

## **ESTUDANDO TRIGONOMETRIA**

**AUTORES:** ANDRE LUIZ JUCOSKI  
ANA CECÍLIA TOGNI (Orientadora)

### **CONTEXTUALIZAÇÃO**

O estudo foi desenvolvido em uma das sedes do Sistema Garra de Ensino, localizada na cidade de Erechim, no norte do Rio Grande do Sul. O Sistema de Ensino inclui também sedes nas cidades de Passo Fundo, de Soledade e de Carazinho.

O Sistema de Ensino mencionado é uma entidade com 20 anos de existência que cede a sua marca na forma de franquia para outras cidades gaúchas, bem como possui um setor de produção de material didático para as áreas nas quais atua: cursos Pré-vestibulares, escolas de Ensino Médio, concursos públicos, bem como preparação específica para as provas do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM.

A equipe de professores é formada por um grupo de educadores - todos especialistas em vestibulares - que carregam em seu currículo especializações, mestrados e até doutorados nas diversas áreas de conhecimento. No grupo, há inclusive vários casos de professores que atuam no ensino universitário, trabalhando como coordenadores de curso de instituições superiores. A equipe de professores é constituída não só por professores de Passo Fundo, mas também de outras cidades do estado. Alguns deles atuam nos estados de Santa Catarina e Paraná.

Nesse contexto, as aulas das turmas, das quais foram selecionados os estudantes para o estudo, são realizadas nos turnos da manhã e da tarde sendo assim distribuídas: na manhã, de segunda-feira à sexta-feira, das sete horas e trinta minutos até as doze horas e trinta minutos, sendo realizadas seis aulas por turno. No turno da tarde, são realizadas aulas somente na segunda-feira onde os estudantes têm uma complementação de cinco períodos de aula. De terça-feira à sexta-feira, no início das tardes, os aprendizes têm à sua disposição um horário diferenciado denominado “tira dúvidas”, onde a maioria dos professores, individualmente, os atende, para que esclareçam suas dúvidas em relação a conceitos que estão sendo estudados, bem como aos testes que não tenham conseguido resolver. Já nos finais de semanas são

oferecidos projetos especiais, como o Projeto Federais, aulas integradas e o pré – ENEM.

Os estudantes que frequentam o curso possuem idades entre 16 e 25 anos, sendo que a idade média está em 19 anos e são oriundos da microrregião de Erechim que compreende 16 municípios e, de mais dez cidades próximas, bem como oriundos também das mais diversas cidades do Rio Grande de Sul e Santa Catarina.

Dentre as turmas, foram escolhidas duas para atuarem como sujeitos da pesquisa. As turmas fazem parte do setor de Cursos Pré-Vestibulares, com a preparação direcionada para o curso de Medicina, seja de universidades públicas ou privadas. Cada uma das turmas contém em torno de 60 alunos, onde estão matriculados estudantes das diversas origens, alguns oriundos do Ensino Médio da própria instituição, outros advindos de diferentes escolas de Ensino Médio da cidade de Erechim, tanto de escolas particulares como públicas, bem como alunos das mais diversas regiões e instituições de dentro e fora do estado. Portanto, essas características sinalizam a formação de um grupo heterogêneo quanto à origem (ensino público e privado) e nível de aprendizado.

A escolha dos sujeitos da pesquisa foi feita de forma aleatória entre os 120 alunos das duas turmas por meio de um convite e os que tivessem interesse em participar deveriam assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

## **OBJETIVOS**

- Reconhecer e identificar as principais dificuldades oriundas do Ensino Médio na aprendizagem da Trigonometria e acompanhar a (re)construção das aprendizagens de conteúdos trigonométricos realizadas pelos alunos;

