



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Investigação matemática e a formação de professores: abordando o conteúdo de álgebra

Ludmila Maccali¹, Marli Teresinha Quartieri², Ieda Maria Giongo³, Marcia Jussara Hepp Rehfeldt⁴, Tatiane Cristine Bernstein⁵, Elise Candida Dente⁶

¹ Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE – Centro Universitário UNIVATES - ludmilamaccali@gmail.com

² Doutora em Educação - Centro Universitário UNIVATES – mtquartieri@univates.br

³ Doutora em Educação - Centro Universitário UNIVATES – igiongo@univates.br

⁴ Doutora em Informática - Centro Universitário UNIVATES - mreinfeld@univates.br

⁵ Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE – Centro Universitário UNIVATES - tbernstein@universo.univates.br

⁶ Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE – Centro Universitário UNIVATES - elisedente@universo.univates.br

Contextualização

Neste trabalho apresentam-se atividades investigativas desenvolvidas com professores de seis escolas parceiras do Programa do Observatório da Educação. O referido programa intitulado “Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental”, conta com apoio financeiro da CAPES. Nesta pesquisa são problematizadas três tendências para o Ensino da Matemática na Educação Básica: Etnomatemática, Modelagem Matemática e Investigação Matemática. A equipe desta pesquisa é composta por quatro professores/pesquisadores da Instituição, três mestrandos do Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, seis bolsistas de graduação e seis professores de seis diferentes escolas de Educação Básica, parceiras do Observatório da Educação. Estes se reúnem semanalmente, para discutir diferentes propostas para o ensino da matemática.



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Neste texto, serão socializadas atividades elaboradas pelo grupo anteriormente citado, com o intuito de explorar questões envolvendo a Investigação Matemática com alunos do Ensino Fundamental e o conteúdo de álgebra. Para Lamonato e Passos (2011), investigar está associado à ideia de procurar, questionar, querer saber. A fase inicial de uma Investigação Matemática está associada à formulação das questões, que devem ser abertas, possibilitando aos estudantes formular e testar várias conjecturas. Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 20) expressam:

Podemos dizer que a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Para contemplar o uso da Investigação Matemática foram elaboradas atividades que enfatizavam as concepções algébricas. O campo da álgebra é amplo e importante para o ensino da matemática, pois este exige dos educandos análise e discussão de seus conceitos. Na elaboração das atividades investigativas foram utilizadas as concepções algébricas na perspectiva de Usiskin (1995), conforme quadro 1.

Quadro 1: Concepções resumidas conforme Usiskin

Concepção da álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: adaptado de (USISKIN, 1995, p. 20).

Na Investigação Matemática destaca-se a importância do trabalho cooperativo para realização de atividades, bem como para socialização das conjecturas encontradas. Nesta perspectiva, Ponte, Brocardo, Oliveira (2009, p. 30) preconizam:

A situação de trabalho em grupo potencializa o surgimento de várias alternativas



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

para a exploração da tarefa, o que numa fase inicial pode ser complicado em termos de autogestão do grupo. Muitas vezes, um ou dois alunos tomam a liderança e levam o grupo a centrar-se em certas ideias, facilitando, assim, o trabalho conjunto.

Salienta-se que as atividades aqui apresentadas já foram desenvolvidas, discutidas e problematizadas com grupos de professores das seis escolas parceiras do Observatório da educação. Os professores participantes atuavam nas diferentes áreas de conhecimento e também nos diferentes níveis do Ensino Fundamental.

Objetivo

O objetivo desta proposta é socializar atividades utilizando a Investigação Matemática e envolvendo as concepções algébricas para alunos do Ensino Fundamental.

Detalhamento

As atividades aqui apresentadas foram exploradas em cursos de formação continuada de professores, nas seis escolas parceiras. Em cada uma das escolas foram realizados quatro encontros. Para tanto, foram organizados quatro roteiros, sendo que cada um contemplou uma das concepções algébricas de acordo com Usiskin (1995). Todas as atividades foram realizadas em pequenos grupos e depois as conjecturas/estratégias foram socializadas em grande grupo. Também foi solicitado que todos os grupos entregassem as conjecturas escritas em cada atividade.

