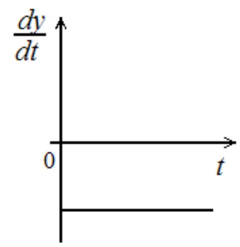
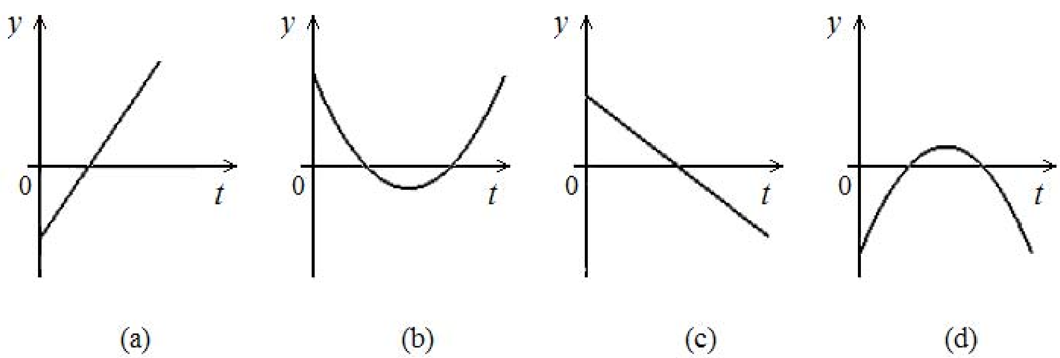
Centro Universitário UNIVATES
Disciplina de Cálculo III
Professora Maria Madalena Dullius

Este teste é constituído por 20 questões de escolha múltipla e duas questões abertas. Dentre as alternativas, escolha apenas uma, a que melhor responde à questão, assinalando-a na grade em anexo. Se você não tiver nenhum palpite a respeito de alguma questão, deixe-a em branco.

1. Sabendo que o gráfico de $\dfrac{dy}{dt}$ em função de t é



indique qual dos gráficos abaixo melhor representa uma primitiva y em função de t:



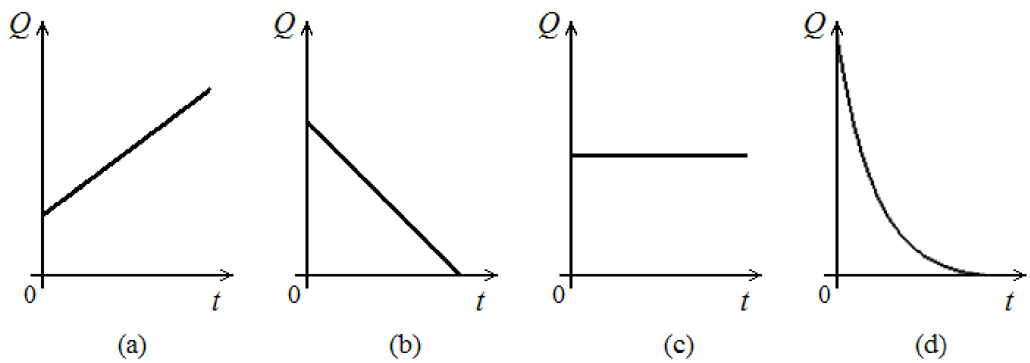
2. Em uma região de muitas árvores, os restos vegetais se acumulam no solo a uma taxa de 4 g/cm^2 por ano. Estes restos se decompõem a uma taxa de 9% ao ano. $Q(t)$ representa a quantidade de restos vegetais por unidade de área (g/cm^2) no instante t. É correto afirmar que a quantidade de restos vegetais por unidade de área a longo prazo:

(a) tende a zero.
(b) aumenta infinitamente.
(c) tende a se estabilizar em um valor constante não nulo.
(d) tem um comportamento oscilatório periódico.

As questões 3 a 5 referem-se ao seguinte enunciado:

Considere uma toalha molhada, colocada para secar em um varal. Sabe-se que ela seca ao ar livre a uma taxa que é proporcional à quantidade de água existente na toalha e que, a cada duas horas, a quantidade de água na toalha se reduz à metade da quantidade existente.

3. Qual gráfico melhor representa a quantidade de água Q na toalha, em função do tempo t após ela ter sido colocada no varal?



