

# Guia de Atividades para explorar a associação de Equações Diferenciais Ordinárias com situações- problema e a respectiva solução gráfica e analítica

Nestas atividades temos como objetivo abordar a resolução analítica de equações diferenciais e, através do estudo de situações-problema investigar o comportamento da solução e da taxa de variação destas situações e suas equações diferenciais de acordo com as condições fornecidas, inclusive na forma gráfica. Exploraremos também a associação da descrição de uma situação-problema com a correspondente equação diferencial e sua solução na forma analítica.

## Atividade A

I. O gráfico da Figura 1 representa  $y$  em função do tempo  $t$ .

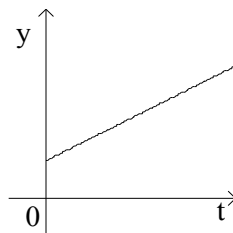
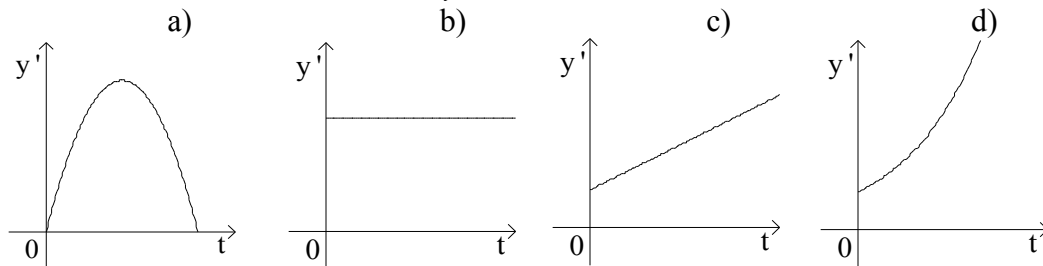


Figura 1: Gráfico de  $y$  em função do tempo  $t$ .

O gráfico que melhor representa  $y'$  em função de  $t$  é:



Justifique a escolha:

## Atividade B

I. Dada a equação diferencial  $\frac{dy}{dt} + ay = b$ , onde  $a$  é uma constante qualquer e  $b=0$ , a equação que melhor representa a solução da equação diferencial é:

a)  $y = c + e^{-at}$    b)  $y = ce^{-at}$    c)  $y = c_1 e^{-at} + c_2 e^{bt}$    d)  $y = c - at$

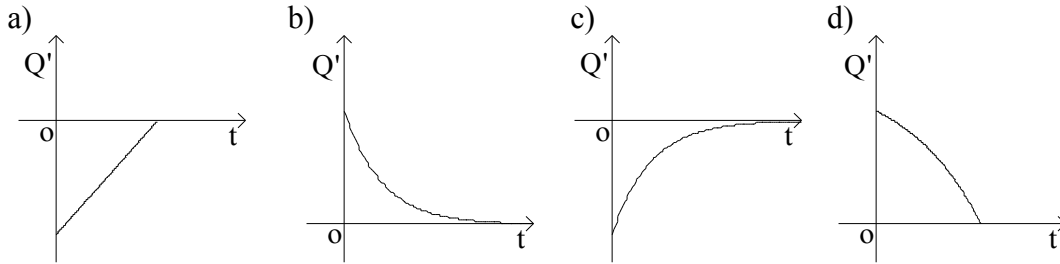
Justifique a escolha:

### Atividade C

I. Considere um tanque com uma quantidade inicial de água, em que há um furo na base, e admita que a quantidade de água no tanque diminui a uma taxa de 10%, por minuto, da quantidade de água nele contida. Representando por  $Q_0$  o valor  $Q(0)$ , a equação que melhor descreve a quantidade de água no tanque em função do tempo é:

- a)  $Q=Q_0e^{0,1t}$     b)  $Q=Q_0e^{-10t}$     c)  $Q=Q_0e^{-0,1t}$     d)  $Q=Q_0-e^{0,1t}$

II. Imagine agora uma torneira colocando água no tanque a um fluxo de  $10 \text{ litros/min}$  e que a quantidade inicial de água no tanque seja de 200 litros. O gráfico que melhor representa a taxa de variação da quantidade de água ( $Q'$ ) no tanque em função do tempo ( $t$ ) é:



III. A equação diferencial que melhor representa a situação anterior é:

- a)  $\frac{dQ}{dt}=10-0,1Q$     b)  $\frac{dQ}{dt}=10Q$     c)  $\frac{dQ}{dt}=(10-0,1)Q$     d)  $\frac{dQ}{dt}=-0,1t+10$

Justifique a escolha:

### Atividade D

Resolva as equações diferenciais.

I.  $(1+x)dy - ydx = 0$      $y(1) = -4$

II.  $xy' + y = e^{(-2x)}$

**Atividade E**

I. O gráfico da Figura 2 representa a taxa de variação de uma certa população ( $P'$ ) em função do tempo ( $t$ ), em anos.

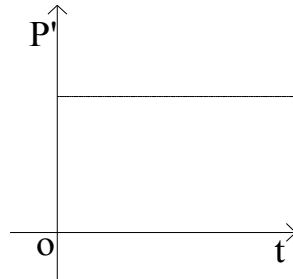


Figura 2: Gráfico da taxa de variação de uma população em função do tempo.

É correto afirmar que:

- a) a população não está aumentando nem diminuindo.
- b) todos os anos o aumento no número de pessoas é o mesmo.
- c) todos os anos a população aumenta com o mesmo percentual.
- d) o percentual de óbitos é, necessariamente, nulo no período considerado.

**Atividade F**

I. O gráfico da Figura 3 representa  $y$  em função do tempo  $t$ .

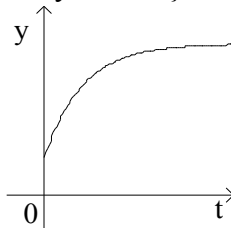


Figura 3: Gráfico de  $y$  em função do tempo  $t$ .

Sendo  $a > 0$  e  $b < 0$ , a equação diferencial que melhor representa esta situação é:

- a)  $\frac{dy}{dt} = at + by$
- b)  $\frac{dy}{dt} = ae^{bt}$
- c)  $\frac{dy}{dt} = a + by$
- d)  $\frac{dy}{dt} = \frac{a}{b}y$

Justifique a escolha:

### Atividade G

Uma conta bancária rende juros de modo contínuo a uma taxa anual constante  $r$ . O saldo  $y$

da conta satisfaz a equação diferencial  $\frac{dy}{dt} = ry$ .

**I.** Resolva a equação diferencial para encontrar a solução geral.

**II.** Encontre a solução particular considerando que  $r = 7\% / ano$  e o depósito inicial foi de R\$ 1.000,00.

**III.** Esboce o gráfico da solução deste problema e justifique o traçado.

**IV.** O que seria alterado no perfil da curva deste gráfico se:

a) a taxa de crescimento fosse 15% em vez de 7%?

b) se o depósito inicial fosse de R\$5.000,00 em vez de R\$1.000,00?

## Atividade H

I. A equação diferencial que representa a variação da velocidade de uma barra de ferro que se desprende do alto de um prédio é dada por  $v' + \frac{k}{m}v = g$ . Resolva-a para encontrar a solução geral.

II. Considere que a barra tem uma massa de 70 kg, que  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ,  $k = 13,72 \text{ kg/s}$  e encontre a solução particular. Lembre-se que a velocidade inicial é zero.

III. Estime a velocidade limite da barra.

IV. Qual a velocidade da barra no instante  $t = 10 \text{ s}$  ?

V. Esboce o gráfico que representa a solução do problema proposto e justifique o traçado.