aluno deve encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. É preciso chegar a um plano para iniciar a resolução. Para isso, o aluno pode pensar em outros problemas similares que já tenham sido resolvidos antes, buscando semelhanças entre ambos usando assim, seus conhecimentos prévios.

### **3ª fase: Execução do plano**

Nesta etapa deve-se trabalhar sobre o plano estabelecido. Se as etapas anteriores foram bem pensadas, esta será a mais fácil do processo. Para que o aluno obtenha êxito, deve ser estimulado a realizar cada procedimento com muita atenção, permanecendo atento a cada passo desenvolvido. É importante que o aluno anote todas as etapas da resolução como cálculos, desenhos, esquemas entre outros.

### **4ª fase: Retrospecto**

Nesta fase o aluno verifica o resultado retomando o que fez, reflete sobre o processo, confere os procedimentos utilizados, procura simplificá-los ou busca outros caminhos de resolver o problema de forma mais simples desenvolvendo, assim, sua capacidade de resolver problemas e ordenar seus conhecimentos.

Nesta aula sugere-se explorar ao máximo, as fases da resolução de problemas, elaborar um cartaz com os alunos para deixar as fases visíveis e retomá-las sempre que for necessário.

Pensou-se em esclarecer ainda melhor as fases da resolução de problemas a partir da resolução conjunta do problema descrito abaixo, para o qual os alunos terão que seguir as quatro fases/etapas estudadas e socializar com os colegas suas ideias, conforme Polya (1995) o resolveu em uma de suas aulas.

1) (Adaptado de DEGUIRE, 1997, p. 100) Ontem à noite, terminei de fazer a lista de convidados para o jantar que vou dar no próximo mês. Como haverá trinta pessoas, vou precisar tomar emprestadas algumas mesas, de tamanho que permita sentar-se uma pessoa de cada lado. E eu quero dispô-las numa longa fileira, encostados umas nas outras. Naturalmente, quero tomar emprestado o mínimo de mesas possível. De quantas mesas vou precisar?

Obs: Deixar uma pausa para os alunos iniciarem. Observar que Polya (1995) enunciou o problema em uma pequena história. Trata-se de um recurso para envolver os alunos com o problema. A pausa leva a uma situação aberta que permite aos alunos tentarem todas estratégias ou perguntas de que naturalmente poderiam se valer. Isso possibilita ao professor alguns minutos para ver o que os alunos estão fazendo.

Veja como ele deu sequência a essa aula:



*P:* Vejamos o que conseguimos.

*Comentarista (C):* Lembrem-se de que a primeira etapa da resolução de um problema é compreender o problema.

*Mike:* Você pode esquecer tudo isso porque esse problema é muito simples. Pode colocar quatro pessoas em cada mesa. Assim, você simplesmente divide trinta por quatro e chega a  $7\frac{1}{2}$  — você precisará de  $7\frac{1}{2}$  mesas.

*Pete:* Mike, você não pode colocar quatro em cada mesa!

*Mike:* Por que não?

*Pete:* Porque ele disse que queria colocar as mesas numa fileira, encostadas. Além disso, quem já ouviu falar em meia mesa?

*P:* Sim, Mike, você parece ter se esquecido de alguma informação do problema.

*C:* Mike está nos lembrando de que não paramos para nos certificar de que tínhamos entendido todas as condicionantes do problema. O que nos foi pedido para encontrar? Isto é, qual é a incógnita? É o número de mesas de jogo necessárias. Que informação está no problema?

*Mike:* Trinta pessoas na festa. E as mesas vão ficar encostadas, numa fileira. Assim, suponho que não se possam colocar quatro pessoas em cada mesa.

*C:* Certo, Mike, mas e as meias mesas?

*Pete:* Bem, se você obtém uma fração, como  $7\frac{1}{2}$  mesas, você realmente precisa de 8 mesas.

*C:* Em outras palavras, você usará apenas números inteiros como resposta. O que estávamos fazendo era nos certificar de que compreendemos o problema — de que o que queremos encontrar (a incógnita) é o número de mesas necessárias, de que o que temos são trinta pessoas para se sentar e que as condicionantes são que as mesas serão colocadas de modo a formar uma fileira, encostadas umas nas outras, e que só se pode usar um número inteiro de mesas. Passemos agora a procurar um plano para resolver o problema.

O comentarista está fazendo com que os alunos se lembrem do plano de quatro etapas para a resolução de problemas. Esse duplo papel do pro-



fessor — companheiro na resolução de problemas e comentarista externo ao processo — está no cerne do estilo de ensino de Polya.

*P:* Como poderíamos continuar a resolver este problema?

*Jan:* Tentei desenhar pequenos quadrados para representar as mesas de jogo.

*P:* Excelente idéia, Jan! Que tal ir em frente e ser a nossa artista para esse desenho?

*C:* Desenhar uma figura é uma idéia muito útil na resolução de muitos problemas. Isso geralmente nos ajudará a visualizar nossa informação e a testar possíveis soluções.

*(Jan desenha uma figura como a mostrada na figura 1.)*



Fig. 1

*Jan:* Mas ainda não sei de que comprimento faço a fileira.

*P:* Bem, como podemos representar o número de mesas?

*Lynn:* Poderíamos usar uma letra.

*P:* Que letra seria uma boa opção, Lynn?

*Lynn:* Poderíamos usar  $m$  para “mesas”.

*Jan:* Ou  $n$  para o “número de mesas”.

*C:* Qualquer dessas letras é uma boa opção para simbolizar nossa incógnita, porque nos fazem lembrar o que ela representa.

*P:* Agora, Jan, você pode usar nossa incógnita para acabar de fazer a figura?

*(Jan aumenta a figura 1, formando a figura 2.)*

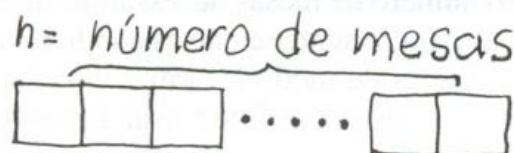


Fig. 2

*C:* Colocando nossa incógnita na figura, estamos fazendo com que ela expresse mais partes do problema. Teria a figura sugerido um plano de solução para alguém?

*Terry:* Sim, você pode simplesmente contar quantas pessoas ficam de cada lado. Assim, serão necessárias quinze mesas.

