

O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NA ESCOLARIDADE BÁSICA: UMA ANÁLISE DO CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO NA ERA PÓS MATEMÁTICA MODERNA

Wagner Marcelo Pommer¹
Pedro Pereira de Almeida Júnior²

Resumo: Este artigo objetivou verificar ‘como’ e ‘em que medida’ o ensino da Trigonometria foi estruturado nas principais propostas curriculares estaduais de São Paulo pós Movimento da Matemática Moderna. Tomamos como referencial metodológico a análise documental, apontada em Gil (2002). Os documentos averiguados foram a Proposta Curricular para o Estado de São Paulo (São Paulo, 1991;1992) e o Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo, 2011). Nestes currículos verificamos que ambos perpassam o estudo do teorema de Tales, o teorema de Pitágoras, as relações métricas no triângulo retângulo, o estudo da lei dos senos e cossenos no triângulo qualquer, o círculo trigonométrico e as funções elementares. Em São Paulo (2011) o currículo se baseou em competências, foram observadas inter-relações dinâmicas entre a Trigonometria com as áreas da Geometria e da Álgebra, houve exploração da contextualização pelo uso da ferramenta inter e intradisciplinar, da interdependência e da ideia da proporcionalidade.

Palavras-chave: Trigonometria; Análise Documental; Currículo.

1 Trabalho atualmente na graduação e no mestrado acadêmico associado ao curso de Ciências-Licenciatura, da UNIFESP, campus Diadema-SP. Sou bacharel em Engenharia Mecânica pela Universidade Mackenzie (1983) e Física pela PUC/SP (1996). Tenho especialização em Matemática, pela Universidade São Judas Tadeu (1995), mestrado acadêmico em Educação Matemática (PUSP, 2008) e doutorado em Educação (FEUSP, 2012). Minhas pesquisas se situam na área da Educação Matemática principalmente envolvendo temas na confluência da Teoria dos Números e da Álgebra, situando temas como a Teoria Elementar dos Números e Números Irracionais. Na parte teórico-metodológica o enfoque envolve a Didática da Matemática Francesa, especialmente na Engenharia Didática de Brousseau e Artigue, nos Registros de Representação Semiótica de Duval, na Teoria do Antropológico de Chevallard, na Metacognição e nos Núcleos de Significação. Currículo: <http://lattes.cnpq.br/4262149292744127>

2 Licenciado em Ciências pela UNIFESP. Professor da rede publica do estado de São Paulo.

THE TEACHING OF TRIGONOMETRY AT BASIC SCHOOL: AN ANALYSIS OF SAO PAULO STATE CURRICULUM AT MODERN MATHEMATICS POST REFORM

Abstract: This paper aimed to verify ‘how’ and ‘to what extent’ the teaching of Trigonometry was structured in the main state curricular proposals in São Paulo after the Modern Mathematics Movement. We took as methodological reference the documentary analysis, pointed out in Gil (2002). The documents studied were the Curriculum Proposal to the State of Sao Paulo (Sao Paulo, 1991; 1992) and the Sao Paulo State Curriculum (Sao Paulo, 2011). In these curricula we find that both permeate the study of objects of knowledge such as Tales’ theorem, the Pythagorean theorem, the metric relations in a right triangle, the study of the law of sinus and cosinus in the triangle, the trigonometric circle and the elementary functions. In São Paulo (2011) the curriculum was based on competences, we observed dynamic considerations of the interrelationships between these topics, by pairing trigonometry with Geometry, Arithmetic and Algebra areas, by the exploration of contextualization by use of the inter and intradisciplinary tool, interdependence and idea of proportionality.

Keywords: Trigonometry; Documental analysis; Curriculum.

1 INTRODUÇÃO

Autores como Costa (1997), Nacarato (2003), Lopes, Victor e Souza (2014), Melo e Alencar (2019) relatam a dificuldade dos alunos com relação à Trigonometria na escolaridade básica e ainda de professores com relação ao preparo das aulas sobre tal tema. Atualmente, a Trigonometria é um tópico presente na atual Base Nacional Comum Curricular (BNCC), descrita em Brasil (2018).

O suprarreferido documento curricular brasileiro aponta que a Trigonometria do triângulo retângulo compreende o estudo das razões entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo – denominadas relações trigonométricas no triângulo retângulo - que geram as denominações seno, cosseno e tangente. Estes tópicos do mais recente documento curricular brasileiro estão interligados com as origens da Trigonometria.

Iezzi *et al.* (2016) nos relembra que, do ponto de vista etimológico, a palavra trigonometria provém do grego *trigonon*, ‘triângulo’, e *metron*, ‘medida’, o que remete:

[...] ao estudo dos ângulos e lados dos triângulos - figuras básicas em qualquer estudo de geometria. Mais amplamente, usamos a trigonometria para resolver problemas geométricos que relacionam ângulos e distâncias (Iezzi *et al.*, 2016, p. 214).

De modo mais abrangente, o currículo também abarca as funções circulares, que perpassa a definição da circunferência de raio unitário (o círculo trigonométrico) na origem do Plano Cartesiano. A partir dessa concepção o currículo brasileiro aponta o desenvolvimento das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente

no âmbito dos números reais. Por último, a BNCC coloca que a Trigonometria do triângulo qualquer compreende o estudo da lei dos cossenos e lei dos senos.

As pesquisas de Curi (2006), Athias (2015) e Rosseto e Balieiro Filho (2020) indicam a importância em estudar os currículos dos diversos estados e verificar como estes evoluem ao longo de certo percurso histórico em torno das políticas educacionais brasileiras. Curi (2006) acrescenta que o currículo oficial das diversas regiões em um mesmo contorno geopolítico (como no caso do território brasileiro) pode apresentar nuances e diferenças. Neste sentido, torna-se vital a realização de estudos que apontem aproximações e distanciamentos em relação ao documento curricular nacional, especialmente no que tange aos diversos conteúdos relativos ao ensino de Matemática.