Ao final de cada questão, foi discutido sobre a viabilidade da mesma nos diferentes níveis do Ensino Fundamental, bem como comentado sobre possíveis adaptações que deveriam ser realizadas para adequar ao contexto em que estava sendo inserida a atividade. Portanto, os roteiros aqui apresentados já foram reorganizados conforme sugestões dos professores participantes dos cursos de formação continuada.

ROTEIRO 1:

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Neste roteiro as atividades contemplaram a concepção da álgebra como aritmética generalizada. O objetivo consistiu em desenvolver conjecturas acerca da sequência de figuras, além da análise de diferentes quadros com sequência numérica.

ATIVIDADE 1:

Desenvolvê-la em papel quadriculado.

Observar as figuras:



Figura 1

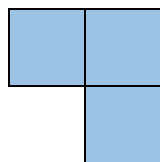


Figura 2

- 1) Desenhar a 3ª figura e registrar o número de quadrados.
- 2) Desenhar a 4ª figura e registrar o número de quadrados.
- 3) Desenhar a 5ª figura e registrar o número de quadrados.
- 4) Explicar a regra utilizada na elaboração da sequência.
- 5) Preencher o quadro:

Figura	Número de quadrados
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
N	Observação: para os Anos Iniciais, esta linha não será incluída.

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

- 6) Qual o número de quadrados da 12ª figura? Justificar o resultado.
 7) Qual o número de quadrados da 20ª figura? Justificar o resultado.

ATIVIDADE 2:

Dividir a turma em grupos e entregar um quadro para cada um deles.

Ao observar a sequência, escrever as conjecturas observadas.

Quadro 1

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
...			

Quadro 2

julho						
Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Quadro 3



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Quadro 4

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
...				

ROTEIRO 2:

No segundo roteiro foram abordadas atividades referente a concepção da álgebra como resolução de problemas. As atividades foram problematizadas e desenvolvidas em grupos, os quais deveriam formular e apresentar suas conjecturas, além de mostrar aos demais participantes da formação as estratégias para a resolução dos problemas propostos.

ATIVIDADE 1:

Para desenvolvê-la, utilizar frutas (sugestão: bananas e maçãs).



- 1) Em uma cesta, encontram-se frutas cuja soma de bananas e maçãs é 7. Sabendo que há uma maçã a mais que o total de bananas, quantas bananas e quantas maçãs existem na referida cesta?
- 2) Explicar como você encontrou a resposta.

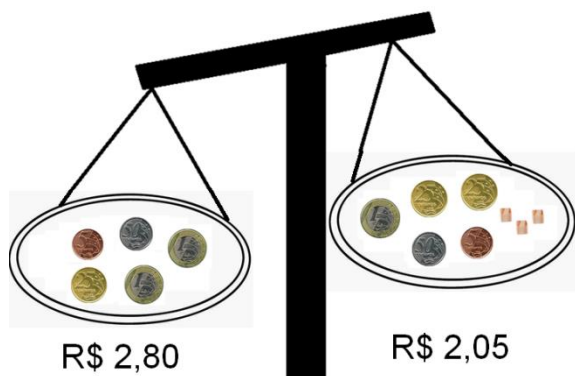
CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

ATIVIDADE 2

- 1) Em uma turma de 8º ano, há 25 alunos entre meninos e meninas. Sabendo que o número de meninas supera em 7 o de meninos, quantos meninos e meninas há nessa turma?
- 2) Explicar como você encontrou a resposta.

ATIVIDADE 3:

Utilizar moedas e cubinhos na quantidade ilustrada a seguir.



- 1) Descobrir quanto vale cada cubinho para que a igualdade seja verdadeira.
- 2) Descrever a estratégia utilizada.

