CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Uso do *software Graphmatica* no ensino de funções

Antônio Aparecido Alves de Souza[1], Ieda Maria Giongo[2]

[1]Mestre – Faculdade Independente do Nordeste – FAINOR – prof1aparecido@gmail.com
[2]Doutora – Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas – igiongo@univartes.br

Contextualização

Esse texto é a produção técnica da prática pedagógica efetivada por um dos autores, durante a realização do Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. Em meio a todo o conteúdo exigido da turma do I Semestre de Engenharia Elétrica, o conteúdo escolhido, "Funções", foi o ponto em que os alunos demonstraram maiores dificuldades de aprendizagem.

A investigação teve início no primeiro semestre do ano letivo e foi dividido em três unidades. Na primeira, a investigação ocorreu por meio de um diagnóstico realizado com a aplicação de uma prova, cujo conteúdo envolveu "funções". A razão desse procedimento foi verificar as dificuldades dos alunos em relação ao conteúdo e, posteriormente, estabelecer uma comparação com o desempenho dos alunos após a aplicação do *Software Graphmática.* Na segunda, foram desenvolvidas oito atividades, consideradas como avaliação parcial da segunda unidade.

Os dados que emergiram da prática pedagógica foram analisados detalhadamente, pois, todas as aulas foram gravadas em vídeo a fim de permitir a sua análise e imbricá-los com os referenciais teóricos escolhidos para sustentar a investigação/intervenção.

Sinteticamente, o material de pesquisa foi composto de:

a) Gravações em vídeo das aulas ministradas.

b) Material escrito e produzido pelos alunos.

c) Questionários respondidos pelos discentes.

A concretização das atividades ocorreu no segundo semestre de 2014, em uma turma composta de 34 alunos, na disciplina de Cálculo I, no curso de Engenharia Elétrica na Faculdade Independente do Nordeste (FAINOR) em Vitória da Conquista na Bahia. Com seis encontros constituídos de oito atividades (as atividades 1 e 2 envolveram função do 1°grau; as 3 e 4, função do 2°grau; as 5 e 6, função logarítmica, as 7 e 8, função exponencial) utilizando o *software Graphmatica*, consideradas como avaliação parcial da segunda unidade. Com a duração de 2 horas/aulas, nos meses de setembro e outubro. No ultimo encontro, foi aplicado o questionário por meio do qual eles tiveram condições de expor, de maneira subjetiva, a sua percepção quanto aos benefícios ou pontos negativos do referido *software.*

Objetivos

Geral

Problematizar, alicerçado em referenciais teóricos do ensino da Matemática, as possibilidades e limitações da inserção do *software Graphmatica* no ensino de funções em uma turma de Cálculo I da FAINOR.

Específico

Identificar as percepções dos discentes quanto à utilização da ferramenta (*software Graphmatica)* na resolução de atividades vinculadas ao conteúdo funções.

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Detalhamento

1º Encontro

Foram feitas as explicações iniciais e dedicado apenas ao manuseio do *software Graphmatica* a partir de funções vistas na I unidade (função do 1° grau; do 2° grau; exponencial e logarítmica). Para a resolução desses exercícios, foi necessário o atendimento dos seguintes pontos:

- Foram desenvolvidos em grupos de quatro pessoas (solicitou-se que entregassem a lista com a sua formação).
- Houve a necessidade de cada grupo dispor de dois computadores. Cada máquina estava como *software Graphmatica* instalado (informou o endereço eletrônico para que tivessem acesso à ferramenta).
- Finalizando este encontro os alunos assinaram o documento Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

2º Encontro

Foi apresentado aos alunos o *software Graphmática*, utilizando um *datashow* para que acompanhassem, em suas máquinas, o passo a passo. Em seguida, foi revisado as funções do 1º e 2º graus, exponencial e logarítmica, estudadas na I unidade, com análise do gráfico produzido no *software Graphmática*.

3º Encontro

Foram realizadas as atividades 1 e 2.

Atividade 1

Conteúdo: Função do 1° grau

Ações pertinentes à atividade

Iniciou-se a atividade observando o comportamento dos grupos e verificando eventuais dúvidas, esclarecendo que o tempo para a resolução da atividade seria de cinquenta minutos. Feitos os esclarecimentos, os alunos interpretaram o enunciado do problema, coletando dados e escrevendo o modelo matemático em forma de equação. Executou intervenção e mediação das equipes. Eles representaram, graficamente, a solução do problema no *software* por meio do qual deveriam obter as variáveis. Por fim, compararam a solução algébrica com a geométrica.

Atividade 1

Biólogos descobriram que o número de sons emitidos por minuto por certa espécie de grilos está relacionado com a temperatura. A relação é quase linear. A 20 ºC, os grilos emitem cerca de 124 sons por minuto. A 28 ºC, emitem 172 sons por minuto. Encontre a equação que relaciona a temperatura em Celsius **C** e o número de sons **n**.

Fonte: DANTE, L.R. **Matemática**. São Paulo: Ática, p. 111, 2008.

Resposta:

Observe que o número de sons depende da temperatura. A variável x representa a temperatura enquanto que a função f(x), o número de sons emitidos pelos grilos. Como não é possível número de sons menores que zero, então o domínio Є R+.

Montando um sistema de equações com estes valores:

$$\begin{cases} 124 = 20a + b \quad (I) \\ 172 = 28a + b \quad (II) \end{cases}$$

Fazendo (II) – (I), tem-se

172 – 124 = 28a + b – (20a + b)