Este texto visou situar um mapeamento direcionado, ao intentar analisar o currículo prescrito na região geopolítica do Estado de São Paulo. De modo mais particular, nos imbuímos em mapear o modo como se situou a proposta de ensino da Trigonometria nos documentos curriculares oficiais do Estado de São Paulo na mais recente era da democracia brasileira. Tivemos por hipótese que a Trigonometria apresenta uma importante conexão intradisciplinar com a área da Geometria Plana, da Geometria Espacial e da Geometria Analítica, relações que podem estar implícita ou explicitamente caracterizadas nos documentos curriculares paulistas.

Em síntese, este artigo objetivou verificar ‘como’ e ‘em que medida’ o ensino da Trigonometria foi estruturado nas principais propostas curriculares estaduais de São Paulo pós Movimento da Matemática Moderna.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para Sacristán (2000), a organização do currículo tem no Estado um papel interventor e regulador na vida de certa sociedade. Para o autor, a inerente organização de conteúdos nos diversos segmentos de ensino básico acaba influenciando tanto os aspectos econômicos, de trabalho e culturais de certo *locus*.

Iniciamos com uma concepção inicial do termo currículo no sentido educacional.

A palavra currículo tem como origem de sua morfologia o latim, da palavra *curriculum*, associada à ideia do caminho percorrido pelo indivíduo em sua vida; que nos dias atuais pode ser interpretado como a descrição de atividades no decorrer da trajetória profissional do sujeito. Esta ideia vem ao encontro do conceito de currículo, que acaba orientando o andar educacional do estudante, desde a escola básica ao Ensino Superior. O currículo contempla metodologias, concepções, métodos de avaliação, objetivos a serem alcançados; portanto, faz parte da estruturação da prática escolar (Cobello, Oliveira, 2015, p. 2382).

Entretantes, o currículo tem funções distintas. Sacristán (2000) aponta que o currículo pode ser classificado em três tipos - o Currículo Oficial ou Prescrito, o Currículo Real e o Currículo Avaliado - de onde emergem diferentes significados conceituais. Em sentido *lato*, Sacristán (2000, p. 26) aponta que o Currículo Oficial se configura como uma consequência essencial e inexorável inerente aos sistemas

de ensino, e que fornece uma referência ou orientação dos principais conteúdos a serem abordados, principalmente no que se destina ao segmento educacional da escolaridade básica.

Efetivamente, o Currículo Oficial ou Prescrito literalmente descreve o “[...] que se espera que seja feito em toda rede de ensino da região onde este documento rege suas regras e orientações” (Sacristán, 2000, p. 26). Curi (2006) acrescenta que o currículo oficial ou prescrito pode apresentar alguns fundamentos pedagógicos e didáticos e, por vezes, orientações metodológicas. Ainda, ocasionalmente, o currículo oficial intenta viabilizar algumas propostas de situações de ensino ou de aprendizagem para as diversas etapas/séries/anos do sistema educativo de cada região geopolítica, fato que amplia a intenção descritiva do rol dos conteúdos a serem trabalhados em sala de aula.

Por sua vez, Sacristán (2000, p. 105) aponta que “[...] as prescrições costumam ser muito genéricas e, nessa mesma medida, não são suficientes para orientar a atividade educativa nas aulas”. Sendo assim, os professores buscam interpretar os conteúdos presentes no currículo prescrito em face das condições presentes no ambiente de sala de aula, seja por meio dos estudos que realizaram durante a formação inicial ou através da formação contínua. Em vista disso, emerge o que Sacristán (2000) denomina de Currículo Real, que é aquele que advém da interação do professor com o documento, que é posto em ação por meio da prática docente e que efetivamente ocorre em sala de aula.

E, por último, o Currículo Avaliado “[...] é aquele que é expresso nos resultados educacionais escolares comprováveis e comprovados que são refletidos no rendimento escolar, no que se considerará êxito ou fracasso escolar” (Sacristán, 2000, p. 26). O Currículo Avaliado é decorrência das pressões exteriores que demandam criar formas de controle “[...] para liberar validações e títulos, cultura, ideologias e teorias pedagógicas” (Sacristán, 2000, p. 26) e acaba impondo critérios para o ofício do professor e restrições à aprendizagem dos alunos.

Com relação ao tema central dessa pesquisa - o currículo prescrito oficial - este muda de acordo com o momento histórico-social. Antes do advento da BNCC surgiram marcos importantes.

Na segunda metade do século XX, três períodos marcantes podem ser identificados: o primeiro, caracterizado pela influência do Movimento Matemática Moderna (de 1965 a 1980); o segundo, caracterizado por reformas que buscavam se contrapor ao ideário do Movimento Matemática Moderna (de 1980 a 1994) e lideradas por Secretarias Estaduais e Municipais de Ensino; o terceiro, organizado em nível nacional e consubstanciado num documento divulgado ao conjunto das escolas brasileiras, denominado Parâmetros Curriculares Nacionais (a partir de 1995) (Pires, 2008, p. 15-16).

As pesquisas de Pires (2013) e Athias (2015) envolvendo currículos prescritos de países da América Latina revelou que estes foram reformulados após o refluxo do Movimento da Matemática Moderna em escala internacional e, também, sofreram

a influência das principais tendências da Educação Matemática que emergiram desde a década de 1970.

