



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

## O ENSINO DE SISTEMAS DE CONTROLE POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE UMA PLANTA TÉRMICA E TRANSFORMADAS DE LAPLACE

### TEACHING CONTROL SYSTEMS THROUGH THE USE OF A THERMAL PLANT AND TRANSFORMED FROM LAPLACE

Mateus Vorpagel<sup>1</sup>, Italo Gabriel Neide<sup>2</sup>, Juliano Schirmbeck<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mestrando em Ensino de Ciências Exatas – Universidade do Vale do Taquari – Univates –  
vorpa2008@gmail.com

<sup>2</sup>Doutor em Ciências (ênfase Física Teórica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul –  
UFRGS – italo.neide@univates.br

<sup>3</sup>Doutor em Sensoriamento Remoto com Aplicação em Agrometeorologia – Universidade  
Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS – juliano.schirmbeck@univates.br

#### Finalidade

O presente produto educacional apresenta um conjunto de atividades experimentais utilizando uma planta térmica e o *software Matlab*, que pode ser aplicado em uma turma de Sinais e Sistemas do curso de Engenharia Elétrica.

#### Contextualização

Esta pesquisa foi desenvolvida com 27 acadêmicos do curso de Engenharia Elétrica da Universidade do Vale do Taquari – Univates. A disciplina escolhida foi Sinais e Sistemas, onde

---

Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Exatas –

UNIVATES

Rua Avelino Tallini, 171, Universitário – 95914-014 Lajeado/RS, Brasil – Fone: 51. 3714-7000

e-mail: [ppgece@univates.br](mailto:ppgece@univates.br) home-page: [www.univates.br/ppgece](http://www.univates.br/ppgece)



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

foram trabalhados os conteúdos de função de transferência e sistemas de controle de primeira ordem.

Com o objetivo de facilitar o ensino do conteúdo da disciplina de Sinais e Sistemas, em função de muitos estudantes de Engenharia Elétrica apresentarem dificuldades de aprendizagem dessa matéria, para o meio acadêmico e a sociedade, foi desenvolvida uma metodologia de ensino baseada em Previsão, Observação e Explicação, também conhecida como metodologia POE, capaz de contribuir com a aprendizagem deste conteúdo.

De acordo com Schwahn (2008) e White (2014), a metodologia POE é baseada em três etapas distintas. A primeira delas é a previsão, onde busca-se descobrir as ideias individuais de cada aluno. Nela os estudantes são instigados a discutirem o problema que foi proposto pelo professor, em grupos ou individualmente, trocando experiências pessoais e lançando hipóteses sobre o problema. Desse modo, utilizam conhecimentos adquiridos em sala de aula. O professor deve acompanhar e motivar a turma para que ela consiga responder corretamente o assunto que foi proposto.

Já na segunda etapa os alunos devem descrever o conteúdo a ser analisado, chamada de observação. Desse modo, os estudantes realizam o experimento que foi proposto pelo professor e anotam todas suas observações, comparando-as com as ideias discutidas no início do processo. Por fim, todos devem discutir em grupos conciliando qualquer conflito que teve entre a previsão e a observação, surgindo assim a etapa de explicação. (WHITE, 2014)

Conforme afirma Schwahn (2008, p. 160):

A terceira etapa, a EXPLICAÇÃO, é o momento em que os alunos irão descrever possíveis semelhanças e/ou diferenças entre as suas respostas da predição com aquilo que observaram durante a realização do experimento, tentando explicar o fenômeno, comprovando ou não a hipótese inicial. É nesta terceira etapa que a participação individual contribui para a resolução do problema lançado pelo professor, possibilitando que cada aluno organize suas descobertas dentro de um modelo conceitual.



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

Segundo Oliveira (2003), a etapa da explicação é a mais importante. Para o autor é nesse momento que aparece a resolução do problema inicial, que veio da contribuição dos grupos de alunos com os dados do primeiro e segundo momentos. É nessa parte que o professor assume o papel de mediador, gerando discussões entre a turma, de modo que os assuntos com controvérsias possam ser discutidos e assim produzir resultados para conseguir-se explicar e resolver o problema proposto.

Através desta pesquisa, foi possível criar este produto educacional, aplicando na prática os conhecimentos adquiridos durante o Mestrado, possibilitando que esse material possa ser aplicado por outros professores em sua prática pedagógica, visando à melhoria do processo de ensino e da aprendizagem.

A disciplina de Sinais e Sistemas possui conteúdos desafiantes para alunos e professor. Quando os estudantes se matriculam nessa disciplina na graduação, ficam apreensivos, em função do alto grau de dificuldade das teorias presentes em controle. Muitos ficam desmotivados, dessa forma, cabe ao professor incentivar os alunos, trazendo aulas mais prazerosas e dinâmicas, nas quais os alunos se interessem pela matéria e consigam, principalmente, associar a teoria com a prática, algo bem presente na metodologia POE.

Por ser uma disciplina da metade do curso de Engenharia Elétrica, muitos acadêmicos já trabalharam na área elétrica, por isso o professor deve alinhar os objetivos da disciplina com a realidade profissional dos estudantes. Em síntese, objetivou-se elaborar um produto educacional que possa motivar mais os alunos nesse conteúdo tão desafiador.

### **Objetivos**

O principal objetivo desse trabalho foi socializar uma sequência para o ensino de sistemas de controle de primeira ordem na disciplina de Sinais e Sistemas, por meio da metodologia POE. Além disso, essa pesquisa objetivou verificar os conhecimentos prévios dos estudantes relacionados à sinais e sistemas, bem como suas aplicações em situações do



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

cotidiano; utilizar atividades experimentais e computacionais para o desenvolvimento de uma metodologia POE; analisar o desenvolvimento da intervenção através de metodologia descritiva e identificar os possíveis impactos deste trabalho; e conhecer as percepções dos alunos frente às atividades desenvolvidas.