48 = 28a – 20a + b – b

48 = 8.a

a = $\frac{48}{8}$

a = 6

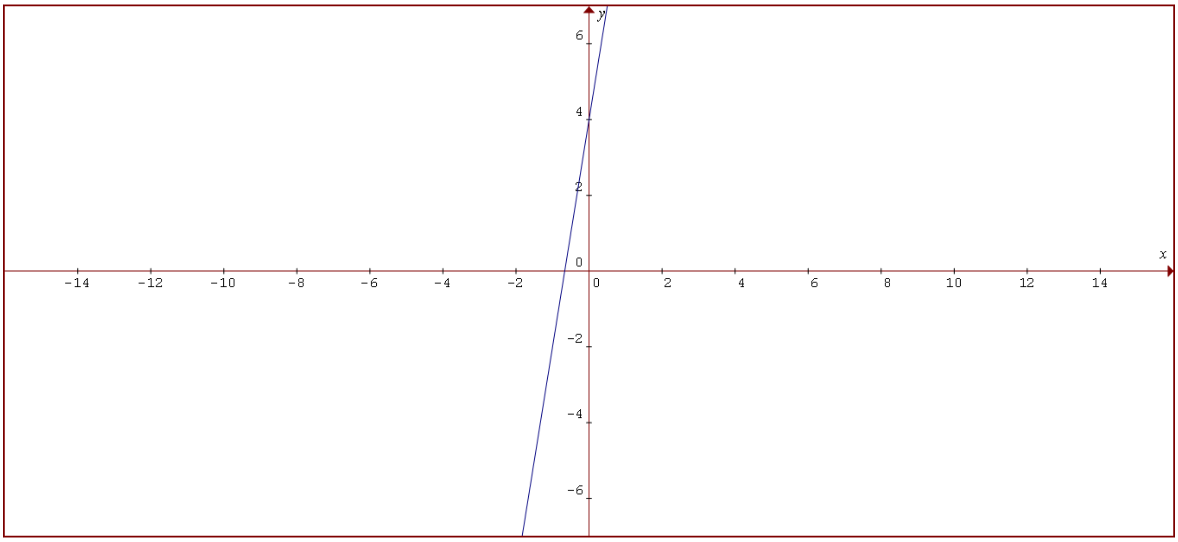
Substituindo o valor de **a** em (I) ou (II), encontra-se **b**

124 = 20 x 6 + *b* ∴124 - 120 = *b* ∴*b* =4

Substituindo os valores de **a** e **b** em f(x) = a.x + b, encontra-se

f(x) = 6x + 4 ou C = 6n + 4 (Figura 1)

Figura 1 - Gráfico da função (atividade 1)



Fonte: Do pesquisador

Análise do gráfico

Espera-se que os alunos, ao analisarem o gráfico da função $f(x) = 6x + 4$, cheguem às seguintes conclusões:

- a = 6 (a > 0) a função é crescente pois o coeficiente angular é positivo.
- b = 4 (b > 0) a reta passa acima da origem no ponto de ordenada y = 4
- O zero da função é obtido fazendo y = 0

Logo, $6x + 4 = 0$ e $x = -\frac{2}{3}$ é o zero ou raiz da função.

- Se $x > -\frac{2}{3}$, a função é positiva.
- Se $x < -\frac{2}{3}$, a função é negativa.

Ao final desta atividade foi solicitado aos alunos que, em grupo, avaliassem os gráficos de modo a coletar de cada equipe o maior número possível de informações sobre as imagens. Tal ação lhes possibilitou uma troca de experiências e esse conjunto de informações partilhadas serviu de base para que eles pudessem utilizar o conhecimento adquirido em outras disciplinas, como Física, Química, Matemática. Tais conclusões serão obtidas a partir dos seguintes questionamentos:

1) Que tipo de gráfico é representado pela função afim ou do 1º grau?

2) Esta função é crescente ou decrescente?

3) Por que essa reta passa acima da origem no ponto de ordenada y = 4?

4) Quais os pontos de interseção da reta com os eixos coordenados?

5) Qual o zero ou raiz dessa função?

6) Para que valores de x essa função é positiva ou negativa? Justifique.

7) Em que quadrante está situado o ângulo de inclinação da reta?

Atividade 2

Conteúdo: Função do 1° grau

Ações pertinentes à atividade

Após realizar a leitura, as equipes interpretaram a tabela indicada no problema no período de cinquenta minutos. Em seguida, determinaram o modelo matemático que representava os dados numéricos na tabela. As equipes solucionaram os problemas e assinalaram a resposta certa. Em seguida, expuseram a solução gráfica com auxílio do *software Graphmatica*. Por fim, compararam a solução algébrica com a geométrica.

Atividade 2

A tabela abaixo mostra a temperatura das águas do Oceano Atlântico (ao nível do equador) em função da profundidade.

Profundidade (m)	Temperatura (ºC)
Superfície	27
100	21
500	7
1000	4
3000	2,8

Admitindo que a variação da temperatura seja aproximadamente linear entre cada duas medições feitas para a profundidade, a temperatura prevista para a profundidade de 400 m é:

a) 16 ºC b) 14 ºC c) 12,5 ºC d) 10,5 ºC e) 8ºC

Fonte: DANTE, L.R. **Matemática**. São Paulo: Ática, p. 111, 2008.

Resposta:

A primeira observação a respeito do exemplo acima é saber quais valores da tabela deve-se utilizar para a sua resolução. Como determinar a temperatura para uma profundidade de 400 m, e o valor está entre 100 m e 500 m, então montou-se um sistema com esses valores.

Utilizando as linhas 2 e 3 da tabela acima, tem-se:

$$\begin{cases} 21 = 100a + b \text{ (I)} \\ 7 = 500a + b \text{ (II)} \end{cases}$$

Fazendo (II) – (I), tem-se

7 – 21 = 500a + b – (100a + b). Substituindo o valor de **a** em (I) ou (II), encontra-se **b**

– 14 = 500a – 100a + b – b

– 14 = 400a

a = $-\frac{14}{400}$

a = $-\frac{7}{200}$

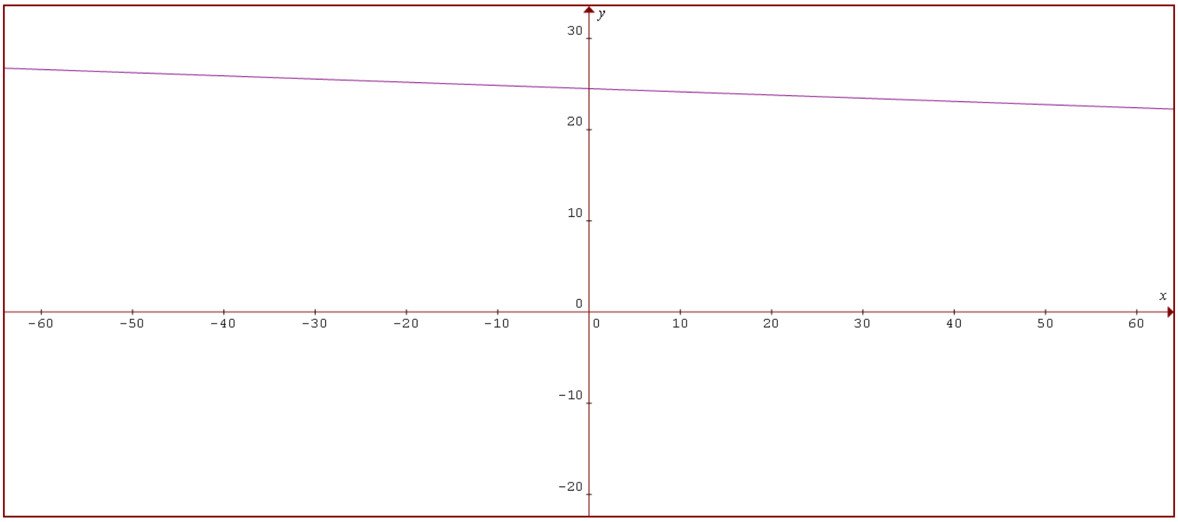
Substituindo os valores de a e b em f(x) = a.x + b, encontra-se $f(x) = -\frac{7x}{200} + 24{,}5$, que é a função que exprime a variação de temperatura para profundidades entre 100 m e 500 m.

