



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

O ENSINO DE FUNÇÃO EXPONENCIAL POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E EXPERIMENTAÇÕES

TEACHING EXPONENTIAL FUNCTION THROUGH MATHEMATICAL MODELING AND EXPERIMENTATIONS

Silvana Emer¹, Márcia Jussara Hepp Rehfeldt²

¹Mestranda em Ensino de Ciências Exatas –Univates – silvana.emer@universo.univates.br

² Dra. em Informática na Educação – Univates - mreinfeldt@univates.br.

Finalidade

O presente produto educacional propõe uma sequência de atividades que podem facilitar o ensino da função exponencial a alunos do 1º ano do Ensino Médio, utilizando a Modelagem Matemática como metodologia. As atividades apresentadas envolvem situações-problema de outras áreas do conhecimento, a serem exploradas por meio de experimentações.

Contextualização

Este produto educacional é um recorte da dissertação de Mestrado, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade do Vale do Taquari – Univates, intitulada “Modelagem Matemática aliada à experimentação no ensino de função exponencial”. A intervenção que originou esse produto educacional foi realizada em uma turma de 16 alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola particular, com idades entre 14 e 16 anos. Os alunos não possuíam conhecimento prévio sobre função exponencial, mas já haviam estudado progressão geométrica e funções do 1º e 2º grau.

As sugestões de atividades deste produto educacional, utilizadas no ensino de função exponencial, por meio da MM com experimentação, buscam nortear o trabalho do professor em sala de aula, com vistas a propiciar um ambiente de aprendizagem em que o aluno é

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

protagonista. Para isso, partindo de situações reais, propomos aos alunos a realização de experimentações, identificando grandezas e a representação do modelo matemático correspondente (função exponencial). Segundo Bassanezi (2014, p. 16), “a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Essa relação com situações reais, manipuláveis, além de propiciar o trabalho em grupo, traz significação ao conceito em estudo, pois os alunos constroem o conhecimento a partir das situações-problema, das trocas e discussões, dos questionamentos e das testagens. Essa transformação (BASSANEZI, 2014) ocorre de forma natural, a partir dos desdobramentos das atividades propostas por meio das etapas da MM.

Neste sentido, seguimos as etapas da MM, de acordo com Biembengut e Hein (2009):

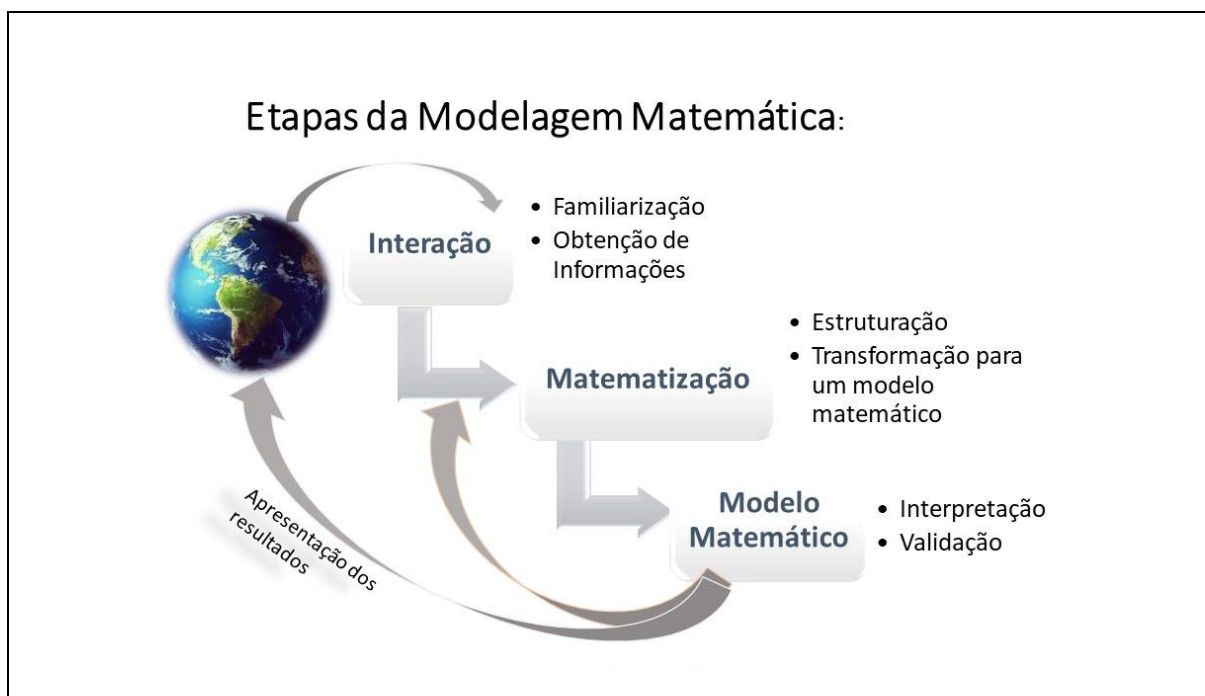
Etapa 1 – **Interação com o problema:** É a etapa inicial do contato com a situação-problema; envolve a obtenção de informações, compreensão e familiarização do tema em questão.

Etapa 2 – **Matematização:** Com os dados obtidos na fase de interação, ocorre a estruturação da situação e a transformação da linguagem natural para a linguagem matemática. É a etapa de identificação de um modelo. Bassanezi (2014, p. 19) afirma que, “quando se procura refletir uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender ou de agir sobre ela, o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o Modelo”. Esse pode ser “um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráfico, ou representação, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução” (BIEMBENGUT; HEIN, 2009, p. 14).