Em particular, em se referindo ao ensino de Trigonometria, Nacarato (2003) relata que este tema perpassou três fases na história do ensino de Matemática na era republicana brasileira. A autora aponta que até cerca de 1930 o ensino estava vinculado aos conceitos de Geometria euclidiana. Em seguida, até 1960, em decorrência do Movimento da Matemática Moderna, o ensino da Trigonometria estava atrelado às funções circulares, por meio da perspectiva axiomática e uso predominante da linguagem algébrica. Por último, a partir de 1980, no ensino de Trigonometria viesou inicialmente em uma perspectiva tecnicista através da exposição de definições, o uso de fórmulas e algoritmos, adentrando em um viés pragmático a partir da promulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997), em meados da década de 1990.

Para essa pesquisa nos debruçamos nos documentos curriculares prescritos situados após as reformas educativas que buscavam contraposição ao ideário do Movimento da Matemática Moderna. Em particular, situamos aquelas desenvolvidas na região geográfica de São Paulo. A seguir, passamos a descrever os aspectos metodológicos que guiaram esta pesquisa.

3 A METODOLOGIA

A metodologia escolhida para análise dos documentos curriculares foi de natureza qualitativa. Este tipo de pesquisa tem como meta primordial o fato de proporcionar maior “[...] familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou construir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições” (Gil, 2002, p. 41).

Oliveira (2007) e Appolinário (2009) descrevem que uma pesquisa do tipo qualitativa possui estratégia documental ao se utilizar de fontes científicas em documentos como livros, revistas, documentos legais, arquivos em mídia eletrônica, filmes, slides, fotografias, vídeos, ou seja, aquelas oriundas de textos escritos ou não escritos. Ainda, a pesquisa documental envolve fontes que podem ser classificadas em primárias ou secundárias.

As fontes primárias remetem a dados originais, obtidos a partir de uma relação direta com os fatos a serem analisados, de modo que o pesquisador é o primeiro a analisar o material bruto. Por outro lado, as fontes secundárias compreendem a pesquisa de dados de segunda ordem, ou seja, informações que foram previamente tratadas por outros estudiosos e que já são de domínio científico público.

Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009) destacam que na pesquisa com documentos é fundamental verificar se os textos são pertinentes e ainda haver critérios para avaliar a credibilidade, assim como averiguar o quesito representatividade. Quanto aos critérios, Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009) apresentam argumentos

para se tecer um estudo preliminar em documentos. Um primeiro ponto a se considerar:

[...] é o contexto histórico no qual foi produzido o documento, o universo sociopolítico do autor e daqueles a quem foi destinado, seja qual tenha sido a época em que o texto foi escrito. [...] Pela análise do contexto, o pesquisador se coloca em excelentes condições até para compreender as particularidades da forma de organização, e, sobretudo, para evitar interpretar o conteúdo do documento em função de valores modernos (Sá-Silva; Almeida; Guindani, 2009, p. 8).

Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009) colocam que um segundo ponto para dar credibilidade ao documento é estudar o autor. “Não se pode pensar em interpretar um texto, sem ter previamente uma boa identidade da pessoa que se expressa, de seus interesses e dos motivos que a levaram a escrever” (Sá-Silva; Almeida; Guindani, 2009, p. 9).

Um terceiro ponto colocado por Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009) é a questão da autenticidade, a confiabilidade e a procedência do texto, de modo a se averiguar qual é a qualidade da informação transmitida. Um último quesito remete a necessidade de serem analisados os conceitos principais e a lógica interna do texto, de modo a viabilizar e delimitar o sentido das palavras e dos conceitos inerentes ao documento.

Diante desses quesitos para a presente investigação – contexto (recente era democrática brasileira), estudo do autor (Estado de São Paulo, Brasil) e autenticidade - situamos os documentos oficiais na abrangência municipal e estadual da região geográfica de São Paulo, que pode ser classificado como uma fonte primária. De fato, o *locus* apresenta uma relevância de ordem geopolítica, pois o Estado apresenta cerca de 20% da população brasileira de alunos matriculados na rede pública de ensino básico, segundo dados do INEP, no documento Sinopses Estatísticas da Educação Básica, publicado em Brasil (2022).

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

De acordo com os pressupostos delineados anteriormente, a etapa de levantamento dos documentos curriculares situados na era Pós Movimento da Matemática Moderna, direcionado para o Estado de São Paulo, nos conduziu a dois documentos principais: a Proposta Curricular para o Estado de São Paulo promulgada em meados da década de 80, sintetizado na ‘Proposta Curricular para o ensino de Matemática: 2º grau’, conforme São Paulo (1992) e o Currículo do Estado de São Paulo - Matemática e suas Tecnologias, apresentado em São Paulo (2011).

Passamos agora a apresentar e analisar os resultados baseados nestes documentos.

4.1 A proposta curricular para o estado de São Paulo

Miguel (2009) relembra que no início da década de 1980 houve um movimento que tentou redemocratizar a sociedade brasileira. No campo da Educação, a Proposta Curricular de São Paulo da década de 1970 continha uma orientação comportamentalista e excessivamente formalista, com ênfase nas estruturas algébricas e na linguagem dos conjuntos, como unificadora dos campos da Matemática, tomando como base o ideário do Movimento da Matemática Moderna, que tinha se originado em meados da década de 1950, de acordo com Kline (1976).

Pires (2008) destaca outro ponto marcante na Proposta Curricular de São Paulo da década de 1970: a ênfase excessiva no tecnicismo, tendência que caracterizou um modo peculiar do ensino de Matemática, que ainda sintoniza resquícios em algumas práticas didáticas de nossos dias.

Miguel (2009) aponta que o tecnicismo envolvia uma preocupação centralizada no treino de habilidades, a exposição de algoritmos, a repetição, a imitação e a memorização de regras, dando pouca atenção à produção de significados.

