

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO IV:
CURRÍCULOS E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

Ieda Maria Giongo
Angélica Vier Munhoz
(Organizadoras)



Ieda Maria Giongo
Angélica Vier Munhoz
(Organizadoras)

Observatório da educação IV: currículos e práticas pedagógicas

1ª edição

Editora Criação Humana / Evangraf

Porto Alegre, 2017

Universidade do Vale do Taquari - Univates
Reitor: Prof. Me. Ney José Lazzari
Vice-Reitor e Presidente da Fuvates: Prof. Dr. Carlos Cândido da Silva Cyrne
Pró-Reitora de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação: Profa. Dra. Maria Madalena Dullius
Pró-Reitor de Ensino: Prof. Dr. Carlos Cândido da Silva Cyrne
Pró-Reitora de Desenvolvimento Institucional: Profa. Dra. Júlia Elisabete Barden
Pró-Reitor Administrativo: Prof. Me. Oto Roberto Moerschbaecher

Coordenação e Revisão Final: Ivete Maria Hammes
Editoração: Marlon Alceu Cristófoli
Imagem (capa): Marli Terezinha Quartieri

Avelino Talini, 171 - Bairro Universitário - Lajeado - RS - Brasil
Fone: (51) 3714-7024 / Fone/Fax: (51) 3714-7000
E-mail: editora@univates.br / http://www.univates.br/editora

O14

Observatório da educação IV: currículos e práticas pedagógicas / Ieda Maria Giongo, Angélica Vier Munhoz (Orgs.) – Porto Alegre : Ed. Criação Humana / Evangraf, 2017.

221 p.:

ISBN 978-85-88022-40-9

1. Prática pedagógica. 2. Ensino de matemática. 3. Educação básica. I. Giongo, Ieda Maria. II. Munhoz, Angélica Vier. III. Título

CDU: 372.4:51

Catalogação na publicação – Biblioteca da Univates

As opiniões e os conceitos emitidos, bem como a exatidão, adequação e procedência das citações e referências, são de exclusiva responsabilidade dos autores.

Distribuição Gratuita. "Este projeto é financiado pelo Programa Observatório da Educação (edital INEP/CAPES 049/2012)"

APRESENTAÇÃO

Caminante, no hay camino,
se hace camino al andar.
Antonio Machado, 1995, p. 66[1].

O projeto do Observatório da Educação "Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática" da Universidade do Vale do Taquari, apoiado pelo INEP/Capes, iniciou suas atividades em maio de 2013. Desenvolve ações variadas, buscando contribuir com os objetivos do programa, em especial, "a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas de educação básica e estimular a produção acadêmica e a formação de recursos pós-graduados, em nível de mestrado e doutorado"[2].

Dentre as várias ações desenvolvidas nesse projeto, uma delas é a socialização das pesquisas desenvolvidas e das respectivas produções realizadas no âmbito do Programa, com o propósito de problematizar e discutir diferentes questões pertinentes que visam a contribuir com o desenvolvimento educacional, científico e tecnológico do país. Esta é a quarta edição do livro, intitulado *Observatório da Educação IV: Currículos e práticas pedagógicas*

Nas diferentes edições do livro, corroborando Machado (1995), vem sendo apresentado um recorte do caminho construído por este grupo de professores e pesquisadores, em parceria com colaboradores de outros projetos e programas. Cabe destacar a parceria deste projeto com o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência da Univates – PIBID/Univates, desenvolvendo ações conjuntas e contribuindo com a publicação de experiências, sempre que possível.

A temática da quarta edição versa sobre *Currículos e Práticas Pedagógicas* e visa a apresentar reflexões, possibilidades e desafios para professores e pesquisadores (re)pensarem suas práticas, problematizando questões relacionadas ao currículo e às práticas pedagógicas.

Boa leitura!

Cristiane Antonia Hauschild
Coord. PIBID/Univates

1 MACHADO, Antonio. Antologia Poética. Madrid: Alianza Editorial, 1995.

2 Disponível em: <http://www.capes.gov.br/educacao-basica/observatorio-da-educacao>.

LISTA DE PARECERISTAS

Parecerista	Titulação	IES	E-mail
Mariane Inês Olhweiler	Doutora	Univates	mariane_ohl@yahoo.com.br
Lucélia Hoehne	Doutora	Univates	luceliah@univates.br
Ítalo Gabriel Neide	Doutor	Univates	italo.neide@univates.br
Fernanda Wanderer	Doutora	UFRGS	fernandawanderer@gmail.com
Josaine de Moura Pinheiro	Doutora	Unisinos	dra.josainemourapinheiro@gmail.com
Marli Teresinha Quartieri	Doutora	Univates	mtquartieri@univates.br
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt	Doutora	Univates	mrehfeld@univates.br
Sonia Marchi Gonzatti	Doutora	Univates	lagonzatti@bewnet.com.br
Cristiane Antônia Hauschild	Doutora	Univates	crishauschild@univates.br
Eniz Conceição Oliveira	Doutora	Univates	eniz@univates.br
Miriam Ines Marchi	Doutora	Univates	crishauschild@univates.br

SUMÁRIO

MATEMÁTICA ESCOLAR E A ESCRITA DA LÍNGUA DE SINAIS: REFLEXÕES SOBRE A ESCOLARIZAÇÃO DE ALUNOS SURDOS BILÍNGUES 7

Fernando Henrique Fogaça Carneiro
Fernanda Wanderer

PRÁTICAS PEDAGÓGICAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA REFLEXÃO DAS AÇÕES DO PIBID SUBPROJETO PEDAGOGIA NO PERÍODO DE 2014-2017 23

Cristiane Antonia Hauschild
Danise Vivian
Paola Gatelli

PESQUISAS DESENVOLVIDAS POR PROFESSORES DO OBSERVATÓRIO DE EDUCAÇÃO DA UNIVATES RELACIONADAS À INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA 37

Patricia Franzoni
Marli Teresinha Quartieri
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt

ESTUDO DE TEMAS NÃO MATEMÁTICOS ORIUNDOS DE UMA PRÁTICA DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL 57

Janaina de Ramos Ziegler
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt

O PAPEL DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NAS ATIVIDADES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA 73

Romildo Pereira da Cruz
Marli Teresinha Quartieri

GEOMETRIA ESPACIAL: UM TEMA POTENTE NO ENSINO DA MATEMÁTICA 85

Luana Reichert Weyh
Josaine de Moura Pinheiro
Suelen Assunção Santos

DIÁLOGOS ENTRE PROFESSORES ACERCA DAS QUATRO OPERAÇÕES ENVOLVENDO OS NÚMEROS RACIONAIS 100

Tatiane Cristine Bernstein
Ieda Maria Giongo

APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA POR MEIO DA INTEGRAÇÃO DA FÍSICA À MATEMÁTICA 113

Jacy Pires dos Santos
Marli Teresinha Quartieri

A EXPLORAÇÃO DE ATIVIDADES MATEMÁTICAS POR MEIO DE PADRÕES GEOMÉTRICOS 122

Ayrton Góes de Magalhães
Wolmir José Böckel
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt

DESAFIANDO ALUNOS DO NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL A UTILIZAREM SEUS *SMARTPHONES* NOS PROCESSOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA 135

André Gerstberger
Ieda Maria Giongo

ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E OS CONTEÚDOS DE ÁLGEBRA 147

Ludmila Maccali

PRÁTICA PEDAGÓGICA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II: OUTROS MODOS DE ENSINAR MATEMÁTICA 163

Mariana Torreão Monte
Ieda Maria Giongo

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO: GEOMETRIA, FRAÇÕES E ÁLGEBRA 177

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
Marli Teresinha Quartieri
Ieda Maria Giongo

MATEMÁTICA ESCOLAR E A ESCRITA DA LÍNGUA DE SINAIS: REFLEXÕES SOBRE A ESCOLARIZAÇÃO DE ALUNOS SURDOS BILÍNGUES

Fernando Henrique Fogaça Carneiro[1]
Fernanda Wanderer[2]

Resumo: O capítulo apresenta resultados de uma pesquisa centrada na problematização das marcas que constituem a matemática ensinada em uma escola para alunos surdos bilíngues que utilizam a Escrita da Língua de Sinais (ELS) nos seus variados contextos. Os aportes teóricos advém dos estudos da Etnomatemática. O material examinado consiste em: entrevistas com professoras, Projeto Político Pedagógico (PPP) da instituição e atividades pedagógicas da área da matemática. A análise mostrou que os alunos surdos bilíngues estão capturados pelas enunciações presentes nas escolas regulares que conformam a matemática escolar como um campo marcado pelo formalismo e pela escrita, distante de suas formas de vida.

Palavras-chave: Matemática escolar. Educação de Surdos. Escrita da Língua de Sinais.

INTRODUÇÃO

O capítulo discute questões relativas à Educação Matemática e à Educação de Surdos. Tais discussões emergem de uma pesquisa centrada na problematização das marcas que constituem a matemática ensinada em uma escola para alunos surdos bilíngues, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que utilizam a Escrita da Língua de Sinais (ELS) nos seus variados contextos. Para isso, utilizamos, como lentes teóricas, ideias da Etnomatemática, uma perspectiva da Educação Matemática que emerge, na década de 1970, no Brasil, com os estudos de Ubiratan D'Ambrosio (2001; 2004; 2005).

Passados todos esses anos, pode-se identificar o discurso etnomatemático em pesquisas, publicações e nos mais diversos congressos da área da Educação Matemática, fazendo com que esse campo tenha uma relevante inserção internacional. Sendo referido como o autor mais influente na produção etnomatemática, D'Ambrosio (2001, p. 17) expressa que essa perspectiva busca "[...] entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações". Assim, a literatura etnomatemática destaca a relevância do exame das

1 Mestre em Educação (UFRGS) e Licenciado em Matemática (UFRGS).

2 Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação (UFRGS).

matemáticas produzidas pelos mais diversos grupos sociais, especificamente suas formas de organizar, gerar e disseminar os conhecimentos (matemáticos) presentes em suas culturas.

Atualmente, a Etnomatemática se constitui em uma perspectiva vasta e heterogênea, impossibilitando a enunciação de generalizações no que diz respeito a seus aportes teórico-metodológicos, como mostram os estudos de Knijnik (2004, 2006a). Mesmo com essa pluralidade de abordagens, os trabalhos investigativos da área convergem para duas direções: por um lado, possibilitam identificar, reconhecer e valorizar as matemáticas produzidas em diferentes formas de vida; por outro, problematizam a própria linguagem matemática transmitida e ensinada nas academias e escolas – como mostram D'Ambrosio (2004) e Lizcano (2004).

A análise de D'Ambrosio (2004) enfatiza que a disciplina matemática se desenvolveu na Europa, chegando à sua forma atual nos séculos XVI e XVII. Excluindo outras formas de pensar e fazer matemática, a maneira estruturada que conhecemos atualmente foi nos sendo imposta como "[...] a ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, das inferências, e suas características apontam para precisão, rigor e exatidão" (D'AMBROSIO, 2004, p. 48). Lizcano (2004) vincula-se a essa discussão. Examinando um texto de Galileo – o qual afirmava que a natureza era um livro escrito pela linguagem matemática –, o sociólogo expressa que tal texto é exemplar para se discutir a linguagem da matemática acadêmica. Ao se afirmar que a natureza pode ser escrita nessa linguagem, há a constituição de um processo de legitimação do poder aspirado por uma minoria letrada – os únicos capazes de compreender a matemática e, por isso, a natureza –, ao mesmo tempo em que põe em ação um programa de exclusão – de homens e mulheres como não-produtores do saber, salvo se dominarem a linguagem matemática. Além disto, há a exclusão de outras linguagens, que não aquela que conforma a matemática acadêmica, como geradoras de conhecimentos.

São ideias como essas que embasam grande parte da produção vinculada à Etnomatemática. Mais recentemente, esse campo tem se servido também das teorizações de filósofos como Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein, possibilitando que outros sentidos possam ser atribuídos à educação matemática. Knijnik et al. (2013, p. 28), utilizando-se de tais teorizações, se referem à Etnomatemática dizendo que essa perspectiva possibilita "[...] analisar os discursos que instituem as Matemáticas Acadêmica e Escolar e seus efeitos de verdade e examinar os jogos de linguagem que constituem cada uma das diferentes Matemáticas, analisando suas semelhanças de família."

Em efeito, a formulação das autoras nos permite identificar conceitos centrais do pensamento de Wittgenstein e Foucault. As reflexões de Wittgenstein (2004), presentes em sua em obra *Investigações Filosóficas*, nos possibilitam conceber a linguagem não mais com as marcas da universalidade, perfeição e ordem, como se preexistisse às ações humanas. Repudia a noção de um fundamento

ontológico para a linguagem, a qual assume um caráter contingente e particular, adquirindo sentido mediante seus diversos *usos*. Assim, sendo a significação de uma palavra gerada pelo seu uso, a possibilidade de essências ou garantias fixas para a linguagem é posta sob suspeição, nos levando a questionar também a existência de uma linguagem matemática única e com significados fixos.

Ao destacar que as linguagens ganham sentido mediante seus usos, Wittgenstein (2004, p. 19) discute a noção de jogos de linguagem que, para ele, seria "[...] a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada". Processos como descrever objetos, contar histórias, resolver tarefas de cálculo aplicado, entre outros, são denominados por Wittgenstein (2004) de jogos de linguagem. Em consonância com esse entendimento, pode-se dizer que explicitar as matemáticas geradas em atividades específicas também constitui um processo que pode ser significado como um conjunto de jogos de linguagem no sentido atribuído pelo filósofo.

Como mencionado anteriormente, a formulação de Knijnik et al. (2013) sobre a Etnomatemática também se serve das teorizações de Foucault. Considerando a matemática acadêmica e a matemática escolar como discursos, no sentido foucaultiano, a perspectiva etnomatemática permite analisar seus vínculos com a produção de relações de poder-saber e com a constituição de regimes de verdade (KNIJNIK et al., 2013). Dessa forma, com o apoio das ferramentas foucaultianas, é possível "[...] problematizar verdades que circulam na esfera da Educação Matemática, enunciados que estão na ordem do discurso desse campo de conhecimento e que são tomados como inquestionáveis" (KNIJNIK; WANDERER, 2013, p. 215). Com os estudos sobre a governamentalidade, pode-se, ainda, estudar como o discurso da Educação Matemática opera sobre professores, alunos, gestores e a própria comunidade escolar no governo de suas condutas.

Seguindo essas discussões, ao examinarmos a matemática posta em ação na escola investigada, toma-se como premissa que no ensinar e no aprender matemática, em espaços escolares ou não escolares, estão implicados processos de regulação, assujeitamento e subjetivação. Como todo processo educativo, também a matemática escolar opera sobre os sujeitos escolares (aqui entendidos como os alunos surdos bilíngues), disciplinando e controlando saberes, práticas e seu próprio pensamento.

BILINGUISMO E ESCRITA DA LÍNGUA DE SINAIS

Como dito anteriormente, as análises empreendidas neste capítulo ocorreram a partir de observações realizadas em uma escola para surdos da cidade de Porto Alegre. Para construir nossa argumentação, examinamos o Projeto Político Pedagógico (PPP) da instituição, entrevistas realizadas com algumas das professoras que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e um conjunto de atividades pedagógicas da área da matemática desenvolvidas em diferentes turmas. Consideramos pertinente destacar que nossas percepções

estiveram pautadas pelo modelo atual de educação de surdos, sustentado em autores contemporâneos que tratam desse assunto, em especial os vinculados ao campo dos Estudos Surdos.

Ao mencionarmos o modelo atual de educação de surdos, nos referimos à proposta bilíngue, considerada por Lopes (2011) como movimentos de resistência, oposições às práticas ouvintistas[3], uma construção da comunidade surda que prioriza o ensino em língua de sinais e mantém a língua oral como segunda língua, na modalidade escrita. A escola onde foi realizada esta pesquisa é adepta dessa filosofia educacional, conforme consta em seu PPP. Apoiada em argumentos acadêmicos e jurídicos – apontando artigos científicos, pesquisas, leis e convenções –, a instituição defende que o bilinguismo é a forma mais adequada de ensinar as crianças surdas:

Quadro 1 – Bilinguismo

O Ensino visa proposta de Educação Bilíngue: Língua Portuguesa como segunda língua na modalidade escrita e Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) como língua de instrução e comunicação; [a escola conta com a] presença de professores/as e outros/as profissionais bilíngues, em todas as etapas e modalidades da educação básica, respeitando o decreto 5.626/05, a Lei nº 10.436/2002 e os artigos 22, 24 e 30 da Convenção sobre os Direitos da Pessoa com Deficiência. [...]
O Bilinguismo é uma proposta de ensino que possibilita a aprendizagem de duas línguas no contexto escolar. Os estudos têm apontado para essa proposta como sendo mais adequada para o ensino de crianças surdas, tendo em vista que a Língua de Sinais é a língua natural do surdo e o ponto de partida para a aprendizagem da Língua Portuguesa escrita. Assim sendo, a aprendizagem da LIBRAS como primeira língua, torna-se fundamental para o aprendizado acadêmico da Língua Portuguesa para educandos surdos, tendo em vista a dificuldade que eles encontram para desenvolver as habilidades de leitura e escrita nessa língua.

Fonte: PPP da escola observada.

É possível notar a importância que a língua de sinais assume nesse local, posicionada como língua de instrução. Os funcionários devem ter domínio para se comunicar com os surdos que por ali circulam. Além disso, as aulas são todas ministradas em LIBRAS, sendo a língua portuguesa um fim ao invés de um meio, ao contrário de outras instituições educacionais para ouvintes. Com isso, pode-se perceber o empenho da escola em atender, da melhor forma possível, os seus alunos.

3 O pesquisador Carlos Skliar (2008, p. 15), utilizando conceitos do campo dos Estudos Culturais em Educação, afirma que o ouvintismo é um "[...] conjunto de representações dos ouvintes, a partir do qual o surdo está obrigado a olhar-se e narrar-se como se fosse um ouvinte.". Para o autor, é a partir disto que surge o termo "deficiente": por meio da comparação entre o que ouve e o que não ouve.

Contudo, uma frase se sobressaiu ao nos depararmos com este fragmento: "[...] a aprendizagem da LIBRAS como primeira língua, torna-se fundamental para o aprendizado acadêmico da Língua Portuguesa para educandos surdos, *tendo em vista a dificuldade que eles encontram para desenvolver as habilidades de leitura e escrita nessa língua*.". Nota-se uma preocupação da escola com os alunos surdos acerca de sua alfabetização na língua portuguesa e, ao mesmo tempo, uma constatação de que o surdo tem dificuldade para aprendê-la. Poder-se-ia tecer uma série de comentários e análises a respeito desse enunciado, entretanto nos focaremos em uma das possíveis soluções tomadas como contraposição à dita dificuldade em desenvolver a língua portuguesa: a Escrita da Língua de Sinais (ELS).

O processo de leitura e escrita, referido como problemático no PPP da escola, demanda que o sujeito consiga pensar em algum referente para que o transforme em um símbolo e o escreva em um papel, conforme apontamentos de Stumpf (2001)[4]. No contexto da educação de surdos, a autora sugere a utilização de algum sistema de escrita dos sinais, pois estes sistemas possibilitariam a compreensão do funcionamento de um processo de leitura e escrita diretamente em língua de sinais, sem intermediários. De todos os sistemas de escrita criados, o que mais tem sido utilizado é o *SignWriting*, o qual Stumpf (2001, p. 376) define como "[...] um sistema para representar línguas de sinais de um modo gráfico esquemático que funciona como um sistema de escrita alfabético, em que as unidades gráficas representam unidades gestuais fundamentais, suas propriedades e relações.".

Ao analisar as narrativas de professores de surdos que utilizam a ELS em suas práticas de ensino, Silva (2014) identificou que esse código é tido como uma importante ferramenta que possibilita, entre outras coisas, aproximar o surdo da língua oral escrita. Nos relatos dos profissionais, muitas vezes é dito que a leitura por meio da ELS ocorre de forma "natural" para o aluno surdo, sendo um processo mais simples que o de leitura da língua portuguesa, podendo até ser uma substituição desta última – embora essa não seja uma demanda proposta pelos autores que tratam dessa temática. Com isso, pode-se perceber que ELS apresenta um componente que poderia ser descrito como uma espécie de "ponte interlinguística", a qual teria potencial para, no limite, eliminar as barreiras de compreensão inerentes a uma segunda língua escrita.

Na escola investigada, a ELS assume uma posição de destaque por ser utilizada em quase todas as salas de aula, em cartazes e atividades, sendo componente curricular da disciplina de Língua de Sinais. Contudo, nas demais áreas do conhecimento também está presente, geralmente como elemento de apoio à leitura da língua portuguesa. Nos últimos anos, a instituição tem contado

4 Marianne Rossi Stumpf é conhecida por ser a primeira autora a defender uma escrita da língua de sinais, responsável pela tradução do documento-base do sistema SignWriting, o qual foi inventado pela pesquisadora estadunidense Valerie Sutton.

também com provas "orais"[5] sinalizadas em todas as disciplinas e turmas, as quais podem apresentar a ELS por esta ser considerada parte da língua de sinais. Assim, vê-se que a ELS ganhou espaço na escola, se tornando algo imperativo na vida dos alunos e dos professores, surdos e ouvintes. Nesse contexto, se insere a pesquisa a que nos propusemos realizar, cujas análises são apresentadas na próxima seção.

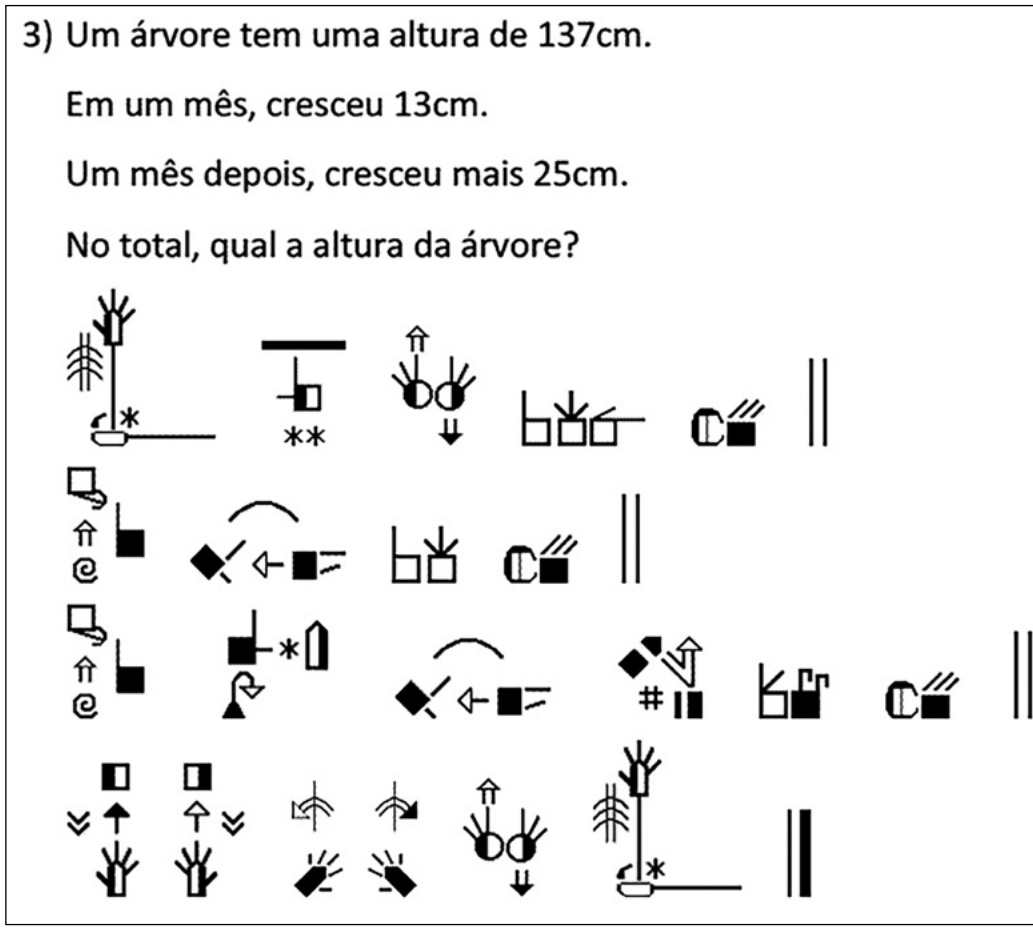
ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMA DE VIDA SURDA

Após essa breve retomada de alguns pontos que envolvem a ELS no Brasil e na escola investigada, voltamos à proposta deste capítulo. Para isso, nos dedicamos a analisar marcas que constituem a matemática praticada na instituição e as relações que apresenta com a ELS. Uma das primeiras etapas da investigação consistiu em realizar entrevistas com algumas educadoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e o uso da ELS. Uma das professoras afirmou: "[...] a Matemática é uma disciplina mais fácil [...] é uma disciplina que não exige português, que é geralmente onde barra, por ser uma segunda língua". Essa ideia foi recorrente nas entrevistas desenvolvidas. Para as professoras, a matemática escolar é "mais fácil" para os alunos surdos bilíngues por não envolver, em suas concepções, a língua portuguesa. Nesse sentido, a ELS permitiria que os alunos pudessem, sozinhos, ler e resolver os problemas propostos.

Em efeito, na escola esse recurso tem sido utilizado principalmente como forma de facilitar a leitura e a interpretação de textos, também na área da Matemática. Mostramos um exercício proposto por um professor aos alunos, com uma situação-problema transcrita para a ELS:

5 Ao mencionarmos orais, nesse contexto, não nos referimos ao uso do aparelho fonador (falar e escutar), mas a uma comunicação "ao vivo" sinalizada.

Figura 1 – Problema de matemática com ELS[6]



Fonte: Próprios autores.

Exercícios desse tipo, com diferentes níveis de dificuldade, são costumeiramente aplicados pelos professores da escola. Muitos desses profissionais relatam que a ELS têm sido uma ferramenta muito útil no ensino das mais diferentes disciplinas e têm auxiliado no tempo que dispensam para a explicação do que era solicitado em cada questão, as quais precisavam ser traduzidas pelo professor e sinalizadas para os alunos por inúmeras vezes. Por outro lado, alguns educadores, em especial das áreas de Português e Literatura, têm mostrado resistências na utilização do sistema, afirmando que os alunos

6 Pode-se perceber que a ELS deste problema apresenta uma tradução muito próxima à língua portuguesa (também chamada de "português sinalizado"), não necessariamente respeitando a estrutura da língua de sinais. Além disso, a ELS, que usualmente é grafada na vertical, está transcrita na horizontal. Essas foram opções escolhidas pelo professor a fim de criar uma relação mais próxima entre o português e a língua de sinais.

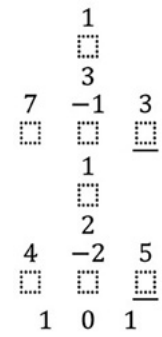
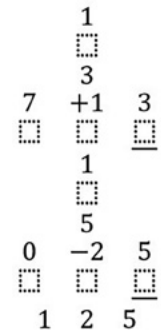
não iriam se acostumar com a língua portuguesa se não treinassem a leitura sem apoio.

Já em relação aos alunos, foi possível identificar dois grupos que apresentaram algumas semelhanças na sua relação com a ELS. Os mais novos, que estudam até por volta do 4º ano, expressam uma grande facilidade em lidar com a ELS e conseguiam se comunicar por meio dela nas aulas de português, estudos sociais *etc*. Alguns estudantes, entre o 5º e o 7º anos, mostraram uma aceitação da ELS e conseguiam ler os sinais sem problemas, mas ainda apresentaram uma forte ligação com a língua portuguesa para se expressar. Já os alunos mais velhos, do 8º e 9º anos, evidenciaram uma resistência em aprender a ELS por acharem mais útil a língua portuguesa ao se comunicarem nas redes sociais e mensagens de celular.

Alguns professores dizem acreditar que isso é um reflexo do pouco tempo no qual a metodologia foi adotada na instituição: os alunos mais velhos não aprenderam a ELS quando crianças, por isso não se sentem tão confortáveis quanto aqueles dos primeiros anos, que já a presenciam desde a Educação Infantil. Independente do motivo que levou a isto, foi analisada aqui a relação que diferentes grupos de alunos mostraram ter com a ELS durante as atividades de Matemática.

Gradualmente, dos grupos dos alunos mais novos aos mais velhos, percebeu-se uma diferença na compreensão do que estava escrito quando o texto era acompanhado da ELS. Mesmo para os alunos do 9º ano, a ELS parece ter auxiliado para palavras que eles ainda não conheciam. Já para os alunos mais novos, a ELS era a primeira opção, relacionada posteriormente com a palavra da língua portuguesa a que fazia referência. Essas observações seguiram para grande parte das disciplinas, porém houve uma particularidade que pensamos ser muito interessante: na disciplina de Matemática era muito comum que os alunos simplesmente ignorassem o texto e tomassem os números presentes nele, realizando alguma operação matemática – usualmente, o algoritmo. Apresentamos algumas respostas dos alunos ao exercício da Figura 1, que havia sido proposto para uma turma de 6º e 7º anos:

Quadro 2 – Algumas respostas ao primeiro exercício

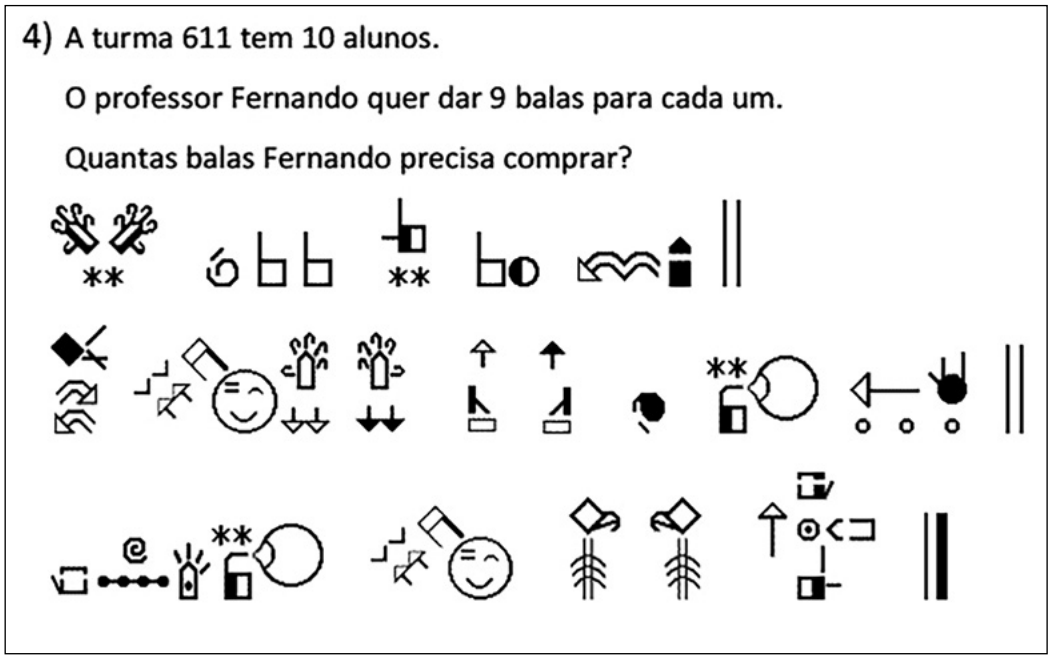
Aluno A	
Alunos B e C	

Fonte: Próprios autores.

Percebemos dois pontos interessantes nas resoluções propostas pelos alunos. Primeiro, em nenhum dos casos houve uma resposta com palavras – nem em ELS, nem em língua portuguesa. Segundo, os alunos usaram apenas algoritmos, sem nenhuma indicação do seu significado, o que possivelmente não era algo considerado relevante ou, pelo menos, não tão importante quanto o resultado final. O aluno A, ao ser questionado sobre sua resposta, disse ter pensado em diminuir o 137 porque era um número muito grande; o aluno B afirmou que não sabia o porquê de ter feito tais operações; o aluno C disse ter pensado que a forma de resolver era igual ao exercício da aula anterior, no qual foi preciso tomar um certo valor, somar uma quantidade a este e depois subtrair outra.

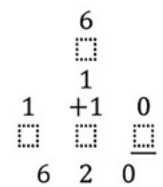
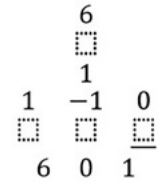
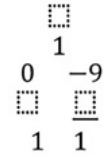
A atitude dos alunos parece evidenciar algumas noções que alimentam a ideia de que a Matemática é a disciplina dos números, da perfeição, do encontro de respostas exatas. Tal compreensão pode ser reforçada ao analisarmos o exercício abaixo:

Figura 2 – Outro problema de matemática com ELS



Fonte: Próprios autores.

Quadro 3 – Respostas dos alunos ao segundo exercício

Aluno A	
Aluno B	
Aluno C	

Fonte: Próprios autores.

Os alunos A e B encontraram o número 611 e não o associaram ao nome da turma da qual faziam parte, mas a um valor numérico que deveria ser operado no algoritmo. Isso foi o que eles fizeram, cada um com uma operação diferente. Já o aluno C disse ter percebido que 611 era o nome da sua turma, mas realizou um cálculo, também com algoritmo, usando outros dois números que encontrou, a despeito do texto em português e em ELS. Mesmo com o professor sinalizando o problema, os alunos continuavam tomando dois dos três números grafados e realizando alguma operação. Percebe-se, novamente, uma preocupação com o resultado numérico e com a "conta" formal.

Certamente não estamos afirmando que a preocupação com a formalidade e a assepsia, elementos marcantes da matemática escolar, são exclusividades dos surdos. Na verdade, os estudos de Giongo (2008), Knijnik e Wanderer (2013), Wanderer (2014) e Junges (2017) mostraram que tal relação também está presente em muitos tipos de escolas, nas quais a matemática escolar segue predominante sobre as demais matemáticas. Nesse caso, assim como nos estudos mencionados, pode-se pensar que os alunos dão mais importância ao passo a passo perfeitamente executado, ao resultado correto e ao uso do algoritmo do que às demais formas de se resolver esse mesmo problema. Além disso, também se pode pensar que os alunos não estão compreendendo o que está sendo solicitado, e por isso voltam aos códigos que se sentem mais confortáveis – no caso, os algoritmos.

Há ainda um terceiro exercício, desta vez voltado para aspectos teóricos da geometria. É solicitado que o aluno escreva sua resposta e são colocadas três linhas vazias para isso:

Figura 3 – Questão teórica de matemática com ELS



Fonte: Próprios autores.

Quadro 4 – Respostas dos alunos ao terceiro exercício

Aluno A	$\frac{1 \cdot (1-3)}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2} = \frac{2}{2} = \frac{1}{1}$
Aluno B	Não. Impossível.
Alunos C e D	

Fonte: Próprios autores.

O recurso encontrado pelo aluno A foi a fórmula para calcular a quantidade de diagonais, presente em seu caderno, cuja resposta foi encontrada por meio de operações algébricas conhecidas. O aluno escreveu uma resposta numérica, e por isso se deu por satisfeito. Ao mostrar para o professor, este lhe disse que havia aplicado uma regra errada, pois o resultado de "um menos três" seria "dois negativo". O aluno consertou a conta e encontrou como resposta "um negativo". O professor, então, disse que a resposta estava correta, mas ele deveria explicar o significado daquele número, utilizando suas palavras. O aluno A não soube como proceder, então deixou ali o resultado correto e passou para os exercícios seguintes.

O aluno B, após ver a tradução da frase em ELS, percebeu que não seria possível existir tal figura, e por isso colocou na sua resposta "Não". Entretanto, sentiu que alguma coisa estava faltando ali, e perguntou ao professor: "Não precisa fazer conta?". O professor disse que não, mas que era necessário elaborar sua resposta, pois "Não" precisava de uma explicação. O aluno, então, após alguns minutos de reflexão, fez um desenho no quadro de um possível polígono de 1 lado, deduzindo que não poderia ser um polígono. O professor aceitou a resposta do aluno, mas pediu que ele registrasse o desenho no seu trabalho, com uma explicação. Para o aluno a resposta era óbvia, por isso apenas registrou "Impossível" no seu trabalho, com o desenho que havia feito.

Os alunos C e D tomaram uma posição bastante interessante, e que ocorreu em outros exercícios com outros alunos também: ignoraram completamente o exercício. Ao serem questionados pelo professor, o aluno C disse que não havia percebido que precisava responder, porque não tinha números para operar; o aluno D afirmou que pensou ser uma explicação, um texto, e não uma atividade que deveria ser feita por ele. Após o professor dizer que eles precisariam ler e responder, eles foram categóricos: não estamos acostumados com isso.

Na resposta do aluno A, vemos novamente o forte vínculo entre as fórmulas e algoritmos com a disciplina de Matemática. Isso pode ser visto com

ainda mais potência nas respostas dos alunos C e D, os quais pensaram que nem era para ser respondido, pois não havia conta para ser feita. Na ausência de números, o aluno B ainda pergunta se sua resposta está certa, pois acha estranho que não haja contas. Essas práticas mostram a estreita relação da Matemática com os números, aparentemente havendo uma relação quase que indissociável entre ambos. Aqui podemos mencionar a discussão empreendida por Beatriz D'Ambrosio (1989) quando realizou uma espécie de diagnóstico dos processos de ensino e aprendizagem da matemática daquele período. Nos interessa chamar a atenção para o fato de que, passados todos esses anos, ainda se fazem presentes nas escolas as questões pontuadas pela autora: aulas de Matemática baseadas em exercícios de reprodução de modelos apresentados pelo professor; alunos os quais acreditam que a aprendizagem ocorre por meio do uso de fórmulas e algoritmos e o conhecimento matemático é concebido como um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos que foram descobertos ou elaborados por "gênios".

Mas não só os alunos estão capturados por essas ideias. O aluno B conclui que não era possível existir um polígono com uma aresta e responde isso no espaço adequado. Para esse aluno, a representação gráfica de um suposto polígono de uma aresta foi o suficiente para mostrar sua resposta, porém *o professor* novamente avisa que é necessário uma justificativa aceitável e um registro adequado de sua linha de pensamento, ou seja, somente uma explicação oral não seria suficiente. A supremacia da cultura escrita sobre a oral, presente nos jogos que conformam a matemática escolar, é analisada por Knijnik (2006b). Apoiando-se em Petitat, a autora mostra que, na Europa Medieval, as práticas educativas eram caracterizadas pela transmissão oral. Porém, nesse período, passam a emergir algumas rupturas nas ações educativas que se fazem presentes até os dias atuais, como a expansão da escrita e o seu caráter de superioridade perante os processos pedagógicos marcados pela oralidade.

Esses jogos de linguagem praticados nas aulas de Matemática – como a exigência por um procedimento formal e o encontro das respostas exatas por meio de operações comprovadamente eficazes, ambos aqui identificados – fazem parte de uma determinada gramática, a qual perpassa as práticas educativas da escola. Estamos argumentando aqui que a matemática escolar, tal como a compreendemos, produz efeitos nas formas de vida dos sujeitos, surdos ou ouvintes, os quais são por ela capturados, independente das formas pelas quais elas são trabalhadas – seja em língua portuguesa, seja em língua de sinais, seja em ELS. Apesar de todas as diferenças que certamente fazem parte da educação de surdos, são perceptíveis as fortes semelhanças entre a matemática praticada por esses sujeitos e aquela vivenciada nas escolas regulares.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Muitas análises poderiam ser realizadas a partir dos exercícios com ELS e das respostas dos alunos, vindas de diferentes lugares, com outras lentes teóricas. Porém, para este trabalho, voltamo-nos para uma problematização da constituição

das formas de vida surdas pautadas pelos jogos de linguagem que fazem parte da gramática própria da matemática escolar. Não se pode afirmar que essas sejam conclusões, ou mesmo descobertas, afinal, nesse caso não estaríamos alinhados ao registro teórico a que fazemos referência. Contudo, alguns tensionamentos puderam ser propostos a partir das informações observadas, relacionadas à matemática escolar.

Em um artigo recente, Knijnik (2017) destaca que a matemática escolar não pode ser concebida como um conjunto fixo de jogos de linguagem que, se bem assimilados pelos alunos, garantiria a eles a possibilidade de lidar com diferentes situações de suas vidas. Para ela, a matemática escolar é um campo marcado pelos processos de imposição de significados, imposição essa de uma forma de vida – no caso, a europeia – sobre as demais. Dessa forma, os jogos de linguagem matemáticos transmitidos nas escolas seguem as regras da gramática que os gerou, fazendo com que os exercícios e atividades dessa área do conhecimento estejam marcados pela escrita, pelo formalismo e pela busca da abstração.

Como esperamos ter evidenciado nesse capítulo, as práticas pedagógicas da área da Matemática que circulam na escola investigada, mesmo considerando em vários momentos as especificidades da forma de vida surda, como a ELS, estão permeadas pelas marcas acima descritas. Notamos uma forte e quase inseparável relação entre a matemática escolar e o uso de números e algoritmos e a predominância dos registros escritos sobre os orais, de maneira que a justificativa das respostas dos alunos ocupou um papel talvez mais importante que o próprio resultado. Os resultados encontrados em nosso estudo tem fortes semelhanças com estudos anteriores realizados em outros contextos. Isso nos leva a pensar no lugar que ocupa a disciplina de Matemática nas escolas, seja nas regulares ou nas instituições que atendem alunos surdos bilíngues, que segue como um campo do conhecimento separado das diferentes formas de vida dos alunos e professores.

Na condição de professores de Matemática e de pesquisadores interessados nessas reflexões, acreditamos que são investigações como a que realizamos e examinamos nesse capítulo que podem nos fazer pensar sobre nosso cotidiano, sobre aquilo que ocorre em nossas salas de aula. Talvez possamos modificar algumas práticas e concepções que circulam nas escolas e na sociedade sobre a Educação Matemática. Nosso intuito, aqui, foi desenvolver um pequeno ensaio sobre isso.

REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, Beatriz. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**: revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Brasília, DF, ano 2, n. 2, p. 15-19, 1989.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre a tradição e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática e Educação. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de (Org.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. p. 39-52.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Volta ao mundo em 80 matemáticas. **Scientific American Brasil**: Etnomatemática, São Paulo, n. 35, p. 6-9, 2005. Edição especial.

GIONGO, Ieda Maria. **Disciplinamento e resistência dos corpos e dos saberes**: um estudo sobre a educação matemática da Escola Estadual Técnica Agrícola Parobé. 2008. 207 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, 2008.

JUNGES, Débora de Lima Velho. **Educação Matemática e subjetivação em formas de vida da imigração alemã no Rio Grande do Sul no período da Campanha de Nacionalização**. 2017. 231 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, 2017.

KNIJNIK, Gelsa. Itinerários da etnomatemática: questões e desafios sobre o cultural, o social e o político na educação matemática. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de (Org.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. p. 19-38.

KNIJNIK, Gelsa. **Educação matemática, culturas e conhecimento na luta pela terra**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2006a.

KNIJNIK, Gelsa. Regimes de verdade sobre a educação matemática de jovens e adultos do campo: um estudo introdutório. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2013, Águas de Lindóia. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2006b.

KNIJNIK, Gelsa. A ordem do discurso da matemática escolar e jogos de linguagem de outras formas de vida. **Perspectivas da Educação Matemática**, Cuiabá, v. 10, n. 22, p. 45-64, jan./maio 2017.

KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda. Programa Escola Ativa, escolas multisseriadas do campo e educação matemática. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 39, n. 1, p. 211-225, jan./mar. 2013.

KNIJNIK, Gelsa et al. **Etnomatemática em movimento**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

LIZCANO, Emmanuel. As matemáticas da tribo européia: um estudo de caso. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de (Org.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. p. 124-138.

LOPES, Maura Corcini. **Surdez & Educação**. 2. ed. rev. ampl. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

SILVA, Érika Vanessa de Lima. **Narrativas de professores de surdos sobre a Escrita de Sinais**. 2013. 113 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

SKLIAR, Carlos. Os Estudos Surdos em Educação: problematizando a normalidade. In: SKLIAR, Carlos (Org.). **A surdez**: um olhar sobre as diferenças. 6. ed. Porto Alegre: Mediação, 2013. p. 7-32.

STUMPF, Marianne Rossi. Aquisição da escrita da língua de sinais. **Letras de Hoje**, Porto Alegre, v. 36, n. 3, p. 373-391, set. 2001.

WANDERER, Fernanda. **Educação Matemática, jogos de linguagem e regulação**. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas**. Tradução de Marcos G. Montagnoli. Revisão e apresentação de Emmanuel Carneiro Leão. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2004.

PRÁTICAS PEDAGÓGICAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA REFLEXÃO DAS AÇÕES DO PIBID SUBPROJETO PEDAGOGIA NO PERÍODO DE 2014-2017

Cristiane Antonia Hauschild[1]
Danise Vivian[2]
Paola Gatelli[3]

Resumo: A reflexão sobre as práticas pedagógicas no ensino da Matemática no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID da Universidade do Vale do Taquari - Univates, subprojeto Pedagogia, é a base para a promoção deste trabalho. Busca-se, como objetivo, mapear e analisar a contribuição do PIBID-Pedagogia no que compete ao ensino da área da Matemática para os Anos Iniciais das escolas de Educação Básica, parceiras deste Programa. As considerações apresentadas embasaram-se em autores como Smole (2001), Nunes e Bryant (1997), Danyluk, (1997), Fiorentini e Miorim (1990) e Brasil (2017) e foram desenvolvidas a partir de uma pesquisa qualitativa, inspirada em um mapa de campo, com as ações matemáticas que ocorreram no período de 2014 a 2017. Constatou-se que o saber matemático tem permeado as ações propostas nas sequências didáticas do subprojeto PIBID/Pedagogia ao longo do período analisado, de forma a contribuir com o processo de alfabetização matemática. A estratégia utilizada para o desenvolvimento das práticas pedagógicas nesta área evidenciam, essencialmente, o uso de jogos e materiais didáticos buscando destacar a aprendizagem como momento lúdico, além de possibilitar o desenvolvimento de um processo de ensino e aprendizagem que visa superar a visão conteudista nesta área de conhecimento.

Palavras-chave: PIBID. Ensino da Matemática. Anos Iniciais.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Em 2007, a Coordenação de Pessoal de Ensino Superior - Capes passa a ter atribuição na formação de professores para a Educação Básica do país. Assim, foi criada a Diretoria de Educação Básica Presencial, pela Lei 11.502 de 11 de julho de 2007 (BRASIL, 2007a), hoje, Diretoria de Formação de Professores para a Educação Básica - DEB. Dentre as ações desta Diretoria está o Programa

1 Doutora em Educação Em Ciências e Matemática pela PUC/RS. Professora e Coordenadora Institucional do PIBID da Universidade do Vale do Taquari - Univates.

2 Doutora em Educação pela UFRGS. Professora e coordenadora do curso de Pedagogia e coordenadora do subprojeto PIBID-Pedagogia da Universidade do Vale do Taquari - Univates.

3 Acadêmica do curso de Pedagogia da Universidade do Vale do Taquari - Univates. Bolsista do PIBID, subprojeto Pedagogia.

Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID, instituído em 2007 pela Portaria Normativa nº 38 de 12 de dezembro de 2007 (BRASIL, 2007b), sendo que o primeiro edital para participar do referido Programa foi lançado ainda em dezembro de 2007 (BRASIL, 2007c), apenas para as instituições públicas federais de Ensino Superior. Em 2009, o Programa foi ampliado, possibilitando a participação das instituições públicas estaduais, e, em 2010 (BRASIL, 2010), para as instituições públicas municipais e às instituições comunitárias, confessionais e filantrópicas sem fins lucrativos.

Foi em 2010 que este programa teve início na Instituição de Ensino Superior – IES analisada neste capítulo. Os objetivos e regulamentos do Programa foram se modificando ao longo deste período, e atualmente ressalta-se, dentre os objetivos desta política, a tentativa de "elevar a qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, promovendo a integração entre educação superior e educação básica" (BRASIL, 2013.), aproximar o licenciando da escola pública para proporcionar-lhe "oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem" (BRASIL, 2013.) e "contribuir para a articulação entre teoria e prática necessárias à formação dos docentes, elevando a qualidade das ações acadêmicas nos cursos de licenciatura" (BRASIL, 2013.).

O diferencial deste Programa está na sua dinâmica que prevê a articulação de diferentes atores, alunos de licenciatura, professores supervisores (de escolas públicas conveniadas) e professores formadores (de Instituições de Ensino Superior), permitindo aprender a docência por meio da vivência real e da possibilidade de refletir junto com os profissionais.

Observa-se que o Programa se sustenta na reflexão dos fazeres docentes, sem, todavia, deixar de aproximar e proporcionar ao acadêmico de licenciatura o contato com o cotidiano da escola pública. Aliás, é a partir deste contato com o ambiente escolar que se observa nascer uma prática reflexiva. O acadêmico tem a oportunidade de viver e experienciar a escola de forma a pensar e a refletir sobre a sua própria prática e formação.

Um dos propósitos do subprojeto PIBID/Univates/Pedagogia descrito no projeto institucional é "Elaborar projetos pedagógicos como projetos de leitura, alfabetização, letramento, **numeramento**, entre outros, a partir da aproximação dos bolsistas na instituição escolar parceira, considerando as necessidades da realidade desta instituição educacional" (grifos dos autores). Compreende-se que "Os projetos desenvolvidos visam qualificar e significar as práticas pedagógicas promovidas na escola contribuindo, assim, com o processo de ensino e de aprendizagem".