Etapa 3 – **O Modelo Matemático:** É a etapa de validação. Nesta etapa, verifica-se se a representação ou o modelo construído responde satisfatoriamente ao problema proposto e, caso não seja confiável, alunos e professores deverão retornar à segunda etapa na busca de uma melhor adequação desse modelo.

No sentido de explicitar melhor as etapas descritas por Biembengut e Hein (2009), segue a Figura 1:

Figura 1: Modelagem Matemática e etapas, segundo Biembengut e Hein (2009).



Fonte: Dos autores (2019), com base nas etapas da MM, por Biembengut e Hein (2009).

Também, é importante salientar que, na MM, os papéis do professor e do aluno ficam redefinidos. O professor passa a ser um mediador, orientador, instigador, fazendo intervenções e interferindo, se necessário, nas atitudes dos alunos, frente às atividades (BARBOSA, 2004). Com isso, ao aplicar a MM, encontramos, inicialmente, dois desafios: a acomodação dos alunos, acostumados ao papel de receptores e a insegurança do professor, acostumado a ter total controle e a “dar respostas prontas”. Portanto, o professor deve estar atento às hipóteses e raciocínios que emergem dos alunos, além de estar pronto para a imprevisibilidade na abordagem das situações-problemas (OLIVEIRA; BARBOSA, 2011). Essa mediação do professor é um dos fatores determinantes no sucesso da prática e pode fazer com que o aluno participe mais ou menos ativamente na atividade.

Quanto à participação do aluno, Barbosa (2004) propõe diferentes possibilidades de

**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

organizar o ambiente de Modelagem Matemática em sala de aula, conforme as responsabilidades de atuação do professor e do aluno, classificando-as em três casos, conforme o Quadro 1:

Quadro 1: Os casos de modelagem

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração do problema	Professor	professor	professor/ alunos
Coleta de dados	Professor	professor/ alunos	professor/ alunos
Resolução	professor/ alunos	professor/ alunos	professor/ alunos

Fonte: Barbosa (2004)

Neste produto educacional, foi aplicado o caso 2, em que os alunos, a partir de uma situação-problema proposta pelo professor, buscaram informações, testaram hipóteses, coletaram dados, criaram um modelo e discutiram a validade dos resultados encontrados (BARBOSA, 2009). De acordo com Barbosa (2009), com relação à atuação do professor no caso 2, o papel dele é de mediar, ou seja, observar e acompanhar os grupos, provocando questionamentos que conduzam o aluno a formular, a apropriar-se de novos conceitos, a refletir, a dar significado às ideias matemáticas e a relacioná-las aos conceitos estudados.

Portanto, as atividades desenvolvidas neste produto educacional, se fundamentam, basicamente, nos referenciais teóricos citados anteriormente, sendo as experimentações realizadas à luz das etapas de MM (BIEMBENGUT e HEIN, 2009), conforme Quadro 2:

Quadro 2 - MM e Experimentação investigativa

Modelagem Matemática	Experimentação investigativa
Inteiração, familiarização e busca de informações sobre o fenômeno em estudo.	Planejamento dos caminhos de investigação e dos procedimentos experimentais.
Matematização, investigação, seleção de variáveis, elaboração de hipóteses, testes, discussões e criação de modelos.	Execução, investigação, reflexão, questionamentos, elaboração de hipóteses, testagens.
Validação do Modelo Matemático.	Discussão dos resultados.
Apresentação dos resultados.	Socialização dos resultados.

Fonte: Dos autoress (2019).

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Neste quadro pode-se visualizar as similaridades entre a MM e a experimentação investigativa, porém, cada uma garante sua função principal, a experimentação no processo de obtenção de dados e a modelagem matemática no direcionamento da prática, no sentido de facilitar o cálculo dos parâmetros envolvidos no modelo matemático (BASSANEZI, 2014).

Nesse sentido, a experimentação por investigação contribui com a Modelagem Matemática, ampliando possibilidades, favorecendo a manipulação de materiais e reforçando o espírito investigativo, além de permitir a interação da matemática com outras áreas do conhecimento. Ainda, Carvalho (2013), salienta sobre a importância desse processo de introdução a uma metodologia de trabalho que envolva processos da construção do conhecimento científico, propiciando a inserção do aluno a uma cultura científica.

Em síntese, as atividades propostas neste produto educacional estão no (QUADRO 3) a seguir.

Quadro 3: Tópicos das atividades desenvolvidas neste produto educacional

Atividade	Descrição
Apresentação inicial	Apresentação da proposta e organização dos grupos de trabalho.
Experimento I	Experimento-simulação de despoluição de um lago.
Experimento II	Mensuração do pH no processo de diluição do HCl.
Avaliação	Discussão final sobre a proposta metodológica

Fonte: Dos autores, 2019.

Objetivo

Apresentar uma sequência de atividades com o intuito de contribuir com o ensino da função exponencial por meio da MM aliada à experimentação.

Detalhamento

A intervenção foi realizada em uma turma de 16 alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola particular localizada em Taquari-RS. Os alunos já conheciam os conceitos de potenciação e de progressão geométrica, mas não o conceito de função exponencial.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

As atividades foram realizadas num total de 20 horas-aula, durante 5 semanas, distribuídas em dois encontros semanais de duas horas cada, num total de dez encontros, realizados na sala de aula e no laboratório de Química, conforme o Quadro 4 a seguir

Quadro 4: Resumo da sequência de atividades e objetivos correspondentes.