Notava-se um descontentamento generalizado com os resultados obtidos com o Guia Curricular para o Ensino de Matemática de 1972. Questionava-se o baixo rendimento dos alunos numa disciplina que se destaca pelo lúdico e pela beleza formal. Some-se a ênfase exagerada no simbolismo lógico-formal da Matemática, o que oculta o processo de construção do conhecimento matemático, tornando-o a-histórico e a-temporal (Miguel, 2009, p. 4-5).

Souza (2006) coloca que no início da década de 1980 houve uma mobilização para reorganizar as práticas de ensino nas escolas do Estado de São Paulo.

A reestruturação curricular no Estado de São Paulo iniciou-se com a implantação, em 1983, do ciclo básico (Decreto 21.833, de 21.12.1983), concebido como o ponto de partida para a reorganização da escola pública de 1º grau (Pedroso, 1991; Bonel, 1993; Monteiro, 1996). Do ponto de vista político, o projeto visava diminuir a seletividade escolar, cumprindo o compromisso do governo de São Paulo com a democratização do ensino (Souza, 2006, p. 205).

No Estado de São Paulo as deliberações ocorridas na Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) remeteram a uma questão central: O que estava sendo discutido seria uma guia ou uma proposta? Nesse sentido, Martins (1996) aponta que:

[...] a equipe da CENP discutiu qual deveria ser a forma de apresentação do novo currículo aos professores, isto é, deveria ter o formato de um guia ou de uma proposta? Por fim, se optou por apresentar uma proposta flexível, que concebia o professor como um intelectual e incidia sobre as matérias do núcleo comum (*apud* Souza, 2006, p. 206).

As propostas curriculares foram apresentadas em forma de fascículos, um para cada conteúdo do núcleo comum. Assim, foram elaborados, para a área de Matemática, dois fascículos: A 'Proposta Curricular para o ensino de Matemática: 1º

grau (4ª edição)’ e a ‘Proposta Curricular para o ensino de Matemática: 2º grau (2ª edição)’, respectivamente descritos em São Paulo (1992) e São Paulo (1991), sendo originalmente publicados no ano de 1986 (1ª edição de ambos os documentos).

A Proposta para o 1º grau envolvia os seguintes temas: Números, Geometria e Medidas. Observou-se que a proposta, para o 6º ano, colocou alguns objetivos da área da Álgebra inseridos no tema ‘Números’. Por exemplo, o documento cita na p. 95 o ‘Cálculo literal’, que “[...] vêm a substituir o de Álgebra” (p. 121).

A Proposta para o 2º grau, na 1ª série, um dos temas apresentados foi ‘A Trigonometria no triângulo’ (p. 46), na 1ª série, e a Trigonometria Circular da 1ª volta, na 2ª série, conforme expresso no Quadro 01.

Quadro 01: Temas propostos para o 2º grau na área de Matemática

1ª série	2ª série	3ª série
- Função	- Trigonometria da 1ª volta	- Geometria Analítica
- Trigonometria no triângulo	- Análise combinatória	- Matemática Financeira ou Estatística
- Potências e expoentes	- Probabilidade	- Geometria
- Sistemas lineares	- Geometria	- Rudimentos de Cálculo

Fonte: São Paulo (1991, p. 16).

Em particular, a ‘Proposta Curricular para o ensino de Matemática: 2º grau’, descrita em São Paulo (1991), indicava a sequência de conteúdos referente ao tema Trigonometria, que pode ser observado no Quadro 02.

Quadro 02: Sequência de conteúdos referente ao tema Trigonometria.

I - MEDIDA DE ÂNGULO	Medir ângulos com transferidor e com um teodolito simples construído com canudinhos de refrigerante.
II - TANGENTE	Construir triângulos retângulos para obter a tangente dos seus ângulos. Construir uma tabela de tangentes e utilizá-la na resolução de problemas envolvendo triângulos, algumas vezes inacessíveis.
III - SENO E COSSENO	Construir triângulos retângulos a partir de um ângulo dado, para obter senos e cossenos. Utilizar esses valores na resolução de problemas envolvendo triangulação.

IV - SENO, COSSENO, TANGENTE E ELEMENTOS DE GEOMETRIA	Explicitar relações entre seno, cosseno, tangente nas figuras geométricas planas e não planas, trabalhando com a álgebra de radicais, calculadora e cálculos aproximados.
V - CICLO TRIGONÔMETRICO	Ampliar o conceito de seno, cosseno e tangente para ângulos de 0° a 360° .
VI - TRIÂNGULOS QUALISQUER	Adaptar os conceitos trigonométricos a triângulos quaisquer, pela decomposição destes em triângulos retângulos.

Fonte: São Paulo (1991, p. 46).

Ao que segue, o texto apresentava uma sequência de quarenta e três situações que intentaram ilustrar, segundo o documento da 'Proposta Curricular para o ensino de Matemática: 2º grau', São Paulo (1991), a exploração do tema Trigonometria nas 1ª e 2ª séries do 2º grau.

Apesar de não explicitado podemos inferir que a Trigonometria do triângulo retângulo consistiria da exploração dos itens I ao IV da 'Proposta Curricular para o ensino de Matemática: 2º grau', descrito em São Paulo (1991). De outro lado a Trigonometria do círculo trigonométrico ficava restrita a somente um tópico (V) e se limitava ao estudo somente na 1ª volta. Por último, a atualmente denominada Trigonometria em um triângulo qualquer (que essencialmente corresponde ao estudo da lei dos senos e lei dos cossenos) se situava também em um único momento (tópico VI).

Podemos citar um único exemplo envolvendo a Trigonometria e o uso da História.