4. Se dobrarmos a quantidade inicial de água na toalha, o tempo que leva para que a quantidade de água se reduza à metade:

(a) dobra.

(b) não se altera.

(c) reduz-se à metade.

(d) quadruplica.

5. Se considerarmos o tempo em horas, é correto afirmar que:

(a) em todas as horas, a quantidade de água que sai da toalha é a mesma.

(b) a quantidade de água que sai da toalha, por hora, vai diminuindo.

(c) a quantidade de água que sai da toalha, por hora, vai aumentando.

(d) a taxa de variação da quantidade de água na toalha é constante.

As questões 6 e 7 referem-se ao seguinte enunciado:

Após ser fervido em água, um ovo à temperatura T_0 = 100°*C* é deixado sobre uma mesa e esfria a uma taxa proporcional à diferença entre a temperatura do ovo e a temperatura do ar que o cerca (Lei do resfriamento de Newton). Considere que a temperatura do ar permaneça constante em 20°*C*.

6. À medida que o ovo esfria, o módulo da taxa de resfriamento:

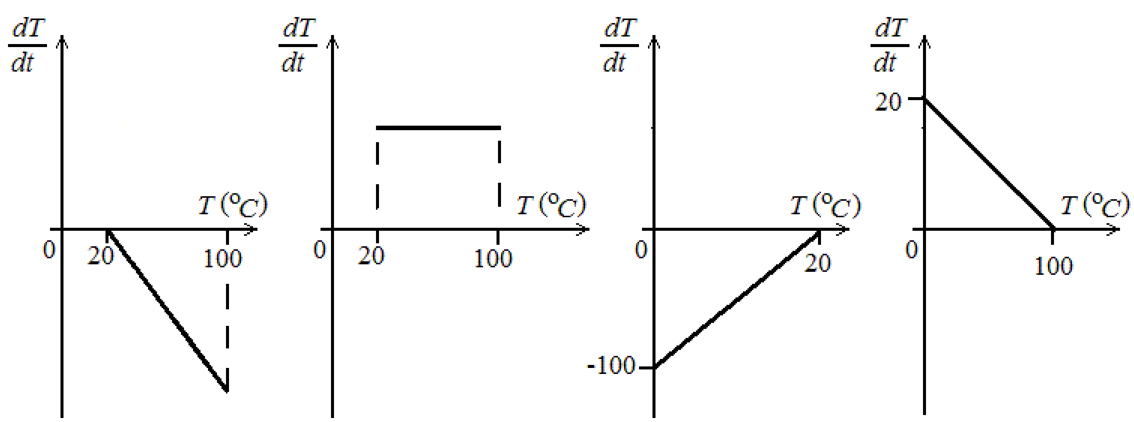
(a) não se altera, porque a temperatura do ar é constante.

(b) diminui, pois a diferença entre a temperatura do ovo e a temperatura do ar que o cerca diminui.

(c) aumenta, porque a temperatura do ovo diminui.

(d) tende a um valor constante diferente de zero.

7. Qual o gráfico que melhor representa o comportamento da taxa de variação da temperatura do ovo, em função da própria temperatura *T*?

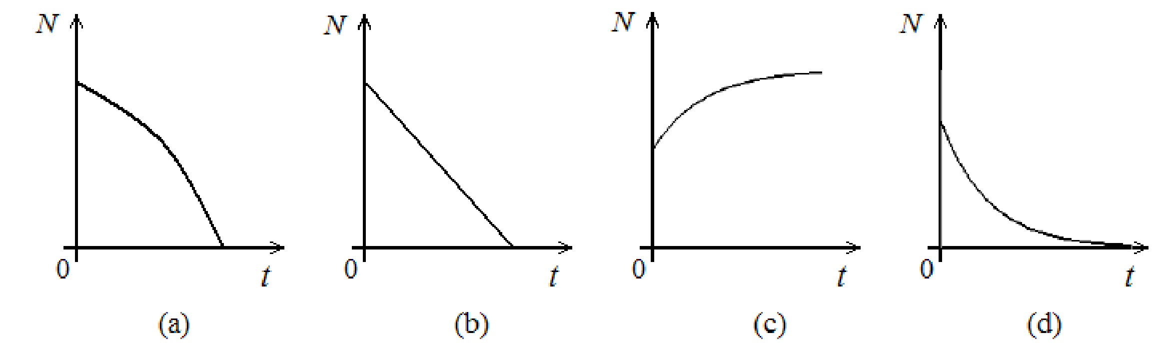


(a) (b) (c) (d)

