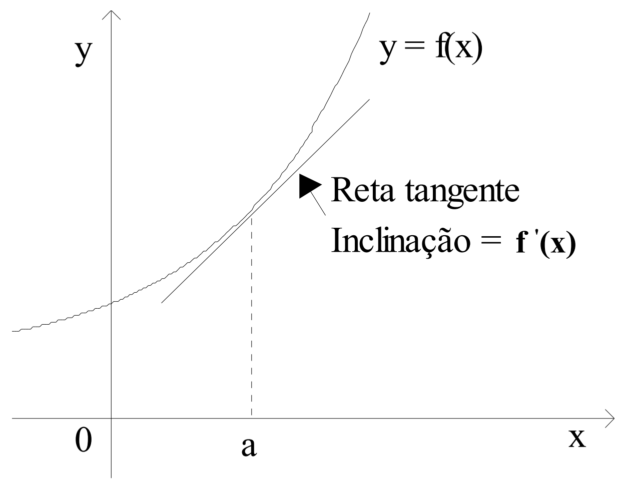
Importante relembrar

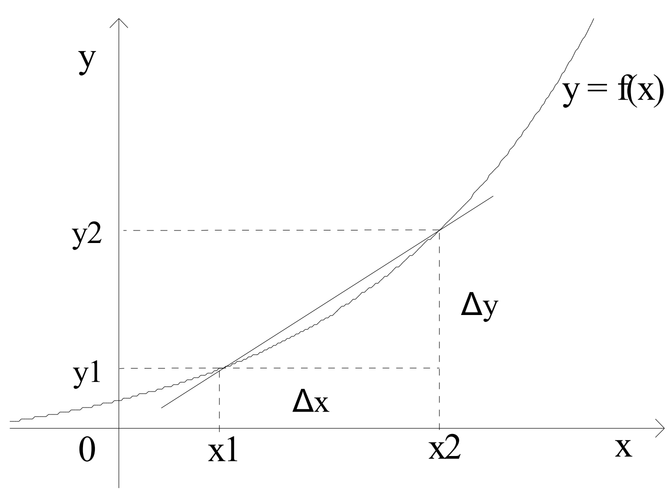
Derivada

A derivada de uma função $y = f(x)$ é a taxa de variação instantânea de *y* em relação a *x*. Geometricamente a derivada de *f(x)* em um ponto $x = a$ é a inclinação da reta tangente à curva no ponto *a*. Veja o gráfico a seguir.

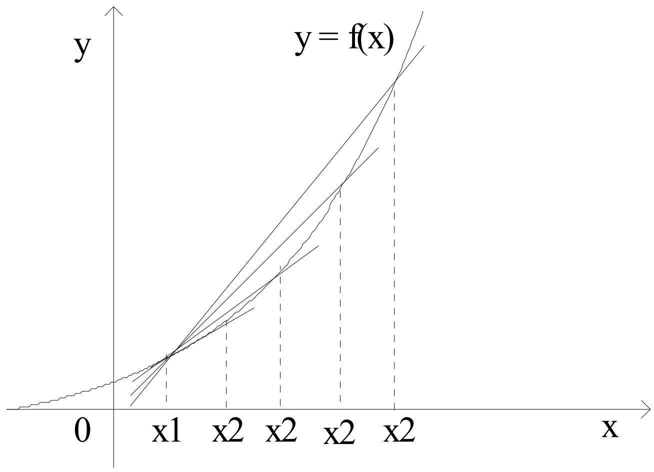


Taxa de variação

A taxa de variação média de uma função $y = f(x)$ num determinado intervalo $\Delta x = x_2 - x_1$ é determinada por $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$, que é a inclinação da reta secante que passa por x_1 e x_2, onde $x_2 = x_1 + \Delta x$.

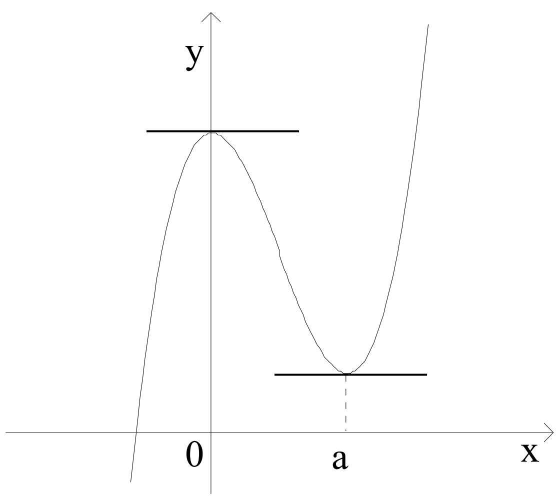


À medida que aproximarmos o ponto x_2 de x_1, o valor de Δx se torna menor e a reta secante se aproxima da reta tangente à curva em x_1, conforme figura abaixo. Assim, a taxa de variação instantânea é determinada por $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = f'(x) = \frac{dy}{dx}$, que é a inclinação da reta tangente em x_1.