Aplicando a função para uma profundidade de 400 m, tem-se

f(400) = -7.2 +24,5 *f* (400) = -14 +24,5

f(400) = 10,5 ºC Resposta: Letra D (Figura 2)

Figura 2 - Gráfico da função (atividade 2)



Fonte: Do pesquisador

Análise do gráfico

A partir da análise desse gráfico, obtido por meio da função $f(x) = \frac{-7x}{200} + 24{,}5$, espera-se que o aluno consiga visualizar os seguintes aspectos:

- a = $\frac{-7}{200}$ (a < 0) a função é decrescente, pois o coeficiente angular é negativo.
- b = 24,5 (b > 0) a reta passa acima da origem no ponto de ordenada y = 24,5
- O zero da função é obtido fazendo y = 0
- Logo, $\frac{-7x}{200} + 24{,}5 = 0$ (mmc = 200)
- -7x + 4900 = 0 => (x = 700) é o zero ou a raiz da função.
- Se x > 700, a função é negativa.

- Se $x < 700$, a função é positiva.

Finalizando esta atividade foi solicitado aos alunos que, em grupo, avaliassem os gráficos de modo a coletar de questionamentos:

1) O que caracteriza uma função decrescente?

2) Por que a reta passa acima da origem no ponto de ordenada $y = 24,5$?

3) Quais os pontos de interseção com os eixos coordenados?

4) Qual o zero ou a raiz dessa função?

5) Para que valores de x essa função é positiva ou negativa? Justifique.

6) Em que quadrante está situado o ângulo de inclinação dessa reta?

7) Se a reta fosse paralela ao eixo das abscissas, qual seria o sinal de “a”? Justifique.

8) Se a reta fosse paralela ao eixo das ordenadas, qual seria o sinal de “a”? Justifique.

4º Encontro

Atividade 3

Conteúdo: Função do 2° grau

Ações pertinentes à atividade

Novamente, os alunos foram informados que a atividade deveria ser resolvida em cinquenta minutos. Após a leitura e análise da atividade, as equipes interpretaram o problema. Em seguida, determinaram as variáveis para equacioná-lo, escreveram o modelo matemático que o representava, momento em que, solicitou-se que a sua solução fosse exposta no quadro. Dando continuidade às atividades, apresentaram a solução gráfica com auxílio do *software Graphmatica* e, finalmente, compararam a solução algébrica com a geométrica.

Atividade 3

O instituto de Meteorologia de uma cidade no Sul do país registrou a temperatura local nas doze primeiras horas de um dia de inverno. Uma lei que pode representar a temperatura (y) em função da hora (x) é:

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{7}{2}x + k$$

Com $0 \leq x \leq 12$ e k uma constante real.

a) Determine o valor de k, sabendo que às 3 horas da manhã a temperatura indicou 0 °C.

b) Qual foi a temperatura mínima registrada?

Fonte: IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo Degenszajn; PÉRIGO, Roberto. **Matemática**. 4. ed. São Paulo: Atual, 2007. p. 60.

Resposta:

Pelos dados fornecidos pelo enunciado do problema, tem-se que:

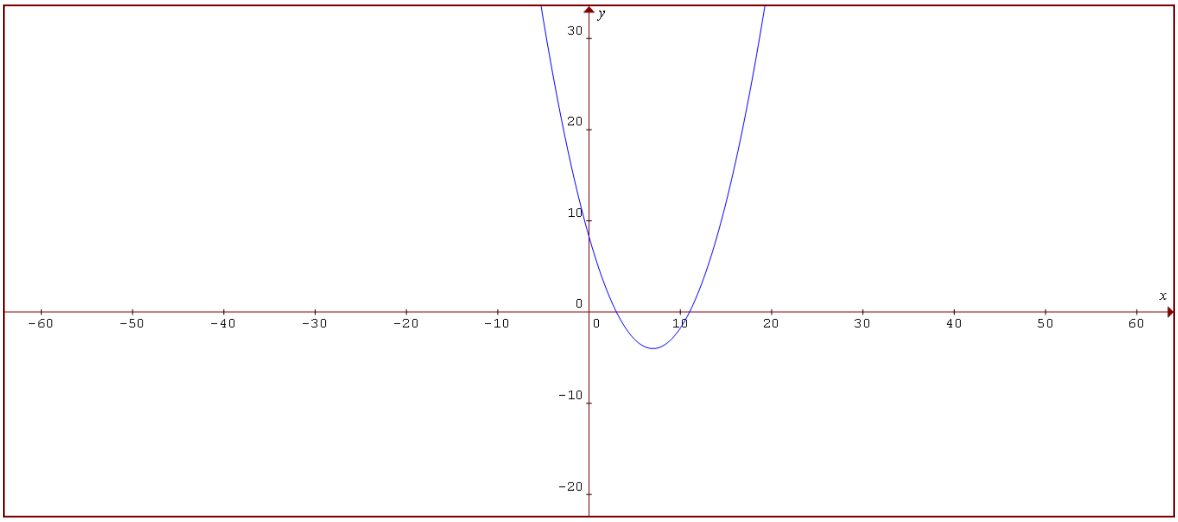
a) x = 3, y = 0 ➔ $\frac{1}{4}.3^2 - \frac{7}{2}.3 + k = 0$ ➔ $k = \frac{21}{2} - \frac{9}{4} = \frac{33}{4}$

b) $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{33}{4}$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-\left(\frac{-7}{2}\right)}{2.\frac{1}{4}} = 7$$

$y_{mín.} = \frac{1}{4}.7^2 - \frac{7}{2}.7 + \frac{33}{4} = \frac{49}{4} - \frac{49}{2} + \frac{33}{4} = \frac{-16}{4} = -4(-4°C)$ (Figura 3)

