

## **EXPLORANDO ESTRATÉGIAS DIFERENCIADAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

Virginia Furlanetto – [virf@universo.univates.br](mailto:virf@universo.univates.br)

Maria Madalena Dullius – [madalena@univates.br](mailto:madalena@univates.br)

### **CONTEXTUALIZAÇÃO**

Atualmente, em educação, muito se tem discutido e incentivado acerca da resolução de problemas na Matemática escolar, podendo esta assumir diversificados enfoques. Considerando que a resolução de um problema implica na compreensão do que foi proposto e na apresentação de respostas aplicando procedimentos adequados, cabe ressaltar que existem vários caminhos para se chegar a um mesmo resultado, ou seja, inúmeras são as estratégias que o estudante pode utilizar nesse processo.

A temática das estratégias que podem ser utilizadas na resolução de problemas matemáticos nos sensibiliza já que percebemos, em nossa trajetória docente, a facilidade com que alguns alunos, quando permitidos, resolvem determinados problemas utilizando-se de estratégias alternativas, mesmo que conteúdos específicos estejam em desenvolvimento. Nestes casos, é comum justificarem que consideram mais fácil resolver de tal forma, que o Cálculo formal é mais trabalhoso e geralmente, suas resoluções são coerentes com o problema proposto. Em contrapartida, percebemos em estudo anterior (DULLIUS et al., 2011), realizado a partir de resoluções apresentadas por estudantes do Ensino Médio à uma prova de Olimpíada Matemática realizada na UNIVATES, o forte arraigamento dos participantes, ao uso do cálculo formal. Este, entretanto, nem sempre significa garantia de êxito e pode levar a um caminho mais longo e difícil na busca pela solução.

Nesse contexto, realizamos uma intervenção pedagógica na qual propusemos, a alunos da Educação Básica, a utilização de diferentes

estratégias de resolução de problemas, para verificar se esta forma de trabalho tem potencial de auxiliá-los a obter êxito ao deparar-se com essas situações matemáticas e, conseqüentemente, em longo prazo, melhorar a qualidade do ensino da Matemática. Participaram da intervenção, 11 alunos da 7ª e 8ª séries da Escola Municipal de Ensino Fundamental Roman Ross, localizada no município de Monte Belo do Sul. A opção por estas turmas deu-se principalmente pela possibilidade de realização dos encontros em turno oposto ao de aula, visto que alguns alunos encontravam-se na escola uma tarde por semana para a participação em uma oficina de música, permanecendo dois períodos em outras atividades, sugeridas pela direção e professores. Cabe destacar que alguns dos participantes dirigiam-se à escola exclusivamente para participar da intervenção, pois não freqüentavam a oficina de música e que a responsável pelo desenvolvimento da proposta é também professora titular da disciplina de Matemática da referida instituição.

## **OBJETIVO**

Explorar o uso de diferentes estratégias de resolução de problemas matemáticos com estudantes da Educação Básica e verificar como estas interferem nesse processo.

## **DETALHAMENTO**

A intervenção pedagógica baseou-se na utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas por parte dos estudantes da Educação Básica. No decorrer dos encontros, onde foram propostos problemas da Prova Brasil e SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), olimpíadas matemáticas, livros didáticos, sites, etc. utilizamos os passos para a resolução de problemas propostos por Polya (1995), insistindo na importância da leitura atenta e na identificação da incógnita para que ocorra uma correta interpretação das situações propostas. Nesta parte do processo, muitas vezes

foram realizadas discussões acerca dos dados apresentados pelos problemas e questionamentos aos alunos, no intuito de auxiliá-los na interpretação.

O foco da pesquisa, porém, esteve no passo que corresponde ao estabelecimento de um plano, onde estimulamos a utilização de diversificadas estratégias, socializando-as. Na etapa de execução do plano, a ideia era que os estudantes ainda pudessem aperfeiçoar a estratégia traçada, acrescentar detalhes e verificar atentamente cada passo dado. Quanto ao retrospecto, ocorreu de forma a socializar e discutir as estratégias utilizadas para cada problema apresentado, levando os participantes a detectar qual das formas se demonstra mais eficaz.

Cabe ressaltar que em todos os encontros, que serão detalhados a seguir, cada problema foi entregue à turma, realizando a leitura, interpretação e resolução, passando para a exposição dos caminhos utilizados e discussão dos mesmos. Somente após estas etapas é que um novo problema era proposto à turma. Nos últimos encontros optamos por deixar a cargo de cada aluno ou grupo a exploração do problema, desde a leitura até a resolução, como forma de estimular a autonomia. O auxílio era dado, quando necessário, particularmente.

## ENCONTRO 1

### Objetivos

- Discutir sobre a resolução de problemas e coletar informações da percepção dos alunos acerca do tema;
- Conhecer os passos propostos por Polya (1995) para a resolução de problemas;
- Compartilhar estratégias de resolução de problemas.