Terry deu uma solução errada do problema. O professor agora quer levar os alunos a perceber que o número de mesas ainda pode ser reduzido.

*P:* Terry, mostre-nos na figura como você conta as pessoas. (*Terry desenha a figura 3 e conta em voz alta conforme numera os lugares.*)

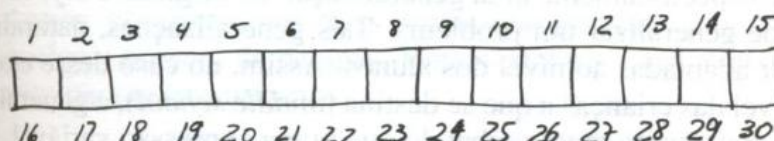


Fig. 3

*C:* Ah! Aparentemente resolvemos o problema. Voltemos para nos certificar de que nossa solução está correta e para ver se poderíamos ter obtido a solução de outro modo.

*P:* Assim, você diz que precisarei de quinze mesas. Esse é o menor número que eu poderia usar?

*Lynn:* Não há ninguém sentado nas extremidades. Poderíamos colocar duas pessoas lá. Mas então não precisaríamos de tantas mesas.

*P:* Precisaríamos de quantas?

*Mike:* Precisaríamos de apenas catorze mesas, porque podemos tirar uma mesa e colocar aquelas duas pessoas nas extremidades, assim. (*Ele triunfantemente apaga uma mesa da figura 3 e renumera-a, conforme mostra a figura 4.*)

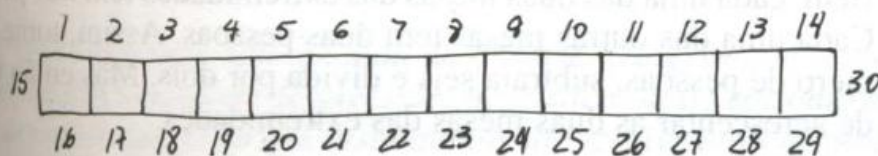


Fig. 4

*P:* Parece que conferir nossa primeira solução foi uma boa idéia. Não tínhamos resolvido o problema corretamente na primeira vez. Mas é certo que agora obtivemos o número mínimo de mesas?

*Terry:* Sim, porque não há mais lugares vazios.



C: Assim, conferimos e corrigimos nossa solução do problema. Mas, certamente, não há nada de particular em termos considerado trinta pessoas!

P: E se eu tivesse convidado 42 pessoas? Ou 100 pessoas? Ou 500 pessoas? Certamente teríamos de desenhar uma batelada de quadradinhos!

O professor está começando a usar o problema para gerar um novo problema, especificamente uma generalização do original. Polya raramente deixa de generalizar um problema. Tais generalizações, naturalmente, devem ser adaptadas ao nível dos alunos. Assim, no caso desse exemplo, dado o nível das crianças a que se destina (*middle school*), a generalização se traduz mais numa regra verbal do que numa expressão variável.

*Pete*: Vamos simplesmente repetir o que já fizemos: esboçar um desenho errado e depois apagar uma mesa para corrigi-lo.

P: Você pode expressar isso em alguma forma de regra ou processo?

*Pete*: Ummm... bem, primeiro você toma o número de pessoas e divide por 2. Depois, simplesmente apaga uma mesa.

*Lynn*: Apagar uma mesa seria exatamente como subtrair uma.

P: Então vamos escrever nossa regra sob a primeira figura, aquela que mostra a incógnita. “Dividir o número de pessoas por 2 e subtrair 1.” Vamos conferir isso para trinta pessoas:  $30 : 2 = 15$  e  $15 - 1 = 14$  mesas.

*Jan*: Eu ia escrever a regra de modo diferente.

P: Vamos ouvir Jan! Isso também pode funcionar.

*Jan*: Bem, cada uma das duas mesas das extremidades tem três pessoas. Cada uma das outras mesas tem duas pessoas. Assim, tome o número de pessoas, subtraia seis e divida por dois. Mas então temos de acrescentar as duas mesas das extremidades.

P: (*Sinceramente surpreso.*) Isso é muito bom! Eu não tinha pensado em fazer dessa maneira. Vamos testar para o nosso caso, em que são 30 as pessoas:  $30 - 6 = 24$ ; então  $24 : 2 = 12$  mesas que têm duas pessoas cada; essas 12 mesas + 2 mesas das extremidades = 14 mesas. Isso funciona! (*Ele escreve a regra no quadro-negro e a intitula: “Regra de Jan”.*)

Freqüentemente os alunos resolvem um problema de uma maneira nova para você. Tal experiência ajuda a ampliar seu próprio estoque de estratégias e soluções e precisa ser lembrada de alguma forma. Polya às vezes sugere a manutenção de um diário de experiências em resolução de problemas. Isso posto, poder-se-ia transformar tal diário num arquivo de problemas com fichas de 3" x 5" ou 5" x 8", com observações de ensino na frente e soluções diversas. A solução de Jan, por exemplo, poderia ser acrescida no verso da ficha pertinente.

C: Assim, já registramos duas regras que parecem funcionar para qualquer número de pessoas. Vamos conferir e ver se elas funcionam para outros números.

*(O professor e a classe conferem as regras para vários números, como 42, 8 e 4.)*

Polya não abandonaria o problema nesse ponto; continuaria a explorá-lo para discutir as estratégias e os métodos usados e para criar problemas relacionados, modificando porém as condicionantes. Eis alguns problemas que ele poderia criar a partir desse primeiro exemplo: Poderia eu dispor as mesas em U ou L, ou de alguma forma semelhante (mas mantendo-as unidas), e assim reduzir o número de mesas? Se eu decidisse fazer duas fileiras de mesas, em vez de uma fileira longa, de quantas mesas precisaria? E se eu fizesse três fileiras? Qual o número mínimo de mesas de que iria necessitar, independentemente de como as dispusesse? Qual é o menor número de mesas de que eu iria precisar se não quisesse deixar nenhum lado vazio? Se eu tivesse um número ímpar de pessoas, como a solução original poderia se alterar? O que aconteceria às respostas dos problemas mencionados se eu tivesse um número ímpar de pessoas?

Esses questionamentos mencionados são possibilidades de explorar ainda mais o problema. No entanto, cabe ao professor saber o momento de parar ou não de trabalhar sobre um determinado problema, e quais questionamentos são relevantes para aprendizagem dos alunos.