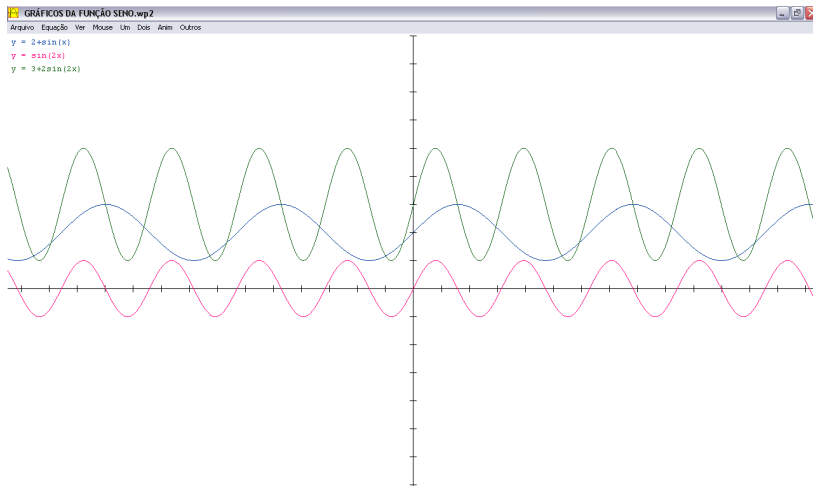
- Promover a utilização de recursos das tecnologias de informação e comunicação como ferramentas auxiliares nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática para promover o saneamento das dificuldades apresentadas, no que se refere à aprendizagem da Trigonometria;

- Identificar os avanços na aprendizagem de conteúdos de Trigonometria por alunos egressos do Ensino Médio com a utilização de recursos tecnológicos.

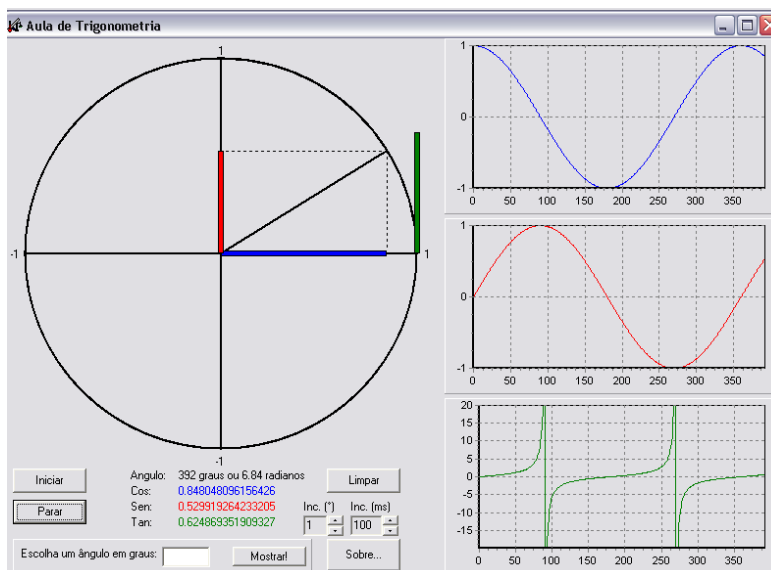
## DETALHAMENTO DAS ETAPAS

Para a coleta dos dados foi aplicada a ferramenta avaliativa que consta em uma seleção de testes na área da Trigonometria, desenvolvida pela equipe do curso pré-vestibular para avaliar os conhecimentos antes e depois da intervenção com o uso das tecnologias. Esse instrumento avaliativo possuía peso 10 (dez) e foi utilizado no primeiro momento do estudo, quando os alunos o responderam sem que tivessem recebido qualquer aula extra sobre o tema por parte do pesquisador. O objetivo desta primeira etapa foi avaliar os conhecimentos prévios em relação ao aprendizado de uma área da Matemática: a Trigonometria.

