



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA PARA ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Adelmar Barros Pereira¹, Angélica Vier Munhoz², Marli Teresinha Quartieri³

¹Mestrando em Ensino de Ciências Exatas – Centro Universitário UNIVATES –
adelmar_barros@yahoo.com.br

²Doutora em Educação – Centro Universitário UNIVATES - angelicavmunhoz@gmail.com

³Doutora em Educação – Centro Universitário UNIVATES - mtquartieri@univates.br

Contextualização

A presente proposta de atividade foi realizada como parte da dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário UNIVATES, com o título *Investigação Matemática: possibilidade para ensino de trigonometria*, realizada numa universidade em Conceição do Araguaia - PA.

O trabalho teve como fundamento teórico a obra de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) no que concerne à tendência metodológica *Investigação Matemática*. Segundo Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2004), a realização de atividades de *Investigação Matemática* em sala de aula representa um contexto desafiador de aprendizagem para professor e aluno. Nesta situação, o aluno torna-se sujeito de conhecimento, podendo sentir prazer de participar da produção/criação de ideias matemáticas, enquanto o professor pode encontrar na *Investigação Matemática* uma maneira significativa de ensinar, compreender, trabalhar e estabelecer relações com a matemática, promovendo o interesse dos alunos pelas aulas.

A estrutura mais frequente de aula de investigação contém três fases. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) e Oliveira, Segurado e Ponte (1996); são elas:

- a) introdução da atividade;
- b) realização da investigação; e



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

c) apresentação e discussão dos resultados.

De acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), a dinâmica da fase de introdução da tarefa pode influenciar decisivamente o êxito do trabalho, principalmente quando desenvolvido com alunos inexperientes na prática investigativa em sala de aula. Portanto, nesta fase, o professor tem um papel importante, pois uma questão por si só não é capaz de induzir o aluno a uma ação investigativa. O docente pode optar por apresentar as tarefas na forma escrita e fornecer esclarecimentos e incentivo aos alunos (OLIVEIRA; SEGURADO; PONTE, 1996). Outra opção é a leitura do enunciado com a turma, seguida por alguns comentários que o professor considere oportuno para o melhor entendimento dos alunos em relação ao que está sendo proposto (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999).

A segunda fase – realização da investigação – pode ser desenvolvida individualmente, em pequenos grupos ou com a turma toda (PONTE; BROCARDI; OLIVEIRA, 2013). Nesta fase, o professor deve dar atenção ao trabalho de cada aluno, proporcionando momentos para ajudá-lo a superar bloqueios ou enriquecer sua investigação. A reflexão do aluno sobre seu próprio trabalho é relevante numa investigação, por isso o professor deve estimulá-la direta ou indiretamente (OLIVEIRA; SEGURADO; PONTE, 1996).

Na fase de desenvolvimento da tarefa, a pretensão é que os alunos passem a ter uma atitude investigativa. Segundo Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), durante essa fase, o professor deve ter uma atitude questionadora diante das indagações dos alunos. Muitas vezes, os alunos questionam o professor com a intenção de validar seus processos ou ideias. Enquanto resposta, o professor deve incentivá-los ao espírito crítico, à reflexão e à procura de argumentos e razões que confirmem ou refutem suas conjecturas.

Na terceira fase – apresentação e discussão dos resultados –, são confrontadas as estratégias, as hipóteses e as justificações construídas pelos diferentes alunos ou grupos. Neste momento, o professor assume a função de moderador, procurando atrair a atenção da turma para aspectos relevantes do trabalho realizado e incentivar os alunos a questionarem as assertivas dos seus colegas. Este momento propicia o alcance de dois objetivos da atividade investigativa, que são: desenvolver a capacidade de se comunicar matematicamente e o poder de argumentação dos alunos (OLIVEIRA; SEGURADO; PONTE, 1996).



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

Objetivo

O objetivo desta proposta é compartilhar com outros professores, atividades de cunho investigativo fundamentadas na teoria da Investigação Matemática enquanto metodologia de ensino de alguns conceitos trigonométricos.