### **Detalhamento**

Esse produto educacional foi desenvolvido em dois encontros. No primeiro deles, realizou-se as atividades experimentais sobre sistemas de controle de primeira ordem e função de transferência, onde inicialmente entregou-se um questionário introdutório com o objetivo de verificar as ideias iniciais sobre o conteúdo trabalhado na sequência. Já no segundo encontro, foi entregue um novo questionário introdutório, para verificar as ideias iniciais dos alunos sobre os conteúdos que foram trabalhados em sequência, como conceitos teóricos e cálculos numéricos sobre os conteúdos anteriormente vistos e ainda sobre transformada de Laplace. A teoria dos conteúdos e conceitos foi abordada em conjunto com as atividades experimentais. Desse modo, houve conceitos trabalhados com a própria prática experimental.

Em seguida, foram desenvolvidas as atividades de simulação, visto que elas só foram possíveis de serem realizadas através do uso do computador, mediante a utilização do *software Matlab* para simulações de sistemas de primeira ordem, gerando gráficos e dados numéricos para comparação com os obtidos na aula anterior através de experimentos práticos. Com o intuito dos estudantes se familiarizarem com as simulações, o autor deste trabalho fez as orientações gerais, com o objetivo de explorar a ferramenta que foi utilizada. No final das atividades foi realizado um Momento Individual de Aprendizagem e um Questionário Sobre Percepção dos Alunos, de modo a contribuir com a análise dos resultados. As atividades propostas neste projeto foram divididas em cinco (5) momentos, sendo dois momentos no primeiro encontro e três momentos no segundo encontro. A duração e os detalhes são descritos abaixo:



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

**1º Momento – Questionário oral para instigar os estudantes:** Foram realizadas cinco perguntas aleatórias para instigar os estudantes sobre os conteúdos que foram trabalhados, a saber:

- 1) O sinal de uma fonte de alimentação de corrente contínua pode representar que tipo de função de controle.
- 2) Deem exemplos de plantas térmicas.
- 3) Como funciona um controlador de temperatura.
- 4) Um sistema de resfriamento apresenta que tipo de função matemática.
- 5) Como é possível rebaixar a tensão de entrada de um sistema para aplicar um sinal em uma entrada digital de um controlador de temperatura.

Dessa forma, além de motivá-los, o pesquisador pôde ter uma noção dos conhecimentos prévios da turma. O questionário foi baseado nos conteúdos de sistemas de controle de primeira ordem, sendo realizadas perguntas que tiveram relação com o cotidiano dos alunos.

**2º Momento – Atividade Experimental e abordagem teórica do conteúdo:** Durante as atividades foram aplicadas a metodologia POE. Inicialmente foi utilizada a etapa da previsão, onde buscou-se as principais ideias dos alunos. Nela os estudantes são instigados a discutirem o problema que foi proposto pelo professor, trocando experiências pessoais e lançando hipóteses sobre o problema. Desse modo, utilizam conhecimentos adquiridos em sala de aula.

Para isso, foi entregue um questionário introdutório para buscar as ideias iniciais dos alunos sobre os conteúdos trabalhados, conforme segue:

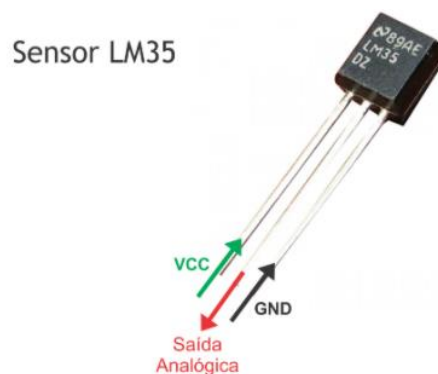
- 1) O que a alimentação de energia da estufa representa?
- 2) Em que aplicações podemos utilizar uma planta térmica?
- 3) Descreva como você imagina que seria gerada a curva de temperatura pela planta ao longo do tempo?

**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

- 4) Qual função matemática você acha que a curva de temperatura representa?
- 5) Como você acha que será o comportamento da curva após um longo período de tempo?

Após aplicado o questionário e esclarecidas as dúvidas dos alunos, foram desenvolvidos os conteúdos de sistemas de controle de primeira ordem. As atividades experimentais e a abordagem teórica ocorreram simultaneamente. Para desenvolvimento da atividade experimental foi utilizada uma planta térmica. A planta consistia em um sistema de aquecimento através de uma lâmpada dicróica. A temperatura foi monitorada através de um sensor de temperatura modelo LM35. Esse sensor possui uma saída de tensão linear relativo à temperatura. Para cada grau celsius que o sensor lê, ele varia 10 mV. A Figura 1 apresenta esse sensor.

Figura 1. Sensor LM35



Fonte: <http://fronteiratec.com/blog/sensor-de-temperatura-lm35-parte-01/>

Esse sensor possui três terminais, sendo dois deles para alimentação que pode ser de 4 a 20 V, conforme especificação técnica do fabricante, e o outro é o sinal de saída analógica que deve ser conectado a entrada analógica de algum controlador. A planta térmica que foi utilizada possui um transdutor de temperatura integrado em sua placa, permitindo assim uma saída