Figura 3 - Gráfico da função (atividade 3)



Fonte: Do pesquisador

Análise do gráfico

A partir da análise desse gráfico, obtido por meio da função,

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{33}{4}$$

Espera-se que o aluno consiga visualizar os seguintes pontos:

- 0 (a = $\frac{1}{4}$). A concavidade da parábola é voltada para cima, a função tem um ponto mínimo.
- Os zeros da função são: $x_1 = 3$ ou $x_2 = 11$.
- O eixo de simetria da parábola é a reta:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-\left(\frac{-7}{2}\right)}{2.\frac{1}{4}} = 7$$

- O valor mínimo da função é dado por

$$y_{mín.} = \frac{1}{4}.7^2 - \frac{7}{2}.7 + \frac{33}{4} = \frac{49}{4} - \frac{49}{2} + \frac{33}{4} = \frac{-16}{4} = -4(-4°C).$$

- O vértice da parábola é dado pelo ponto V (x, y), onde $x = \frac{-b}{2a} = 7$ (eixo de simetria) e $y = \frac{-\Delta}{4a} = -4$ já calculados. Logo, o vértice é V (7; -4), que é o ponto mínimo da função.
- Para 3 < x < 11 (valores de x entre 3 e 11, a função é negativa.
- Para x < 3 ou x > 11 (valores de x menores que 3 e maiores que 11), a função é positiva.

Por fim, foi solicitado aos alunos que, em grupo, avaliassem os gráficos de modo a coletar a partir dos questionamentos:

1) Que tipo de gráfico é representado por uma função do 2º grau?

2) Por que essa curva tem a concavidade voltada para cima?

3) Quais os zeros ou raízes dessa função?

4) O que significa o eixo de simetria e qual a fórmula para obtê-lo?

5) Qual o eixo de simetria dessa curva?

6) Qual é o valor mínimo dessa função?

7) Qual a fórmula para encontrar o valor mínimo dessa função?

8) O que significa o vértice?

9) Para que valores de x a função é crescente ou decrescente?

10) Para que valores de x a função é positiva ou negativa?

Atividade 4

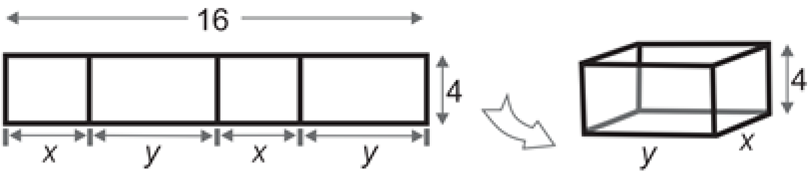
Conteúdo: Função do 2° grau

Ações pertinentes à atividade

A presente atividade também deveria ser resolvida no prazo de cinquenta minutos. Realizada a leitura e feita a análise geométrica da figura, os grupos escreveram os dados relevantes do problema. Dando prosseguimento, modelaram a equação a partir da expressão de cálculo de volume; calcularam as raízes da equação formada; registraram a solução geométrica no quadro; determinaram as dimensões da figura e presentaram a solução gráfica com auxílio do *software Graphmatica*. Por fim, compararam a solução algébrica com a geométrica.

Atividade 4

A parte lateral de uma caixa é obtida dobrando-se uma faixa retangular de papelão, de comprimento 16 cm e largura 4 cm, como mostrado a Figura. Determine as dimensões *x* e *y* para que o volume da caixa seja máximo.



Fonte: Adaptado de BOULOS, Paulo. **Cálculo diferencial e integral**. São Paulo: Pearson Makron Books, 1999. v. 1. p. 141.

Resposta:

- Cálculo do volume da caixa.

volume = (área da base) (altura) = $xy.4$

- Relação entre x e y. Tem-se $x + y + x + y = 16$; logo,
- $y = 8 – x$
- Expressão do volume como função de x. Usando (1), o volume fica $V(x) = x(8 - x)4$
- Deve-se ter $x > 0$. Como $y > 0$, (1), diz-nos que $x < 8$
- Estudo da função V, dada por:

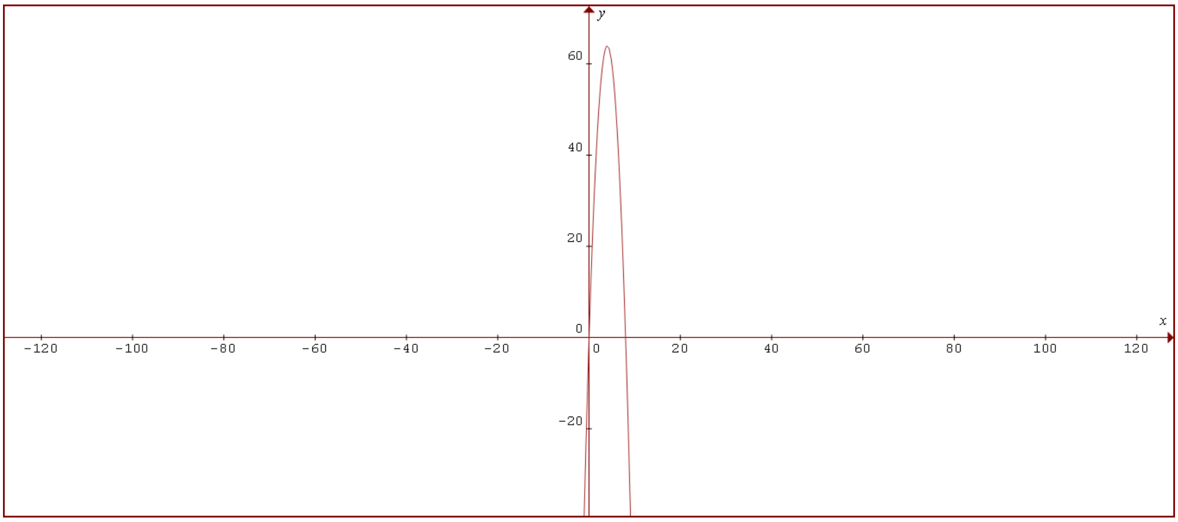
$V(x) = x(8 - x).4$ $\quad\quad$ $0 < x < 8$

$$V(x) = -4x^2 + 32x$$

Como a < 0, a função assume um ponto de máximo onde $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-32}{2.(-4)} = 4$

Sendo $y = 8 - x = 8 - 4 = 4$. Assim $x = y = 4cm$ (Figura 4)

Figura 4 - Gráfico da função (atividade 4)



Fonte: Do pesquisador

Análise do gráfico

- a < 0 (a = -4). A parábola tem a concavidade voltada para baixo.
- Os zeros da função são x1 = 0 ou x2 = 8.
- O eixo de simetria da parábola é dado por $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-32}{2.(-4)} = \frac{-32}{-8} = 4.$
- O valor máximo da função é dado por $y = \frac{-\Delta}{4a}$ onde $\Delta = b^2 - 4ac$
- $\Delta = (32)^2 - 4.(-4).0 = 1024.$
- Logo $y = \frac{-1024}{4.(-4)} = 64$ (valor máximo).
- O vértice é dado por V (x, y).
- Logo, V (4; 64) máximo.