Detalhamento das atividades

A intervenção pedagógica foi desenvolvida com 14 alunos do segundo ano de Licenciatura em Matemática através da exploração de doze atividades investigativas distribuídas em sete encontros, com duração de três horas-aula de 50 minutos cada, totalizando duas horas e 30 minutos por encontro.

As tarefas de investigação foram realizadas em cada encontro por grupos de três alunos. Em cada encontro, os grupos socializaram suas conjecturas¹ escritas com a turma. Para Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2004), a opção de realizar a atividade investigativa em grupos parte do pressuposto de que o trabalho colaborativo, além de ser formativo aos discentes – no aspecto de aprenderem a trabalhar no coletivo –, oportuniza a discussão e a construção conjunta do conhecimento matemático. Por fim, os alunos escreveram suas hipóteses, para posteriormente socializarem suas descobertas com os demais colegas.

As atividades foram elaboradas tendo como pressupostos os objetivos da pesquisa. Além de observarem os fundamentos teóricos da Investigação Matemática enquanto metodologia pedagógica, as atividades partiram dos casos de semelhança de triângulos para investigação das relações trigonométricas nos triângulos retângulos e, por conseguinte, na exploração das relações no círculo trigonométrico. Neste contexto, foi essencial o uso de régua, compasso e transferidor nas construções investigadas.

Segundo a orientação do Ministério da Educação e Cultura – MEC, o trabalho com a trigonometria, além de ser iniciado com estudo das razões seno, cosseno e tangente nos ângulos com medidas entre 0° e 90° , deve dar sentido as definições de seno e cosseno a partir das propriedades de semelhança de triângulos (BRASIL, 2006). Com base nesses parâmetros,

¹ Adoto na pesquisa a definição de conjectura dada por Ponte et al. (2000, p. 5) “uma conjectura matemática é uma afirmação que responde a uma determinada pergunta e que se considera ser verdadeira, [...]”.



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

apresento a seguir os objetivos de cada encontro e o número de questões que foram desenvolvidas.

Encontro 1 – composto por uma questão cujo objetivo era explorar a semelhança entre triângulos nos casos em que os critérios são os lados - (Lado-Lado-Lado), procurando evidenciar que triângulos que possuem os seus lados homólogos proporcionais são semelhantes, conforme definição de Dolce e Pompeo (1993).

Encontro 2 – com três questões cujo objetivo era aprofundar a exploração em que os critérios de semelhança entre triângulos são os lados - (Lado-Lado-Lado), e explorar os casos de semelhança em que o critério é a congruência de dois ângulos – (Ângulo-Ângulo), procurando evidenciar que triângulos que possuem dois ângulos ordenadamente congruentes são semelhantes, conforme definição de Dolce e Pompeo (1993).

Encontro 3 – composto por duas questões com o intuito de identificar a semelhança entre triângulos no caso em que o critério é dois lados e o ângulo por eles formados – (Lado-Ângulo-Lado). Assim, evidenciar que, em triângulos que possuem dois lados proporcionais aos lados homólogos de outro triângulo, se o ângulo entre estes lados for congruente ao correspondente do outro triângulo, então esses triângulos são semelhantes.

Encontro 4 - exploração de uma questão cujo objetivo foi encontrar as razões trigonométricas no triângulo retângulo, evidenciando as razões entre os lados do triângulo utilizando ângulos de 30° e de 60° .

Encontro 5 – composto por uma questão para explorar as razões trigonométricas no triângulo retângulo, evidenciando os valores de seno, cosseno e tangente do ângulo de 45° .

Encontro 6 – duas questões cuja pretensão foi explorar as definições de seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo e no primeiro quadrante do círculo trigonométrico.

Encontro 7 – exploração de duas questões com os seguintes objetivos: na primeira questão, estender as definições de seno, de cosseno e de tangente ao círculo trigonométrico, evidenciando o sinal das razões trigonométricas nos quadrantes. Na segunda questão, pôr em evidência o conjunto de conceitos explorados durante o desenvolvimento das atividades de investigação no decorrer dos encontros.