## **2º encontro**

Objetivo: Auxiliar os alunos a colocarem em prática as etapas estudadas no primeiro encontro, por meio de problemas com e sem números fazendo-os perceber que a Matemática não envolve apenas cálculos, mas a elaboração de um plano.

Proposta: Para este encontro foram planejados sete problemas para os alunos resolverem, sendo que alguns deles não continha números, exigindo do aluno interpretação e o uso de alguma estratégia diferente do cálculo formal.

1) (PIBID) Numa certa povoação africana vivem 800 mulheres, 3% das quais usam apenas um brinco. Das demais, a metade usa dois brincos e a outra metade, nenhum. Qual é o número total de brincos dessa povoação?

2) (BARROS, 2003, p. 42) Pedro e Maria formam um estranho casal. Pedro mente às quartas, quintas e sextas-feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Maria mente aos domingos, segundas e terças feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Certo dia, ambos dizem: “Amanhã é dia de mentir”. Em que dia da semana foi feita essa afirmação?

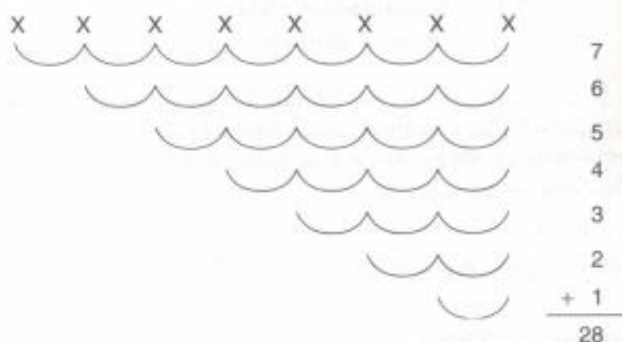
3) (Adaptado de LEBLANC et.al., 1997, p. 150) Havia 8 pessoas numa família. Se cada pessoa apertou a mão de todas as outras, quantos apertos de mão houve no total?

Sugiro que caso não aparecerem diferentes estratégias de resolução que se instigue as três maneiras de resolver, citadas por Leblanc (1997): esboçando um diagrama, encenando o problema, fazendo uma lista. Em conformidade segue:



*Estratégias:*

1. Esboçando um diagrama



2. Encenando o problema

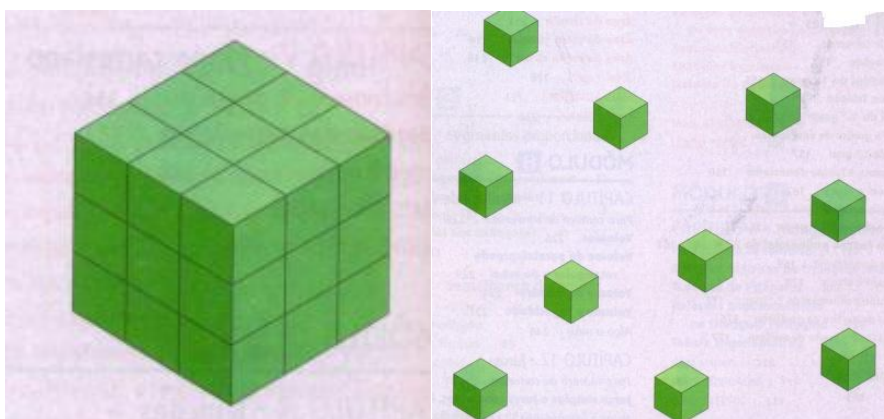
Algumas crianças poderiam optar por fazer com que as oito pessoas trocassem apertos de mão entre si e ir fazendo a contagem à medida que isso fosse acontecendo.

3. Fazendo uma lista

Outras crianças poderiam dar nomes às oito pessoas e relacionar os apertos de mão; por exemplo:

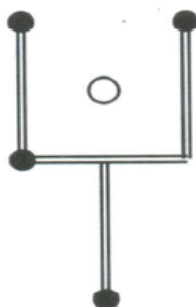
Steve	Diane	Jeff	Eric	Mary	José	Sally	Susan
Diane	Jeff	Eric	Mary	José	Sally	Susan	
Jeff	Eric	Mary	José	Sally	Susan		
Eric	Mary	José	Sally	Susan			
Mary	José	Sally	Susan				
José	Sally	Susan					
Sally	Susan						
Susan							

4) (Adaptado de RIBEIRO, 2006, p. 8) Para montar o cubo maior, foram utilizados 27



cubinhos iguais  
aos  
representados na  
imagem.

- a) Com os cubinhos que sobraram é possível montar outro cubo?
- b) Quantos cubinhos serão utilizados para montá-lo?
- c) Se cada superfície lateral desse cubo tem  $4900 \text{ cm}^2$ , qual a medida do lado da superfície desse cubo?
- d) Se o cubo tiver ao todo  $125 \text{ cm}^3$  de volume, qual será a medida da aresta desse cubo?
- 5) (MATHEMA) Quantos cubos de  $1 \text{ cm}^3$  cabem dentro da sua sala de aula?
- 6) (BARROS, 2003, p. 49) A figura abaixo representa uma cereja dentro de uma taça formada por quatro palitos de fósforo. Altere a posição de apenas dois palitos, de modo a continuar com uma taça do mesmo tamanho, porém, com a cereja fora dela.



7) (OBMEP) Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: “Bruno é uma preguiça”.
- Bruno diz: “Carlos é um tamanduá”.
- Carlos diz: “Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais”.
- Daniel diz: “Adriano é uma preguiça”.

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

**3º encontro**



Objetivo: Desenvolver a escrita e a criatividade dos alunos de forma coerente, visualizando as partes de um problema por meio da construção de perguntas a partir de enunciados previamente disponibilizados e a elaboração de enunciados baseados em determinada interrogação.

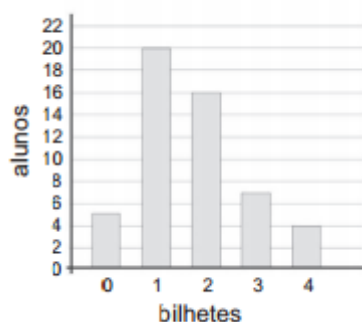
Proposta: Neste encontro foi disponibilizado aos alunos apenas a situação inicial do problema e pediu-se que criassem as perguntas, também foram descritas situações com apenas perguntas e aos alunos tinham que criar os enunciados e posteriormente resolver. A idéia era socializar os problemas construídos com os colegas para que percebam que um problema permite diversas perguntas, valorizando a criatividade de todos.