O numeramento é aqui associado ao termo "ser matematicamente alfabetizado", ou seja, compreender a matemática para conseguir conhecer e ter autonomia no mundo (NUNES; BRYANT, 1997). Isso significa que a Matemática,

como área de conhecimento, é fundamental para a vida em sociedade e ultrapassa, portanto, os limites da escola e a compreensão técnica de um ensino conteudista.

Segundo Danyluk (1997, p. 12) "a alfabetização matemática é um fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conteúdos matemáticos ensinados na escola tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático". Nesse sentido, um sujeito matematicamente alfabetizado, é um sujeito capaz de "[...] compreender o que se lê e escrever o que se compreende a respeito das primeiras noções de lógica, de aritmética e geometria. Assim, a escrita e a leitura das primeiras ideias matemáticas podem fazer parte do contexto de alfabetização" (DANYLUK, 1997, p. 12).

Ser numeralizado, portanto, é ter o domínio do sistema numérico, familiaridade com os números e as habilidades matemáticas e compreender o seu uso social (NUNES; BRYANT, 1997). A terceira versão da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017, p. 221) também destaca a importância do conhecimento matemático para além do saber escolar pelas "suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais".

Compreender a Matemática por essa ótica é perceber a necessidade de explorar esta área do conhecimento de forma ativa e significativa, buscando superar uma educação bancária (FREIRE, 2005) e um ensino que elimine os componentes culturais das práticas cotidianas educacionais (D'AMBRÓSIO, 2005). Esse movimento possibilita o repensar do processo de ensino e de aprendizagem e tal ação é o que se almeja no PIBID quando o programa defende a "[...] criação e participação [dos bolsistas] em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem" (BRASIL, 2013).

Nesse sentido, este capítulo visa a apresentar um mapa de campo das práticas pedagógicas do ensino da Matemática no âmbito do PIBID/Univates/Pedagogia. As atividades desenvolvidas apresentadas embasaram-se em autores como Smole (2001), Nunes e Bryant (1997), Danyluk (1997), Fiorentini e Miorim (1990) e (BRASIL, 2017) e foram desenvolvidas a partir de uma pesquisa qualitativa, inspirada em um mapa de campo que "conjuga levantamento, organização e classificação de um conjunto de dados considerando pontos relevantes ou significativos e que [...] valham como mapa para compreender os entes pesquisados" (BIEMBENGUT, 2008, p, 101). As ações analisadas ocorreram no período de 2014 a 2017.

UMA REFLEXÃO SOBRE AS ATIVIDADES MATEMÁTICAS PROPOSTAS PELO PIBID, SUBPROJETO PEDAGOGIA, NOS ANOS INICIAIS

O PIBID subprojeto Pedagogia desenvolveu diferentes frentes de trabalho conforme previsto no projeto institucional e já abordado na seção anterior. Dentre essas frentes, este trabalho visa a apresentar um mapa do campo (BIEMBENGUT, 2008) das atividades da Matemática nas diferentes escolas parceiras do Programa,

considerando diferentes espaços e tempos. Assim, as iniciantes à docência do projeto buscam planejar práticas diferenciadas e desafiadoras. Cabe destacar que a escolha das práticas pedagógicas é sempre realizada a partir do acompanhamento e reconhecimento da realidade, e do envolvimento de licenciandos e professores, bem como da equipe diretiva e pedagógica dessas escolas.

Grando (2000, p. 15) destaca que:

> A busca por um ensino que considere o aluno como sujeito do processo, que seja significativo para o aluno, que lhe proporcione um ambiente favorável à imaginação, à criação, à reflexão, enfim, à construção e que lhe possibilite um prazer em aprender, não pelo utilitarismo, mas pela investigação, ação e participação coletiva de um "todo" que constitui uma sociedade crítica e atuante, leva-nos a propor a inserção do jogo no ambiente educacional, de forma a conferir a esse ensino espaços lúdicos de aprendizagem.

O Mapa 1 apresenta as diferentes atividades matemáticas desenvolvidas no período abordado. Optou-se por discutir neste trabalho apenas os jogos utilizados.

Mapa 1: Atividades matemáticas utilizadas no período de 2014 a 2017

	Jogos
1	Ligue 4
2	Senha
3	Ludo ou paciência
4	Moinho
5	Bingo de adição
6	Bingo de subtração
7	Jogo com tampas de garrafa
8	Fichas com números e operações
9	Trilha da Multiplicação
10	Trilha Matemática

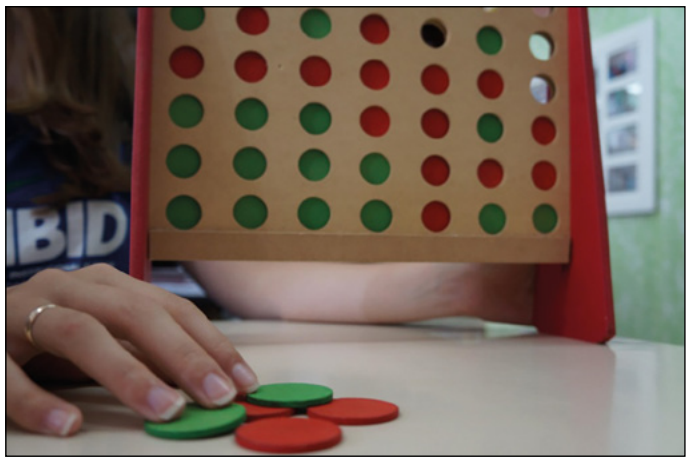
Fonte: das autoras.

No ano de 2014, a Matemática foi trabalhada por meio de jogos (do 1 ao 4 do mapa 01) com o objetivo de desenvolver o raciocínio lógico-matemático, estimular a concentração e atenção e contribuir com o processo de alfabetização matemática. É importante destacar que esses jogos já existiam na escola parceira, mas não eram utilizados. Assim, passou-se a estudar os referidos jogos e a propor atividades para serem realizadas com alunos do 1º ao 5º anos. Percebeu-

se que o lúdico contribui para a interação dos alunos com a matemática. Segundo Groenwald e Timm (texto digital) existem "três aspectos que por si só justificam a incorporação do jogo nas aulas. São eles: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais".

O jogo Ligue 4, Figura 1, apresentado aos estudantes é parecido com o jogo da velha, possuindo fichas verdes, vermelhas e um tabuleiro. Jogam dois participantes a cada rodada, com o objetivo de colocar fichas até que se obtenha quatro fichas consecutivas da mesma cor na horizontal ou na vertical. Vence o jogador que possuir mais ligações com quatro fichas. Primeiramente, as turmas exploraram este material, para depois serem desafiadas a seguir as regras do jogo. Percebeu-se que o jogo instigou os alunos a fazerem tentativas e erros para atingir o objetivo. Muitas foram as vibrações durante a partida, bem como percebeu-se que todas as turmas, de 1º a 5º ano, apreciaram este momento.

Figura 1 - Jogo Ligue 4

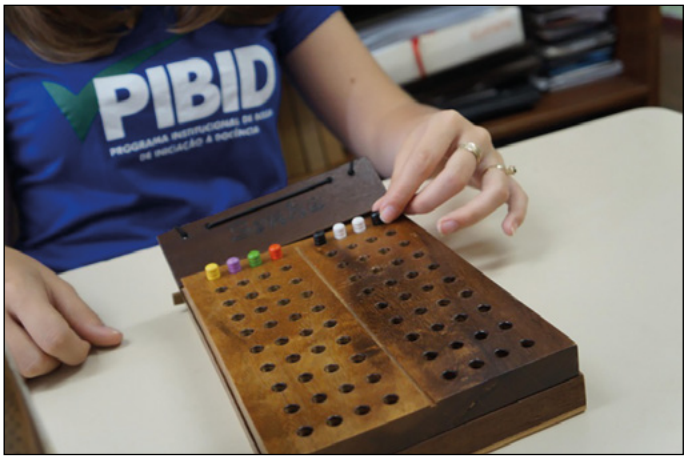


Fonte: Das autoras.

O jogo Senha, Figura 2, precisa de dois participantes em cada rodada, sendo um desafiador e um jogador. O desafiador inicia fazendo uma combinação de quatro cores entre oito possíveis e o jogador adversário necessita idealizar exatamente qual a sequência de cores e, para isso, possui dez tentativas. A cada jogada, o desafiador notifica quais cores e quais posições estão corretas - sem, visivelmente, relatar quais são, assim apenas usando os pinos pretos e brancos (Pino Preto – Cor e posições corretas; Pino Branco – Cor correta, mas posição errada; Nenhum pino – Cor errada). Finalizado o jogo, os jogadores mudam de posição, o objetivo é descobrir a senha secreta, usando o mínimo de tentativas possíveis. Durante a exploração inicial do jogo percebeu-se que as turmas tiveram dúvidas e necessitaram de mais explicações quanto às regras. Logo que compreenderam as regras, percebeu-se uma maior facilidade em formar as combinações secretas, porém, queriam contar para o colega quais eram de tanto

entusiasmo. Este jogo desenvolveu nas turmas uma maior concentração, tanto para formar a senha secreta quanto para adivinhá-la e a exploração de conceitos ligados ao estudo de análise combinatória.

Figura 2 - Jogo Senha



Fonte: Das autoras.

O jogo ludo, paciência, "devagar se vai ao longe", ou "fubica", Figura 3, pode ser jogado entre dois ou mais integrantes, até o máximo de quatro jogadores. Inicia o jogo quando um jogador, em três chances, tirar no dado o número cinco para sair da casa inicial usando uma peça de cada vez, o jogador arremessa o dado e segue o número de casas apontado no dado, jogando um peão de cada vez, indo em direção à casa final que é o objetivo do jogo. Vence o jogador que entrar na casa final com todos os peões da sua cor.

Figura 3 - Jogo Ludo

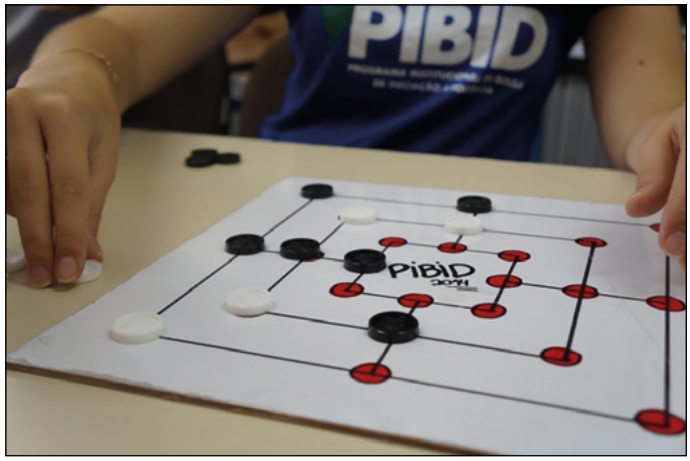


Fonte: Das autoras.

As turmas que desafiaram-se a jogar, buscavam o objetivo do jogo, de levar todas as peças até o ponto de chegada. Uma aluna disse: "*agora vocês sabem por que esse jogo se chama paciência, porque precisa de paciência pra jogar*" (Aluno 01), outro aluno disse: "é um jogo que demora 2 horas" (Aluno 07).

O jogo Moinho ou Trilha, Figura 4, começa com dois jogadores colocando suas nove peças pelo tabuleiro, uma a uma, intercalados. Ao conseguir dispor três peças alinhadas, tanto na vertical como na horizontal, forma-se um Moinho. Os jogadores têm o objetivo de diminuir o número de peças do adversário a menos de três ou bloqueá-lo.

Figura 4 - Jogo Moinho



Fonte: Das autoras.

Observou-se que as turmas já conheciam este jogo, o que facilitou o desenvolvimento das atividades. Interessante destacar que alguns alunos relataram conhecer o jogo por jogarem com os seus avós, jogarem em outros ambientes. Logo, os alunos sabiam que poderiam usar técnicas específicas para vencer o jogo.

Os jogos foram muito importantes para o desenvolvimento das atividades no decorrer do ano, tanto que a partir destes foram criados outros jogos envolvendo a Matemática e também outras áreas do conhecimento, pois, segundo Grando (2008) existem muitas vantagens com a inserção dos jogos nas salas de aula, dentre elas, a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento, a interação social, o trabalho em grupo, o desenvolvimento da criatividade e senso crítico, bem como uma melhor compreensão dos assuntos trabalhados em sala de aula. Vale ressaltar que estas práticas com jogos foram referência para publicar e apresentar o trabalho intitulado "A exploração de jogos de lógica e os processos de ensino e de aprendizagem: perspectivas e possibilidades" no Encontro Nacional das Licenciaturas (ENALIC) em Natal, Rio Grande do Norte.

Em 2016, a partir de conversas com a professora titular de uma turma de 2º ano de uma das escolas parceiras foi decidido trabalhar com a área da Matemática a partir das dificuldades apresentadas pelos alunos, em sala de aula. Os objetivos desenvolvidos com esta turma foram os seguintes: estimular o raciocínio lógico-matemático e promover a aprendizagem contribuindo com o desenvolvimento dos alunos. Dessa forma, pensou-se em oportunizar a criação e a participação dos alunos a partir de jogos matemáticos. Como relata Fortuna (2012, p. 18),

> Sabe-se, também, que, do ponto de vista psicanalítico, o jogo, como atividade psíquica, assemelha-se ao sonho, pois dá vazão às tensões nascidas da impossibilidade de realização do desejo, tornando-se um canal para satisfação desses desejos. Diferentemente do sonho, o jogo transita livremente entre o mundo interno e o mundo real, o que lhe garante a evasão temporária da realidade e confirma a característica antes citada de ser uma atividade que ocorre em espaço e tempo determinados.

Ademais, para Kamii e Declark (1992, p. 172) os jogos "envolvem regras e interação social, e a possibilidade de fazer regras e tomar decisões juntos é essencial para o desenvolvimento da autonomia".

Nesta sequência, os jogos de Matemática propostos foram organizados em forma de bingo, porém as regras desses bingos foram adaptadas do original. Planejou-se a confecção de dois tipos de bingo, um com cálculos de adição, Figura 5, e outro com cálculos de subtração (Figura 6), possuindo números até 80 e dois números acima de 100. O bingo de cálculos de adição foi criado junto com a turma do 2º ano, sendo que os alunos relataram os cálculos que queriam usar no jogo. Foi criada a regra de que nas cartelas dos jogadores estavam as respostas dos cálculos e nas fichas a serem sorteadas estavam apenas os cálculos matemáticos.

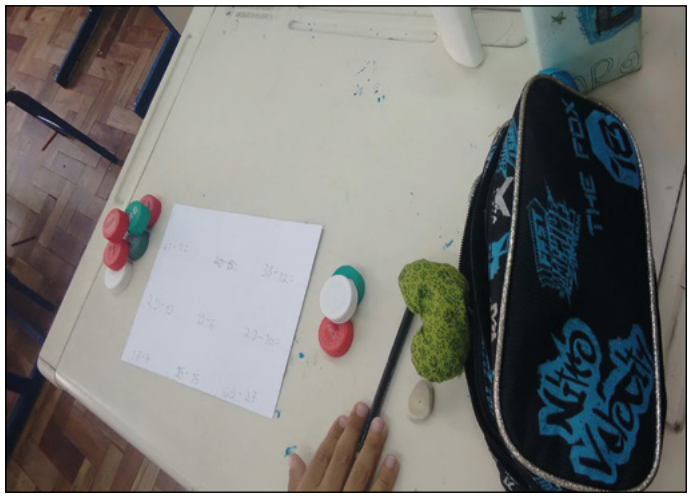
Figura 5 - Bingo da adição



Fonte: Das autoras.

Com o bingo de subtração a regra foi o contrário, nas cartelas dos jogadores estavam os cálculos matemáticos e nas fichas a serem sorteadas estavam as respostas dos cálculos. Percebeu-se que durante as práticas envolvendo os bingos a turma ficou empolgada e apreciou participar da elaboração dos jogos assim, conseguindo a maior atenção e participação de todos os alunos e, consequentemente, observou-se que as possibilidades de cada um foram aumentando com o decorrer de cada jogada. Após os jogos, os alunos registravam os cálculos em seus cadernos.

Figura 6 - Bingo da Subtração



Fonte: Das autoras.

As práticas pibidianas no ano de 2017 relacionadas a área da Matemática tiveram como objetivos: desenvolver o raciocínio lógico-matemático, interagir com materiais concretos e trabalhar com cálculos de adição, subtração, multiplicação e divisão. A turma que participou destas práticas foi a do 5º ano.

O jogo com tampas de garrafa *pet* e tabuleiro com cálculos de adição, Figura 7, possui um tabuleiro com cálculos de adição dispostos um abaixo do outro sem possuir a resposta ao lado. A resposta de cada cálculo estava registrada em cima de uma tampa de garrafa *pet*. Assim, os jogadores, em número de dois, ao realizar o cálculo matemático foram procurar as respostas que estavam misturadas e colocaram em seu tabuleiro.

Figura 7 - Jogo com tampas de garrafa



Fonte: Das autoras.

No jogo de fichas com números e operações, Figura 8, os jogadores usavam fichas contendo números até 100, as operações de adição, subtração, multiplicação e o sinal de igualdade (=), assim, podendo criar diferentes possibilidades com estas fichas. O grupo de jogadores tinha dois a três participantes. Inicialmente, a turma experimentou livremente e depois foram desafiados a criar mais possibilidades de cálculos registrando-os em seus cadernos.

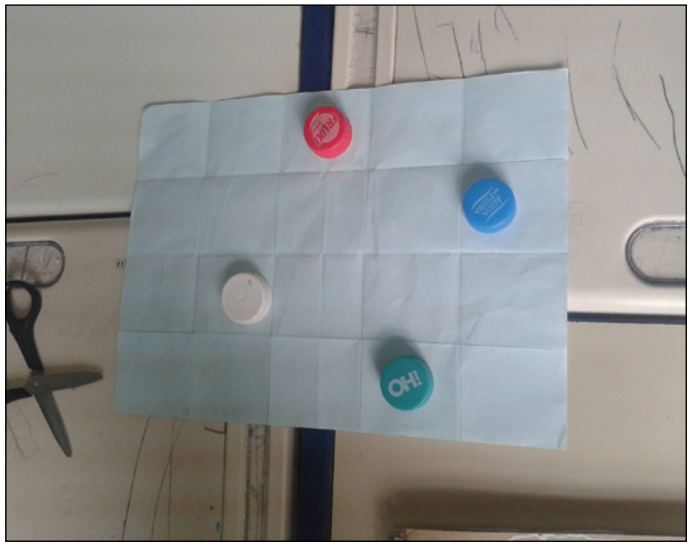
Figura 8 - Fichas com números e operações



Fonte: Das autoras.

Já na Trilha com cálculos de multiplicação, Figura 9, os alunos foram desafiados a responder cálculos de multiplicação e ao acertar a resposta puderam seguir com sua peça no tabuleiro disposto no grupo. Venceu quem chegou primeiro ao final do tabuleiro.

Figura 9 - Trilha da Multiplicação



Fonte: Das autoras.

A Trilha Matemática com desafios, Figura 10, foi confeccionada com os números até o vinte e com desafios e com cálculos matemáticos envolvendo as operações de adição, subtração e multiplicação, de forma aleatória. Cada grupo, composto de quatro ou cinco integrantes, elegia um representante que ficava na trilha. Ao jogar o dado, o representante se deslocava tantas casas quanto era o número resultado do dado. Quando parava no desafio matemático, o representante e os colegas do grupo pensavam na resposta, se acertavam ficavam na casa do número atual, caso contrário, voltava conforme o número do dado. Ganha o jogo quem chegava primeiro ao final da trilha. Percebeu-se o quanto a turma se envolveu nesta trilha, facilitando a compreensão e concentração nos desafios matemáticos.

Figura 10 - Trilha Matemática



Fonte: Das autoras.

Foi possível perceber que estas práticas envolvendo a Matemática conseguiram desenvolver o raciocínio lógico-matemático dos alunos, bem como, a atenção, participação e trabalhar em grupo. Os materiais concretos estiveram bem apresentados e auxiliaram para o andamento de todas as práticas e o envolvimento da turma. Destaca-se também a importância dos registros das atividades dos alunos, corroborando com Grando (1995, p. 35) "Inserido neste contexto de ensino-aprendizagem, o jogo assume um papel cujo objetivo transcende a simples ação lúdica do jogo pelo jogo, para se tornar um jogo pedagógico, com um fim na aprendizagem matemática – construção e/ou aplicação de conceitos".

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Constatou-se que o saber matemático tem permeado as ações propostas nas sequências didáticas do subprojeto PIBID-Pedagogia ao longo do período analisado, de forma a contribuir com o processo de alfabetização Matemática. A estratégia utilizada para o desenvolvimento das práticas pedagógicas nesta área evidenciam, essencialmente, o uso de jogos e materiais didáticos buscando destacar a aprendizagem como momento lúdico, além de possibilitar o desenvolvimento de um processo de ensino e aprendizagem que visa a superar a visão conteudista nesta área de conhecimento. Nesse sentido corrobora Grando (2000, p. 17):

> As posturas, atitudes e emoções demonstradas pelas crianças, enquanto se joga, são as mesmas desejadas na aquisição do conhecimento escolar. Espera-se um aluno participativo, envolvido na atividade de ensino, concentrado, atento, que elabore hipóteses sobre o que interage, que estabeleça soluções alternativas e variadas, que se organize segundo algumas normas e regras e, finalmente, que saiba comunicar o que pensa, as estratégias de solução de seus problemas.

REFERÊNCIAS

BIEMBENGUT, Maria Sallet. **Mapeamento na pesquisa Educacional.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Lei 11502. 2007. Modifica as competências e a estrutura organizacional da fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 12 jul. 2007a. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2007/Lei/L11502.htm>. Acesso em: 15 jan. 2013.

_____. Ministério da Educação. Portaria 38, de 12 de dezembro de 2007b. Dispõe sobre o Programa de Bolsa Institucional de Iniciação à Docência – PIBID para instituições federais de ensino superior – IFES. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 13 de dezembro de 2007a. Disponível em: <http://www.cmconsultoria.com.br/imagens/diretorios/diretorio14/arquivo1003.pdf>. Acesso em: 15 de janeiro de 2013.

_____. Ministério da Educação. Edital MEC/CAPES/FNDE 2007 de 13 de dezembro de 2007c. Seleção pública de propostas de projetos de iniciação à docência voltados ao Programa Institucional de Iniciação à Docência. **Diário Oficial da União,** Brasília, DF, 13 de Dezembro de 2007b. Disponível em: <http://www.CAPES.gov.br/images/stories/download/editais/Edital_PIBID.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2013.

_____. Ministério da Educação. Edital CAPES nº 18/2010. Convite para Editais Pibid provenientes de instituições públicas municipais e comunitárias, confessionais e filantrópicas sem fins lucrativos. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF,13 abr. 2010. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/bolsas/Edital18_PIBID2010.pdf>. Acesso em: 15 de março de 2013.

_____. Ministério da Educação. Portaria 096 de 18 de julho de 2013. Novo regulamento do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil,** Brasília, DF, de 23 de julho de 2013. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/legislacao/Portaria_096_18jul13_AprovaRegulamentoPIBID.pdf>. Acesso em: 25 jul. 2013.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Terceira versão. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCCpublicacao.pdf>. Acesso em: 23 de maio de 2017.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. In: **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005.

DANYLUK, O. S. Alfabetização Matemática: a escrita da linguagem matemática no processo de alfabetiza- ção. Tese (Doutorado) – **Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul**, Porto Alegre, 1997

FIORENTINI, D.; MIORIM, M,A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM.** SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

FORTUNA, Tânia R. **A importância do brincar na infância**. In: Horn, Cláudia Inês [et al.]. **Pedagogia do brincar** – Porto Alegre: Mediação, 2012, p. 16 – 44.

GRANDO, Regina C. **O jogo e a matemática:** no contexto da sala de aula. 2ª Ed. São Paulo: Carlus, 2008.

_____. **Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula.** 2000. 239f. Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

_____. **O jogo suas Possibilidades Metodológicas no Processo EnsinoAprendizagem na Matemática.** 1995. 194 f. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

GROENWALD, Cláudia L. O. TIMM, Ursula T. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula**. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/artigos/a1/>. Acessado em junho/2017.

KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. São Paulo, Campinas: Papirus, 1992.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PESQUISAS DESENVOLVIDAS POR PROFESSORES DO OBSERVATÓRIO DE EDUCAÇÃO DA UNIVATES RELACIONADAS À INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Patricia Franzoni[1]
Marli Teresinha Quartieri[2]
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt[3]

Resumo: O presente capítulo de livro tem como objetivo analisar a produção decorrente do uso da metodologia Investigação Matemática, desenvolvida em escolas públicas da educação básica que estão vinculadas ao Programa Observatório de Educação da Univates. Tal Programa é financiado pela CAPES e intitulado Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental. Foram analisados cinco artigos e duas dissertações oriundas do referido projeto. A tendência da Investigação Matemática contribui para a integração e socialização dos sujeitos envolvidos, oportunizando um ambiente estimulador e criativo, onde o aluno tem a liberdade de expor seus pensamentos e resoluções aos colegas e ao professor. Essa tendência é abordada em estudos principalmente em Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) que consideram a Investigação Matemática como uma metodologia que visa a desenvolver a autonomia do aluno para a resolução de questões, bem como a elaboração de hipóteses e de conjecturas. Os principais resultados das sete pesquisas realizadas apontam que as atividades de Investigação Matemática proporcionaram aos alunos momentos de autonomia, cooperação e interesse pela descoberta. As atividades foram realizadas em grupo e os alunos utilizaram de diversas estratégias e conjecturas para resolução dos problemas. Ademais, os conteúdos explorados, na maioria das atividades, estão relacionados a conceitos de geometria e álgebra.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Investigação Matemática. Ensino Fundamental. Observatório da Educação.

INTRODUÇÃO

O capítulo apresenta a análise da produção de sete trabalhos com ênfase em Investigação Matemática, vinculadas as pesquisas desenvolvidas no

1 Professora Adjunta II (Economia/FURG), Discente no Programa de Pós-Graduação - Doutorado em Ensino (Univates) e Bolsista da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal em Nível Superior (CAPES).

2 Doutora em Educação (Unisinos), Professora da Graduação e Pós-Graduação (Mestrado e Doutorado em Ensino e Ciências Exatas – Univates), Bolsista de Produtividade de Pesquisa (CNPq – Nível 2).

3 Doutora em Educação (UFRGS), Professora da Graduação e Pós-Graduação (Mestrado e Doutorado em Ensino e Ciências Exatas – Univates).

Observatório de Educação da Universidade do Vale do Taquari (Univates), do projeto intitulado: "Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental", que foi aprovado pelo Edital 049/2012 e é financiado pela Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). O referido projeto contava com nove bolsistas (seis de Graduação e três de Pós-graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas), seis professores representantes de escolas parceiras do Observatório de Educação, quatro professoras da Univates.

O grupo de pesquisadoras da Instituição observou que pesquisas no âmbito da Educação Matemática são pouco disseminadas no ambiente escolar. Mesmo que apresentem práticas pedagógicas inovadoras, tais pesquisas ainda são pouco problematizadas nas escolas, limitando-se a permanecer em bibliotecas das instituições de ensino superior, anais de eventos ou em artigos publicados em revistas da área. São necessárias, portanto, ações de pesquisa que contemplem a efetiva participação de professores da escola básica. Diante deste contexto, o Observatório de Educação teve como objetivo problematizar e propor estratégias metodológicas, com vistas à implementação de práticas pedagógicas inovadoras e reorganização curricular da disciplina de Matemática, em escolas de educação básica. Nesta perspectiva, a metodologia de trabalho, deste grupo, pautou-se pelo estudo, discussão, exploração e problematização de algumas tendências matemáticas, a saber: Modelagem Matemática, Etnomatemática e Investigação Matemática. O intuito foi discutir tais tendências com os professores das escolas parceiras, com o propósito de que os mesmos as utilizassem no decorrer de sua prática pedagógica e, posteriormente, socializassem os resultados identificando vantagens e pontos a melhorar no decorrer da exploração das referidas tendências. Este capítulo tem como objetivo analisar a produção de sete pesquisas realizadas de uma dessas três tendências, ou seja, a Investigação Matemática.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), salientam que, com a Investigação Matemática, o aluno age como um matemático na formulação e reformulação de conjecturas, além de apresentar os resultados aos colegas. De acordo com os referidos autores (2009), as atividades de Investigação Matemática incentivam o aluno a desenvolver sua autonomia, definindo objetivos e conduzindo a investigação, formulando estratégias, testando suas conjecturas e analisando criticamente os resultados obtidos. Partindo desse pressuposto, não existe uma resposta certa ou errada, seu objetivo é instigar a investigação e discutir as situações propostas.

O presente capítulo está dividido em cinco seções. A primeira seção contém a introdução, a segunda seção apresenta a fundamentação teórica quanto à importância do uso da Investigação Matemática. Na terceira seção, apresentam-se as pesquisas analisadas. Na seção seguinte, são discutidos os resultados obtidos com o desenvolvimento das atividades e por último, têm-se as considerações finais.

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Sabe-se que o ensino de Matemática ainda é pautado pelo modelo, quase que exclusivo, da exposição dos assuntos pelo professor, seguido de exemplos e exercícios. Ademais, metodologias que oportunizam aos estudantes uma ambiência exploratório investigativa, possibilitando a criação de estratégias de enfrentamento de problemas, por vezes não são efetivamente conhecidas pelos professores que ensinam Matemática. Em um estudo realizado com 1021 estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no estado da Bahia, instigados a resolverem doze questões envolvendo adição e subtração, poucos registros de estratégias foram observados. Alguns apenas colocaram a resposta e outros registraram os passos seguidos no processo de solução. Em adição, os autores comentaram que houve poucos registros icônicos. Este fato pode ser sinal de que o professor não incentiva outras formas de registros, que são comumente utilizados por crianças pequenas ao resolverem problemas matemáticos ou, ainda, que os mesmos utilizaram o recurso do cálculo mental (MAGINA et al., 2010).

Assim, percebe-se que a Matemática aprendida pode estar limitada a repetição de registros referendados por quem a ensina. O professor deveria instigar a investigação, deixar o aluno apresentar as suas próprias respostas e discutir os resultados obtidos, evitando prejudicar o desenvolvimento da criatividade do aluno. Ou seja, desenvolver a capacidade do aluno envolver-se com a própria aprendizagem, criar estratégias próprias, lhe oportunizar envolver-se com atividades que demandem exploração. Tais atividades podem ser desenvolvidas por meio da Investigação Matemática.

A Investigação Matemática contribui para a integração e socialização, pois ela oportuniza um ambiente estimulador e criativo, onde o aluno tem a liberdade de expor seus pensamentos e resoluções aos colegas e ao professor. Partindo desse pressuposto, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 23) salientam que o "[...] envolvimento ativo do aluno é a condição fundamental da aprendizagem". Assim sendo, é de suma importância desenvolver momentos desafiadores, em que o aluno sinta-se motivado a envolver-se durante toda a atividade.

Nessa mesma perspectiva, Skovsmose (2000), destaca que é importante oportunizar um cenário para investigação que convide os alunos a formular questões e procurar explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem, onde os alunos são responsáveis pelo processo. Conforme Brocardo (2001), a realização de investigação na sala de aula pode ajudar a estabelecer um ambiente em que os alunos participam ativamente. Facilita a compreensão dos processos e ideias matemáticas e da atividade matemática.

> [...] investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade.

> Significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE, 2003, p. 2).

Investigar relaciona-se a fazer descobertas, explorar problemas e hipóteses, construir argumentos e justificativas que apoiam a ideia. Ponte (2003) salienta que investigar é descobrir relações, padrões procurando identificar e comprovar as propriedades levantadas pelo investigador. Para que uma atividade seja considerada como investigação, conforme Oliveira, Segurado e Ponte (1998) é fundamental que a situação seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessíveis, ao aluno, o processo de resolução e a solução ou soluções da questão.

Levando em consideração a importância do desenvolvimento e envolvimento do aluno nas atividades, Castro (2004, p. 34), destaca que "[...] as aulas investigativas supõe o envolvimento dos alunos com tarefas investigativas que permita a eles realizar atividade matemática", assim salienta-se a importância do aluno sentir-se envolvido durante o processo de investigação da situação, na qual está desenvolvendo. Essa investigação pode envolver questões mais abertas com um grau de dificuldade maior ou até questões relativamente simples que surgem na sala de aula; as atitudes desenvolvidas pelos alunos nessas atividades contribuem para mobilizar e consolidar seus conhecimentos matemáticos para desenvolverem capacidades.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 23) definem a Investigação Matemática como uma "atividade de ensino-aprendizagem" que envolve quatro principais momentos. O primeiro momento refere-se ao conhecimento inicial, envolvendo a verificação, análise e a elaboração de questões em referência a situação-problema. O segundo momento envolve a elaboração de ideias e constatações, que se baseia em suposições elaboradas a partir de uma situação, essas hipóteses são chamadas de conjecturas. O terceiro momento implica na realização de testes das conjecturas, na qual será definido se a hipótese fundamenta-se ou não como verdadeira. Ao final, na quarta etapa, ocorre a demonstração e avaliação da situação, sendo que essa sempre deve vir acompanhada de uma argumentação que justifica o seu raciocínio.

Frente a essa constatação Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), afirmam que o professor não deve limitar sua metodologia e suas relações na sala de aula com o aluno e com o conteúdo. Para eles é importante que o professor e os alunos tenham autonomia para articular diferentes tipos de tarefas de maneira motivadora para que possa desenvolver o raciocínio matemático em diferentes níveis. Para os autores é importante que o professor e os alunos tenham autonomia para articular diferentes tipos de atividades de maneira motivadora para que possa desenvolver o raciocínio matemático em diferentes níveis.

> As atividades de investigação constituem uma boa oportunidade para os alunos trabalharem em grupo. Deste modo, mais facilmente

> se conjugam ideias e se ultrapassam dificuldades. O grupo aumenta também a confiança em enfrentar novos problemas e promove a discussão entre alunos (BRUNHEIRA; FONSECA, 1995, p. 17).

O trabalho em grupo pode ser favorável, principalmente em atividades que exigem a formulação das conjecturas, pois um aluno pode auxiliar o outro na elaboração das mesmas em pequenos grupos para depois socializar a discussão para o grande grupo. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2015, p. 223):

> É essencial, ao aluno, Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com ele.

Segundo Macalli (2017), o trabalho em grupo possibilita momentos de discussões, nos quais um aluno auxilia o outro. É necessária a formação de pequenos grupos, pois o aluno sente-se mais confortável para tirar suas dúvidas com os demais colegas, enriquecendo a sua aprendizagem. Para Deaquino (2008):

> Uma discussão em pequenos grupos é uma técnica de implementação de aprendizagem que permite aos aprendizes compartilhar experiências e ideias na busca de solução de problemas. O ambiente dos pequenos grupos é menos ameaçador, fazendo com que eles se sintam mais confiantes e confortáveis para expor e discutir ideias, chegando com maior facilidade a uma posição consensual, se esse for o objetivo (DEAQUINO, 2008, p. 37).

Portanto, a próxima seção apresenta as pesquisas realizadas no Observatório de Educação da Univates, que utilizaram Investigação Matemática, partindo de discussões em pequenos grupos.

PESQUISAS DESENVOLVIDAS NO OBSERVATÓRIO DE EDUCAÇÃO

Dentre os diversos trabalhos produzidos em relação à Investigação Matemática, durante os quatro anos de vigência do Observatório da Educação da Univates, serão analisados, neste capítulo de livro, as duas dissertações de mestrado, vinculadas ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, e cinco artigos. Tais artigos foram escolhidos, pois estão publicados nos livros do Observatório I e Observatório II os quais socializam trabalhos dos professores da Escola Básica que participam do referido Programa.

Assim, a metodologia de análise foi realizada a partir de um mapa teórico[4], conforme Biembengut (2008). Nos Quadros I, II, III, IV, V, VI e VII são destacados os autores, o objetivo, a contextualização, as atividades propostas e a análise, assim como as conclusões de cada um dos trabalhos analisados.

Quadro I: Artigo Investigação Matemática: relato de uma oficina

Integrantes	Fernanda Eloisa Schmitt, Nicole Catarina Mazocco Busnello, Bruna Mariane da Silveira e Marli Teresinha Quartieri.
Objetivo	Problematizar a viabilidade do uso da Investigação Matemática como uma proposta pedagógica passível de ser desenvolvida em diferentes níveis de ensino.
Contextualização	As atividades foram exploradas e discutidas durante uma oficina realizada no IV Seminário Institucional do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID), realizado em 2014, utilizando-se a tendência Investigação Matemática. A oficina contou com a participação de nove inscritos, destes apenas um não era graduado. Os demais eram professores atuantes nos diversos níveis de ensino, desde os anos iniciais, ensino fundamental, ensino médio e uma professora do nível superior. Inicialmente os participantes foram questionados sobre o que é investigar, ou seja, na percepção deles, o que seria Investigação Matemática. Deste questionamento surgiram diferentes conotações que foram sendo expostas no quadro, dentre elas: busca pela pesquisa, aluno tirando conclusões próprias, professor não traz as coisas prontas, hipóteses, formalização, aluno chega à resposta, verificação do nível de conhecimento, metodologia, procura, pesquisa, reflexão etc.

4 Para Biembengut (2008), mapa teórico implica na revisão da literatura disponível dos conceitos e das definições acerca de um tema e revisão dos trabalhos acadêmicos recentes, preferencialmente os publicados nos últimos cinco anos. Por meio do mapa teórico se identifica, conhece e reconhece o que existe de pesquisas recentes sobre Investigação Matemática.

Atividades propostas e análise	Após o questionamento inicial foi desenvolvida a primeira atividade. Depois da exploração dessa tarefa, foi discutido com os presentes alguns conceitos de pesquisadores em relação à Investigação Matemática. Outras atividades foram exploradas que problematizavam diferentes conteúdos, como geometria plana e espacial, potências, funções, álgebra, sequências numéricas, sendo estas disponibilizadas na íntegra para os professores. Neste sentido, as oito atividades propostas tinham os seguintes focos e objetivos: 1) uma tabela com números sequenciados como objetivo de encontrar relações numéricas posicionais. Esta abrange diferentes conteúdos como sequência, aritmética e álgebra; 2) estudo de área e perímetro de figuras planas, objetivando-se desenvolver no aluno a percepção de que com um mesmo valor de medida para o perímetro são encontrados diferentes valores para a área; 3) e 4) as atividades proporcionaram o desenvolvimento de conceitos relacionados a sequências numéricas, possibilitando generalizações algébricas; 5) a atividade apresentou questões relacionadas a probabilidade, análise combinatória e aritmética, desafiando os alunos a pensarem em diferentes possibilidades de respostas para encontrarem os valores apresentados; 6) apresenta uma atividade de geometria espacial onde os alunos são instigados a analisar diversas características de cubos formados por cubinhos, objetivando o desenvolvimento de habilidades de construção, de visualização, de organização de dados em tabelas e de generalizações; 7) a atividade teve o intuito de explorar o conteúdo de potências e as características observáveis nas potências de acordo com a base das mesmas; 8) apresenta uma atividade de procura de emprego em jornal. A proposta da atividade é bem abrangente, tendo diversas possibilidades de respostas. Assim, pode instigar os alunos a usarem sua criatividade. Diversos conteúdos podem ser desenvolvidos, mas comumente são explorados conceitos relacionados a funções e porcentagem.
Conclusões	Foram exploradas, durante a oficina, apenas duas atividades das oito atividades propostas. Ao serem questionados sobre o que é investigar, os participantes da oficina demonstraram pouco conhecimento sobre esta prática. Para a elucidação das questões apresentadas na oficina, junto aos professores, foi possível destacar o uso do cálculo formal por parte dos professores presentes na oficina. Os docentes mostraram dificuldades em se expressar matematicamente através da escrita, escrevendo pouco durante o desenvolvimento das questões. As atividades exploradas permitiram inferir que a prática da tendência Investigação Matemática possibilitou ampliar o conhecimento dos alunos e professores dentro da sala de aula, oportunizou um ambiente de troca e interação, favorecendo maior interesse e entusiasmo pelas atividades.

Fonte: Elaboração própria com base no Livro Observatório da Educação I: tendências no ensino da Matemática (GIONGO, I. M. e MUNHOZ, A. V., 2014).

Quadro II: Artigo Ensinando geometria plana por meio de atividades investigativas

Integrantes	Viviane Brune e Fernanda Eloisa Schmitt.
Objetivo	Relatar a prática pedagógica de ensinar geometria plana no Ensino Fundamental, utilizando Investigação Matemática nas aulas, objetivando a melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem na Matemática.
Contextua-lização	As atividades foram desenvolvidas em uma Escola Estadual de Ensino Médio situada no Vale do Taquari, RS. A turma era composta por 23 alunos da 7ª série / 8º ano, os quais usualmente demonstravam insegurança quanto à sua capacidade de desenvolver atividades que abrangessem conhecimentos matemáticos. As atividades foram planejadas, visando utilizar a Investigação Matemática com foco nos seguintes assuntos: comprimento da circunferência e área do círculo. Cabe destacar que a turma possuía pouco conhecimento em geometria, pois o tema não é usualmente contemplado nos planos de estudo da escola.
Atividades propostas e análise	Aula 1: Foi solicitado aos alunos que formassem grupos conforme afinidade, para realização das tarefas. A partir da observação de figuras contendo círculos, questionou-se oralmente as ideias dos alunos em relação às figuras e que resolvessem exercícios envolvendo circunferência. Observou-se iniciativa e interesse dos alunos em usar o compasso, pois o instrumento nunca havia sido utilizado. Tornou-se necessário auxiliar alguns discentes a manusear o compasso. Aulas 2 e 3: Os alunos deveriam dispor no centro das mesas, os objetos de forma circular que haviam trazido, conforme orientação prévia da professora. Depois calcular contorno e área. Alguns discentes rapidamente exclamaram que o contorno da circunferência teria o dobro da medida do diâmetro e foram estimulados a comprovar sua afirmação. Após discussões e medições perceberam o equívoco. Aula 4: Foram propostas atividades que tinham o intuito de que os alunos percebessem que, ao modificar o diâmetro de uma circunferência, o comprimento de seu contorno muda proporcionalmente. Aula 5: Foi feita a correção das tarefas realizadas em casa, nas quais os alunos explanavam o modo como realizaram os exercícios e suas dúvidas. Observou-se que os discentes ainda possuem insegurança para explicar suas ideias e ainda esperam por respostas do professor. Aulas 6 e 7: A tarefa tinha o objetivo de instigar os grupos a descobrirem a forma geométrica que proporciona maior área a partir de um mesmo perímetro. Para isso, foi disponibilizado o seguinte material: malha quadriculada dividida em cm², alfinetes, barbantes e folhas de isopor. Aula 8: Esta aula objetivou descobrir a maneira de obter a área de um círculo, fazendo uma analogia entre raio e comprimento da circunferência e comprimento e altura de outra forma geométrica. Em relação a esta aula observou-se que, na escrita, os grupos de trabalho escreveram a conclusão de maneira específica para a figura montada, a partir dos valores encontrados, sem conseguir expressar-se de forma generalizada. Aula 9: Correção dos exercícios nos grupos de trabalho, através do confronto de respostas e troca de ideias.

Conclusões	Na realização das atividades, vários alunos destacaram-se, pois tomaram iniciativa durante a realização das atividades, demonstrando interesse pelo conteúdo e promovendo valiosas discussões nos grupos. Foi importante o uso de conhecimentos de geometria. No momento de comprovar alguma conjectura, sentiram necessidade de efetivar generalização e fazer relações entre as diversas atividades propostas, o que demandou a escrita matemática formalizada. Os alunos destacaram que, após estas atividades, se sentiram mais capazes de aprender e fazer Matemática, além de mais prazer em participar das aulas.

Fonte: Elaboração própria com base no Livro Observatório da Educação I: tendências no ensino da Matemática (GIONGO, I. M. e MUNHOZ, A. V., 2014).

Quadro III: Artigo Uso da Investigação Matemática em Sala de Aula: propostas de atividades com alunos da educação básica

Integrantes	Ivanir Maria Lucca Weber e Fernanda Eloisa Schmitt.
Objetivo	Investigar como alunos desenvolvem alguns cálculos que usualmente não constam nos livros didáticos.
Contextualização	A escola, em que foram realizadas as atividades investigativas, localiza-se no município de Muçum, no estado do RS. Uma das turmas em que foi realizada a intervenção pedagógica é conhecida como a turma 71 do turno da manhã sendo uma sétima série/ 8º ano e possui 25 alunos. A outra é a 211 que corresponde ao 1º ano do Ensino Médio, com 30 alunos. Ambas são compostas por alunos de diferentes localidades do município e de diferentes idades.

Atividades propostas e análise	A primeira atividade proposta necessitou de muita leitura e interpretação, nela solicitava-se que com um determinado perímetro os alunos descobrissem qual a figura que formaria a maior área. A primeira dificuldade encontrada pelos alunos, na atividade, refere-se à leitura e a imaginação sobre formas geométricas quadrangulares. Essa limitação foi superada na discussão em grande grupo, mediante a intervenção do docente, tendo como base o olhar para os objetos que estão na sala de aula: faces de uma classe, do quadro, das janelas e até do próprio caderno. Algumas duplas estavam preocupadas em desenhar proporcionalmente usando régua e escala, sendo que um centímetro no desenho equivaleria a um metro no objeto real, apesar disso não ter sido solicitado. Assim, construíram diversos desenhos colocando a medida dos lados, de forma a ter um perímetro igual a 30 e calcularam a área dos retângulos. Destaca-se que os alunos, mesmo com esforço e dedicação, na resolução da situação proposta não chegaram à conclusão desejada, ou seja, que a figura com maior área teria lados iguais. Limitaram-se a usar números inteiros para as medidas dos lados, o que necessitou da intervenção do professor para mostrar que a maior área seria do quadrado, tendo as medidas dos lados de 7,5 metros. A atividade 2 de exploração de números numa tabela, a conjectura encontrada foi uma sequência numérica que aumentava na coluna de quatro em quatro; nas linhas os números aumentavam de um em um. Outros descobriram também que a soma dos números das colunas formava outra sequência que aumentava de cinco em cinco. Uma dupla chegou à conclusão de que somando o número da segunda linha da primeira coluna, com o da primeira linha e segunda coluna resultava o número abaixo da segunda coluna e segunda linha (4+1=5) e assim sucessivamente. Destaca-se que após cada comentário os demais alunos testaram as ideias apresentadas verificando se as conjecturas eram válidas. Na 3ª atividade criou-se um momento em que os alunos, deveriam encontrar a relação existente entre os algarismos do cálculo e o resultado apresentado, criando outras relações semelhantes, que deveriam ser testadas. Na atividade 4 utilizou-se um calendário, com o intuito de mostrar que muitas vezes, pode-se criar situações que estão presentes no nosso dia a dia. A atividade 5 foi elaborada com o objetivo de trabalhar relações existentes entre áreas de figuras geométricas, medida dos lados de um retângulo e comprimento de circunferências. Nesta tarefa, os alunos confeccionaram o círculo, recortaram e após responderam as perguntas.
Conclusões	A turma do Ensino Médio obteve maior êxito na resolução das atividades. Os alunos com mais conhecimento, conseguiram visualizar as entrelinhas dos problemas apresentados. Mesmo assim, alguns tiveram as mesmas dificuldades que os alunos da 7ª série/ 8º ano do ensino fundamental. Esses últimos, em algumas questões encontraram dificuldades em expressar o seu pensamento por escrito, sendo que oralmente conseguiam apresentar suas ideias de forma mais clara.

Fonte: Elaboração própria com base no Livro Observatório da Educação I: tendências no ensino da Matemática (GIONGO, I. M. e MUNHOZ, A. V., 2014).

Quadro IV: Artigo Cubos e Cubinhos: uma Investigação Matemática com alunos dos 5º e 9º anos

Integrantes	Fernanda Eloisa Schmitt, Marli Teresinha Quartieri e Ieda Maria Giongo.
Objetivo	Apresentar os resultados decorrentes da exploração de uma atividade efetivada durante uma pesquisa de mestrado.
Contextua-lização	A atividade descrita foi desenvolvida com alunos do 5º e 9º anos de duas escolas públicas parceiras do Observatório localizadas em dois municípios do Vale do Taquari/ RS, totalizando 80 alunos. A atividade tinha o objetivo de trabalhar ideias relacionadas ao volume de cubos e à percepção de espaço por meio da Investigação Matemática.
Atividades propostas e análise	A atividade proposta consistia em 5 questões, as quais os alunos deveriam pensar e responder, com o auxílio do material dourado. As perguntas eram relacionadas a quantidades de cubinhos que haveriam se fosse construído um cubo maior com aresta de 3, 4 e 5 cubinhos respectivamente. Posteriormente, foi suposto que as faces externas do cubo maior fossem pintadas de vermelho e assim, o desfio seria verificar quantos cubinhos possuem 1, 2, 3 ou nenhuma face pintada. Por fim, os alunos deveriam construir uma tabela com os dados obtidos e concluir algumas hipóteses. Inicialmente, o 5º ano teve dificuldade com os conceitos de cubo e aresta. Para o 9º foi preciso relembrá-los o que era aresta. Em todas as quatro turmas em que foi realizada essa atividade, os alunos chegaram às mesmas conclusões, com exceção do conteúdo de potência que não foi mencionado nas turmas de 5º ano. Mas os alunos do 5º ano chegaram à conclusão da necessidade de multiplicação de fatores iguais para encontrar o volume de um cubo.
Conclusões	De maneira geral, os discentes do 5º ano tiveram mais dificuldades em organizar os dados e necessitaram de ajuda para encontrar padrões. Já o 9º ano, apesar de terem uma maior organização com os dados, também tiveram dificuldades e necessitaram ser instigados para descobrir as generalizações. As atividades oriundas da metodologia Investigação Matemática proporcionaram momentos de autonomia aos alunos no que diz respeito a sua formação discente. Pode-se perceber em ambas as turmas que o trabalho em grupo facilitou as discussões e troca de informações e ideias.