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

Para investigar as conjecturas do grupo de alunos participantes da pesquisa, adotei como procedimento de coleta de dados a observação do desenvolvimento das atividades, filmagens e diário de campo tanto do pesquisador quanto dos próprios discentes.

As discussões finais em cada encontro foram filmadas, somando duas horas de vídeo, e as gravações foram transcritas, com o objetivo de analisar os aspectos manifestados oralmente pelos alunos em torno das tarefas de investigação exploradas. Além disso, foi efetivado o registro em diário de campo do pesquisador, no qual expressei impressões e observações de cada encontro, em particular sobre a atitude dos alunos no que diz respeito à participação e à desenvoltura nas atividades propostas.

A seguir são descritas as atividades realizadas em cada encontro da intervenção pedagógica.

Primeiro encontro

1 – Com as dimensões dadas em cada item abaixo, desenhe triângulos.

(I) 6,9 cm, 7,7 cm e 8,4 cm;

(II) 8,8 cm, 10,8 cm e 9,9 cm;

(III) 5,5 cm, 6,0 cm e 4,9 cm.

1.1 - Analisando as relações existentes entre os triângulos formados na Questão 1, o que se pode afirmar sobre:

a) a razão entre seus lados?

b) a razão entre seus perímetros?

c) a medida de seus ângulos?

Segundo encontro

2 - Investigue quais devem ser as medidas que faltam nos itens (IV) e (V) para que se possa formar triângulos semelhantes ao triângulo com lados: 5,0 cm, 7,3 cm e 3,9 cm. Desenhe os triângulos.

(IV) 8,5 cm, 6,6 cm e ____ cm;

(V) 6,5 cm, 5,1 cm e ____ cm.



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

2.1- Investigue quais devem ser as medidas em (VI) para que se possa formar um triângulo semelhante aos triângulos da Questão 2. Desenhe o triângulo.

(VI) ___ cm, ___ cm e ___ cm.

2.2 – Descreva a estratégia utilizada na definição das medidas do triângulo em (VI).

2.3 – De acordo com a estratégia de definição das medidas do triângulo em (VI), o que garante as semelhanças deste com os triângulos da Questão 2? Justifique sua resposta.

3 - Investigue quais as medidas que faltam para se formar um triângulo que tenha como medida de dois de seus ângulos 50° e 60° formados com o lado de medida 6,3 cm. Desenhe o triângulo.

3.1 – Investigue quais devem ser as medidas que faltam em cada item (VII) e (VIII) para que se possa construir triângulos semelhantes ao triângulo da Questão 3. Desenhe os triângulos.

(VII) 4,2 cm, 3,8 cm e ___ cm;

(VIII) 8,4 cm, ___ cm e ___ cm.

3.2 – Descreva a estratégia utilizada na definição das medidas dos triângulos nos itens (VII) e (VIII).

3.3 – De acordo com a estratégia de definição das medidas dos triângulos nos itens (VII) e (VIII), o que garante a semelhança destes com o triângulo da Questão 3? Justifique sua resposta.

4 – Desenhe 02 (dois) triângulos de tamanhos diferentes nos quais dois de seus ângulos internos meçam 30° e 45° .

4.1 - Analisando as relações existentes entre os triângulos formados na Questão 2 e também os triângulos na Questão 4, o que se pode afirmar sobre:

a) a razão entre seus lados?

b) a razão entre seus perímetros?

c) a medida de seus ângulos?



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

Terceiro encontro

5 - Com dados fornecidos em cada item de (IX) a (XI), encontre a medida que falta para construção de triângulo, sabendo que as dimensões dadas são lados adjacentes que formam um ângulo de 45° em cada triângulo.

(IX) 7,5 cm, 9,1 cm e ____ cm;

(X) 8,3 cm, 10 cm e ____ cm;

(XI) 7,3 cm, 6,0 cm e ____ cm.

5.1 – Investigue quais são os demais ângulos internos dos triângulos construído nos itens (IX) a (XI).