### Desenvolvimento

O encontro iniciou com o “Jogo da velha humano”, no intuito de integrar o grupo de alunos que, apesar de se conhecerem, não fazem parte da mesma

turma. Ao final do jogo, discutimos sobre a elaboração de estratégias, refletindo a respeito de que, possivelmente, cada um tenha pensado em uma estratégia diferente de jogo e que muitas delas poderiam funcionar, como na resolução de problemas. As regras do jogo são:

- Os alunos formaram times de três jogadores cada, enumerando-se de 1 a 3 e o tabuleiro é composto por nove cadeiras, dispostas em três colunas de três linhas;
- O jogador 1 do time A se posiciona no tabuleiro; o próximo a posicionar-se é o jogador 1 da equipe B; em seguida o jogador 2 da equipe A e assim por diante;
- Caso nenhum time consiga completar linha, coluna ou diagonal, os jogadores movimentam-se, iniciando pelo 1 da equipe A, em seguida o 1 da equipe B e assim por diante, até que algum time consiga atingir o objetivo;
- Entre os jogadores, não pode haver comunicação.

Em seguida, expusemos a respeito da pesquisa, fornecendo informações sobre a duração aproximada, forma de condução dos encontros e objetivos. Também provocamos uma discussão sobre a resolução de problemas, baseada em questionamentos pré estruturados, tais como:

- O que é um problema?
- Vocês costumam resolver problemas? Gostam?
- Têm dificuldades na resolução de problemas? Quais?
- Quais são as formas de resolver problemas matemáticos?

Na sequência, em grupos, cada aluno recebeu um dos problemas apresentados nas Figuras 1 a 4 e uma resposta. Abordamos os passos para a resolução de problemas propostos por Polya (1995) e os alunos foram estimulados a ler individualmente, já que cada grupo recebeu um problema diferente, discutir o plano de resolução e executá-lo para, ao final, apresentar o

problema aos demais, que deveriam manifestar-se caso possuíssem, na ficha de resposta recebida, a correspondente àquele problema. Propositalmente, foram entregues duas respostas que pareciam ser do mesmo problema, para que pudéssemos discutir a importância e necessidade de verificação, ou seja, de analisar se a resposta encontrada faz sentido com os dados fornecidos, se ela é realmente a resposta final ou apenas um dado necessário de ser aplicado a um próximo procedimento para, por fim, chegar à resolução. Cada grupo apresentou a estratégia utilizada para resolver seu problema e complementamos, sugerindo outras estratégias, quando foi possível.

#### Figura 1 – Problema proposto ao grupo 1

André pensou em um número, multiplicou-o por 3 e adicionou 15 ao resultado. Depois, ao número obtido, aplicou a mesma regra, ou seja, multiplicou-o por 3 e somou 15 ao resultado. André aplicou novamente a regra ao novo resultado, isto é, multiplicou-o por 3 e adicionou 15 ao resultado, obtendo como resultado final o número 357. Qual foi o número pensado por André?

Problema extraído de Haetinger et al (2008)

#### Figura 2 – Problema proposto ao grupo 2

Numa cidade da Argentina, a temperatura era de  $12^{\circ}\text{C}$ . Cinco horas depois, o termômetro registrou  $-7^{\circ}\text{C}$ . Quanto variou a temperatura nessa cidade?

Problema extraído de Brasil (2008a)

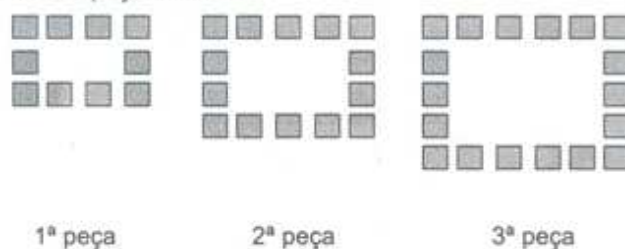
#### Figura 3 – Problema proposto ao grupo 3

A quadra de futebol de salão de uma escola possui 22 m de largura e 42 m de comprimento. Quantos metros percorre um aluno que dá uma volta completa nessa quadra?

Problema extraído de Brasil (2008a)

#### Figura 4 – Problema proposto ao grupo 4

Usando ladrilhos quadrangulares, Ana decorou uma parede, conforme mostrado, parcialmente, na sequência de peças abaixo:



Sabe-se que Ana seguiu o mesmo padrão estabelecido na figura acima no desenho das demais peças com as quais decorou a parede. Quantos ladrilhos quadrangulares foram necessários na última peça de decoração, sabendo-se que Ana utilizou, ao todo, 330 ladrilhos?

Problema extraído de Haetinger et al (2008)

## ENCONTRO 2

### Objetivos

- Analisar, interpretar e resolver situações problemas utilizando diversificadas estratégias;
- Compartilhar estratégias de resolução de problemas alternativas ao cálculo formal.

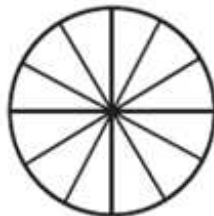
### Desenvolvimento

Para a formação dos grupos desse encontro, cada aluno recebeu um número, que foram distribuídos em ordem crescente, a partir do 1 e dividiu-o por 4, com a condição de que o quociente fosse inteiro. Cada grupo foi formado pelos alunos que obtiveram o mesmo resto. Os problemas propostos nesse encontro são apresentados nas Figuras 5 e 6.