**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

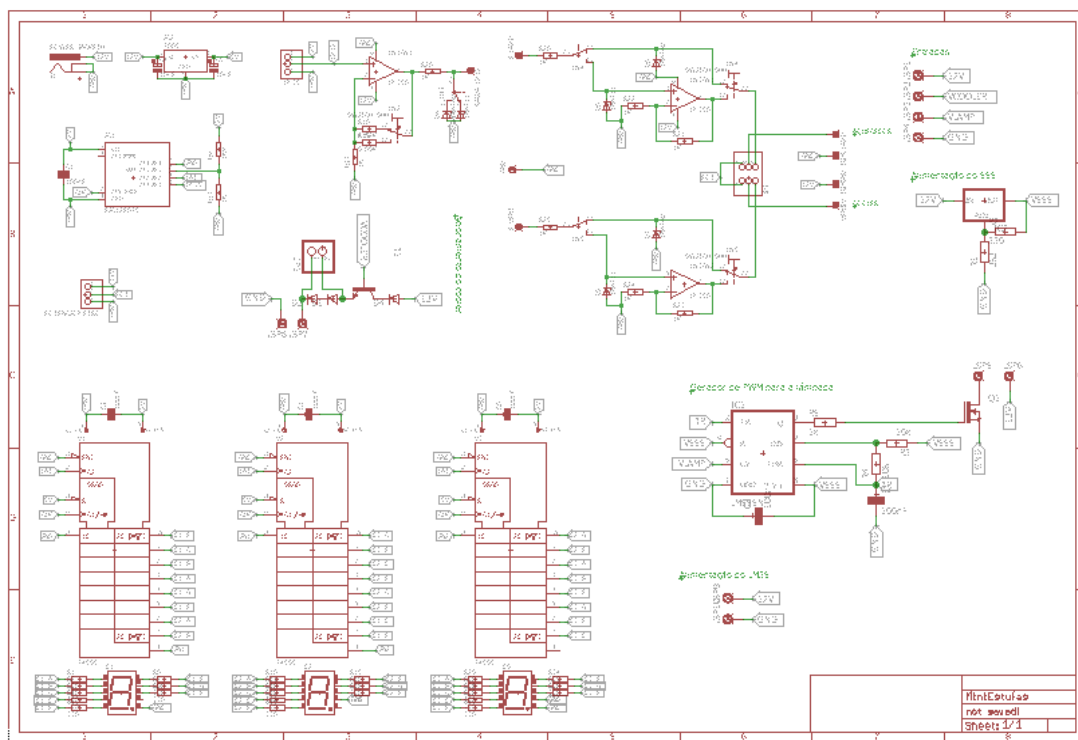
analógica de 0 a 10 V. A Figura 2 ilustra essa planta, enquanto a Figura 3 apresenta o seu projeto eletrônico.

Figura 2. Planta térmica



Fonte: O autor, 2020.

Figura 3. Projeto eletrônico da planta térmica



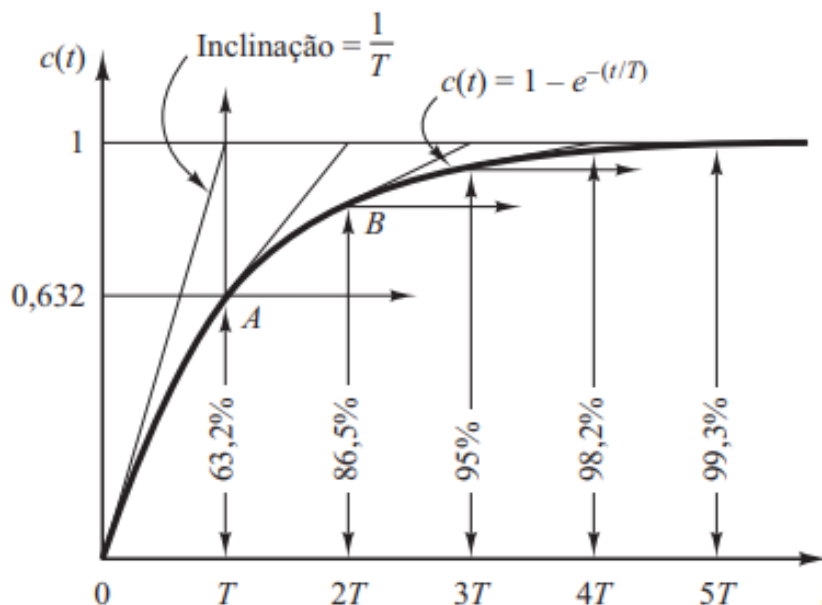
Fonte: O autor, 2020.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Essa estufa é alimentada por uma fonte chaveada de corrente contínua de 12 V de tensão. Aliada a ela existe um potenciômetro utilizado para variar a intensidade da lâmpada, podendo aumentar ou diminuir o nível de aquecimento. A mesma também possui um cooler de resfriamento acoplado em sua estrutura com uma entrada de tensão de 0 a 10 V, porém para essa aplicação o mesmo não foi utilizado. Nesse ponto questionou-se os estudantes sobre como gerar a curva de um sistema de primeira ordem, qual é o tipo de função que alimenta a estufa, qual seria a melhor forma de capturar os dados.

Seguindo com as atividades, aplicou-se a segunda etapa do POE que é a observação. Assim os estudantes tiveram que realizar o experimento proposto e anotar as observações, comparando com as ideias discutidas no início do processo. O objetivo da atividade experimental foi que os alunos conseguissem construir uma curva de temperatura de um sistema de primeira ordem, semelhante a registrada por Ogata (2002) em seu livro de Engenharia de Controle Moderno. A Figura 4 apresenta essa curva.

Figura 4. Curva exponencial de resposta de um sistema de primeira ordem



Fonte: Ogata, 2020.