Fonte: Elaboração própria com base no Livro Observatório da Educação II: experiências curriculares no ensino da Matemática na escola básica (GIONGO, I. M. e MUNHOZ, A. V., 2016).

Quadro V: Artigo Atividades investigativas com o uso da calculadora para os anos iniciais do Ensino Fundamental

Integrantes	Mara Oliveira de Azevedo, Sidileni Denise Christ e Ludmila Maccali.
Objetivo	Socializar as atividades que foram desenvolvidas em sala de aula contemplando o uso da calculadora e as quatro operações fundamentais.
Contextualização	A prática pedagógica foi desenvolvida com uma turma de 5º ano de uma escola pública que foi elaborada a partir de discussões realizadas no projeto Observatório da Educação. A prática contempla questões que abordam o uso da calculadora e as 4 operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão). O objetivo foi investigar como os alunos desenvolvem alguns cálculos que não constam nos livros didáticos, destacando a autonomia dos alunos nas resoluções, fazendo-os pensar e mostrar as estratégias utilizadas na resolução. A turma envolvida nas atividades de investigação era constituída de 10 meninas e 10 meninos. Trata-se de uma turma unida, participativa, com bom comportamento e, em geral, organizada com os materiais escolares. Revelaram-se uma ótima turma para o trabalho em grupo.
Atividades propostas e análise	As atividades foram realizadas em grupos de 2 a 3 alunos. Antes de iniciar as atividades, os alunos foram incentivados a terem autonomia, procurando discutir suas dúvidas com os colegas e trabalhar cooperativamente. Atividade 1: Parcelas iguais. O objetivo foi identificar quais estratégias seriam utilizadas para efetuar a adição e a escrita das conjecturas. Observou-se que os alunos não demonstraram dificuldades em trabalhar em grupo. Ficou evidente a dificuldade dos alunos registrarem suas conclusões, demonstrando insegurança com a escrita das palavras, em redigirem suas conjecturas e de como fizeram para encontrar a resposta. Atividade 2: Sequência da tecla. O objetivo foi investigar como os alunos resolveriam as atividades propostas e o registro das conjecturas. Essa atividade demandou mais orientação da professora, porém nunca dando a resposta. Os cálculos foram rápidos utilizando à calculadora e a discussão em grupo foi bastante participativa.
Conclusões	As primeiras questões com a utilização da calculadora foram fáceis, todos os grupos conseguiram resolver, a calculadora foi uma ótima auxiliar. Em algumas questões os alunos sentiram dificuldades por se tratar de números decimais e negativos. Cabe destacar que a professora orientou os alunos, questionando sobre os resultados, não dando a resposta da questão. Outro ponto importante foi à dinâmica de troca de informação, oportunizando uma aprendizagem reflexiva aos alunos. Destaca-se que no início, os alunos mostraram dependência da professora, evoluindo a cada discussão em grupo e ao longo das atividades.

Fonte: Elaboração própria com base no Livro Observatório da Educação II: experiências curriculares no ensino da Matemática na escola básica (GIONGO, I. M. e MUNHOZ, A. V., 2016).

Quadro VI: Dissertação Atividades Investigativas para o ensino da Álgebra em turmas de 7° ano e 9° ano do Ensino Fundamental

Integrantes	Aluna: Ludmila Maccali. Orientadora: Profa. Dra. Marli Quartieri. Co-orientadora: Profa. Dra. Ieda Maria Giongo.
Objetivos	Principal: Analisar as estratégias elaboradas por alunos do 7° e 9° anos ao realizarem atividades utilizando a Investigação Matemática e envolvendo concepções algébricas. Específicos: 1) Proporcionar aos alunos de 7° e 9° anos, tarefas de Investigação Matemática que contemplam as diferentes concepções de álgebra; 2) Fomentar o trabalho em grupo durante a resolução de atividades de Investigação Matemática; 3) Analisar as diferentes estratégias elaboradas pelos grupos de alunos ao resolverem as atividades investigativas.
Contextua-lização	Foi desenvolvida com alunos do 7° e 9° anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas do Vale do Taquari (RS), uma denominada escola "A", e a outra denominada escola "B". A escolha dessas turmas ocorreu porque os alunos do 7° ano ainda não haviam efetivado seus estudos acerca do conteúdo de álgebra, enquanto os do 9° ano possuíam alguns conhecimentos sobre esse conteúdo. O 7° ano da Escola A tinha 18 alunos e da Escola B tinha 22 alunos, o 9° ano da Escola A tinha 25 alunos e da Escola B tinha 26 alunos. As atividades propostas foram realizadas em grupos de até quatro integrantes, possibilitando que os estudantes socializassem e discutissem suas ideias, bem como formulassem e descrevessem as conjecturas de resolução. A prática foi desenvolvida em sete encontros com cada uma das turmas. Cada encontro teve duração de 2 horas/ aulas, totalizando 100 minutos.
Atividades propostas e análise	Foram realizadas atividades usando as quatro concepções algébricas de Usiskin (1995): a aritmética generalizada, a álgebra como processo na resolução de problemas, a álgebra como estudo das relações entre grandezas e a álgebra como estudo das estruturas. Foram um total de dez atividades com situações em que os alunos tinham disponibilidade de encontrar diferentes estratégias: 1) Atividade de sequência de palitos; 2) Sequência de quadrados; 3) Atividade relação entre os pares de sequências; 4) Atividade sobre área e perímetro de quadrados e retângulos; 5) Construção de figuras com área e perímetro determinados; 6) Cálculo da área de distintas figuras; 7) Atividade das tiras coloridas; 8) Atividade com produto notável; 9) Atividades acerca da concepção da álgebra como resolução de problemas e; 10) Problemas matemáticos.

Conclusões	Tanto os alunos do 7° ano, como os do 9° ano, usaram diferentes estratégias, tais como: uso de desenhos, tentativas e erros, desenvolvimento de fórmulas. Por diversas vezes, os resultados decorrentes, entre todos os grupos participantes das atividades, eram os mesmos, mas as estratégias utilizadas eram distintas. Assim, para a mesma atividade, alguns alunos utilizaram material concreto, outros resolviam a mesma questão por tentativa e erro, outros formulavam suas estratégias utilizando fórmulas e cálculos. A maioria dos conteúdos abordados não era de conhecimento dos alunos, mas com as atividades oportunizadas, conseguiram aprender diferentes conteúdos. Os alunos apresentaram mais dificuldades nas atividades que envolveram a concepção da álgebra como Estrutura. A formação dos grupos de trabalho ocorreu pela afinidade dos alunos o que os deixou bastante motivados para a resolução das tarefas. A discussão era intensa nos pequenos grupos. Para elaboração das estratégias, o trabalho cooperativo foi importante.

Fonte: Elaboração própria com base na dissertação Atividades Investigativas para o ensino da Álgebra em turmas de 7° ano e 9° ano do Ensino Fundamental. (MACCALI, 2017).

Quadro VII: Dissertação Abordando Geometria por meio da Investigação Matemática: um comparativo entre o 5° e 9° anos do Ensino Fundamental

Integrantes	Aluna: Fernanda Eloísa Schmitt. Orientadora: Profa. Dra. Marli Quartieri. Co-orientadora: Profa. Dra. Ieda Maria Giongo.
Objetivos	Geral: Investigar as conjecturas apresentadas por alunos do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental advindas de atividades de Investigação Matemática envolvendo geometria. Específicos: 1) Averiguar que regras matemáticas são utilizadas pelos alunos, em diferentes graus de escolaridade, quando criam e justificam conjecturas acerca de atividades envolvendo geometria; 2) Disponibilizar para as duas turmas atividades de Investigação Matemática; 3) Estimular nos alunos a cultura da escrita em Matemática; 4) Proporcionar trabalhos em grupo, promovendo a socialização de aprendizagens.
Contextua-lização	O trabalho foi desenvolvido em duas escolas públicas do projeto Observatório da Educação que se localizam no Vale do Taquari. Em cada escola foi trabalhada com uma turma de 5º ano e uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental. A turma do 5º ano onde se desenvolveu a atividade contava com 17 alunos, o 9º ano contava com 19 alunos. A outra escola era da rede estadual e a turma do 5º ano constituía-se de 26 alunos e a do 9º ano de 18 alunos.

Atividades propostas	No primeiro encontro explicou-se oralmente para os alunos o que são atividades de investigação, como elas funcionavam e o que era esperado na resolução das questões. A atividade 1 consistiu na investigação da relação entre perímetro e área de figuras planas. O intuito foi trabalhar a relação da área de figuras planas com seu formato, evidenciando que figuras que possuem o mesmo valor para o perímetro podem ter valores diferentes de áreas. A segunda atividade desenvolvida teve como objetivo a investigação da relação entre perímetro e área ao modificar a medida dos lados do quadrado. A terceira atividade tinha o intuito de realizar um estudo sobre a condição de existência dos triângulos, a soma de seus ângulos internos e o cálculo da área. A quarta atividade proporcionou um problema aberto, que exigiu dos alunos criatividade para encontrar a área e o perímetro de uma figura disforme. A quinta e última atividade tinha o propósito de trabalhar com volume de cubos e percepção de espaço.
Conclusões	1) As atividades oriundas da metodologia investigação matemática proporcionaram momentos de autonomia aos alunos no que diz respeito a sua formação discente. 2) Existem algumas noções de conceitos e fórmulas que foram mais predominantes no 9º ano do que no 5º ano, tais como fórmulas da área e perímetro de figuras geométricas. 3) Em algumas atividades houve confusão entre as noções de perímetro e área de figuras geométricas planas. Além disso, perceberam-se ideias errôneas com relação à definição de triângulos, mais fortemente no 5º ano, em que eles diziam que apenas figuras com três lados semelhantes caracterizavam-se como triângulos; 4) Os alunos ficaram motivados ao desenvolverem as atividades; 5) Escrever nas aulas de Matemática foi um desafio para os alunos que, muitas vezes, não conseguiam expressar, através da escrita, suas ideias e pensamentos.

Fonte: Elaboração própria com base na dissertação Abordando Geometria por meio da Investigação Matemática: um comparativo entre o 5° e 9° anos do Ensino Fundamental (SCHMITT, 2017).

ANÁLISE E RESULTADOS

As atividades propostas de Investigação Matemática dos trabalhos desenvolvidos no Observatório de Educação da Univates, apresentados neste capítulo, proporcionaram de modo geral conhecimento sobre esta prática, momentos de autonomia dos participantes. Entretanto, em uma das pesquisas realizadas, conforme Quadro I, alguns alunos ao serem questionados sobre o que é investigar demonstraram pouco visto que esta tendência é pouco explorada em sala de aula. Contudo, a maioria das opiniões convergia para a ideia de que as respostas não devem ser dadas pelo professor, sendo dever do aluno a busca por soluções.

Cabe destacar que as atividades apresentadas nos trabalhos descritos (nos quadros anteriores) foram desenvolvidas em turmas do 5°, 7° e 9° ano do Ensino Fundamental e em uma turma do 1° ano do Ensino Médio. Além disso, percebeu-se que o professor não dava as respostas para os alunos, atuava como

um questionador sobre as soluções encontradas e incentivava seus alunos a buscarem outras respostas, além de suas percepções iniciais.

A maioria dos alunos dos sete trabalhos analisados mostraram dificuldades em se expressar matematicamente por meio da escrita, escrevendo pouco durante o desenvolvimento das questões propostas. Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) destacam que no momento que os alunos descobrem diversas conjecturas, estas precisarão ser testadas e matematicamente registradas e comprovadas. Brasil (1998) ressalta que o aluno precisa descrever, representar, apresentar resultados com precisão e argumentar suas conjecturas a partir da linguagem matemática oral e escrita.

Por outro lado, foi constatado, também, o potencial de se trabalhar com atividades investigativas, pois os participantes, de modo geral, ficaram motivados e interessados quando perceberam a diversidade de conjecturas possíveis de serem elaboradas de um único problema. No entanto, pode ser necessário utilizar um tempo maior do que o previsto, devido ao descobrimento de novas conjecturas ou em função de uma única questão possuir diversas perspectivas e diferentes soluções. Conforme Palhares (2004), as Investigações Matemáticas são atividades que têm um caráter mais aberto do que os problemas comumente trabalhados em sala de aula, ou seja, poderão ter mais de uma resposta e necessitam do aluno tempo, criatividade e interesse para resolvê-las.

Pode-se inferir, de acordo com a análise dos trabalhos envolvendo Investigação que a Matemática tornou-se mais compreensível, mesmo que ainda alguns participantes demonstrassem dificuldades em expor suas conjecturas e registrá-las. No momento de comprovar alguma conjectura, sentiram necessidade de efetivar generalização e fazer relações entre as diversas atividades propostas, o que demandou a escrita matemática formalizada. Cabe destacar que os conteúdos que foram mais explorados nos sete trabalhos apresentados neste capítulo se referem à álgebra e a geometria. As atividades de geometria e álgebra de cunho exploratório-investigativo prescindem da diversidade de uso de estratégias para resolução de problemas e consequente aprendizagem Matemática.

Kluppel e Brandt (2012, p. 3) afirmam que a "geometria é um campo de conhecimento reconhecido e de inquestionável importância para a formação dos alunos, pois, contribui para o desenvolvimento de um raciocínio geométrico e de habilidades". Porém, mesmo que o reconhecimento da importância do ensino de conteúdos geométricos seja algo bastante referendado, ainda há poucos estudos aprofundados sobre temas relacionados à geometria. Também se observa pouca exploração desses conceitos na prática pedagógica. Barbosa (2008, p. 4) corrobora afirmando que "[...] a geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade de ela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo".

No entanto, Fonseca (2011) pontua que os professores, geralmente, não compreendem como e o que ensinar sobre a geometria, além das habilidades que se pode desenvolver com esse tema. Além das dificuldades quanto aos conceitos

geométricos (o que e como ensinar), outro entrave com relação ao ensino está para a álgebra que pode ou deveria ser ensinada desde os anos iniciais. Destacamos a importância do ensino da álgebra na educação básica por meio do comentário de Usiskin (1995, p. 21): "Já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, ela continua sendo um veículo para a resolução de problemas, mas é mais do que isso, fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. É a chave para a caracterização e compreensão das estruturas matemáticas".

Bredariol e Nacarato (2013, p. 4) comentam que a utilização de padrões pode proporcionar o "desenvolvimento da capacidade de generalização por alunos desde o início de seus estudos, pois proporciona a descoberta, possibilitando que os alunos estabeleçam propriedades numéricas ou geométricas". Ademais, utilizar o pensamento algébrico nas mais diferentes situações que se apresentam, abstraindo conceitos costumeiramente trabalhados apenas por meio da aritmética, é um desafio aos envolvidos. Em efeito, "o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problemas e favorecer as possíveis soluções" (BRASIL, 1998, p. 64).

Esperava-se em alguns trabalhos desenvolvidos pelo Observatório de Educação que os participantes, trabalhando em grupos, obtivessem mais facilidade em interpretar alguns problemas, discutir as atividades e encontrar alternativas de resolvê-las. Entretanto, alguns grupos não conseguiram expressar as suas ideias. Faz-se necessário reforçar a ideia de que "trabalhar em um grupo é diferente de fazer parte de um conjunto de pessoas, sendo fundamentais a interação, o compartilhar, o respeito à singularidade, a habilidade de lidar com o outro em sua totalidade, incluindo suas emoções" (ANASTASIOU; ALVES, 2004, p. 75-76).

Apesar de algumas dificuldades encontradas, o trabalho em grupo foi válido por disseminar a colaboração e fazer com que os participantes se ajudassem mutuamente, testando as hipóteses elaboradas, modificando-as quando necessário, divulgando seus resultados e debatendo com os colegas. Pode-se concluir que as atividades desenvolvidas de Investigação Matemática permitiram a constatação de que a aprendizagem de um aluno não se dá isoladamente, isto é, sem possibilidade de interagir com seus colegas e professores. Mas sim, em uma vivência coletiva com a intenção de compartilhar com os colegas o que pensa e as dificuldades que enfrenta. Ademais, cabe destacar que as atividades proporcionaram aos alunos uma aprendizagem reflexiva, pois precisavam analisar as hipóteses, testá-las, justificar suas escolhas e registrar as conjecturas encontradas. Segundo Abrantes (1999, p. 155), "uma contribuição da prática de atividades que envolvem os alunos em problemas abertos é o fato de lidar com processos fundamentais da atividade e do pensamento matemático, como formular problemas e fazer e demonstrar conjecturas".

CONCLUSÃO

O grupo de pesquisadores e colaboradores do Observatório de Educação da Univates, ao problematizar o uso da tendência Investigação Matemática na prática pedagógica de professores do Ensino Fundamental buscou novas formas de ensinar a Matemática. Assim, acredita-se que o grupo contribuiu com os processos de ensino e de aprendizagem para a disciplina de Matemática e, consequentemente, na melhoria do desempenho dos alunos no decorrer desta disciplina.

Nos trabalhos analisados, percebeu-se que as atividades desenvolvidas, utilizando a Investigação Matemática, motivaram os participantes a trabalharem em grupo em busca de soluções para os problemas propostos. Além disso, desenvolveram o espírito investigativo e, consequentemente, possibilitaram a aprendizagem de conteúdos, em especial, os relacionados à álgebra e a geometria. Os alunos, de acordo com os textos analisados, utilizaram diversas estratégias e conjecturas para efetivar a resolução das questões.

Ficou evidente que as atividades desenvolvidas em todos os trabalhos proporcionaram momentos de autonomia, nos quais os participantes dos grupos elaboraram e pensaram diferentes conjecturas. Porém, a maioria dos alunos apresentou dificuldades em demonstrar as generalizações, e em escrever as conjecturas e as estratégias utilizadas. É importante lembrar que, na Investigação Matemática, o papel do professor é de mediador, portanto nos trabalhos desenvolvidos e apresentados neste capítulo, o professor não proporcionou a resposta, instigou os alunos a pensarem e repensarem suas estratégias a fim de encontrar alguma solução.

Neste contexto, a referida metodologia corrobora com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), uma vez que neles consta que a Matemática deve desenvolver no educando a capacidade de comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre conjecturas. Ademais, pode-se inferir pela análise efetivada que os participantes das atividades agiram como "perfeitos investigadores matemáticos", construindo suas respostas, compartilhando seus resultados com o grupo, argumentando suas conjecturas, desenvolvendo a autonomia e a vontade de aprender matemática.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. Investigações em geometria na sala de aula. In: ABRANTES, P. et al. (Orgs.) Investigações matemáticas na aula e no currículo. Lisboa: APM, 1999. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/cursos/curso3/Artigos/Artigos_arquivos/p_153-167.pdf>. Acesso em 24 agosto de 2017.

ANASTASIOU, L. G. C.; ALVES, L. P. Processos de Ensinagem na Universidade: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. Joinvile: Editora UNIVILLE, 2004.

BARBOSA. P. M. O estudo da geometria. Revista Brasileira de Cartografia, nº3, 2008.

BIEMBENGUT, M. S. Mapeamento na pesquisa educacional. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília, 1998.

BRASIL - BNCC – Base Nacional Comum Curricular 2015. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em 28 de agosto de 2017.

BREDARIOL, C. C.; NACARATO, A. M.. Raciocínios algébricos de alunos do 6º. ao 8º. ano quando resolvem uma situação-problema envolvendo padrões. Anais… XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013.

BRUNHEIRA, L. e FONSECA, H. Investigar na aula de Matemática. Educação e Matemática, Lisboa, n. 35, p. 16-18, 1995. CAED-UFMG, 2013. 69f. Disponível em: Acesso em 28 de agosto de 2017.

BROCARDO, J. Investigações na aula de matemática: A história da Rita. In I. C. Lopes, J. Silva, P. Figueiredo (EDs.), Actas ProfMat. p. 155-161. Lisboa: APM, 2001.

CASTRO, J. Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas de investigativas de Matemática. 2004. Dissertação (Mestrado Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2004.

DEAQUINO, C. T. E. Como aprender: andragogia e as habilidades de aprendizagem. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

FONSECA, R. C. da. Uma abordagem geométrica para cálculo do volume das quádricas. Dissertação de Mestrado. Vassouras, 2011.

GIONGO, I. M. e MUNHOZ, A. V. Observatório da Educação I: Tendências no Ensino da Matemática. Porto Alegre, Editora Evangraf, 2014.

GIONGO, I. M. e MUNHOZ, A. V. Observatório da Educação II: Experiências Curriculares no Ensino de Matemática na Escola Básica. Porto Alegre, Editora Evangraf, 2016.

GONTIJO, C. H. Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. Anais… Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

KLUPPEL, G. T. e BRANDT C. F. Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à Luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval. Anais ANPED SUL. Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2012.

MACCALI, L. Atividades investigativas para o ensino da álgebra em turmas de 7° ano e 9° ano do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Univates, Lajeado, 2017.

MAGINA, S. M. P et al. As estratégias de resolução de problemas das estruturas aditivas nas quatro primeiras séries do ensino fundamental. Zetetiké, Campinas, v. 18, n. 34, p. 15-49, jul./dez. 2010.

OLIVEIRA, H., SEGURADO, M. I., PONTE, J. P. Tarefas de investigação em matemática: Histórias da sala de aula. In G. Cebola & M. Pinheiro (Eds.), Desenvolvimento curricular em Matemática (p. 107-125). Lisboa: SEM-SPCE, 1998.

PALHARES, P. Elementos de matemática para professores do ensino básico. Lisboa: Lidel, 2004.

PONTE, J. P. Investigações matemáticas em Portugal. Investigar em educação, 2, 93-169, 2003.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SCHMITT, F. E. Abordando Geometria por meio da Investigação Matemática: um comparativo entre o 5° e 9° anos do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. Univates, Lajeado, 2017.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. Bolema - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP) n.14, p. 66-91, 2000.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org). As idéias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

ESTUDO DE TEMAS NÃO MATEMÁTICOS ORIUNDOS DE UMA PRÁTICA DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Janaina de Ramos Ziegler[1]
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt[2]

Resumo: Este relato é fruto de uma intervenção pedagógica realizada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas, localizadas respectivamente nos municípios de Muçum e Lajeado, Vale do Taquari – RS. Essas escolas integram o Observatório da Educação, pesquisa em desenvolvimento na Universidade do Vale do Taquari - Univates, que conta com o apoio financeiro da CAPES. Esse artigo teve por objetivo geral examinar os resultados decorrentes da exploração de atividades envolvendo Modelagem Matemática e o tema esporte. Durante os encontros foram efetuadas tarefas, as quais culminaram na construção de maquetes, desenhos ilustrativos e textos. Observou-se que, além do estudo de conceitos matemáticos, os estudantes também realizaram uma reflexão sobre questões não matemáticas como: violência nos estádios de futebol e exame antidoping.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Ensino Fundamental. Esporte. Temas não matemáticos.

INTRODUÇÃO

Este artigo socializa alguns resultados, de uma intervenção pedagógica, realizada em duas turmas de 6º ano do Ensino Fundamental em duas escolas localizadas no sul do Brasil. Os educandários, aqui citados, integraram o projeto nº 15206, do Observatório da Educação denominado "Estratégias Metodológicas visando à Inovação e Reorganização Curricular no Campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental". O Programa foi apoiado financeiramente pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e desenvolvido na Universidade do Vale do Taquari – Univates.

Participaram desse projeto um grupo de pesquisadores constituído por quatro docentes do Ensino Superior (três professoras da área da Matemática e uma da área da Pedagogia), três mestrandos do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, seis graduandos – estudantes da Univates - e seis professores de Matemática representantes de

1 Professora Mestre em Ensino de Ciências Exatas pela Universidade do Vale do Taquari – Univates.

2 Doutora em Informática na Educação. Professora da Univates.

seis escolas públicas. O objetivo da referida pesquisa foi propor estratégias metodológicas para melhorar o desempenho das escolas participantes do projeto na Prova Brasil, bem como diminuir o intervalo de notas, ou seja, promover ações que ensejam uma aproximação entre os índices alcançados pelo 5º e 9º anos do Ensino Fundamental.

Para isso, realizaram-se ações à luz de três tendências educacionais intituladas: Etnomatemática, Modelagem Matemática e Investigação Matemática, por meio de intervenções nas escolas, executadas tanto pelos mestrandos, quanto pelos professores parceiros. Neste artigo, serão relatadas atividades desenvolvidas com os estudantes de duas turmas de 6º ano do Ensino Fundamental, de duas escolas, situadas uma no município de Lajeado e outra em Muçum – RS, a partir da metodologia da modelagem matemática. As atividades, aqui apresentadas, constituíram a dissertação de mestrado da primeira autora (ZIEGLER, 2015). No entanto, o objetivo deste relato é destacar as questões não matemáticas que emergiram durante a realização das atividades.

A Modelagem Matemática, de acordo com alguns autores como Biembengut e Hein (2011) e Bassanezi (2011), é uma forma de interpretar o mundo, uma vez que trata do estudo de assuntos do cotidiano traduzidos para linguagem matemática. Para Bassanezi (2011), a modelagem é a arte de converter problemas reais em questões matemáticas e torná-los possíveis de interpretação. Esses problemas, principalmente no campo educacional, devem partir do interesse do aluno, para tornar-se algo atrativo e motivador. Assim, os estudantes têm a oportunidade de compreender fatos, conceitos ou eventos reais, desenvolvendo estratégias para resolução dos problemas, empregando para isso sua criatividade, análise crítica, ferramentas matemáticas e examinando sua veracidade (BRASIL, 1998).

O propósito da intervenção foi examinar os resultados decorrentes da exploração de atividades envolvendo Modelagem Matemática e alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas diferentes escolas. Inicialmente, foi necessário determinar o tema de interesse dos estudantes. Para isso, foram realizadas entrevistas prévias, as quais revelaram que, para essa faixa etária, o esporte está muito presente, já que declararam que a disciplina que mais gostam na escola é a Educação Física. Entre as modalidades mais citadas estavam futebol e vôlei. Por esse motivo, acreditou-se que aliar o tema esporte com a Modelagem Matemática poderia vir a promover o desenvolvimento de trabalhos que fossem produtivos na compreensão de conceitos matemáticos necessários para estes estudantes.

REFERENCIAL TEÓRICO

A Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino presente no ambiente educacional do Brasil desde o final da década de 1970. Difundida inicialmente no Ensino Superior por Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D' Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi. Para esse último autor,

> [...] a Modelagem Matemática utilizada como estratégia de ensino-aprendizagem é um dos caminhos a ser seguido para tornar um curso de matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável. Tal processo que consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, resolvê-los e, então, interpretar suas soluções na linguagem do mundo real, é um processo dinâmico e atraente. Uma modelagem eficiente permite fazer previsão, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. (BASSANEZI, 1999, p. 15)

Assim, nos últimos quarenta anos têm-se observado o empenho de educadores para propagar essa metodologia para os demais níveis de educação no país. Uma vez que, pode transformar a visão do aluno perante as aulas de matemáticas, conforme Fernandes e Junior (2012, p. 28) a Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas auxilia no "[...] desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo, as habilidades mentais, o espírito exploratório investigativo, e a estabelecer uma conexão dos princípios matemáticos com áreas do conhecimento". Para isso, Silveira e Caldeira (2010) afirmam que uma atividade desenvolvida por professores poderá ser considerada modelagem quando ela discute algum problema da realidade, empregando teorias e conceitos matemáticos.

Burak (1992, p. 62) destaca que a Modelagem Matemática "[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões". Neste contexto, para Almeida e Silva (2014), uma atividade de Modelagem Matemática transcorre entre dois momentos, definidos como inicial e final. O primeiro consiste em determinar um problema e o segundo em apresentar uma solução para o problema. Para que ocorra a transição do primeiro momento para o segundo, é necessário um conjunto de procedimentos.

Para Biembengut e Hein (2011), o uso da Modelagem Matemática em sala segue uma série de procedimentos agrupados em três etapas identificadas como: interação, matematização e modelo matemático. O primeiro consiste em uma exploração do tema a ser trabalhado. Este é realizado após uma listagem de questões que podem ser relacionadas ao assunto estudado. Na matematização são elaborados e resolvidos os problemas que tratam do tema em questão, assim como o desenvolvimento de saberes necessários para determinar o modelo matemático que melhor representa o problema.

No que se refere a relação entre professor e aluno no decorrer da prática desta metodologia, Barbosa (2001) traz uma divisão em três casos. No caso 1 o professor apresenta aos alunos a situação-problema com os dados e eles realizam apenas a resolução. No caso 2, o discente também se envolve no processo de coleta de dados. No caso 3, a interação entre aluno e professor é maior, pois ambos buscam resolver juntos cada etapa. Bassanezi (2011) concorda que se a escolha do tema parte dos alunos, os mesmos, se identificam. Isso fica evidente

quando relata, "[...] o professor não deve propor problemas mas deve atuar como monitor em cada grupo, sugerindo situações globais que devem ser incorporadas pelos alunos." (BASSANEZI, 2011, p. 46).

Para isso, torna-se fundamental um professor que incentive o discente à busca por informações pertinentes ao problema em questão e também uma certa flexibilidade quanto a mudança de direção e/ou tema de pesquisa. Isto torna-se evidente no excerto de Fernandes e Junior (2012, p. 28) ao acentuar

> Essa perspectiva [Modelagem Matemática] requer um professor atuante, criativo, dinâmico que atue como mediador na transição do conhecimento do senso comum em conhecimento científico matemático dentre outros, tendo o aluno como participante ativo do seu próprio processo de aprendizagem, desse modo pode ter uma visão crítica do meio ao qual pertence.

O que pode estimular a autonomia dos alunos a resolver problemas da realidade e a apreciação crítica do uso da Matemática nessas situações (TORTOLA; ALMEIDA, 2013). Uma vez que, esse método "[...] visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, neste caso, é o que 'dá forma' à solução do problema e a Modelagem Matemática é a 'atividade' de busca por esta solução" (ALMEIDA; TORTOLA; MERLI, 2012, p. 217). Nesta investigação encontra-se uma das características marcantes da modelagem, a externalização dos modelos mentais dos alunos (VERTUAN; BORSSOI; ALMEIDA, 2013), ou seja, o entendimento dos estudantes suas estratégias, intuições e formas de pensar e agir perante uma problemática, em especial, "o diálogo entre os sujeitos, as registros escritos, são instrumentos necessários para a concretização da atividade" (ibidem, 2013, p. 70).

Portanto, o educador orienta os estudantes para que suas ideias, indagações, projeto adquiram um formato e essa atitude possa ser vista como "[...] uma forma de o professor controlar as ações do estudante, conduzir sua conduta, tornando-o corresponsável pela aprendizagem e interessado pela matemática escolar" (QUARTIERI, 2012, p. 6). Dessa forma, pode-se dizer que,

> [...] a caracterização de uma atividade de modelagem não reside apenas na situação inicial. Para, além disso, reside na iniciativa e nas ações dos alunos, na dinâmica estabelecida pelo professor e alunos ao lidar com a situação, e nas condições dos alunos, para atuar na situação, esse último referindo-se ao fato de a situação representar ou não um problema para o aluno, condição essencial em modelagem (ALMEIDA, VERTUAN, 2014, p. 3 - 4).

Logo, a escolha do tema deveria ser realizada junto com os estudantes, possibilitando liberdade para que eles façam uso de suas estratégias, intuições e formas de pensar e agir perante uma problemática. O que proporciona

uma maior interação entre professor e alunos, em que o professor auxilia no desenvolvimento do trabalho, pois

> Na Modelagem Matemática não existe o modelo "certo" ou "errado" ou modelo "verdadeiro" ou "falso"; existe o modelo "mais" ou "menos" refinado, e isto é muito diferente de estar "certo" ou "errado". Um modelo é mais refinado quando diz mais a respeito do objeto de estudo, é de predizer com maior exatidão, pois relaciona mais variáveis significativas do problema (BURAK, 1992, p. 314).

No entanto, nem sempre na modelagem, o objetivo principal é determinar o modelo, mas sim, observar "[...] o processo que professor e estudante percorrem para alcançar uma situação de tomada de decisão ou compreensão do objetivo estudado, claro, fazendo uso da matemática" (CALDEIRA, 2007, p. 83). Conforme Brasil (1998), o ensino de matemática deve compreender a evolução do conhecimento por meio do estabelecimento de relações, comunicação nas diferentes formas de linguagens, demonstração e validação de processos, estimulando as diferentes configurações de entendimento sobre os conteúdos usando a intuição, dedução, analogia e estimativa.

PRIMEIRO CONTATO

A seguir apresenta-se uma breve descrição das atividades realizadas com os estudantes das duas escolas. Como as ações foram pautadas a partir da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, fez-se necessário a escolha do tema, o qual nortearia as tarefas durante a intervenção pedagógica. Para isso, necessitou-se produzir questionários no qual, os estudantes pudessem expressar suas preferências e assim decidir o assunto que seria discutido e analisado durantes os encontros seguintes. Esses questionários foram respondidos pelos estudantes, de ambas as escolas, individualmente. O primeiro (QUADRO 1) apresentava perguntas direcionadas à disciplina de matemática, ou melhor, questionamentos sobre como os estudantes sentiam-se mediante o estudo da matemática, se gostavam ou não da disciplina, de quais conteúdos lembravam.

Quadro 1: Questionário 1

1)Você gosta de Matemática?
( ) sim
( ) não
( ) um pouco
2) Depois que passa um tempo do conteúdo que você já estudou e professor pergunta sobre ele, você lembra do que estudou?
( ) sempre
( ) às vezes
( ) nunca
3) Que conteúdo de Matemática, que você já viu que mais gostou?
4) O que você acha que falta nas aulas de Matemática?
5) Que assunto você acha que poderíamos abordar nas aulas de Matemática?

Fonte: ZIEGLER, 2015.

Como esse foi o primeiro contato da pesquisadora com os estudantes, percebeu-se certa timidez dos alunos ao responder as perguntas do questionário. Assim, proporcionou-se um momento de diálogo sobre as respostas expressas no questionário, para oportunizar aos estudantes um momento para complementarem seus apontamentos anteriores. Desta forma, constatou-se que seria necessária uma segunda visita às turmas, para determinar o tema, uma vez que, ainda não havia uma definição. Segundo, Biembengut e Hein, (2011, p. 24), no momento da escolha do tema, "volta-se prioritariamente para a utilização de estratégias que facilitem aos alunos a escolha de um assunto abrangente, motivador e sobre o qual seja fácil obter dados ou informações".

Na segunda visita às turmas, teve-se o intuito de obter informações sobre o que os alunos mais gostavam de fazer na escola e também fora dela, através do preenchimento do questionário 2 (QUADRO 2), já que, pretendia-se explorar outros aspectos da escola ou fora dela de que os alunos gostassem.

Quadro 2: Questionário 2

1. O que você mais gosta na sua escola?
2. Que atividades da escola você acha mais interessante? E por quê?
3. O que você mais gosta de fazer quando não está na escola? E por quê?

Fonte: ZIEGLER, 2015.

Também optou-se por realizar a gravação em áudio, diferentemente da primeira visita. Assim, após o preenchimento do questionário 2, iniciou-se um diálogo para complementar as respostas apresentadas pelos alunos nas folhas.

Essa conversa foi necessária para promover um debate sobre quais aspectos a maioria dos alunos das turmas concordava ou não.

Com posse destes materiais, observou-se que a maioria dos estudantes tinha uma ligação muito forte com o esporte. Muitos responderam que a disciplina de Educação Física era a melhor da escola, pois nesta aula que podem praticar vários esportes, entre eles: futebol, vôlei e basquete. Ao perceber esse vínculo dos estudantes com as atividades físicas, optou-se por abordar o tema esporte nas aulas de matemática, junto com a metodologia da modelagem. Uma vez que, conforme Quartieri (2012, p. 124, grifos da autora)

> *[...] quanto maior a afinidade do aluno com o tema, maior será seu interesse, participação e motivação para desenvolver as atividades,* tornando-se *participante do processo ensino-aprendizagem.* Assim, quando em sala de aula os estudantes tiverem a oportunidade de trabalhar com situações reais, de coletar informações e de interpretá-las, estariam *participando da construção de seus conhecimentos.*

A partir do tema

A partir da determinação do tema, a primeira atividade realizada com os estudantes foi a elaboração de um questionário, o qual apresentava perguntas que os alunos elegeram pertinentes sobre o assunto (QUADRO 3). Essa foi uma tarefa sugerida pela pesquisadora, visto que, segundo Bassanezi (2011, p. 46) "é muito importante que os temas sejam escolhidos pelos alunos que, desta forma, se sentirão corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva". No entanto, o papel do professor é criar caminhos para que esta aprendizagem seja efetivada.

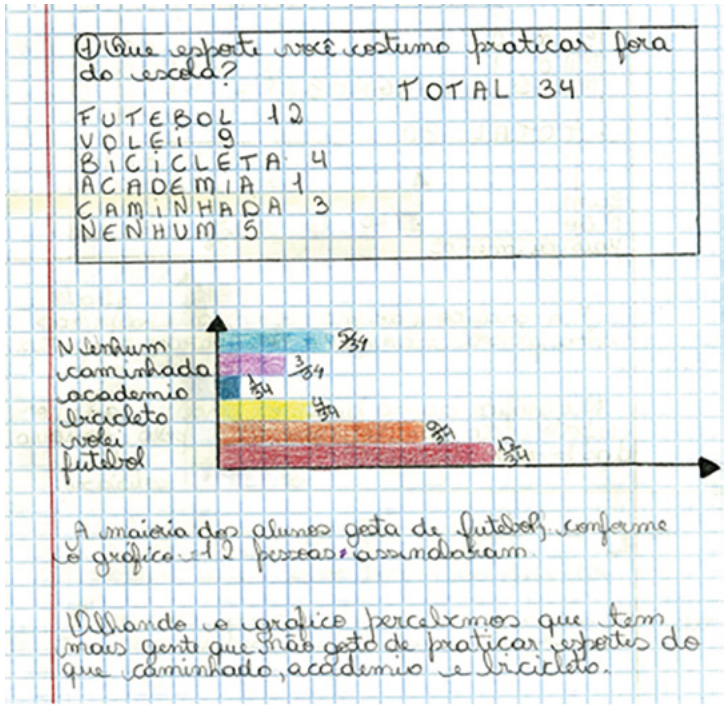
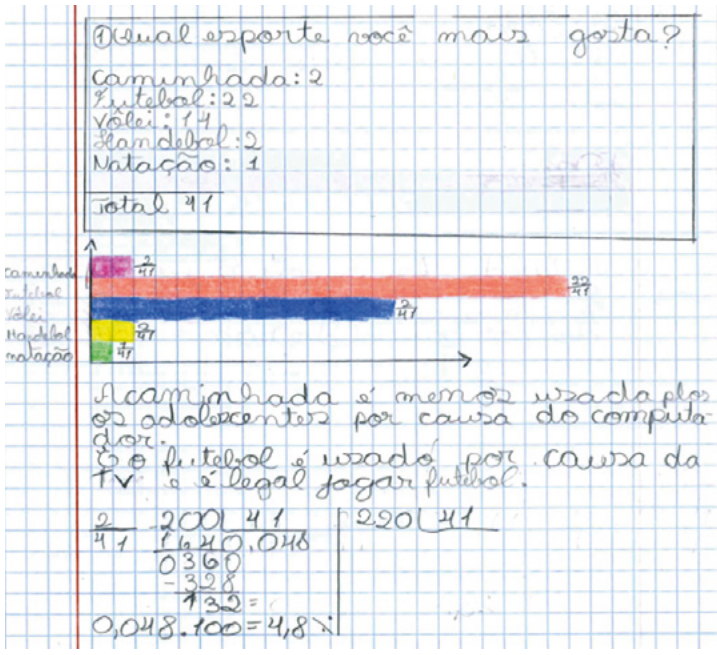
Quadro 3: Questionários das turmas de Muçum e Lajeado

Muçum	Lajeado
1) Que esporte você costuma praticar fora da escola? 2) Você gosta de praticar esporte? ( ) sim ( ) não ( ) mais ou menos 3) Para que serve o esporte? 4) Qual o seu esporte favorito? 5) De qual esporte você não gosta? 6) Na sua vida, o esporte faz falta? ( ) sim ( ) não ( ) mais ou menos 7) De qual esporte você mais gosta na aula de Educação Física?	1) De qual esporte você mais gosta? ( ) futebol ( ) vôlei ( ) handebol ( ) outros: 2) Em que turno você pratica esporte? ( ) manhã ( ) tarde ( ) noite 3) Quantas vezes por semana? 4) Em que dia você mais pratica esporte? ( ) segunda-feira ( ) terça-feira ( ) quarta-feira ( ) quinta-feira ( ) sexta-feira ( ) sábado ( ) domingo 5) O que você entende de esporte? 6) Você pratica esporte com seus amigos? ( ) sim ( ) não ( ) às vezes 7) Em sua opinião, praticar esporte ajuda na saúde? ( ) sim ( ) não Explique:

Fonte: ZIEGLER, 2015.

Após realizarem as entrevistas com os demais alunos das escolas, os dados foram compilados em quadros que continham a pergunta sobre a qual se referiam e a quantidade de respostas obtidas para cada categoria. Posteriormente, os estudantes confeccionaram os gráficos de barras representativos de cada questão, exibindo os dados também em forma de números fracionários e interpretando os resultados através da composição de sentenças, conforme visualizado no Quadro 4.

Quadro 4: Organização dos dados

Muçum

Lajeado


Fonte: ZIEGLER, 2015.

Como forma de analisar os dados obtidos na tarefa anterior, as turmas elaboraram frases que foram reunidas, originando um texto (QUADRO 5). A seleção das sentenças que melhor representavam as informações extraídas da análise das entrevistas.

Quadro 5: Textos confeccionados pelos estudantes de Muçum e Lajeado

Muçum	**Lajeado**
Análise dos questionários	**Texto sobre as entrevistas**
Podemos escrever matematicamente que $\frac{1}{34}$ das pessoas gostam de ir à academia. Olhando o gráfico percebemos que tem mais pessoas que não gostam de praticar esportes do que fazer caminhada, ir a academia e andar de bicicleta. Percebemos que a maioria das pessoas gosta de jogar futebol e que a minoria não gosta de praticar esporte. Notamos que na pergunta número um, tínhamos 34 respostas; e, na pergunta número dois, tínhamos 30 respostas. A diferença é que na pergunta número um podia responder mais de uma vez e na de número dois só podia responder uma vez. Algumas pessoas acham que o esporte serve para ter uma boa saúde e se divertir. Uma pessoa respondeu que todo o esporte serve para mente, para ter mais memória. E $\frac{12}{34}$ preferem futebol, ou seja, a maioria; e que $\frac{9}{34}$ o vôlei, que ficou em segundo lugar. Quem disse que não gosta de futebol é porque gosta de outros esportes. Podemos perceber que na vida de 18 pessoas o esporte faz falta e que $\frac{13}{31}$ das pessoas acham que não faz falta o esporte. Vôlei é o esporte preferido nas aulas de Educação Física e apenas duas pessoas não fazem nada nas aulas de Educação Física.	O futebol é um esporte popular, por isso foi o mais votado na pergunta 1. Handebol, vôlei e caminhada são os menos votados porque são pouco praticados. Praticar esporte no turno da tarde é o melhor turno na opinião dos alunos da nossa escola, porque tem Educação Física. No turno da manhã foi o menos votado porque é um ambiente frio e muitas vezes incapacita a prática de esporte. A maioria das pessoas pratica esportes, duas vezes por semana. Isso é bom, por que isso prova que a maioria das pessoas se exercita. A maioria votou que pratica esporte no sábado, pois é esse dia que está disponível para o esporte, não tem aula e menos compromissos. Conforme analisamos na pergunta cinco, as pessoas acham que praticar esporte ajuda na saúde. Também pode ser uma forma de divertimento e boa forma. Vinte e nove pessoas praticam esportes com seus amigos, por que a maioria dos esportes precisa mais de uma pessoa. A maioria das pessoas que entrevistamos concorda que o esporte ajuda na saúde, pois precisamos nos movimentar.

Fonte: ZIEGLER, 2015.

Com o término da atividade sobre os questionários elaborados pelos estudantes das duas escolas, solicitou-se aos alunos que se dividissem em grupos, para iniciar a segunda fase da intervenção pedagógica. Nesta, as turmas divididas em grupos, deveriam escolher um assunto em consenso para investigar. No Quadro 6, os focos escolhidos.

Quadro 6: Assuntos escolhidos pelos alunos

Muçum	Lajeado
Grupo 1 - Roda de uma bicicleta Grupo 2 - Manobra de skate Grupo 3 – Confecção de uma maquete do túnel de acesso ao campo de futebol de um estádio Grupo 4 – Construção de uma miniatura de uma quadra de vôlei	Grupo 1 – Exame Antidoping em um estádio de futebol Grupo 2 – Confecção de uma quadra de futsal Grupo 3 – Confecção de um campo de futebol Grupo 4 – Violência nos estádios de futebol do Brasil e policiamento nos jogos Grupo 5 – Estúdio de filmagem em estádio de futebol

Fonte: ZIEGLER, 2015.

Com os subtemas determinados, os alunos precisaram definir como o representariam e, consequentemente, que conteúdo matemático poderia auxiliá-los a retratar esse assunto. Neste sentido, entre os modelos representativos apresentados pelos estudantes durante as atividades, estão as maquetes; ilustrações; quadros; gráficos; números fracionários; números em porcentagem; ângulos; representação do número ϖ e textos. Contudo, notei que, embora os alunos desenvolvessem trabalhos com subtemas diferentes, tanto em Lajeado quanto em Muçum, eles utilizaram conceitos de escalas para produzirem suas maquetes e ilustrações. Segundo, Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 13):

> O que pode variar é a finalidade para a qual os modelos são construídos, podendo prever o comportamento de um fenômeno, ser demonstrativo de algo (como uma maquete), ter um fim pedagógico (auxiliar na ilustração de algum conceito), ser descritivo de algo, entre outras. Independente da finalidade, o modelo é sempre uma tentativa de expor e/ou explicar características de algo que não está presente, mas se "torna presente" por meio deste modelo.

Como última tarefa os estudantes realizaram um seminário, no qual, explicaram aos demais colegas qual o assunto escolhido. Durante a explanação os alunos justificaram suas escolhas, esclareceram como elaboraram sua representação (modelo) e qual conteúdo matemático utilizaram durante a confecção do seu trabalho. Durante o relato dos estudantes realizou-se algumas discussões sobre as dificuldades encontradas e a descoberta da matemática contida nos subtemas.

TEMAS NÃO MATEMÁTICOS DECORRENTES DAS ATIVIDADES

No decorrer da intervenção pedagógica, observou-se que alguns temas não matemáticos emergiram a partir das atividades desenvolvidas. Isso pode ser notado desde o início das tarefas, em que, na confecção dos questionários, os estudantes preocuparam-se em investigar as preferências dos entrevistados.

Entre as perguntas, anteriormente citadas (QUADRO 3), verifica-se que os questionamentos, em maioria, não necessitam de uma resposta numérica e apresentam a preocupação dos alunos em entender o que as pessoas compreendem sobre esporte, se o praticam com os amigos, se o esporte é importante para uma vida saudável. Durante a escolha das perguntas os estudantes justificavam "muita gente fala que fazer exercício é importante pra ter uma vida boa, acho que essa pergunta é importante", ou então, "a gente vai fazer as perguntas para o pessoal aqui do colégio, e muita gente joga futebol fora daqui, eu sei que eles jogam com os amigos.".

Também durante a produção dos textos, ficou evidente que os estudantes realizaram uma reflexão sobre as respostas encontradas, defendendo questões aparentemente não matemática. Entre elas: a prática de esporte também está relacionada com um momento de diversão e favorece na memorização, que a maioria das pessoas não realiza a prática de esportes pela manhã, pois segundo os alunos, "é um ambiente frio e muitas vezes incapacita a prática de esporte" e ainda, o sábado é o dia mais propício para se exercitar pois não tem aula. Segundo Burak (2005, p. 12) as atividades realizadas, utilizando a modelagem matemática como metodologia, "satisfaz as necessidades de um ensino de Matemática que seja mais dinâmico que dê mais significados às ações desenvolvidas, tornando o nosso aluno mais atento, mais crítico".

Entre eles, a vinculação da prática de esportes a uma vida saudável, a importância do policiamento nos estádios de futebol durante os jogos e a violência nas partidas de futebol, o local em que são realizadas as coletas de materiais para o exame *antidoping* e a importância desse teste no contexto esportivo.