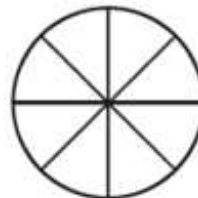
Figura 5 – Problema 1

1 – Observe as figuras:

JOSÉ



PEDRINHO



Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pedaços de pizza. Pediram duas pizzas circulares de igual tamanho. Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis; José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então,

- a) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.
- b) José comeu o dobro do que Pedrinho comeu.
- c) Pedrinho comeu o dobro do que José comeu.
- d) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.

Problema extraído de Simulado da Prova Brasil 2011, 8ª série/9º ano, disponível em [http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=16640&Itemid=1109](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=16640&Itemid=1109)

>

## Figura 6 – Problema 2

2 - Quatro amigos, João, Pedro, Ana e Maria saíram juntos para fazer um passeio por um mesmo caminho. Até agora, João andou  $\frac{6}{8}$  do caminho; Pedro,  $\frac{9}{12}$ ; Ana,  $\frac{3}{8}$  e Maria,  $\frac{4}{6}$ . Os amigos que agora estão no mesmo ponto do caminho são:

- a) João e Pedro.
- b) João e Ana.
- c) Ana e Maria.
- d) Pedro e Ana.

Problema extraído de Brasil (2008a)

## ENCONTRO 3

### Objetivos

- Ampliar o repertório de estratégias de resolução de diferentes situações problemas;
- Compartilhar estratégias de resolução de problemas alternativas ao cálculo formal.

### Desenvolvimento

Cada aluno recebeu um dos problemas das Figuras 7 a 9 e a formação de grupos se deu pelo recebimento do mesmo problema. O grupo analisou o problema e avaliou as duas formas de resolução apresentadas, escolhendo a que considerassem mais propícia e fácil de entender e utilizar. Também poderiam, se julgassem conveniente, criar uma estratégia diferente. Ao final, apresentaram o problema para a turma e justificaram a escolha da estratégia.

### Figura 7 – Problema proposto ao grupo 1

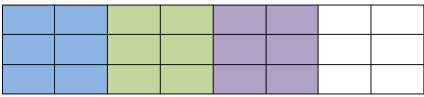
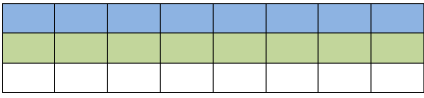
PROBLEMA 1 Pensei em um número, multipliquei-o por 4 e ao resultado somei 5. Resultou 41. Em que número pensei?	
ESTRATÉGIA 1 Cálculo: $4x + 5 = 41$ $4x = 41 - 5$ $4x = 36$ $x = \frac{36}{4}$ $x = 9$	ESTRATÉGIA 2 Sentido inverso: $41 - 5 = 36 : 4 = 9$

Problema elaborado pela autora

Figura 8 – Problema proposto ao grupo 2

**PROBLEMA 2**  
Dois amigos ganharam, cada um, uma barra de chocolate de igual tamanho. Pedro comeu 75% da sua barra e João  $\frac{2}{3}$  da sua. Considerando que cada barra tinha 24 tabletes de chocolate, quantos cada um comeu?

**ESTRATÉGIA 1: cálculo**  
 Pedro =  $\frac{75}{100} \cdot 24 = \frac{1800}{100} = 18$   
 João =  $\frac{2}{3} \cdot 24 = \frac{48}{3} = 16$

**ESTRATÉGIA 2: desenho**  
 Pedro = 18  
  
 João = 16  


Problema extraído de arquivo pessoal

Figura 9 – Problema proposto ao grupo 3

**PROBLEMA 4**  
Uma garrafa com sua rolha custam R\$1,10. Sabendo que a garrafa custa R\$1,00 a mais que a rolha, qual é o preço da rolha? E qual é o preço da garrafa?

**ESTRATÉGIA 1: tabela**

Garrafa	Rolha	Diferença
R\$ 1,00	R\$ 0,10	R\$ 0,90
R\$ 0,90	R\$ 0,20	R\$ 0,70
R\$ 1,05	R\$ 0,05	R\$ 1,00

**ESTRATÉGIA 1: cálculo**  

$$\begin{cases} x + y = 1,10 \\ x = y + 1 \end{cases}$$

$$y + 1 + y = 1,10$$

$$2y = 1,10 - 1$$

$$2y = 0,10$$

$$y = 0,10/2$$

$$y = 0,05 = \text{rolha}$$

$$x = 0,05 + 1$$

$$x = 1,05 = \text{garrafa}$$

Problema extraído de <http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=220>

Na sequência, todos os grupos resolveram o problema apresentado na Figura 10.

Figura 10 – Problema 3

3 - Pedro saiu de casa e fez compras em quatro lojas, cada uma num bairro diferente. Em cada uma gastou a metade do que possuía e, ao sair de cada uma das lojas, pagou R\$2,00 de estacionamento. Se, no final, Pedro ainda tinha R\$8,00, que quantia tinha ao sair de casa?

Problema extraído de SBM (2000)



## ENCONTRO 4

### Objetivos

- Ampliar o repertório de estratégias de resolução de diferentes situações problemas;
- Compartilhar estratégias de resolução de problemas alternativas ao cálculo formal;
- Formular problemas matemáticos.

### Desenvolvimento

Neste encontro os alunos, em trios, resolveram os problemas das Figuras 11 a 13 cujas resoluções foram expostas para o grupo, discutidas e validadas.