Encontro	Objetivo	Atividades
1	Esclarecer o funcionamento da proposta metodológica.	- Apresentação de <i>slides</i> sobre MM e suas etapas; - Formação dos grupos; - Informações sobre a atividade e os materiais necessários para a realização do Experimento I.
2	Realização do experimento-simulação de despoluição de um lago-modelo utilizando os diferentes tipos de registro (tabela, gráfico e/ou algébrico) e com isso, chegar a um modelo matemático que representasse o processo de despoluição da água.	Leitura da reportagem do ano de 2019, sobre a poluição do rio Taquari, do jornal local (O Fato Novo, março 2019). Visualização do vídeo/reportagem “Nova tecnologia despolui águas com bactérias”, da Globo News (2018). Lançamento da situação problema, em questão: Qual o modelo matemático presente no processo de despoluição de um lago? Explicação e distribuição do roteiro do Experimento I (QUADRO 5): Experimento-simulação de despoluição de um lago. Em grupos, organização do experimento e registro dos dados obtidos em cada etapa bem como a descrição das mesmas. Criação do modelo matemático que represente o processo do experimento-simulação.
3	Relatar as etapas e resultados do experimento I.	Elaboração do relatório (QUADRO 6) do experimento e slides (opcional) para apresentação dos resultados (por grupo).
4	Apresentar os resultados dos modelos matemáticos.	Apresentação dos resultados e validação (ou não) do modelo matemático do Experimento I. Retorno à etapa de Matematização (conforme etapa de Biembengut e Hein, 2009), se necessário reconstruir o modelo. Nova apresentação do modelo validado.
5	Avaliar o entendimento dos alunos sobre o que ficou apreendido no Experimento I.	Realização e resolução das questões (QUADRO 7) revisando os conceitos estudados.
6	Realização do Experimento II: Mensuração do pH no processo de diluição do HCl utilizando os	Comentário inicial sobre o pH em substâncias ácidas e básicas e o conceito de molaridade, já estudado em Química.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

	diferentes tipos de registro (tabela, gráfico e/ou algébrico) e com isso, chegar a um modelo matemático que representasse	<p>Lançamento da situação problema: Qual o modelo matemático no processo de mudança do pH de uma solução ácida para a água com pH ideal para consumo?</p> <p>Explicação e distribuição do roteiro do Experimento II (QUADRO 8): Mensuração do pH no processo de diluição do HCl.</p> <p>- Orientações sobre cuidados ao lidar com substância ácidas e comparação com o pH da água que bebemos.</p> <p>Em grupos, organização do experimento e registro dos dados obtidos em cada etapa bem como a descrição das mesmas.</p> <p>Criação do modelo matemático que represente o processo do experimento-simulação.</p>
7	Relatar as etapas e resultados do experimento I.	Elaboração do relatório (QUADRO 6) do experimento e slides (opcional) para apresentação dos resultados (por grupo).
8	Apresentar os resultados dos modelos matemáticos.	<p>Apresentação dos resultados e validação (ou não) do modelo matemático do Experimento II</p> <p>Retorno à etapa de Matematização (conforme etapa de Biembengut e Hein, 2009), se necessário reconstruir o modelo.</p> <p>Nova apresentação do modelo validado.</p>
9	Avaliar o entendimento dos alunos sobre o que ficou apreendido no Experimento II.	Realização e resolução das questões (QUADRO 9) revisando os conceitos estudados.
10	Oportunizar a expressão oral e escrita individual e obter informações de todos os alunos, avaliando a prática de Modelagem Matemática	<p>Debate final (QUADRO 10): conversa no grande grupo, ideias e sugestões</p> <p>Preenchimento do questionário de avaliação (QUADRO 11).</p>

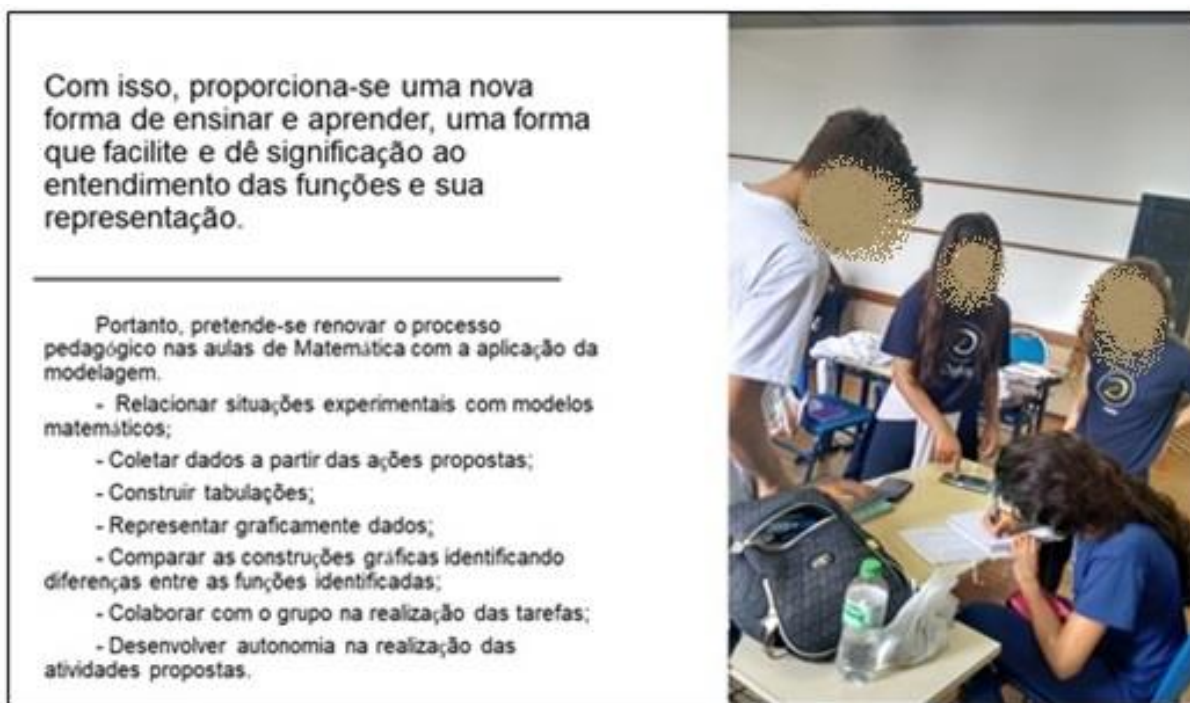
Fonte: Dos autores, 2019.