1) (Adaptado de PIBID) Uma escola decidiu organizar uma excursão a Angra do Reis, RJ. Inscreveram-se 140 alunos, que serão acompanhados por 10 professores. A viagem vai ser feita de ônibus. Cada ônibus tem capacidade para 41 passageiros e cobra R\$ 3500,00 para fazer a viagem. (...) ?

2) (Adaptado de PIBID) Uma florista colheu 49 kg de flores do campo. O quilograma das flores pode ser vendido imediatamente a R\$ 1,25 ou, mais tarde, com as flores desidratadas, a R\$ 3,25. O processo de desidratação faz as flores perderem  $\frac{5}{7}$  de seu peso. (...) ?

3) (Adaptado de OBMEP) A turma do Carlos organizou uma rifa. O gráfico mostra quanto alunos compraram um mesmo número de bilhetes; por exemplo, sete alunos compraram três bilhetes cada um. (...)?

- A) 56
- B) 68
- C) 71
- D) 89
- E) 100



Disponibilizar aos alunos apenas a pergunta e deixá-los elaborarem o contexto inicial do problema.

4) Se o número da casa de Pedro é 317, qual é o número da casa de Bruna?

5) O valor pago foi R\$ 215,75, qual o total de horas que o veículo ficou no guincho?

#### 4º encontro

Objetivo: Interpretar matematicamente imagens do cotidiano para, a partir disso, desenvolver a escrita do aluno e estimular seu protagonismo em aula, promovendo a autonomia em criar a partir de uma figura do seu interesse.

Proposta: Levar revistas e jornais de recorte para aula e pedir que cada aluno escolha uma imagem, recorte-a para ser colada no caderno. Em seguida vem a análise e a interpretação da imagem que servirá para a construção de uma história.

Exemplo:

Figura 1- exemplo de recorte.



Fonte: <http://br.stockfresh.com/image/525334/energetic-people>

Em seguida, pede-se que alguns alunos mostrem suas imagens para interpretá-las matematicamente, com o coletivo de alunos.

- Há mais mulheres ou homens?
- Quem conseguiu pular mais alto?
- Qual o ângulo formado entre as pernas das pessoas?

Após discussão em grande grupo de algumas imagens, o professor solicita aos alunos que transformem sua história em um problema, elaborando perguntas criativas. Esses problemas devem ser resolvidos e depois serem trocados entre os colegas para sua

resolução que posteriormente, podem ser socializadas no grande grupo. O professor auxilia os alunos nesta construção, apontando alternativas e estimulando-os a serem criativos.

### **5º encontro**

Objetivo: Explorar a capacidade de reescrever problemas com insuficiência de dados, selecionar as informações nos problemas e dar atenção à pergunta. O encontro visou o trabalho cooperativo além da aproximação com a resolução de problemas, levando o aluno a perceber o significado dos elementos dispostos nos problemas e não os utilizando de qualquer forma.

Proposta: Disponibilizar problemas com características distintas e deixar que o aluno resolva.

#### **Excesso de dados.**

1) (Adaptado de OBMEP) Em uma pet-shop inaugurado em 2013, existem 5 gaiolas de diferentes tamanhos dispostas uma ao lado da outra, sendo que a maior tem  $1\text{m}^2$  e a menor tem  $300\text{cm}^2$ . Em cada uma destas gaiolas, será colocado apenas um dos seguintes animais: 1 cachorro, 1 gato, 1 rato, 1 periquito e, 1 canário. De quantas maneiras diferentes poderá ser feita a distribuição destes animais nas gaiolas, de modo que os pássaros fiquem em gaiolas vizinhas?

2) (BUSCHAW et al., 1997, p. 26) Deve-se servir pão, fresco e quentinho, no lanche das 2h da tarde. Cada pão é comercializado por R\$ 0,60 e deve ter um tamanho padrão, pesando em torno de 100g. A massa básica necessita de 12h de “tratamento” (descanso para fermentar) e, depois de misturada e amassada, duas horas e meia para crescer. Após ser modelada em forma de pão, a massa ainda deverá ser posta a crescer por mais uma hora e meia, sendo assada a seguir por 45 minutos. A que horas se deveria começar o trabalho para poder retirá-lo do forno exatamente 15 minutos antes de servi-lo? Admita que se gaste um total de 30 minutos para misturar, amassar e modelar a massa dos pães.

#### **Perguntas de “negação”.**

3) (OBMEP) Ana, Bernardo, Célia e Danilo repararam que Danilo é mais alto que Célia e que a diferença entre as alturas de Célia e Ana é igual à diferença entre as alturas de Ana e

Danilo. Observaram também que a soma das alturas dos dois rapazes é igual à soma das alturas das duas garotas. Quais das alternativas a seguir são falsas?

- a) Célia é mais alta que Ana.
- b) A diferença entre as alturas dos meninos é igual à diferença entre as alturas das meninas.
- c) Célia é a mais baixa do grupo.
- d) A diferença entre as alturas de Danilo e Célia é igual à diferença entre as alturas de Ana e Bernardo.
- e) Ana é a mais alta de todos.

4) (OBMEP) Contando-se os alunos de uma classe de 4 em 4 sobram 2, e contando-se de 5 em 5 sobra 1. Sabendo-se que 15 alunos são meninas e que nesta classe o número de meninas é maior que o número de meninos, quantos meninos há nessa classe?

#### **Insuficiência de dados.**

5) (Adaptado do ENEM, 2012, p. 20) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.

Se a mãe ministrou corretamente o remédio a seu filho a cada 8 horas, então responda: Qual a massa corporal dele?

Obs. Deixar que os alunos percebam por si só, a falta de um dado nessa questão para que possa ser resolvida. Posteriormente, mencionar que a mãe dava 30 gotas a cada 8 horas para ver se os alunos conseguem resolver o problema.

#### **6º encontro**

Objetivo: Estimular os alunos a serem criativos e formularem problemas a partir de diferentes aspectos, fundamentando-se em diferentes situações relacionadas ao cotidiano e à Matemática, contextualizando-os para ganhar significado real ou imaginário.