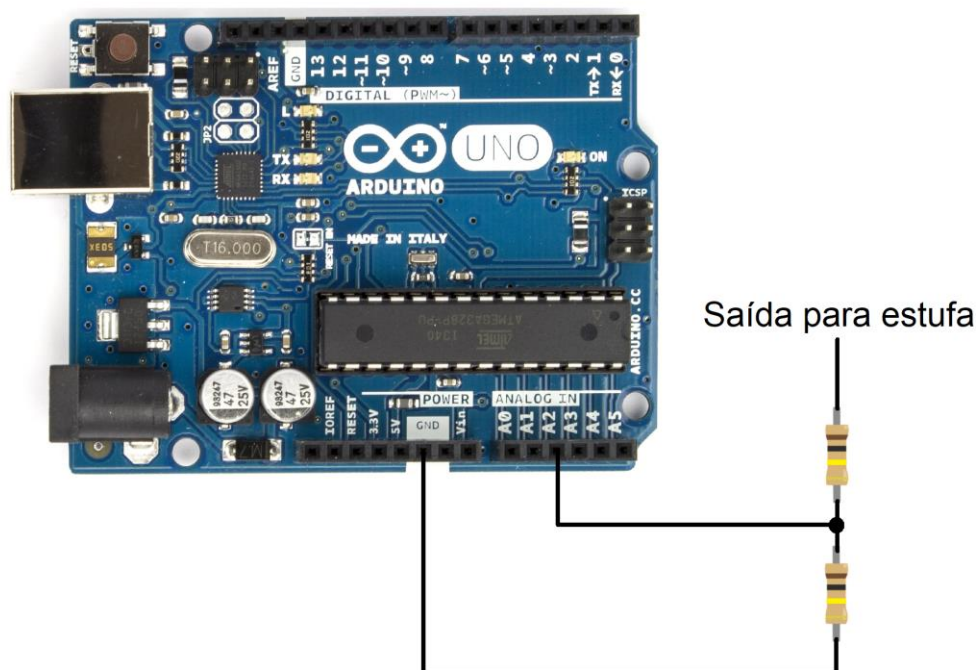
UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Além de construir a curva, os estudantes tiveram que ser capazes de utilizar a função de transferência  $c(t)$  para encontrar os valores de  $t$  para os tempos de  $T$ ,  $2T$ ,  $3T$ ,  $4T$  e  $5T$ . Para ler os valores de temperatura foi utilizado a plataforma Arduino Uno. Porém essa plataforma tem uma entrada analógica de 0 a 5 V. Então para não sobrecarregar a entrada, construiu-se um divisor de tensão para que assim, a tensão de saída da estufa fosse rebaixada. A Equação 1 apresenta o cálculo de divisor de tensão utilizando dois resistores.

$$V_o = \frac{R_2}{R_2+R_1} V_{in} \quad \text{Eq. (1)}$$

Onde  $V_o$  é a tensão de saída,  $R_1$  e  $R_2$  são as resistências dos dois resistores e  $V_{in}$  é a tensão de entrada. Para facilitar o cálculo foram utilizadas duas resistências de 100 k $\Omega$ . Dessa forma, a tensão será rebaixada de 10 V para 5 V. A Figura 5 apresenta o esquemático de ligação desse circuito.

Figura 5. Esquemático de ligação



Fonte: O autor, 2020.



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

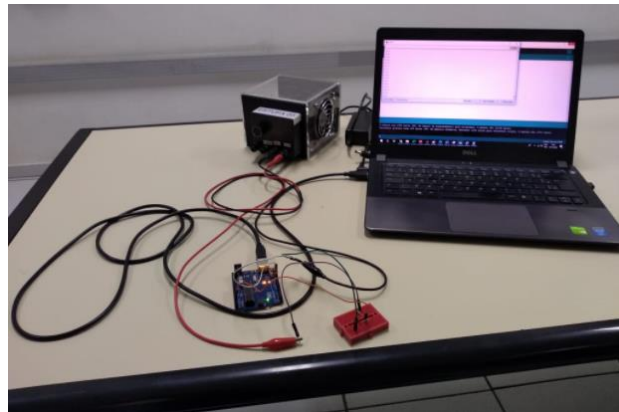
Porém os alunos tiveram que chegar nos melhores valores de resistência sozinhos, o professor apenas orientou os estudantes. No final o pesquisador induziu os alunos para fazerem as leituras utilizando a saída serial do Arduino. Abaixo segue o código fonte que foi utilizado para programação do controlador que o autor deste trabalho desenvolveu.

```
const int LM35 = A2; // Define o pino que lera a saída do LM35
float temperatura; // Variável que armazenará a temperatura medida
//Função que será executada uma vez quando ligar ou resetar o Arduino
void setup() {
    Serial.begin(9600); // inicializa a comunicação serial
}
//Função que será executada continuamente
void loop() {
    delay(900);
    for (int i = 0; i < 1000; i++)
    {
        temperatura = temperatura + (float(analogRead(LM35)) * 5 * 2 / (1023)) / 0.1;
//1023 taxa de leitura do conversor AD arduino
    }
    temperatura = temperatura / 1000; //Media de mil leituras
    Serial.println(temperatura);
}
```

Esse código o professor forneceu para os estudantes em função do pouco tempo para desenvolverem em sala de aula. A Figura 6 apresenta a ligação física entre a estufa, o divisor de tensão, o Arduino e o computador para realizar as medições.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

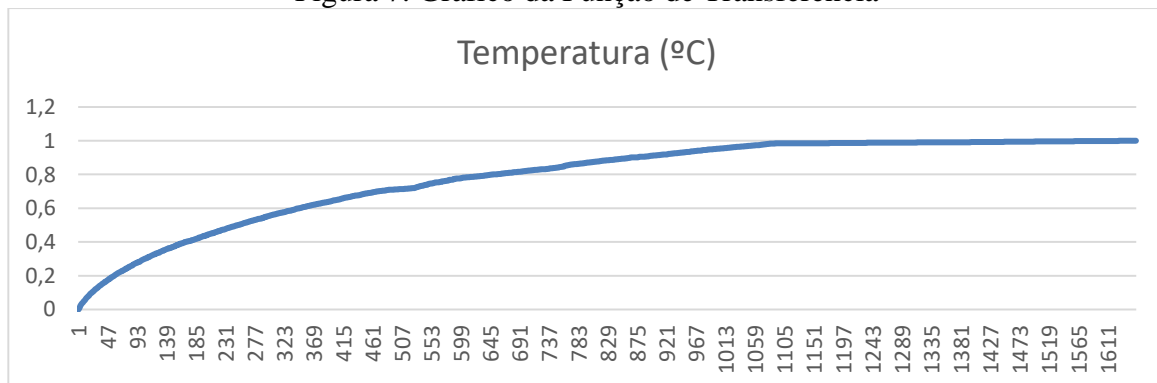
Figura 6. Visão geral do aparato



Fonte: O autor, 2020.