Quanto às questões a serem tratadas em Trigonometria, consideramos que, em nível do 2º grau, as ideias que têm maior significado na formação de nosso aluno são aquelas que fundamentam as relações entre medidas de lados e ângulos agudos de um triângulo retângulo, bem como sua 'extensão' para a 1ª volta, no ciclo trigonométrico (São Paulo, 1991, p. 20).

A seguir, passamos a deliberar considerações a respeito do currículo do Estado de São Paulo de 2011.

4.2 O currículo do estado de São Paulo - matemática e suas tecnologias

Adentramos agora no segundo momento marcante da era posterior ao Movimento da Matemática Moderna na região de São Paulo, conforme destacou Nacarato (2003). Estamos nos referindo ao Currículo do Estado de São Paulo - Matemática e suas Tecnologias (São Paulo, 2011), que teve como base a Proposta

Curricular para o Estado de São Paulo, que tratava da Matemática para o Ensino Fundamental e Médio, descrita em São Paulo (2008).

No Estado de São Paulo, nas Propostas Curriculares a partir de 1986 a:

[...] Matemática era apresentada como uma área específica. Tais propostas constituíram um esforço expressivo, e em alguns sentidos pioneiro, na busca de uma aproximação entre os conteúdos escolares e o universo da cultura, especialmente no que tange às contextualizações e à busca de uma instrumentação crítica para o mundo do trabalho. Essa rica herança pedagógica sobreviveu a uma avalanche de novidades passageiras e serve agora de ponto de partida para que, incorporadas às necessárias atualizações, novos passos sejam dados para sua efetivação nas práticas escolares. Particularmente no que tange às áreas em que se organiza, a nova proposta inspirou-se na anterior, mantendo a área de Matemática como um terreno específico, distinto tanto das Linguagens quanto das Ciências Naturais (São Paulo, 2008, p. 38).

Boschesi (2016) aponta que ‘Proposta Curricular’ de 2008 foi oficializada como currículo em 2011 e, assim, tornou-se o Currículo Oficial para a rede pública estadual de ensino em São Paulo. O documento foi estruturado pela apresentação do Currículo do Estado de São Paulo, seguido da concepção do ensino na área de Matemática e suas Tecnologias, a descrição do Currículo de Matemática e, finalizado com um quadro de conteúdos e habilidades esperados para a área de Matemática.

O Currículo do Estado de São Paulo (2011) pretendeu responder as demandas de organização do ensino em todo o Estado de São Paulo. Segundo o documento, a intenção foi situar os professores frente aos desafios contemporâneos, ponderando sobre a importância de interrelacionar o aprendizado à cultura, ao desenvolvimento de competências, com vistas a uma formação cidadã e para o trabalho.

O referido documento tomou como pressuposto o:

[...] currículo em espiral comprometido com seu tempo, articulando conteúdos, habilidades, estratégias metodológicas e avaliação dentro de seis princípios básicos: I – Uma escola que também aprende. II – O currículo como espaço de cultura. III – As competências como referência. IV – Prioridade para a competência da leitura e da escrita. V – Articulação das competências para aprender. VI – Articulação com o mundo do trabalho (Santade, 2015, p. 31).

O referido documento considerou que o texto foi preparado “[...] por especialistas de cada área do conhecimento, com a valiosa participação crítica e propositiva dos profissionais do ensino, e os Cadernos do Currículo constituem orientação básica para o trabalho do professor em sala de aula” (São Paulo, 2011, p. 3).

O Currículo do Estado de São Paulo (2011) destacava o aluno como centro do processo de ensino e aprendizagem, onde o professor de Matemática deveria buscar mesclar os assuntos com os interesses dos alunos. Nesse mote, o professor deveria agir:

[...] como um cartógrafo, mapear os conteúdos relevantes para os alunos, em sintonia com seus centros de interesse. A criação de tais centros de interesse constitui uma tarefa ingente, sem a qual nada se realiza, nenhum conhecimento se constrói na escola (São Paulo, 2011, p. 53).

O currículo de São Paulo (2011) considerou como conteúdos os “[...] Números, Geometria, Relações, ou mais especificamente Álgebra, Funções, Equações, Números Complexos, Geometria, **Trigonometria**, Combinatória, Matrizes” (São Paulo, 2011, p. 54, **grifo nosso**).

No referido documento são observadas orientações que tratam da importância da inter-relação entre os conteúdos, pois estes não devem ser tratados com:

[...] uma delimitação rígida de fronteiras entre os diversos territórios disciplinares. Em cada disciplina, os conteúdos devem ser organizados de modo a possibilitar o tratamento dos dados para que possam se transformar em informações e o tratamento das informações para que sirvam de base para a construção do conhecimento [...] Por meio das diversas disciplinas, os alunos adentram de maneira ordenada – de modo disciplinado, portanto – o fecundo e complexo universo do conhecimento, em busca do desenvolvimento das competências básicas para sua formação pessoal (São Paulo, 2011, p. 29).

No currículo de São Paulo (2011) a conexão entre a língua materna e a Matemática foi valorizada, no sentido de fundamento basilar para a construção dos outros conhecimentos escolares.

A Matemática e a língua materna – entendida aqui como a primeira língua que se aprende – têm sido as disciplinas básicas na constituição dos currículos escolares, em todas as épocas e culturas, havendo um razoável consenso relativamente ao fato de que sem o desenvolvimento adequado de tal eixo linguístico/lógico-matemático a formação pessoal não se completa (São Paulo, 2011, p. 29).

Além disso, o documento trouxe destaque para a contextualização dos conteúdos estudados de modo que estes façam sentido para o aprendizado dos alunos.