Proposta: Neste encontro os alunos tiveram que criar problemas a partir de uma resposta, uma operação e anúncio de classificado ou propaganda. Os problemas elaborados devem ser socializados, e o professor junto aos alunos deve verificar se estes apresentam

coerência, erros de português e sugerir possíveis alterações para os alunos perceberem aspectos que podem ser melhorados, tornando o problema mais claro de ser interpretado por quem irá resolvê-lo.

**- uma resposta.**

1) (Adaptado de BARROS, 2003) O preço de uma dúzia de laranjas mais uma dúzia de bananas é igual ao preço de três melancias.

2) (Adaptado de BARROS, 2003) O maior número possível de lavagens completas é 23 e, neste caso, o número de lavagens simples é 3, o que dá um total de 26 clientes atendidos.

3) (Adaptado de BARROS, 2003) Portanto, os vestidos de Ana, Julia e Marisa eram, respectivamente, branco, azul e preto.

**- uma operação.**

$$5.3 + 42 = 57$$

$$15.x + 21 = 381$$

$$570 - 23 = 547$$

**- um anúncio de classificados e propagandas.**

Por exemplo:



Tenis Indoor Masculino Hyper Touch Umbro -  
0010130 - Preto/Branco/Pink  
A Partir de: **R\$ 119,90**  
ou 10x Sem juros de R\$ 11,99



Tenis Running Feminino Adidas Cosmos W  
Ref. G41732  
Por: **R\$ 299,90**  
ou 10x Sem juros de R\$ 29,99  

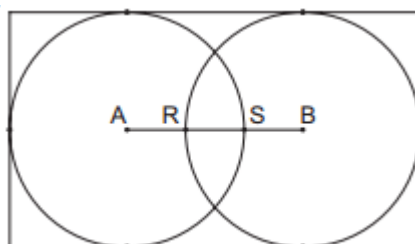

Objetivo: Enfatizar a importância ou não das imagens para resolução de determinados problemas e retomar as etapas sugeridas por Polya (1995), para instigar esta habilidade no decorrer do estudo.

Proposta: No sétimo encontro foram disponibilizados problemas com imagens que por vezes são úteis para efetuar a resolução, essas devem ser observadas e analisadas para chegar ao resultado satisfatório. Em contrapartida, alguns problemas apresentam imagens que são meramente ilustrativas e não interferem diretamente para o processo de resolução do problema.

1) (*site*: oqueeoquee) A sequência de palavras abaixo segue uma determinada regra: Camiseta, acetona, macaco, abacaxi, mágico. Qual é a próxima palavra da sequência?

- a) cavalo
- b) azeite
- c) maionese
- d) basquete
- e) publicação

2) (OBMEP) Na figura as circunferências de centros A e B são tangentes aos lados do retângulo e têm diâmetros iguais a 4 cm. A distância entre os pontos R e S é 1 cm. Qual é o perímetro do retângulo?



3) (RIBEIRO, 2006 p. 241) Quando as notas de R\$ 1,00 saíram de circulação no mercado, Camila guardou algumas de recordação. Um dia, fez duas pilhas de dinheiro, misturando notas de R\$ 1,00 e R\$ 2,00. Em cada um dos montes a seguir tem certa quantia em reais.

Se for retirado R\$ 1,00 do monte A e colocado no monte B, os dois montes ficarão com a mesma quantia. Contudo, se for retirado R\$ 1,00 do monte B e colocado no monte A, um fica com o dobro da quantia do outro. Quantos reais tem em cada um dos montes?

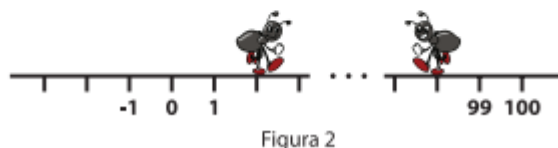
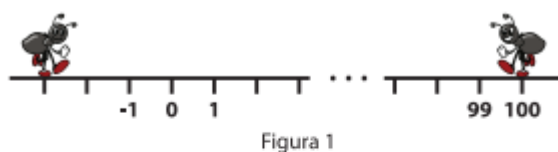


4) (OBMEP) As colegas de sala Ana, Alice e Aurora foram comprar seus livros de matemática. Alice percebeu que havia esquecido sua carteira. Ana e Aurora pagaram pelos três livros; Ana contribui com R\$43,00 e Aurora com R\$68,00. Quanto Alice deve pagar para Ana e para Aurora?

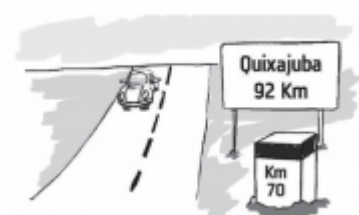


5) (OBMEP) Duas formigas caminham uma ao encontro da outra sobre a reta numerada. Cada uma delas caminha com velocidade constante. Em um certo instante, elas estavam sobre os pontos indicados na figura 1 e, exatamente um segundo depois, estavam nos pontos indicados na figura 2. Entre quais pontos elas vão se encontrar?





6) (adaptado OBMEP) A estrada que passa pelas cidade de Quixajuba e Paraqui tem 450 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando Quixajuba a 92 Km. No quilômetro 290 há uma placa indicando Paraqui a 87 km. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?



### 8º encontro

Objetivo: Fortalecer a capacidade criadora a partir de uma situação nova e desenvolver a escrita na Matemática com a construção de um quadro de dados e posterior dinâmica para resolução.

Proposta: Desenvolver uma dinâmica (Adaptado de CARVALHO, 2012, p. 39 e 40) seguindo os passos descritos.

- ⇒ Essa atividade deve ser realizada em grupos.
- ⇒ Os grupos recebem uma folha com um quadro a ser preenchido e colado no caderno e esse mesmo é desenhado na lousa.
- ⇒ Os alunos ditam seus dados para completar o quadro. Conforme Quadro 1.

Quadro 1 – Organização de dados.

Personagens	Objetos	Quantidades	Situações	Perguntas
-------------	---------	-------------	-----------	-----------

João, Maria	Blusa	Cinco/dezenove	Comprou/tinha	Quantas ficou?
Luiza, Pedro	Balas	1 dúzia	Terminou/perdeu	Com quantos pontos começou?
Rafaela, Camila	Pontos	R\$ 18,35	Recebeu/ deu	Quantos pontos perdeu?