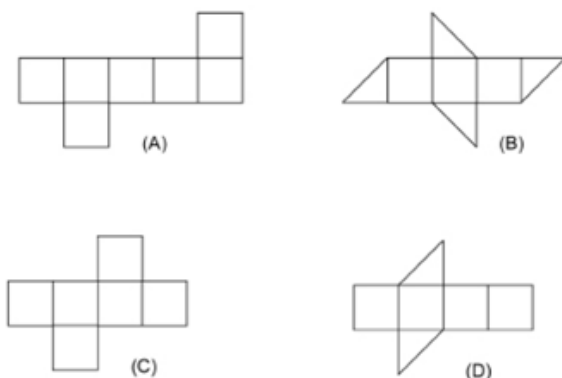
#### Figura 11 – Problema 4

4 – Num determinado estado, quando um veículo é rebocado por estacionar em local proibido, o motorista paga uma taxa fixa de R\$ 76,88 e mais R\$ 1,25 por hora de permanência no estacionamento da polícia. Se o valor pago foi de R\$ 101,88, qual o total de horas que o veículo ficou estacionado na polícia?

Problema extraído de Haetinger et al. (2011)

#### Figura 12 – Problema 5

5 – Observe as figuras abaixo:



Entre elas, a planificação de uma caixa em forma de cubo é a figura:

- a) (A)
- b) (B)
- c) (C)
- d) (D)

Problema extraído de Brasil (2008a)

### Figura 13 – Problema 7

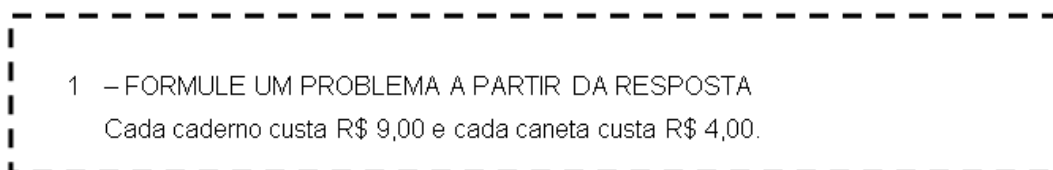
7 – Um dia tem 24 horas, 1 hora tem 60 minutos e 1 minuto tem 60 segundos. Que fração da hora corresponde a 35 minutos?

- a)  $\frac{7}{4}$
- b)  $\frac{7}{12}$
- c)  $\frac{35}{24}$
- d)  $\frac{60}{35}$

Problema extraído de Paulina (2009)

Neste encontro os grupos foram ainda desafiados a elaborar problemas a partir de diferentes aspectos, apresentados nas Figuras 14 a 17. Os problemas foram por nós analisados e propostos aos demais alunos para resolução nos encontros 5 e 6.

### Figura 14 – Proposta de elaboração de problema feita ao grupo 1



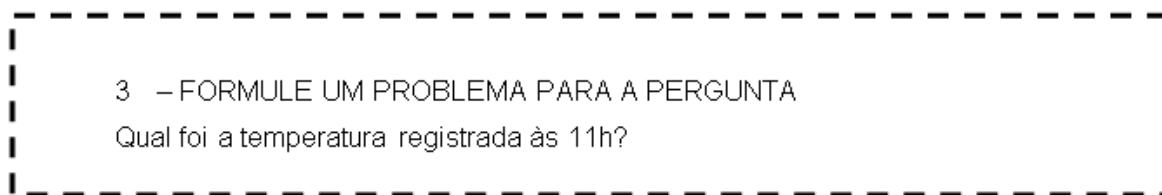
Resposta elaborada pela autora

### Figura 15 – Proposta de elaboração de problema feita ao grupo 2



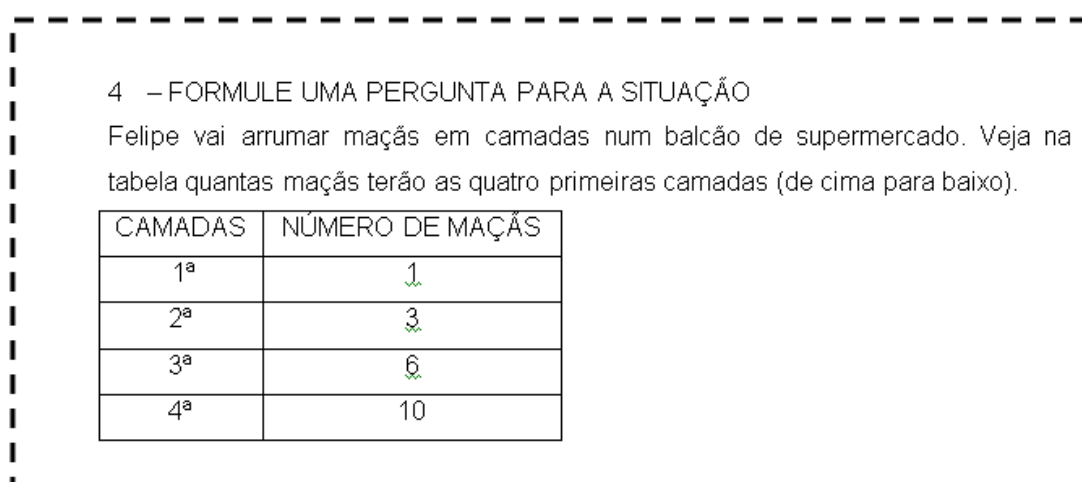
Dados extraídos de Dante (2005)

Figura 16 – Proposta de elaboração de problema feita ao grupo 3



Pergunta elaborada pela autora

Figura 17 – Proposta de elaboração de problema feita ao grupo 4



Dados extraídos de Dante (2005)

## ENCONTRO 5

### Objetivo

- Discutir a formulação de problemas matemáticos.