Durante a apresentação do trabalho sobre violência nos estádios de futebol, os alunos justificaram sua escolha através da fala: "Profe, nós decidimos que vamos falar sobre o número de policiais nos estádios de futebol, porque a gente encontrou um monte de notícias sobre a falta de policiais nos jogos". Segundo os estudantes, a falta de policiamento em partidas de futebol pode ser um fator para a violência nos estádios. Esse tipo de reflexão, realizada pelo grupo, após a análise dos dados oriundos das informações encontradas, salienta que a realização de atividades, a partir da modelagem matemática como metodologia de ensino, propicia momentos de aprendizagem não só de conteúdos matemáticos, mas também de compreensão de fatos externos a sala de aula.

> [...] o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2004, p. 3).

As discussões sobre esses assuntos ocorreram durante a exposição dos subtemas adotados pelos estudantes durante a segunda parte da prática pedagógica realizada nas escolas. Este foi um momento em que, os alunos apresentaram para turma os motivos que os levaram a explorar o assunto e também compartilhar suas descobertas.

> [...] a dinâmica das aulas com modelagem matemática pode fortalecer o desenvolvimento de múltiplos aspectos favoráveis à aprendizagem, incluindo-se a autonomia na resolução de problemas matemáticos característicos da realidade e a apreciação crítica do uso da Matemática nessas situações, o que se reflete na atuação do sujeito na sociedade (TORTOLA; ALMEIDA, 2013, p. 624).

Após a apresentação de cada grupo, os demais alunos discutiram as temáticas. Entre os assuntos anteriormente citados, a violência nos estádios de futebol e o exame *antidoping* foram os subtemas que mais geraram debates entre os alunos. No primeiro, problematizaram a rivalidade entre as torcidas, principalmente no Rio Grande do Sul entre as de Grêmio e Internacional, que, muitas vezes, é motivo para violência. Isso fica evidente na fala de um aluno: "Quando tem jogo entre o Grêmio e o Inter, as pessoas ficam se xingando e na saída dos jogos tem uma pancadaria geral". Quanto ao efetivo policial, segundo esses estudantes, o número de agentes nos jogos era muito inferior ao de espectadores e, com isso, os "brigões" incentivavam a violência. Segundo uma das estudantes do grupo, "A gente acha muito pouco brigadiano, comparado aos torcedores que vão aos jogos. Aí um começa a briga na arquibancada e os policiais não conseguem controlar. Quase todo final de semana aparece notícia na tv falando de briga de torcedor". Outro acrescente, "Às vezes a briga começa com os jogadores no meio da partida, aí os torcedores veem e fazem igual na arquibancada".

> O que se pode observar é que um dos pressupostos subjacentes à proposta de Modelagem Matemática é de que o engajamento do aluno numa modelagem possibilita a compreensão não só de aspectos teóricos e técnicos da Matemática, mas também permite identificar as questões que lhe dão sua razão de ser. Esse argumento se apóia no fato de que o processo de modelagem não envolve apenas conhecimento matemático (ALMEIDA, BRITO, 2005, p. 488).

Já o segundo, exame *antidoping,* motivou os alunos a discutirem o uso de drogas e como a utilização de substâncias não autorizadas pode alterar o rendimento dos atletas nos jogos. Durante a apresentação do grupo os estudantes relataram, "Os jogadores usam essas drogas para jogar melhor, correr mais e fazer mais gols", "Nem precisava usar drogas, era só treinar bastante pra ser bom", "Se o exame der, que ele usou drogas, ele fica um tempão sem jogar". Isso corrobora com os excertos de Quartieri (2012, p. 124, grifos da autora) sobre a importância

das discussões em sala de aula sobre os temas estudados: "ao promover debates sobre a realidade, *torna o aluno ativo no processo educacional"*.

CONSIDERAÇÕES

A aprendizagem de um estudante, não ocorre isoladamente, isto é, sem possibilidade de interagir com seus colegas e professor. Mas sim, em uma vivência coletiva com a intenção de compartilhar com os outros, o que pensa e as dificuldades que enfrenta. As atividades realizadas **à** luz da Modelagem Matemática, apresentadas neste relato, proporcionou aos alunos uma relação diferenciada com a matemática. Ou seja, os estudantes utilizaram a temática do esporte para elaborar perguntas que consideravam interessantes para compor o questionário, bem como realizar as entrevistas e ainda tabular e analisar o que os resultados apresentavam. Também desenvolveram trabalhos a partir dos subtemas de interesse, o que possibilitou aos alunos, vivenciar o estudo de conceitos matemáticos sem a necessidade da resolução de exercícios formais.

Tendo em vista o objetivo geral da prática pedagógica - examinar os resultados decorrentes da exploração de atividades, envolvendo Modelagem Matemática e o tema de interesse, com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas diferentes escolas – pode-se ainda, observar que além do estudo de conteúdos matemáticos, os alunos realizaram discussões sobre aspectos não matemáticos dos assuntos apresentados pelos grupos, entre eles: a vinculação da prática de esportes a uma vida saudável, a importância do policiamento nos estádios de futebol durante os jogos e a violência nas partidas de futebol, o local em que são realizadas as coletas de materiais para o exame *antidoping* e a importância desse teste no contexto esportivo. Este foi um dos momentos em que, percebeu-se o envolvimento e conhecimento dos mesmos, ao argumentarem suas posições e reflexões sobre os tópicos.

Diante do exposto, destaca-se o papel do professor no desenvolvimento de atividades realizadas a partir da metodologia da Modelagem Matemática. Foi perceptível que, atuar com essa metodologia de ensino exige do docente uma postura diferenciada. Nesse contexto, é importante que o professor seja um orientador e o aluno um agente ativo dos processos de ensino e de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. ; BRITO, D. S. . Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. **Revista Ciência & Educação**, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.

ALMEIDA, M. L. W de; TORTOLA, E.; MERLI, R. F.. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Revista Acta Scientiae**. Canoas, RS: ULBRA, v.14, n.2, p. 215-239, maio/ago. 2012. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/230>. Acesso em: 01 ago 2017.

ALMEIDA, L. M. W. ; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. ____In: **Modelagem Matemática em foco** (orgs) ALMEIDA, L. M. W., SILVA, K. A. P. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014, p. 01-19.

ALMEIDA, L. MW., SILVA, K. P., VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. Ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, Rodney C. Modelagem Matemática Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. **Revista Biomatemática**, Campinas: São Paulo, v. 9, p. 9-22, 1999. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art_1.pdf>. Acesso em: 04 abr. 2014.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática:** uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino.** 5ª. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, Maria Salett. ICTMA: História das ideias e ideias da história. _____In: **Anais** da VII Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática. Santa Maria: UNIFRA, 2013.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1992.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Etnomodelagem e suas relações com a educação matemática na infância. _____In: **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira:** pesquisas e práticas educacionais. BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (Org.). Recife: SBEM, 2007. p. 49-62.

FERNANDES, Rúbia J. G.; JUNIOR, Guataçara S. Modelagem Matemática: um recurso pedagógico para o ensino de matemática. **Revista Práxis**, São Paulo, n. 8, p. 21-29, 2012. Disponível em: <http://web.unifoa.edu.br/praxis/numeros/08/21-29.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2014.

QUARTIERI, Marli Teresinha. **A Modelagem Matemática na escola básica: a mobilização do interesse do aluno e o privilegiamento da matemática escolar.** 2012. 199 f. Tese (doutorado) - Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Programa de Pós-Graduação em Educação, São Leopoldo, 2012.

SILVEIRA, E. , CALDEIRA, A. D. Modelagem na Educação Matemática: é possível fazer sem saber? _____In. **Anais** do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador 2010.

TORTOLA, Emerson; ALMEIDA, Lourdes M. W. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, 2013. Disponível em: <http://rbep.inep.gov.br/index.php/RBEP/article/viewFile/2755/1937>. Acesso em: 29 abr. 2014.

VERTUAN, R. E.; BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. O papel da mediação e da intencionalidade em atividades de modelagem matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 7, n. 3, p. 63-80, 2013. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/viewFile/851/292>. Acesso em: 12 Mai. 2014.

ZIEGLER, Janaina de Ramos. "**Modelagem matemática e o esporte: uma proposta de ensino e aprendizagem com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas**". 2015. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, maio 2015. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10737/832>.

O PAPEL DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NAS ATIVIDADES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Romildo Pereira da Cruz[1]
Marli Teresinha Quartieri[2]

Resumo: O artigo discute a influência das tecnologias móveis digitais (TMDs) no dia a dia dos alunos e como estão presentes dentro do ambiente escolar. Salienta-se que, no trabalho serão aludidas questões que emergiram durante a investigação realizada no primeiro semestre do ano de 2016, destacando os aspectos: visualização, facilitação e motivação – aspectos das ferramentas considerados importantes pelos alunos. O objetivo foi analisar as percepções de um grupo de 54 alunos do 9º ano da Educação Básica do interior do Rio Grande do Sul, sobre o uso das tecnologias, mais especificamente, os *tablets*, em sala de aula e como eles podem auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. A pesquisa de caráter qualitativo utilizou-se de dois instrumentos para coleta de dados: questionários e observação sistemática. Os resultados apontam condições favoráveis de utilização do *tablet* na disciplina, assim como, a boa aceitabilidade dos recursos (aplicativos e *softwares*) pelo grupo investigado, – convertendo-se desta maneira, em uma ferramenta com substancial potencialidade de usabilidade no contexto escolar. No entanto, é mister lembrar que esta pesquisa não apresenta achados conclusivos, pois o texto reflete a riqueza de algumas situações de ensino e de aprendizagem experienciadas durante a investigação.

Palavras-chave: *Tablet*. Matemática. Aplicativos. Professor. Aluno.

INTRODUÇÃO

Para os alunos, na contemporaneidade, a expressão 'tecnologia' parece estar imbricada em quase todos seus afazeres. Porém, das muitas tecnologias na escola, poucas se tornaram tão tradicionais como a lousa e o giz. Ultimamente, nas escolas e, portanto nas salas de aula, pode-se, encontrar projetores multimídia, *smart* tv e computadores, mas em alguns casos, ainda pouco utilizados por parte dos professores.

Neste contexto, ocasionalmente, as aulas são expositivas, pois, acredita-se que essa seja uma forma eficiente de ensino. Porém, os dias atuais estão concatenados com a pervasividade das tecnologias digitais e a consequente facilidade de acesso e manuseio de informações. Por meio do desenvolvimento

1 Doutorando do Programa de Pós-graduação em Ensino – Univates.

2 Professora da Univates.

dos recursos computacionais, *notebooks, smartphones, tablets* e *internet*, pode-se aprender a qualquer hora e em qualquer lugar.

Neste sentido, percebe-se que utilizar dispositivos móveis no contexto educacional é uma tendência nos processos de ensino e de aprendizagem. De um lado, o relatório da Cetic *Kids*[3] de 2014 já demonstrava um aumento expressivo de artefatos móveis (*tablets* e *smartphones*) quanto à "proporção de crianças/ adolescentes, por tipos de equipamentos utilizados para acessar a *internet*" em relação ao ano de 2013. Ou seja, naquele intervalo houve um crescimento percentual de 100% sobre o total de usuários de 7 a 13 anos de idade que utilizavam os *tablets* para acesso à *internet*, enquanto que o uso de *smartphones* sob a mesma faixa etária subiu aproximadamente 65%.

Supõe-se, que diante da pervasividade das tecnologias móveis, o professor, provavelmente passa pelo dilema de como utilizar as tecnologias na sala de aula de forma que promova a construção do conhecimento (Araújo, 2005). Entretanto, segundo Ferreira (2008), muitos professores, em sua formação inicial, não tiveram contato com estas ferramentas, o que os deixa inseguros para incluí-las em suas práticas de ensino. Neste sentido, acredita-se que o apoio prestado por pesquisadores e formadores, ao professor que queira utilizar, conhecer e explorar *softwares* e aplicativos favoreça as condições, para que esse profissional seja capaz de reorganizar a sequência de conteúdos e metodologias apropriadas para o seu fazer pedagógico com o uso da tecnologia.

Por outro lado, pesquisas apontam os limites e as dificuldades com as quais os professores se deparam ao utilizar tecnologias advindas da computação ubíqua[4] e pervasiva. Moran (2012) destaca que esses tipos de artefatos (*tablets* e *smartphones*) desafiam os docentes nas escolas pelas oportunidades e facilidades de interação entre os usuários que dispõe destes dispositivos, interação entre os objetos de aprendizagem e, além de outros elementos que convivem no ambiente escolar.

Em face do exposto, entende-se que é necessário que aos professores seja oferecido um ambiente em que possam explorar pedagogicamente as tecnologias, como exterioriza Dullius (2012, p. 114) ao asseverar: "[...] a existência de espaços para que o professor possa compartilhar suas experiências, aprender e ensinar é importante durante a sua formação, tanto inicial como continuada".

---

3 TIC KIDS ONLINE. Indicadores. **Cetic - Portal de dados**, 2014. Disponível em: <http://data.cetic.br/cetic/explore?idPesquisa=TIC_KIDS>. Acesso em: 7 mai. 2017.

4 O termo **Computação Ubíqua** foi originalmente cunhado por Mark Weiser em 1991, no seu artigo "O Computador para o século XXI", para se referir a dispositivos conectados em todos os lugares de forma tão transparente para o ser humano que acabaremos por não perceber que eles estão lá. Ver discussão em: WEISER, Mark. The Computer for the 21st Century. **Scientific American Ubicomp Paper after Sci Am editing**. Disponível em: <https://www.ics.uci.edu/~corps/phaseii/Weiser-Computer21stCentury-SciAm.pdf>. Acesso: 7 jul. 2017.

Em contraponto ao despreparo de alguns docentes para o uso das tecnologias móveis, no seguimento do texto, aponta-se o *tablet* como um suporte pródigo em potencialidades, porém, salienta-se que tal aproveitamento depende de um plano cuidadoso que trace estratégias e explore sua latência enquanto ferramenta pedagógica.

Em face ao uso de recursos computacionais na sala de aula, pesquisa apresentada por Arruda (2004) aponta que os recursos tecnológicos, atendem às necessidades dos alunos através de aulas mais atrativas e aprendizagem significativa. Segundo o autor, o professor deve adequar a atividade computacional ao conteúdo a ser trabalhado, o qual deve ser o foco da proposta pedagógica, sendo que as atividades devem ser instigantes, capazes de provocar a curiosidade e desenvolver o raciocínio do educando, levando em conta sua aprendizagem.

Valente (1999, p. 12) coloca que nos processos de ensino e de aprendizagem é importante ser possibilitada ao aluno a oportunidade de "refletir sobre os resultados obtidos e depurar suas ideias por intermédio da busca de novos conhecimentos e novas estratégias". Segundo o autor, o uso de recursos computacionais como estratégia de ensino é um dos caminhos possíveis para que o aluno desenvolva a autonomia e seja responsável pela construção de seu conhecimento.

Em outra instância, considera-se que as atuais gerações apresentam facilidade no domínio e na inserção das tecnologias nos seus processos diários, pois vivem cercadas de novidades tecnológicas. Nesse aspecto, concorda-se com Kenski (2007) quando, ao tratar das transformações nas formas de ensinar a aprender, afirma:

> Essas transformações ecoam com maior força no comportamento das novas gerações (principalmente entre crianças e jovens que nasceram a partir dos anos 90 e que convivem naturalmente com computadores e redes) e suas relações com a educação. Como diz Don Tapscott, há um "*generational lap*" na atualidade que coloca a hierarquia do saber de pernas para o ar. As crianças são, pela primeira vez, autoridades especialistas em algo central (KENSKI, 2007, p. 49).

A autora nos chama atenção para a forma como as concepções de uso das ferramentas tecnológicas estão acontecendo junto aos mais jovens. De acordo com Kenski (2007), está ocorrendo uma inversão de autoridade (conhecimento) em torno da atual ordem que tange o aspecto educacional. A autora, ainda enfatiza que no atual contexto as crianças são o centro de direcionamento de como elas gostariam de receberem e gerenciar as informações.

Hoje, as crianças que conhecemos crescem manuseando algum tipo de dispositivo tecnológico, seja um simples controle remoto, um controle de videogame, um *notebook*, um *smartphone* ou um *tablet*. E essa proximidade com a tecnologia no seu cotidiano tem reflexos na educação escolar.

Em meio a esse contexto tão complexo e de subjetivos entendimentos, no seguimento, apresentam-se fragmentos da ação investigativa da dissertação de mestrado em Ensino, "Integrando *tablets* na disciplina de Matemática: percepções dos alunos da Educação Básica". A construção das inferências deu-se em face aos depoimentos de 54 alunos, com faixa de idade compreendidas entre 13-16 anos, discentes de 3 turmas de 9º anos da Educação Básica de escolas localizadas no interior do RS/Brasil.

O CONTEXTO DA AÇÃO INVESTIGATIVA

Para a coleta de dados da pesquisa, optou-se pela aplicação de dois questionários e observação sistemática. No percurso, destaca-se o acompanhamento de três turmas que juntas agregaram o universo de 54 alunos da Educação Básica, especificamente do 9º ano, o período de tempo decorrente da ação foi de 12 horas-aula em cada turma, totalizando 36 horas de observação, somadas as três turmas.

A intervenção buscou compreender como os alunos reconhecem o *tablet* como ferramenta potencializadora na disciplina em sala de aula e, se eles acreditavam que o recurso pode influenciar e auxiliar nas aprendizagens dos conteúdos de Matemática. A pesquisa foi desenvolvida em três escolas: uma pública da rede estadual, uma pública da rede municipal e uma privada da região central do Rio Grande do Sul foram contatadas. E, de acordo com o tempo disponibilizado pelos professores de Matemática que aceitaram a presença do investigador em suas salas, foram aplicados os questionários, seguidos de observação sistemática de acordo com o desenvolvimento de algumas atividades propostas com o auxílio do *tablet*.

Em relação aos questionários, as perguntas buscavam identificar e compreender as expectativas, receptividade e facilidades que os alunos apresentam em relação ao uso de recursos computacionais na sala de aula. Além disso, buscou-se conhecer os seus gostos e a apropriação de ferramentas digitais que possuem fora da escola como: *tablets, smartphones* ou *notebooks*.

Durante o percurso investigativo, as perguntas realizadas para os alunos tencionaram extrair indícios dos modos de utilização do *tablet* ou de outras TMDs acessíveis no seu cotidiano dentro e fora da escola, além da visão que eles possuem acerca da possível integração do *tablet* no contexto escolar da disciplina. Sem pretender fazer uma análise exaustiva da origem da temática, na sequência, se contextualizarão apenas as questões relacionadas a aspectos como a **facilitação, visualização e motivação** – fatores relacionados à ferramenta, consideradas importantes pelos alunos para integração da ferramenta. Neste sentido, destacam-se os seguintes questionamentos:

- Você utiliza *tablet* ou *smartphone* ou computador como ferramenta de suporte a seus estudos? Como?
- O *tablet* ou computador integrado como auxiliar a disciplina de Matemática ajuda ou não, na sua aprendizagem? Se sim, justifique:

- Você considera adequado o uso do *tablet* ou computador na disciplina de Matemática? Se sim, por quê?
- Descreva as suas percepções acerca da integração do *tablet* dos recursos computacionais na sala de aula.

Os dados coletados permitiram uma contextualização aproximada da visão de Moraes (1999), para a Análise de Conteúdo. Neste sentido, algumas adaptações foram necessárias para que a discussão convergisse para a esta metodologia. A partir do entrelaçamento dos dados obtidos dos questionários e da observação sistemática, foram elaboradas duas unidades de análise: Condições de uso do *tablet* Percepções acerca da integração do *tablet* na disciplina. Neste texto, faz-se saber que, se destacam parcialmente os indícios de algumas subunidades obtidas na segunda unidade mencionada.

A contextualização é um recorte dos resultados fundamentados no referencial e na interpretação do pesquisador, apoiados no uso dos extratos das falas dos alunos respondentes. Os nomes não serão revelados para preservar a identidade dos participantes. Os trechos apresentados a seguir denotam os depoimentos mais recorrentes entre os alunos pesquisados.

PERCEPÇÕES ACERCA DA INTEGRAÇÃO DO *TABLET* NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA

Na unidade, busca-se interpretar como os alunos estão percebendo a forma pela qual os *tablets* junto com outros recursos computacionais estão chegando à sala de aula e, se esses podem auxiliá-los nas suas atividades escolares. De acordo com os argumentos extraídos do material de pesquisa, percebe-se que quase a totalidade dos alunos, 93% considera adequada a integração da ferramenta *tablet* na disciplina de Matemática. Em subunidades emergentes suscitam aspectos do artefato que consideram essenciais para seu uso, como: facilitação (agilidade, mobilidade, praticidade); visualização e motivação.

Na sequência destacam-se algumas condições favoráveis percebidas pelos alunos através de seus depoimentos. Para eles, a agilidade na busca de informações por intermédio dessa ferramenta era um condicionante que favorecia sua presença no contexto escolar, em especial, na citada disciplina.

[A14] Dá mais dinamismo às aulas. O acesso a muitos softwares também facilita, pois, às vezes, evita a demora na construção dos gráficos por exemplo. Dá mais ***agilidade*** *também na resolução de certos problemas.*

[A31] O tablet proporciona facilidade e ***agilidade*** *nos processos matemáticos.*

De acordo com as enunciações de alguns alunos expostas, as quais representam a maioria, a possibilidade de terem na ferramenta um desafogo em relação à busca de informação relacionada à determinada temática, aliada à rapidez com que recebiam o *feedback* proporcionado pelos aplicativos, representava um atrativo facilitador para seus afazeres. Ademais, suscitavam o

dinamismo na resolução de problemas por meio de uma variedade de *softwares* que lhes proporcionava consultar e otimizar o tempo na resolução de atividades.

Segundo Valente (1989), muitos recursos computacionais vêm sendo desenvolvidos com o intuito de melhorar a qualidade de vida das pessoas, proporcionando-lhes mais conforto e agilidade na realização de diferentes tarefas. Em consonância com o autor, infere-se que a comodidade propiciada pela ferramenta faz com que os alunos com ela se identifiquem e, consequentemente, optem pelo seu uso.

Dada a necessidade de o estudante ter acesso a informações e recursos, independentemente de onde esteja localizado, podendo mover-se e continuar acompanhando o conteúdo, as tecnologias móveis têm se transformado em algo atrativo para esses usuários. Em relação ao exposto, o *tablet*, como as demais TMDs, apresentam diversas vantagens, sendo a mobilidade uma das características emergentes. Sobre esta, o aluno abaixo apresenta o seguinte argumento:

[A15] A facilidade que o tablet proporciona é maior que a do computador, na questão de ***mobilidade.*** *Posso ter uma biblioteca à minha disposição a qualquer hora com o tablet.*

O depoimento do aluno comprova que, como nativo digital (PRENSKY, 2001), nascido em uma Era em que o acesso móvel é natural, que a ausência das tecnologias no espaço escolar pode representar para ele, um impacto. Contudo, dentro do contexto de mobilidade abordado na enunciação do aluno, evidencia-se fortemente a possibilidade de acessar dados a qualquer momento de qualquer lugar.

Acerca da preferência dos alunos pelo *tablet*, destacam-se a facilidade de terem, em "um mesmo lugar", as informações e ferramentas necessárias (*slides*, vídeos, livros, *internet*, entre outros) e atualizá-las frequente e rapidamente. Diante do explicitado, entende-se que a "modernização" do ensino se torna mais atraente para os alunos em função da possibilidade de explorarem recursos de multimídia diversos (*softwares*, animações, aplicativos educacionais, entre outros) e terem autonomia no acesso e no gerenciamento da informação.

No encadeamento de suas percepções, outro aspecto facilitador suscitado foi a praticidade, considerando a capacidade de armazenamento, tendo em vista que os conteúdos da disciplina podem ser reunidos no mesmo local e a possibilidade de realizar a pesquisa em tempo real, bem como o acesso à *internet* e a presença de material autoexplicativo. De acordo com eles,

[A17] [...], pela ***praticidade*** *de ter tudo o que precisa nele, acesso à internet, softwares, tudo para tirar dúvidas e buscar aumentar nosso conhecimento.*

[A37] A positividade é na questão do ganho de tempo, rapidez de acesso à informação e conteúdos. Ele é muito ***prático.***

As enunciações acima corroboram as condições consideradas indispensáveis em uma ferramenta para que possa auxiliar nas atividades de

Matemática, assim como nas de outras disciplinas. Nelas, os alunos asseveram que a capacidade de armazenamento de informações no *tablet* propicia maior conforto no momento de realizar uma pesquisa, por exemplo. Além disso, chamam a atenção para a possibilidade de terem uma biblioteca em suas mãos, além de poderem acessar a *internet* e *softwares* autoexplicativos, o que, segundo eles, incorre em menos interferências do professor.

Acerca da integração do uso do *tablet* na disciplina de Matemática, identificaram-se vários pontos favoráveis. Dessa maneira, deduz-se que o conforto físico gerado pela ferramenta contribui para o bem-estar dos alunos e, por conseguinte, para a melhoria do seu desempenho. Salienta-se também que, dentro desse processo, é importante que os levem a perceber que são corresponsáveis pela construção do seu conhecimento, bem como da sua aprendizagem. De acordo com Bonilla (2012, p. 81),

> São, portanto, os jovens os principais vetores da inovação, quer nas práticas, na linguagem e nos sentidos, quer na estruturação da nova cultura que nos cerca, a todos – de forma mais intensa para alguns, menos intensa para outros, mas sempre presente na sociedade contemporânea.

Assim, parece-nos ser uma questão de tempo para que mais jovens alunos adiram ao uso de *tablets*, e até mesmo *smartphones*, na sala de aula. Sobre isso, Souza (2011, p. 186) assegura:

> Diante a tarefa de apresentar as visões de jovens sobre as tecnologias, especialmente a internet, e sua relação com o desenvolvimento de uma sociedade democrática, percorremos além de suas visões, o que dizem algumas pesquisas sobre a relação entre a juventude e as tecnologias. A leitura das postagens nos permitiu constatar que para estes jovens, as tecnologias são uma realidade irretornável na vida contemporânea, [...].

Dada a concepção do autor acerca da irretornável possibilidade de não uso das ferramentas tecnológicas, sobretudo, pelos mais jovens, infere-se que tal posicionamento converge para as nossas observações em sala de aula durante todo o período em que estivemos em campo. Ademais, os depoimentos enfáticos escritos nos questionários demonstram claramente as concepções dos alunos em relação à ferramenta.

Durante a investigação, os alunos argumentaram que o *tablet* tornou as aulas mais divertidas, interessantes, dinâmicas, fatos denotados em nossas observações. Os pesquisados ainda salientaram que tal ferramenta facilitou a compreensão de conteúdos abstratos, economizou tempo e aumentou a participação da turma nas discussões em sala de aula. Mediante as características por eles suscitadas, infere-se que essa ferramenta pode ser utilizada para melhorar

a aprendizagem Matemática. Assim, no seguimento da análise, se enfatizará os contributos que o recurso da "visualização" proporcionou aos jovens estudantes.

Entende-se que a visualização envolve esquemas mentais que pode representar as informações matemáticas, visual ou espacial. Neste sentido, a visualização é protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem Matemática. Nesse contexto, mídias como *tablets*, equipados com diferentes ferramentas pode proporcionar aos alunos a participação de um coletivo que produz conhecimento, a partir das possibilidades de que experimentações sejam feitas com *feedback* quase instantâneo.

Dado o contexto em que realizamos a pesquisa e os *softwares* escolhidos pelas professoras (*Simply Fractions*, Jogo *Estimation, The Scale of the Universe 2,* Conversor de Unidades, *Millionare, GeoGebra*e Geoplano) para a abordagem dos temas, como Geometria, Trigonometria, Funções lineares, Frações, Unidades de medidas e Conversão de unidades, verificou-se que a visualização exerceu influência significativa para o melhor entendimento dos conteúdos abordados. O fato pode ser explicado pela forte relação imagética que permeia a cultura contemporânea, sobretudo, a dos mais jovens.

Villarreal e Borba (2010), ao abordar alguns resultados dos estudos realizados como pesquisadores do grupo GPIMEM, colocam que o uso de *softwares* nas aulas de Matemática teve boa aceitação pelos alunos, pois o conhecimento matemático se transforma quando mudamos o ambiente e estratégias em sala de aula. De acordo com o autor, os *softwares* têm a capacidade de realçar o componente visual da Matemática, desempenhando um papel importante na aprendizagem.

A assertiva do autor corrobora os excertos dos alunos em relação ao papel da visualização nas aulas de Matemática mediante o uso dos *tablets*. Em suas enunciações, pode-se perceber que o ensino, por meio da visualização proporcionada pela ferramenta, foi um elemento importante para compreensão dos conteúdos:

[A8] Com a utilização de tablets os alunos interagem mais, além de ***visualizar*** *o conteúdo estudado, o que facilita a aprendizagem.*

[A21] Torna a aula mais dinâmica, podemos ***visualizar*** *melhor o que está sendo explorado.*

[A41] O tablet é bom para revisar e mais fácil de entender através das ***animações e desenhos coloridos.***

As declarações acima denotam a importância do aspecto visual para a compreensão de determinados conteúdos. De fato, os fragmentos comprovam o que já se havia observado durante todo o período em campo, ou seja, que a visualização proporcionou aos alunos um efeito motivador para imbricações mais aprofundadas acerca de determinados assuntos. Tal percepção se baseia nas observações sistemáticas, principalmente em atividades desenvolvidas com aplicativos e *softwares* dinâmicos.

Nos fragmentos acima destacados, os alunos apontam que a visualização facilitou a aprendizagem. Entender o processo pelo qual esse despertar cognitivo é influenciado pelo aspecto visual nos leva a inferir a forma como esses alunos processavam as informações e estímulos advindos da ferramenta baseados nas concepções de Villarreal e Borba (2010). Segundo os autores, a visualização de acesso ao conhecimento matemático proporciona uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos. Os autores ainda destacam que o "aspecto visual" é ferramenta importante nos conteúdos, como os de Matemática, na representação de gráficos ou na Geometria, pois favorecem experimentações e aproximam os alunos do conteúdo trabalhado.

Portanto, a visualização é uma ação importante que deve ser levada em consideração quando se pretende desenvolver o Ensino de Matemática. Villarreal e Borba (2010, p. 96) mencionam que "os processos de visualização atualmente atingiram uma nova dimensão se considerarmos o ambiente de aprendizagem computacional". Isso pode ser observado tendo em vista as facilidades atuais em relação aos computadores e, principalmente, os aplicativos que podem ser executados. Exemplos pontuais são o *GeoGebra*[5] e o Geoplano[6].

Com os *softwares* mencionados e outros aplicativos, é possível apresentar, de diferentes formas, um mesmo elemento do conteúdo programático podendo ajudar o aluno a compreender o tema que está sendo estudado. Além de revisitar, explorar o assunto via imagens ou animações, privilegiam o fazer pedagógico em sala de aula.

Além da facilidade e visualização. Identificou-se outro parâmetro suscitado pelos alunos: a motivação. Diante dos depoimentos, infere-se que os alunos pesquisados, apesar da pouca idade demonstraram-se maduros, conscientes, críticos em relação aos benefícios que de acordo com seus posicionamentos podem influenciar o uso do *tablet* e o que a ferramenta pode proporcionar durante as aulas, como: aprendizagem diferenciada, apresentar mais recursos que a aula tradicional, aulas mais dinâmicas, melhor entendimento dos conteúdos, entre outros.

Sobre a motivação pelo aprendizado mediante o uso das ferramentas, 91% declararam que ela aumentava quando o professor utilizava TMDs. O resultado da contribuição significativa referente aos índices de motivação e empenho na aprendizagem também foram evidenciados nos estudos de Menezes (2006), Fontes (2014) e Moura (2015).

5 O GeoGebra é um software de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo.

6 Software Geoplano Computacional permite que alguns conceitos matemáticos de difícil assimilação, especialmente aqueles referentes ao cálculo de áreas e de perímetros de polígonos sejam explorados com dinamismo, visualização e facilitação na manipulação dos parâmetros.

Em consonância com as argumentações dos alunos e as evidências já constatadas nas pesquisas citadas, entende-se que a interação com o *tablet* ajudou na motivação e na concentração dos educandos. As declarações de alguns deles comprovam nossa assertiva:

[A22] Acho diferente e inteligente da parte da professora usar o tablet. Ele é interativo e ajuda a gente a raciocinar, é mais fácil de entender e isso me ***motiva****.*

[A54] Ficamos ***motivados,*** *pois é muito bom para aprendizado de todos.*

A motivação do aluno é uma variável relevante dos processos de ensino e de aprendizagem na medida em que o rendimento escolar não pode ser explicado unicamente por conceitos, como inteligência, contexto familiar e condição socioeconômica. Contudo, ao julgar-se a motivação como um dos fatores relevantes à aprendizagem, é necessário considerarmos as características do contexto escolar. Genericamente, as tarefas e atividades vivenciadas na escola têm sido associadas a processos cognitivos, nomeadamente à capacidade de atenção, concentração, processamento de informações, raciocínios e resolução de problemas.

Borba e Penteado (2001) asseveram que os recursos tecnológicos impõem novos ritmos e dimensões às tarefas de ensinar e aprender. Para os autores, o aprender exige participação, motivação e interesse do aluno, o que determina, muitas vezes, o desenvolvimento de habilidades cognitivas. Acrescentam que, com a utilização dos recursos tecnológicos, é possível associar o conteúdo trabalhado na sala de aula com as atividades educativas digitais.

O uso do *tablet,* no campo de descobertas e construção de significados, contribui para a ampliação da motivação e enriquecimento das experiências dos alunos. Nascimento (2007) destaca a motivação como uma vantagem para que os alunos possam desenvolver suas atividades escolares com mais autonomia. O autor (2007, p. 43) assevera que "[...] em função da gama de ferramentas disponíveis nos *softwares*, os alunos, além de sentirem-se mais motivados, também se tornam mais criativos".

Portanto, feitas as devidas concatenações, deduz-se que o uso do *tablet* na disciplina de Matemática já molda a sala de aula, criando novas dinâmicas, além de transformar a inteligência coletiva e as normas a serem seguidas nessa mesma sala de aula.

CONSIDERAÇÕES

A partir desta pesquisa foi possível constatar que muitos alunos, mesmo os que não utilizam diariamente um *tablet* ou computador, acreditam que essas ferramentas podem auxiliar em sua aprendizagem, tornando-se um elemento potencializador para o desenvolvimento das mais diversas atividades dentro e fora da sala de aula. Infere-se que, essa visão não é fruto de uma educação que segue padrões determinados de escolarização e, sim de novas possibilidades

que estejam se apresentando e abrindo espaço para práticas diferenciadas e que estejam de acordo com suas vivências.

Nesse andarilhar percebeu-se o quanto a cultura escolar, na determinação de práticas e modos de transposição didática, comportamentos e normas sociais realizadas na escola são influenciados pela presença ou onipresença das tecnologias móveis digitais. Além disso, foi perceptível o descompasso de utilização dessas mídias entre uma e outra escola.

A partir do objetivo de pesquisa, que consistiu em analisar e interpretar as percepções dos alunos acerca dos aspectos facilitadores para o uso do *tablet*, assim como, a forma como estão ocorrendo às ações de integração da ferramenta no contexto educacional, como auxiliar aos processos de ensino e de aprendizagem, pôde-se perceber que os discursos dos alunos apontam para a intencionalidade do uso da ferramenta em suas práticas. Os alunos veem o uso do *tablet* de uma maneira muito rica e cheia de possibilidades para pesquisas e aprendizagem. Porém, nesse sentido, ao analisar o seu uso em sala de aula, não conseguem aliá-lo diretamente as práticas e potencialidades pedagógicas; e, sim ao que estão acostumados, salientando que para aprender a usá-lo pedagogicamente carecem de orientação da escola e do professor. Esse, em nossa interpretação, deve estar preparado para fazer um bom uso da ferramenta, proporcionando participação, motivação, interesse e dinamicidade em suas aulas.

Espera-se com estes resultados, proporcionar aos professores uma reflexão sobre suas práticas de modo que, antes mesmo de aderirem ao uso do recurso reflitam sobre a prática que estão desenvolvendo em sala de aula. E, neste sentido, buscarem uma troca com seus alunos, reformulando suas práticas através das ideias e posicionamentos oriundos de suas necessidades.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. (2005). **Tecnologias em na sala de aula:** desafios do professor de Matemática. III Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto. Disponível em <http://www.mat.ufmg.br/~jussara/artigos/Araujo%20(2005).pdf>.

ARRUDA, E. **Novas tecnologias, ensino e trabalho docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática** – Coleção Tendências em Educação Matemática – Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BONILLA, M. H. S. A Presença da Cultura Digital no GT Educação e Comunicação da ANPEd. **Revista Teias**, v. 13, n. 30, 2012, p. 71-93. Disponível em: <http://www.periodicos.prped.pro.br/index.php?journal=revistasteias&page=article&op=view&paht[]=1361>. Acesso em: jun. 2016.

DULLIUS, M. M. (2012). Tecnologias no ensino: por que e como? **Caderno pedagógico,** 9(1), 111-118

FERREIRA, A. de A. (2008). O computador no processo de ensino-aprendizagem: Da resistência a sedução. **Trabalho e Educação,** 17(2).

FONTES, Ê. C. de M**. Contribuições e desafios do uso do *tablet*no processo educacional do ensino médio.** 2014. Disponível em: <http://www.bdtd.ucb.br/tede/tde_busca/processaPesquisa.php?pesqExecutada=1&id=1910>. Acesso em: 09 out. 2016.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologias:** o novo ritmo da informação. Campinas: Papirus, 2007.

MENEZES, E. C. P. **Informática e Educação Inclusiva:** Discutindo Limites e Possibilidades. Santa Maria: Editora UFSM, 2006. p. 130.

MORAES, R. **Análise de Conteúdo**. Revista Educação. Porto Alegre. N° 37. Março, 1999

MORAN, J. M. **Tablets e netbooks na educação**. Acedido em Fevereiro, v. 2, 2012. Disponível em: <http://www.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias_eduacacao/tablets.pdf>. Acesso em: 10 mai. 2017.

MOURA, A. A. de. **Percepções de professores da rede pública sobre o *tablet* educacional:** um estudo de caso no df. 2015. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UNB_ce403839a45a63638736296e9afec558>. Acesso em: 12 de abr. 2017.

NASCIMENTO, J. K. F. do. **Informática aplicada à Educação.** Brasília: Universidade de Brasília, 2007. Texto digital. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/profunc/infor_aplic_educ.pdf>. Acesso em 10 de out. 2016.

PRENSKY, M. Nativos Digitais, Imigrantes Digitais. **NCB University Press**, Vol 9, nº 5, outubro 2001. Traduzido por Roberta de Moraes Jesus de Souza. Disponível em <https://docs.google.com/document/d/1XXFbstvPZIT6Bibw03JSsMmdDknwjNcTYm7j1a0noxY/edit>. Acesso em: 02 fev. 2017.

SOUZA, Carlos Ângelo de Menezes. Novas linguagens e sociabilidades: como uma juventude vê novas tecnologias. **Revista Interações.** Santarém, Portugal, v. 7, p. 170-188. Jan. 2011. Disponível em: <http://repositorio.ipsantarem.pt/handle/10400.15/508>. Acesso em: 04 abr. 2016.

VALENTE, J. A. Informática na educação no Brasil: análise e contextualização histórica. In: VALENTE, José Armando (Org). **O computador na Sociedade do Conhecimento**. Campinas, 1999. Disponível em: <http://www.fe.unb.br/catedraunescoead/areas/menu/publicacoes/livros-de-interesse-na-area-de-tics-na-educacao/o-computador-na-sociedade-do-conhecimento>. Acesso em 22 set. 2016.

VALENTE, José Armando. **Questão do Software:** Parâmetros para o Desenvolvimento de Software Educativo. Campinas: Unicamp – SP, NIED, 1989.

VILLARREAL, M. E.; BORBA, M. de C. Collectives of humans-with-media in mathematics education: notebooks, blackboards, calculators, computers and...notebooks throughout 100 years of ICMI. **ZDM MathematicsEducation,** v. 42, p. 49-62, 2010.

GEOMETRIA ESPACIAL: UM TEMA POTENTE NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Luana Reichert Weyh[1]
Josaine de Moura Pinheiro[2]
Suelen Assunção Santos[3]

Resumo: Este capítulo possui a finalidade de mapear e descrever atividades para ensinar matemática, particularmente, a geometria espacial no 3º ano do Ensino Médio. As atividades sugeridas propõem-se possibilitar um ambiente propício para a aprendizagem, buscando expandir o interesse dos alunos para que eles possam construir saberes e conduzir suas aprendizagens. A fim de atingir os propósitos expostos, apresenta-se uma listagem de atividades sobre os sólidos: cubo, pirâmide e prisma. Para cada um dos conteúdos, foi construído três propostas metodológicas diversificadas que fazem uso ou de tecnologias, ou de construções, ou de situações – problema, ou de jogos.

Palavras-chave: Geometria Espacial. Atividades. Interesse**.**

INTRODUÇÃO

> Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula (LORENZATO, 1995, p. 4).

Apesar de a geometria ser uma das áreas da matemática que apresenta maior possibilidade de contextualização, – por seus elementos apresentarem facilmente representações empíricas no mundo; por poder ser considerada uma ferramenta importante para a descrição e relação do sujeito com o espaço em que vive; por ser considerada uma matemática intuitiva, concreta e ligada com a realidade – ela se mantém ocupando um lugar de "menos importante" no ensino

1 Licenciada em Matemática - Unisinos.

2 Licenciada em Matemática - UFSM. Mestre em Matemática Aplicada - UFRGS. Doutora em Educação - Unisinos. Professora do Colégio Militar de Porto Alegre (CMPA).

3 Licenciada em Matemática - UFRGS. Mestre em Educação - UFRGS. Doutora em Edução - UFRGS. Professora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS.

da matemática. Este fato pode também ser constatado pelo relato de inúmeros professores, em diferentes espaços e níveis de ensino, os quais justificam o não ensino da geometria, por "falta de tempo", "por falta de interesse dos alunos", por "falta de material", por "falta de livros didáticos", por "falta de...", e tantas outras faltas.

A geometria é capaz de impulsionar meios para expandir o interesse pelo aprendizado da matemática, pois consegue descrever a realidade que rodeia o aluno com outra linguagem (a linguagem da matemática escolar), inventando oportunidades para o desenvolvimento ou construção de outras habilidades relativas à percepção do espaço. Nesta dimensão, este capítulo possui a finalidade de mapear e descrever atividades para ensinar matemática, particularmente, a geometria espacial no 3º ano do Ensino Médio. As atividades sugeridas propõem-se possibilitar um ambiente propício para a aprendizagem, buscando expandir o interesse dos alunos para que eles possam construir saberes e conduzir suas aprendizagens. Para tanto, primeiramente, o texto discute a perspectiva teórica do "interesse" para o ensino e a aprendizagem. Finalmente, o texto apresentará uma listagem de atividades sobre os sólidos: cubo, pirâmide e prisma. Para cada um dos conteúdos, foram construídas três propostas metodológicas diversificadas, que fazem uso ou de tecnologias, ou de construções, ou de situações – problema, ou de jogos.

COMPREENDENDO O CONCEITO DE "INTERESSE" PARA O ENSINO

Um dos aspectos importantes a ser considerado na construção de atividades de ensino é o "interesse" do aluno. Em relação ao "interesse" aponta-se que

> [...] parece significar, na raiz profunda de sua ideia, estarmos empenhados, fascinados, completamente absorvidos em alguma coisa, por causa do seu mérito para nós. A própria etimologia do termo interesse, 'estar entre', não diz outra coisa. Interesse marca a completa supressão de distância entre a pessoa e a matéria e resultados de sua ação: é a união orgânica da pessoa e do objeto (DEWEY, 1978, p. 71 *apud* QUARTIERI, 2012, p. 88).

Para Dewey (1978), pode-se inferir, de forma insipiente, que, se o aluno estiver interessado em determinado tema/assunto/atividade, o mesmo investirá todo o esforço possível para compreender tal situação. Além disso, Dewey (1978) afirma que estamos estreitamente conectados a coisas de nosso interesse pessoal. Nessa direção, olhando para a matemática, podemos ponderar que os alunos que não gostam dessa disciplina, ao perceberem a necessidade de cálculos em determinadas atividades práticas, podem passar a se sentir interessados pela aproximação e familiaridade atribuída aos conteúdos e, assim, talvez aprendê-los. Em suma, o interesse expressa/significa ação.

> O verdadeiro interesse é o sinal de que algum material, objeto, habilidade, ou o que quer que seja, está sendo apreciado, de modo, a concorrer para a marcha progressiva de uma ação, com a qual a pessoa tenha se identificado. Interesse verdadeiro, em suma, significa que uma pessoa se identificou consigo mesma, ou encontrou a si mesma, no curso de uma ação (DEWEY, 1978, p. 86 *apud* SASS; LIBA, 2011, p. 5).

A palavra "interesse" para Claparède (1956) é utilizada de outra maneira por possuir outro significado. Para ele, o interesse é determinado pelas necessidades e representa uma relação de conveniência entre o indivíduo e o objeto em um dado momento. A existência do objeto não garante que o interesse vai se expandir no aluno, de maneira a ele buscar a aprendizagem. O interesse se amplia desde que haja uma relação entre sujeito e objeto, e é nessa relação que o interesse acontece.

> Dizemos que uma coisa nos interessa quando ela nos importa no momento em que a consideramos ou quando corresponde a uma necessidade física ou intelectual. O termo 'interesse' exprime, pois, uma relação adequada, uma relação de conveniência recíproca entre o sujeito e o objeto. [...] Em si, um objeto não é nunca interessante; seu interesse depende sempre da disposição psico-fisiológica do indivíduo que o considera. O objeto não interessa, com efeito, senão quando o sujeito se acha disposto a ser interessado por ele; por outro lado, o sujeito não sente interesse em presença de um objeto se este não lhe é vantajoso de qualquer maneira. Desta dualidade de fatores que o fenômeno interesse implica se depreende que o vocábulo se aplica tão bem ao objeto que interessa, como ao estado psíquico despertado no sujeito pelo objeto que lhe importa (CLAPARÈDE,1956, p. 454 *apud* QUARTIERI, 2012, p. 108).

A função do professor também é problematizada por Claparède (1956), e este desloca a posição de "ator" principal ou detentor do ensino, que o professor muitas vezes é posicionado, para mais um dos sujeitos desse processo, mas com outra função. Essa função não se configura por aquela que fará o ensino ocorrer ou não, e sim a função de possibilitar o ensino, estimulando os alunos a se relacionarem com o objeto de estudo, particularmente a geometria espacial, e dessa relação ampliar o interesse de maneira a ocorrer a aprendizagem e realizar relações com a sociedade.

> O educador, em vez de ser um plasmador de almas e de espíritos, tornar-se-á um estimulador de interesses: em vez de ficar no meio do palco (onde muitas vezes pontifica, sem outros resultados tangíveis, a não ser a satisfação de suas tendências autoritárias), deverá, daí em diante, permanecer nos bastidores, de onde disporá e organizará o meio da maneira mais favorável ao despertar das necessidades intelectuais e sociais da criança e ao início de suas andanças

> intelectuais, de sua atividade, de seu esforço (CLAPARÉDE, 1961, p. 196 *apud* QUARTIERI, 2012, p. 109).

Em suma, aproximando e distanciando as teorias acima abordadas, observa-se que tanto Dewey quanto Claparède assumem a concepção ativa do interesse, e afirmam que sem o mesmo, não existe aprendizado ou educação. Os autores citados abordam o interesse como relação entre o sujeito e o objeto, porém o que os difere é o modo como entendem se dar o estabelecimento desta relação.

Para as atividades que serão propostas a seguir, assume-se a perspectiva de Dewey para fundamentar o conceito de interesse.

> [...] obtém-se interesse, exatamente, não se pensando e não se buscando conscientemente consegui-lo; mas, ao invés disto, promovendo as condições que o produzem. Se descobrirmos as necessidades e as forças vivas da criança, e se lhe pudermos dar um ambiente constituído de materiais, aparelhos e recursos – físicos, sociais e intelectuais – para dirigir a operação adequada daqueles impulsos e forças, não temos que pensar em interesse. Ele surgirá naturalmente. Porque então a mente se encontra com aquilo de que carece para vir a ser o que deve (DEWEY, 1978, p. 113, *apud* QUARTIERI, 2012, p. 93).

Nessa direção é relevante propiciar este "ambiente", e neste meio, há potência para a invenção e o emprego de técnicas e práticas, capazes de ampliar e promover o interesse. Mas afinal: como, por que e quais práticas podem suscitar o interesse dos alunos relativos aos conteúdos de geometria espacial? Segundo D' Ambrósio (1991, p. 1 *apud* Bezerra e Bandeira, 2002, p. 2), "[...] há algo errado com a matemática que estamos ensinando. O conteúdo que tentamos passar adiante através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil". Na maior parte das vezes, o ensino dos conteúdos se dá de forma mecanizada, tradicionalmente pautada no "arme e efetue". Porém,

> [...] aprender Matemática é muito mais do que manejar fórmulas, saber fazer contas ou marcar x na resposta correta: é interpretar, criar significados, construir seus próprios instrumentos para resolver problemas, estar preparado para perceber estes mesmos problemas, desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de conceber, projetar e transcender o imediatamente sensível (PARANÁ, 1990, p. 66 *apud* PADILHA, 2008, p. 3).