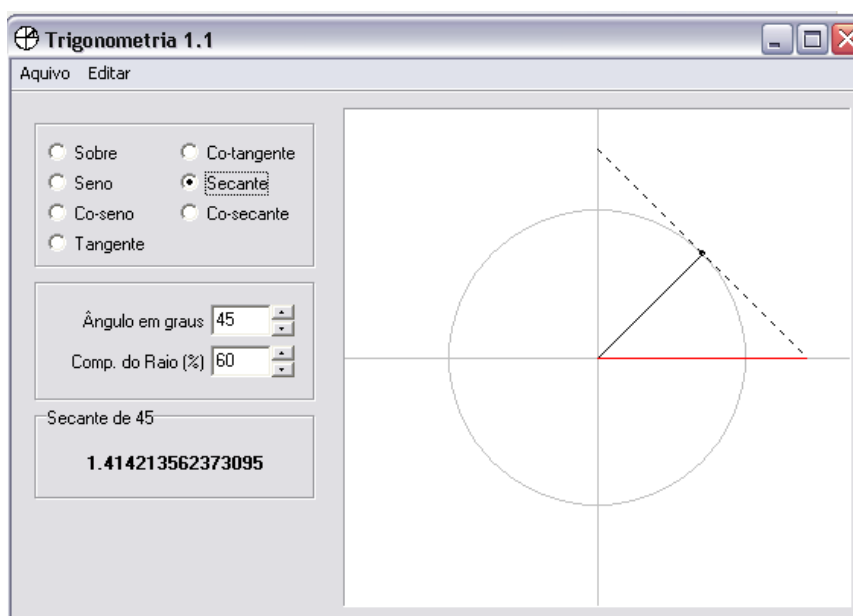
No segundo momento, a intervenção foi realizada por meio de uma proposta didática utilizando metodologia diferenciada, abrangendo os principais erros observados na ferramenta avaliativa inicial, como também exercícios e dicas para a resolução rápida e dinâmica das questões e conteúdos desenvolvidos com o auxílio de três programas computacionais, sendo o *software* gráfico Winplot e, os objetos de aprendizagem Trigonometria e Trigonometria 1.1., apresentados nas figuras a seguir:



Interface do *software* Winplot



Interface do *software* Trigonometria 1.1



Interface do *software* Trigonometria 1.1

Todas essas ferramentas foram disponibilizadas em repositórios de livre acesso, com o objetivo de proporcionar aulas dinâmicas, ilustrativas e participativas. Para a exemplificação e desenvolvimento das aulas com auxílio dos programas foi utilizada a lousa digital, onde há a possibilidade de utilizar qualquer aplicativo do Windows (Word, PowerPoint, Excel etc.) e acessar páginas da internet, bastando tocar com o dedo na superfície do quadro para selecionar ícones, menus e utilizar qualquer *software*.

A sequência de conteúdos desenvolvidos com o auxílio dos *softwares* e da lousa digital está descrita conforme a ordem que segue:

1. Conceitos básicos de Trigonometria no triângulo retângulo: neste tópico, foram trabalhados o Teorema Angular de Tales, definições de ângulos complementares suplementares e replementares, a classificação do triângulo quanto aos lados e quanto aos ângulos, itens responsáveis pela classificação de um triângulo em retângulo, acutângulo e obtusângulo, bem como equilátero, isósceles e escaleno.

2. Triângulo retângulo e Teorema de Pitágoras: nesta sessão, o trabalho enfatizou a utilização do Teorema de Pitágoras, devidamente precedido de sua demonstração por meio da semelhança de triângulos com uso de imagens ilustradas em Datashow e com auxílio de Power Point. Na última etapa, foram lançados os denominados “macetes”, que em exames aos quais os estudantes se candidatam, aparecem com frequência.