No primeiro encontro, com a finalidade de esclarecer o funcionamento da proposta metodológica, foram explanados os objetivos da prática, o desenvolvimento da proposta e a importância de participar de uma pesquisa científica. Para isso, foram apresentados *slides* sobre Modelagem Matemática e suas etapas, segundo Biembengut e Hein (2009). Também foi mencionado que seria utilizado o caso 2 (BARBOSA, 2004), ou seja, a situação-problema seria proposta pelo professor e a coleta de dados e a resolução seriam realizadas pelo professor e pelos alunos.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Para que os alunos se conscientizassem das possibilidades que essa metodologia pode promover, foi mostrado o seguinte *slide* da (FIGURA 2).

Figura 2: Habilidades desenvolvidas na MM (*slide*)



Fonte: Dos autores, 2019.

Em seguida, a turma foi dividida em grupos de trabalho. A técnica utilizada foi sorteio, formando 3 grupos de 5 e 6 alunos. Passamos informações sobre a atividade e os materiais necessários para a realização do Experimento I.

Experimento I: Experimento-simulação de despoliuição de um lago, conforme etapas propostas por Biembengut e Hein (2009).

1. Inteiração

Nesta etapa, com o objetivo de familiarizar-se com o tema, foi proposta a leitura da reportagem do ano de 2019 (FIGURA 3) sobre a poluição do rio Taquari, do jornal local (O Fato Novo, março 2019).

Figura 3: Notícia do jornal local “O Fato”, datado de 29 de março de 2019.

O FATO

GERAL

SEXTA-FEIRA, 29 DE MARÇO DE 2019 - 11

Voluntários coletam mais de uma tonelada de lixo nas margens do rio

Além de reduzir poluição, ação visa a conscientizar comunidade para descarte correto dos resíduos



Voluntários fazem parte da Patrulha Ecológica, barqueiros, Certaja, Motasa, Duratex, Escobeiros e grupos de igrejas

Um grupo com cerca de 50 voluntários recolheu mais de uma tonelada de lixo depositado às margens do Rio Taquari. A ação ocorreu na manhã do último sábado, entre as localidades de Caramujo e Fazenda Lengler.

A atividade é realizada há mais de 20 anos no município, a partir de uma iniciativa da Patrulha Voluntária Ecológica. O presidente do grupo, João de Souza Rolim, disse que

a maior concentração de resíduos estava nas ilhas e locais de remanso da rio. “Quando dá cheia, o lixo se acumula nessas locais. A maior parte desse lixo não é nosso, vem lá de cima com a enchente”, relatou. Entre os materiais coletados, além de muito plástico e garrafas PET, o que chamou atenção foram os móveis. Foram encontrados dois sofás, dois fogões, geladeira, monitor de computador e televisão. “Dá uma casa montada”, brincou João Rolim.

Além da Patrulha Ecológica, realizaram a ação funcionários da Certaja,

Duratex e Motasa, integrantes do grupo escoteiro Costa e Silva, além de participantes de igrejas do município.

“O nosso objetivo específico é a conscientização do pessoal para não jogar lixo, não só no rio, mas também nos córregos, nas valetas de estradas, porque isto vem pelo pluvial e cai no rio”, disse um dos integrantes da atividade, Leandro da Cruz Vargas.

O sócio-gerente da Motasa, Andreas Filer, também participou da coleta. Para ele, é importante o engajamento nessas ações, principalmente para os

jovens, que poderão multiplicar essas atitudes de conscientização em relação ao meio-ambiente. “O rio faz parte do nosso município, se a gente não cuidar dele, sem fim. Acho que temos que começar a cuidar mais e dedicar-nos a ações como esta. É importante esta atitude de respeito com o nosso rio”, considerou.

Os voluntários contam com o auxílio de empresários locais para realizar a atividade. Eles receberam doações de combustível e alimentação para auxiliar no trabalho.

Conferência do Idoso ocorre hoje

A 3ª Conferência Municipal dos Direitos da Pessoa Idosa ocorre hoje, na sede da Associação Beneficente Pella Betânia. O tema “Os desafios de envelhecer no século XXI e o papel das políticas públicas”, o evento é organizado pelo Conselho Municipal do Idoso, com início previsto para as 8h30min. Às 9h15min, haverá apresentação de comitê do projeto Comunidade Ativa; às 9h30min, palestra “Idosos – políticas públicas e serviços socioassistenciais do município de Taquari”; às 9h30min, palestra com Simone Tatiane Pfüller Lisboa, defensora pública de Taquari, às 11h, debates e às 12h, intervalo para o almoço. À tarde, às 13h30min, apresentação do grupo de dança da Associação Beneficente Pella Betânia, seguida de ginástica laboral; às 14h, formação dos grupos para discussão dos idosos; às 15h30min, plenária final para a aprovação das deliberações e a eleição de delegados para a Conferência Estadual dos Direitos da Pessoa Idosa.