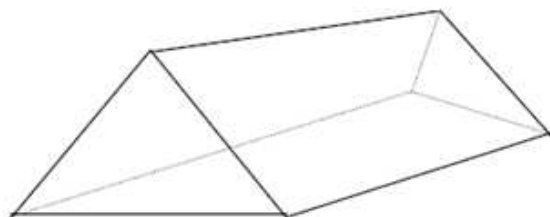
### Desenvolvimento

Neste encontro, os problemas produzidos pelos grupos 1 e 2 do encontro 4 foram apresentados em slides para leitura e discussão coletiva, verificação da adequação ao nível das turmas, resolução, correção feita pelos elaboradores do problema e, quando necessário, reelaboração e nova resolução.

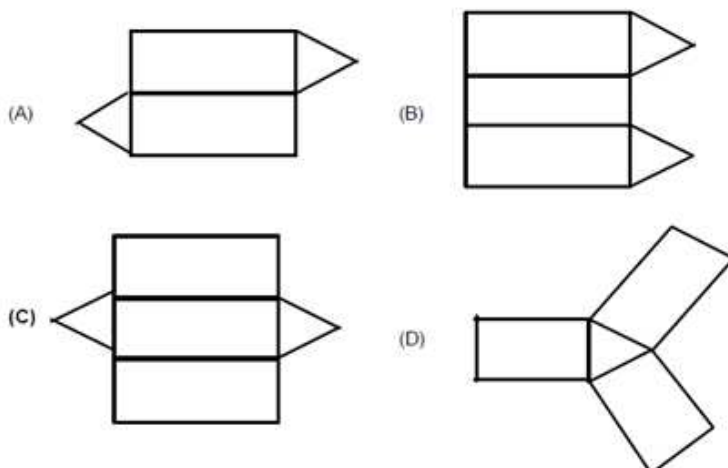
Por fim, foi proposto o problema 6, apresentado na Figura 18, seguido de questionamentos aos alunos se conheciam algum problema semelhante, estimulando-os a recorrer à uma estratégia já utilizada.

Figura 18 – Problema 6

6 – É comum encontrar em acampamentos barracas com fundo e que têm a forma apresentada na figura abaixo.



Qual desenho representa a planificação dessa barraca?



Problema extraído de [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/menu\\_do\\_gestor/exemplos\\_questoes/M08\\_Saeb\\_site\\_FP.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/menu_do_gestor/exemplos_questoes/M08_Saeb_site_FP.pdf)

## ENCONTRO 6

### Objetivos

- Discutir a formulação de problemas matemáticos;
- Resolver problemas a partir da retomada de problemas semelhantes;

## Desenvolvimento

Este encontro seguiu com a discussão dos problemas elaborados pelos grupos 3 e 4 no encontro 4, culminando com a resolução do problema 12, apresentado na Figura 19.

### Figura 19 – Problema 12

12 - Ana começou a descer uma escada de 24 degraus no mesmo instante em que Beatriz começou a subi-la. Ana tinha descido  $\frac{3}{4}$  da escada quando cruzou com Beatriz. No momento em que Ana terminar de descer, quantos degraus Beatriz ainda terá que subir?

- a) 2          b) 6          c) 8          d) 10          e) 16

Problema extraído de SBM (2011)

## ENCONTRO 7

### Objetivo

- Ampliar o repertório de estratégias de resolução de diferentes situações problemas.

### Desenvolvimento

Para formação dos grupos, cada aluno recebeu uma parte de um dos problemas 15, 16 ou 17, apresentados nas Figuras 20, 21 e 22, como por exemplo, uma frase do enunciado ou as alternativas de resposta, para que, organizando cada problema, constituíssem os grupos. Cada grupo resolveu os três problemas, antes de iniciar as discussões e socialização das estratégias utilizadas. Neste encontro, trabalharam mais autonomamente do que nos encontros anteriores, visto que não foram realizadas discussões coletivas.

## Figura 20 – Problema 15

15 - Numa corrida com 2011 participantes, Dido chegou à frente do quádruplo do número de pessoas que chegaram à sua frente. Em que lugar chegou o Dido?

- a) 20º            b) 42º            c) 105º            d) 403º            e) 1005º

Problema extraído de IMPA/OBMEP (2012)

## Figura 21 – Problema 16

16 - Na Figura 1, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de conjuntos de bolas que segue a lei de formação sugerida na figura.



FIGURA 1

- a) Quantas bolas são necessárias para construir o 7.º termo da sequência?  
b) Há um termo da sequência que tem um total de 108 bolas. Quantas bolas pretas têm esse termo?