3. Razões trigonométricas no triângulo retângulo: de forma breve neste subitem, trabalhou-se o significado e a origem dos conceitos de seno, co-seno e tangente dos ângulos agudos. Isto foi realizado por meio de questões envolvendo inclinação de ruas, como o que segue: o professor sugeriu que os estudantes pensassem na rua mais inclinada que conhecessem, no intuito de resgatar ou mesmo relembrar o conceito de tangente. E a partir daí, sugerissem uma inclinação para a rua que haviam pensado. As sugestões no geral ultrapassaram a média dos  $50^\circ$ , valores que não podem corresponder à realidade, pois ao se analisar o conceito de tangente de um ângulo, sabe-se que este corresponde à divisão do cateto oposto pelo cateto adjacente, e verificando o valor aproximado da tangente de  $50^\circ$  tem-se numa questão de cotidiano que indica 77% de inclinação, ou seja, a cada cem metros de deslocamento numa direção horizontal, tem-se uma elevação de setenta e sete metros na vertical, situação que impediria inclusive a construção de qualquer rua. Já para não desmerecer as razões seno e cosseno, fez-se referência ao estudo da Mecânica na Física, mais especificamente a parte de vetores.

4. Ângulos notáveis: após o conceito de seno, co-seno e tangente terem sido trabalhados, foram feitas as demonstrações de seno, co-seno e tangente dos ângulos notáveis, ou seja,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ . Quando da citação da importância dos valores desses ângulos, solicitou-se aos sujeitos da pesquisa que de forma espontânea se dirigissem à lousa digital e desenhassem figuras que contivessem esses ângulos. Vários estudantes arriscaram figuras, nas

suas concepções, atendiam às exigências, do mesmo modo que era perceptível que alguns estudantes estavam assustados por não possuírem a noção de que as figuras poderiam ou não estar relacionadas aos conceitos. Entre as indicações apareceram o triângulo equilátero e o quadrado, a partir dos quais o pesquisador voltou ao quadro negro e começou a deduzir os valores aos quais estava se referindo, a uma aula já realizada.

5. Trigonometria no ciclo: trabalhou-se os conceitos de circunferência, círculo, arco, corda, as unidades para medir ângulos, conversões de unidades, circunferência trigonométrica, arcos côngruos e primeira determinação positiva de um arco. Dessa forma, foi realizado o contato com os recursos da lousa digital, tendo uma circunferência na tela, selecionando-se alguns estudantes, para que indicassem na figura, um arco, outro estudante para que mostrasse um ângulo central, e outro para indicar uma corda, bem como foi solicitada a indicação de um ângulo inscrito. Ao término de cada sugestão, a turma discutia se o conceito estava correto ou não. O envolvimento do grupo no trabalho foi satisfatório, percebendo-se um aproveitamento considerável e satisfação pela participação da atividade.

6. Função seno, cosseno e tangente: definição, sinais nos quadrantes, valores extremos e forma gráfica. No gráfico da função, foram introduzidos e analisados os conceitos de periodicidade, paridade, domínio e imagem. Após toda a explanação tradicional dos conceitos utilizou-se os softwares Trigonometria e Trigonometria 1.1 para que, com o uso das novas tecnologias, os conceitos estudados fossem reforçados. Na sequência, para uma abordagem que contemplasse outras formas de funções, utilizou-se o software Winplot.

7. Funções cotangente, secante e cossecante: em relação às funções anteriores o estudo foi menos aprofundado, mas foram destacadas suas expressões e condições de existência.

8. Redução ao primeiro quadrante: tendo o conhecimento prévio sobre as funções trigonométricas, após a explanação na forma como regularmente trabalhada nas escolas, os estudantes organizaram, a partir da sugestão do docente, uma tabela com os valores mais comuns em exames vestibulares que são:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $210^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $240^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $300^\circ$ ,  $315^\circ$ ,  $330^\circ$  e  $360^\circ$ .

9. Relações trigonométricas e identidades trigonométricas: dedução e aplicação das relações fundamentais e derivadas, bem como exemplos de como são exigidas em exames vestibulares.

10. Transformações trigonométricas: para acelerar o andamento dos conteúdos, aqui foram utilizadas algumas paródias e formas alternativas de memorização das fórmulas nos exames. Foram citadas as fórmulas de adição de arcos, de duplicação e bissecção de arcos.