A estufa pode variar sua temperatura de 29 a 73°C. Para coleta de dados, os alunos tiveram que exportar os valores de temperatura da saída serial do Arduino para uma planilha eletrônica. As leituras foram realizadas a uma taxa de uma leitura por segundo. Para corrigir erros e variações, foi desenvolvido um algoritmo que realiza mil leituras em 62,5 microssegundos, e faz a média, possibilitando a leitura de valores para construção da tabela. Após exportar os dados para a planilha, os mesmos foram normalizados com o intuito de distribuir para valores entre zero e um. Previamente, todos os passos acima, foram realizados antes da aplicação das atividades com a turma. A Figura 7 apresenta o gráfico que foi gerado a após 1611 segundos de leituras.

Figura 7. Gráfico da Função de Transferência



Fonte: O autor, 2020.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

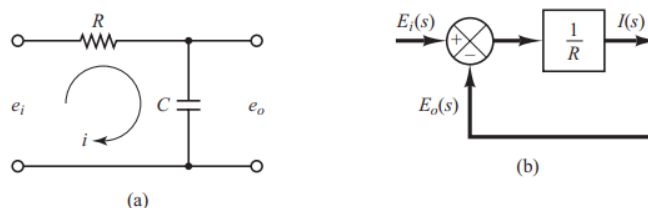
Com a construção do gráfico conseguiu-se analisar os tempos de T, 2T, 3T, 4T e 5T da função de transferência, questionando os alunos do sistema de primeira ordem. Após finalizar todas as atividades e discussões foi realizado o momento da explicação. Para Oliveira (2003), essa é a etapa mais importante da metodologia POE. Pois nesse momento apareceu a resolução do problema, que veio da contribuição dos grupos de alunos com os dados do primeiro e segundo momento. Nessa ocasião foram discutidos com a turma os aspectos controversos, gerando resultados e resolvendo o problema inicial.

Os estudantes puderam comprovar na prática as teorias vistas anteriormente, refletindo sobre aquilo que foi apresentado desde o começo dos estudos, como o que a alimentação de energia da estufa representa, as principais aplicações de uma planta térmica, como é o comportamento de uma curva de uma função de transferência de primeira ordem e qual função matemática que essa curva representa.

**3º Momento – Cálculos de sistema de controle de primeira ordem utilizando LaPlace:** Na aula anterior, foram realizadas atividades experimentais com a planta térmica, onde analisou-se um sistema de controle de primeira ordem. Verificou-se que a constante de tempo do sistema é  $1/T$ . De forma análoga, buscou-se relacionar o sistema da planta térmica com outros sistemas presentes na vida profissional dos alunos. Um desses sistemas é o circuito resistivo/capacitivo, também conhecido como circuito RC, onde a curva de tensão elétrica gerada ao longo do tempo, possui o mesmo comportamento do sistema visto na aula anterior.

O circuito RC é representado pela Figura 8. A Figura 8(a) apresenta o circuito elétrico RC, já a Figura 8(b) apresenta o diagrama de blocos do circuito elétrico RC.

Figura 8. Circuito RC



Fonte: Ogata, 2002.



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

Na Figura 8(a) R representa a resistência elétrica, C representa a capacitância, i representa a corrente elétrica,  $e_i$  tensão elétrica de entrada e  $e_o$  tensão elétrica de saída. Conforme Ogata (2002), a partir da Lei de Kirchhoff para as tensões, obtém-se o seu modelo no domínio do tempo. Ele é dado pela equação diferencial ordinária, linear, com coeficientes constantes e de primeira ordem conforme apresenta a Equação 1:

$$V(t) = Ri(t) + \frac{1}{c} \int i(\tau) d\tau ; i(0) = 0 \quad \text{Eq. (2)}$$

Assim dando sequência as atividades, foram realizadas as questões abaixo. Os alunos tiveram que responder e entregar as atividades por escrito. Essas questões fizeram parte da primeira etapa da metodologia POE, a etapa da Previsão.

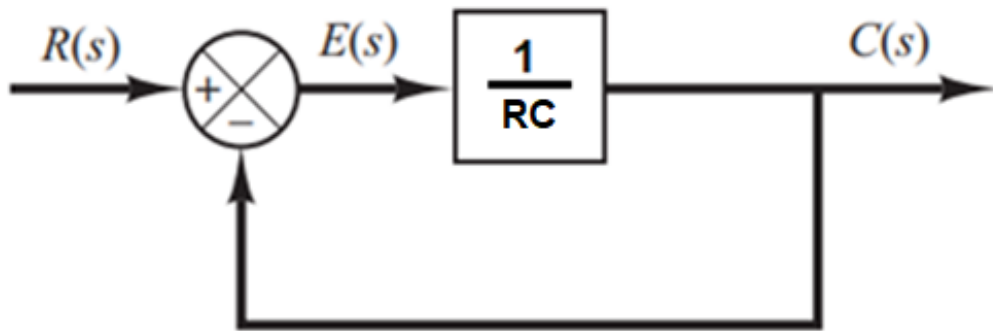
- 1) Desenhe um gráfico de como você acredita que será o comportamento de um Circuito RC ao longo do tempo.
- 2) Qual é a constante de tempo do circuito RC?
- 3) O que os sistemas de circuito RC e aquecimento têm em comum? Para responder essa pergunta analise a saída do sistema de aquecimento comparando-a com o circuito RC.

Após os alunos registrarem as suas experiências, eles as compartilharam com toda turma de forma oral. Levantando questionamentos e discussões a respeito do assunto.