Quais poderiam ser estas didáticas/práticas/instrumentos/recursos, capazes de "criar significados" para que o aluno aprenda matemática? Essa pergunta pode-se inferir que é possuidora de inúmeras respostas ou, ainda, de nenhuma. Perguntas que procuram soluções universalizantes para problemas que possuem tantas variáveis que não se consegue enumerar, são perguntas sem uma única resposta verdadeira e essa é inexistente. As atividades sugeridas neste

capítulo podem ser potenciais, de modo a transbordar o interesse e, dessa forma, ocorrer a aprendizagem, mas não serem tomadas como uma das respostas. Descreve-se e lista-se algumas alternativas capazes de desacomodar, e quiçá deslocar o aluno para uma posição de sujeito da aprendizagem.

SUGESTÕES DE ATIVIDADES

Tomando como base o currículo do 3º ano do Ensino Médio, da rede pública de ensino, decidiu-se desenvolver um portfólio com três propostas de atividades para cada um dos seguintes conteúdos: cubo, pirâmide e prismas.

Como sugestão de atividades, utilizaram-se jogos, situações-problema que envolvem a modelagem matemática, investigações e tecnologias (WEYH, 2017, p. 23-31). Para o conteúdo envolvendo o sólido pirâmide, explorou-se uma construção no software GeoGebra, um jogo e uma situação-problema. Para o conteúdo do sólido prisma, foi trabalhada uma construção/investigação, uma situação-problema e um jogo. E, por último, para o cubo, novamente uma construção, uma situação e um jogo.

Essas alternativas metodológicas diversificadas poderão mobilizar o aluno para o conhecimento, pois possibilitam um ambiente de aula propício à expansão do seu interesse.

PIRÂMIDE

Atividade 1: software geogebra

Objetivo: A partir da construção e planificação da pirâmide, no *software* geogebra, deduzir as fórmulas da área lateral e total deste sólido.

Materiais: Acesso a computador e internet (que permite a instalação do *software* GeoGebra).

Desenvolvimento: A partir do breve tutorial abaixo disponibilizado e das instruções da professora, os alunos devem construir, no GeoGebra, uma pirâmide e sua respectiva planificação. Em seguida, deverão "deduzir" a fórmula da área lateral e da área total deste sólido.

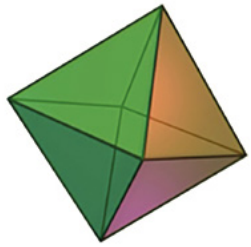
Avaliação: Pode-se solicitar que, após deduzida a fórmula, os alunos enviem a atividade para o professor e este possa verificar se os objetivos almejados foram atingidos.

Atividade 2: situação-problema[4]

Suponhamos um balão octaedro, formado por duas pirâmides quadrangulares regulares, cujas faces laterais são triângulos equiláteros de lado 6

4 Inspirado em: SOUZA, Joamir. **Novo Olhar Matemática: 3**. 1 ed. São Paulo: FTD, 2010, p. 95.

cm. Este balão, produzido através da técnica de origami (do japonês Ori "dobra" e Kami "papel"), possui quantos cm de área lateral?



Solução:

Tendo como apótema da pirâmide, a altura do triângulo equilátero:

$$app = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$app = 3\sqrt{3}$$

Logo, a Área Lateral é dada por:

$$Al = 72\sqrt{3}\,cm^2$$

Avaliação: Após resolvido o problema, pode-se propor aos alunos uma autoavaliação em relação ao exercício, que deve ser anexada ao mesmo, junto ao portfólio. Deste modo, será possível verificar as limitações do aluno por meio da sua percepção, além de constatar a validade do trabalho realizado.

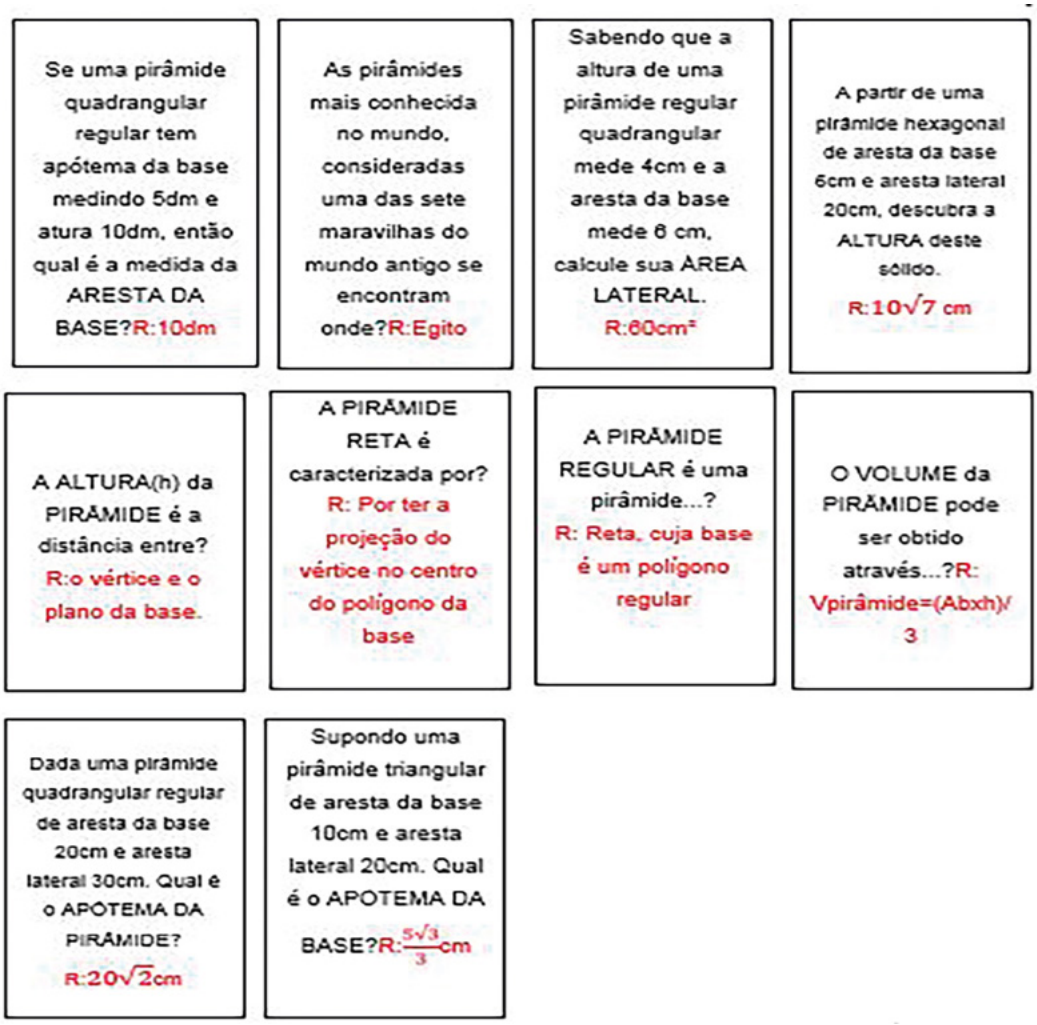
Atividade 3: jogo Miniquiz

a) Objetivo: Verificar a aprendizagem dos alunos em relação ao tema recentemente abordado.

b) Materiais: Um baralho (disponibilizado abaixo).

c) Desenvolvimento: Reunir os alunos em duplas, após já ter sido explorado o conteúdo em questão e distribuir, para cada par, um baralho.

As regras são as seguintes: Na sua vez, cada aluno retira uma carta e faz a pergunta para o colega. Se a resposta estiver correta, o jogador receberá 5 (cinco) pontos, caso contrário, perderá 1 (um). Vencerá quem, ao final do baralho, possuir a maior pontuação.



Fonte: Elaborado pela autora (WEYH, 2017, p. 34).

d) Avaliação: Após concluído, uma alternativa é propor a construção de uma análise reflexiva, por meio da qual os alunos precisam justificar as estratégias utilizadas durante o jogo, como também descrever a relevância do mesmo para o seu processo de aprendizagem.

PRISMA

Atividade 1: volume do prisma[5]

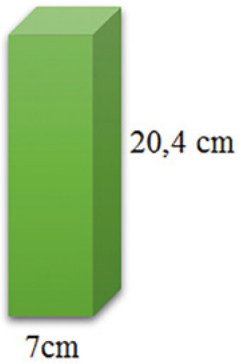
a) Objetivo: A partir de diferentes prismas, com mesma área da base (compostas por diferentes polígonos) e mesma altura, concluir que o volume é o mesmo e que este depende da altura e da base do sólido.

b) Materiais: Areia, caneta ou lápis, cola, compasso, copo descartável, tesoura, papelão (ou outro), régua.

c) Desenvolvimento: Reunidos em grupos, os alunos devem construir diferentes e variados prismas com mesma altura e mesma área da base (a base de cada sólido deve ser de polígonos diferentes). Em seguida, deve-se preencher cada sólido com areia e, após, transportá-la para copos descartáveis, marcando neles o nível atingido. Posteriormente, os alunos devem socializar os resultados e a conclusão sobre a fórmula obtida a partir da experiência.

d) Avaliação: Pode ser realizada através do registro do desenvolvimento da atividade, como também de conclusões, soluções e percepções obtidas.

Atividade 2: situação-problema[6]



A agroindústria de leite da cidade envasilha cerca de 20.000 litros do seu produto semanalmente. Para isso, utiliza embalagens em formato de prisma quadrangular regular, com as dimensões elencadas na figura ao lado.

A partir destas informações, calcule a quantidade de material necessário para produzir as embalagens que a agroindústria precisa semanalmente.

5 Inspirado em: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1039>. Acesso em 06 jun. 2017

6 Inspirado em: SOUZA, Joamir. **Novo Olhar Matemática: 3**. 1 ed. São Paulo: FTD, 2010, p. 93.

Solução:

$V = Ab \cdot h$

$V = 7^2.20,4 = 999,6\ cm^3$

$999,6\ cm^3\ 1\ dm^3\ 1\ litro$

Cada caixa comporta 1 litro, portanto, para 20.000 litros do produto são necessários 20.000 caixas.

$At = 2\ Ab + Al = 2.49 + 571,2 = 669,2\ cm^2$ *por caixa*

20.000 *caixas x* $669,2\ cm^2 = 13.384 .000\ cm^2$

Serão necessários $13.384 .000\ cm^2$ *de material para construir a quantidade de caixas necessárias para embalar 20.000 litros.*

Avaliação: Uma alternativa é realizar um debate em relação às soluções e comparar os resultados. Neste momento, o professor precisa deixar os alunos a vontade para expor as suas conclusões e estar atento às intervenções a serem desempenhadas.

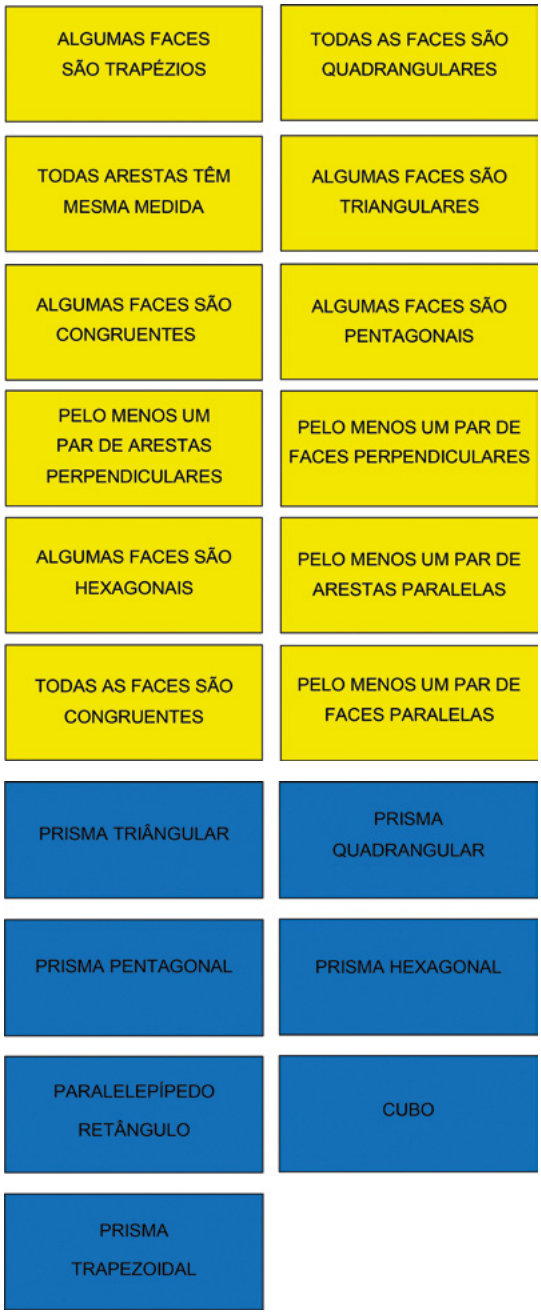
Atividade 3: jogo Capturando prismas[7]

a) Objetivo: Verificar, após já ter estudado o conteúdo, o entendimento dos alunos em relação aos prismas e suas respectivas propriedades.

b) Materiais: Um baralho de cartas (subdividido em propriedades e prismas).

c) Desenvolvimento: Os alunos devem se dividir em duplas e, então, receber um jogo de cartas (que contém nome de prismas e de suas propriedades). As cartas dos prismas devem ser deixadas viradas com as faces para baixo, no centro da mesa. E as cartas das propriedades devem ser espalhadas pela mesa com as faces para cima. Os participantes devem escolher a ordem que cada um iniciará o seu jogo e em seguida, cada jogador na sua vez deve retirar uma carta de prismas e capturar todas as cartas de propriedades que satisfaçam o prisma. Irá ganhar o jogador que, ao terminar todas as cartas de prismas, tiver capturado a maior quantidade de propriedades.

7 Inspirado em: <http://educador.brasilescola.uol.com.br/estrategias-ensino/jogo-capturando-poliedro.htm>. Acesso em 06 jun. 2017.



Fonte: Elaborado pela autora (WEYH, 2017, p. 37).

d) Avaliação: Solicitar que os alunos descrevam as jogadas que poderiam ter sido realizadas de maneira mais eficaz, exigindo que, além de reflexão, os mesmos disponibilizem ao professor, um meio de constatar dificuldades em relação ao tema. Este escrito pode ser acrescentado ao portfólio de atividades.

CUBO

Atividade 1: construção e análise de um origami cubo[8]

a) Objetivo: Esta atividade tem por objetivo, explorar os conceitos de vértices, arestas, faces e diagonais. Posteriormente, também é possível abordar a área lateral e total do cubo.

b) Materiais: Acesso à internet, papel, tesoura.

c) Desenvolvimento: Individualmente, com a supervisão da professora, os alunos devem utilizar o acesso à internet para consultarem tutoriais e a história do origami[9].

Em seguida, após construído o origami, conjuntamente com a professora, explora-se os elementos do cubo e suas respectivas nomenclaturas. Já em relação às áreas, no momento em que a professora julgar adequado, pode-se reunir os alunos em grupo, e solicitar que discutam sobre o assunto e, por fim, promover um debate para socializar e concluir os resultados (ou seja, qual é a área lateral e a área total do cubo).

d) Avaliação: Por meio do debate, o professor pode examinar as percepções dos alunos, comparar respostas e ainda, pode solicitar que registrem as conclusões obtidas no portfólio para uma posterior análise mais criteriosa.

Atividade 2: Situação-problema

Suponhamos um aquário cúbico, com 30 cm de lado, que deve ter sua água substituída 1 (uma) vez a cada semana. Ao fim do mês, qual foi a quantidade total de água gasta no aquário?

Solução:

$V = Ab \cdot h$

$V = 30^2.30 = 27.000\ cm^3$

Quantidade total de água gasta no mês:

$27.000\ cm^3 \times 4 = 108.000\ cm^3$

Lembrando que : 1 dm^3 1 litro

Temos, 108.000 cm^3 108 litros.

8 Inspirado em: <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/S%C3%93LIDOS-DE-PLAT%C3%83O-COM-ORIGAMI-MODULAR-UMA-INTRODU%C3%87%C3%83O-AOS-POLIEDROS-REGULARES.pdf>. Acesso em 06 jun. 2017.

9 Uma sugestão de *link*: <https://www.youtube.com/watch?v=FkCWqYOTn6c>. Acesso em 06 jul. 2017.

Avaliação: A socialização dos resultados pode, neste caso, configurar um meio de avaliação, pois além de ouvir as estratégias dos alunos, o professor pode verificá-las no portfólio.

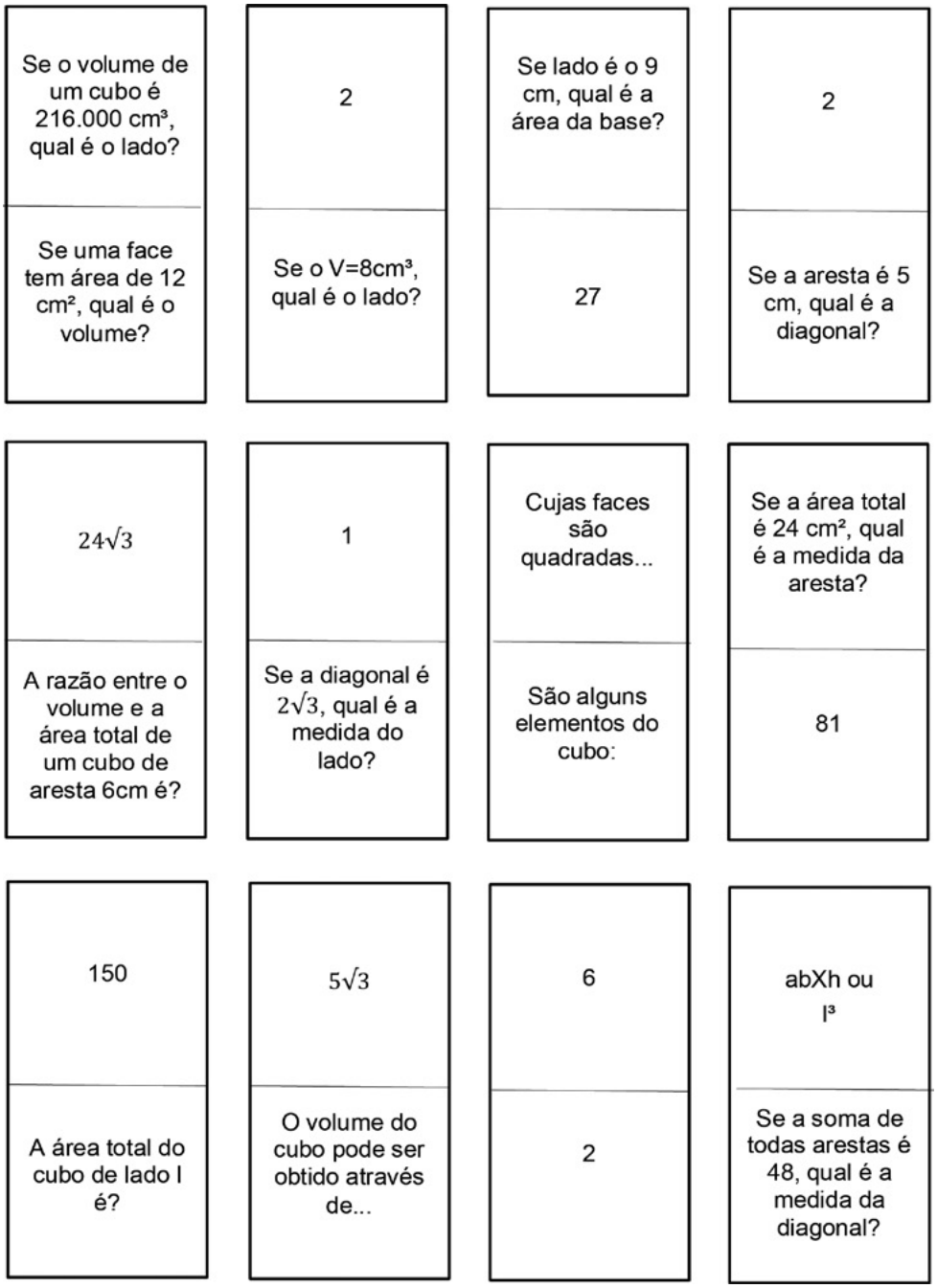
Atividade 3: Jogo Dominó cubo

a) Objetivo: Após o término do conteúdo, verificar a compreensão dos alunos sobre área total, área lateral e volume do cubo, além dos elementos que o compõem.

b) Material: Calculadora, Rascunho (se necessário), Baralho (disponibilizado abaixo).

c) Desenvolvimento: Distribui-se, para cada dupla, um baralho e pede-se que dividam as cartas igualmente. Desta forma, cada um ficará com 9 peças e o passo seguinte, será sortear quem iniciará o jogo. A partir de então, cada um, na sua vez, tenta encaixar uma de suas cartas e, caso não possua nenhuma que "sirva", passa a sua vez para o colega. Vencerá quem acabar primeiro com suas peças**.**

Altura Base Aresta lateral Aresta da base	Se o lado é 3 cm, qual é o volume?	$a\ \overline{3}$, Onde "a" é aresta.	6 l²
60	Se o lado é 5 cm, qual é a área total?	Se o volume é 216 cm³, qual é a diagonal deste cubo?	Cubo: paralelepípedo retângulo...
$4\sqrt{3}$	Quadriplica		
O que ocorre com a AT se aresta dobra?	A diagonal do cubo pode ser obtida através de:		



Fonte: Elaborado pela autora (WEYH, 2017, p. 34).

d) Avaliação: Propor aos alunos que escrevam sobre como foi realizar essa atividade, quais conhecimentos adquiriram e quais foram suas dificuldades. O comentário é adicionado, novamente, ao portfólio.

As atividades abordadas foram concebidas com o objetivo de auxiliar nos processos de aprendizagem da matemática, especialmente, na área da geometria espacial. Com finalidade de aguçar o interesse, e assim contribuir para trazer outras atividades para a prática do professor.

ALGUNS APONTAMENTOS SOBRE O ESTUDO

Uma possibilidade para o ensino da matemática pode estar relacionada em privilegiar atividades propostas, temas relacionados com a realidade e o interesse do aluno, quando que esse tipo de olhar for possível ser contemplado no planejamento e estiver adequado à rotina do aluno.

As sugestões de metodologias de ensino descritas se prestam a serem aplicadas, criticadas, ou servirem de inspiração para possibilitar que professores possam modificá-las e inventar outras. Essas atividades foram criadas a partir de observações de aulas, de conversas com professores e de uma análise de planos de estudos. São ideias de ensino com problemas aplicados, que podem vir ao encontro de estimular a busca por]aprendizagens.

As atividades descritas foram oriundas do campo das tecnologias, da modelagem, da investigação e dos jogos e, apesar de serem utilizadas todas essas abordagens, a predominância foi atribuída aos jogos. Esta metodologia pode promover o raciocínio lógico, alavancar o autodidatismo, estimular o coleguismo, como também reduzir os bloqueios que certos sujeitos possuem em relação à matéria.

Para cada uma destas atividades, buscou-se organizar de maneira a descrever: objetivos, materiais, desenvolvimento e avaliação que emprega comentários reflexivos, debates, análise de estratégias, entre outros.

Em relação ao conteúdo da geometria espacial: pirâmide, descreveu-se uma planificação no *software* GeoGebra, uma situação-problema envolvendo um balão origami e, por último, um miniquiz. Sobre o conteúdo prisma, elaborou-se uma construção, uma situação-problema, abrangendo embalagens de leite e, por fim, um jogo denominado "capturando prismas". Acerca do cubo, sugeriu-se a construção de um origami, um problema contendo aquário e, como fechamento, um dominó.

O ensino é um processo complexo, e apesar de a metodologia ser uma variável relevante, essa não pode ser tomada como a decisiva. Com essa forma de olhar o processo de ensino, apontaram-se algumas atividades que podem expandir o interesse tanto do professor quanto do aluno em trabalhar alguns conteúdos de geometria espacial. Demarca-se que essas atividades podem ser vistas como nove grãos de areia, dentre inúmeros existentes em uma praia, que seria o ensinar.

REFERÊNCIAS

LORENZATO, Sérgio Apparecido. Porque não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau: SBEM, ano III, n° 4, p. 3-13, 1995. Disponível em: <http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf>. Acesso em:24 mar.2017.

PADILHA, Ana Caroline de Oliveira et al. Superando a mecanização no ensino da matemática nas séries iniciais do ensino fundamental. In: **Simpósio Nacional de Educação, XX Semana da Pedagogia.** Cascavel, 2008. Disponível em: <http://www.unioeste.br/cursos/cascavel/pedagogia/eventos/2008/1/Artigo%2077.pdf>. Acesso em: 7 set. 2016.

QUARTIERI, Marli Teresinha. **A modelagem matemática na escola básica:** a mobilização do interesse do aluno e o privilegiamento da matemática escolar. 2012. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS): São Leopoldo, 2012. Disponível em: <http://biblioteca.asav.org.br/vinculos/tede/MarliTeresinhaQuartieri.pdf>. Acesso em: 14 set. 2016.

SASS, O.; LIBA, F. R. T. **Imagens da Educação**, v. 1, n. 2, p. 35-45, 2011.

WEYH, Luana Reichert. **Atividades para o ensino de geometria espacial**. 2017. TCC (monografia) – Licenciatura em Matemática, Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS): São Leopoldo, 2017.

DIÁLOGOS ENTRE PROFESSORES ACERCA DAS QUATRO OPERAÇÕES ENVOLVENDO OS NÚMEROS RACIONAIS

Tatiane Cristine Bernstein[1]
Ieda Maria Giongo[2]

Resumo: O presente artigo aponta alguns resultados de uma formação continuada, realizada com professores que atuavam em seis escolas públicas vinculadas ao Projeto Observatório da Educação, vigente na Universidade do Vale do Taquari - Univates. Em tal formação, sustentada principalmente pelos pressupostos teóricos de Lopes (2006), Brito (2006) e Damico (2007), exploraram-se as quatro operações, abrangendo os números racionais com o intuito de oferecer, aos participantes, situações de aprendizagem viáveis de serem operadas pelos alunos no âmbito escolar. Constatou-se, com a realização da referida formação, o uso excessivo, por parte dos docentes, dos algoritmos das quatro operações – adição, subtração, multiplicação e divisão – nos processos de ensino e de aprendizagem dos conceitos fracionários no âmbito escolar.

Palavras-chave: Professores da Escola Básica. Formação Continuada. Números Racionais.

INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem da disciplina Matemática vêm sendo alvos de preocupação dos professores em relação ao desempenho escolar dos alunos. Os indicadores divulgados na última década pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB – apontam os baixos índices dos estudantes na resolução da Prova Brasil e do Sistema de Avaliação da Educação (SAEB). Em vista disso, investigações têm fomentado estudos com o intuito de problematizar e re(pensar) os processos de ensino e de aprendizagem dessa área do conhecimento.

Particularmente, na Universidade do Vale do Taquari - Univates, em Lajeado – RS, está em andamento um projeto de pesquisa atrelado ao Programa Observatório da Educação (Edital 049/2012/CAPES/INEP), intitulado "Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental". O citado projeto conta com a participação de quatro professoras pesquisadoras da Instituição, três mestrandas vinculadas ao programa de Pós-Graduação, seis professoras

1 Mestra em Ensino de Ciências Exatas – Univates. Professora das Redes Municipais de Lajeado e Teutônia.

2 Doutora em Educação. Professora da Univates.

representantes das Escolas Públicas, seis graduandos, além de voluntários, como mestrandos e professores da Escola Básica. Em reuniões semanais, o grupo de pesquisa tem planejado e discutido diversas ações alusivas ao ensino de Matemática na Educação Básica.

Dentre as elencadas no projeto, uma delas tem sido arquitetar e realizar formações continuadas com os professores atuantes nos seis educandários que participam do referido programa, localizados em diferentes Municípios do Vale do Taquari/RS. Considerando esse objetivo, os pesquisadores do projeto têm se reunido semanalmente, como mencionado anteriormente, visando elaborar, em conjunto, por meio de pesquisas, discussões e análises das questões que compõem as Provas Brasil realizadas nos últimos anos, simulados com problemas e atividades que contemplam os descritores da referida avaliação nacional.

Os simulados foram aplicados pelos bolsistas e realizados por alunos que frequentavam o 5º e o 9º Ano do Ensino Fundamental, nas seis Escolas parceiras do projeto de pesquisa, a fim de observar as principais dificuldades que esses discentes apresentavam durante a resolução das questões. Constatadas as deficiências, planejou-se uma formação continuada, composta por três encontros, enfatizando o conteúdo matemático no qual se concentravam as maiores dúvidas dos estudantes.

Com a análise das resoluções dos simulados, realizada em estudos anteriores (QUARTIERI; GIONGO; REHFELDT, 2015), o grupo de pesquisa verificou que as dificuldades dos alunos estavam centradas em conceitos fracionários, o que os instigou a planejar e realizar a referida formação continuada, focada na exploração de conteúdos envolvendo especificamente as frações.

As ações dos três encontros foram descritas em roteiros, elaboradas nas reuniões do projeto de pesquisa, onde os bolsistas, em conjunto, discutiam ideias e pesquisavam em livros, dissertações, teses e artigos situações de aprendizagem acerca do conteúdo em estudo. Com diversas adaptações e novas ideias por eles manifestadas, o roteiro foi sendo planejado. Antes da finalização do planejamento de cada um dos três encontros, os bolsistas resolveram as atividades propostas com o objetivo de verificar se a descrição destas estava hábil para ser compreendida e interpretada pelos participantes da formação continuada.

No primeiro encontro, houve discussões a respeito de alguns conceitos fracionários - concepção parte/todo, representação, equivalência - que poderiam ser explorados nos Anos Iniciais da Educação Básica (BERNSTEIN et al., 2015). Sequencialmente, no segundo, os professores efetivaram um estudo envolvendo os números fracionários e seus entrecruzamentos com a probabilidade e a porcentagem. Já no terceiro e último, participaram de atividades centradas em quatro operações, abrangendo intrinsecamente as frações.

Dessa forma, é válido ressaltar que o foco de estudo, neste artigo, está em articular diálogos entre as atividades e discussões emergentes durante a realização do último encontro de formação continuada. Assim, apresentamos

o referencial teórico baseado nos pressupostos da efetivação de uma formação continuada envolvendo os números racionais.

DO REFERENCIAL TEÓRICO

No cenário educacional, os professores têm o compromisso de realizar práticas pedagógicas visando promover situações que realmente favoreçam a consolidação de conhecimentos matemáticos aos seus alunos. Para isso, inúmeros fatores são imprescindíveis; dentre eles, a participação desses profissionais em formações continuadas.

Esses encontros de estudo, denominados por Lopes (2006) formação contínua, oportunizam aos professores participantes momentos para agir e pensar acerca dos saberes consolidados nos cursos iniciais de formação. Lopes (Ibidem, p. 140) evidencia que ela "possibilita, portanto, o reapetrechamento dos professores, reestruturando e aprofundando conhecimentos adquiridos na formação inicial bem como a produção de novos conhecimentos".

Para a efetivação de tais benefícios aos professores no que tange à geração e recomposição de saberes, é primordial que a formação contínua seja um "processo dinâmico pelo qual os professores, no exercício de sua prática profissional, através de palestras, seminários, cursos, oficinas ou outras propostas, vão adequando sua formação às exigências do ato de ensinar" (LOPES, 2006, p. 140). O mesmo autor complementa afirmando que

> Existem diferentes formas de formação continuada, havendo, nesta modalidade de formação, uma clara preocupação em preencher lacunas da formação inicial com vistas ao desenvolvimento profissional e pessoal de professores, apontando, assim, uma ação transformadora no desenvolvimento da prática pedagógica desses agentes (Ibidem, p. 141).

Neste sentido, é válido salientar que a formação continuada precisa estar focada intrinsecamente na reflexão, discussão e elaboração de estratégias pedagógicas que contribuam para o processo de aprendizagem dos alunos (BRITO, 2006). Nas palavras de Destro (1995, p. 27), "o que devemos considerar de vital importância é ter sempre presente que a educação continuada não é apenas transmissão de conhecimentos científicos, mas também, de atitudes em relação à utilização desses conhecimentos".

De fato, a formação continuada não pode estar inteiramente interessada em explorar conhecimentos científicos. Compete a esses momentos de estudos a participação e a resolução de situações pedagógicas por parte dos professores a fim destes operarem com os distintos conhecimentos que, necessariamente, precisam ser trabalhados no âmbito escolar. Dessa forma, os participantes sanarão dúvidas e dificuldades em relação aos conhecimentos que precisam adquirir para planejar e desenvolver momentos de aprendizagem em sala de

aula com os alunos. Esses benefícios são corroborados por Morais (2010, p. 35) quando pontua que

> O professor não possuindo conhecimentos sólidos da disciplina, provavelmente terá dificuldades para criar as situações de aprendizagem que deverão ser propostas em sala de aula. É possível também que esta dificuldade seja transportada para a análise das respostas dadas pelos alunos às situações. No entanto, essas dificuldades podem ser superadas e aponto como um dos caminhos, a participação em cursos de formação continuada.

Em relação aos poucos conhecimentos matemáticos que um grupo significativo de professores possui, destacamos os números racionais, especificamente as quatro operações fundamentais (adição, subtração, divisão e multiplicação). Muitos desses profissionais apresentam dificuldade em compreendê-los, o que acarreta problemas nos processos de ensino e aprendizagem, haja vista "que a construção do conceito dos números racionais, em especial os de frações não ocorre de maneira natural. Necessita de uma abordagem que leve a uma construção significativa desse importante conceito matemático" (SILVA, 2012, p. 13).

No entanto, a ênfase desse processo de aprendizagem está nos algoritmos e no treinamento mediante a resolução de listas de exercícios, normalmente extraídas de livros didáticos. Silva (Ibidem), em seu estudo, efetivado por intermédio de uma pesquisa bibliográfica, com o objetivo de oferecer subsídios aos processos de ensino e aprendizagem das quatro operações envolvendo as frações, salienta, ao analisar os livros didáticos, que a maioria destes

> [...] inicia as operações da adição e subtração com um problema envolvendo parte-todo e apresenta primeiro, operações que envolvem frações com denominadores iguais e depois uma regra para somar frações com denominadores diferentes. A multiplicação é apresentada primeiramente envolvendo dobro e triplo de números fracionários, e finalizando com a apresentação da regra para a multiplicação de dois números fracionários. A divisão é apresentada pela regra seguida de vários exercícios de aplicação dessa regra: repete a primeira fração e multiplica pelo inverso da segunda fração (Ibidem, p. 36-37).

O mencionado autor, ao citar as operações de adição e subtração, afirma a existência de uma regra – o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) - para resolvê-las. Esse procedimento é usado para a soma ou a subtração entre números racionais com denominadores diferentes. No entanto, Damico (2007, p. 90) frisa que a utilização de tais algoritmos para a resolução das operações ocasiona dois problemas:

> (a) baixo rendimento no manejo dos algoritmos; (b) desvinculação entre a situação-problema e a realização da operação mediante o

> algoritmo correspondente. Tendo isto em conta, seria importante refletir sobre a forma como estes algoritmos estão sendo utilizados em sala de aula.

Consequentemente, uma formação continuada viabiliza que tais implicações metodológicas possam ser discutidas e reformuladas entre os professores participantes. Neste sentido, é importante salientar que, nesses encontros de estudo, é possível ressaltar para os professores "a ideia de que no processo de ensino o algoritmo seja o resultado final, a síntese da evolução das estratégias pessoais conquistadas a partir de resolução de problemas contextualizados e significativos para os alunos" (DAMICO, 2007, p. 92).

Assim, antes de efetivar situações de aprendizagem que viabilizem a aplicação dos algoritmos, é imprescindível engendrar outras estratégias metodológicas, nas quais haja obrigatoriamente "um fundamento suficientemente concreto e natural para a operação" (DAMICO, 2007, p. 89) em estudo.

Desse modo, pensar a formação continuada de professores implica, sobretudo, refletir sobre os aspectos citados anteriormente, bem como ofertar momentos para que os docentes possam versar discussões acerca dos saberes oriundos do seu próprio exercício profissional (BRITO, 2006). Isso posto, mencionamos que o projeto de pesquisa e a formação continuada, aqui explicitados, não estão interessados em evidenciar aspectos referentes à escola, mas, efetivamente, proporcionar momentos de aprendizagem aos docentes que lecionam nos educandários vinculados ao referido projeto.

Inspirados nesses referenciais teóricos, apresentamos a metodologia e os caminhos percorridos durante o terceiro encontro da formação continuada, focado no estudo dos números racionais, elaborado no âmbito do programa de pesquisa mencionado anteriormente. Aliados a isso, expomos alguns resultados emergentes da referida formação continuada.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E ALGUNS RESULTADOS EMERGENTES

Como mencionado anteriormente, o foco deste artigo está em engendrar discussões acerca do terceiro e último encontro da formação continuada. Esta buscou discutir, analisar e compreender as quatro operações fundamentais envolvendo os números racionais, efetivada nos seis educandários vinculados ao Projeto Observatório da Educação com professores que atuavam nesses espaços escolares. Os encontros foram ministrados por bolsistas de mestrado, de graduação e por professores da Instituição à qual o referido projeto está vinculado e aconteceram nas dependências de cada escola, em horários pré-agendados, normalmente após o expediente escolar, com duração de, aproximadamente, duas horas. Todos foram gravados em áudio e, posteriormente, transcritos para a efetivação da análise qualitativa dos dados coletados.

Desses encontros, participaram professores que lecionavam nos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental de distintas áreas do conhecimento. Inicialmente, cada participante recebeu um roteiro com as atividades que seriam exploradas naquele período de tempo. Especificamente, neste texto, citamos algumas das situações desenvolvidas com os docentes, ou seja, três das cinco atividades citadas no roteiro.

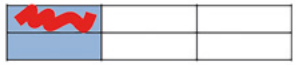
Primeiramente, explorou-se uma atividade na qual os professores operaram com conceitos fracionários envolvendo as operações de multiplicação (Figura 1).

Figura 1. Atividade envolvendo a multiplicação de números racionais

ATIVIDADE 1: Dobradura para representar a multiplicação

a) Para representar $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$.

Pegar um retângulo e dividi-lo em três partes iguais, pintando uma das partes. Em seguida, dobrar os terços ao meio, pintando uma das partes colorida anteriormente com uma cor distinta. Assim, teremos partes do todo preenchidas com duas cores.



b) $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$.

c) $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$.

d) $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3}$

e) $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$

f) $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$

Fonte: Das autoras, 2015.

Com o uso de dobraduras, os participantes realizaram a atividade acima. Damico (2007, p. 93) salienta que o "conhecimento sobre divisão, isto é, o processo de dividir um todo ou unidade em partes de tamanho iguais, pode prover uma fundamentação propícia ao desenvolvimento da compreensão, pelos estudantes, sobre a multiplicação de frações".

No entanto, os professores compreendiam apenas o algoritmo da multiplicação, em que se multiplica o numerador de uma fração pelo da outra, adotando-se o mesmo procedimento com relação ao denominador. O fato é que os docentes têm ensinado aos alunos a regra – algoritmo - para ser aplicada na resolução dos problemas e em outras atividades. Aqueles relataram que, em sala de aula, ofereciam apenas situações de aprendizagem vinculadas diretamente

à exploração dos números fracionários de forma mecânica, sem engendrar representações concretas dos números racionais, como mostra o excerto abaixo:

Bolsista do projeto: *A gente ensina diretamente os números, mas não pela representação. É traumatizante.*
Professor participante: *Tudo mecanicamente.*
Professor participante: *Imagina a dificuldade para o aluno para compreensão.*

Dando continuidade ao encontro de formação, os professores também operaram com conceitos de divisão de frações. Entretanto, antes de iniciar a atividade proposta no roteiro, oportunizamos - lhes um momento para a socialização das suas ideias prévias referentes aos conceitos de divisão. A professora pesquisadora, que coordenava o encontro, indagou-os acerca de como resolviam uma operação de divisão. Rapidamente, uma participante, referindo-se ao algoritmo da divisão, respondeu:

Bolsista do projeto: $^1/_2$ divido por $^3/_5$, como se divide frações?
Professor participante: *Copia a primeira, inverte...*

Para os participantes, o procedimento mais utilizado para resolver as divisões entre frações estava centrado na aplicação do algoritmo. No entanto, na formação, exploramos outra maneira de compreender o conceito de divisão (Figura 2), na qual se trabalhou a ideia do "quantas vezes cabe?".

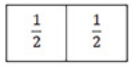
Figura 2. Explorando o conceito de divisão entre frações

ATIVIDADE 3: Quantas vezes cabe?

Podemos encontrar o resultado de uma divisão verificando quantas vezes um número cabe no outro. Assim para resolver, pergunta-se:

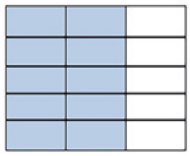
Exemplo 1: Quantas vezes $\frac{1}{2}$ cabe em 1 inteiro? Resposta cabe 2 vezes

$1 \div \frac{1}{2}$



Exemplo 2: Quantas vezes $\frac{2}{5}$ cabe em $\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3} \div \frac{2}{5}$



$\frac{2}{5}$ são 6 pedaços, então cabe 1 vez e $\frac{4}{6}$.

$\frac{2}{3} \div \frac{2}{5} = 1\frac{4}{6} = \frac{10}{6}$

Exemplo 3: Quantas vezes $\frac{1}{5}$ cabe em $\frac{1}{2}$?

Resolver, utilizando desenhos:

a) $2 \div \frac{2}{5}$
b) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{5}$
c) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$
d) $\frac{4}{6} \div \frac{2}{3}$

Fonte: Atividade modificada de Iezzi, Dolce e Machado (2000).

O método de divisão, exemplificado na atividade acima, também é citado por Damico (2007, p. 95):

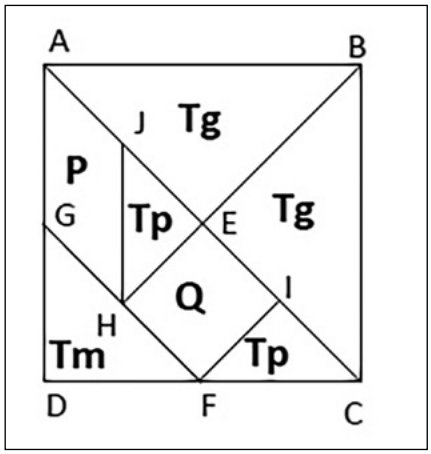
> O apelo visual para a construção da ideia de divisão de frações nem sempre é muito fácil. No entanto, é perfeitamente possível trabalhar com frações que resultem em quociente de fácil interpretação, como no caso: $^2/_3 : {}^1/_6$. Neste caso, a questão é descobrir quantas vezes $^1/_6$ de um dado todo cabe em $^2/_3$ deste mesmo todo.
>
> 
>
> $^2/_3 : {}^1/_6 = 4$
>
> 
>
> A ilustração mostra que $^1/_6$ cabe 4 vezes em $^2/_3$.

No momento em que a situação de aprendizagem, denominada "Quantas vezes cabe?", foi concluída, os professores relataram a vantagem de operar com esse tipo de atividade, no espaço escolar, a divisão entre frações:

Professor participante: *Eu nunca aprendi assim.*
Professor participante: *Se sente mais segura, não é mais um bicho papão.*
Professor participante: *Aprendi frações com material concreto.*

Além da multiplicação e da divisão, operou-se também com conceitos relacionados ao ensino das operações de adição e subtração entre números racionais. Para compreender tais conceitos, usaram-se, como apoio, as peças do Tangram (Figura 3). Este é um jogo milenar formado por sete peças (cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo) e utilizado especialmente para explorar geometria.

Figura 3. Imagem do Tangram



Fonte: Das autoras, 2015.

No entanto, com as peças de tal jogo, é possível explorar as frações equivalentes, haja vista que o Tangram completo representa o inteiro. Consequentemente, o triângulo maior (Tg) expõe $^{4}/_{16}$ ou $^{1}/_{4}$ deste. Logo, $^{4}/_{16}$ e $^{1}/_{4}$, expressam a mesma parte do inteiro, sendo então consideradas frações equivalentes.

Pensando nisso, elaborou-se uma atividade com foco no Tangram e, assim sendo, nas frações equivalentes visando trabalhar as operações de subtração e adição. Primeiramente, cada participante construiu seu Tangram para, logo após, usá-lo, como apoio, na resolução da seguinte situação de aprendizagem (Figura 4):

Figura 4. Explorando a adição e a subtração entre números racionais

1)Manipulando as peças do Tangram indicar, em frações, a área das figuras abaixo:

a) Utilizando Tg, Tg, Tp,Tp e Tm



b) Utilizando Tg, Tp, Tp e P



c) Utilizando Tg, Tp, Tp e Q



d)Utilizando Tg, Tg, Tp, Tp e Q



2) Utilizando as mesmas figuras da atividade anterior, qual será a área do Tangram que restará nas alternativas a,b,c, d? Dê a resposta em fração.

Fonte: Das autoras, 2015.

Durante a efetivação da atividade acima, ocorreram diversos diálogos entre o bolsista do projeto, que coordenava a formação, e os professores participantes, que necessitaram verificar, passo a passo, as frações equivalentes presentes na figura do Tangram, como mostra o excerto a seguir:

Bolsista do projeto: O Tangram tem sete peças, tendo dois triângulos grandes que é o QG que vamos usar para começar. A gente tem um triângulo médio aqui no ladinho que vai ser o médio, têm dois triângulos pequenos, um quadrado e um paralelogramo. Agora vamos pensar o triângulo grande que fração representa do meu quadrado inteiro? O meu inteiro é esse quadrado maior.

Professor participante: $^1/_4$.

Bolsista do projeto: Então, escrevam $^1/_4$ para um deles. Todo mundo concorda que é $^1/_4$? Se eu juntar os dois, o que vai dar? Se vocês juntarem esse $^1/_4$ com esse $^1/_4$, o que vai dar?

Professor participante: *Um quadrado?*

Bolsista do projeto: Se eu juntar com esses dois triângulos grandes, vai dar $^1/_2$ da minha figura toda, certo? O triângulo médio é esse aqui que vocês têm; ele representa o que no todo de vocês?

Professor participante: $^1/_8$ *?*

Bolsista do projeto: Será que é $^1/_8$? Como vocês vão me provar isso? O triângulo médio.

Professor participante: *Dois pequenos eu acho que...*

Bolsista do projeto: Eu quero médio, não quero pequeno.

Professor participante: $^1/_8$.

No diálogo acima, verifica-se a dificuldade de os professores participantes reconhecerem as frações equivalentes no âmbito das figuras geométricas que formam o Tangram. Mediante as dúvidas, respondiam e questionavam as indagações realizadas pela professora coordenadora da formação.

Dessa forma, é relevante mencionar que a maioria relatou que resolvia as operações de adição e subtração com números fracionários utilizando a regra do MMC e que não conhecia outra maneira de explorar tais conceitos no âmbito escolar.

Damico (2007), em estudos efetivados acerca de trabalhos que enfatizam as operações elementares com os números racionais, cita as pesquisas de Baker (1994) e Mack (1990), relatando que tais autores sugerem que,

> [...] se as crianças entenderem o conceito de equivalência, elas terão condições de construir soluções para situações-problema que envolvem adição e subtração de números racionais sem nenhuma instrução formal. O fato é que eles reconhecem que as crianças têm que somar ou subtrair com base em uma mesma unidade e as crianças são suficientemente proficientes na obtenção de frações equivalentes, encontradas a partir de frações com denominadores comuns (DAMICO, 2007, p. 90).

Nesse sentido, mencionamos a importância de explorar a adição e a subtração de números racionais partindo de situações de aprendizagem centradas em frações equivalentes, sem, necessariamente, operá-las com o uso de regras.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do que até aqui explicitamos, muitas poderiam ser as ênfases dadas para as considerações finais. Escolhemos abordar duas. A primeira aponta para a produtividade de aliar discussões com os docentes envolvidos na formação. Ao se afastar da ideia de que aos pesquisadores da Universidade deve ser concedida a "permissão" para dizer o que é correto abordar em sala de aula e aos docentes da Escola Básica caberia ouvir e abordar tais ideias em sala de aula, efetivaram-se muitas discussões que perpassaram aspectos considerados, pelo grupo, como teóricos e práticos no âmbito do Ensino de Matemática. Um destes aspectos é, precisamente, o segundo item que queremos aqui explorar. Trata-se de problematizar, com os docentes participantes, como a maciça utilização dos algoritmos pode ser um entrave nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, em especial quando envolvem números racionais. Nesse sentido, o grupo concordou com Lopes (2008, p. 4), quando menciona que um dos problemas graves, vinculado ao ensino dos números racionais, "é a prescrição de regras e macetes para realizar operações".

Portanto, salientamos que outras situações de aprendizagem podem ser viabilizadas, o que levaria os professores a perceberem a existência de diferentes possibilidades de trabalhar com êxito os conceitos fracionários, sem necessariamente imbricar "definições prontas, nomenclatura obsoleta e pseudoproblemas sobre pizzas e barras de chocolates" (Ibidem, p. 7).