Problema extraído de <https://sites.google.com/site/desmatematicos/exames-provas/testes-intermedios---8o-ano/2010-2011---3-periodo>

## Figura 22 – Problema 17

17 - Um projeto arquitetônico inovador propõe que, em uma parede retangular com 3,5m de altura, sejam colocadas, do chão ao teto, placas quadradas com 50cm de lado. Essas placas formarão fileiras superpostas do seguinte modo:

- a primeira fileira ocupará toda a base da parede com as placas colocadas com um dos lados junto ao chão;
- na segunda fileira haverá a metade do número de placas da primeira, na terceira fileira haverá a metade do número de placas da segunda e, assim, sucessivamente;
- na última fileira haverá apenas uma placa com um dos lados encostados no teto;
- as placas serão colocadas lado a lado em todas as fileiras em que houver mais de uma placa.

O total de placas que serão utilizadas na execução desse projeto é:

- a) 2            b) 9            c) 15            d) 63            e) 127

Problema extraído de Haetinger et al (2004)

## ENCONTRO 08

### Objetivo

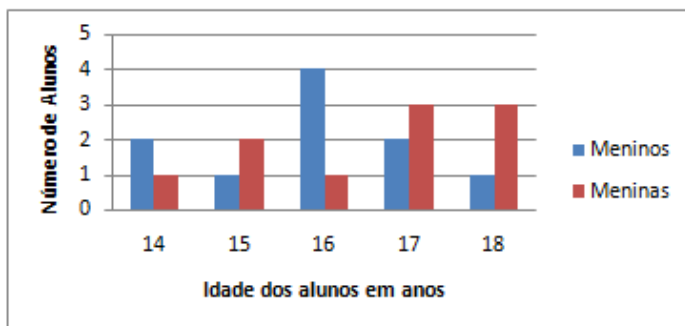
- Proporcionar atividades que desenvolvam, em longo prazo, a criatividade e autonomia e, conseqüentemente, a formação de cidadãos mais ativos socialmente.

### Desenvolvimento

Inicialmente, finalizamos a resolução e discussão dos problemas do encontro anterior para, em seguida, resolver o problema 13, apresentado na Figura 23.

#### Figura 23 – Problema 13

13 – (UFSCar-SP) Num curso de iniciação à informática, a distribuição das idades dos alunos, segundo o sexo, é dada pelo gráfico seguinte:



Com base nos dados do gráfico, pode-se afirmar que:

- a) O número de meninas, com no máximo, 16 anos é maior que o número de meninos nesse mesmo intervalo de idades.
- b) O número total de alunos é 10.
- c) Há exatamente 10 alunos com mais de 16 anos.
- d) O número de meninos é igual ao número de meninas.
- e) O número de meninos com idade maior que 15 anos é maior que o número de meninas nesse mesmo intervalo de idades.

Problema extraído de <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAew48AB/banco-questoes-matematica>

## ENCONTRO 9

### Objetivo

- Proporcionar atividades que desenvolvam, em longo prazo, a criatividade e autonomia e, conseqüentemente, a formação de cidadãos mais ativos socialmente.

### Desenvolvimento

Neste encontro, os alunos resolveram, em grupos, os problemas 14, 18, 19 e 20, apresentados nas Figuras 24 a 28. Ao término, trocaram as resoluções entre si, podendo um grupo opinar sobre a estratégia utilizada por outro, no intuito de aperfeiçoá-la, caso julgassem pertinente.

#### Figura 24 – Problema 14

14 - Considerar os números  $M=2^{700}$ ,  $N=11^{200}$ ,  $O=5^{300}$ . Assinalar a alternativa correta:

- a)  $M < O < N$
- b)  $N < M < O$
- c)  $N < O < M$
- d)  $O < M < N$
- e)  $O < N < M$

Problema extraído de Haetinger et al (2008)

#### Figura 25 – Problema 19

19 - Trabalhando 10 horas por dia, um pedreiro constrói uma casa em 120 dias. Em quantos dias ele construirá a mesma casa, se trabalhar 8 horas por dia?

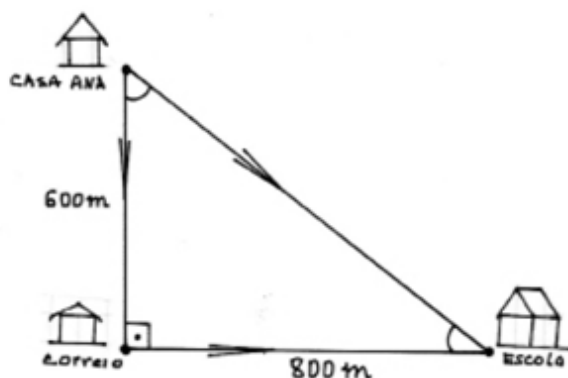
- a) 96
- b) 138
- c) 150
- d) 240

Problema extraído de Brasil (2008a)



### Figura 26 – Problema 18

18 – Hélio e Ana partiram da casa dela com destino à escola. Ele foi direto de casa para a escola e ela passou pelo correio e depois seguiu para a escola, como mostra a figura:



De acordo com os dados apresentados, a distância percorrida por Ana foi maior que a percorrida por Hélio em:

- a) 200m.
- b) 400m.
- c) 800m.
- d) 1400m.