5.2 – Analisando as relações existentes entre os triângulos formados na Questão 5, o que se pode afirmar sobre:

- a) a razão entre seus lados?
- b) a razão entre seus perímetros?
- c) a medida de seus ângulos?

6 – Investigue qual deve ser a medida que falta para construir um triângulo que tenha um ângulo de 70° formado pelos lados adjacentes de medidas 6,4 cm e 2,2 cm. Desenhe o triângulo.

6.1 – Investigue quais são os demais ângulos internos do triângulo construído na Questão 6.

6.2 - Qual pode ser a classificação do triângulo construído na Questão 6? Justifique sua resposta.

6.3 – Investigue quais devem ser as medidas que faltam nos itens (XII) e (XIII) para que se possa construir triângulos semelhantes ao triângulo da Questão 6. Desenhe os triângulos.

(XII) 9,6 cm, 3,3 cm e ____ cm;

(XIII) 2,8 cm, ____ cm e ____ cm.

6.4 – Descreva a estratégia utilizada para formar os triângulos dos itens (XII) e (XIII) semelhantes ao triângulo da Questão 6.

6.5 – De acordo com a estratégia utilizada na formação dos triângulos nos itens (XII) e (XIII), o que garante as semelhanças destes com o triângulo da Questão 6? Justifique sua resposta.



UNIVATES

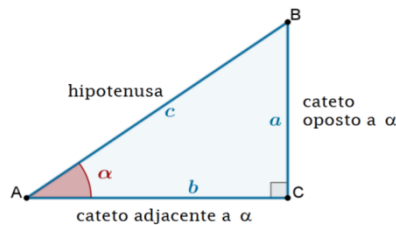
CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

Quarto encontro

7 – Os lados de um triângulo retângulo são nomeados conforme Figura 1.

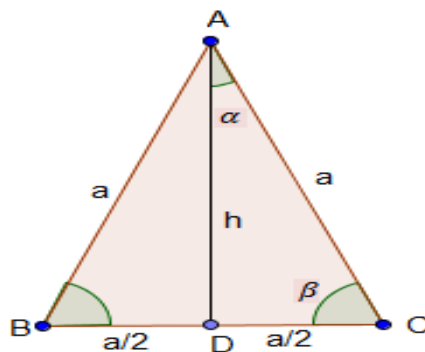
Figura 1 – Triângulo Retângulo



Fonte: <<http://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php/Ficheiro:RelacTrig1.png>>

7.1 – Dado o triângulo ABC, equilátero, Figura 2.

Figura 2 – Triângulo equilátero



Fonte: Do autor

Investigue:

- quais as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC, em A, B e C?
- se AD é a altura do triângulo ABC, o que se pode afirmar sobre as medidas dos ângulos internos em A, D e C?
- como pode ser classificado o triângulo ADC? Justifique sua resposta.

7.2 – Com a medida em graus do ângulo α do triângulo $D\hat{A}C$, investigue as relações entre os lados do triângulo $D\hat{A}C$. Variar o tamanho do lado do triângulo $D\hat{A}C$ de acordo com as medidas dadas no Quadro 1.



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADOQuadro 1 – Relações no triângulo $D\hat{A}C$

Medidas						$\frac{\text{Cateto Oposto a } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto Adjacente a } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto Oposto a } \alpha}{\text{Cateto Adjacente a } \alpha}$
Lado (a) (em cm)	Altura (h)	α (em graus)	AC	AD	DC			
5								
6								
7								
n								

7.3 – Com a medida em graus do ângulo β do triângulo $A\hat{C}D$, investigue as relações entre os lados do triângulo $A\hat{C}D$. Variar o tamanho do lado do triângulo $A\hat{C}D$ de acordo com as medidas dadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Relações no triângulo $A\hat{C}D$

Medidas						$\frac{\text{Cateto Oposto a } \beta}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto Adjacente a } \beta}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto Oposto a } \beta}{\text{Cateto Adjacente a } \beta}$
Lado (a) (em cm)	Altura (h)	β (em graus)	AC	AD	DC			
5								
6								
7								
n								

7.4 – Com os dados obtidos no Quadros 1 e 2, investigue:

- o que é determinante nos valores das razões entre os lados do triângulo?
- quais as conjecturas que podem ser extraídas das relações apresentadas nos Quadros 1 e 2?
- o que há de semelhança entre os Quadros 1 e 2?