Cabe destacar que o grupo de pesquisa considerou essa proposta ao planejar e elaborar o terceiro encontro da formação continuada. No planejamento dos roteiros, as atividades com conceitos pré-definidos e problemas matemáticos usualmente citados em livros didáticos de Matemática foram ignorados, cedendo espaço às situações de aprendizagem citadas neste texto, capazes de oferecer "aos alunos as possibilidades de exercício de pensamento matemático autêntico" (Ibidem, p. 21).

REFERÊNCIAS

BERNSTEIN, T. C.; MACCALI, L.; GIONGO, I. M.; QUARTIERI, M. T.; REHFELDT, M. J. H.; SALDANHA, D. Aprendendo e ensinando sobre frações em formações continuadas de docentes da Escola Básica. In: MOSTRA DE ENSINO, EXTENSÃO E PESQUISA, XVII, 2015, Lajeado, Rio Grande do Sul. **Anais...** Lajeado, 2015, 1 p. Disponível em: <https://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/156/pdf_156.pdf>. Acesso em: 07 mai. 2016.

BRITO, A. E. Formar professores: rediscutindo o trabalho e os saberes docentes. In: SOBRINHO, J. A. de C. M.; CARVALHO, M. A. de (Orgs.). **Formação de professores e práticas docentes:** olhares contemporâneos. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 41-53.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental.** 2007. 316 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

DESTRO, M. R. P. Educação continuada: visão histórica e tentativa de conceitualização. In: **Cadernos CEDES:** Educação Continuada. 1. ed. n. 36. Campinas: Papirus, 1995.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade 5ª série.** São Paulo: Atual, 2000.

LOPES, M. do S. L. A formação continuada nas palavras dos autores. In: SOBRINHO, J. A. de C. M.; CARVALHO, M. A. de (Orgs.). **Formação de professores e práticas docentes:** olhares contemporâneos. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 139-152.

LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Bolema**, São Paulo, n. 31, p. 1 a 22, 2008.

MORAIS, E. C. **Ensinar-aprender frações em um curso de formação continuada para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** conhecimentos e dificuldades evidenciadas. 2010. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

QUARTIERI, M. T.; GIONGO, I. M.; REHFELDT, M. J. H. Análise de resultados de provas simuladas de matemática no Ensino Fundamental. In: SEMINÁRIO INSTITUCIONAL DO PIBID UNIVATES E SIMPÓSIO NACIONAL SOBRE DOCÊNCIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA, V. E III., 2015, Lajeado, Rio Grande do Sul. **Anais...** Lajeado, 2015, 1 p. Disponível em: <https://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/130/pdf_130.pdf>. Acesso em: 06 mai. 2016.

SILVA, A. J. da. **Números Fracionários:** Uma Discussão sobre a História, o Ensino, os Significados e as Operações. 2012. 56 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual de Goiás, Anápolis, 2012.

APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA POR MEIO DA INTEGRAÇÃO DA FÍSICA À MATEMÁTICA

Jacy Pires dos Santos[1]
Marli Teresinha Quartieri[2]

Resumo: Este trabalho pretende socializar resultados de uma intervenção pedagógica que teve o intuito de contribuir com o entendimento do conceito de função quadrática. Para isso, foram usadas atividades experimentais vinculadas à Física, como recurso alternativo para a compreensão e aprendizagem do conceito de função quadrática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, caracterizada como estudo de caso, que envolveu trinta alunos, do 1º ano do Ensino Médio, de uma escola pública em São Luís – Maranhão – Brasil. Os procedimentos de coleta de dados envolveram observação dos participantes em sala de aula, depoimentos dos alunos e suas anotações no caderno, bem como a autoavaliação da prática. Constatou-se que houve indícios de reorganização do pensamento, possibilitada pelo uso da experimentação, uma vez que os alunos apresentaram novas compreensões sobre função quadrática. Ademais, a atividade experimental proporcionou a participação efetiva dos alunos, desempenhando o papel de pesquisadores tornando-os construtores de seu próprio conhecimento.

INTRODUÇÃO

Em relação à Matemática, apesar de esforços dos professores quanto à maneira de ensinar, ainda é frequente, um modelo de ensino pautado em aspectos teóricos. Nesse enfoque, o professor fala e o aluno escuta, resultando, muitas vezes, em um ambiente desgastante e desmotivador. Nessa perspectiva, os alunos se deparam com aplicação de fórmulas sem a devida compreensão, causando frustração. Nesse cenário de aprendizagem se insere o conceito de função quadrática em que os discentes têm dificuldades de entendimento conceitual. Sobre isto, as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2008) recomendam que pode ser utilizado experimentos em sala de aula, para discutir a função quadrática relacionando-a com o Movimento Uniformemente Variado.

1 Mestra em Ensino de Ciências Exatas, professora de Matemática da rede estadual de ensino em São Luís, MA.

2 Doutora em Educação, professora de Matemática do Programa Mestrado em Ensino de Ciências Exatas e do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Univates.

Na tentativa de superar essa questão, buscamos estratégias de ensino oportunizando ao aluno lidar com dados reais na construção desse conceito. A esse respeito, optamos pelo ensino pela via experimental, que tem sido apontado como um recurso útil por promover aprendizagens nas Ciências. Nessa visão, o Referencial Curricular do Estado do Maranhão (2006, p. 145) aponta que "é necessário que o professor adote uma prática de ensino que aproxime o aluno dos conhecimentos de Matemática com o uso de metodologias práticas, ativas, laboratoriais que trabalhe casos concretos".

Diante do exposto, o propósito deste texto é o de analisar os resultados decorrentes do uso de atividades experimentais para construir o conceito de função quadrática. Para esse fim, a prática foi efetivada junto a uma turma de alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual no município de São Luís – Maranhão – Brasil. A intervenção pedagógica foi realizada em cumprimento a uma das etapas do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Univates, Lajeado/RS – Brasil. Durante a prática efetivada os alunos realizaram experimentação, construíram o modelo matemático com os dados emergentes do experimento e avaliaram a prática.

REFERENCIAL TEÓRICO

Ao conduzir as discussões referente às experimentações no ensino de Matemática, os PCNEM[3] (BRASIL, 1999) enfatizam que tais atividades fazem parte da vida, seja na escola ou no cotidiano das pessoas, e devem partir de um problema, de uma questão a ser respondida. Dessa forma, o professor orientaria seus alunos na busca de respostas, ou seja, as perguntas lhes oportunizariam elaborar hipóteses, testá-las, refletir sobre o significado dos resultados esperados, sobretudo, o dos inesperados, usar as conclusões para elaborar o conceito pretendido. Nesse sentido, o Referencial Curricular do Estado do Maranhão (2004, p. 121) alude que

> A prática de ensino por experimentos para a produção da aprendizagem Matemática significa a relação efetiva entre a teoría e a prática. O aluno receberá as relações entre os conceitos matemáticos, as fórmulas em que estes se manifestam, os símbolos e demais elementos em que estes são e conhecerá com significação o *corpus* dessa ciência, ao realizar a aprendizagem Matemática por atividades e experimentos práticos.

Aliado ao excerto, os PCNs (BRASIL, 1999) ressaltam que no Ensino Médio, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência que possui características próprias de investigação e linguagem. Nesse contexto, ressaltam a relevância do conceito de função que agrega conhecimentos

3 PCNEM: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.

que podem ser aplicados na Matemática e possui papel integrador com as demais Ciências. Contudo, é importante investigar a concepção que se tem sobre a noção de função entendida e explicada pelos matemáticos:

> Em Matemática, se x e y são duas variáveis tais que para cada valor atribuído a x existe, em correspondência, um único valor para y, dizemos que y é uma função de x. O conjunto *D* de valores pode ser atribuído a x é chamado domínio da função. A variável x é chamada *variável independente*. O valor de y corresponde a determinado valor atribuído a x, é chamado imagem de x pela função e é representado por *f (x).* A variável y é chamada *variável dependente*, porque y assume valores que dependem dos correspondentes valores de x (IEZZI et al., 2001, p. 30).

Nesse sentido, aplicações de conteúdos de Cinemática se ajustam aos processos de compreensão do conceito de função quadrática. Desse modo, retratar características do Movimento Retilíneo nos remete a outro movimento, o Uniformemente Variado. Neste, o móvel se locomove com alterações na grandeza velocidade, determinada pela atuação de uma variável conhecida como aceleração. Em relação a essa ideia, Young e Freedman (2008, p. 47) afirmam que, no Movimento Uniformemente Variado, a

> equação $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_xt^2$, (somente para a aceleração constante), esta equação mostra que se para um instante inicial $t = 0$ a partícula está na posição x_0 e possui velocidade v_{0x}, sua nova posição em qualquer instante t é dada pela soma de três termos – a posição inicial x_0, mais a distância v_{0x} que ela percorreria caso a velocidade permanecesse constante, mais a distância adicional $\frac{1}{2}a_xt^2$ produzida pela variação da velocidade. Um gráfico da equação $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_xt^2$, quando a aceleração é zero, o gráfico xt é uma linha reta; quando a aceleração é constante o termo adicional $\frac{1}{2}a_xt^2$ para x em função de t encurva o gráfico para formar uma parábola.

Inspirados pelos referenciais até aqui expostos, na próxima seção trataremos do aspecto metodológico do estudo.

METODOLOGIA

Esta atividade é um recorte de uma intervenção pedagógica desenvolvida para a conclusão do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. O intuito foi investigar o uso de atividades experimentais no aprendizado do conceito de funções. Assim, neste artigo serão discutidos algumas ações efetivadas para o estudo da função quadrática. As aulas foram planejadas em

encontros com duração de noventa minutos (duas horas/aulas). No Quadro 1 aparecem, as atividades que serão discutidas neste capítulo[4].

Quadro 1 – Detalhamento das atividades da prática pedagógica

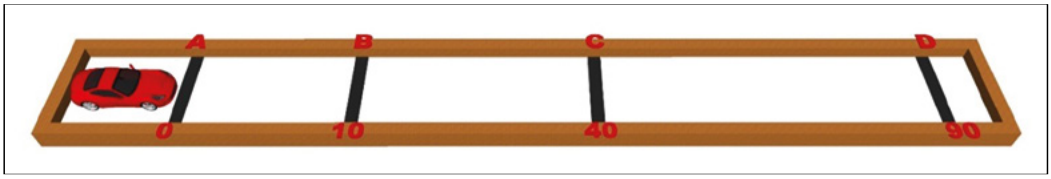
Aula	Objetivos	Atividades
Prática: Trajetória de um carro por uma estrada ilustrativa.	Explorar os dados e descobrir o modelo matemático da função quadrática. Avaliar a prática efetivada.	Realização da prática; elaboração do modelo matemático da função quadrática e avaliação da atividade por meio de respostas duas perguntas.

Fonte: Das autoras, 2015.

A natureza da pesquisa foi qualitativa vinculada ao estudo de caso, pois nessa perspectiva o pesquisador colhe as informações, diagnostica separadamente e constroi explicações sobre o campo empírico estudado (YIN, 2010). Tomamos como instrumentos de coleta de dados para análise, as anotações realizadas no caderno do aluno, bem como as gravações em vídeo e áudio para posterior análise.

Para que a atividade ocorresse foi reservado alguns minutos que precederam a aula para organizar o ambiente. As carteiras e cadeiras foram agrupadas em forma de bancadas, num total de 5 grupos com seis participantes cada. Os equipamentos, conforme visualizado na Figura 1, foram devidamente colocados nos grupos.

Figura 1 – Equipamento projetado para a prática de um carrinho numa estrada ilustrada



Fonte: Adaptado de Doca et al. (2011).

Além desse recurso, outros materiais foram entregues, tais como cronômetros, carrinho de controle, régua, lápis, borracha e papel A_4. Ainda no planejamento desse experimento, foi elaborado um roteiro que servisse de guia para que cada educando acompanhasse com os demais colegas as etapas da prática. No Quadro 2, encontra-se a reprodução do que lhes foi distribuído nesse dia.

4 As demais atividades de investigação com o foco no aprendizado do conceito de função podem ser conferidas na Dissertação de Mestrado disponível em <http://hdl.handle.net/10737/1159>.

Quadro 2 – Roteiro da atividade experimental

1. Um aluno colocará o carro na posição A do percurso e de posse do controle remoto comandará o movimento na estrada até o ponto D.
2. Três participantes farão a cronometragem do tempo do deslocamento do carro ao passar pelos marcos indicados na estrada, comunicando-se com outro colega os registros dos dados.
3. O grupo realizará o experimento até três vezes e, dependendo da necessidade, poderá fazer mais tentativas.
4. De posse dos tempos t (segundos) e posições s (centímetros), correspondentes, um aluno preencherá o quadro a seguir:

t (s)				
s (cm)	A (S_0=0)	B (S_1=10)	C (S_2=40)	A (S_3=90)

5. Construção do modelo matemático.
6. Responder a perguntas de autoavaliação da prática.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Apoiados nas orientações, os participantes vivenciaram a atividade experimental na obtenção de dados. Durante a prática, refletiram sobre conceitos de Física, como "velocidade", "aceleração", "espaço percorrido". Tais termos conferiram sentido ao conceito de função horária do experimento físico associado ao conceito matemático de função quadrática.

ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS ALCANÇADOS

Ao verificarmos que as equipes se prepararam para iniciar a tarefa com rapidez, a sensação do dever cumprido foi enorme, especialmente por constatarmos que realizavam as leituras dos procedimentos impressos, além de identificar o olhar curioso da maioria nos momentos da experimentação. Nesse sentido, Nacarato e Santos (2014, p. 22) discorrem que "O movimento de elaboração conceitual pelos alunos pode se dar a partir de tarefas propostas pelo professor, considerando o tempo de aprendizado de cada um. Os significados e os sentidos circulam pelas diferentes esferas de comunicação na sala de aula".

Assim, foi aprazível observar que, à medida que as reflexões avançavam, os grupos partilhavam as primeiras ideias surgidas durante o experimento, o que pode ter sido indícios de que compreenderam o significado dos dados gerados por meio da tarefa. A organização é outro aspecto merecedor de destaque: entre os componentes de cada equipe, foram escolhidos três cronometristas, um controlador de carro e um responsável pelas anotações do carrinho quando este passava pelas marcações indicadas na estrada ilustrativa.

No início do experimento, como o carrinho era conduzido por controle, e os controladores não estavam habituados a manuseá-lo, enfrentaram alguns problemas. Entretanto, a euforia e as discussões eram enormes, comprovadas pelos diálogos por eles estabelecidos "Já vi um carrinho como este no livro

de Física, agora eu quero ver na prática como vai se chegar a uma função do segundo grau"! (A17)[5] e "Professora, uma coisa é estudar o assunto na teoria, outra coisa é ver na prática. Juntar essas duas coisas é difícil" (A30). Sobre essas asserções, ressaltamos que, além de ensinar aos alunos o manuseio dos recursos, é imperioso fazê-los compreender que essas ferramentas facilitam a compreensão da coleta de dados.

Finda a atividade experimental, os grupos organizaram os registros em que foi possível esquematizar a velocidade média e aceleração por meio das expressões $V_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ e $A_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (YOUNG; FREEDMANN, 2008, p. 36). No Quadro 3, encontra-se o que foi produzido pelo (Grupo 3)[6].

Quadro 3 – Cálculos realizados pelo Grupo 3

Posição (cm)	Tempo (s)	Velocidade média (V_m)	Aceleração (A_m)	Par ordenado (x;y)
A ($S_0 = 0$)	0	0	0	(0;0)
B ($S_1 = 10$)	1	10	10	(1;10)
C ($S_2 = 40$)	2	30	20	(2;40)
D ($S_3 = 90$)	3	50	20	(3;90)

Fonte: Acervo do trabalho em grupo.

Diante dos valores encontrados e por meio dessa sequência de dados, iniciaram a discussão de como estes poderiam ser utilizados na função horária do Movimento Uniformemente Variado. Em relação a esta ideia, Young e Freedman (2010, p. 47) afirmam que a "equação $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$, (somente para a aceleração constante), com $t = 0$ a partícula está na posição x_o e possui velocidade v_{ox}, sua nova posição em qualquer instante t é dada pela soma de três termos". A partir dessa relação os alunos adotaram o x_o (espaço inicial) e v_{ox} (velocidade inicial), ambos iguais a zero, e $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 10$.

Passada essa fase, os estudantes deveriam apontar a função matemática que regia o experimento e conceituar a função quadrática. Para realizar essa tarefa, visando a apropriação desse conceito, orientamos a discussão acerca do que Iezzi et al. (2011, p. 114) intitulam de "função quadrática ou função polinomial de 2º grau, qualquer f de R em R dada por uma lei da $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais com $a \neq 0$" com os termos da função $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$.

5 Os alunos serão nomeados por A1, A2, A3, … para manter sigilo.

6 Por questão de limitação de páginas neste artigo será transcrita apenas a produção do Grupo 3.

Questionados acerca de que se o experimento refletia uma função quadrática, os grupos concordaram. E, ao realizarem as mudanças, variaram os parâmetros da função $s = at^2$, associando "y" a "s", "a" a "a" e "x" a "t"; especificando que o valor de "y" é proporcional ao quadrado de "x" na relação conhecida por $y = ax^2$, definindo uma função de segundo grau incompleta com $a \neq 0$, onde "a" é uma constante e depende da natureza do problema.

Com essa discussão, percebemos que conseguiram descrever que o deslocamento do carro na pista ilustrada dependia da aceleração que é uma grandeza que controla a velocidade. Também fez parte da atividade a articulação dos dados empíricos quando fizeram a comparação de $s = y$; $s_0 = c$, $v_0t = bx$ e $\frac{at^2}{2} = ax^2$, bem como $s_0 = c = 0$, $v_0 = b = 0$ e $\frac{a}{2} = a = 10$, originado a função $y = 10x^2$. Mediante essa análise transitaram pelo conceito de função quadrática.

Considerando a importância de conhecer as concepções dos alunos acerca da atividade experimental, efetivamos uma autoavaliação com a turma. Assim, procuramos indícios da contribuição das atividades experimentais na construção do conhecimento durante as aulas de Matemática, motivo pelos quais as transcrevemos.

Em relação à questão "O que você achou da aula?", as percepções se diversificaram: "Boa. Foi uma forma diferente de aprendermos sobre função. O modo tradicional dos livros não suporto" (A3), "Uma aula diferente para ensinar o conceito de função através da Física" (A12) e "A aula foi muito boa. Foi utilizado o método da experimentação no aprendizado de função" (A22). Nesse sentido, 100% conferiram sentido à compreensão do conceito de função quadrática. Foi gratificante acompanhar o desenvolvimento dos alunos, suas descobertas nos cálculos utilizados, enfim, o aprendizado de cada um deles e os passos percorridos nas aulas trabalhadas. Skovsmose (2014, p. 44) enfatiza [...] quando há um encontro com a intencionalidade do aprendiz e a proposta da atividade, uma gama de sentidos se abre. Muitas surpresas podem estar nesse leque [...]".

Quanto à pergunta "Na atividade prática você realizou, qual a relação entre o experimento e a Matemática", constatamos que a minoria (10%) preferiu não se posicionar a respeito. Entretanto, 90% apresentaram respostas expondo seus entendimentos. As manifestações comprovam a afirmação: "A experiência representou uma função parecida a da matemática. Só mudou o sentido" (A14) e "Para mim, o experimento revelou função o tempo todo. A matemática ajudou nos cálculos" (A27). Nesse momento é valido refletir sobre a verbalização de Pietrocola (2013, p. 127):

> A capacidade de produzir ideias e organizá-las à tutela da razão e da experimentação está na base de todo o conhecimento. Esta, por sua vez, é uma das habilidades fundamentais do cientista. Ser capaz de imaginar situações pelas ideias científicas é sua principal virtude. É

pela imaginação que ele passa os casos particulares estudados e atinge os níveis mais gerais do conhecimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo investigar se o uso de atividades experimentais como ferramenta auxiliaria na construção do conceito de função quadrática a partir dos conhecimentos da Física. Destacamos que a exploração desse conceito em sala de aula e as atividades de experimentação concorreram para o entendimento desse conceito. Os dados emergentes do experimento auxiliaram na compreensão dos termos "variação" e "dependência", noções presentes nos simbolismos que formalizam tal conceito. Assim, o de função centrou-se na correspondência da variável dependente f(x) com a denominada variável independente (x).

Constatamos que as atividades experimentais proporcionaram aulas mais dinâmicas, com questionamentos importantes, desencadeando diversas discussões, as quais contribuíram para a compreensão do conceito de função quadrática. A construção deste conceito, a partir do experimento físico, tornou-se elemento motivador em relação à disciplina Matemática. Além disso, os alunos apontaram, na autoavaliação, que por meio de experimentos, houve melhor entendimento do conceito de função, pois ocorreu mudança de estratégia de ensino.

Ao longo da realização das aulas, os discentes desempenharam o papel de pesquisadores, tornando-se agentes da construção do próprio conhecimento, uma vez que exploraram conceitos físicos e matemáticos, formulando generalizações a partir das experiências, além das contidas nos livros didáticos. E, ao concluir, asseguramos que não tivemos a pretensão de esgotar qualquer reflexão acerca do conceito em questão, pois ainda há muito que pesquisar em relação ao tema função.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF, 1999.

_____. Ministério da Educação. **Orientações curriculares nacionais para o ensino médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. BRASILÍA: MEC/ SENTEC, v. 2, 2008. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em 12 set. 2014.

DOCA et al. **Conecte Física:** mecânica. 2. ed. São Paulo, SP: Ática, 2011.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática**: ciências e aplicações. São Paulo: Atual, v. 1, 2001.

IEZZI. Gelson et al. **Conect**: matemática ciência e aplicações. 1. ed. São Paulo, Atual. v. 1, 2011.

MARANHÃO. **Referenciais Curriculares**. Ensino Médio do Estado do Maranhão. São Luís, 2004.

_____. Secretaria de Estado da Educação. **Referenciais Curriculares**: Ensino Médio. São Luís, 2006.

NACARATO, Adair M., SANTOS, C. A. **Aprendizagem em Geometria na educação básica**: a fotografia e a escrita na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

PIETROCOLA, Maurício Curiosidade e imaginação – os caminhos do conhecimento nas ciências, nas artes e no ensino. In: Carvalho, A. M. P. de (Org.). **Ensino de Ciências**: unindo a pesquisa e a prática. São Paulo: Cengage Learning, 2013, p. 119-133.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática**. Campinas: Papirus, 2014.

YOUNG, H.D., FREEDMAN, R.A. **Física I**: mecânica. São Paulo: Pearson, 2008.

YIN, Robert K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. Porto Alegre: Bookman, 2010.

A EXPLORAÇÃO DE ATIVIDADES MATEMÁTICAS POR MEIO DE PADRÕES GEOMÉTRICOS

Ayrton Góes de Magalhães[1]
Wolmir José Böckel[2]
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt[3]

Resumo: A presente proposta de atividades foi realizada com alunos do Ensino Fundamental em uma escola localizada no município de Santana, Estado do Amapá. O objetivo consistiu em explorar atividades com padrões geométricos. Entende-se que, por meio deles, é possível iniciar a representação algébrica, introduzindo, assim, o pensamento algébrico, de forma natural. O embasamento teórico está alicerçado em Lins e Gimenez (2006) e Vale e Pimentel (2009). As atividades foram desenvolvidas com oito alunos, selecionados de uma turma com 34 alunos do 7º ano, que participaram em turno oposto a aula das atividades, de forma voluntária. Os resultados evidenciaram que a maioria dos alunos consegue identificar e desenhar os elementos que completam uma sequência, porém apresentam dificuldades na identificação e na escrita de generalizações. Ainda assim, os alunos demonstraram interesse pelas práticas e têm consciência da necessidade de compreender a matemática, em particular, atividades diferenciadas para iniciar as representações algébricas.

Palavras-chave: Generalização. Álgebra. Ensino Fundamental.

CONTEXTUALIZAÇÃO

Muitos professores se preocupam com a quantidade de conteúdos e tendem a mostrar a Matemática como algo acabado e moldado, aplicando um número significativo de exercícios repetitivos, sem contexto e desconectados da realidade dos alunos. Isso ocorre, em especial e de forma recorrente, no ensino da álgebra. Em geral, ela é escrita por meio de expressões algébricas que têm pouco sentido para os alunos, pois dificilmente eles entendem o significado daquela representação.

Ademais, o que se observa, atualmente, é que a aritmética e a álgebra são exploradas separadamente. Nos Anos Iniciais, habitualmente, é ensinada

1 Mestre em Ensino de Ciências Exatas – Univates/RS.

2 Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, na Universidade Vale do Taquari - Univates.

3 Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, na Universidade Vale do Taquari – Univates.

somente a aritmética. Segundo Silva (2007), apesar de saber que, para o desenvolvimento do pensamento aritmético trabalham-se intuitivamente noções de álgebra, em termos gerais, a álgebra é trabalhada somente nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Desta forma, a transição da aritmética para a álgebra não se processa de forma natural, promovendo rupturas no aprendizado dos alunos. De acordo com Linz e Gimenez (2006), o estudo da álgebra, da aritmética e da geometria compõem as bases da Matemática do Ensino Fundamental, em que o ensinar álgebra de forma diferenciada, pode facilitar a formação do pensamento algébrico no indivíduo. Ainda segundo os autores, no ensino da álgebra, qualquer procedimento técnico só pode ser compreendido pelo aluno a partir da produção de significados. Para Bormes, Rocha e Basso (2008, p. 42),

> é no 7º ano do Ensino Fundamental que se inicia esta nova fase e vem a aprofundar-se no 8º ano quando os alunos se deparam com procedimentos e técnicas totalmente novos e, geralmente, contraditórios aos conceitos e métodos aritméticos, com os quais estavam habituados nos anos anteriores de estudo.

No entanto, o pensamento algébrico pode ser iniciado anteriormente. Segundo Barbosa e Borralho (2009), as atividades que contemplam padrões apresentam-se como uma possibilidade para explorar e trabalhar as generalizações. Para Lopes (2012, p. 4, grifos dos autores):

> Normalmente quando se fala de padrão associa-se logo a padrões visuais tais como se vê em tecidos, papel de parede e peças de arte. O conceito de padrão não se encontra apenas nestes exemplos, o padrão é usado também quando se fala de uma **disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades**.

Neste artigo, elas serão utilizadas como disposição de formas e cores, e estarão relacionados às figuras geométricas.

Com relação aos padrões, Vale e Pimentel (2009, p. 11), embasados em Stacey e MacGregor (2001), ainda afirmam que "as tarefas baseadas na descoberta de padrões têm sido frequentemente recomendadas como um meio de introduzir a álgebra fundamentalmente devido à representação dinâmica das variáveis". Para as autoras, "a realização de tarefas que envolvem o estudo de padrões ajuda os alunos a perceber a 'verdadeira' noção de variável que, para a maioria, é apenas vista como um número desconhecido" (VALE; PIMENTEL, 2009, p. 11).

Diante deste contexto, compreende-se que as atividades com padrões podem ser uma alternativa metodológica para alunos desenvolverem o pensamento algébrico. Assim, o objetivo deste estudo é apresentar os resultados obtidos da exploração de duas das atividades realizadas com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Santana, no estado do Amapá. As referidas atividades integraram a dissertação de mestrado

do primeiro autor deste artigo, na área do Ensino de Ciências Exatas, da Universidade do Vale do Taquari, em Lajeado, Rio Grade do Sul.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

As atividades foram desenvolvidas com oito alunos selecionados, criteriosamente, por meio de um questionário, com relação ao gostar pouco ou muito de Matemática e tendo ou não, dificuldades com cálculos, dentre trinta e quatro de uma turma de 7º ano. As características de cada um deles estão no Quadro 1. Os responsáveis pelos alunos assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, possibilitando aos alunos participarem da pesquisa, bem como usarem suas imagens e respostas dadas aos questionamentos.

Quadro 1 – Alunos que participaram das atividades e suas características

Identificação dos Alunos	**Características atribuídas a elas por eles mesmos**
Aluno 6	Gosta muito de Matemática, tem muita facilidade de realizar cálculos.
Aluno 8	Gosta pouco de Matemática, pois, tem facilidade razoável para realizar cálculos.
Aluno 9	É a disciplina que mais gosta apesar de ter facilidade razoável para realizar cálculos.
Aluno 20	É a disciplina que mais gosta, pois tem muita facilidade para realizar cálculos.
Aluno 21	É a disciplina que menos gosta, pois, tem algumas dificuldades para realizar cálculos.
Aluno 28	É a disciplina que mais gosta, mas, tem algumas dificuldades para realizar cálculos.
Aluno 29	É a disciplina que mais gosta, embora tenha algumas dificuldades para realizar cálculos.
Aluno 33	É a disciplina que mais gosta e tem facilidade razoável para realizar cálculos.

Fonte: Autores do artigo.

As atividades foram realizadas individualmente e após cada atividade, ocorreu um momento para entrevista do professor pesquisador com os alunos possibilitando a correção, esclarecimento de possíveis dúvidas, confronto de estratégia de resolução e comentários pertinentes e relacionados ao padrão explorado.

Entende-se que a disponibilidade de um momento de diálogo com o aluno, individualmente, proporciona melhores resultados de avaliação, pois segundo Van de Walle (2009, p. 65):

> Essa é uma das oportunidades que você terá na lição para descobrir o que seus alunos sabem, como eles pensam e como eles estão

abordando a tarefa que você lhe deu. Você pode se sentar com um grupo e simplesmente escutar durante algum tempo, pode pedir a eles para explicar o que estão fazendo ou pode tomar notas. Se você quiser informações adicionais, experimente dizer: "Me conte o que você está fazendo", ou "você começou a multiplicar esses números, pode me dizer por que você está multiplicando?".

Após as entrevistas, as diferentes estratégias usadas pelos alunos foram escritas no quadro, uma após a outra. O objetivo foi fazê-los explicar as respostas encontradas e socializá-las com os colegas. Cabe ressaltar que neste trabalho, serão apresentadas somente duas das oito atividades propostas, pois optou-se pela profundidade na discussão dos resultados.

A primeira atividade (Figura 1) contemplou quatro subitens divididos em letras 1A, 1B, 1C e 1D, cada um com uma questão com duas figuras (triângulo e círculo) em uma sequência que se repetia indefinidamente.

Figura 1 – Atividade 1: determinar uma regra a partir da sequência de duas figuras geométricas repetidas

1 - Observe a sequência abaixo, descubra sua regra e continue desenhando nos locais assinalados pelos tracinhos. A seguir responda as perguntas.



1 A - Qual o 10° elemento da sequência?
1 B - Qual o 15° elemento da sequência?
1 C - E o 48° elemento?
1 D - Como você descreveria a regra da formação desta sequência?

Fonte: Os autores.

A outra atividade contemplou dois desafios (Figura 2). No desafio 1, composto pelos subitens d1A[4], d1B e d1C, o objetivo era observar uma sequência de pontos, representar as três figuras seguintes, contar o número de pontos em cada uma e, por fim, escrever uma regra que representasse a quantidade de pontos de qualquer figura da sequência. No desafio 2, que contemplou cinco subitens indicados por d2A[5], d2B, d2C, d2D e d2E foram abordadas três classes numéricas: Números Triangulares, Números Quadrados e Números Pentagonais. Os objetivos se concentraram na observação das três classes numéricas: descobrir o próximo número de cada sequência, desenhando ao lado; escrever os quatro primeiros números quadrados na forma de potência de expoente 2; determinar o

4 d1A – desafio 1, item A; d1B – desafio 1, item B; d1C – desafio 1, item C.

5 d2A – desafio 2, item A; d2B – desafio 2, item B; d2C – desafio 2, item C; d2D – desafio 2, item D; d2E – desafio 2, item E.

sétimo e o décimo números quadrados; calcular o número de bolinhas existentes na sétima figura triangular e na quinta figura pentagonal; e escrever uma regra que representasse o número de bolinhas triangulares e outra regra para os números pentagonais. Esta atividade consistiu na determinação de padrões, pois, com o pensamento algébrico, dá-se a possibilidade de atenção não só para com os objetos, mas principalmente para com as relações existentes entre eles, o que faz parte do processo de generalização. Assim, uma das possíveis vias para promover tal pensamento é pelo estudo de padrões.

Figura 2 – Atividade 2 abordando dois desafios (d1 e d2) envolvendo bolinhas e figuras geométricas

DESAFIO 1: Observe a sequência de pontos abaixo e responda:

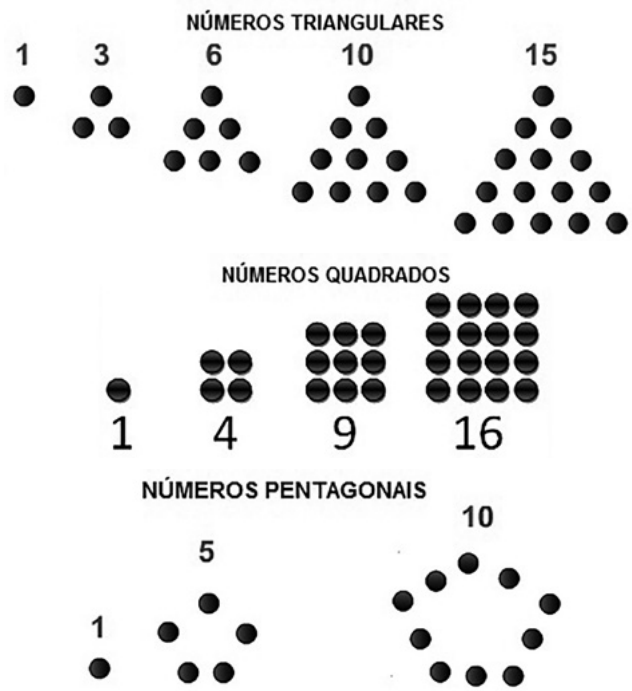


A) Quais são as três próximas figuras da sequência? Faça os desenhos abaixo:

B) Quantos pontos há em cada uma das figuras que você desenhou?

C) Escreva uma regra que represente a quantidade de pontos de qualquer figura da sequência

DESAFIO 2: Os números são classificados de muitas maneiras. Alguns nomes vêm do fato de poderem ser dispostos segundo formas geométricas. Veja a seguir alguns exemplos:



A) Descubra qual o próximo número de cada sequência, desenhando ao lado.

B) Escreva os quatro primeiros números quadrados em forma de potência de expoente 2. Observe as potências e responda: Qual o sétimo número quadrado? E qual o décimo?

C) Escreva uma regra para representar qualquer número quadrado.

D) Quantas bolinhas existem na sétima figura triangular? E na 5ª figura pentagonal?

E) Escreva uma regra que representa o número de bolinhas triangulares e outra regra para os números pentagonais.

Fonte: Os autores.

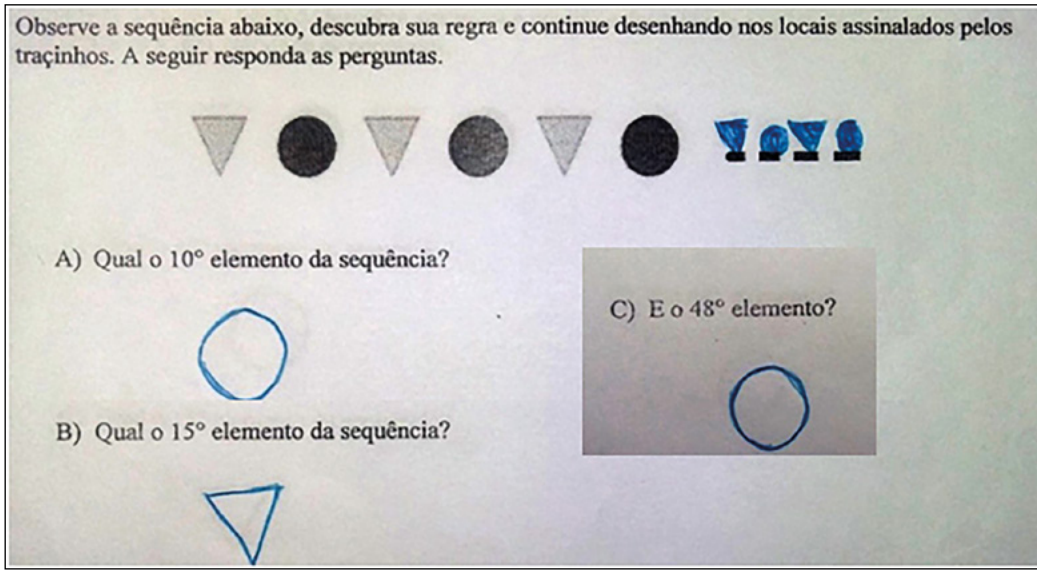
As respostas dadas pelos oito alunos às atividades propostas foram obtidas por meio dos materiais recolhidos (folhas) nos quais os alunos representaram suas respostas, fotografias e entrevistas gravadas para posterior análise. Os dados foram compilados qualitativamente e estão descritos a seguir, adotando-se quanto aos objetivos o tipo de pesquisa descritiva. Para Triviños (1987), este tipo de estudo tem por objetivo descrever os fatos e fenômenos de certa realidade. Neste caso, como os alunos tentaram realizar as generalizações algébricas. A seguir, são apresentados os dados obtidos das duas questões contempladas neste artigo.

RESULTADOS OBTIDOS

Como já mencionado anteriormente, as atividades foram desenvolvidas com oito alunos conforme descrito no Quadro 1. As respostas inicialmente, não estarão relacionadas/descritas aos fatores gostar ou não de Matemática, tampouco a ter dificuldade ou facilidade, mas ao final, no item de considerações voltar-se-á a essa discussão, relacionando os resultados obtidos com o gosto e dificuldade/facilidade com a Matemática. .

Analisando as respostas dadas na primeira atividade (Figura 1), quanto aos itens 1A, 1B e 1C, sete alunos representaram corretamente os desenhos das figuras, conforme se ilustra na Figura 3, resposta dada por um aluno. O objetivo da questão era identificar, numa dada sequência de elementos, o 10º, o 15º e o 48º elementos, respectivamente.

Figura 3 – Resposta aos itens 1A, 1B e 1C da atividade 1 do aluno 28

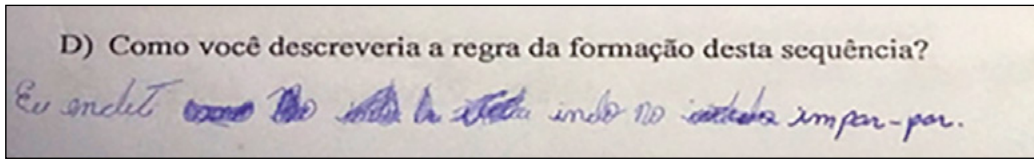


Fonte: Os autores, com base na resposta do aluno 28.

Durante a entrevista individual, os alunos foram questionados acerca da forma como eles encontraram o círculo no item A. A maioria respondeu de forma semelhante: "*Por que o primeiro é o triângulo e o segundo é o círculo e que tem seis elementos"*. Para encontrar o 15º e o 48º elementos, os alunos justificaram: "*eu fiz a mesma coisa*", ou seja, continuaram contando. Apenas um aluno não conseguiu compreender as perguntas contidas nos itens 1A e 1C. Este aluno, conforme perfil indicado por ele mesmo tem muita dificuldade em Matemática. Como se pode observar, os alunos descobriram e identificaram que a sequência era formada pela repetição das figuras geométricas triângulo, círculo, triângulo, círculo e, assim, sucessivamente e essa regra aplicaram para as demais figuras. Segunda Vale e Pimentel (2009), os alunos recorreram à linguagem verbal para expressar seu pensamento.

Com relação ao item 1D, três justificaram que deram continuidade à regra, dois contaram triângulo e círculo, um aluno aferiu de dois em dois, e dois alunos conferiram do ímpar-par, similar à dada por um aluno, conforme ilustra Figura 4.

Figura 4 – Resposta do aluno 33 que utilizou o método ímpar-par à atividade 1D



Fonte: Os autores, com base nas respostas do aluno 33.

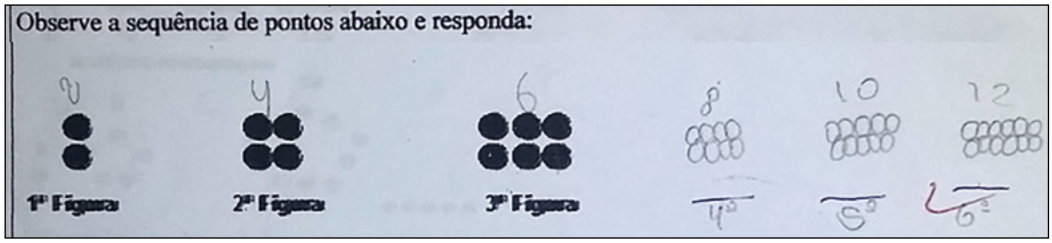
A partir da fala do aluno, pode-se inferir que o aluno quis afirmar que o triângulo estará sempre na posição ímpar (1º, 3º, 5º, ...) e o círculo estará na posição par (2º, 4º, 6º, ...). Este tipo de atividade vem ao encontro do que comenta Lopes (2012, p. 4): "um dos objetivos da Matemática é descobrir a regularidade onde no meio da desordem e confusão seja possível tirar a estrutura e a invariância". Neste caso, a ordem é como o aluno 33 alude: "indo no ímpar-par".

Notou-se nessa atividade inicial que a maioria dos alunos tem dificuldades de generalizar padrões, assim como de representá-los de acordo com uma determinada regra, com uso de letras ou símbolos. Pode-se dizer que houve dificuldades na expressão da resposta por meio de linguagem simbólica. Mas para Vale e Pimentel (2009), é importante que os alunos passem por diferentes atividades que possam valorizar a descoberta, continuação, complemento, e construção de padrões e o percurso em direção à explicitação de uma lei de formação.

No que tange à atividade 2 (Figura 2, anteriormente apresentada e que contém os desafios 1 – d1 e desafio 2 – d2), somente cinco dos oito alunos completaram os desenhos das figuras na sequência dada. O fato de o aluno desenhar alguns elementos da sequência (item d1A) pode ser um aspecto

considerado facilitador, assim o aluno tem a possibilidade de interpretar melhor e apresentar uma regra com mais consistência, como exemplo mostrado na Figura 5. Segundo Vale e Pimentel (2009), um desenho também é uma forma de representação do pensamento.

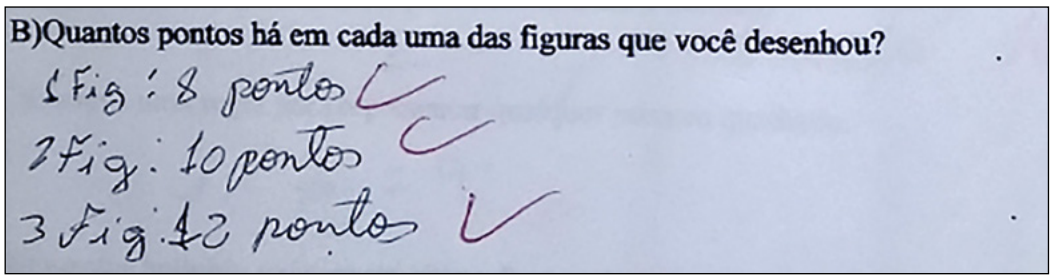
Figura 5 – Continuação da sequência dos elementos respondida pelo aluno 20



Fonte: Os autores, com base no aluno 20.

No item d1B, cinco alunos resolveram incorretamente a questão. Entre os que acertaram o desafio, está a resposta do aluno que contou 8, 10 e 12 pontos, conforme Figura 6.

Figura 6 – Exemplo de resposta do item d1B do desafio 1 dada pelo aluno 21



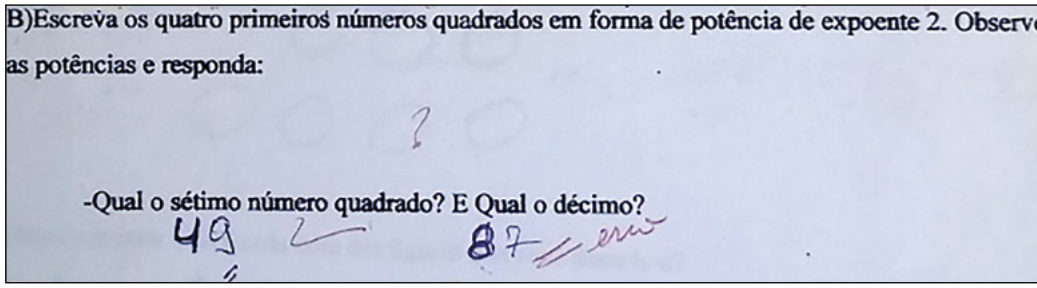
Fonte: Os autores, com base no aluno 21.

Comparando a forma de resposta, observam-se diferentes tipos de representação de sequência, sendo por meio de desenho (Figura 5) ou expressa de forma numérica (Figura 6). Uma sequência pode apresentar um padrão de crescimento quando cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior e essa mudança representa uma regularidade. Este tipo de padrão proporciona explorações matematicamente ricas e variadas e é um contexto privilegiado para o desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular na transição da aritmética para a álgebra. A tradução algébrica da generalização de um padrão pode ser facilitada e mais bem entendida pelos alunos se for efetuada por meio de tarefas em contextos figurativos.

Analisando as respostas do desafio 2, sete alunos completaram os desenhos das figuras na sequência. Porém, no item d2A, apenas um aluno resolveu

adequadamente a questão. No item d2B, somente dois alunos resolveram de forma adequada a questão, dois resolveram de modo parcial, acertando o sétimo ou o décimo número quadrado, sem a representação escrita em forma de potência de expoente 2, como pode ser visto no exemplo da Figura 7.

Figura 7 – Resposta do aluno 8 no item d2B do desafio 2

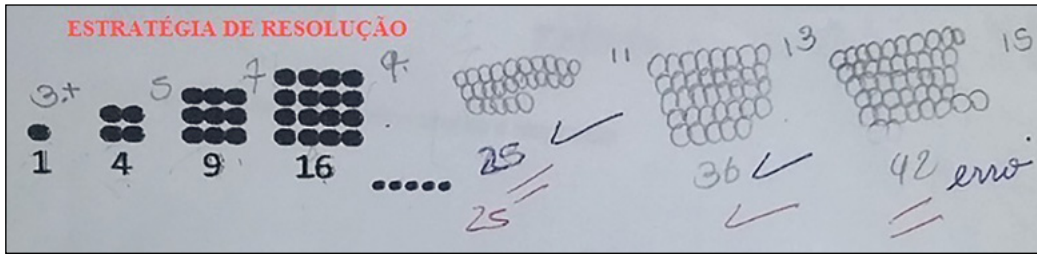


Fonte: Os autores, com base na resposta do aluno 8.

Outros quatro alunos resolveram erroneamente a questão e, em certos casos, até deixaram-na em branco sem qualquer registro de cálculo.

Analisando o item d2C, somente um aluno resolveu a questão de forma correta, os demais tentaram diferentes estratégias de resolução, conforme ilustra a Figura 8.

Figura 8 – Resolução do item d2C dada pelo aluno 20



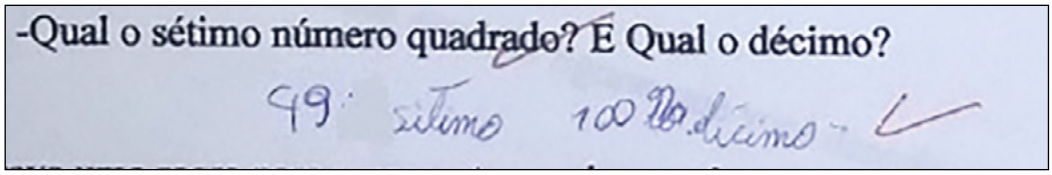
Fonte: Os autores, com base nas respostas do aluno 20.

A partir da estratégia usada, o raciocínio matemático usado pelo aluno 20 foi: **1** + 3 = **4** e 4+ 5 = **9** e 9 + 7 = **16 e** 16 + 9 = **25 e** 25 **+** 11 = **36** e 36 + 13 = **49** (no caso o aluno escreveu equivocadamente, 42), e assim por diante. A cada número quadrado, na ordem, soma-se um número ímpar (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, e assim por diante), gerando dessa maneira o próximo número quadrado. Cabe salientar aqui que o padrão pensado pelo aluno é numérico (sempre somando os números ímpares) e não em formato geométrico (1x1, 2x2, 3x3, 4x4 e assim por diante). Neste sentido caberia uma pergunta: Será que este aluno apenas pensou de forma numérica ou teria ele também pensado no padrão geométrico? Estaria

ele satisfeito com esta resposta? Por que procuraria outro padrão se já encontrou um? O professor o instigou a encontrar outro padrão? São perguntas que podem ser problematizadas e pensadas pelos leitores do presente artigo.

Dando continuidade, no item d2D, a maior dificuldade foi contar quantas bolinhas havia na quinta figura da sequência dos números pentagonais. Um aluno resolveu de forma correta, conforme ilustra a Figura 9.

Figura 9 – Resolução do item d2D pelo aluno 33



Fonte: Os autores, com base nas respostas do aluno 33.

Investigando o item d2E, apenas um aluno encontrou a resposta certa e cinco alunos resolveram equivocadamente. Como se pode observar, nas questões em que não era possível observar o elemento, mas imaginá-lo, os erros foram mais frequentes.