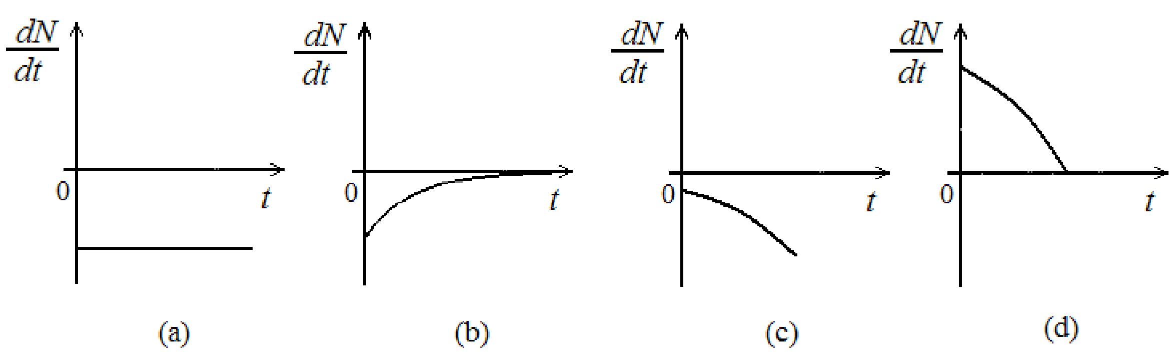
As questões 8, 9 e 10 referem-se ao seguinte enunciado:

Suponha que uma população *N*(*t*) de mosquitos, em certo instante *t*, na ausência de outros fatores, aumente a uma taxa, em cada instante, proporcional à população existente, e que, no mesmo ambiente exista uma espécie de pássaros predadores, que comem um número fixo *m* (constante positiva) de mosquitos por unidade de tempo, que leva à extinção da população de mosquitos.

8. Qual dos seguintes gráficos poderia representar a população $N(t)$ de mosquitos, em função do tempo t?



9. Qual dos seguintes gráficos poderia representar a taxa de variação $\frac{dN}{dt}$ da população de mosquitos, em função do tempo t?



10. Pergunta-se: qual das alternativas abaixo apresenta uma equação diferencial satisfeita pela população de mosquitos, sendo *k* e *m* duas constantes não negativas.

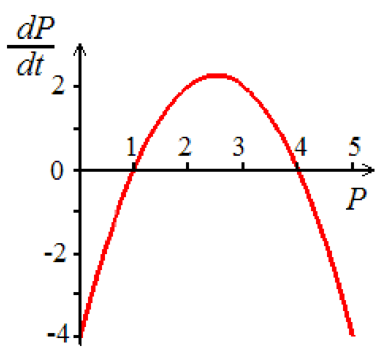
(a) $k \cdot \frac{dN}{dt} = -N + m$

(b) $\frac{dN}{dt} - m = k \cdot N$

(c) $\frac{dN}{dt} + k \cdot N = m$

(d) $\frac{dN}{dt} = k \cdot N - m$

11. A partir do seguinte gráfico para $\frac{dP}{dt}$ *versus* P, para $0 \leq P \leq 5$, sendo $P(t)$ o tamanho de uma população em um instante qualquer t, medido em unidades de 1.000 habitantes, podemos concluir que, com o passar do tempo:



(a) se $P(0) < 1$, a população aumentará, aproximando-se de 1.

(b) se $P(0) = 2{,}5$, a população permanecerá constante.

(c) se $P(0) > 4$, a população diminuirá, aproximando-se de 4.

(d) se $1 < P(0) < 4$, a população diminuirá, aproximando-se de 1.

12. No contexto de teorias de aprendizagem, identifique qual das equações diferenciais abaixo constitui um modelo matemático adequado para o caso em que uma pessoa deva memorizar uma quantidade M de informação e que a quantidade de informações em sua memória em um determinado instante de tempo *t*, *A(t)*, aumenta a uma taxa proporcional à quantidade de informações que faltam ser memorizadas e diminui (isto é, a pessoa esquece) a uma taxa proporcional à quantidade já memorizada.

