

Guia de Atividades para explorar Equações Diferenciais Ordinárias de Segunda Ordem a partir de uma situação-problema

Nestas atividades, abordando o estudo de uma situação que envolve o movimento de objetos na vertical, objetivamos representá-la matematicamente com uma equação diferencial de segunda ordem e analisar o comportamento de possíveis soluções e respectivas taxas de variação levando em consideração as condições fornecidas, inclusive na forma gráfica.

Movimento de objetos na vertical, sob ação da gravidade e resistência do ar

Vamos investigar a variação da posição do corpo com o tempo e considerar que ele pode se mover tanto para cima quanto para baixo.

Vamos adotar um sistema de referência cujo eixo vertical aponta para cima. Assim, quando o corpo se move para cima sua velocidade é positiva e para baixo, negativa. A equação que rege a velocidade do corpo é:

$$v' + \frac{k}{m}v = -g \quad \text{Eq. 1}$$

Seja $x(t)$ a posição do corpo do instante t . Das relações cinemáticas usuais temos:

$v = \frac{dx}{dt}$ e $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$. Portanto, escrevendo a Eq. 1 em termos de x , teremos uma equação diferencial de segunda ordem:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \frac{dx}{dt} = -g \quad \text{Eq. 2}$$

Atividade A

Considere a esfera de arremesso de peso com massa igual a $7,2\text{ kg}$ e que cai de um helicóptero parado no ar.

I. Considere $g = 9,8\text{ m/s}^2$ e $k = 0,5\text{ kg/s}$ e construa no Powersim um diagrama para explorar a velocidade nesta situação. Lembre-se que a velocidade inicial é zero.

II. Construa o gráfico da velocidade contra o tempo e analise se o módulo da taxa de variação da velocidade aumenta, diminui ou permanece sempre igual.

III. Construa no Powersim um diagrama para explorar a posição da esfera em função do tempo.

IV. Construa o gráfico da posição contra o tempo e analise se o módulo da taxa de variação da posição aumenta, diminui ou permanece sempre igual à medida que o tempo passa.

V. O que se alteraria no gráfico da posição contra o tempo se:

a) aumentarmos ou diminuirmos o valor de k ?

b) k fosse zero?

Atividade B

Considere agora, que a mesma esfera de arremesso de peso da atividade A, com massa igual a $7,2\text{ kg}$, $g=9,8\text{ m/s}^2$ e $k=0,5\text{ kg/s}$ é lançada verticalmente para cima com uma velocidade inicial de 100 m/s .

I. Construa um diagrama no Powersim para explorar a posição da esfera em função do tempo nesta situação e construa o gráfico da posição contra o tempo. Quando trabalhamos com situações de lançamento, desprezando a resistência do ar, a curva que descreve a posição contra o tempo é uma parábola e no caso com resistência a curva também resultou numa parábola? Comente.

II. Qual é a altura máxima atingida pela esfera?

III. Em quanto tempo a esfera chega na altura máxima?

IV. Em quanto tempo a esfera chega no chão?

V. O tempo que a esfera leva para chegar à altura máxima é o mesmo que leva para retornar da altura máxima ao chão? Comente.

VI. Descreva o comportamento da taxa de variação da posição da esfera em função do tempo desde o momento que ela foi lançada até atingir o chão.

VII. Se k fosse muito maior que $0,5 \text{ kg/s}$ qual seria a alteração:

a) na altura máxima atingida pela esfera?

b) no tempo que leva para atingir a altura máxima?

c) no gráfico da posição contra o tempo? Se aproximou ou afastou mais de uma parábola?

VIII. Se k fosse zero, qual seria a alteração:

a) na altura máxima atingida pela esfera?

b) no tempo que leva para atingir a altura máxima?

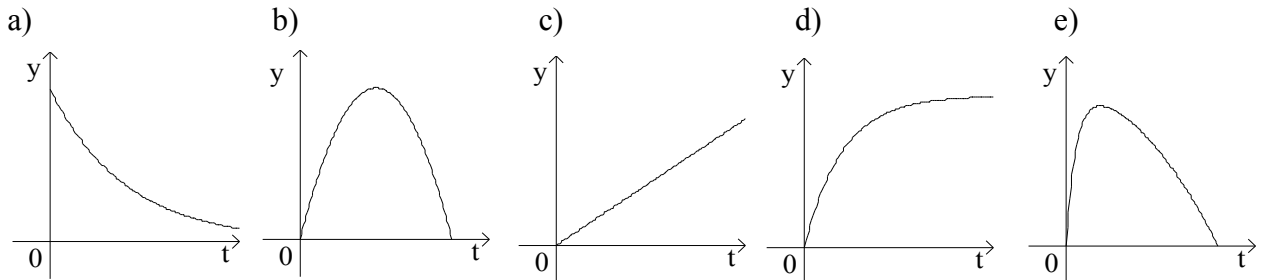
c) no gráfico da posição contra o tempo? Seria uma parábola?

Atividade C

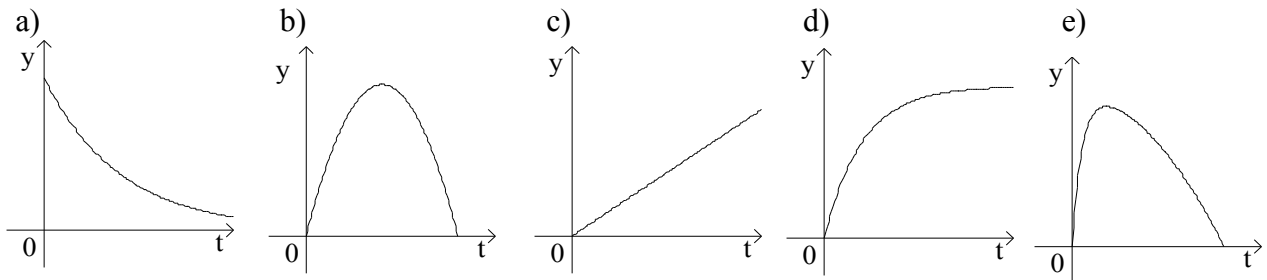
Considere a eq. dif. dada por $\frac{d^2 y}{dt^2} + a \frac{dy}{dt} = b$. Com base nos resultados da atividades A e

B, escolha o perfil mais adequado do gráfico de y versus t , nos seguintes casos:

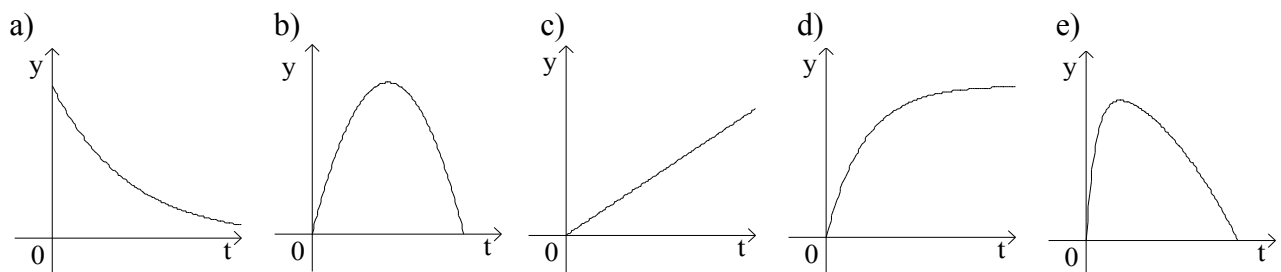
I. $a=b=0$



II. $a=0$ e $b=-10$



III. $a=1$ e $b=0$



IV. $a=1$ e $b=-10$