11. Retomada das funções trigonométricas: com o auxílio do Winplot, e utilizando as questões de gráficos solicitadas em exames, aprofundou-se as situações onde variam período, imagem e as expressões que algebricamente acusam o comportamento dos gráficos. O intuito do aprofundamento foi dar subsídios para a resolução de equações trigonométricas que é o item que segue.

12. Equações trigonométricas: ponto imprescindível para uma preparação coerente para um vestibular e que foram resolvidas na forma como regularmente é trabalhado nas escolas, ou seja, o pesquisador apresentava as equações e os alunos resolviam, discutindo-se os resultados. Este processo aconteceu por meio da utilização, pelos alunos, dos seus conhecimentos prévios sobre o tema.

13. Relações trigonométricas num triângulo qualquer: utilização da lei dos senos e cossenos, onde se trabalhou como se faz nas escolas, ou seja, apresenta-se as relações e exercícios.

Num terceiro momento, foi aplicada a ferramenta avaliativa final, a mesma bateria de testes aplicada no início do estudo, o que ocorreu após três meses da aplicação da primeira. Além disso, foi solicitado aos alunos que fizessem uma auto-avaliação destas aulas apontando facilidades, dificuldades, aprendizagens, bem como suas opiniões em relação à metodologia utilizada e na resolução dos testes.

## **RESULTADOS OBTIDOS**

Os resultados obtidos apontam que:

- Depois de realizadas as aulas reaplicou-se o instrumento avaliativo, onde após a análise e correção percebeu-se algumas modificações no que

tange ao aprendizado na área da Trigonometria, maioria dos alunos acha importante o uso e a aplicação de novas tecnologias nas aulas de Matemática. Eles dizem ser interessante a inovação com novas tecnologias porque estas tornam a Matemática mais palpável e acessível. Ainda, salientaram o aprendizado com mais eficiência com o uso desses novos recursos, bem como uma melhora na visualização do conteúdo por meio de gráficos e a eficiência da sua análise é melhor e mais ágil.

- A trigonometria, na circunferência, é um conteúdo que exige a aprendizagem de muitos conceitos que fogem da realidade de nossos alunos, por isso deve ser bem fundamentada. O entendimento de alguns conceitos básicos determina o desenvolvimento de todo processo de conhecimento acerca do conteúdo. O material utilizado para visualização do círculo trigonométrico permite trabalhar todos os conceitos relacionados a Trigonometria, na parte de visualização, medição, manipulação.

- O uso da tecnologia ajudou a melhorar o desempenho dos alunos, sendo que todos eles obtiveram notas superiores às obtidas na primeira prova, sem o uso de métodos computacionais e das novas tecnologias. Esses resultados apontam para uma eficácia quanto ao aprendizado com a implementação das novas tecnologias no ensino da Matemática.

#### **REFERÊNCIAS/LEITURAS SUGERIDAS**

BORBA, M. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004

CHAHIN, A.; CUNHA, M. A.; KNIGHT, P. T.; PINTO, S. **A Próxima Revolução Brasileira**. São Paulo, Prentice Hall, 2004.

DOURADO, L. F.; BUENO, M. S. S. O público e o privado em educação. Disponível em [www.inep.gov.br/download/comped/politica.../Capitulo\\_IV.doc](http://www.inep.gov.br/download/comped/politica.../Capitulo_IV.doc). Acesso em 20/08/2010.

GARCIA, Vera. C. V. **Fundamentação teórica para as perguntas primárias: O que é matemática? Por que ensinar? Como se ensina e como se aprende?** Educação, Porto Alegre, v. 32, n. 2, p. 176-184, maio/ago. 2009.

GRAVINA, Maria Alice. **A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**. [on line], Acesso: 30/06/2010, In: CONGRESSO



RIBIE, 1998, Brasília. Anais do IV Congresso Rede Iberoamericana de Informática Educativa.

HEIDE, A. STILBORNE, L. **Guia do Professor para a Internet Completo e Fácil**. Porto Alegre: Artmed, 2000.