(a) $\dfrac{dA}{dt} = k_1 \cdot A - k_2 \cdot M$, onde k_1 e k_2 são constantes positivas

(b) $k_1 \cdot \dfrac{dA}{dt} = M - k_2 \cdot A$, onde k_1 e k_2 são constantes positivas

(c) $\dfrac{dA}{dt} = k_1 \cdot (M - A) - k_2 \cdot A$, onde k_1 e k_2 são constantes positivas

(d) $\dfrac{dA}{dt} = k_1 \cdot A - k_2 \cdot (M - A)$, onde k_1 e k_2 são constantes positivas

13. O crescimento populacional de um determinado município num certo período de tempo, pode ser representado pelo modelo logístico,

$$\frac{dP}{dt} = k \cdot P - \frac{k}{L} \cdot P^2$$

onde a constante k é denominada parâmetro de crescimento intrínseco da população e *L* é a capacidade de suporte populacional do meio. Sabendo que *P* e *L* representam número de pessoas, e t é medido em anos, a unidade de medida do *k* é:

(a) 1/ano
(b) pessoas/ano
(c) 1/pessoa
(d) pessoas . ano

14. Considere a equação diferencial:

$$\frac{dN}{dt} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right) - \frac{BN^2}{A^2 - N^2}$$, onde *r*, *K*, *A*, *B* são constantes positivas,

que descreve o crescimento de uma população de lagartas *N*(*t*), sujeita à predação por pássaros a uma taxa dada por $\dfrac{B.N^2}{A^2 - N^2}$.

Efetuando a análise dimensional das diversas quantidades envolvidas, concluímos que

(a) $[B] = [r] = [t]^{-1}$

(b) $[A] = [K] = [N]$

(c) $[r] = [K] = [N]$

(d) $[B] = [A] = [t]^{-1}$

15. Dada a equação diferencial

$$\frac{dy}{dt} = B - k\,y\,,$$

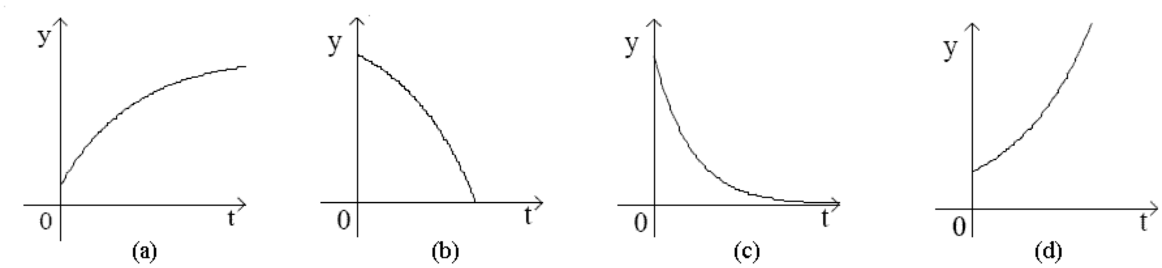
onde *B* e *k* são constantes positivas, podemos afirmar que, a longo prazo:

(a) *y* tende a um valor diferente de zero
(b) *y* aumenta infinitamente
(c) *y* tende a zero
(d) *y* diminui infinitamente

16. Dada a equação diferencial

$$\frac{dy}{dt} = 0{,}2y - 100\,,$$

e considerando, $y(0) = 1000$**,** qual das curvas abaixo melhor representa uma possível solução?



17. Dada a equação diferencial $\frac{dy}{dt} = 0{,}2y - 100$, podemos afirmar, com relação ao comportamento das soluções, que:

(a) para qualquer que seja o valor de *y*(0), à medida que o tempo passa, *y* tende a um valor constante diferente de zero

(b) para qualquer que seja o valor de *y*(0), à medida que o tempo passa, *y* tende a zero