ROTEIRO 3:

No roteiro 3 foi contemplado a concepção de relações entre grandezas, no qual os participantes, com materiais alternativos, deveriam fazer generalizações em relação aos problemas apresentados.

ATIVIDADE 1:

Esta deverá ser desenvolvida com uso dos prendedores de roupa, fio de varal (barbante), camisetas e calças.

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO



- 1) Cada grupo deverá prender no seu varal as roupas trazidas.
- 2) Quantos grampos você utilizou para prender 1 peça?
- 3) Quantos grampos você utilizou para prender 2 peças?
- 4) Quantos grampos você utilizou para prender 3 peças?
- 5) Registrar como o grupo prendeu as roupas no varal.
- 6) Preencher o quadro:

Número de peças de roupa	Número de grampos
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
N	Observação: para os Anos Iniciais, esta linha não será incluída.

- 7) Qual o número de grampos usados para prender as 13 peças? Justificar o resultado.
- 8) Qual o número de grampos usados para prender as 20 peças? Justificar o resultado.

ATIVIDADE 2:

Dividir a turma em grupos e entregar a cada um deles um rolo de massa, um metro de papel pardo e uma régua de 1m.

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO



- 1) Marcar um ponto no cilindro e rolar sobre o papel de modo que o ponto fique marcado repetidas vezes.
- 2) Traçar uma linha sobre os pontos marcados formando um segmento de reta e numerar os pontos.
- 3) Escrever suas conjecturas acerca das marcações realizadas no papel.
- 4) Socializar as conjecturas encontradas.
- 5) Registrar os dados encontrados no quadro:

Número de voltas	Distância marcada
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
N	Observação: para os Anos Iniciais, esta linha não será incluída.

- 6) Qual a distância marcada pelo rolo de massa após 20 voltas? Justificar o resultado.
- 7) Qual a distância marcada pelo rolo de massa após 100 voltas? Justificar o resultado.

ATIVIDADE 3:

Esta deverá ser desenvolvida a partir de uma escada confeccionada ou de dimensões reais.



- 1) Ao observar a escada, registrar as conjecturas acerca do número de degraus e sua altura.
- 2) A que altura você estaria se estivesse no 3º degrau em relação ao solo? Justificar.
- 3) Se eu estiver a 50 cm de altura em relação ao solo, em qual degrau estarei?
- 4) Registrar os dados encontrados no quadro:

Números de degraus	Altura em relação ao solo
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
N	Observação: para os Anos Iniciais, esta linha não será incluída.

- 5) Representar de outra forma os dados apresentados no quadro acima.



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

ROTEIRO 4:

As atividades do roteiro 4 abrangeram a concepção da álgebra como estudo das estruturas. Para estas atividades, os grupos participantes receberam material concreto, para explorarem as questões e formularem suas conjecturas.

ATIVIDADE 1:

Para esta atividade, utilizar uma folha retangular com tiras amarelas, rosa e azul.

Medir os lados do retângulo com as tiras (não poderá ser usada a régua).

a) Usar uma só cor em ambos os lados e responder:

Quanto será a medida do lado menor?

E do lado maior?

Calcular o perímetro.

Agora utilizar as outras cores e determinar o perímetro.

Explicar o procedimento utilizado.

b) Usar duas cores e responder:

Quanto será a medida do lado menor?

E do lado maior?

Calcular o perímetro.

Utilizar outras combinações de cores e determinar o perímetro.

Explicar o procedimento utilizado.

c) Usar as três cores e responder:

Quanto será a medida do lado menor?

E do lado maior?

Calcular também o perímetro.

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Existe outra possibilidade para encontrar o perímetro? Em caso afirmativo, qual?

Explicar o procedimento utilizado.

- d) Se a tira azul tem 10cm de comprimento, qual será o tamanho das demais? E, portanto, qual o valor do perímetro da folha retangular? Explicar a estratégia utilizada para calcular o comprimento das tiras.