Para seguir com a atividade, foi aplicada a segunda etapa do POE, que é a observação. Primeiramente, os alunos apenas observaram a dedução da função de transferência, via cálculos matemáticos, de um circuito RC (Resistivo Capacitivo) genérico. Através das frações parciais foi possível obter a inversa da transformada de Laplace. A Figura 9 apresenta um sistema de primeira ordem de um circuito eletrônico resistivo/capacitivo, no formato de diagrama de blocos, no domínio da frequência. Onde  $R(s)$  é a referência de entrada,  $C(s)$  é a saída do sistema,  $E(s)$  é a entrada do bloco e  $1/RC$  é a constante do tempo do sistema.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Figura 9. Sistema de primeira ordem de circuito RC



Fonte: Ogata, 2002.

Para esse sistema, aplicando-se a função degrau para a entrada, a transformada de Laplace da função degrau é  $1/s$ . Dessa forma, as equações a seguir apresentam os cálculos passo a passo do circuito RC.

$$Vs - iR - \frac{q}{c} = 0 \quad \text{Eq. (3)}$$

$$X(t) = Vs \cdot u(t); Y(t) = q; \quad \text{Eq. (4)}$$

$$X(t) = Ry' + \frac{Y}{c} \quad \text{Eq. (5)}$$

$$RsY(s)' + \frac{Y(s)}{c} = X(s) \quad \text{Eq. (6)}$$

$$Y(s) \cdot \left( R(s) + \frac{1}{c} \right) = X(s) \quad \text{Eq. (7)}$$

$$X(s) = \frac{1}{s} \quad \text{Eq. (8)}$$

$$Y(s) = \frac{X(s)}{Rs + \frac{1}{c}} \quad \text{Eq. (9)}$$

$$Q(t) = \frac{1}{R} \cdot \frac{Vs}{(Rs + \frac{1}{c})} = \frac{1}{R} \cdot \left( \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} \right) \cdot \frac{Vs}{s} = \frac{Vs}{R} \cdot \left( \frac{a1}{s + \frac{1}{RC}} + \frac{a2}{s} \right) \quad \text{Eq. (10)}$$

Para continuar a resolução do exercício utilizou-se as frações parciais conforme apresentam as equações que seguem, onde  $a_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) são constantes.

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{a1}{s+p1} + \frac{a2}{s+p2} + \dots + \frac{an}{s+pn} \quad \text{Eq. (11)}$$

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

$$ak = \left[ (s + pk) \frac{B(s)}{A(s)} \right]_{s=-pk} \quad \text{Eq. (12)}$$

$$a1 = \left( s + \frac{1}{RC} \right) \cdot \left( \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} \right) \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{\frac{-1}{RC}} = -RC \quad \text{Eq. (13)}$$

$$a2 = s \cdot \left( \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} \right) \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{0 + \frac{1}{RC}} = RC \quad \text{Eq. (14)}$$

$$Q(t) = \frac{Vs}{R} \cdot \left( \frac{-RC}{s + \frac{1}{RC}} + RC \cdot \frac{1}{s} \right) = \frac{Vs}{R} \cdot \left( -RC \cdot e^{\frac{-t}{RC}} + RC \cdot 1 \right) \quad \text{Eq. (15)}$$

$$Q(t) = C \cdot Vs \left( 1 - e^{\frac{-t}{RC}} \right) \quad \text{Eq. (16)}$$

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{Vs}{RC} \cdot \left( 1 - e^{\frac{-t}{RC}} \right) \quad \text{Eq. (17)}$$

Multiplicando os termos por R tem-se:

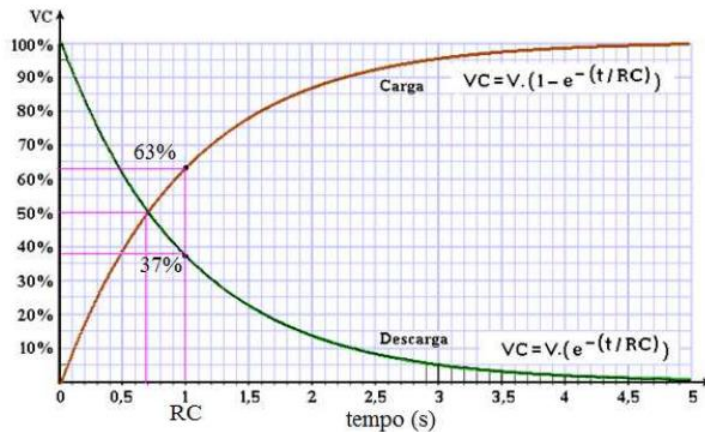
$$V(t) = R \cdot \frac{Vs}{R} \cdot \left( 1 - e^{\frac{-t}{RC}} \right) \quad \text{Eq. (18)}$$

$$V(t) = Vs \cdot \left( 1 - e^{\frac{-t}{RC}} \right) \quad \text{Eq. (19)}$$

Desse modo, consegue-se chegar na função de transferência obtida pelo circuito RC, que é semelhante à função da planta térmica, que foi analisada na aula anterior. A Figura 10 apresenta o gráfico do circuito RC, que pode ser comparado com o gráfico da planta térmica anteriormente apresentado pela Figura 4.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Figura 10. Curva exponencial de resposta do circuito RC



Fonte: Tavares, 2020.

Verificando o comportamento das duas curvas, observa-se que a curva de carga do circuito RC é uma função exponencial, assim como a da planta térmica. Porém a constante de tempo do circuito RC é  $R.C$ , enquanto da planta térmica é  $T$ . Após obter essa função, realizou-se um questionamento e uma reflexão daquilo que foi desenvolvido até então, fazendo a turma refletir sobre os resultados encontrados.