- ⇒ Depois do preenchimento do quadro, cada grupo, a partir dos dados, formula um problema.
- ⇒ O grupo que terminar a formulação primeiro deve avisar aos colegas e ditá-la para os demais copiarem e resolverem.
- ⇒ O professor confere se o problema construído contempla os dados do Quadro 1.
- ⇒ O primeiro grupo que terminar de resolvê-lo avisa a todos e vai à lousa mostrar sua resolução.
- ⇒ O grupo que havia formulado o problema deve comentar a resolução apresentada e dizer se está satisfeito com a resposta. Caso contrário, deve explicar como deveria ser a resolução.
- ⇒ Terminada a discussão entre os grupos, inicia nova rodada buscando participação de todos.

### **9º encontro**

**Objetivo:** Visualizar o erro na resolução de um problema resolvido para propor solução correta ao mesmo e explorar diferentes estratégias de resolução.

**Proposta:** Para o nono encontro propôs-se inicialmente uma situação problema resolvida incorretamente para que os alunos fossem desafiados a perceberem o erro presente na resolução propondo uma solução coerente. Também foram disponibilizados alguns problemas para serem resolvidos e socializados.

### **Erro na resolução.**

1) (Adaptado de BARROS, 2003, p. 21) Três amigos foram jantar num restaurante. Como a conta ficou em R\$ 30,00, cada um deu R\$ 10,00. Quando o garçom levou o dinheiro até o caixa, o dono do restaurante, para ser gentil com os clientes, resolveu lhes dar um desconto de R\$ 5,00. O garçom devolveu a eles, portanto, cinco moedas de R\$1,00.

Ao receber o troco, os amigos decidiram dar R\$ 2,00 de gorjeta ao garçom, e cada um pegou R\$ 1,00 de volta.

Ao final, um deles disse:

- Vejam que coisa estranha. Cada um de nós deu uma nota de R\$ 10,00 e recebeu R\$ 1,00 de volta, ou seja, cada um de nós gastou R\$ 9,00. Portanto nós três juntos gastamos R\$ 27,00. Além disso, demos R\$ R\$ 2,00 ao garçom.

Em seguida, o rapaz, um tanto intrigado, rascunhou o seguinte demonstrativo no guardanapo:

Juntos gastamos: R\$ 27,00

Demos ao garçom: R\$ 2,00

Total: R\$ 29,00

E, bastante confuso com a situação, perguntou aos seus amigos:

- Onde foi parar o outro R\$ 1,00?

Sendo você um dos amigos, explique qual é o problema no raciocínio do rapaz, e explique a ele, uma maneira de resolver esse problema.

### **Problemas**

2) (PIBID) João precisa transportar sacos, e para isso ele dispõe de burros. Se ele transportar 2 sacos em cada burro, sobram 13 sacos. Se ele transportar 3 sacos em cada burro, ficam 3 burros desocupados. Qual o número total de sacos que João deve transportar?



3) (BUSCHAW, 1997, p. 31) Uma folha de papel padrão tem, nos Estados Unidos,  $8\frac{1}{2}$  x 11. Um aluno que cursa espanhol deseja fazer fichas, cortando as folhas verticalmente em 4 tiras da mesma largura e cortando então cada tira em peças de 1 de altura.

a) Que largura terá cada ficha?

b) Quantas folhas deverão ser utilizadas para se obterem pelo menos 200 fichas?

4) (OBMEP) Cada quadrinho na figura deve ser preenchido com um sinal de adição (+) ou de multiplicação (x). Qual é o maior valor possível da expressão obtida depois de preenchidos todos os quadrinhos?

$$2 \square 3 \square 0 \square 8 \square 9 \square 1$$

5) (OBMEP) Dois alunos resolvem, cada um por si, um certo problema. Eles anotaram o tempo gasto na resolução. A soma dos dois tempos é 15, e o produto, 36. Calcule o tempo de cada um.

6) (OBMEP) Há alunos em 3 comissões de certa escola. A Comissão de Relações Públicas, 26, e a Comissão de Serviços, 29. 14 alunos pertencem simultaneamente às Comissões Social e de Relações Públicas, 12 às Comissões Social e de Serviços. Nenhum está nas 3 comissões. Quantos alunos diferentes estão nessas comissões?

## 10º encontro

Objetivo: Resolver problemas matemáticos não convencionais.

Proposta: No décimo e último encontro, foram disponibilizados uma quantidade maior de problemas para que os professores pudessem ter um banco de problemas, possibilitando assim, a opção por trabalhar com os quais julgarem mais pertinentes.

1) (PIBID) Seu João dono da quitanda, contou para Luciana que recebeu hoje uma remessa de 5 caixas contendo 12 dúzias de ovos cada uma, e que havia pago R\$ 30,00 a caixa. Do

total recebido, 120 ovos se quebraram. Por quanto seu João deve vender cada dúzia dos ovos restantes, se ele desejar ter um lucro total igual ao preço de custo?

2) (PIBID) Na volta da pescaria, Pedro disse para Carlos “Se você me der um de seus peixes, eu ficarei com o dobro do número de peixes com que você vai ficar”. Carlos respondeu: “E se, em vez disso, eu jogar um dos seus peixes no rio, ficaremos com o mesmo número”. Quantos peixes eles pescaram ao todo?

3) (PIBID) Um manuscrito antigo do “Pirata Barba Negra” indica que, numa certa ilha do Caribe, há um tesouro enterrado e dá as seguintes dicas da sua localização: Quando se desembarca na ilha, veem-se duas grandes árvores, que chamarei de A e B. Para localizar o tesouro, caminhe de A para B, contando os passos. Ao chegar em B, vire à direita e caminhe metade do que andou de A para B. Daí caminhe na direção de A, contando os passos. Chegando em A, caminhe, na direção contrária a B, o total de passos que já andou. Nesse ponto X enterrei o tesouro. Se a ilha é plana e a distância entre as duas árvores é de 10m, então a distância de A para X é igual a?