ATIVIDADE 2:

Utilizar as figuras abaixo e responda:

Figura 1 – de lados x

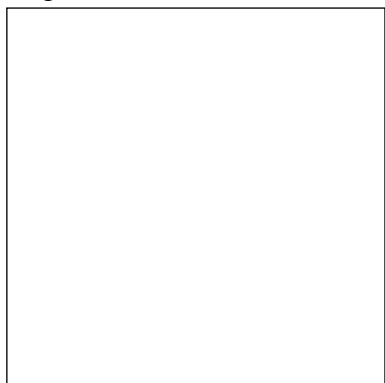


Figura 2 – de lado maior x e lado menor 1



Figura 3 – de lados 1



- a) Qual a área da figura 1?
b) Qual a área da figura 2?



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

- c) Qual a área da figura 3?
- d) Utilizar uma figura 1, três figuras 2 e quatro figuras 3 e determinar qual a área da figura formada pela união dessas figuras.
- e) Utilizar o material, formar quadrados ou retângulos e completar o quadro.

Figura	Área total da figura	Medida do comprimento	Medida da largura	Cálculo da área
A	$x^2 + 3x$			
B	$3x^2 + 2x$			
C	$x^2 + 4x + 4$			
D	$x^2 + 3x + 2$			
E	$x^2 + 6x + 9$			
F	$x^2 + 5x + 6$			
G	$x^2 + 7x + 10$			
H	$2x^2 + 6x + 4$			
I	$2x^2 + 7x + 3$			
J	$3x^2 + 7x + 2$			

- f) Observar a área total e o cálculo da área das figuras A e B e descrever suas conclusões.
- g) Determinar o cálculo da área da figura cuja área total é $x^2 + 30x$. Justificar.
- h) Observar a área total e o cálculo da área das figuras C a J e descrever suas conclusões.
- i) Determinar o cálculo da área da figura cuja área total é $x^2 + 18x + 45$. Justificar.

ATIVIDADE 3:

Utilizar o material da atividade 2, formar quadrados ou retângulos e completar o quadro.

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Figura	Medida do comprimento	Medida da largura	Cálculo da área total	Área total
A	$x+2$	X	$(x+2) \cdot X$	X^2+2x
B	$x+5$	X		
C	$x+1$	$x+1$		
D	$x+5$	$x+1$		
F	$x+3$	$x+3$		
G	$x+4$	$x+2$		
H	$2x+3$	$x+1$		
I	$3x+4$	$x+3$		

- a) Observar a área total e o cálculo da área das figuras A e B e descrever suas conclusões.
- b) Determinar a área da figura cujo comprimento é $x+18$, e a largura é x . Justificar.
- c) Observar a área total e o cálculo da área das figuras C a I e descrever suas conclusões.
- d) Determinar a área da figura cujo comprimento é $2x+5$, e a largura é $x+8$. Justificar.

Resultados obtidos

As atividades apresentadas foram desenvolvidas com professores, dos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental, de todas as áreas do conhecimento, nas escolas parceiras do Observatório da Educação. Percebeu-se com a realização das atividades de investigação, que os docentes, ao realizarem as questões propostas, questionavam sobre como seus alunos formulariam e desenvolveriam suas conjecturas. Diversas estratégias e conjecturas emergiram durante a realização das atividades propostas.



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

O trabalho em grupo potencializou as discussões em relação às atividades desenvolvidas. Levando-se em consideração que, muitos professores participantes da formação, não atuavam na área de matemática, o trabalho em grupo auxiliou nas dúvidas que emergiam durante a realização das tarefas. Muitos professores salientaram a importância das atividades de investigação que foram desenvolvidas, pois diversos conceitos iniciais sobre a álgebra foram revistos e aprimorados.

Referências

LOMONATO, Maiza; PASSOS, Carmem L. B.; **Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática**. Zetetiké, FE/Unicamp – v. 19, n. 36 – jul/dez 2011.

PONTE, João. P. da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Helia. **Investigações matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.