7.5 – Investigue, a partir dos dados obtidos nos Quadros 1 e 2, o que pode acontecer se variar a medida “ a ” do lado do triângulo ABC ?

- Como ficam as relações entre os novos triângulos e os anteriores?
- O que ocorre com a medida dos ângulos α e β ?
- O que ocorre com a medida dos novos perímetros em relação aos anteriores?
- Quais as relações entre os novos lados de cada triângulo novo e os lados anteriores?

7.6 – Com base nos dados dos quadros 1 e 2, o que pode afirmar sobre a semelhança entre os triângulos formados com a variação do lado “ a ”. Justifique sua resposta.

Quinto encontro

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – UNIVATES

Rua Avelino Tallini, 171, Universitário – 95900-000 Lajeado, RS Brasil – Fone/Fax: 51. 3714-7000

e-mail: ppgece@univates.br home-page: www.univates.br/ppgece



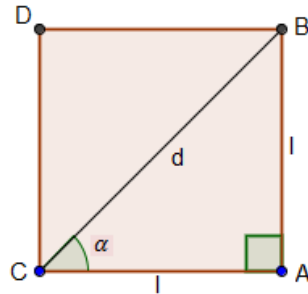
UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

8 – Investigue o quadrado ABCD, Figura 3, com lado de medida l e diagonal d .

Figura 3 - Quadrado



Fonte: Do autor.

8.1 – O que se pode afirmar sobre os triângulos formados com a diagonal d ? Justifique sua resposta.

8.2 – Qual a medida do ângulo α do triângulo ABC?

8.3 – Os triângulos formados no quadrado ABCD são semelhantes? Justifique sua resposta.

8.4 – O que acontece se variar a medida l do lado do triângulo ABC? Investigue preenchendo o Quadro 3.

Quadro 3 – Relações no triângulo ABC

Lado (l) (em cm)	Medidas					$\frac{\text{Cateto Oposto a } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto Adjacente a } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto Oposto a } \alpha}{\text{Cateto Adjacente a } \alpha}$
	Diagona l (d)	α (em graus)	AC	AB	BC			
5								
6								
7								
n								

8.5 - Com os dados obtidos no Quadro 3, investigue:

- como ficam as relações entre os triângulos novos e os anteriores?
- o que ocorre com a relação entre as novas diagonais e as anteriores?
- o que ocorre com a medida do ângulo α ?
- o que ocorre com o perímetro do quadrado e dos triângulos novos em relação ao anterior?
- o que é determinante nos valores das razões entre os lados do triângulo ABC?
- quais conjecturas podem ser extraídas das relações entre os catetos e os catetos com a hipotenusa?



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

8.6 Com base nos dados do Quadro 3, o que pode afirmar sobre a semelhança entre os triângulos formados com a variação do lado l. Justifique sua resposta.

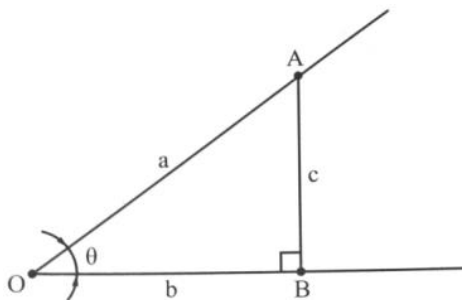
Sexto encontro

Como se pode perceber, as razões obtidas nos triângulos retângulos são constantes para um mesmo ângulo agudo. A essas constantes são dados os nomes de:

Seno	Cosseno	Tangente
$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$	$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$	$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha}$

9 - Dado o triângulo AOB, Figura 4,

Figura 4 – Triângulo retângulo



Fonte: Carmo, Morgado e Wagner (2005)

Investigue qual o valor do ângulo θ , nos casos em que:

- a) $\text{sen } \theta = 0,4$
- b) $\text{cos } \theta = 0,25$
- c) $\text{tg } \theta = 0,8$
- d) $\text{sen } \theta = 1,4$
- e) $\text{cos } \theta = 1,2$

9.1 - Que estratégia foi utilizada para encontrar o valor do ângulo θ ?