A caracterização dos conteúdos disciplinares como meio para a formação pessoal coloca em cena a necessidade de sua contextualização, uma vez que uma apresentação escolar sem referências, ou com mínimos elementos de contato com a realidade concreta, dificulta a compreensão dos fins a que se destina (São Paulo, 2011, p. 30).

Aliado a reflexão em se valorizar a contextualização, o documento expôs a necessária etapa do desenvolvimento da capacidade de abstração pelos alunos.

É fundamental, no entanto, que a valorização da contextualização seja equilibrada com o desenvolvimento de outra competência, igualmente valiosa: a capacidade de abstrair o contexto, de apreender relações que são válidas em múltiplos contextos e, sobretudo, a capacidade de imaginar situações fictícias, que não existem concretamente, ainda que possam vir a ser realizadas (São Paulo, 2011, p. 30).

O Currículo do Estado de São Paulo (2011) propôs que o desenvolvimento da capacidade de abstração estivesse presente em todas as disciplinas e, de modo especial, associado aos objetos matemáticos. O documento citava que os estudantes deveriam ser capazes de desenvolver três pilares ou pares de competências:

- **o eixo expressão/compreensão:** a capacidade de expressão do eu, por meio das diversas linguagens, e a capacidade de compreensão do outro, do não eu, do que me complementa, o que inclui desde a leitura de um texto, de uma tabela, de um gráfico, até a compreensão de fenômenos históricos, sociais, econômicos, naturais etc.;
- **o eixo argumentação/decisão:** a capacidade de argumentação, de análise e de articulação das informações e relações disponíveis, tendo em vista a viabilização da comunicação, da ação comum, a construção de consensos e a capacidade de elaboração de sínteses de leituras e de argumentações, tendo em vista a tomada de decisões, a proposição e a realização de ações efetivas;
- **o eixo contextualização/abstração:** a capacidade de contextualização dos conteúdos estudados na escola, de enraizamento na realidade imediata, nos universos de significações – sobretudo no mundo do trabalho –, e a capacidade de abstração, de imaginação, de consideração de novas perspectivas, de virtualidades, de potencialidades para se conceber o que ainda não existe. Nesses três eixos, o papel da Matemática é facilmente reconhecido e, sem dúvida, é fundamental (São Paulo, 2011, p. 31-32).

Ainda, o documento relacionou os três pilares de competências com as ideias fundamentais que permeiam os conteúdos da Matemática: “[...] equivalência, ordem, proporcionalidade, medida, aproximação, problematização, otimização, dentre outras” (São Paulo, 2011, p. 55).

Quanto ao ensino da Trigonometria, a Proposta Curricular para o Estado de São Paulo, descrita em São Paulo (2008), pontuou que as razões trigonométricas seriam direcionadas para a 8ª série (ou 9º ano) do Ensino Fundamental, associadas à ideia de proporcionalidade, aplicada na área de Geometria. De modo complementar, o Currículo do Estado de São Paulo (2011) indicou que a ideia de proporcionalidade deveria transitar “[...] com desenvoltura, entre a Aritmética, a Álgebra, a Geometria, a Trigonometria, as Funções, etc” (São Paulo, 2011, p. 38).

No tocante a exploração das razões trigonométricas o documento descreveu a habilidade de se “[...] compreender o significado das razões trigonométricas fundamentais (seno, cosseno e tangente) e saber utilizá-las para resolver problemas em diferentes contextos” (São Paulo, 2011, p. 64).

No segmento do Ensino Médio, o texto do Currículo do Estado de São Paulo (2011) indicou o trabalho na 1ª série com as ‘razões trigonométricas nos triângulos retângulos’, na interface Geometria-Trigonometria. A habilidade associada a este trabalho remeteu a “[...] saber usar de modo sistemático as relações métricas fundamentais entre os elementos de triângulos retângulos, em diferentes contextos” (São Paulo, 2011, p. 66).

Ainda, o documento citou as ‘razões trigonométricas nos triângulos retângulos’ onde é preconizado que os alunos deveriam “[...] saber usar de modo sistemático

relações métricas fundamentais entre os elementos de triângulos retângulos, em diferentes contextos” (São Paulo, 2011, p. 66).

Ainda, no 1º ano do Ensino Médio, na interface Geometria-Trigonometria houve a indicação do conteúdo ‘resolução de triângulos não retângulos: Lei dos Senos e Lei dos Cossenos’, com a habilidade associada de “[...] conhecer algumas relações métricas fundamentais em triângulos não retângulos, especialmente a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos” (São Paulo, 2011, p. 66).

Assim, constatamos que o Currículo do Estado de São Paulo (2011) indicou a necessária abordagem dos conteúdos relativos à conexão ‘Geometria-Trigonometria’, que remete ao uso da ferramenta da intradisciplinaridade. Ainda, encontra-se aqui o pressuposto de currículo em espiral, pois os assuntos foram ampliados em decorrência do que foi desenvolvido na série/ano anterior.

Com relação à 2ª série, a proposta foi situar os conteúdos ‘fenômenos periódicos, as funções trigonométricas, as equações, as inequações trigonométricas e a adição de arcos’, no tema Trigonometria. As habilidades propostas no documento foram:

- Reconhecer a periodicidade presente em alguns fenômenos naturais, associando-a as funções trigonométricas básicas;
- Conhecer as principais características das funções trigonométricas básicas (especialmente o seno, o cosseno e a tangente), sabendo construir seus gráficos e aplicá-las em diversos contextos;
- Saber construir o gráfico de funções trigonométricas como $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx) + c$ a partir do gráfico de $y = \text{sen}x$, compreendendo o significado das transformações associadas aos coeficientes a , b e c ;
- Saber resolver equações e inequações trigonométricas simples, compreendendo o significado das soluções obtidas, em diferentes contextos (São Paulo, 2011, p. 67).