Lins e Gimenez (2006, p. 83) relatam que "a maioria de nós ainda não está convencida da importância de trabalhar, desde cedo, com os processos de generalização na direção da álgebra, nem insiste suficientemente no cálculo com medidas e enunciados". De certa forma, o aluno deve reconhecer a possibilidade de generalização desde cedo e isso ele pode iniciar reconhecendo padrões numéricos. Os autores ainda afirmam que a situação "generalizada" emerge quando os alunos passam a falar do que é comum a um conjunto de casos particulares (como no padrão de número de bolinhas triangulares).

CONSIDERAÇÕES

Ao avaliar as respostas, em termos gerais, três alunos, dos oito envolvidos nas atividades, conseguiram estabelecer uma linha constante de acertos. Segundo os alunos, são os que mais gostam de matemática, portanto, tiveram certa facilidade para resolverem os cálculos. O aluno que mais obteve acertos foi aquele que apresenta facilidade em resolver cálculos e que gosta também da disciplina. Por outro lado, o aluno que mais apresentou respostas erradas, foi o aluno cujo perfil é gostar muito de matemática, mas tem dificuldade em realizar cálculos. No geral, a cada atividade realizada, os alunos apresentavam avanços em relação a anterior. Nas questões envolvendo generalização, alguns alunos conseguiram escrever uma regra, mas não na forma de notação característica da álgebra, expressa por letras.

Infere-se aqui, que o número de acertos e erros pode estar atrelado ao fato dos alunos não estarem acostumados a realizarem atividades como estas,

aplicadas neste estudo. Isso ficou evidente na fala destes alunos quando mencionaram nas entrevistas que estavam habituados a trabalhar somente com livros didáticos e de forma individual.

De forma geral, evidenciou-se grande dificuldade dos alunos em identificar regularidades e generalizar padrões, elementos importantes para o uso de simbologia e consequentemente, o desenvolvimento algébrico. Segundo o *NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS* (NCTM, 2008, p. 11), "Muitos alunos acham que todas as variáveis são letras que representam números. Contudo, os valores assumidos por uma variável nem sempre são números, mesmo na matemática do 2º grau". Apesar da dificuldade, os alunos têm consciência da necessidade da Matemática e em particular, atividades diferenciadas com a álgebra, para assim compreendê-la.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, E.; BORRALHO, A. **Pensamento algébrico e exploração de padrões.** Centro de Investigação em Educação e Psicologia e Departamento de Pedagogia e Educação da Universidade de Évora - Portugal. 2009, Adapt. De Vale e Pimentel, 2005. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/_Cd_Borralho_Barbosa_4a5752d698ac2.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2016.

BORMES, M. R. R.; ROCHA, F. J. B. da; BASSO, N. R. de S. **Avaliação e Iteratividade na Educação Básica em Ciências e Matemática**. Porto Alegre: ed. PURCRS, 2008. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/res1_2.pdf> Acesso em: 06 mai. 2016.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 2006.

LOPES, T. I. D. **Padrões e regularidades no Ensino Básico**. Dissertação de Mestrado - Mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário. Faculdade de Ciências e Tecnologia. Universidade de Coimbra, 2012.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS – NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar Lisboa**: APM – Associação de Professores de Matemática, 2008.

SILVA, R. N. Álgebra e Aritmética no Ensino Fundamental: Um Estudo de como ensiná-los de forma integrada e com Bases em significados. Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Católica de Brasília. 2007. Disponível em: <https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/RondineleNunesdaSilva.pdf>. Acesso em: 12 mai. 2016.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VALE, I.; PIMENTEL, T. **Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática**. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Projecto Padrões, 2009.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental** [recurso eletrônico]: Formação de professores em sala de aula/John A. Van de Walle: Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre. Artmed, 2009.

DESAFIANDO ALUNOS DO NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL A UTILIZAREM SEUS *SMARTPHONES* NOS PROCESSOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA

André Gerstberger[1]
Ieda Maria Giongo[2]

Resumo: Este capítulo apresenta um recorte de uma das atividades desenvolvidas em uma dissertação de mestrado vinculada ao Programa de Pós graduação Mestrado Profissional de Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade do Vale do Taquari - Univates. Desenvolvida com alunos de uma turma de nono ano do Ensino Fundamental, a referida intervenção pedagógica ocorreu em uma escola pública de um pequeno município localizado na Região do Vale do Taquari, no Rio Grande do Sul, Brasil. O objetivo deste trabalho foi desafiar os alunos da turma do nono ano do Ensino Fundamental a realizarem pesquisas de aplicativos matemáticos em seus *smartphones*, capazes de auxiliarem os estudos individuais/coletivos de matemática. Utilizando como referenciais teóricos autores que versam sobre a importância do ensino de matemática utilizando as tecnologias digitais e, compreendendo que as tecnologias – em especial os *smartphones* – têm-se tornado um aspecto cultural em nosso cotidiano, buscamos entrelaçar tais ideias com autores que aludem sobre o campo da Etnomatemática, buscando entrecruzamentos entre a Etnomatemática e as Tecnologias digitais. Caracterizada como uma pesquisa de cunho qualitativo, a pesquisa fora desenvolvida com dezessete alunos com faixa etária média de quatorze anos de idade, sendo seis destes do sexo feminino e onze do masculino. Assim, a referida prática trouxe alguns resultados, entre eles: i) A existência de vários aplicativos matemáticos disponíveis gratuitamente para *download*; ii) O empenho e a maturidade demonstrada por estes alunos em pesquisar e descobrir ferramentas que possibilitam e auxiliam seus estudos; iii) a necessidade de criação de mais aplicativos que permitam aos alunos refletirem sobre os conteúdos, e não apenas fornecer as resoluções prontas; iv) As novas formas de pensar e suas interferências no cotidiano dos seres humanos que esta ferramenta tecnológica tem produzido em nossa sociedade.

Palavras-chave: *Smartphones.* Etnomatemática. Ensino de Matemática. Ensino Fundamental.

REFLEXÕES INICIAIS SOBRE A TEMÁTICA E O CAMPO DE SUSTENTAÇÃO TEÓRICO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Nos últimos anos, a procura por adquirir aparelhos digitais como computadores/*laptops*, *tablets* e celulares tem aumentado consideravelmente entre a população brasileira. Segundo pesquisas realizadas pela Fundação

1 Professor da rede pública e particular do Mato Grosso.

2 Professora da Univates.

Getúlio Vargas (FGV) em 2013 e publicada na revista Exame.com[3], a média de computadores por habitantes brasileiros estava em três computadores para cada cinco habitantes.

Contudo, outra pesquisa divulgada em 2015 pela própria FGV, constatou um crescimento acelerado na aquisição de computadores, passando estes a média de três máquinas para cada quatro brasileiros. Todavia, pela primeira vez nos trinta anos de pesquisa voltada ao uso das tecnologias, a Fundação constatou que outra tecnologia digital passou a ser a primeira colocada em quantidade de aparelhos por habitantes no território brasileiro, ultrapassando o número de computadores: os *smartphones*.

Assim, em abril deste ano, a FGV divulgou resultados prévios afirmando que até o mês de outubro de 2017, a quantidade de *smartphones* por habitantes chegará a um aparelho por brasileiro. Diante disso, podemos perceber que este artefato tecnológico têm tido uma ascendência consideravelmente assustadora frente a aceitação/aquisição desta tecnologia digital entre os brasileiros.

Neste contexto, os maiores adeptos desta tecnologia têm sido adolescentes e jovens, o que consequentemente têm refletido nos ambientes educacionais. Sua utilização não está mais condicionada a locais restritos (BORBA; LACERDA, 2015). Hoje, os indivíduos acionam seus aparelhos de *smartphone* nos mais diversos locais e situações, como, por exemplo, em suas residências, no trabalho, nas lanchonetes, shoppings, igrejas, na rua, nas escolas e até mesmo no trânsito (mesmo este sendo proibido segundo a legislação brasileira).

Esta realidade tem preocupado governantes a tal ponto que alguns estados como, o Rio Grande do Sul (*Lei* Nº 12.884, de 03 de janeiro de 2008), Mato Grosso (Lei 10.232, de 29 de dezembro de 2014) e São Paulo (Decreto Nº 52.625, de 15 de janeiro de 2008, da Assembleia Legislativa do Estado de São Paulo), criaram Leis proibindo a utilização de aparelhos celulares em ambientes escolares. Diante de tal fato, passamos a refletir acerca de tamanha dimensão e disseminação que estes artefatos tecnológicos passaram a ocupar espaço dentro de nossa sociedade, a tal ponto de serem elaboradas leis que proíbam sua utilização no âmbito da educação básica.

Diante desta conjuntura, podemos perceber que fora dos ambientes escolares os alunos têm manipulado seus *smartphones* constantemente, de tal forma que o carregam consigo para onde quer que forem. Esta realidade é abordada por Borba Silva e Gadanidis (2014) como uma nova cultura que verte mediante da disseminação desta tecnologia, defendida pelos pesquisadores como uma "cultura do celular" que tem se instaurado na sociedade brasileira em especial. Assim, ao corroborar com as ideias dos autores, passamos a analisar esta afirmação a ponto de nos inquietarmos com tal questionamento, despertando

3 Disponível em: <http://exame.abril.com.br/tecnologia/brasil-tera-1-computador-por-habitante-ate-2016-diz-fgv/>. Acesso em 28 de junho de 2017.

assim um interesse em nós pesquisadores em conhecer e aprofundar mais sobre os aspectos culturais que emergem acerca da utilização desta ferramenta digital.

Frente a este cenário, foi desenvolvida uma ação investigativa com o intuito de examinar quais as implicações pedagógicas para o ensino de matemática ao integrar o *smartphone* em uma turma de nono ano do Ensino Fundamental a luz da Etnomatemática. A escola em que fora desenvolvida a referida prática pedagógica é parte integrante do Grupo de Pesquisa do Observatório da Educação junto com outras cinco escolas, ambas localizadas na Região do Vale do Taquari, situada no Estado do Rio Grande do Sul, Brasil. Ressaltamos ainda que, este grupo de pesquisa é vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade do Vale do Taquari - Univates, onde a referida prática pedagógica aqui descrita resultou numa dissertação realizada pelo primeiro autor deste trabalho e em parceria com a segunda autora.

Utilizando como referenciais teóricos o campo da Etnomatemática e seus entrecruzamentos com autores que defendem o uso das tecnologias digitais no ensino de matemática, a referida pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública de um pequeno município localizado na Região do Vale do Taquari, no Estado do Rio Grande do Sul, Brasil. A referida turma era composta por dezessete alunos, ambos com idade média de quatorze anos de idade, sendo seis alunos do sexo feminino e onze do sexo masculino, os quais eram oriundos das mais distintas classes sociais, variando entre a classe média e de extrema pobreza.

Independentemente da classe social, todos estes alunos possuíam *smartphone*, o que nos permitiu refletir sobre o que de fato esta ferramenta tem atraído adeptos – não somente de diferentes classes sociais –, principalmente dos adolescentes e jovens. Nesse sentido passamos a buscar elementos que pudessem ser característicos da cultura destes jovens e daquilo que os autores Borba, Silva e Gadanidis (2014) afirmam estar em desenvolvimento como a "cultura do celular".

Assim, ao refletir sobre cultura, Ubiratan D'Ambrosio (2013, p. 59) defende que "A cultura se manifesta no complexo de saberes/fazeres, na comunicação, nos valores acordados por um grupo, uma comunidade ou um povo". Corroborando com as ideias do autor, ao refletir sobre o ensino de matemática por meio da valorização cultural, criando/definindo assim o termo Etnomatemática, D'Ambrosio (2013, p. 25-36) afirma que

> A cultura, que é o conjunto de comportamentos compatibilizados e de conhecimentos compartilhados, inclui valores. Numa mesma cultura, os indivíduos dão as mesmas explicações e utilizam os mesmos instrumentos materiais e intelectuais no seu dia a dia. O conjunto desses instrumentos se manifesta nas maneiras, nos modos, nas habilidades, nas artes, nas técnicas, nas ***ticas*** de lidar com o ambiente, de entender e explicar fatos e fenômenos, de ensinar e compartilhar tudo isso, que é o ***matema*** próprio ao grupo, à comunidade, ao **etno**. Isto é, na sua etnomatemática (grifos do autor).

Com base nestas ideias, acreditamos que a Etnomatemática tem buscado esta mudança no ensino, buscando a valorização cultural dos envolvidos, contextualizando assim conteúdos e dando significado a aprendizagem, olhando para "a matemática como uma ciência profundamente humana" (VERGANI, 2007, p. 36). Neste sentido, concordamos com os pensamentos de Kenski (2014) a qual afirma que a nossa cultura e, em especial, as nossas práticas culturais têm sido transformadas e/ou modificadas mediante o surgimento das tecnologias digitais. Segundo a autora,

> Na atualidade, construímos nossas relações em meio aos mais variados artefatos tecnológicos. A cultura contemporânea está ligada a ideia da interatividade, da interconexão e da inter-relação entre as pessoas, e entre essas e os mais diversos espaços virtuais de produção e disponibilização das informações (KENSKI, 2014, p. 62).

Neste mesmo pensamento, outro autor também partilha do mesmo pensamento, afirmando que

> A longa sequência evolutiva caracterizada pela criação do telégrafo, do telefone, do rádio, da televisão e do computador, culminando com rede mundial de computadores, entre outras interfaces, exemplifica uma proximidade com a evolução do conhecimento. Destacam-se em cada uma dessas invenções diferentes estágios, passando pelo uso de válvulas, transistores, circuitos interligados, microprocessadores, até atingir o nível mais complexo dos atuais sistemas digitais. Em cada estágio, destacam-se aprimoramentos e retificações de dispositivos, cuja evolução passa por um revestimento de informações, tal como ocorre com a própria formação de conhecimentos conceituais e/ou teóricos (PAIS, 2008, p. 102).

Frente a este entendimento, podemos analisar que a utilização das tecnologias em especial, dos *smartphones* tem crescido consideravelmente no contexto brasileiro, passando a modificar não somente a sala de aula do cotidiano dos indivíduos de nossa sociedade. Contudo, acreditamos e concordamos com as ideias de Borba, Silva e Gadanidis (2014) de que proibir a utilização destes aparelhos em ambientes escolares não é o melhor caminho para o ensino e a aprendizagem dos alunos. Descontextualizá-los do mundo 'lá fora' seria romper laços entre teoria e prática, entre o mundo real e um mundo escolar 'não real'. Assim, concordamos que

> O telefone celular já pode ser visto como uma extensão do nosso corpo, ou da forma que Borba (2012) discute, as tecnologias perpassam o humano, transformando-o. O celular inteligente, especificamente, é uma tecnologia que passou a ser parte de diversos coletivos de seres-humanos-com-mídias. Foi criada por humanos-com-tecnologias e transforma a forma como compreendemos o que é ser humano (BORBA; LACERDA, 2015, P. 499).

Ancorados neste excerto, partilhamos deste pensamento ao ponto de refletirmos sobre a tamanha intensidade que esta ferramenta digital tem produzido na vida de nossos alunos. Assim, acreditamos que "as salas de aula estão necessitando de mudanças estruturais e, embora ainda não incorporadas à sua dinâmica, as tecnologias já fazem parte da realidade social em que vivemos, principalmente os celulares inteligentes" (BORBA; LACERDA, 2015, p. 499).

Neste contexto, entendemos que integrar os *smartphones* nos ambientes escolares com fins educacionais pode não ser uma tarefa fácil, contudo é necessário buscar, criar e desenvolver mecanismos para que tais ferramentas possam auxiliar os alunos em suas atividades escolares, promovendo melhorias nos processos de ensino e de aprendizagem tanto coletivamente quanto individualmente. Entendemos portanto que apenas inserir e integrar tais aparelhos nos ambientes escolares poderão trazer consequências drásticas para a educação em diversas escalas e níveis, visto que compreendemos a seriedade e a necessidade de cuidados importantes para evitar graves problemas que esta ferramenta pode ocasionar caso seja manipulada de maneira indevida, não apenas dentro das escolas, mas fora dela também. Frente a este cenário, "Se não queremos o celular nas salas de aula devido a condutas inadequadas dos nossos alunos, precisamos então educá-los de forma a integrar essa tecnologia móvel à cultura escolar e ao material didático dos alunos" (BORBA; LACERDA, 2015, p. 500)

Posto isso e por acreditar nas potencialidades desse artefato nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, apresentamos a seguir os caminhos percorridos para o desenvolvimento da atividade proposta, bem como alguns dos resultados emergentes desta ação investigativa.

A PRÁTICA PEDAGÓGICA: INSTIGANDO O ESPÍRITO PESQUISADOR/ INVESTIGATIVO DOS DISCENTES ENVOLVIDOS

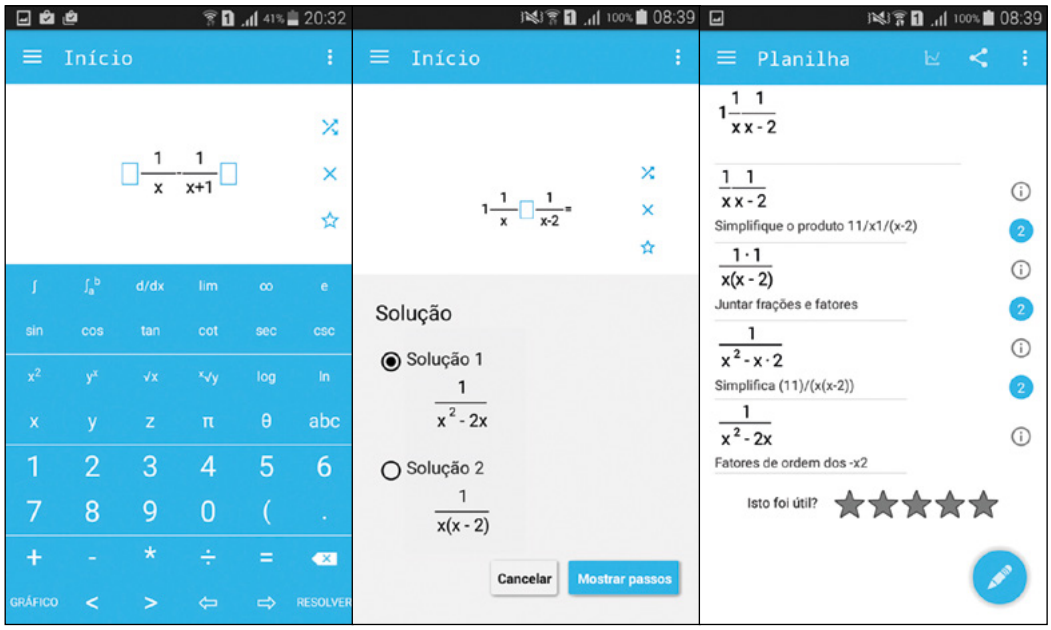
Nesta atividade decidimos instigar os alunos a buscarem outros aplicativos que pudessem contribuir para melhorias nos processos de ensino e de aprendizagem relacionados a disciplina de Matemática. Para isso, dividimos a turma em três grupos, a quem solicitamos a produção de um tutorial a ser seguido e que, ao apresentarem o aplicativo escolhido, demonstrassem – com o auxílio do projetor de multimídia – suas funcionalidades, bem como as possíveis contribuições para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Então, o primeiro grupo apresentou, como proposta, o aplicativo *MalMath*[4] (Figura 1), utilizando-o na resolução de cálculos envolvendo Integrais, Derivadas, Limites, Trigonometria, Logaritmos, Equações e Álgebra. Cabe destacar que o referido instrumento permite informar os dados ou expressões numéricas/ algébricas e, após receber o comando, desenvolver o cálculo passo a passo até

4 Disponível para *download* no PlayStore dos *smartphones* gratuitamente, o aplicativo já possui mais de 1.000.000 de downloads, em sua versão mais recente 2.1.0.

chegar à resolução final. Os integrantes desse grupo utilizaram apenas o que já dominavam, isto é, as equações e expressões numéricas e algébricas conforme atesta a Figura 1.

Figura 1 – Aplicativo Malmath



Fonte: Material produzido pelos estudantes.

De acordo com os integrantes do Grupo 1, o aplicativo solucionou o problema proposto. Porém, relataram que o diferencial foi o 'passo a passo', o qual pode auxiliar na realização de cálculos e, consequentemente, melhorar os estudos individualizados fora do ambiente escolar.

Aluno D[5]: Este aplicativo foi baixado no Play Store, e ele é gratuito. Aqui diz que funciona apenas em aparelhos que tem o Android. É fácil de mexer: quando tu abre o aplicativo, logo aparece o lugar pra escrever a conta. Ai você digita, mas tem que tomar cuidado pra não errar, porque ele não corrige automático, e se você digitar algo errado, ele pode não conseguir resolver. Aí depois de escrever você clica ali no botão (em baixo) 'Resolver', e ele vai fazer a conta certinho, tipo todos os passos da conta até chegar no resultado...

Aluno G: Isso... haaa, ele [o aplicativo] não precisa de *internet* pra funcionar.

Aluno D: Verdade. É isso!

5 Com intuito de preservar a identidade dos alunos, faremos a substituição de seus respectivos nomes por letras.

Professor: Hum, legal. Mas e como vocês acham que esse aplicativo pode ajudar vocês a estudar, se ele já faz todos cálculos e dá a resposta final?

Aluno D: Assim, professor... tipo, ele resolve tudo. Mas o que a gente, o grupo discutiu é que tipo, as vezes o professor passa a matéria, dá exercícios pra resolver de tarefa e, as vezes quando a gente ta em casa, às vezes tem uma e outra questão que precisa de ajuda, que chega numa hora que a gente não sabe pra onde ir. Ai se tiver o aplicativo, dá pra gente ver onde ta errando, e continuar a estudar.

Aludo G: Claro que se o cara quer só copiar, ele não vai aprender nada. Ai vai de cada um, tem que saber usar.

Aluno A: É como se tivesse um professor junto, mas que não fala [risos].

Nos relatos destes alunos, é possível ver perceber que eles possuem maturidade ao afirmarem que o aplicativo pode contribuir ou não para o aprendizado individual, cabendo a sua decisão de utilizar a ferramenta para auxiliá-lo na aprendizagem ou apenas reproduzir o cálculo (copiar). Contudo, outro fator que nos chamou a atenção foi a escolha deste aplicativo e a defesa dos alunos em utilizá-lo. Por vezes questionamos nossa prática como docente e (re) pensamos se haveria um modelo de ensino a ser seguido. Assim como manipular o celular, ninguém nunca nos ensinou a lecionar, tampouco nos foi delimitado que a aprendizagem se dá apenas de uma única maneira. Neste sentido, colocamo-nos a refletir sobre o atual contexto de nossa sociedade e as facilidades que a *internet* móvel trouxe. Basta navegar um pouco na *internet* e é possível baixar centenas de livros, videoaulas, exercícios autoexplicativos, entre outros. Diante disso, percebemos que com o avanço dessas novas tecnologias digitais e o acesso à informação tem se tornado algo simples e rápido, de fácil acesso, não limitando mais apenas o professor em sala de aula. Tais pensamentos nos reportaram as ideias de Pozo (2004, p. 35) o qual defende que

> Graças a essas novas tecnologias da informação, a escola em nossa sociedade, já não é a primeira fonte de conhecimento para os alunos e, às vezes, nem mesmo a principal, em muitos âmbitos. As "primícias" informativas reservadas à escola já não pode proporcionar toda a informação relevante, porque esta é muito mais volátil e flexível que a própria escola, o que se pode fazer é formar os alunos para terem acesso e darem sentido à informação, proporcionando-lhes capacidades de aprendizagem que lhes permitam uma assimilação crítica da informação.

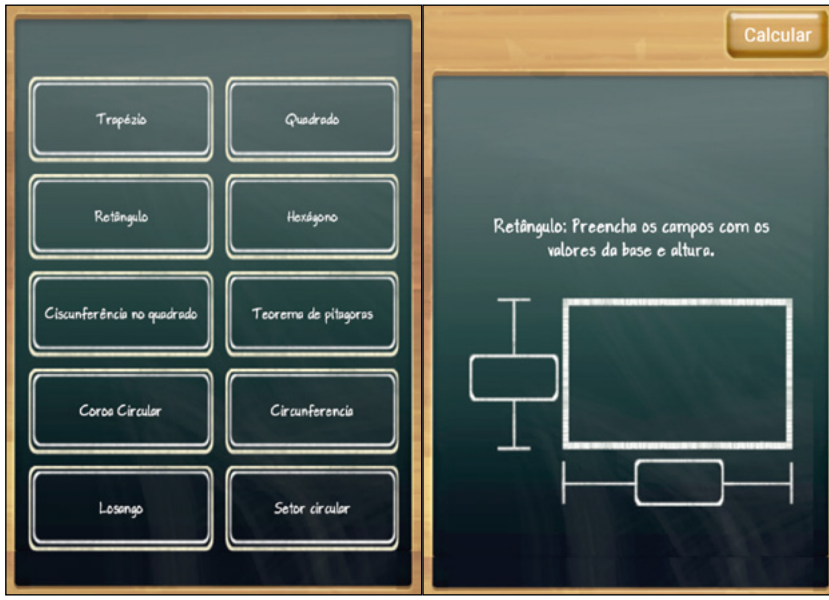
Diante de tais ideias expressas por Pozo (2004), as inúmeras transformações – não apenas pessoas e sociais – e o surgimento das novas tecnologias têm alterado até mesmo o papel da escola frente a sociedade. Antes a escola era tida como detentora plena e absoluta do saber, agora passa a mediadora de conhecimentos a serem explorados e desenvolvidos nestes alunos.

O segundo grupo apresentou o aplicativo Cola Matemática[6], capaz de resolver problemas matemáticos de MMC, equação de 2º grau, conversões numéricas, cálculo de figuras geométricas, PA e PG, juros simples e compostos, verificação de números primos, entre outros. Diferentemente do anterior, esse aplicativo não demonstrou o 'passo a passo', mas, ao especificarem a utilização que perpassava os cálculos de áreas de figuras geométricas, os alunos comentaram que ele auxiliou na memorização de fórmulas, bem como na extração correta dos dados de figuras geométricas, conforme exemplo na Figura 2.

Figura 2 – Aplicativo Cola Matemática



6 Disponível para *download* no PlayStore dos *smartphones* gratuitamente, o aplicativo já possui mais de 500.000 de downloads, em sua versão mais recente 1.5.



Fonte: Material produzido pelos estudantes.

O surgimento de outro aplicativo que basicamente resolvesse apenas o cálculo, e que novamente foram abordados praticamente os mesmos argumentos do grupo anterior, remeteram-nos ao desabafo de Bittar (2011, p. 159), acerca da utilização de *softwares* que auxiliem no ensino de matemática, afirmando que "apesar de alguns esforços que têm sido feitos, há pouco uso efetivo de tecnologia informática no ensino de Matemática". Na sequência, a autora afirma que "na maioria das vezes em que um *software* é usado com os alunos, não se trata de uma situação que provoque mudanças com relação ao saber" (IBIDEM, 2011, p. 159). Ou seja, ensinar matemática apenas utilizando uma ferramenta tecnológica diferente, mas que não exige do aluno uma reflexão mais profunda daquilo que se pretende conhecer/aprender, torna-se apenas uma inserção da tecnologia na sala de aula. Posto isso, nosso intuito, desde o início da investigação, foi inserir e integrar os aparelhos celulares, em especial os *smartphones*, não somente inserir ou apenas de integrar. Integrar os *smartphones* vai além. Partilhamos da mesma ideia de Bittar (2011, p. 159) ao dissertar que

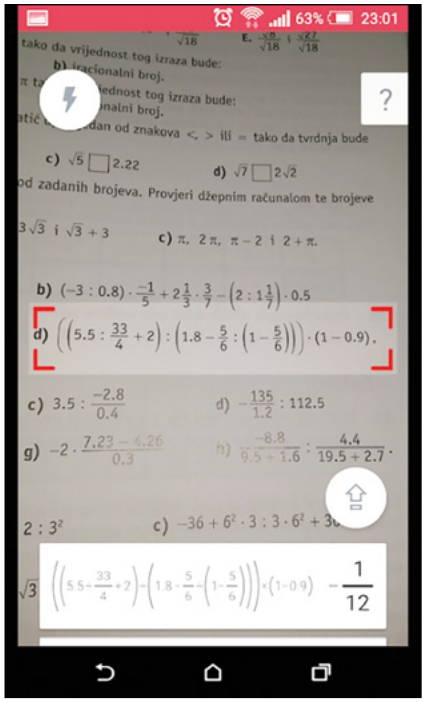
> A integração desse instrumento [artefato tecnológico] na prática pedagógica do professor significa que ele passa a fazer parte do arsenal de que o professor dispõe para atingir seus objetivos. Implica em fazer uso do instrumento de forma que este contribua com o processo de aprendizagem do aluno, que lhe permita compreender, ter acesso, explorar diferentes aspectos do saber em cena.

Nesse sentido, sustentamo-nos nas ideias da autora acerca da inserção e integração das tecnologias, bem como a necessidade que as práticas pedagógicas

utilizando ou não artefatos tecnológicos, necessitam de uma atenção especial. É importante que mais aplicativos e *softwares* sejam elaborados com vistas a auxiliar os alunos a pensar, a refletir o problema em questão.

Posteriormente, o terceiro grupo composto pelos integrantes que possuíam o sistema operacional iOS. Assim, solicitamos que estes buscassem um aplicativo disponível para *iphones* com o intuito de inseri-los a verificar a emergência de novos aplicativos também nessa versão. Assim, de modo análogo, o grupo também encontrou/apresentou um aplicativo que resolvia o conteúdo proposto em sala de aula. Entretanto, este envolvia o uso da câmera de celular para registrar o cálculo e resolver os exercícios 'passo a passo'. Assim, ao fotografar e reconhecer a equação ou expressão algébrica/numérica, o sensor acionava o comando do aplicativo para 'copiar' o problema e na sequência gerar o resultado, conforme a Figura 3.

Figura 3 – Aplicativo Photomath



Fonte: Material produzido pelos estudantes.

O aplicativo PhotoMath[7] (Figura 3), com o auxílio da câmera, utiliza-se do sensor da câmera para captar as operações/problemas e, ao dar o comendo para fotografar, seu sistema atua como uma espécie '*scanner*', digitalizando a imagem,

7 Disponível para *download* nos *iphones* gratuitamente.

identificando-a e a resolvendo instantaneamente o cálculo. Segundo os alunos, seu diferencial é a agilidade e praticidade que permitem encontrar rapidamente o resultado final. Detalhando os procedimentos do cálculo, o aplicativo facilita – conforme já relatado pelo primeiro grupo – o processo de compreensão de cálculos matemáticos.

As afirmações acerca da praticidade e agilidade, destacadas pelo grupo, permitiram a efetivação de outro olhar sobre o ensino. A sociedade em que estes alunos estão inseridos tem incentivado e influenciado estes discentes a buscarem a instantaneidade. Com discursos comuns e que constantemente ouvimos – e muitas vezes proferimos – estou sem tempo; não posso perder tempo; preciso 'disso/daquilo' pra ontem; têm contribuído/influenciado fortemente para que nossos estudantes passem a aderir à correria e necessidade do instantâneo. Esta influência tem entrado nas escolas, e de certa forma, dentro das salas de aula.

Essas e outras interferências têm afetado também os ambientes escolares. Nossa sociedade está em constante transformação, e as salas de aula não podem ignorar tais fatos, mantendo suas atividades e práticas intactas. A sociedade hoje é outra, as pessoas estão modificando-se a todo instante, (re)inventando-se e (re) atualizando-se. Muitas dessas mudanças têm sido influenciadas pelo avanço das tecnologias, bem como o acesso a informações de modo instantâneo, mediante a facilidade de acesso à *internet* móvel. Diante disso, como podemos ver nesta pesquisa, outras propostas e possibilidades de ensino e de abordagem de conteúdos matemáticos podem surgir, bem como as distintas formas de ensinar e de reestruturar as práticas docentes em sala de aula. Diante deste contexto, reportamo-nos as ideias de Pozo (2004, p. 35) ao afirmar que "não cabe mais à educação proporcionar aos alunos conhecimentos como se fossem verdades acabadas; ao contrário, ela deve ajudá-los a construir seu próprio ponto de vista, sua verdade particular a partir de tantas verdades parciais".

Assim, corroborando com as ideias de Pozo (2004), entendemos que o papel da escola não é mais de transmitir o conhecimento, sendo dela a única e exclusiva fonte de saber e informação. Tal entendimento nos remete acerca do papel que a escola desempenha não apenas na sociedade, mas na vida de cada aluno que a compõem, e ainda, a importância da matemática nesse processo. Ensinar, não pode ser entendido como transmitir. Ensinar não pode ser encarado como algo que será 'despejado' em um 'terreno vazio'. O grande desafio hoje é considerar que o aluno possui outras várias fontes de informação, e que ao adentrar no ambiente escolar este aluno não está 'vazio' e a espera de sair 'preenchido', mas que a partir de suas experiências e sua bagagem cultural, sejam além de valorizadas, também exploradas, problematizadas e lapidadas. Diante deste cenário, partilhamos do mesmo pensamento que Pozo (2004, p. 35), o qual discorre que

> Formar cidadãos para uma sociedade aberta e democrática, para aquilo que Morin (2001) chama de democracia cognitiva, e, mais ainda, formá-los para abrir e democratizar a sociedade requer dotá-

los de capacidades de aprendizagem, de modos de pensamento que lhes permitam utilizar estrategicamente a informação que recebem, para que possam converter essa informação – que flui de maneira caótica em muitos espaços sociais – em conhecimento verdadeiro, em um saber ordenado.

REFERÊNCIAS

BITTAR, Marilena. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. Educar em Revista, Editora UFPR, Curitiba, nº especial 1/2011, 157- 171, 2011.

BORBA, Marcelo de C.; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática – Sala de aula e internet em movimento**. 1ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BORBA, Marcelo de C.; LACERDA, Hannah D. G. Políticas públicas e tecnologias digitais: um celular por aluno. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo. Volume 17, n.3, p. 490-507, 2015.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática – o elo entre as tradições e a modernidade**. 5ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

KENSKI, Vani, Moreira. **Tecnologias e tempo docente**. Editora Papirus, Campinas-SP, 2014.

KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; GIONGO, Ieda Maria; DUARTE, Claudia Glavam. **Etnomatemática em Movimento**. 2ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PAIS, Luiz C.; **Educação escolar e as tecnologias da informática**. 1ª Ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2008.

POZO, J. I.. A sociedade da aprendizagem e o desafio de converter informação em conhecimento. **Revista Pátio**, Ano 8, 2004.

VERGANI, Teresa. **Educação Etnomatemática: o que é?**. Natal: Flecha do Tempo, 2007.

ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E OS CONTEÚDOS DE ÁLGEBRA

Ludmila Maccali[1]

Resumo: O presente trabalho apresenta resultados de uma prática pedagógica envolvendo a tendência de Investigação Matemática e as concepções algébricas de Usiskin (1995). Foi realizada com estudantes de 7° ano e 9° ano do Ensino Fundamental de duas escolas públicas do Vale do Taquari – RS e parceiras do Programa do Observatório da Educação. Os aportes teóricos enfatizaram a tendência da Investigação Matemática, o trabalho em grupo e as concepções algébricas de Usiskin (1995). Este trabalho objetivou analisar quais foram as estratégias utilizadas pelos estudantes quando desenvolvem atividades investigativas com foco na quarta concepção da álgebra de Usiskin (1995), ou seja, a resolução de problemas. Como instrumentos de coleta de dados foram usados o diário do aluno e do professor, além de gravações em áudio e fotografias. Os resultados permitem inferir que, os alunos envolvidos, mostravam-se determinados na realização das atividades investigativas, desenvolvendo a capacidade de, em grupos, evidenciarem diferentes estratégias para resolução das questões propostas. Alguns estudantes evidenciaram suas conjecturas utilizando o material concreto, enquanto que outros resolveram as questões por meio de cálculos matemáticos.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Ensino Fundamental. Concepções algébricas.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta resultados decorrentes de uma das atividades realizadas com quatro turmas de alunos, sendo duas de 7° ano e duas de 9° anos do Ensino Fundamental. Esses estudantes são oriundos de duas escolas públicas localizadas no Vale do Taquari – RS, parceiras do programa do Observatório da Educação intitulado "Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental". O referido programa teve o intuito de problematizar e propor estratégias metodológicas com vistas à inovação e reorganização curricular na disciplina de Matemática em seis escolas públicas de Educação Básica do Vale do Taquari, RS e contou com o apoio financeiro da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

As atividades desenvolvidas e problematizas enfatizaram a tendência da Investigação Matemática e abordaram as quatro concepções algébricas de acordo com Usiskin (1995). Assim, objetivou-se analisar quais foram as estratégias utilizadas pelos estudantes quando desenvolvem atividades de Investigação

1 Professora da rede pública estadual do Rio Grande do Sul.

Matemática. O presente artigo socializa resultados decorrentes da quarta concepção de Usiskin (1995), ou seja, a resolução de problemas. Esta prática foi efetivada, como parte integrante para aquisição do grau de Mestre do Mestrado Profissional em Ensino em Ciências Exatas, de uma das autoras deste artigo.

As turmas que foram escolhidas, possuem diferentes níveis de ensino, e considera-se que os estudantes de 7° ano ainda não possuem conhecimento acerca dos conteúdos de álgebra, já os alunos do 9° ano já tiveram contado com esses conteúdos. Nessa perspectiva, o intuito foi verificar se com as atividades investigativas os alunos conseguiriam elaborar diferentes estratégias, mesmo não possuindo conhecimento do assunto abordado.

REVISÃO DE LITERATURA

Uma Investigação Matemática está associada à ideia de buscar, discutir, almejar saber coisas novas (LAMONATO; PASSOS, 2011). Para esses autores, em uma situação investigativa, o aluno precisa querer descobrir o que não sabe, ou seja, o mesmo precisa estar curioso sobre a atividade apresentada. Nas atividades de Investigação Matemática, o educador planeja atividades abertas que possibilitem aos estudantes o desenvolvimento de distintas estratégias e conjecturas acerca de uma mesma questão. Os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) salientam que uma Investigação consiste em quatro momentos principais, estes, elencados no Quadro 1.

Quadro 1 - Momentos para realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	- Reconhecer uma situação Problema - Explorar a situação problemática - Formular questões
Conjecturas	- Organizar dados - Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	- Realizar testes - Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	- Justificar uma conjectura - Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Adaptado de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 21).

Nessa perspectiva infere-se que as atividades de "[...] investigações matemáticas diferenciam-se das demais por serem situações-problema desafiadoras e abertas, permitindo aos alunos várias alternativas de exploração e de investigação" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p. 3). Ainda segundo esses autores, em questões investigativas, todos os estudantes partem da mesma

situação, mas nem todos utilizam as mesmas estratégias para evidenciar suas conjecturas.

Como uma atividade de Investigação Matemática está associada à ideia de descobrir coisas novas, acredita-se que esta metodologia oportuniza aos estudantes o desenvolvimento de resoluções criativas acerca das questões abordadas. Contudo, é necessário que o educador questione a veracidade das estratégias e conjecturas, formuladas pelos alunos. Nesta perspectiva, corrobora-se com o que Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 23) salientam:

> Numa investigação matemática, parte-se de uma questão muito geral ou de um conjunto de informações pouco estruturadas a partir das quais se procura formular uma questão mais precisa e sobre ela produzir diversas conjecturas. Depois, testam-se essas conjecturas, algumas das quais, perante contra-exemplos, poderão ser desde logo abandonadas. Outras, sem se revelarem inteiramente correctas, poderão ser aperfeiçoadas. Neste processo, por vezes formulam-se novas questões e abandonam-se, em parte ou no todo, as questões iniciais. As conjecturas que resistirem a vários testes vão ganhando credibilidade, estimulando a realização de uma prova que, se for conseguida, lhes conferirá validade matemática.

Para que as atividades problematizadas com os estudantes sigam os parâmetros elencados por Ponte, Brocardo, Oliveira (2009), é necessário compreender que uma atividade de Investigação Matemática "não se trata de problemas que exigem o simples exercício da repetição e do automatismo. É preciso buscar problemas que permitam mais de uma solução, que valorizem a criatividade e admitam estratégias pessoais [...]" (PAIS, 2011, p. 35). Para que distintas estratégias possam ser evidenciadas, compete destacar que o trabalho em grupo pode potencializar as descobertas de conjecturas diferenciadas, pois assim os estudantes podem discutir suas ideias, tendo auxílio dos demais colegas do grupo. Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 30) preconizam que

> A situação de trabalho em grupo potencializa o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa, o que numa fase inicial pode ser complicado em termos de autogestão do grupo. Muitas vezes, um ou dois alunos tomam a liderança e levam o grupo a centrar-se em certas ideias, facilitando, assim, o trabalho conjunto.

Ainda em consonância com o trabalho em grupo, destacando o compartilhamento de diferentes saberes, Deaquino (2008, p. 37), destaca que:

> Uma discussão em pequenos grupos é uma técnica de implementação de aprendizagem que permite aos aprendizes compartilhar experiências e ideias na busca de solução de problemas. O ambiente dos pequenos grupos é menos ameaçador, fazendo com que eles se sintam mais confiantes e confortáveis para expor e discutir ideias,

> chegando com maior facilidade a uma posição consensual, se esse for o objetivo.

Em atividades investigativas em que há discussões acerca das estratégias e conjecturas formuladas, infere-se que, para o professor analisar as evidências efetivadas pelos estudantes, compete estimular os mesmos a descreverem detalhadamente suas estratégias. Nessa perspectiva, "escrever pode ajudar os alunos a aprimorarem percepções, conhecimentos e reflexões pessoais" (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 31). Infere-se ainda que a escrita matemática auxilia o estudante a "refletir sobre o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizou e aprendeu" (IBIDEM, p. 31).

Nessa perspectiva, considerando a importância do desenvolvimento de atividades de Investigação Matemática em grupo, neste trabalho utilizou-se o conteúdo de álgebra, para a elaboração das atividades que foram desenvolvidas pelos estudantes. Para Usiskin (1995, p. 21):

> Já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de problemas, mas também é mais, ela é mais que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo.

O autor refere-se a álgebra como meio para compreender diferentes composições da matemática. Assim, no Quadro 2, apresentam-se as concepções da álgebra de Usiskin (1995). Partindo-se dessas concepções e considerado a importância da álgebra para o ensino da matemática, é que foram desenvolvidas as atividades do presente trabalho.

Quadro 2 - Concepções resumidas conforme Usiskin

Concepção da álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: adaptado de (USISKIN, 1995, p. 20).

Ancorados nos referenciais teóricos abordados, a próxima seção apresenta a metodologia de trabalho utilizada, bem como os resultados encontrados. A discussão dos resultados enfatiza a atividade que contemplou a concepção da álgebra como resolução de problemas.

METODOLOGIA E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

As atividades de Investigação Matemática deram ênfase a procedimentos metodológicos que visaram a pesquisa qualitativa, com características do estudo de caso. Para Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 110):

> O estudo de caso busca retratar a realidade de forma profunda e mais completa possível, enfatizando a interpretação ou a análise do objeto, no contexto em que ele se encontra, mas não permite a manipulação das variáveis e não favorece a generalização. Por isso, o estudo de caso tende a seguir uma abordagem qualitativa. Mas isso não significa abandonar algumas quantificações necessárias. Essas quantificações podem ajudar a qualificar melhor uma análise.

Na pesquisa qualitativa, "o pesquisador enriquece sua narrativa com trechos de entrevistas, excertos de suas anotações, vinhetas, exemplos de trabalhos de alunos [...]" (MOREIRA, 2011, p. 51). Para o autor, em uma pesquisa qualitativa pode-se abordar o estudo de caso. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 109-110), este é recomendado "para confirmação ou reformulação do problema e, sobretudo, quando se quer estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo".

As atividades foram realizadas com quatro turmas de alunos do 7º e 9º anos do Ensino Fundamental de duas das escolas parceiras (escola A e escola B) do Observatório da Educação. No Quadro 3, apresenta-se o número de alunos de cada uma das turmas onde ocorreu a prática pedagógica.

Quadro 3 - Número de alunos por turma

Turma	**Escola A**	**Escola B**
7° ano	18 alunos	22 alunos
9° ano	25 alunos	26 alunos

Fonte: dos autores, 2017.

Nas quatro turmas foram trabalhadas e problematizadas as mesmas atividades, abordando as quatro concepções definidas por Usiskin (1995). Os dados para análise dos resultados, foram coletados por meio de gravações de áudio, fotográficas, filmagens, diário de campo de professor e grupos de estudantes.

Para a efetivação das atividades propostas, solicitou-se que os alunos formassem grupos de acordo com a afinidade, assim acreditou-se que as estratégias e conjecturas poderiam emergir com mais facilidade. Para cada grupo de trabalho entregou-se apenas uma cópia da atividade, orientando-os que encontrassem um meio de todos os componentes do grupo lerem e terem acesso à questão. Os resultados apresentados, neste trabalho enfatizam apenas as atividades que abordam a concepção da álgebra como resolução de problemas, devido à grande quantidade de resultados.

O Quadro 4 apresenta a atividade que contemplou a concepção da álgebra como resolução de problemas. Os educandos deveriam desenvolver estratégias para calcular o volume de uma caixa, levando em consideração, algumas medidas predefinidas.

Quadro 4 - Atividades acerca da concepção da álgebra como resolução de problemas

Atividade 1:

Cada grupo de alunos receberá uma folha retangular de 20 cm x 16 cm. Construir uma caixa aberta, retirando de cada canto desta folha um quadrado de lado x.

Responder:

a) Qual é o volume da caixa que o grupo montou? Explicar o procedimento utilizado para encontrar o volume da caixa.

b) Agora construir novos retângulos com a mesma medida. Variar o tamanho dos quadrados dispostos nos cantos e recortá-los montando novas caixas. Preencher a tabela abaixo com os resultados obtidos.

Lado do quadrado recortado	Comprimento da caixa	Altura da caixa	Largura da caixa	Volume

c) Se o lado do quadrado recortado fosse x, quais seriam as medidas da caixa? E o volume?

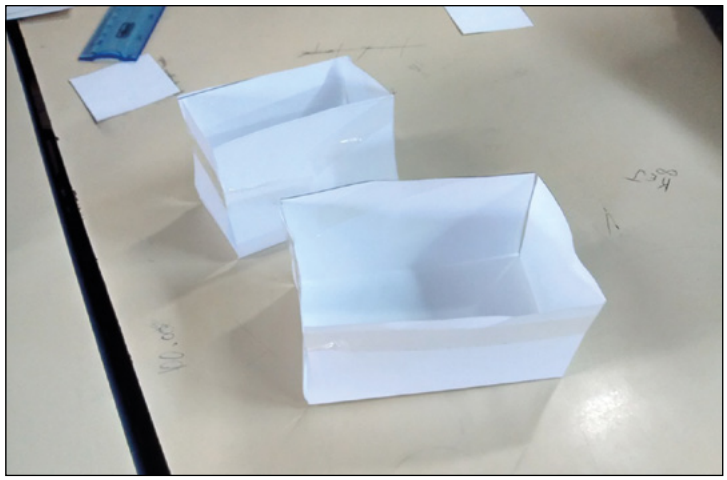
d) Existem valores inteiros para x que não possibilitem a construção da caixa? Explicar a resposta.

Fonte: Adaptado de Teles (2010).

Para realização das atividades os estudantes receberam uma folha de formato retangular de medidas, 20 cm x 16 cm. Alguns grupos montaram diferentes caixas, assim evidenciando o volume de cada uma delas, além disso, com a confecção das caixas puderam evidenciar quando não haveria a opção de construção. A explicação detalhada por esses grupos foi mostrá-las, conforme

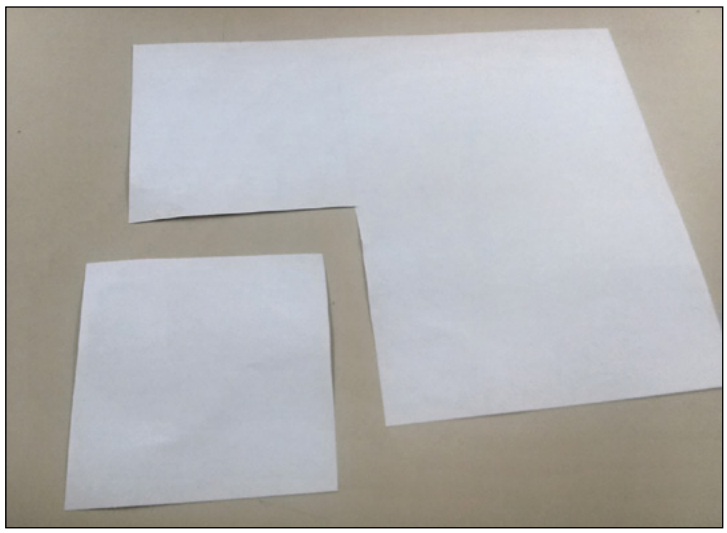
expresso nas Figuras 1 e 2, no qual apresentam-se os diferentes tipos, construídas pelos estudantes.

Figura 1 - Caixas confeccionadas pelos estudantes



Fonte: dos autores 2017.

Figura 2 – Construção da caixa com lado do quadrado 8 cm



Fonte: Da autora, 2016.

Verifica-se a importância da utilização do material concreto em aulas de matemática. "Todos esses acessórios utilizados pelo professor para realizar a aprendizagem são recursos que contribuem para a socialização dos alunos, a formulação de respostas, as indagações propostas a eles" (SANTOS, 2014,

p. 23). Para alguns grupos de estudantes, conseguir manusear com materiais alternativos favoreceu a resolução de estratégias diferenciadas.