NOTA DE AGRADECIMENTO

Em nome da Patrulha Ecológica Voluntária, gostaria, através deste jornal, de agradecer aos barqueiros Ezequiel, com seu barco representando a colônia de Pescadores de Taquari; ao Neozai, com seu barco e grupo representando a igreja do pastor Paulo; ao Nelo Kilo, com seu barco e grupo; ao Andreas, com seu barco, representando a Motasa; ao Rolim e seu grupo, com seu barco representando a Patrulha Ecológica, e ao Pulito, que participou com seu caiaque. Também agradeço aos patrocinadores, Pasco Charria e Pasco 24 Horas, que doaram gasolina, e a Chico Florestal, Certaja e Motasa. Muito obrigado a todos que compareceram e ajudaram. É uma pena que muitos pescam, usam o rio como lixeira, mas não comparecem para ajudar, então, a eles também o meu agradecimento, foram recolhidos mais de 1000 kg de detritos diversos incompatíveis com a água. Meus parabéns ao Leandro da Certaja pela organização. Preserve a água que vai beber!

João de Souza Rolim
Presidente da Patrulha Ecológica Voluntária

Fonte: Jornal O Fato Novo, Taquari – RS, (2019).

Na sequência, assistimos ao vídeo/reportagem (FIGURA 4), disponível em <http://g1.globo.com/globo-news/jornal-globo-news/videos/v/nova-tecnologia-despolui-aguas-com-bacterias/7161735/>, intitulado “Nova tecnologia despolui águas com bactérias”, da Globo News (2018).

Figura 4: Imagem de um trecho do vídeo: Nova tecnologia despolui águas com bactérias.



Fonte: Globo News (2018).

Tanto a reportagem como o vídeo motivaram discussões e comentários sobre recursos de despoluição natural, sobre a situação de poluição da lagoa Armênia, localizada no centro da cidade de Taquari. Neste momento, alguns alunos trouxeram mais informações sobre a despoluição, mencionaram outros processos já realizados na lagoa da cidade, houve questionamentos a respeito dos dejetos e lixos que colocam na lagoa e da falta de consciência ambiental das pessoas.

Aproveitando o assunto em debate, foi introduzida a proposta do experimento-simulação da despoluição de um lago, enfatizando que se tratava de uma simulação e que, na natureza, este processo de despoluição é promovido pelas algas e bactérias presentes no ecossistema, semelhante ao que foi mostrado na reportagem da Globo News (2018).

2. Matematização:

Após, os alunos se organizaram em grupo e foi distribuído o roteiro para a realização do experimento I apresentado no Quadro 5.

Quadro 5: Experimento-simulação de despoluição de um lago.

Experimento I: Experimento-simulação de despoluição de um lago.

Problema: Qual o modelo matemático presente no processo de despoluição de um lago?

Objetivos: Realizar experimento-simulação de despoluição de um lago-modelo, utilizando os diferentes tipos de registro e sistematização dos dados (tabela, gráfico e/ou algébrico). Através desses registros, chegar à aproximação ou à elaboração de um modelo matemático e à compreensão da sua importância no processo de despoluição da água.

Materiais: Pote transparente com capacidade superior a 2 litros, copo plástico, balde, corante (café), água e colher.

Procedimentos: Colocar 1 litro de “água poluída” num recipiente, sendo 800ml de água limpa e 200 ml de água com café diluído. Retirar 200 ml da primeira mistura de “água poluída” e substituir por 200 ml de água limpa. E assim, sucessivamente, observando gradativamente a “água despoluindo”, identificando as grandezas e o processo matemático em cada etapa realizada.

Fonte: Dos autores, 2019.

Esse experimento-simulação de despoluição de um lago é importante para entender como ocorre um processo de despoluição de um lago, lembrando que, de forma similar ao vídeo, as placas de organismos vivos (bactérias), colocados no lago poluído, purificam 20% a cada 24 horas e que o volume de água se mantém constante.

Assim, cada grupo iniciou seu experimento-simulação, conforme podemos comprovar no registro enviado pelos alunos (FIGURA 5).

Figura 5: Processo do experimento-simulação da despoluição de um lago



Fonte: Dos autores, com base no grupo 1 (2019).

Dessa forma, cada grupo passou a organizar seu experimento e a registrar os dados de cada etapa, definidos pelas retiradas e entradas de água, bem como a respectiva descrição, tentando criar um modelo matemático a partir do experimento-simulação.

Nessa etapa de realização do experimento-simulação de despoluição de um lago-modelo podem ser utilizados diferentes tipos de registro (tabela, gráfico e/ou algébrico) e, com isso, chegar a um modelo matemático que represente o processo de despoluição da água.

Com os dados coletados, iniciaram as indagações sobre quais grandezas seriam utilizadas na tabela para representá-las. Essa etapa da matematização foi a mais complexa. Discussões, hipóteses, troca de ideias, tentativas e erros levaram os alunos a raciocinar sobre as grandezas e a identificar o padrão existente no processo de despoluição de um lago. Aqui, se fez necessária a intervenção do professor com questionamentos, orientando o grupo que apresentou maior dificuldade de raciocínio na escolha das grandezas e na percepção do padrão. Portanto, na MM, é importante acompanhar atentamente cada grupo, observando e orientando quando necessário.

Após os registros de representação do modelo matemático, os grupos elaboraram o relatório do experimento, conforme o modelo no Quadro 6, a seguir.

Quadro 6: Modelo de relatório de experimento

Relatório do experimento

Componentes do grupo:.....

Data:...../...../.....

Título do experimento:.....

1. Material utilizado:

2. Descrição do experimento:

3. Relato do experimento com tabelas e gráficos (utilize *prints* e fotos):

Tentativa 1:

Tentativa 2:

Tentativa 3:

4. Observe os dados obtidos no experimento e responda:

a) Quais as grandezas identificadas?

b) Qual a variável dependente e a independente?

c) Há proporcionalidade entre as medidas?

5. Qual o modelo matemático obtido?

6. Quais foram os caminhos utilizados para representar o modelo matemático?

7. Outras observações:

Fonte: Dos autores, 2019.