- Para x < 0 ou x >8 (valores de x menores que zero ou maiores que 8) a função é negativa.
- Para 0 < x < 8 (valores de x entre zero e 8) a função é positiva.
- A função é crescente para x < 4 e é decrescente para x > 4.

Finalizando a atividade 4 os alunos, em grupo, avaliaram os gráficos com os seguintes questionamentos:

1) Que tipo de gráfico é representado por uma função do 2º grau?

2) Por que essa curva tem a concavidade voltada para baixo? E se o "a" fosse maior que zero (a > 0), o que aconteceria?

3) Por que essa curva passa pela origem do plano cartesiano?

4) Quais os zeros ou raízes dessa função?

5) O que significa o eixo de simetria e qual a fórmula para obtê-lo?

6) Qual o eixo de simetria dessa curva?

7) Qual o valor máximo dessa função?

8) Qual o valor de x que torna máxima essa função?

9) O que significa o vértice?

10) Para que valores de x a função é crescente ou decrescente?

11) Para que valores de x a função é positiva ou negativa?

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

5º Encontro

Atividade 5

Conteúdo: Função logarítmica

Ações pertinentes à atividade

Os grupos realizaram a leitura e a interpretarão o problema. Eles utilizaram o modelo matemático para calcular valor da variável e escreveram a solução no quadro. Em seguida, apresentaram a solução gráfica com auxílio do *software Graphmatica* e compararam solução algébrica com a geométrica. Como as demais, esta atividade deveria ser realizada em cinquenta minutos.

Atividade 5

A altura média do tronco de certa espécie de árvore, que se destina à produção de madeira, evolui, desde que é plantada, seguindo o modelo matemático: h(t) = 1,5 + $\log_3$ (t +1). Se uma dessas árvores foi cortada quando seu tronco atingiu 3, 5 m de altura, qual o tempo (em anos) transcorrido do momento da plantação até o corte?

Fonte: KITHIAN, Kleber. **O baricentro da mente:** a matemática em seus neurônios. Disponível em: <http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2010/03/aplicacao-de-derivada-para-determinacao.html>. Acesso em: 10 jan. 2014.

Resposta:

$$h(t) = 1{,}5 + log_3(t + 1)$$

$$3{,}5 = 1{,}5 + log_3(t + 1)$$

$$3{,}5 - 1{,}5 = log_3(t + 1)$$

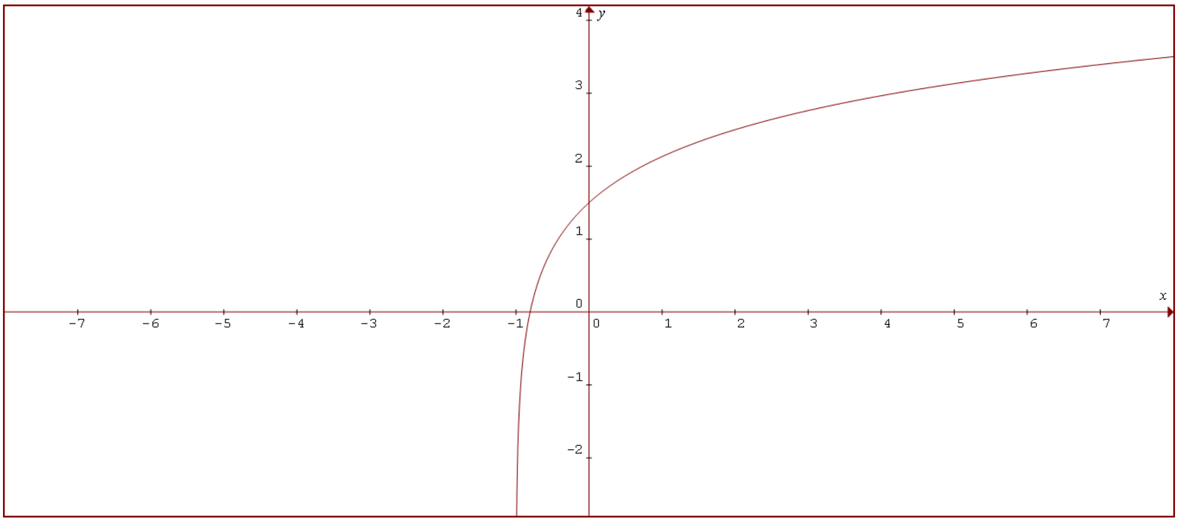
$2 = \log_3(t + 1)$

$t + 1 = 3^2$

$t + 1 = 9$

$t = 8\, anos$ (Figura 5)

Figura 5 - Gráfico da função (atividade 5)



Fonte: Do pesquisador

Análise do gráfico

A partir da análise desse gráfico, obtido por meio da função $y = 1{,}5 + \log_3(x + 1)$, espera-se que o aluno consiga visualizar os seguintes pontos:

A função $y = 1{,}5 + \log_3(x + 1)$ é da forma . $y = k + \log_a(x + b)$

- (a > 1) a função é crescente, pois, a base do logaritmo é maior que 1
- O zero da função é x = -0,8075

- Para $x = 0 \rightarrow y = 1{,}5 + \log_3 1 \rightarrow y = 1{,}5$. Logo, a curva intercepta o eixo das ordenadas no ponto y= 1,5
- A curva é assintótica à parte negativa da reta x = -1
- Para x > -0,8075, a função é positiva.
- Para x < -0,8075, a função é negativa.

Ao final os alunos responderam os questionamentos:

1) O que caracteriza a função como sendo crescente?

2) Encontre o zero dessa função.

3) Por que a curva intercepta o eixo das ordenadas no ponto y = 1,5?

4) Para que valor de x a função é positiva? E negativa?

5) Por que essa curva não passa no ponto de abscissa x = 1?