10 – Construa um círculo com centro na origem do plano cartesiano.



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

10.1 – No círculo da Questão 10, utilize transferidor para traçar triângulos retângulos com ângulos agudos nos vértices localizados respectivamente no centro do círculo e sobre a circunferência, com valores constantes no Quadro 4.

Quadro 4 – Seno, cosseno e tangente do primeiro quadrante do círculo trigonométrico.

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
<i>sen</i>								
<i>cos</i>								
<i>tg</i>								

10.2 - Considere o círculo da Questão 10, investigue quando o ângulo é próximo de 0°:

- Qual o valor aproximado do cateto oposto?
- Qual o valor aproximado do cateto adjacente?
- Qual o valor da hipotenusa?
- O que pode afirmar sobre os valores do seno, do cosseno e da tangente, quando o ângulo é de 0°?

10.3 - Considere o círculo da Questão 10, investigue quando o ângulo é próximo de 90°:

- Qual o valor aproximado do cateto oposto?
- Qual o valor aproximado do cateto adjacente?
- Qual o valor da hipotenusa?
- O que pode afirmar sobre os valores do seno, do cosseno e da tangente, quando o ângulo é de 90°?

10.4 – O que pode afirmar sobre os resultados do Quadro 4, se for alterado a medida do raio do círculo? Justifique sua resposta.

10.5 – A partir da observação do Quadro 4, o que pode ser afirmado sobre a relação entre o seno e o cosseno? Justifique sua resposta.

10.6 - Investigue se $\text{sen } 30^\circ$ é o mesmo que $\text{sen } 10^\circ + \text{sen } 20^\circ$. Justifique sua resposta.

10.7 - Investigue se $\text{cos } 20^\circ$ é o mesmo que $\text{cos } 60^\circ - \text{cos } 40^\circ$. Justifique sua resposta.



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

Sétimo encontro

11 – Investigue os valores do seno, cosseno e tangente no círculo trigonométrico e preencha o Quadro 5.

Quadro 5 – Principais funções trigonométricas

Ângulo α (em Graus/Radiano)	sen α	cos α	tg α
0°			
30° ou $\frac{\pi}{6}$			
45° ou $\frac{\pi}{4}$			
60° ou $\frac{\pi}{3}$			
90° ou $\frac{\pi}{2}$			
120° ou $\frac{2\pi}{3}$			
135° ou $\frac{3\pi}{4}$			
150° ou $\frac{5\pi}{6}$			
180° ou π			
210° ou $\frac{7\pi}{6}$			
225° ou $\frac{5\pi}{4}$			
240° ou $\frac{4\pi}{3}$			
270° ou $\frac{3\pi}{2}$			
300° ou $\frac{5\pi}{3}$			
315° ou $\frac{7\pi}{4}$			
330° ou $\frac{11\pi}{6}$			
360° ou 2π			

11.1 – Com os dados obtidos no Quadro 5, investigue:

a) o que é essencial para determinar os valores de seno, cosseno e tangente no círculo trigonométrico?

b) o que ocorre ao passo que as medidas dos ângulos vão aumentando?

11.2 – No círculo trigonométrico, investigue os sinais das razões trigonométricas e complete o Quadro 6.



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

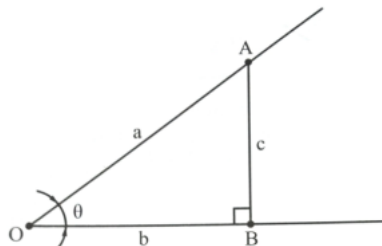
Quadro 6 – Sinais das razões trigonométricas

QUADRANTE	sen α	cos α	tg α
1° Quadrante			
2° Quadrante			
3° Quadrante			
4° Quadrante			

11.3 – Com os dados do Quadro 6, investigue quais as relações dos sinais de seno, cosseno e tangente com o quadrante do ângulo?