3 Modelo Matemático

Essa é a fase de apresentação dos modelos; é o momento em que os grupos mostram suas elaborações, o desenvolvimento de seus raciocínios, percepções e conclusões preliminares.

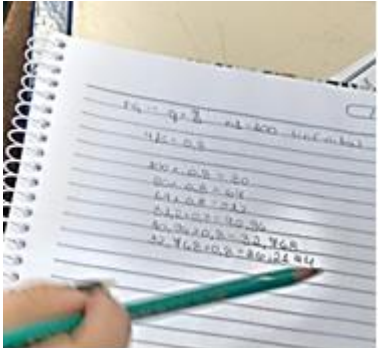
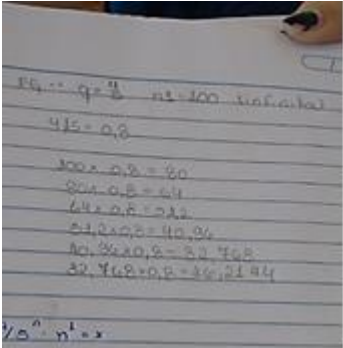
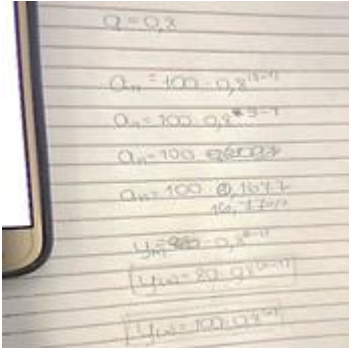
Os grupos optaram por apresentar em *power point*, descreveram o experimento e apresentaram gráficos que sugeriram uma curva exponencial (ou logarítmica), embora não tenham mencionado os nomes das funções pelo fato de não as conhecerem ainda.

Quanto aos modelos algébricos, ao serem questionados, verificaram não ser um modelo satisfatório. Os grupos então retornaram à etapa de matematização, com o objetivo de refazer o modelo algébrico, após as discussões que levantaram novas hipóteses, relacionando-as com a progressão geométrica (conceito já estudado).

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

A partir deste raciocínio que emergiu das trocas de ideias, os grupos reiniciaram a construção de um modelo algébrico exponencial, chegando, então, ao modelo algébrico validado, conforme Figura 6.

Figura 6 - Modelos algébricos de cada grupo.

		
$A = a_1 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n$	$\left(\frac{4}{5}\right)^n \cdot n = x$	$Y(x) = 100 \cdot 0,8^x$

Fonte: Da autora, com base nos grupos 1, 2 e 3 (2019).

E, com a finalidade de avaliar o entendimento dos alunos sobre o que ficou apreendido nesse experimento-simulação, eles responderam às seguintes questões, conforme o Quadro 7.

Quadro 7: Questões referentes ao Experimento simulação de despoluição de um lago.

<p>Representação do modelo obtido:</p> <p>1. Qual o modelo obtido a partir do experimento simulado da despoluição de um lago?</p> <p>Com o modelo obtido e estabelecendo relação com a realidade, responda:</p> <p>1a. Na reportagem assistida no vídeo (http://g1.globo.com/globo-news/jornal-globo-news/videos/v/nova-tecnologia-despolui-aguas-com-bacterias/7161735/), a utilização de placas bioestimuladoras das bactérias benéficas que se nutrem da sujeira fazem um processo de despoluição de aproximadamente 20% do lago a cada 24h. Partindo dessa hipótese, quantos dias seriam necessários para “limpar” mais de 95% do lago?</p> <p>1b. Com a aplicação dessa técnica de despoluição, após 8 dias, qual a porcentagem que haverá de água despoluída num lago?</p> <p>2. Buscando identificar as etapas da modelagem no experimento, descreva as 3 etapas:</p>
--

Fonte: dos autores, 2019.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Esse primeiro experimento foi realizado em 4 encontros de duas horas.

Experimento II: processo de diluição de uma substância ácida em água, com medição do pH, conforme etapas propostas por Biembengut e Hein (2009).

1 Inteiração:

Nesta etapa, iniciada no sexto encontro, foi proposto, ainda relacionado à temática água, o segundo experimento que envolveu conceitos de Química.

Inicialmente, foram evocados os conhecimentos prévios sobre o pH seguido de discussões sobre a qualidade da água que bebemos. Então, os alunos pesquisaram na *internet* informações sobre o pH, sua importância e aplicações, o pH dos alimentos, das águas minerais e o pH do sangue. Verificaram que o pH ideal da água para beber é em torno de 7.

Após a obtenção de informações sobre o pH e a revisão do conceito de Molaridade pela professora de Química¹, passou-se para a realização do experimento II.

2 Matemática

O Experimento II, relacionado ao processo de diluição do HCl em água para mensurar o pH, foi realizado no laboratório da escola, junto com a professora de Química. O roteiro para o experimento segue descrito no Quadro 8.

Quadro 8: Processo de diluição do HCl em água, com mensuração do pH.

<p>Experimento II: Trata do fenômeno da mudança do pH na mistura gradual de água, na água com substância ácida, até atingir a medida do pH aceitável na água que utilizamos.</p>

¹ Este encontro interdisciplinar, contou com a colaboração e participação da professora de Química da escola que auxiliou no manuseio do HCl e permaneceu durante todo o Experimento II.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Problema: Qual o modelo matemático no processo de mudança do pH de uma solução ácida para a água com pH ideal para consumo?

Objetivo: Identificar um modelo matemático a partir da relação entre as grandezas, coletando dados ao realizar o experimento de diluição de uma substância ácida em água, gradativamente, medindo o pH em cada etapa.