Interpretação geométrica

Para uma função $y = f(x)$, cujo gráfico é mostrado abaixo,

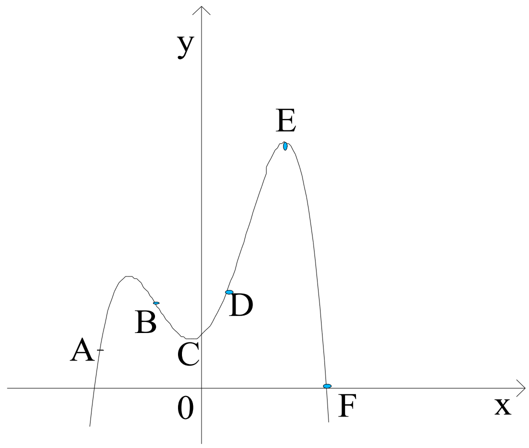


podemos concluir que:

- em $x=0$ e $x=a$ a reta tangente à curva é zero, ou seja, a derivada é zero $(f'(x)=0)$. Estes pontos são os pontos críticos da função;
- a curva é crescente em $x<0$ e $x>a$, nestes intervalos a derivada é positiva $(f'(x)>0)$;
- a curva é decrescente em $0<x<a$, neste intervalo a derivada é negativa $(f'(x)<0)$.

Exercite

1. Para a função representada no gráfico abaixo, responda:



a) Em quais pontos y' é positiva?

b) E negativa?

c) E nula?

d) Em qual dos pontos indicados y' é maior?

e) Em qual dos pontos indicados y é maior?

f) Em qual dos pontos indicados y é positivo?

g) E negativo?

h) E nulo?

2. Esboce um possível gráfico de $y=f(x)$ dadas as seguintes informações:

- $f'(x)>0$ em $1<x<3$
- $f'(x)<0$ para $x<1$ e $x>3$
- $f'(x)=0$ em $x=1$ e $x=3$

3. Esboce um possível gráfico de $y=f(x)$ dadas as seguintes informações:

- $f(2)=0$
- $f(4)=0$
- $f'(x)>0$ para $x>3$
- $f'(x)<0$ para $x<3$
- $f'(3)=0$

Algumas regras de derivação

Função	***Derivada***
$y=k$	$y'=0$
$y=x^n$	$y'=nx^{n-1}$
$y=u^n$	$y'=nu^{n-1}\cdot u'$
$y=u\cdot v$	$y'=u'\cdot v+u\cdot v'$
$y=\frac{u}{v}$	$y'=\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$
$y=e^x$	$y'=e^x$
$y=e^{u(x)}$	$y'=e^u\cdot u'$
$y=\ln x$	$y'=\frac{1}{x}$
$y=\cos x$	$y'=-sen\,x$
$y=sen\,x$	$y'=\cos x$

4. Calcule a derivada das seguintes funções

a) $y=3x^4-2x+8$

b) $y=e^x\cdot 4x$

c) $y=\frac{x+4}{x^2}$

d) $y=\frac{3}{x^4}$

e) $y=\frac{3}{x}$

f) $y=e^{x+3}$

g) $y=e^{3x}$

h) $y=e^{x^3}$

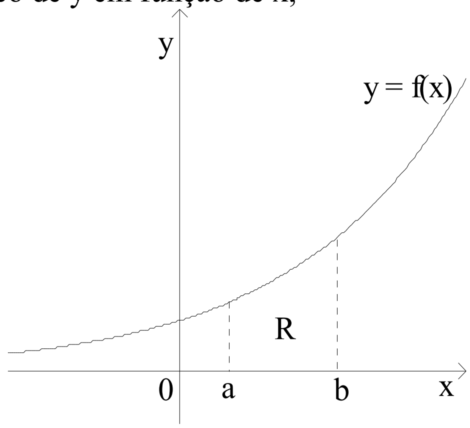
i) $y=4\ln x$

j) $y=\sqrt{x}$

Integral

A integral fornece a variação total de uma função a partir de sua taxa de variação e geometricamente representa a área abaixo de uma curva no intervalo considerado.

Dado o seguinte gráfico de y em função de x,



quando $f(x)$ é positiva e $a<b$, a área sob a curva no intervalo de a a b é dada por

$$R=\int_a^b f(x)\,dx.$$

Para resolver, usamos o Teorema Fundamental do Cálculo

$$\int_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a) \quad \text{onde} \quad F'(x)=f(x).$$

A integral indefinida de uma função $y=f(x)$ representa a família de antiderivadas de $f(x)$ e é representada por $\int f(x)\,dx=F(x)+C$.

Algumas regras de integração

$\int k\,dx=kx+c$
$\int x^n\,dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$
$\int e^x\,dx=e^x+c$
$\int e^{kx}\,dx=\frac{e^{kx}}{k}+c$
$\int \frac{1}{x}\,dx=\ln x+c$
$\int \cos x\,dx=sen\,x+c$
$\int sen\,x\,dx=-\cos x+c$

5. Resolva as integrais

a) $\int (3x^4 - 2x + 8)\,dx$

b) $\int 4e^{3x}\,dx$

c) $\int \frac{4}{x^2}\,dx$

d) $y = \frac{3}{x^4}$

e) $y = \frac{3}{x}$

f) $\int e^{x+3}\,dx$

g) $y = e^{3x}$

h) $y = e^{x^3}$

i) $y = 4\ln x$

j) $\int \sqrt{x}\,dx$

Também é importante lembrar que

$e^{2x+3} = e^{2x} \cdot e^3$

$e^{\ln(2x)} = 2x$

$\ln e = 1$

Para que você tenha um bom aproveitamento da disciplina de Cálculo III é essencial a compreensão dos tópicos abordados neste material.

Bom Trabalho

Professora Maria Madalena Dullius