**4º Momento – Atividade com simuladores computacionais:** Dando sequência as atividades, para estabelecer uma relação entre as atividades experimentais e os cálculos realizados, apresentou-se o *software* de simulação *Matlab*. Nele simulou-se sistemas lineares de respostas transitórias no tempo. Em particular, simulou-se a resposta da função degrau. A Equação 20, apresenta um sistema linear que pode ser simulado no software.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2s+25}{s^2+4s+25} \quad \text{Eq. (20)}$$

O sistema apresentado na Equação 20, pode ser representado por dois vetores, cada um com seu coeficiente. Os valores do numerador são 2 e 25, enquanto os valores do denominador são 1, 4 e 25. Escolhendo-se um tempo especificado, conseguiu-se gerar as curvas com a



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

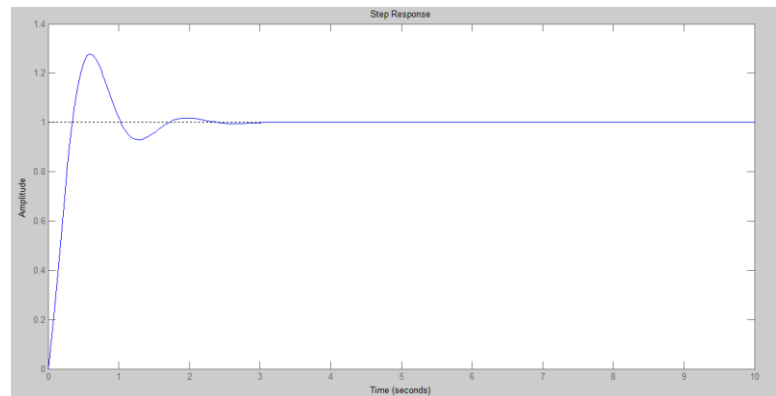
resposta do degrau unitário. Utilizando o código fonte apresentado pela Figura 11, gerou-se o gráfico abaixo, apresentado pela Figura 12, a partir de um tempo especificado de 10 segundos.

Figura 11. Código de programação do *Matlab*

```
clc  
  
num = [2 25]  
  
den = [1 4 25]  
  
t=10|  
  
step (num,den,t)
```

Fonte: O autor, 2020.

Figura 12. Resposta a função degrau unitário

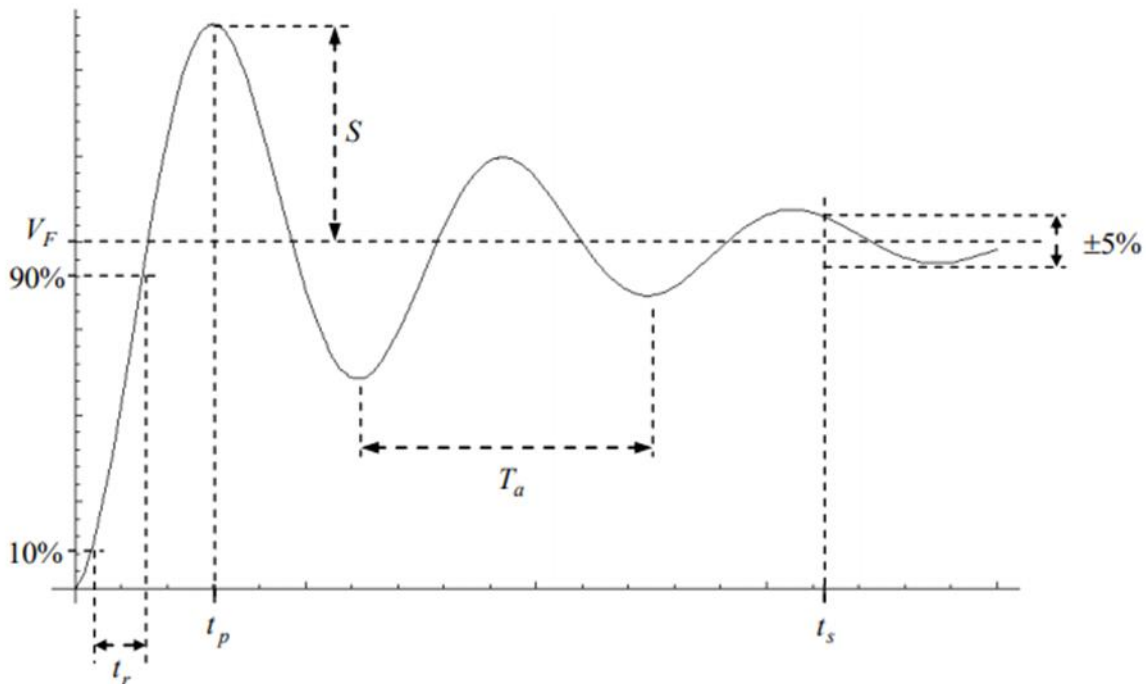


Fonte: O autor, 2020.

Pôde-se analisar alguns pontos da curva obtida no *Matlab*. Para ilustrar esses pontos, apresenta-se a Figura 13.

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO

Figura 13. Curva com os principais parâmetros para se caracterizar



Fonte: Almeida, 2011.

Segundo Almeida (2011), pode-se afirmar que  $V_f$  é o valor para o qual a resposta tende.  $T_r$  que é o tempo de subida da curva.  $S$  é a diferença entre o valor máximo e o valor final da resposta.  $T_p$  é o tempo que a resposta leva para atingir seu valor máximo.  $T_a$  é o período das oscilações. No exemplo da curva apresentada na Figura 11,  $V_f$  é igual a 0,9;  $T_r$  é igual a 0,2;  $S$  é igual a 1,25.  $T_a$  é igual a 2. Esses tempos, os alunos tiveram que observar e debater, gerando discussões sobre o assunto.

**5º Momento – Fechamento e conclusão de todas as atividades:** Ao final de todas as atividades, os estudantes resolveram uma atividade avaliativa que foi entregue. A atividade consistia em resolver uma transformada inversa de Laplace, em que a constante de tempo foi a mesma da planta térmica, para que no final, os alunos chegassem na mesma resposta encontrada no sistema que foi desenvolvido na aula anterior. A questão do momento individual de aprendizagem é apresentada a seguir.