Problema extraído de Brasil (2008a)

### Figura 27 – Problema 20

20 - Num clube de tênis vai realizar-se um campeonato numa mão, isto é, cada um dos dez atletas participantes jogará com cada um dos outros uma única vez. Quantos jogos se disputarão no campeonato?

Problema extraído de

[http://educamat.ese.ipcb.pt/0607/images/PDF/Mater\\_2C/sessao\\_03\\_estrategias.pdf](http://educamat.ese.ipcb.pt/0607/images/PDF/Mater_2C/sessao_03_estrategias.pdf)

## ENCONTRO 10

### Objetivo

- Analisar, interpretar e resolver situações problemas utilizando diversificadas estratégias.

## Desenvolvimento

Neste encontro, os alunos resolveram, individualmente, uma seleção de oito problemas, apresentados nas Figuras 28 a 36.

### Figura 28 – Problema 1 resolvido individualmente

1 - Como parte de seu programa de ginástica, Beto decidiu fazer abdominais toda manhã. Em 1º de abril ele fez apenas uma; no dia 2 de abril fez três abdominais; no dia 3 de abril ele fez cinco e no dia 4 de abril fez sete. Suponha que Beto tenha continuado a aumentar o número de abdominais a cada dia, seguindo esse padrão durante todo o mês de abril. Quantas abdominais ele fez no dia 15 de abril? Quantas abdominais ele fez até o dia 15 de abril?

Problema adaptado de Allevato e Onuchic (2009)

### Figura 29 – Problema 2 resolvido individualmente

2 - O João foi a uma loja e gastou metade do dinheiro que tinha e ainda mais um real. Depois, entrou numa segunda loja e gastou metade do dinheiro que lhe restava e ainda mais um real, tendo esgotado o dinheiro todo. Quanto dinheiro tinha ele antes de ir à primeira loja?

Problema adaptado de [http://educamat.ese.ipcb.pt/docs/sessao4\\_estrategias\\_resolucao.pdf](http://educamat.ese.ipcb.pt/docs/sessao4_estrategias_resolucao.pdf)

### Figura 30 – Problema 3 resolvido individualmente

3 - Num sítio existem 21 bichos entre patos e cachorros. Sendo 54 o total de pés desses bichos, calcule a diferença entre o número de patos e o número de cachorros

Problema adaptado de <http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=240>

### Figura 31 – Problema 4 resolvido individualmente

4 – Numa cidade, neste ano, o número de ratos é de 1 milhão e o número de habitantes é de 500 mil. Se o número de ratos duplica a cada cinco anos e o número de habitantes duplica a cada 10 anos, qual o número de ratos por habitante, daqui a 20 anos?

Problema adaptado de Haetinger et al (2011)

### Figura 32 – Problema 5 resolvido individualmente

5 – Regina vai colocar etiquetas nos livros da biblioteca onde trabalha, especificando nelas o assunto e a série mais adequada para leitura.

ASSUNTOS	SÉRIES
Ciências (C)	5ª (5)
Geografia (G)	6ª (6)
História (H)	7ª (7)
Matemática (M)	8ª (8)
Português (P)	

Um tipo de etiqueta é G – 5, que representa livro de Geografia para 5ª série. Quantos tipos diferentes de etiqueta ela irá fazer?

Problema extraído de Dante (2005)

### Figura 33 – Problema 6 resolvido individualmente

6 – Para encher um tanque são necessárias 60 vasilhas de 6 litros cada uma. Se forem usadas vasilhas de 2 litros cada uma, quantas serão necessárias?

Problema extraído de <http://www.alunosonline.com.br/matematica/grandezas-inversamente-proporcionais-.html>

### Figura 34 – Problema 7 resolvido individualmente

7 – O custo de produção de uma pequena empresa é composto por um valor fixo de R\$ 1.500,00 mais R\$ 10,00 por peça fabricada. O número  $x$  de peças fabricadas quando o custo é R\$ 3.200,00 é:

- a) 470
- b) 150
- c) 160
- d) 170
- e) 320

Problema extraído de Brasil (2008b)

### Figura 35 – Problema 8 resolvido individualmente

8 - Em um concurso foi concedido um tempo  $T$  para realização de uma prova de Matemática. Um candidato gastou  $\frac{1}{3}$  deste tempo para resolver a parte de Aritmética e  $\frac{1}{4}$  do tempo restante para resolver a parte de Álgebra. Como ele só gastou  $\frac{2}{3}$  do tempo de que ainda dispunha para resolver a parte de Geometria, entregou a prova faltando 35 minutos para o término da mesma. Qual foi o tempo concedido para a realização da prova?

Problema extraído de Haetinger et al (2007)

## RESULTADOS OBTIDOS

Preocupados com a forma como a resolução de problemas vem sendo abordada e com o pouco êxito atingido pelos alunos, decidimos investigar o potencial da utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas, independentemente da abordagem de conteúdos específicos da Matemática escolar. Buscamos estimular os alunos a utilizar e compartilhar diferentes formas de resolver problemas, já que o Cálculo formal nem sempre possibilita a obtenção da resposta correta ou o entendimento do que fazem.