Observamos nos temas propostos para a 2ª série os pressupostos do currículo em espiral, da contextualização e a associação com temas científicos (fenômenos de periodicidade).

Por último, encontrou-se na 3ª série a proposta de estudo dos gráficos de funções trigonométricas, sob o enfoque do estudo das funções. Em vista desse conteúdo, a habilidade associada foi:

[...] saber usar de modo sistemático as funções para caracterizar relações de interdependência, reconhecendo as funções de 1º e de 2º graus, **seno**, **cosseno**, **tangente**, exponencial e logarítmica, com suas propriedades características (São Paulo, 2011, p. 70, **grifo nosso**).

Assim, o Currículo do Estado de São Paulo (2011) buscou enfatizar as relações de interdependência com os assuntos da própria Matemática. Nesse mote, o próprio documento destaca que se:

[...] enquadra nas relações de interdependência todo o estudo da Trigonometria, desde as relações métricas no triângulo retângulo até a

caracterização das funções trigonométricas, com sua notável potencialidade para representar fenômenos periódicos. As chamadas funções trigonométricas nada mais são do que relações de interdependência que generalizam a ideia de proporcionalidade, fundadora das noções de seno, cosseno e tangente, entre outras (São Paulo, 2011, p. 44).

Da exposição do Currículo para o Estado de São Paulo (2011) observamos que a abordagem da Trigonometria no triângulo retângulo pode ser retomada no Ensino Médio através da ampliação de temas desenvolvidos no Ensino Fundamental. O próprio documento nos traz um exemplo, quando citou o:

[...] o número irracional π , associado aos cálculos da circunferência e do círculo, pode e deve ser apresentado nos cursos de Geometria elementar, assim como deve ser trabalhado no Ensino Médio, desta vez em contextos associados à Trigonometria, ao estudo dos corpos redondos e aos conjuntos numéricos (São Paulo, 2011, p. 41).

Ainda, inferimos que o Currículo do Estado de São Paulo (2011) apresentou algumas ponderações sobre a interconexão entre as 'relações métricas no triângulo retângulo' e as 'funções trigonométricas', ambas situadas na 'Trigonometria circular' e mediatizadas pela interdependência, uma das ideias fundamentais da matemática.

Também se enquadra nas relações de interdependência todo o estudo da Trigonometria, desde as relações métricas no triângulo retângulo até a caracterização das funções trigonométricas, com sua notável potencialidade para representar fenômenos periódicos. As chamadas funções trigonométricas nada mais são do que relações de interdependência que generalizam a ideia de proporcionalidade, fundadora das noções de seno, cosseno e tangente, entre outras (São Paulo, 2011, p. 44).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Vale lembrar que o estudo dos documentos é um recurso que permite ao professor organizar seu ofício, que inclui a relação dos tópicos a serem trabalhados, no modo como estes estão relacionados com temas e procedimentos da própria área (inter-relações intradisciplinares), assim como com as demais áreas (inter-relações multidisciplinares e interdisciplinares).

No tocante aos conteúdos da Proposta Curricular para o Estado de São Paulo (1991), a Trigonometria apareceu imbuída em uma sequenciação situada na 1ª e 2ª séries: medida do ângulo e arco, Trigonometria do triângulo retângulo, Trigonometria circular e Trigonometria em um triângulo qualquer.

Já no Currículo Paulista do Estado de São Paulo (2011) os mesmos conteúdos foram retomados, mas com a indicação/exposição dos conteúdos atrelada à argumentação de pressupostos pedagógicos. Assim, as razões trigonométricas (trigonometria do triângulo retângulo) surgiram desde o 9º ano, pelo uso da ideia da proporcionalidade aplicada na interconexão com a área de Geometria.

De início, tivemos como intenção verificar nos documentos curriculares as possíveis e necessárias conexões intradisciplinares da Trigonometria com a Geometria

Plana e demais áreas matemáticas. Neste mote, nos dois documentos apresentados verificamos que a Trigonometria do triângulo retângulo apareceu relacionada, de modo intradisciplinar, em tópicos que estão vinculados a área da Geometria, como é o caso do teorema de Tales, do teorema de Pitágoras e das relações métricas no triângulo retângulo. Em particular, o termo ‘relações de interdependência’ foi explicitamente descrito no Currículo do Estado de São Paulo (2011).

Rosseto e Balieiro Filho (2020) apontaram que o atual Currículo do Estado de São Paulo apresenta como princípios essenciais o desenvolvimento de competências e as relativas habilidades imbuídas em três pares: o eixo expressão/compreensão, o eixo argumentação/decisão e eixo contextualização/abstração, algo inexistente na Proposta Curricular para o Estado de São Paulo (1991).

No eixo expressão/compreensão com relação à Trigonometria, o atual Currículo propôs este estudo por meio das diversas linguagens da Matemática, tal como a exposição das relações seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo associado à Aritmética, devido à expressão dessas relações como uma fração relativa a um número real. Ainda, esses mesmos entes matemáticos – o seno, o cosseno e a tangente – foram ressignificados por meio do contexto das Funções Trigonométricas, que perpassaram o uso e exploração do círculo trigonométrico de raio unitário (Trigonometria Circular), de onde tornou-se possível a visualização por meio do registro gráfico cartesiano das funções seno, cosseno e tangente.

Estendendo a análise para o eixo argumentação/decisão, a proposta do estudo do tema Trigonometria perpassando diferentes anos/séries permitiu situar a articulação das informações e relações citadas no parágrafo acima, pois inseriu o atual currículo paulista na proposta em espiral, fato que permite a retomada dos conceitos anteriores relativos ao tema de modo a ser possível realizar conexões intramatemáticas e o uso da ferramenta da contextualização.