Materiais: HCl 0,1 mol, 5 béqueres de 50 ml, pipetas volumétricas e graduadas 5 ml, copo descartável, medidor de pH, água.

Procedimentos: Iniciar com a mistura HCl, 0,1 mol, retirar 5 ml e colocar em 45 ml de água. Dessa nova mistura (50 ml), retirar 5 ml e colocar em um novo béquer com 45 ml de água, e assim, sucessivamente, medindo o pH com fitas de indicadores de pH, em cada etapa do experimento, identificando grandezas e o processo matemático em cada etapa.

Fonte: Dos autores, 2019.

Após orientações sobre o experimento, foi medido o pH do HCl concentrado e iniciada a retirada de 5ml para o primeiro processo de diluição do ácido em água. Essa primeira etapa foi realizada pela professora de Química, devido ao grau de periculosidade de inalação do ácido. Após, os alunos puderam seguir a experimentação com segurança.

O experimento consistiu em observar a mudança do pH na mistura gradual de substância ácida e água e colher dados, buscando identificar o modelo matemático existente nesse processo. Nesta etapa (matematização), surgiram dúvidas a respeito da quantidade de HCl que ainda permanecia em cada mistura. Discutiram hipóteses, questionaram, trocaram ideias no grupo e entre os grupos. A dúvida residia em quais grandezas utilizariam, pois havia a quantidade de HCl, a quantidade de água e o valor numérico do pH indicado na fita. Neste momento, se fez necessária uma intervenção com questionamentos que os remetesse a pensar sobre as diferenças entre uma substância com um pH 1 e outra com um pH 7 e percebessem que, com as medições, o pH da mistura estava aumentando e a concentração de ácido estava diminuindo, ou seja, a mistura estava se tornando menos ácida a cada diluição.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Mais dúvidas surgiram nessa etapa, em relação à quantidade de ácido contido em cada etapa da diluição. Mais uma vez, questionamentos conduziram ao fator multiplicativo e/ou percentual de HCl existente em cada etapa. Esclarecida essa relação numérica, seguiu-se a tabulação dos dados coletados e a identificação das grandezas relacionadas, ou seja, a quantidade de ácido existente em cada etapa da diluição e o valor do pH correspondente.

Nesse experimento, foi sugerida a representação gráfica utilizando o *software* Geogebra, bem como a função (regressão de crescimento) para a obtenção do modelo matemático algébrico.

No encontro seguinte, os alunos elaboraram o relatório (questões descritas no Quadro 6) e, em seguida, houve o momento de socialização.

3 Modelo Matemático

Nesta etapa, os grupos relataram o Experimento II, a tabulação dos dados, os procedimentos e os cálculos realizados. A representação por tabela continha os dados corretos, porém o gráfico e o modelo algébrico foram questionados e todos perceberam não ser possível a validação.

Retornou-se, então, à matematização em que a identificação do erro e a discussão de novas hipóteses foram fatores importantes que os conduziram a relacionar, novamente, com o conhecimento prévio de progressão geométrica, sua razão e a construção do modelo algébrico na forma $y = a \cdot b^x$, ou seja, após trocas nos grupos e entre os grupos, todos chegaram ao modelo válido: $y = \left(\frac{1}{10}\right)^x$ ou $f(x) = 1 \cdot (0,1)^x$.

Ao final, os alunos responderam a algumas questões relacionadas ao experimento e às relações entre as áreas do conhecimento, conforme ilustra o Quadro 9.

Quadro 9: Questões referentes ao experimento II

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1.O que caracteriza uma substância ácida, neutra e básica? Qual a importância do pH na nossa vida? Cite algumas aplicações.2.Qual o modelo matemático para de um ácido (HCl) chegar a um pH neutro? |
|--|

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

3. Sobre a ideia de experimento que surgiu na aula passada: Qual o pH da Coca-Cola?
4. Quantos copos de água precisamos para que o pH do refrigerante chegue a um pH saudável para o ser humano?
5. Represente os resultados desse experimento e discuta com seus colegas.
6. Observe as expressões matemáticas do pH:

$$\text{pH} = -\log_{10} [\text{H}^+] \quad \text{ou} \quad 10^{-\text{pH}} = \text{H}^+$$

Qual a relação dessas expressões com o modelo encontrado?

Fonte: Dos autores, 2019.

Encontro final (Avaliação)

Nesse encontro, foi feita uma rodada de discussão em que os alunos falaram sobre suas impressões e avaliaram a metodologia Modelagem Matemática aliada aos experimentos. Os depoimentos orais e as discussões no grande grupo contemplaram os tópicos da pauta (QUADRO 10).

Quadro 10: Pauta norteadora do debate final.

PAUTA NORTEADORA PARA DEBATE

1. Autonomia.
2. Colaboração entre os componentes do grupo e entre os grupos.
3. Aspectos positivos e negativos do processo da Modelagem Matemática aliada à experimentação para chegar a uma representação do modelo.

Fonte: Dos autores, 2019.

Esse debate, conversa no grande grupo, favoreceu o desencadeamento de ideias e sugestões. Além disso, foi preenchido o questionário de avaliação (QUADRO 11), oportunizando a expressão escrita individual com a finalidade de obter informações de todos os alunos, inclusive, dos mais tímidos, sobre a prática de Modelagem Matemática.

Quadro 11: Questionário final: avaliação da prática

QUESTIONÁRIO FINAL
01. As experimentações e a Modelagem Matemática auxiliaram na compreensão do conceito de função exponencial? Por quê?
02. O que você achou da utilização do <i>software</i> Geogebra para a construção de gráficos e a descoberta do Modelo Matemático? Justifique.
03. Quais as dificuldades que encontrou no desenvolvimento das atividades propostas? Explique-as detalhadamente.
04. Quanto ao trabalho em grupo: aspectos positivos e aspectos negativos.
05. Quanto à estratégia de ensino Modelagem Matemática, comparando com método tradicional, cite aspectos positivos e negativos.