4) (PIBID) Dois casais foram ao centro de convivência de uma Universidade para lanchar. O primeiro casal pagou R\$13,00 por duas latas de refrigerantes e uma porção de batatas fritas. O segundo casal pagou R\$ 22,50 por três latas de refrigerantes e duas batatas fritas. Sendo assim, qual será a diferença entre o preço de uma lata de refrigerante e o preço de uma porção de batatas fritas, nesse local e nesse dia?

5) (PIBID) Um caixa automático de um banco possui notas de 2, 5, 10 e 50 reais para operações de saque e está programado para disponibilizar sempre o menor número possível de notas para o sacador. Nestas condições, uma pessoa que faz um saque de R\$ 299,00 implicará um total de quantas notas?

6) (OBMEP) João tem duas caixas com o mesmo número de bolas. As bolas podem ser azuis, pesando cinco quilos cada uma, ou amarelas, pesando dois quilos cada uma. Na primeira caixa,  $\frac{1}{15}$  das bolas são azuis. O peso total das bolas da segunda caixa é o dobro do peso total das bolas da primeira caixa. Qual é a fração de bolas azuis na segunda caixa?

7) (OBMEP) Seis crianças fizeram uma roda e cada uma, em voz baixa, falou seu número favorito para seus dois vizinhos. Em seguida, cada criança disse em voz alta a soma dos

dois números que ouviu; a figura mostra o que Afonso, Camila e Eduardo disseram em voz alta. Qual é o número favorito de Fátima?



8) (OBMEP) Uma fábrica produz, a cada minuto, um litro de tinta branca e meio litro de tinta roxa. Para fazer oito litros de tinta lilás são necessários cinco litros de tinta branca e três litros de tinta roxa. De quanto tempo a fábrica precisa para produzir tinta suficiente para fazer 600 litros de tinta lilás?

9) (DEGUIRE, 1997) Os Yankees estão em primeiro lugar no campeonato, e os Red Sox em quinto, enquanto os Orioles estão a meio caminho dos dois primeiros. Se os Indians estão à frente dos Red Sox e os Tigers estão imediatamente atrás dos Orioles, dê o nome do time que está em segundo lugar.

10) (DEGUIRE, 1997) Alguns livros de cores diferentes estão empilhados numa das prateleiras de uma biblioteca. O verde está imediatamente abaixo do amarelo e acima do azul. O livro vermelho está acima do marrom, mas não encostado nele. O livro marrom está imediatamente abaixo do livro verde. Desses cinco livros, qual está no topo?

11) (BARROS, 2003) O ano 2002 é palíndromo, ou seja, continua o mesmo se lido da direita para a esquerda.

a) Depois de 2002, quais serão os próximos quatro anos palíndromos?

b) O último ano palíndromo, 1991, era ímpar. Quando será o próximo ano palíndromo ímpar?

12) (BARROS, 2003) De quantos modos se pode colocar na tabela abaixo duas letras, A, duas letras B e duas letras C, uma em cada casa, de modo que não haja duas letras iguais na mesma coluna?


13) (BARROS, 2003) Para fazer 12 bolinhos, preciso exatamente de 100g de açúcar, 50g de manteiga, meio litro de leite e 400g de farinha. Qual é a maior quantidade desses bolinhos que serei capaz de fazer com 500g de açúcar, 300g de manteiga, 4 litros de leite e 5 quilogramas de farinha?

14) (BARROS, 2003) Um fabricante de brinquedos embala bolas de pingue-pongue em dois tipos de caixas. Num dos tipos ele coloca 10 bolas e no outro coloca 24 bolas. Num certo dia foram embaladas 198 bolas e usadas mais de 10 caixas. Quantas caixas foram feitas nesse dia?

### **Respostas dos problemas.**

#### **2º encontro:**

- 1) 800 brincos.
- 2) Terça feira.
- 3) 28 pessoas.
- 4) a) Sim; b) 8; c) 70 cm; d) 5cm.
- 5) Depende do tamanho da sala.
- 6) Empurre o palito horizontal para direita, e mova o palito superior esquerdo para parte inferior direita.
- 7) Três (Bruno, Carlos e Daniel).

#### **5º encontro:**

- 1) 48 possibilidades.
- 2) 8h30min da noite que precede o lanche.
- 3) a, b, c, e.
- 4) 11 meninos.
- 5) Inicialmente não tem como resolver o problema. Depois de inserir o dado que faltava, a resposta será 12kg.



**7º encontro:**

- 1) e – publicação.
- 2) 22 cm.
- 3) A=7 reais e B= 5 reais.
- 4) Para Ana R\$ 6,00 e para Aurora R\$ 31,00.
- 5) 70 e 71
- 6) 215 km.

**9º encontro:**

- 1) Dono do restaurante R\$ 25,00, garçom R\$ 2,00, cada amigo R\$ 1,00 totalizando R\$ 3,00. Somando dá R\$ 30,00.
- 2) 57 sacos.
- 3) a)  $2\frac{1}{8}$  ou 2,125”      b) 5 folhas.
- 4)  $2 \times 3 + 0 + 8 \times 9 + 1 = 79$ .
- 5) 3 e 12.
- 6) 50 alunos.

**10º encontro:**

- 1) R\$ 6,00 a dúzia.
- 2) Ao todo 9 peixes.
- 3) 26,18 metros.
- 4) A diferença é de R\$ 2,50.
- 5) 12 notas.
- 6)  $\frac{12}{15}$ .
- 7) Seis.
- 8) 450 min. ou 7h30min.
- 9) Indians.
- 10) Vermelho.
- 11) a) 2112, 2222, 2332, 2442.  
b) 3003.

- 12) 48 modos.
- 13) 60 bolinhos.
- 14) 17 caixas.

### **Resultados obtidos**

Organizar o material foi uma tarefa complexa, pois planejar sob a perspectiva da resolução de problemas sem vínculo a conteúdos matemáticos específicos para diferentes realidades, não era algo tão presente na rotina das pesquisadoras. Outro dificultador foi encontrar produções sobre resolução de problemas voltadas ao ensino médio, pois a maioria é focada no ensino fundamental e séries iniciais. No entanto, as leituras de textos escritos por autores que já estudam esta metodologia há mais tempo, possibilitou concluir esta etapa. Apesar de julgar o material didático elaborado relevante para o ensino, este poderia ter sido ainda melhor se planejado em conjunto com os sujeitos envolvidos nesta pesquisa, fato este que não foi possível.