Tais conexões relativas ao eixo argumentação/decisão podem ser possíveis se forem exploradas as recomendações expressas no documento, tal como ocorreu no que o atual Currículo Paulista denominou interface Geometria-Trigonometria. Esta posição fica permeada pelo uso do triângulo retângulo, da exploração da Lei dos Senos e Cossenos no triângulo qualquer, da aplicação do teorema de Tales e do teorema de Pitágoras.

Ademais, há outra interface denominada pelo documento como Trigonometria-Álgebra, que pode ser expressa pelos entes matemáticos seno, cosseno e tangente através do conceito de funções trigonométricas, pela relação de um ente geométrico – o arco – como a variável independente na inter-relação funcional. Este modo permitiu situar conexões intradisciplinares importantes, inseridas em um mote de uso do currículo em espiral.

Por último, o tema da Trigonometria perpassou o eixo contextualização/abstração, tal como foi sugerido pelo documento ao relacionar o estudo dos fenômenos periódicos e o estudo do número irracional π . Vale ressaltar que existem outras situações históricas que poderiam enriquecer esse par contextualização/

abstração, tal como é o caso do estudo das cordas por Ptolomeu, algo não encontrado em tal documento.

REFERÊNCIAS

APPOLINÁRIO, F. **Dicionário de metodologia científica**: um guia para a produção do conhecimento científico. São Paulo, Atlas, 2009.

ATHIAS, M. F. **Currículos da educação básica do Peru e Brasil**: prescritos e praticados. 2015. 238f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (3ª versão)**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. **Sinopses Estatísticas da Educação Básica**. Brasília: INEP, 2022. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/acesso-a-informacao/dados-abertos/sinopses-estatisticas/educacao-basica>>. Acesso em 14 jun. 2022.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília: SEMT/MEC. 1997.

BOSCHESI, F. H. L. **Práticas Pedagógicas com uso das TIC declaradas por professores de Matemática do Ensino Médio no contexto do novo currículo do Estado de São Paulo**. 2016. 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2016.

COBELLO, L. S.; OLIVEIRA P. C. História e Análise do Currículo de Matemática na Escola Básica no Estado de São Paulo. **Anais... 4º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2015, Ilhéus, 2015, p. 2380-2391.

COSTA, N. M. L. **Funções Seno e Cosseno**: Uma sequência de ensino a partir dos contextos do 'mundo experimental' e do computador. 1997. 249f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

CURI, E. A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 37, n.5, p. 1-10, jan. 2006. Disponível em: <<https://rieoei.org/RIE/article/view/2687>>. Acesso em: 4 jan. 2019.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

KLINE, M. **O Fracasso da Matemática Moderna**. Tradução de Leônidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.

IEZZI, G. *et al.* **Matemática**: Ciência e aplicações: ensino médio, v. 1. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

LOPES, J. R.; VICTER, E. F.; SOUZA, C. A. S. O uso da história da Trigonometria no ensino. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**. v. 4, n. 1, jan.-abr. 2014, p. 14-27.

MELO, J. DA S.; ALENCAR, E. S. DE. DESAFIOS E POSSIBILIDADES NA CONCEPTUALIZAÇÃO DE OBJETOS TRIGONOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO. **Ensino Da Matemática Em Debate**, v. 1, n. 6, 2019, p. 18-33.

MIGUEL, J. C. **Tentativas de renovação dos programas de ensino de Matemática no Estado de São Paulo Pós-64**: Para onde se encaminham? 2009, Marília. p. 1-13.

NACARATO, A. M. A definição de seno apresentada nos livros didáticos de matemática no século XX. **Anais ... V SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**, Rio Claro: UNESP, 2003, p. 205-213.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis, Vozes, 2007.

PIRES, M. C. C. Educação Matemática e a sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. **Bolema**, Rio Claro, Ano 21, n. 29, p. 13-42, 2008.

PIRES, M. C. C. Pesquisas comparativas sobre organização e desenvolvimento curricular na área de Educação Matemática, em países da América Latina. **Anais ... VII CIBEM**. Montevideo, Uruguai, set. 2013.

ROSSETO, D. Z.; BALIEIRO FILHO, I. F. Análise do Currículo de Matemática para o Ensino Médio do Estado de São Paulo: Pressupostos Teóricos e Metodológicos. **REVEMAT**. v. 15, n. 1, 2020, p. 1-20.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo**: uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: ARTMED, 2000.

SÁ-SILVA, J. R.; ALMEIDA C. D.; GUIDANI, J. F. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História e Ciências Sociais**. ano 1, n. 1, jul./ 2009.

SANTADE, S. **Currículo de Matemática do Estado de São Paulo e Saesp – Análise crítica**. 2015. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente, 2015.

SÃO PAULO (Estado). **Currículo do Estado de São Paulo**: Matemática e suas Tecnologias/ coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação da área, Nilson José Machado. Atual. São Paulo: Secretaria da Educação, SE, 2011.

SÃO PAULO (Estado). **Proposta Curricular para o ensino de Matemática**: 1º grau. 4. ed. São Paulo: Secretaria da Educação, SE/CENP, 1992.

SÃO PAULO (Estado). **Proposta Curricular para o ensino de Matemática**: 2º grau. 2. ed. São Paulo: Secretaria da Educação, SE/CENP, 1991.

SÃO PAULO (Estado). **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática/**
Coord. Maria Inês Fini. São Paulo: Secretaria da Educação, SE, 2008.

SOUZA, R. F. Política curricular no Estado de São Paulo nos anos 1980 e 1990.
Cadernos de Pesquisa, v.36, n. 127, p. 203-221, jan./abr. 2006.