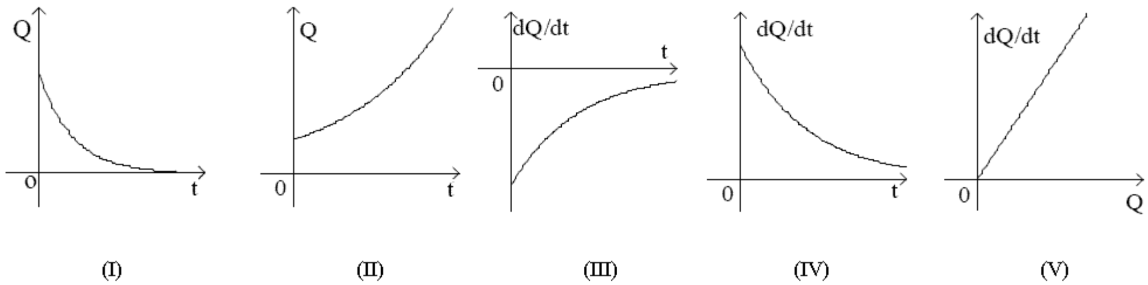
(c) para qualquer que seja o valor de *y*(0), à medida que o tempo passa, *y* tende ao infinito

(d) para *y*(0)<500, à medida que o tempo passa, *y* tende a zero.

18. Em uma região, a taxa de variação do número formigas, por dia, é representada pela equação

$$\frac{dQ}{dt} = kQ\,,$$

onde Q representa o número de formigas e k é uma constante de proporcionalidade. Considerando $Q > 0$ e os gráficos abaixo,



podemos afirmar que

(a) se $k > 0$ somente o gráfico II está correto

(b) se $k = 0$ somente o gráfico V está correto

(c) se $k < 0$ os gráficos I e IV estão corretos

(d) se $k < 0$ os gráficos I e III estão corretos

19. Assinale qual das alternativas abaixo é a solução do seguinte problema de valor inicial:

$$\frac{dy}{dx} = 6 - 2y; \quad y(0) = 8$$

(a) $y = 3 + 5e^{-2x}$

(b) $y = 6e^{-2x}$

(c) $y = 6 + 2e^{-2x}$

(d) $y = 4 + e^{-2x}$

20. O deslocamento $x(t)$, com relação à posição de equilíbrio, de um corpo de massa m, preso na extremidade de uma mola de constante elástica k, e sujeito à uma força motora $F(t)$, é descrito pelo seguinte problema de valor inicial:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=F(t)\,; \qquad x(0)=x_0; \quad x'(0)=v(0)=v_0$$

Identifique qual das alternativas abaixo é a solução da situação específica:

$$m = 1 \text{ kg}, \quad k = 36 \text{ N/m}, \quad F(t)=3sen(4t)\text{ N}, \quad x_0 = v_0 = 0$$

(a) $3sen(4t)+\cos(36t)-1$

(b) $-\frac{1}{10}sen(6t)+\frac{3}{20}sen(4t)$

(c) $\cos(2t)-sen\left((t+\frac{\pi}{2}\right)$

(d) $\frac{1}{3}\cos(4t)-\cos\left(6t-\frac{\pi}{2}\right)-\frac{1}{3}$

21. Um corpo de massa 25 gramas é arremessado verticalmente para cima, a partir do solo, no instante de tempo $t = 0$, com uma velocidade inicial 48m/s. Considere que a resistência do ar seja proporcional ao módulo da velocidade do corpo, mas em sentido contrário, com constante de proporcionalidade $k = 1/80$ $N.s/m$. Resolva o problema de valor inicial constituído pela equação diferencial linear

$$\frac{dv}{dt}=6-g-\frac{k}{m}v\,,$$

juntamente com a condição inicial dada e determine a velocidade do corpo 10 segundos após ser arremessado.

Sugestão:
Comece por resolver o problema de valor inicial constituído pela equação diferencial linear de 1ª. ordem para $v(t)$, juntamente com a condição inicial dada.

22. Obtenha a solução do problema de valor inicial:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+5\frac{dx}{dt}+6x=0\,, \qquad x(0)=2m, \quad x'(0)=v_0 \quad =0{,}5m/s$$

que descreve oscilações livres (sem força motora) de um objeto de massa 1kg, preso na extremidade de uma mola cuja constante elástica é 6 N/m, em um meio que oferece uma resistência proporcional à velocidade, sendo a constante de amortecimento igual a 5 Ns/m. A variável dependente $x(t)$ é o deslocamento, em metros, com relação à posição de equilíbrio em um instante t segundos.

Gabarito

	a	b	c	d
1			X	
2			X	
3				X
4		X		
5		X		
6		X		
7	X			
8	X			
9			X	
10				X
11			X	
12			X	
13	X			
14		X		
15	X			
16				X
17				X
18				X
19	X			
20		X		