12 - Dado o triângulo AOC, Figura 5.

Figura 5 – Triângulo retângulo



Fonte: Carmo, Morgado e Wagner (2005)

Investigue como podem ser expressas as seguintes relações:

- a) a medida da hipotenusa e as medidas dos catetos;
- b) a medida do cateto oposto em função do ângulo θ . Justifique.
- c) a medida do cateto adjacente em função do ângulo θ . Justifique.
- d) a medida da hipotenusa e as medidas dos catetos em função do ângulo θ . Justifique.

12.1 - Investigue a relação existente entre o $\text{sen } \theta$, o $\text{cos } \theta$ e a $\text{tg } \theta$. Justifique sua resposta.

12.2 – Com base nos dados obtidos durante as atividades de investigação, o que se pode afirmar:

- a) o que é necessário para que 2 (dois) triângulos quaisquer sejam semelhantes?
- b) os triângulos retângulos são todos semelhantes entre si? Justifique sua resposta.
- c) dada uma razão entre dois lados de um triângulo qualquer, é possível determinar a medida de um de seus ângulos? Justifique sua resposta.



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

Resultados obtidos

A execução da pesquisa pressupunha a elaboração de atividades investigativas que promovessem a significação de alguns conceitos trigonométricos a alunos da Licenciatura em Matemática. Nesse sentido, posso inferir que as atividades elaboradas se mostraram adequadas quanto ao aspecto de provocação dos alunos para iniciar o uso da investigação, além de envolvê-los ativamente em sua execução.

A proposta de intervenção pedagógica também contribuiu com os alunos na superação de suas dificuldades em outros conteúdos matemáticos. Entre essas dificuldades, estão as relativas a conteúdos de geometria e de álgebra presentes nas atividades investigativas. Como comentam Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), a Investigação Matemática, além de possibilitar a compreensão global das tarefas, ajuda no entendimento de conteúdos matemáticos que estejam em voga na situação explorada.

Apesar de os alunos terem utilizado operações aritméticas para expressar, na maioria das vezes, suas respostas, houve de modo incipiente a elaboração de conjecturas e uso da escrita discursiva. As conjecturas apresentadas durante a pesquisa apontam os limites dos estudantes em termos de conhecimento matemático, embora demonstrem também a capacidade desenvolvida pelos alunos de inferir resultados e justificá-los, mesmo de modo, às vezes, equivocado e particularizado dentro de uma situação dada.

De modo geral, a Investigação Matemática, por meio das atividades elaboradas, possibilitou observar o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos e permitiu refletir e construir uma nova perspectiva na relação com os conteúdos de matemática.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 20 ago. 2015.

CARMO, Manfredo P.; MORGADO, Augusto C.; WAGNER, Eduardo. **Trigonometria Números Complexos**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.



UNIVATES

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS –
MESTRADO

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José N. **Fundamentos de matemática elementar**: geometria plana. – 7. ed. – São Paulo: Atual, 1993. v. 9.

FIORENTINI, Dário, FERNANDES, Fernando L. P., CRISTOVÃO, Eliane M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2004. Disponível em: <www.educ.fc.ul.pt/docentes/...LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc>. Acesso em: 06 fev. 2015.

FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina; PONTE, J. P. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. **Actas do ProfMat99**. Lisboa: APM, 1999. Disponível em: <www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm>. Acesso em: 16 dez. 2014.

OLIVEIRA, Hélia M.; SEGURADO, Maria I., PONTE, João P. **Explorar, Investigar e Discutir na Aula de Matemática**. 1996. Disponível em: <<http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto9.PDF>>. Acesso em: 07 Fev. 2015.

PONTE, João P.; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3 ed. ver. ampl., Belo Horizonte: Autêntica, 2013.