Atividade 6

Conteúdo: Função exponencial

Ações pertinentes à atividade

Os grupos leram e interpretaram o problema. Posteriormente, determinaram as suas variáveis; escreveram o modelo matemático para o cálculo do tempo; equacionaram e calcularam a variável do tempo; expuseram a solução algébrica no quadro e apresentaram a solução gráfica com auxílio do *software Graphmatica*. Finalmente, compararam solução algébrica com a geométrica. O tempo determinado para a resolução foi de cinquenta minutos.

Atividade 6

Seja V_0 o volume inicial de um líquido volátil, o qual diminui à taxa de 20% por hora.

a) Encontre a equação do volume V do líquido em função do tempo;

b) Determine o valor aproximado do tempo em que o volume se reduz á metade (dado log2=0,301).

Fonte: SOUZA, Joamir. **Matemática**. São Paulo: FTD, v. 1, p. 336, 2010. (Coleção Novo Olhar).

Resposta:

a) Se a cada hora o volume do líquido diminui 20%, restam 80% do volume anterior. Em razão disso, $V = V_o\,(0,8)^t$. Portanto, $V = \frac{V_o}{2}$.

b) Calcular t do qual $V = \frac{V_o}{2}$

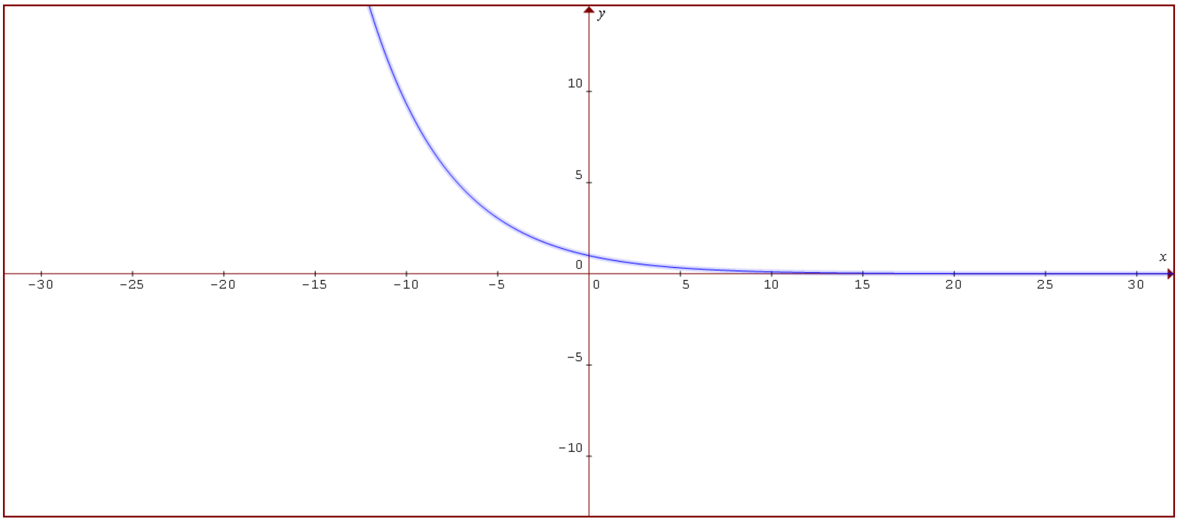
Portanto, $\frac{V_o}{2} = V_o(0,8)^t$

$(0,8)^t = 2^{-1}$

$t = \log_{0,8} 2^{-1}$

$t = \frac{\log_{10}\frac{1}{2}}{\log_{10}\frac{8}{10}} = \frac{\log_{10} 2}{\log 8 - \log 10} = \frac{0,301}{0,309-1} = 3,10 \rightarrow t = 3h6min$ (Figura 6)

Figura 6 - Gráfico da função (atividade 6)



Fonte: Do pesquisador

Análise do gráfico

A partir da análise desse gráfico, obtido por meio da função $y = (0{,}8)^x$, espera-se que o aluno consiga visualizar os seguintes pontos:

A função é $y = (0{,}8)^x$ exponencial da forma y = a^x

- 0 < a < 1 (a base é positiva, menor que 1), logo a função é decrescente.
- O gráfico intercepta o eixo das ordenadas no ponto y = 1 porque $(0{,}8)^0=1$.
- A curva é assintótica à parte positiva do eixo das abscissas.
- A função é positiva por qualquer valor de x.

Depois as conclusões foram obtidas a partir dos seguintes questionamentos realizado pelos alunos:

1) Por que essa função é decrescente?

2) Por que o gráfico intercepta o eixo das ordenadas no ponto y = 1?

3) Por que essa curva é assintótica à parte positiva do eixo das abscissas?

4) Para que valores de x essa função é positiva? E negativa?

6º Encontro

Atividade 7

Conteúdo: Função exponencial transformada

Ações pertinentes à atividade

Os grupos leram e interpretaram o problema; escreveram o modelo matemático no quadro e solucionaram a inequação. Após expuseram a solução gráfica com auxílio do *software Graphmatica* e, por fim, compararam solução algébrica com a geométrica. Para isso, contaram com cinquenta minutos.

Atividade 7

A relação $P(t) = 64000.(1\text{-}2^{-0,1t})$ descreve o crescimento de uma população de microrganismos, sendo P o número de microrganismos, t dias após o instante 0. O valor de P é superior a 63000 se, e somente se, t satisfizer a condição:

a)) $2 < t < 16$

b) $t > 16$

c) $t < 30$

d) $t > 60$

e) 32 < t < 64

Fonte: COLÉGIO MARISTA. **Cálculo**. 2011. Disponível em: <http://marista.edu.br/saoluis/files/2011/02/dc.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2015.