A abordagem deste material, em vista das observações realizadas e descrições dos professores, mexeram com a sala de aula. Vale ressaltar que os principais sujeitos desta pesquisa foram os professores, porém os dados apresentados por estes profissionais estão direcionados principalmente aos alunos, uma vez que foi mais fácil avaliar os alunos do que a si próprios. De qualquer forma, o objetivo é inovar a metodologia para melhorar a aprendizagem. Quanto a isso, ficou evidente que os professores aderiram à proposta do início ao fim, cada um dentro de suas possibilidades. Todos abordaram o material e ficaram satisfeitos com os resultados apresentados pelos alunos, que tiveram, inicialmente, mais dificuldades em relacionar e interpretar os dados, pois buscavam vincular a proposta com conteúdos já aprendidos, mas no decorrer das aulas, perceberam que eles não precisavam de fórmulas prontas porque tinham autonomia e independência para criar e resolver os problemas. Passaram a repensar o significado da Matemática e apresentaram características fundamentais como: criatividade, dinamicidade, reflexão, concentração, comparação, persistência, argumentação, criação, raciocínio lógico, protagonismo, entre outras. Ficou evidente que os alunos que tem maior facilidade no algoritmo apresentam

maior dificuldade na interpretação e resolução de problemas em que não evidenciem o conteúdo e técnicas relacionados.

A intervenção pedagógica realizada pelos sete professores mostrou que os alunos lentamente foram desenvolvendo habilidades para formulação e resolução de problemas, além de demonstrar maior interesse, independência e confiança para resolver o que era proposto. O sucesso dessa proposta está no desenvolvimento de uma cultura em sala de aula onde os alunos sejam livres para opinar, criar, achar soluções diferentes, percorrer caminhos distintos, comparar e debater hipóteses, mudando a si mesmos através de questionamentos e debates.

Para os professores envolvidos, essa proposta pode ter sido o começo de algumas mudanças, possibilitando reflexões em sua prática, e possivelmente, visualizando a resolução de problemas como uma ferramenta metodológica para o ensino da Matemática. Assim, estes professores ao se questionarem, “como ensinar matemática através da resolução de problemas?”, terão uma percepção diferente da qual tinham antes de fazer esta abordagem, uma vez que a mudança começa a partir de pequenas práticas como esta, em que os sujeitos envolvidos transformam suas concepções em relação aos processos de ensino e aprendizagem.

Para Onuchic e Allevato (2004), a Matemática pode ser melhor ensinada através da resolução de problemas, levando o aluno a “pensar sobre” e apesar de ser mais difícil ao professor, depois que experimentam ensinar desse modo nunca voltam a ensinar de forma tradicional. O estímulo de desenvolver a compreensão dos alunos através de seu próprio raciocínio vale todo esforço e, de fato, é divertido, também para os alunos.

Se a reflexão de Onuchic e Allevato condiz com a realidade, as ações desenvolvidas nesta pesquisa foram significativas para o ensino da Matemática, pois a partir dos aspectos apresentados pelos professores e sua iniciativa de refletirem sobre a prática, eles se dispuseram a inovar o método de ensino junto aos alunos a partir do uso deste material didático, mesmo sabendo que muitas vezes o professor é induzido a utilizar as propostas e os conteúdos já prontos dos livros didáticos. Neste sentido, houve ganhos expressivos aos envolvidos na proposta.

É pertinente reforçar que não há a pretensão de eliminar a resolução de problemas vinculados a conteúdos específicos, apenas mostrar que existem possibilidades dos alunos obterem um bom desempenho em práticas diferenciadas além de disseminar, junto aos professores, novas alternativas de ensino e promover reflexões que apontem caminhos para melhorar o trabalho escolar. No decorrer da pesquisa, foi possível perceber a positiva influência desta proposta na prática docente, especialmente, no quesito rigidez com que os conteúdos são trabalhados.

Para inserir mais efetivamente a prática da resolução de problemas, seria significativo a produção de materiais didáticos, semelhantes aos utilizados neste trabalho, ser feita de forma conjunta pelos docentes e pesquisadores, como uma estratégia de formação continuada, tornando-os mais ativos, melhorando a qualidade do trabalho dos professores e, por consequência, intensificar a formação de seus alunos.

## Referencias

BARROS, D. M. de. **Enigmas, desafios, paradoxos e outros divertimentos lógicos e matemáticos**. Araçatuba, SP: Novas Conquistas São Paulo Editora, 2003.

BUSCHAW, D.; BELL, M.; POLLAK, H. O.; THOMPSON, M.; USISKIN, Z. **Aplicações da matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

CARVALHO, Mercedes. **Problemas? Mas que problemas?! : estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula**. 5 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

CAVALCANTI, C. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121 -149.

DANTE, L.R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.

DEGUIRE, L. J. Polya visita a sala de aula. In: Krulik, S. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997. p. 99 - 113.

LEBLANC, J. F.; Proundfit, L.; PUTT, I. J. Ensinando resolução de problemas na *elementary school*. In: Krulik, S. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997. p. 148 - 164.

MUSSER, G. L.; SHAUGHNESSY, J. M. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs.) **A resolução de problemas na**

**matemática escolar.** Tradução de Domingues, H. H.; Corbo, O. São Paulo: Atual, 1997. p. 188 - 201.

ONUCHIC, L. de La R. Ensino - Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO Maria A. V. (org.) **Pesquisa em educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo: UNESP, 1999. p. 199- 218.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino – aprendizagem de Matemática através da Resolução de problemas. in: BORBA, M. de C.; BICUDO, M. A. V. (org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento.** São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 - 231.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196p.

RIBEIRO, J.; SOARES, E. **Construindo consciências: matemática.** 1ª Ed. São Paulo: Sipione, 2006.

*Sites consultados*

<http://pibidmatematicaceab.blogspot.com.br/p/matematica-recreativa.html>. Acesso em 28 dez. 2013.

<http://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em 06 jan. 2014.

<http://www.oqueeoquee.com/jogos-de-logica>. Acesso em 06 jan. 2014.

[http://www.mathema.com.br/default.asp?url=http://www.mathema.com.br/reflexoes/ap\\_ler\\_prob.html](http://www.mathema.com.br/default.asp?url=http://www.mathema.com.br/reflexoes/ap_ler_prob.html). Acesso em 18 jan.2013.