Durante a intervenção pedagógica, analisando o material produzido pelos alunos participantes, verificamos que os mesmos foram capazes de utilizar, de forma eficaz, uma grande variedade de estratégias de resolução de problemas, tais como: Tentativa e erro, Desenho, Tabelas, Trabalho em sentido inverso, Redução de unidades, Organização de padrões e Eliminação, algumas delas sequer pensadas por nós professores, evidenciando assim, o estímulo à criatividade e autonomia proporcionado por esta forma de trabalho.

Creditamos o fato de terem utilizado mais e melhor uma ampla gama de estratégias de resolução de problemas ao estímulo oferecido para que isso ocorresse, tendo sido esse um dos objetivos perseguidos desde o início da pesquisa. Na oportunidade evidenciou-se também, preferência de parte da maioria, pela utilização das formas alternativas de resolução, sob a justificativa principal da dificuldade em lembrar ou saber como e em quais casos aplicar certos algoritmos, o que reforça a contribuição desta forma de trabalho para a

obtenção de êxito na resolução de problemas, considerando que sem essa possibilidade, muitos sequer resolveriam determinados problemas.

## REFERENCIAS

ALLEVATO, Norma S.; ONUCHIC, Lourdes R. Ensinando Matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro, ano 33, n. 55, p 133-154, jul./dez. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE : Plano de Desenvolvimento da Educação**: Prova Brasil: Ensino Fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC/SEB; Inep, 2008a. 193 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação**: SAEB: Ensino Médio: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC/SEB; Inep, 2008b. 127 p.

DANTE, Luiz. **Tudo é Matemática**: Ensino Fundamental: Livro do professor – 7ª série. São Paulo: Ática, 2005.

DULLIUS, Maria M. et al. Estrategias utilizadas en la resolución de problemas matemáticos. **Revista chilena de educación científica**, v. 10, n. 1, p. 23-32, 2011.

DULLIUS, Maria M.; ARAÚJO, Ives S.; VEIT, Eliane A. Ensino e Aprendizagem de Equações Diferenciais com Abordagem Gráfica, Numérica e Analítica: uma experiência em cursos de Engenharia. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 17 – 42, abril 2011.

HAETINGER, Claus, et al. Anais da VII Olimpíada Matemática da UNIVATES, 15 de setembro de 2004. Lajeado, RS: UNIVATES, 2004.

\_\_\_\_\_. Anais da X Olimpíada Matemática da UNIVATES, 12 de setembro de 2007. Lajeado, RS: UNIVATES, 2007.

\_\_\_\_\_. Anais da XI Olimpíada Matemática da UNIVATES, 10 de setembro de 2008. Lajeado, RS: UNIVATES, 2008.

\_\_\_\_\_. Anais da XII Olimpíada Matemática da UNIVATES, 30 de setembro de 2009. Lajeado, RS: UNIVATES, 2009.

\_\_\_\_\_. Anais da XIV Olimpíada Matemática da UNIVATES, 15 de setembro de 2011. Lajeado, RS: UNIVATES, 2011.

IMPA/OBMEP. **Banco de Questões 2012**. Rio de Janeiro: IMPA, 2012. 144 p.

SBM, Sociedade Brasileira de Matemática. XXI Olimpíada Brasileira de Matemática, Primeira Fase – Nível 2. **Revista Eureka!**, n. 7, p. 7 – 9, 2000.

Disponível em:

<[http://www.obm.org.br/export/sites/default/revista\\_eureka/docs/eureka7.pdf](http://www.obm.org.br/export/sites/default/revista_eureka/docs/eureka7.pdf)>.

Acesso em: 18 mar. 2012.

SBM, Sociedade Brasileira de Matemática. XXXII Olimpíada Brasileira de Matemática: Problemas e soluções da Primeira Fase. **Revista Eureka!**, n. 34, p. 3 – 14, 2011. Disponível em:

<[http://www.obm.org.br/export/sites/default/revista\\_eureka/docs/eureka34.pdf](http://www.obm.org.br/export/sites/default/revista_eureka/docs/eureka34.pdf)>.

Acesso em: 18 mar. 2012.

Sites consultados

[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/menu\\_do\\_gestor/exemplos\\_questoes/M08\\_Saeb\\_site\\_FP.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/menu_do_gestor/exemplos_questoes/M08_Saeb_site_FP.pdf)

[http://educamat.es.eipcb.pt/0607/images/PDF/Mater\\_2C/sessao\\_03\\_estrategias.pdf](http://educamat.es.eipcb.pt/0607/images/PDF/Mater_2C/sessao_03_estrategias.pdf)

[http://educamat.es.eipcb.pt/docs/sessao4\\_estrategias\\_resolucao.pdf](http://educamat.es.eipcb.pt/docs/sessao4_estrategias_resolucao.pdf)

[http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/8\\_matematica.pdf](http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/8_matematica.pdf)

[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=16640&Itemid=1109](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=16640&Itemid=1109)>

<http://www.alunosonline.com.br/matematica/grandezas-inversamente-proporcionais-.html>

<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAue4AD/matematica-concursos>

<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAw48AB/banco-questoes-matematica>

<http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=220>

<http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=240>

<https://sites.google.com/site/desmatematicos/exames-provas/testes-intermedios---8o-ano/2010-2011---3-periodo>

<https://sites.google.com/site/desmatematicos/exames-provas/testes-intermedios---8o-ano/2010-2011---3-periodo>