Resposta:

Alternativa (D)

$64000.(1 - 2^{-0,1t}) > 63000$

$$1 - 2^{-01t} > \frac{63}{64} - 1$$

$$-2^{-0,1t} > \frac{63}{64} - 1$$

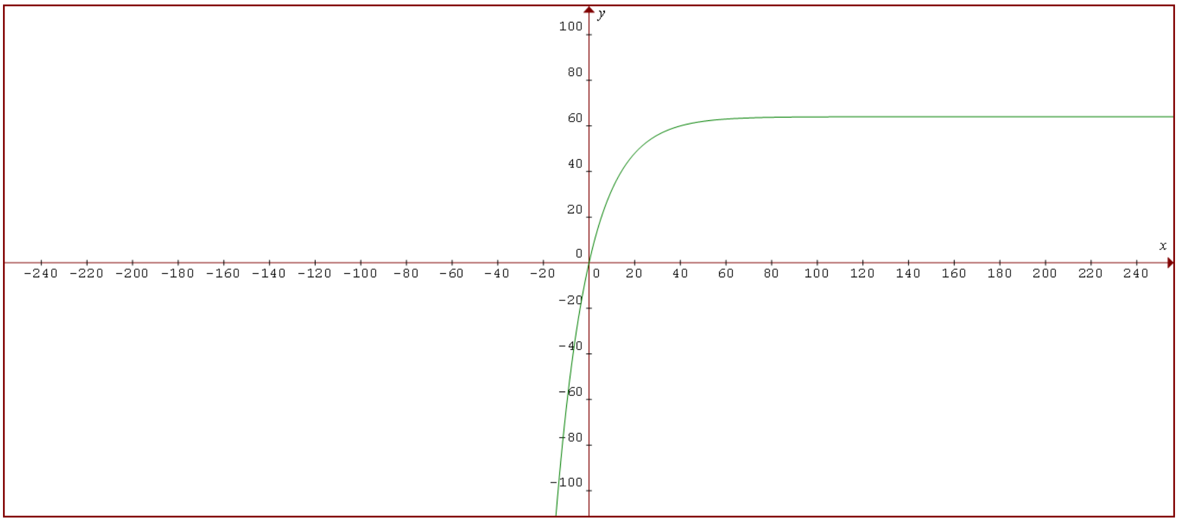
$$2^{-0,1t} < \frac{1}{64}$$

$$2^{-0,1t} < 2^{-6}$$

$- 0,1^{t} < -6$

$t > 60$ (Figura 7)

Figura 7 - Gráfico da função (atividade 7)



Fonte: Do pesquisador

Análise do gráfico

A partir da análise desse gráfico, obtido por meio da função $P(t) = 64000.(1 - 2^{-0,1t})$ espera-se que o aluno consiga visualizar os seguintes pontos:

A função $P(t) = 64000.(1 - 2^{-0,1t})$ é exponencial da forma $P(x) = P_o.(1 - 2^{-0,1x})$

- A curva intercepta o eixo dos y no ponto P_o= 0
- É uma função crescente.
- O zero da função é x = 0

Por fim da atividade, os alunos responderam os questionamentos:

1) Qual o nome dessa curva?

2) Essa curva é crescente ou decrescente?

3) Em que ponto essa curva passa no eixo das ordenadas?

4) Qual a raiz ou o zero dessa função?

5) Esse gráfico sempre intercepta o eixo y no ponto P_0?

Atividade 8

Conteúdo: Função Linear X exponencial

Ações pertinentes à atividade

Após a leitura e interpretação do problema, os grupos o equacionaram e identificaram as variáveis no modelo matemático; calcularam a variável tempo. Dando continuidade à atividade, apresentaram solução gráfica com auxílio do *software Graphmatica* e compararam a solução algébrica com a geométrica. Cabe lembrar que, para isso, dispuseram de cinquenta minutos.

Atividade 8

A trajetória de um salto de um golfinho nas proximidades de uma praia, do instante em que ele saiu da água (t = 0) até o instante em que mergulhou (t= T), foi descrita por um observador através do seguinte modelo matemático $h(t) = 4t - t.2^{0,2.t}$ com t em segundos, h(t) em metros e $0 \leq t \leq T$. O tempo, em segundos, em que o golfinho esteve fora da água durante este salto foi :

a) 10.

b) 12.

c) 14.

d) 18.

e) 20.

Fonte COLÉGIO MARISTA. **Cálculo**. 2011. Disponível em: <http://marista.edu.br/saoluis/files/2011/02/dc.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2015.

Resposta:

Alternativa (A)

$h(t) = 4t - t.2^{0,2t}$

$t(4-2^{0,2t}) = 0$

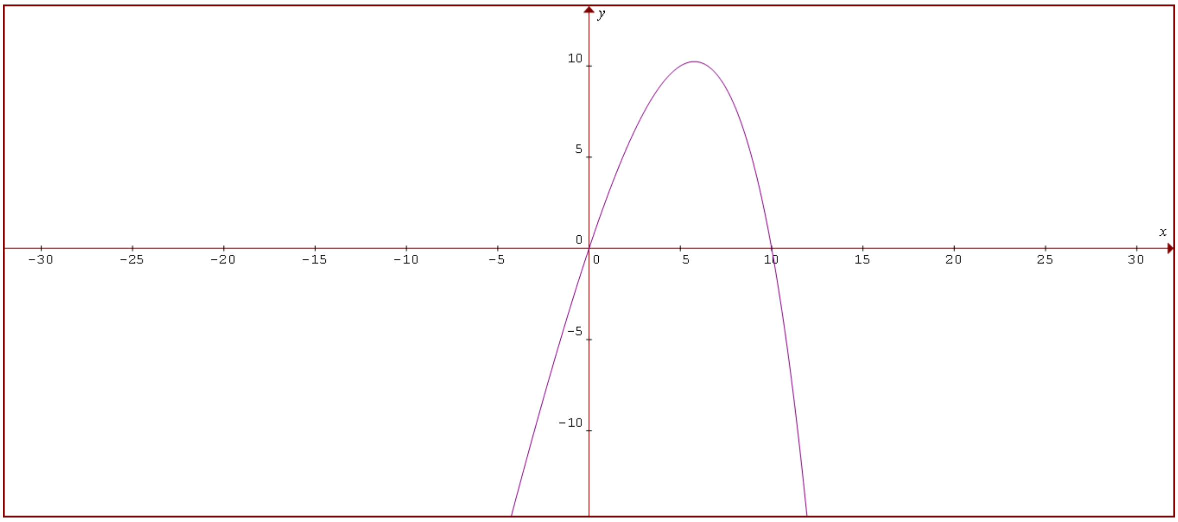
$4 - 2^{0,2t} = 0$

$2^{0,2t} = 2^2$

$0,2^{t} = 2$

t = 10s (Figura 8)

Figura 8 - Gráfico da função (atividade 8)



Fonte: Do pesquisador

Análise do gráfico

A partir da análise desse gráfico, obtido por meio da função $f(x) = 4x - x.2^{0,2x}$, espera-se que o aluno consiga visualizar os seguintes pontos:

- Os zeros da função são $x_1 = 0$ ou $x_2 = 10$
- O valor máximo da função é o ponto de ordenada y = 10,24
- A função é positiva para 0 < x < 10 para valores de x entre 0 e 10
- A função é negativa para x < 0 ou para x > 10
- A curva não admite eixo de simetria, pois não é uma parábola do 2° grau; porém, uma curva parabólica.
- O ponto máximo da curva é P (5,7639; 10,24)

Finalizando a ultima atividade os alunos responderam o questionamento abaixo:

1) Esse gráfico é de uma função do 2º grau?