Fonte: Dos autores, 2019.

Resultados obtidos

Os resultados desta prática indicam que a MM aliada à experimentação contribui no ensino de função exponencial, visto que, no decorrer das atividades, emergiram conceitos e, ao serem interligados, deram subsídios para construção do modelo matemático de função exponencial.

Essas atividades desenvolvidas com os alunos e apresentadas neste produto educacional ressaltam a MM como ambiente de aprendizagem que possibilita cooperação, interação, argumentação, crítica, construção coletiva e contextualização do conceito de função exponencial.

Além disso, os desdobramentos das etapas da MM no processo de experimentação promoveram um ambiente de aprendizagem propício para que os alunos percebessem a matemática além de um simples algoritmo, uma matemática com significação e um propósito

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

real ao ser relacionada aos fenômenos químicos, biológicos e ambientais. Deste modo, os alunos se sentiram motivados a aprender ou a reaprender conceitos matemáticos, na busca de estratégias para a solução do problema.

Porém, alguns cuidados são imprescindíveis ao se aplicar a MM como metodologia, dentre eles, a implantação de forma gradual de acordo com os três casos classificados por Barbosa (2004) e a clareza quanto aos papéis assumidos pelo professor e pelos alunos, já mencionados nos aportes teóricos, que deram apoio tanto na elaboração quanto no desenvolvimento e na análise dessa prática. Dessa forma, a incerteza do sucesso dos alunos quanto à construção do modelo matemático de função exponencial, sem noção prévia deste conceito, foi contornada. Com observações e questionamentos estratégicos, foi possível orientar sem dar as respostas, permitindo que os alunos explorassem e (re)definissem caminhos. Assegurados disso, ainda transitam pelo fazer docente, algumas inseguranças geradas pela acomodação dos alunos e pelo “fantasma” da imprevisibilidade. Para isso, além dos referenciais, buscamos apoio no compartilhamento de outras experiências em MM.

Ademais, além de atingir os objetivos previstos, outras competências surgiram nos desdobramentos desse produto educacional. A essas, chamamos de brotamentos, pela sua forma natural, fluida, surpreendente com que emergiram. Dentre eles, a análise crítica dos alunos quanto à confiabilidade dos processos utilizados nos experimentos, um, fundamentado somente no cálculo matemático; outro, no contexto real, brotando assim a “ideologia da certeza” (BORBA; SKOVSMOSE, 2001). Momento emocionante, quando a aluna percebeu que a fórmula do pH (Química) corresponde ao modelo matemático obtido no experimento realizado e, com brilho no olhar, expressou: “Agora sim tudo faz sentido!” Aqui também se inclui a vivência interdisciplinar.

Outro fato interessante que emergiu dos alunos, no decorrer dessa prática, foi a relação do pH com os alimentos por eles digeridos. Pesquisaram na *internet* o pH dos alimentos e o pH do sangue e, pelo fato de ser a Coca-Cola uma bebida digerida por eles com frequência, sugeriram, então, medir o pH e verificar quantos copos d’água seriam necessários para diluir a Coca-Cola até a obtenção de um pH próximo ao da água potável. Portanto, a MM aliada à

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

experimentação, aguça o espírito investigativo de situações cotidianas e abre caminhos para novas descobertas, cabendo ao professor acolher e incentivar.

Nessa perspectiva, Biembengut e Hein (2009, p. 29) afirmam que

[...] a condição necessária para o professor implementar modelagem no ensino – modelação - é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas.

Com isso, em cada desdobramento dessa prática, em cada discussão, em cada troca, foi possível perceber novas formas de pensar e o emergir de um novo aluno, participativo, ativo, crítico, que exercita o ouvir a opinião do outro, que exercita o argumentar, que exercita a construção do conhecimento de forma coletiva. Foi possível perceber, neste cenário da MM, o surgimento gradual de um aluno pesquisador.

Para finalizar, podemos dizer que a MM aliada à experimentação propicia o desenvolvimento de competências de forma natural, fluida e, apesar de algumas dificuldades como a necessidade de um tempo maior na realização da prática e da resistência dos alunos nas primeiras atividades de MM, podemos dizer que a MM como metodologia traz significação ao (isolado) ensino da matemática e desperta o pensamento crítico e investigativo, tanto do aluno como do professor.

Nesse desejo de modificar, compartilhamos essa sequência de atividades na esperança de que outros professores se desacomodem, ousem, superem inseguranças, motivados pelos resultados dessa prática. Que possam encontrar neste produto educacional, motivação para propor o ensino de função exponencial relacionado a um contexto real, num ambiente de troca e discussões, de hipóteses, de estratégias e construção, de erros, de acertos e validações, num ambiente de transformação, num ambiente de MM aliada à experimentação.

Referências

BARBOSA, Jonei Cerqueira. A “**contextualização**” e a **Modelagem na educação matemática do ensino médio**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 8, 2004, Recife: SBEM, 2004.1 CD-ROM



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

BASSANESI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 4 ed. São Paulo: Contexto, 2014.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria S; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Editora Contexto, 2009.

BORBA, Marcelo Carvalho.; SKOVSMOSE, Ole. **A ideologia da certeza em educação matemática**. In: SKOVSMOSE, O. Educação matemática crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001. cap. 5. p.127-148.

CARVALHO, Ana Maria Pessoa de. (org). **Ensino de Ciências por Investigação: Condições de implementação em sala de aula**. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática e situações de tensão e as tensões na prática de Modelagem**. Bolema, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 265-296, abr. 2011.