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

- 1) Para a planta térmica o comportamento da variação da tensão medida é idêntico ao das cargas do capacitor no circuito RC, e portanto podemos dizer que a transformada de Laplace da saída da equação diferencial que representa o sistema da planta térmica é  $C(s) = (1/(s+1/T)).(1/s)$ . Dessa forma, calcule a inversa dessa transformada e compare com o resultado encontrado na aula anterior.

Após finalizar todas as atividades e discussões, foi realizado o momento da explicação. Nesse momento foram discutidos com a turma os assuntos que geraram controvérsias, culminando em resultados mediante a resolução do problema inicial.

Para fechamento das atividades, foram realizadas reflexões com os alunos sobre o conteúdo ministrado, a forma que este foi abordado durante as aulas, o que eles acharam mais pertinente, quais os pontos positivos e o que pode ser melhorado em atividades futuras.

### **Resultados obtidos**

Os resultados obtidos a partir da intervenção pedagógica utilizando a metodologia POE, demonstram que a utilização de atividades experimentais como a planta térmica, simulando um sistema de primeira ordem, aliadas com simulações no *software Matlab*, contribuem para o ensino de sinais e sistemas,

Através do questionário sobre conhecimentos prévios foi possível verificar os conhecimentos prévios dos alunos, organizando as atividades de forma que os estudantes pudessem explorar da melhor forma os conteúdos da disciplina. Desse modo, foi importante abordar conhecimentos iniciais de sinais e sistemas, antes de seguir com as atividades experimentais.

Os questionários introdutórios serviram para aplicar a primeira etapa da metodologia POE, a Previsão. Nessa etapa os alunos puderam prever o comportamento de um sistema de controle de primeira ordem, levantando hipóteses e ideias iniciais, para que no decorrer das atividades, pudessem verificar e analisar aquilo que havia sido pensado nessa etapa inicial.

As atividades experimentais foram desenvolvidas conforme o planejado. No primeiro

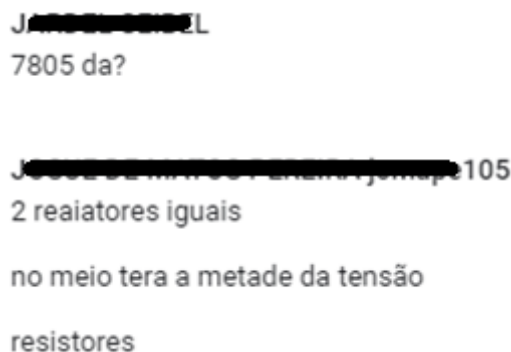


**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

encontro, os nove alunos presentes na sala de aula, foram divididos em grupos de três alunos, conseguindo realizar com excelência as atividades experimentais com a planta térmica. Os acadêmicos que assistiram a aula de casa, também contribuíram remotamente com as atividades.

A turma quando questionada sobre as atividades respondeu tanto presencialmente, quanto remotamente. A Figura 14 apresenta a participação dos alunos que estiveram em casa.

Figura 14. Participação dos alunos



Fonte: O autor, 2020.

Já no segundo encontro, os alunos verificaram as relações de sistemas de controle de primeira ordem, comparando a planta térmica com um circuito Resistivo Capacitivo (RC), onde puderam analisar suas semelhanças. Também nessa aula realizou-se a dedução da função de transferência, via cálculos matemáticos, de um circuito RC genérico. Após os alunos verificarem essa dedução, realizaram um momento individual de aprendizagem, calculando a inversa da transformada de Laplace da planta térmica, onde todos os 25 alunos que responderam à questão, acertaram, mostrando que as atividades experimentais alinhadas com a metodologia POE, permitiram chegar nesse resultado.

Na sequência, apresentou-se o *software Matlab* para a turma a fim de estabelecer uma relação entre as atividades experimentais e os cálculos realizados.

Nele foram simulados sistemas lineares de respostas transitórias no tempo. Em particular, simulou-se a resposta da função degrau unitário, já trabalhada anteriormente com a



**UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – MESTRADO**

turma.

As principais dificuldades encontradas ao realizar as atividades experimentais desse produto educacional, foram as plantas térmicas e os Arduinos de alguns grupos, que não funcionaram e tiveram que ser substituídos ao longo da atividade. A dificuldade dos estudantes em conseguir exportar e normalizar os dados na planilha eletrônica. As inúmeras dúvidas que os alunos apresentaram nos cálculos matemáticos da função de transferência, onde foi necessário revisar toda a matemática desse conteúdo.

Com o questionário de percepção, verificou-se que os alunos gostaram de trabalhar com as atividades propostas, atingindo-se assim com sucesso, os objetivos dessa pesquisa. Através desse produto educacional o professor poderá trabalhar os conteúdos de sinais e sistemas. Caso necessário, o professor poderá adaptar tanto as atividades experimentais quanto as computacionais.

### **Referências**

ALMEIDA, L. B. **Resposta no tempo de sistemas de primeira e de segunda ordem só com pólos**. Maio, 2011.

OGATA, Katsuhiko; YANG, Yanjuan. **Modern control engineering**. London, 2002.

OLIVEIRA, P. R. S. A Construção Social do Conhecimento no Ensino e aprendizagem de Química. **In: IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**, 4, Bauru, 2003. Anais... Bauru: ABRAPEC, 2003.

SCHWAHN, Maria Cristina Aguirre; OIAGEN, Edson Roberto. O uso do laboratório de ensino de Química como ferramenta: investigando as concepções de licenciandos em Química sobre o Predizer, Observar, Explicar (POE). **Acta Scientiae**, v. 10, n. 2, p. 151-169, 2008.

TAVARES, D. Circuito RC. **Física 3**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2020.

WHITE, Richard; GUNSTONE, Richard. **Probing understanding**. Routledge, 2014.