2) Quais os zeros dessa função?

3) Qual a maior altura que o golfinho atingiu fora da água?

4) Para que valores de x a função é positiva? E negativa?

5) Existe eixo de simetria dessa curva?

6) A que distância o golfinho está da origem quando ele atingiu a altura máxima?

Conforme já mencionado, ao final desta etapa, o estudante respondeu a um questionário por meio do qual teve a oportunidade de expor, de maneira subjetiva, a sua percepção quanto à eficiência, benefícios ou pontos negativos do *software Graphmatica* (APÊNDICE A).

Resultados obtidos

A utilização das tecnologias pelo jovem atual é um fato comum na sociedade da informação e da interatividade, razão pela qual está sendo incorporada à educação. No caso específico do ensino de Matemática, o uso de *softwares* se revelou útil para otimizar o tempo, facilitar a aquisição de saberes e chamar a atenção dos alunos para as aulas:

> Nossos jovens convivem cercados de tecnologias das mais variadas, e isso possibilita não só outra via para o aprendizado, mas também propicia outra forma de ver a vida. O jovem atual não está mais simplesmente ouvindo, falando ou lendo. Ele participa mais e interage com todo o processo social no qual está inserido. Por este motivo, é necessário repensar nossa forma de expor conteúdos, que muitas vezes se restringe somente à apresentação verbal ou escrita, não motivando os alunos. Assim sendo, propomos para ensinar o conteúdo "Funções", o uso de um *software* livre onde podemos construir e analisar gráficos de maneira simples, prática e agradável, uma vez que o uso do computador tornará a aula mais interessante (HOEPERS, 2007, p. 1).

Os estudantes utilizavam demasiado tempo na construção do gráfico em detrimento da análise, que considero também muito importante à formação de um engenheiro. Aliada a isso, a análise dos questionários também apontou a satisfação dos estudantes com a "nova prática pedagógica". Ao serem questionados se o *software* influenciara positivamente sua aprendizagem, surgiram respostas, como "o uso do *software* proporcionou aprender com outro aspecto"; "sim, porque posso desenvolver gráficos que facilitam o entendimento da função"; "sim, pois com o auxílio do *software*, foi possível visualizar os gráficos de modo a ajudar na nossa compreensão" e "se demonstra com clareza, o seu uso se faz perceptível na análise dos problemas".

Se, inicialmente, havia o receio de que os estudantes não conseguissem operar com as ferramentas do *software*, logo após, houve a confirmação, por um lado, ao verificar a destreza com que os alunos utilizavam todas as potencialidades do *Graphmatica* e, por outro, com as respostas às questões do questionário cujo objetivo era analisar, na óptica dos estudantes, tais dificuldades. Se os estudantes não conhecerem a linguagem mais formal da Matemática, não poderão fazer uso de todas as potencialidades de aplicativos e outras ferramentas. Em vista disso, a tecnologia não resolverá tudo e não são a solução para todos os problemas; logo, ela, sozinha, não acabará os males da educação matemática e salvará os professores e alunos do perigo de ensinar e aprender. Assim sendo:

> Visto por muitos como um remédio para todos os males e por outros tantos como um modismo passageiro, os computadores estão onipresentes na maior parte das áreas do conhecimento humano, desde a construção de usinas atômicas à elaboração de uma simples planilha para o controle do orçamento doméstico (ARAUJO; VEIT; MOREIRA, 2004, p. 01).

Foi necessária a aproximação sensata com as tecnologias, uma mudança na prática de ensino, pois o uso dessas ferramentas tecnológicas no Ensino do Cálculo é de extrema importância. E seriam inúteis caso a mentalidade e o pensamento do professor não se adequassem à nova realidade e ao mesmo tempo contemplassem os valores humanos. Dessa forma, "balanceando entre velho e novo" para extrair as fagulhas necessárias no atrito das pedras.

Referências

ARAUJO, Ives S.; VEIT, Eliane A.; MOREIRA, Marco A. **Uma revisão da literatura sobre estudos relativos a tecnologias computacionais no ensino de física 1**. Porto Alegre: Instituto de Física, UFRGS, 2004.

BOULOS, Paulo. **Cálculo diferencial e integral**. São Paulo: Pearson Makron Books, 1999. v. 1. p. 141.

COLÉGIO MARISTA. **Cálculo**. 2011. Disponível em:

<http://marista.edu.br/saoluis/files/2011/02/dc.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2015.

DANTE, L. R. **Matemática**. São Paulo: Ática, p. 111, 2008.

HOEPERS, Margarete F. S. O uso de tecnologias para o ensino de funções. 2007. 8p. **Projeto** (Área Matemática) – UNICENTRO, 2007. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/704-2.pdf>.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo D.; PÉRIGO, Roberto. **Matemática**. 4. ed. São Paulo: Atual, 2007. p. 60.

KITHIAN, Kleber. **O baricentro da mente:** a matemática em seus neurônios. Disponível em: <http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2010/03/aplicacao-de-derivada-para-determinacao.html>. Acesso em: 10 jan. 2014.

SOUZA, Joamir. **Matemática**. São Paulo: FTD, v. 1, p. 336, 2010. (Coleção Novo Olhar).

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

APÊNDICE A - Questionário

QUESTIONÁRIO

Este questionário é parte integrante de uma dissertação - trabalho de conclusão do aluno Antônio Aparecido Alves de Souza, Mestrando do Curso de Tecnologias, Metodologias e Recursos Didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática pelo Centro Universitário Univates, Lajeado - RS.

As informações aqui obtidas serão de uso apenas acadêmico, preservando o anonimato dos entrevistados.

1) Você acredita que o uso do *Software Graphmatica* influenciou positivamente em sua aprendizagem? Justificar a resposta.

____

____

2) Na sua percepção, quais os benefícios do uso desse *software*?

____

____

3) Você gostaria que fossem utilizadas outras ferramentas de informática no ensino de disciplinas? Em caso afirmativo, justifique.

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

____

____

4) O que mais lhe chamou a atenção nessa nova técnica de ensino de cálculo?

____

____

5) Você sentiu dificuldades em utilizar o *software*? Em caso afirmativo, mencione quais.

____

____

6) Você estava preparado, em termos de conhecimento de informática, para manusear o *Software Graphmatica*?

____

____

Obrigado!