Outros grupos evidenciaram, no início da prática, que não haveria possibilidade de construção da caixa quando utilizassem como valor de x o valor de 8 cm, pois não teriam largura suficiente para a caixa.

> *Grupo 2 da escola A: Existem valores para x que não possibilitam a construção da caixa, que é o número 8, ele não possibilita porque é exatamente a metade de 16.*
>
> *Grupo 4 da escola A: 8 cm, é a metade. Aí não sobra uma frestinha para formar uma caixa. Dá com valores próximos a 8.*

Um dos estudantes do 9° ano da escola A salientou:

> *Aluno 3 do 9° ano da escola A: não precisava ficar medindo para saber o comprimento.*
>
> *Professora: Por quê?*
>
> *Aluno 3 do 9° ano da escola A: Se o lado for 3 é só fazer dezesseis menos 6 e vinte menos seis. A gente fez isso em todas as questões.*

Infere-se que, por meio do cálculo matemático, os estudantes conseguiram resolver a atividade proposta, sem a necessidade de construir as caixas. Os grupos definiam o valor de x, e descontavam ele duas vezes, tanto do comprimento como da largura.

O cálculo do volume, apresentado na Figura 3, foi evidenciado pelos estudantes após questionamentos do professor.

> *Professora: Vamos pensar no seguinte: quando falamos em distância aqui 2 cm. Na área do quadrado que eu desenhei a gente faz 2 vezes o 2, e encontramos 4 cm². E agora pensa no volume. Temos três medidas. O que podemos observar?*

Logo após esse questionamento os estudantes de todas as turmas preconizaram que para o volume bastava multiplicar o terceiro número. Assim, identificaram que calcular o volume da caixa seria multiplicar base x altura x largura.

Figura 3 – Tabela com as medidas relativas ao volume da caixa

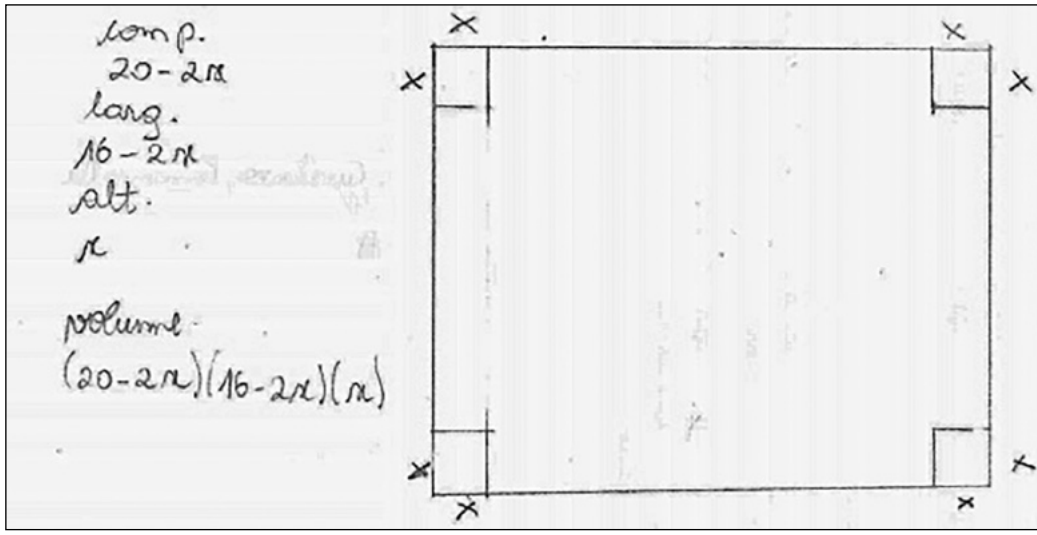
Lado do quadrado recortado	Comprimento da caixa 20 cm	Altura da caixa	Largura da caixa 16 cm	Volume
3 cm x 3 cm	14 cm	3 cm	10 cm	420 cm³
5 cm x 5 cm	10 cm	5 cm	6 cm	300 cm³
7 cm x 7 cm	6 cm	7 cm	2 cm	84 cm³
2 cm x 2 cm	16 cm	2 cm	12 cm	1024 cm²

Fonte: Dos autores, 2016.

Nessa perspectiva, salienta-se a importância dos questionamentos e das discussões no decorrer das atividades de Investigação Matemática. Segundo Reginaldo (2011, p. 9), "[...] para que o momento da discussão não se torne empobrecido é importante que o professor faça uma mediação do debate, incentivando a discussão de ideias contrárias e a favor de cada conjectura".

Na Figura 4 apresenta-se uma fórmula encontrada por alguns grupos, considerando a medida dos lados dos quadrados a serem recortados de x.

Figura 4 – Fórmula quando os lados do quadrado valem x



Fonte: Dos autores, 2016.

Para encontrar as fórmulas, alguns grupos desenharam o retângulo e representaram o lado do quadrado sendo x, visualizando quais seriam os valores dos lados. Assim, os estudantes conseguiram representar os valores dos lados, como mostrado na Figura 4, mas tiveram dificuldades no momento de

pensar uma fórmula matemática para representação do volume da caixa. Os grupos que conseguiram generalizar a fórmula considerando o valor do lado do quadrado recortado como sendo x, realizaram apresentação de suas respostas para os demais grupos. Salienta-se que os demais alunos tiveram dificuldades na compreensão da atividade.

No Quadro 5, apresentam-se problemas nos quais os alunos deveriam resolver e descrever detalhadamente a estratégia evidenciada.

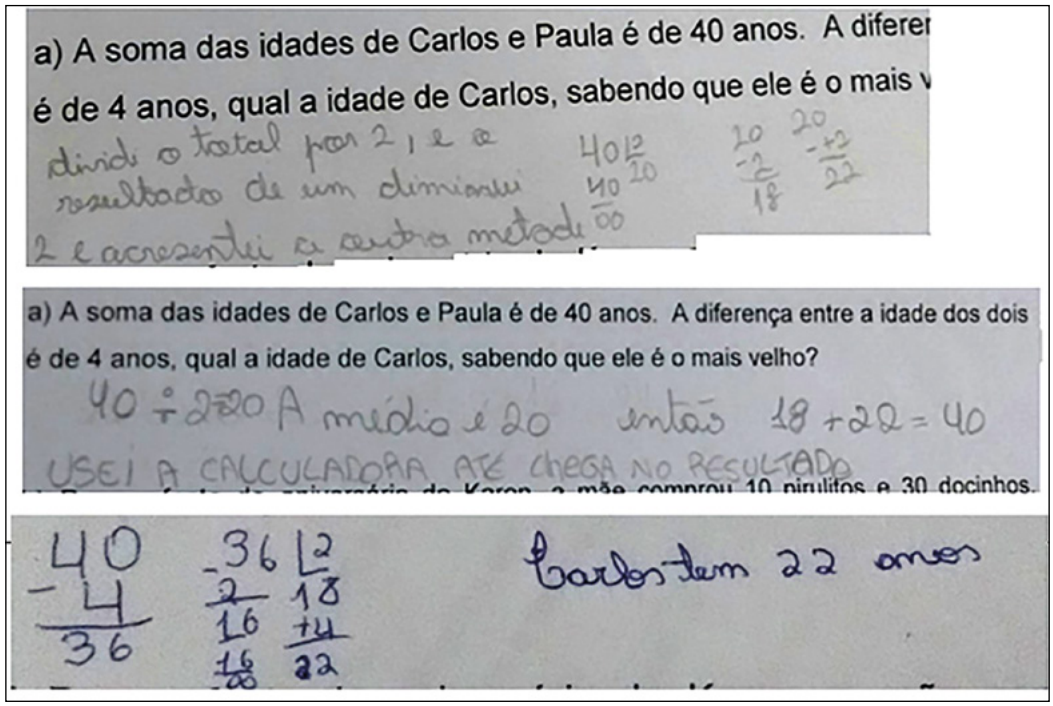
Quadro 5 – Problemas matemáticos

Atividade 2:
Resolver os seguintes problemas:
a) A soma das idades de Carlos e Paula é de 40 anos. A diferença entre a idade dos dois é de 4 anos. Qual a idade de Carlos, sabendo que ele é o mais velho?
b) Para a festa de aniversário de Karen, a mãe comprou 10 pirulitos e 30 docinhos, gastando R$ 45,00. Como o número de convidados foi maior do que o esperado, a mãe de Karen comprou mais 30 pirulitos e 40 docinhos, gastando R$ 85,00. Quanto custou cada pirulito e cada docinho?
c) João tem o dobro de figurinhas que Pedro tem, mais 3. Paulo tem a quantidade de figurinhas que João tem, mais a metade do quadrado das figurinhas de Pedro. Sabendo que Pedro tem 10 figurinhas, quantas figurinhas João e Paulo possuem?

Fonte: Dos autores, 2016.

Para resolver o primeiro problema matemático, alguns grupos destacaram que dividiam o número 40 por dois, tendo como resultado 20. Posteriormente observaram que a diferença das idades seria 4, assim dividiram o número 4 por 2, ao 20 somaram 2, obtendo como resultado a idade de 22 anos e novamente ao 20 diminuíram 2, tendo como resultado a idade de 18 anos. Outros grupos também utilizaram como estratégia a divisão do número 40 por 2, mas para descobrir o resultado, utilizaram a calculadora até encontrar os números 18 e 22 como resultados. Na Figura 5 apresentam-se as estratégias dos estudantes.

Figura 5 – Estratégias emergentes no problema "a"



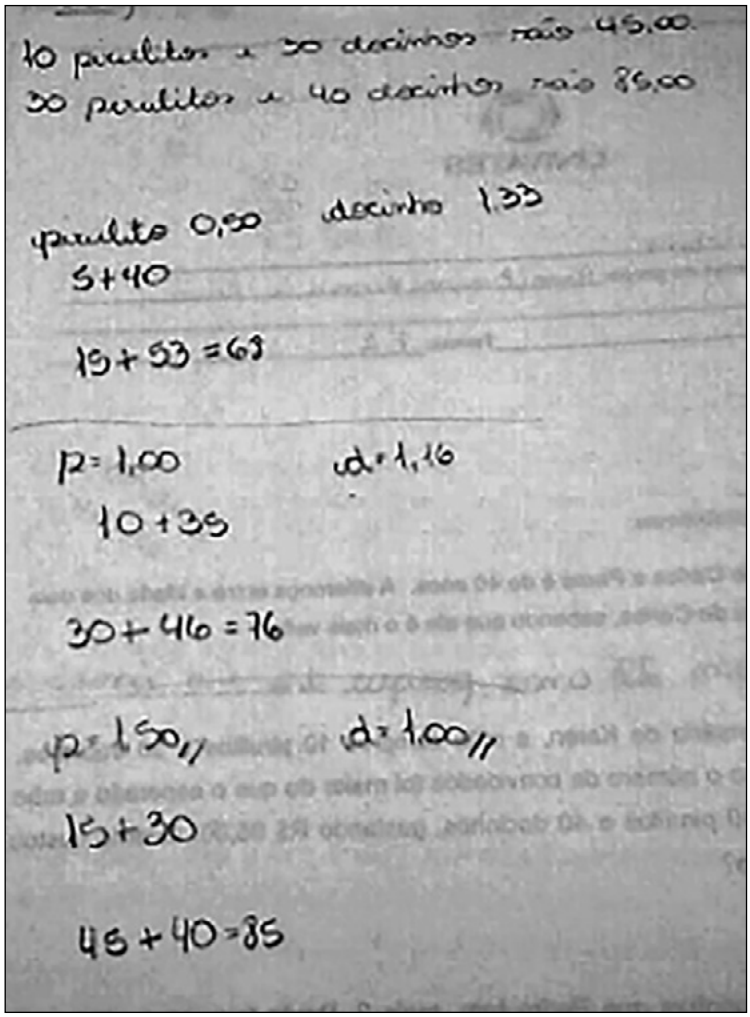
Fonte: Dos autores, 2016.

Um dos grupos que utilizou a tentativa e o erro, salientaram que:

> *Partimos do número 20, metade de 40, acrescentamos 4 na idade de Carlos, porque ele será o mais velho, deu 24, mas não fechou a diferença baixamos 2 anos da idade dele e acrescentamos na idade dela, então encontramos para Carlos 22 anos e para Paula 18* (Grupo de estudante do 9° ano da escola B).

Para resolução do segundo problema matemático, a maioria dos grupos utilizou o método da tentativa, como mostrado na Figura 6.

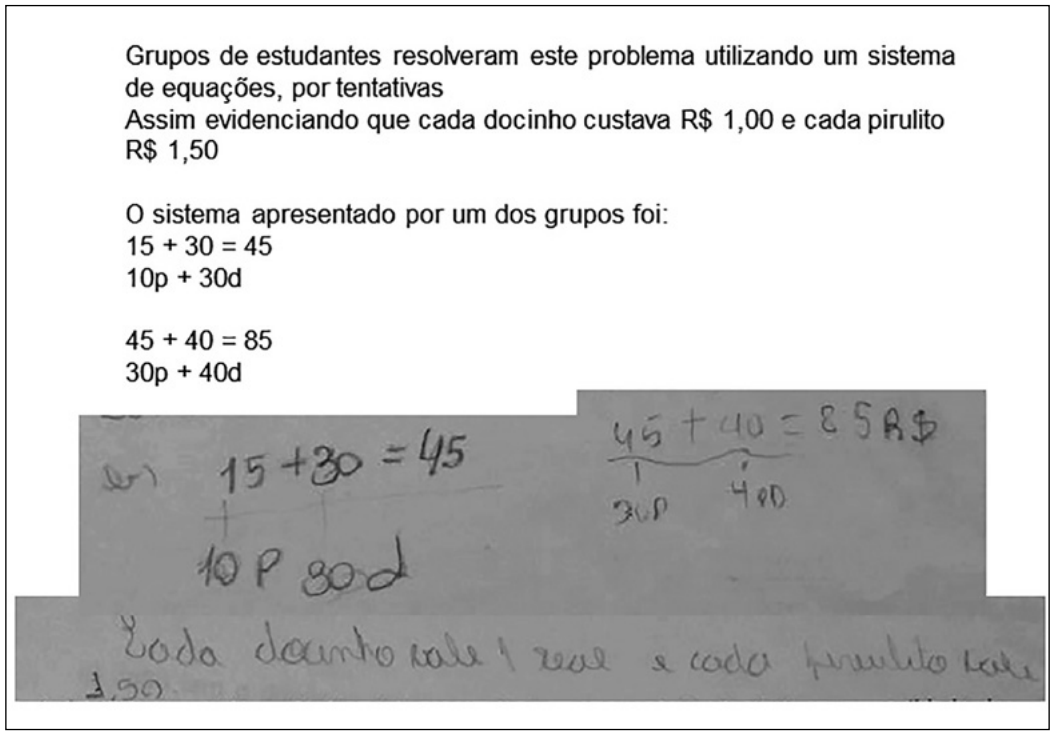
Figura 6 – Método da tentativa para resolução do problema b



Fonte: Grupo 2 da escola B, 2016.

Um grupo de alunos do 9° utilizou um sistema matemático, para resolver a atividade, como mostra a Figura 7. Os estudantes salientaram que resolveram por meio de sistema, pois já tinham conhecimento do referido conteúdo.

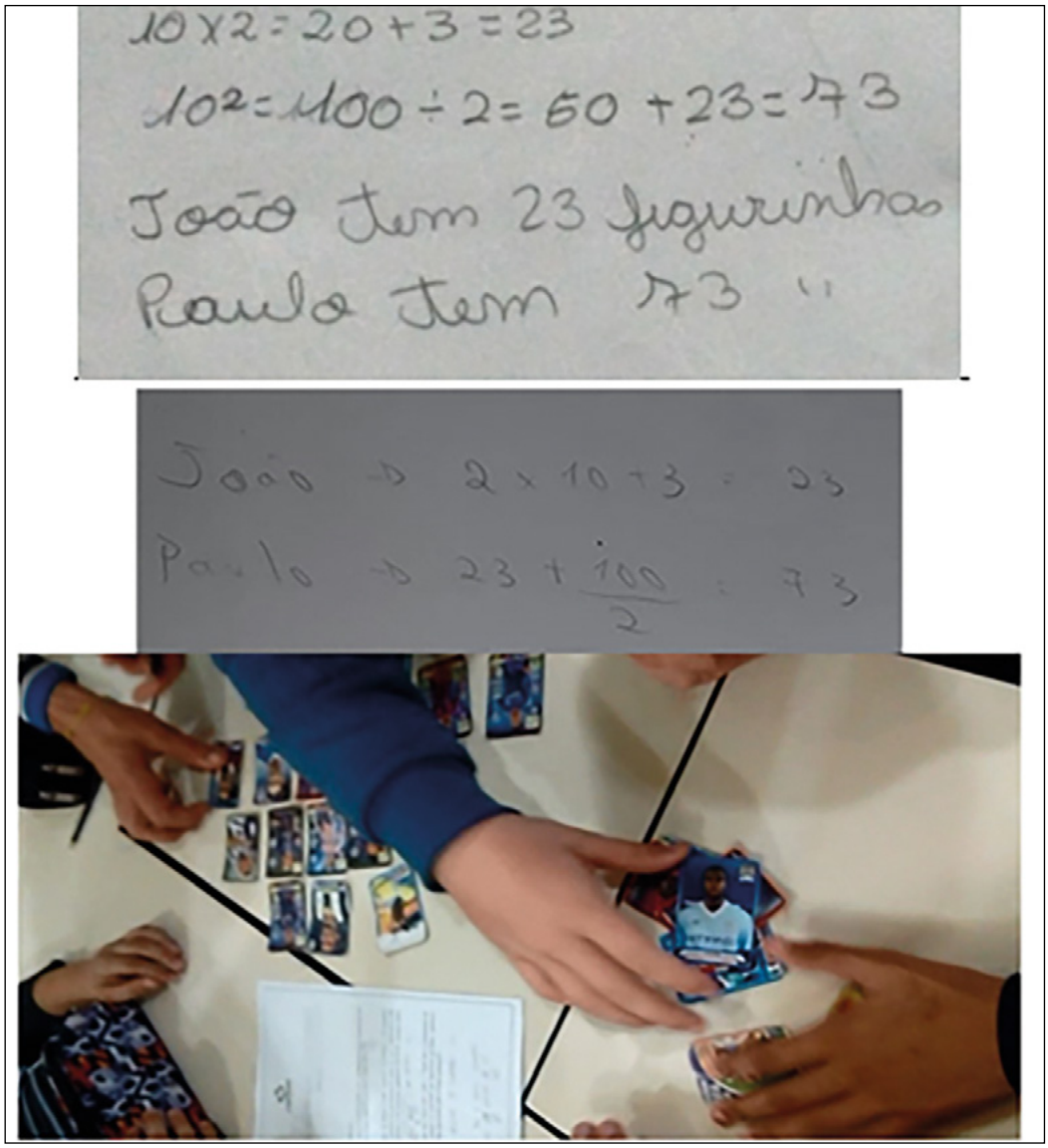
Figura 7 – Resolução do problema b por meio de um sistema



Fonte: Dos autores, 2016.

Para resolução do terceiro problema, um dos grupos de estudantes utilizou uma coleção de cartinhas de um dos componentes do grupo. Outros estudantes, encontraram os resultados utilizando cálculos matemáticos, como mostra a Figura 8.

Figura 8 – Utilização de cálculo e material alternativo para resolução do problema c



Fonte: Dos autores 2016.

Infere-se que alguns estudantes apresentam mais facilidade na resolução das atividades propostas quando utilizam o material concreto. Esse fato fica explícito no diálogo destacado a seguir:

> *Aluno 14 da escola A: O meu, eu tenho umas cartinhas na muchi!*
> *Aluno 15 da escola A: Vamos usar, para ver se da uma resposta?*
> *Aluno 16 da escola A: Profe da para usar essas cartinhas?*
> *Professora: Claro, fica mais fácil.*

Nesse contexto, ao findar esta análise, pode-se salientar que o trabalho em grupo favoreceu discussões acerca dos resultados encontrados. Em efeito, infere-se que as atividades de Investigação Matemática proporcionaram "aos alunos a construção de seu próprio conhecimento e a assimilação de novos conhecimentos por meio do trabalho em equipe" (TEODORO; BELINE, 2013, p. 14).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades realizadas com os grupos de estudantes, bem como a metodologia utilizada para realização das questões, oportunizaram aos estudantes momentos de autonomia no que diz respeito ao ensino e a aprendizagem do referido conteúdo algébrico. Os estudantes puderam pesquisar e descobrir suas próprias estratégias acerca do conteúdo abordado.

Diferentes estratégias para resolução das atividades emergiram durante a realização das atividades de Investigação Matemática. Alguns estudantes evidenciaram suas conjecturas utilizando o material concreto, que auxiliou os mesmos na construção das caixas e nas evidências das respostas dos problemas. Outros resolveram as questões por meio de cálculos matemáticos. Ainda houve o uso da tentativa e erro para a resolução dos problemas.

Pode-se concluir que o trabalho em grupo foi importante para a realização das atividades propostas, pois um colega auxiliava o outro na resolução. Ademais, as atividades efetivadas em grupo potencializaram o surgimento de diferentes estratégias. Salienta-se que durante a realização das atividades, os grupos de alunos foram constantemente questionados acerca de suas estratégias usadas, para assim aprimorarem suas conjecturas. Esse fato é corroborado com o que os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) ressaltam, que em uma investigação o professor deve ser mediador, questionando os estudantes para que os mesmos possam aprimorar suas estratégias.

REFERÊNCIAS

DEAQUINO, Carlos T. E. **Como aprender**: andragogia e as habilidades de aprendizagem. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3. ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

LAMONATO, Maiza.; PASSOS, Carmem L. B. **Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática**. Zetetiké, FE/Unicamp – v. 19, n. 36 – jul/dez 2011.

MOREIRA, Marco. A. **Metodologias de pesquisa em ensino.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

PONTE, João. P. da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Helia. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

REGINALDO, Bruna K. S. **Reflexões Teóricas sobre o Trabalho com Investigação na Sala de Aula de Matemática.** Anais Ebrapem (2011) - Volume 1, Número 1. Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/revistas/ebrapem/trabalhos/0c212dac247070f5735886d89153ea77.pdf>. Acesso em: 28 fev. 2017.

SANTOS, Maria J. B. de S. **O ensino e aprendizagem das frações utilizando materiais concreto.** 2014. 47f. Monografia (Licenciatura plena em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, PB, 2014. Disponível em: <http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/4290/1/PDF%20-%20Maria%20Jos%C3%A9%20Batista%20de%20Souza%20Santos.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2017.

SMOLE, Kátia C. S. **Textos em matemática: por que não?** In: Ler, escrever e e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 29-68.

TEODORO, Flavia P.; BELINE, Willian. **Investigação matemática em sala de aula na educaçãobásica: um estudo com alunos do 3º ano do ensino médio.** VIII Encontro de Produção Científica e Tecnológica – EPCT, 2013.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

PRÁTICA PEDAGÓGICA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II: OUTROS MODOS DE ENSINAR MATEMÁTICA

Mariana Torreão Monte[1]
Ieda Maria Giongo[2]

Resumo: Esse relato apresenta um conjunto de atividades – parte de uma prática pedagógica investigativa realizada com uma turma de Cálculo II de Engenharia da Computação - por ocasião da escrita de uma dissertação de Mestrado vinculada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Univates, Lajeado, RS. Especificamente, tais atividades abrangeram a introdução de s*oftwares* tendo em vista que um grupo de Engenheiros da Computação entrevistados afirmaram que, em suas práticas laborais, dispunham da presença das tecnologias, com o auxílio de algum *software*, não havendo, portanto, a necessidade de efetuarem os cálculos pelas regras e métodos de integração ou de derivação manual. Os resultados das mencionadas atividades apontaram para a potência do uso do *GeoGebra* nos processos de ensino das disciplinas vinculadas ao Cálculo.

Palavras-chave: Etnomatemática. Engenharia. Ensino de Cálculo. *Software.*

INTRODUÇÃO

O presente relato apresenta um conjunto de atividades oriundas de uma investigação realizada numa pesquisa de Mestrado que tinha por objetivo central problematizar uma prática pedagógica investigativa efetivada numa turma de Cálculo Diferencial e Integral II, a partir da observação de atividades laborais de um grupo de profissionais de Engenharia da Computação. A temática da investigação emergiu, por um lado, a partir da insatisfação da professora pesquisadora com o baixo rendimento de seus estudantes de Cálculo e, por outro, com os estudos do campo da etnomatemática, efetivados no Mestrado, em especial com os resultados emergentes da pesquisa/ intervenção vinculada ao Programa Observatório da Educação (Edital INEP/CAPES 049/2012).

Assim, vislumbrou-se a possibilidade de enveredar por um caminho de pesquisa/intervenção que considerasse os distintos modos de operar com a matemática praticados pelos engenheiros em serviço, considerando, assim, a cultura laboral deste grupo de profissionais. Nessa ótica, a etnomatemática como

1 Professora da rede pública de Vitória da Conquista e da FAINOR – Vitória da Conquista – Bahia.

2 Professora da Universidade do Vale do Taquari – Lajeado – RS.

Programa, mantém uma relação estreita com a história dos povos, as diversas culturas e modos de resolver problemas do cotidiano. Como bem apontou o assim chamado "pai da etnomatemática", Ubiratan D'Ambrósio (2002, p. 48), o que motiva os estudos deste campo "é procurar entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidade, povos, nações". Nesse sentido, referenciais deste campo também podem ser potentes para que se (re)pensem outros modos de ensinar matemáticas. Inicialmente, pensou-se na possibilidade da existência de uma única matemática que pudesse ser "aplicada" nas atividades laborais dos engenheiros da Computação. Entretanto, leituras de obras como a de Condé (2004, p. 46), enfatizando as ideias da maturidade de Ludwig Wittgenstein, mostraram que a pragmática da linguagem somente pode ser compreendida a partir da noção de uso. Para ele:

> Nas Investigações, [referindo-se à obra de Wittgenstein] a noção de uso (Gerbrauch) é de importância decisiva na nova concepção de linguagem apresentada por Wittgenstein. A pragmática da linguagem presente nas Investigações somente pode ser compreendida a partir a partir da nova dimensão da noção de uso ali presente.

Em efeito, Knijnik et al. (2012, p. 30) afirmam que, neste referencial teórico, "diríamos que é o contexto que constituiu a referência para entender a significação das linguagens (entre elas, as linguagens matemáticas) presentes nas atividades produzidas pelos diversos grupos culturais". As autoras ainda mencionam que Wittgenstein enfatiza a noção de jogos de linguagem, "processos que podem ser compreendidos como descrever objetos, relatar acontecimentos, construir hipóteses e analisá-las, contar histórias, **resolver tarefas de cálculo aplicado**, entre outros" (Ibidem, p. 30) [grifos nossos] E completam, especificando que "a Matemática Acadêmica, a Matemática Escolar, as Matemáticas Camponesas, as Matemáticas Indígenas, em suma, as Matemáticas geradas por grupos culturais específicos" (Ibidem, p. 31) podem ser pensados "como conjuntos de jogos de linguagem engendrados em diferentes formas de vida, agregando critérios de racionalidade específicos" (Ibidem, p. 31). Entretanto "esses diferentes jogos não possuem uma essência invariável que os mantenha completamente incomunicáveis uns com os outros, nem uma propriedade comum a todos eles, mas algumas analogias ou parentescos" (Ibidem, p. 31). Tais parentescos foram denominados por Wittgenstein de semelhanças de família.

A partir de tais referenciais teóricos, algumas questões passaram a reger a pesquisa/intervenção, dentre elas: qual o uso que os engenheiros em serviço faziam dos conceitos matemáticos aprendidos em Cálculo II? Que sentido esse uso daria aos signos matemáticos aprendidos na Universidade? Por conta disso, foi necessário entrevistar e acompanhar as atividades laborais de três engenheiros da Computação – dois homens e uma mulher – que, além de exercerem atividades de docência numa instituição de ensino superior baiana – *lócus* da investigação – atuavam em atividades inerentes à sua graduação em distintos locais da cidade.

As entrevistas e o acompanhamento das atividades laborais do trio, efetivadas pela professora pesquisadora, permitiram que algumas atividades fossem desenvolvidas com os estudantes.

Neste relato será enfatizada a realização, junto aos estudantes, de uma atividade com o uso do software *GeoGebra.* A escolha deste deu-se em função de que as entrevistas supracitadas mostraram a importância, dentre outros, que os profissionais da Engenharia da Computação atribuem ao uso de *softwares* e dentre eles, o *Matlab* e o *GeoGebra*. Como bem apontou um dos engenheiros entrevistados:

Engenheiro: Na prática da Engenharia da Computação tem que utilizar *softwares* como ferramenta, pois na maior parte o papel do engenheiro é suprir a demanda de dois profissionais: o do analista de sistemas de informação e do engenheiro eletricista. **Não existe Engenharia da Computação sem software. O exercício na mão à maneira da educação tradicional aliado aos programas parece dar um ganho de aprendizagem e a tradução de um saber para outro. Reforça a compreensão do assunto**. Vimos isso muito claramente no exemplo que te mostrei anteriormente. Agora, se você quer uma indicação de programas que os engenheiros da Computação trabalham temos o "*GeoGebra*", o" *Matlab*". Mas, como eu gosto de programar, eu mesmo fiz o *software* que trabalho aqui na [nome da faculdade] Atualmente a faculdade está me solicitando muitos softwares específicos, estes devo construir todos aqui na T.I. que é responsável por esta parte de tecnologias. **Pelo meu conhecimento, sei que tenho que utilizar a série de Fourier e a transformada de Fourier, pois posso identificar a frequência e verificar onde houve uma falha num determinado ponto**. O ouvido humano não consegue detectar onde gerou esta falha, mas um software apropriado calculará e achará esse erro. **Usaremos o conhecimento sem calcular.**

A partir de tais informações, elaborou-se a prática pedagógica que, em síntese, ocorreu em 10 encontros com duração de 2 horas/aula cada, contendo 7 atividades e 1 palestra, entre os meses de setembro e outubro de 2014. A turma, composta de 30 alunos, cursava o segundo semestre matutino, de Engenharia da Computação, na disciplina Cálculo Diferencial e Integral II. Em meados de outubro, houve duas evasões. As atividades foram assim divididas:

- 1º Encontro (setembro) - Realizado na sala de aula, apresentou-se aos alunos a prática pedagógica a ser desenvolvida. Em seguida, comentou-se sobre os instrumentos de coleta de dados para a pesquisa. Por questões de ética em pesquisa, todos assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.
- 2º Encontro (setembro) – Atividade 01: Resolução de 4 questões de funções no *Software GeoGebra*.
- 3º Encontro (setembro) – Atividade 02: Resolução de 5 problemas utilizando o *Software Matlab*.
- 4º Encontro (setembro) – Continuação atividade anterior.

- 5º Encontro (setembro) – Atividade 03: Discussão na sala de aula sobre a utilização das tecnologias pelos alunos.
- 6º Encontro (setembro) – Palestra a cargo de um professor de Robótica.
- 7º Encontro (outubro) – Atividade 04: Apresentações do *software* ou *hardware* construídos pelas equipes 01, 02 e 03.[3]
- 8º Encontro (outubro) – Continuação da atividade anterior (equipes 04 e 05).
- 9º Encontro (outubro) – Atividade 05: Resolução de um problema específico da prática laboral de uma Engenheira da Computação utilizando o *Matlab* com a entrevistada e seus alunos da disciplina de Análise de Sinais.
- 10º Encontro (outubro) – Entrega de um relatório em dupla e de um *paper* em grupo, finalizando com a socialização e explanação dos relatórios dos alunos, contendo suas críticas e opiniões sobre a prática pedagógica.

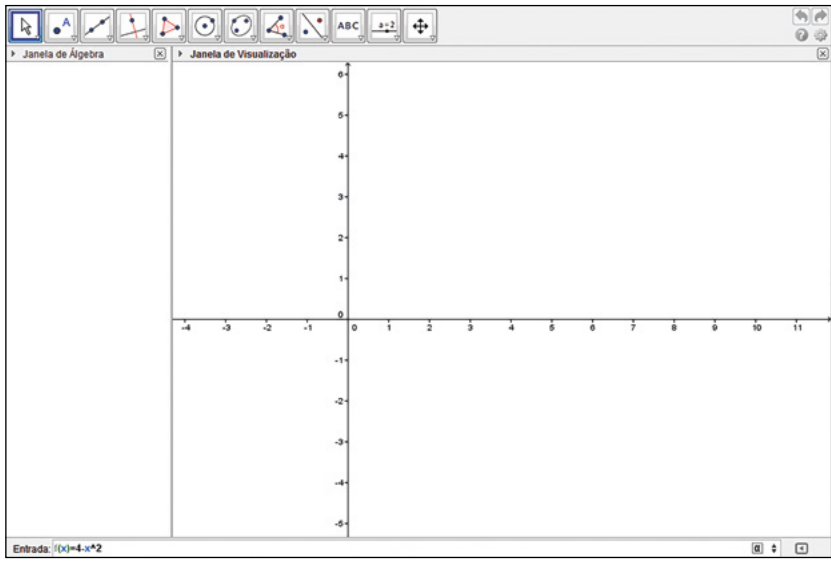
Cabe aqui destacar que, *in*icialmente, os alunos, utilizando a *internet* dos próprios celulares, realizaram pesquisas prévias sobre o *Software em questão bem como criaram um grupo no aplicativo WhatsApp com a finalidade de trocar informações sobre o andamento das atividades. A atividade aqui relatada foi efetivada no laboratório de informática da faculdade, em duplas, após a instalação do software.*

A questão consistia em encontrar a área limitada pela curva $y = 4 - x^2$ e o eixo dos x (FLEMMING; GONÇALVES, 1992, p. 380, exemplo 6.11.2).

Primeiramente, na caixa de entrada, localizada no fim da página, é necessário declarar a função, conforme expresso na Figura 1. A primeira função será chamada de f(x) e a segunda, g(x). Assim, digitar a primeira função na "caixa de entrada" localizada no fim da interface do *GeoGebra*. Então, digitar: f(x)=4-x^2. Logo após, clicar em "enter". Como y=f(x) sempre digitar as funções na forma f(x). Além disso, utilizar corretamente a linguagem de programação, lembrando o uso ponto em vez de vírgula para representar um número decimal.

3 As três equipes, em horário extraclasse, deveriam construir *softwares* ou *hardwares* envolvendo algum cálculo de integral. A equipe 1 construiu um software para calcular áreas delimitadas por funções utilizando integral definida. A 2 produziu um *hardware* visando à economia de energia. Por fim, a terceira equipe construiu um software capaz de calcular áreas envolvendo funções quadráticas utilizando o editor de texto Notepad++.

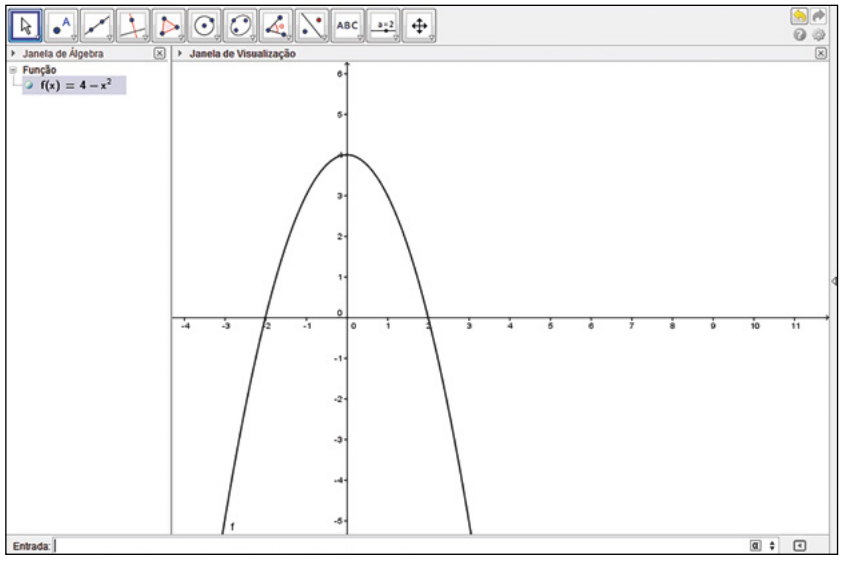
Figura 1 – Função f(x) digitada na caixa de entrada



Fonte: Das autoras (2017).

A função aparecerá na janela de Álgebra, à esquerda, e seu respectivo gráfico na janela de Visualização, à direita, conforme Figura 2.

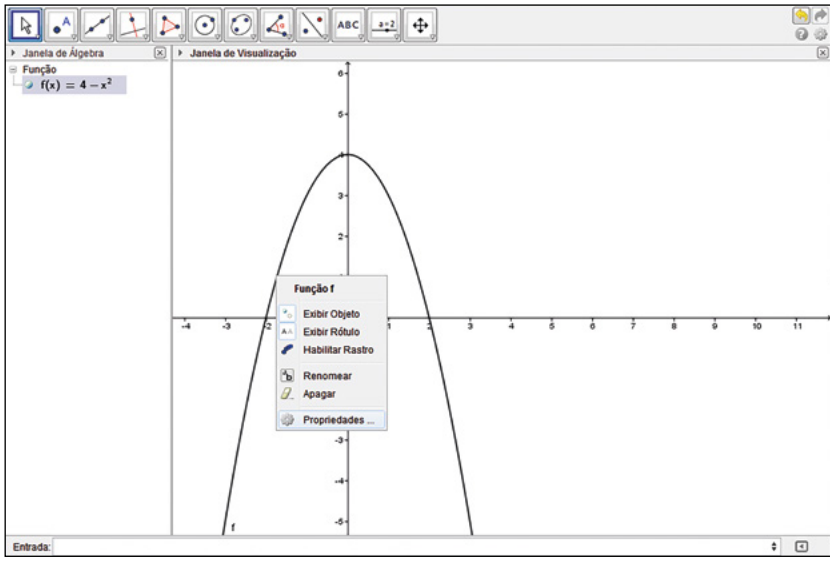
Figura 2 – Gráfico da função f(x)



Fonte: Das autoras (2017).

A cor da função será mudada para uma melhor visualização e distinção entre as funções. Para isso, clicar com o botão direito em cima de cada gráfico e aparecerá uma caixa com várias opções. Clicar em propriedades, como mostra Figura 3.

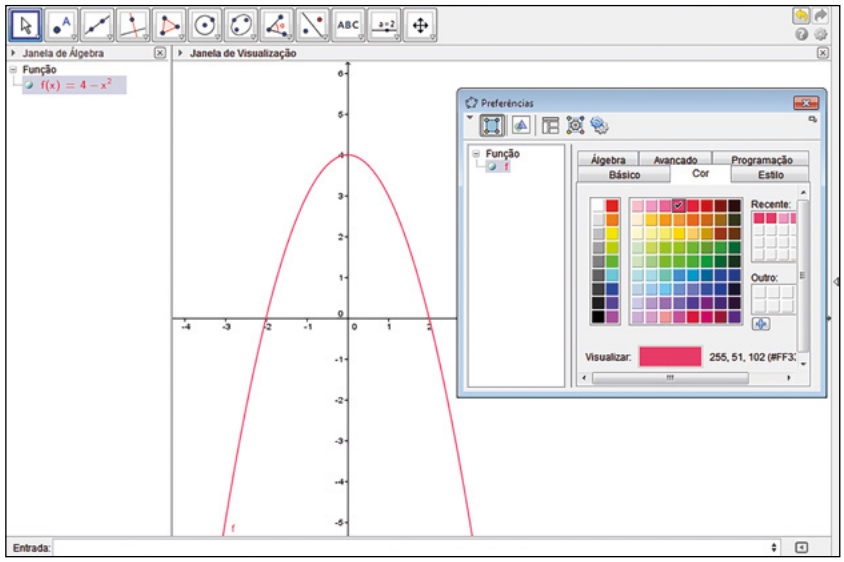
Figura 3 – Propriedades da função



Fonte: Das autoras (2017).

Abrir em propriedades, cor. Pode ser escolhida, então, uma nova cor para a função f(x). Observar na Figura 4, na janela de Álgebra, a função também mudou sua cor conforme a do seu respectivo gráfico, visto facilmente na janela de visualização.

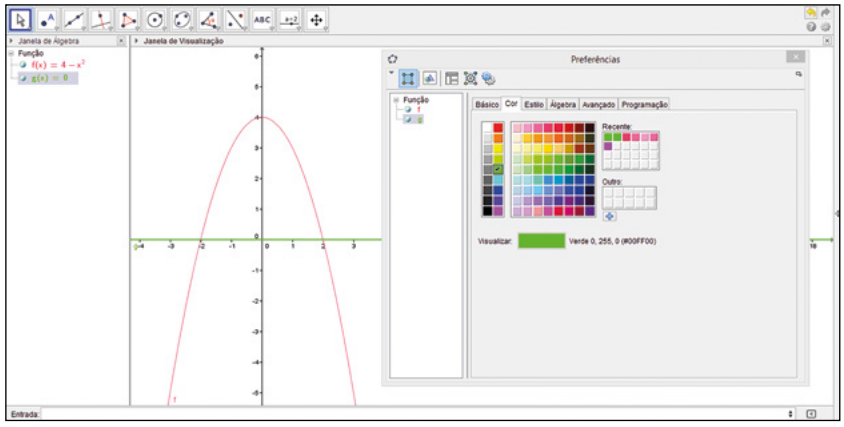
Figura 4 – Gráfico da função f(x) colorida



Fonte: Das autoras (2017).

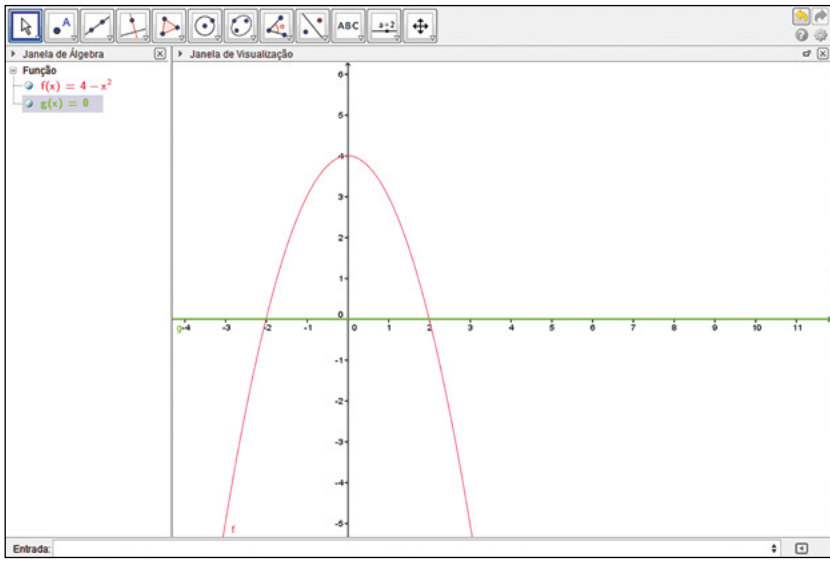
Em seguida, digitar também na caixa de entrada a próxima função g(x). Como corresponde ao eixo das abscissas, será digitada a função: g(x) = 0. Na sequência, mudar a cor do segundo gráfico, cuja escolha, neste caso, foi o verde, conforme visualizado nas Figuras 5 e 6.

Figura 5 – Propriedades da função, preferências.



Fonte: Das autoras (2017).

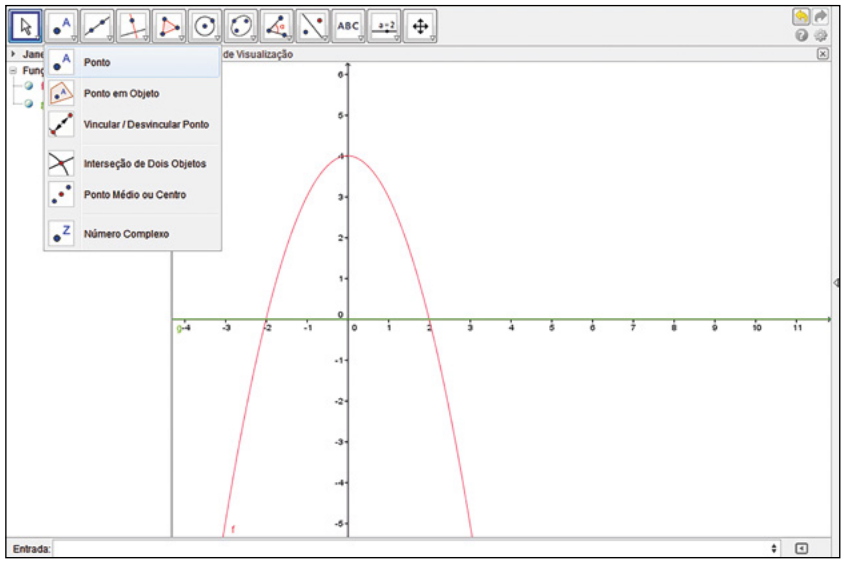
Figura 6 – Gráfico da função g(x)



Fonte: Das autoras (2017).

Foram marcados os pontos de intersecções entre os gráficos, pois são eles os intervalos de integração da integral definida. Na barra de ferramentas, clicar em "ponto" ou "intersecção de dois objetos" e depois, em cima dos pontos de encontro entre as funções no gráfico na janela de visualização. Nesse caso, o intervalo de integração, conforme expresso na Figura 7.

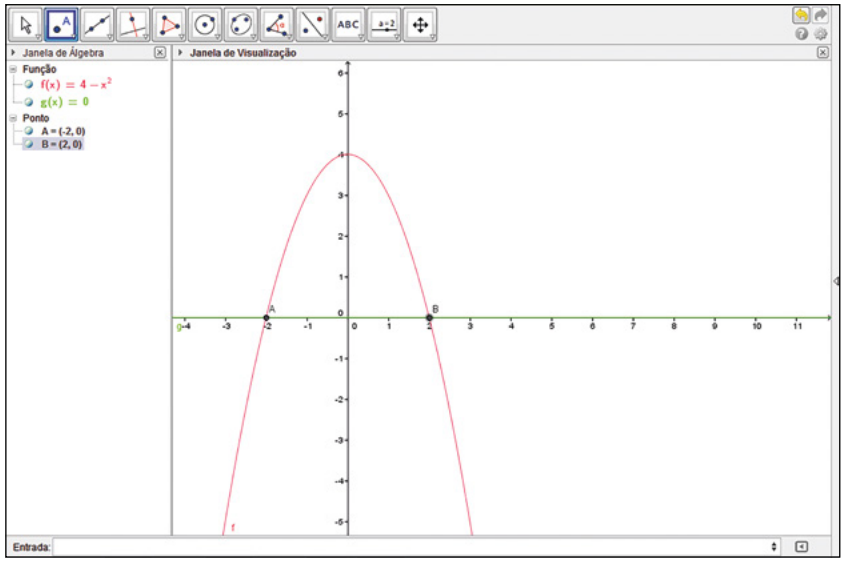
Figura 7 – Marcação dos pontos de Intersecção



Fonte: Das autoras (2017).

Os valores desses pontos são declarados na Janela de Álgebra escrito na forma de par ordenado onde o ponto estará com letra maiúscula, evidenciado na Figura 8:

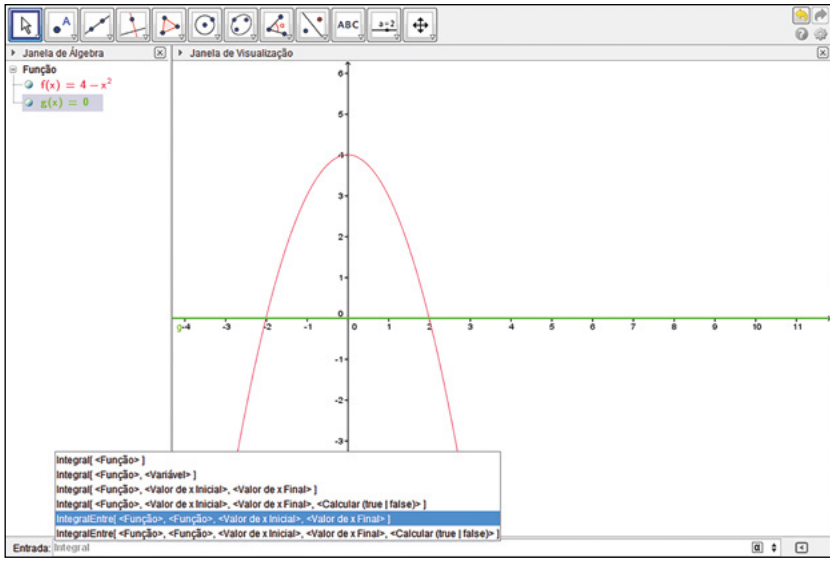
Figura 8 – Pontos de Intersecção



Fonte: Das autoras (2017).

Desse modo, será calculada a área entre os gráficos construídos. Como esse cálculo é resolvido pela operação de integração, será digitado na caixa de entrada "integral". Aparecerá uma caixa com seis opções, pois esse *software* possui uma biblioteca com várias operações matemáticas. Dentre elas, a que nos interessa é a integral. Assim, escolher a opção: Integral Entre[<função>,<função>,<valor de x inicial>, valor de x final>], ou podemos digitá-la. Como pode ser vista na Figura 9.

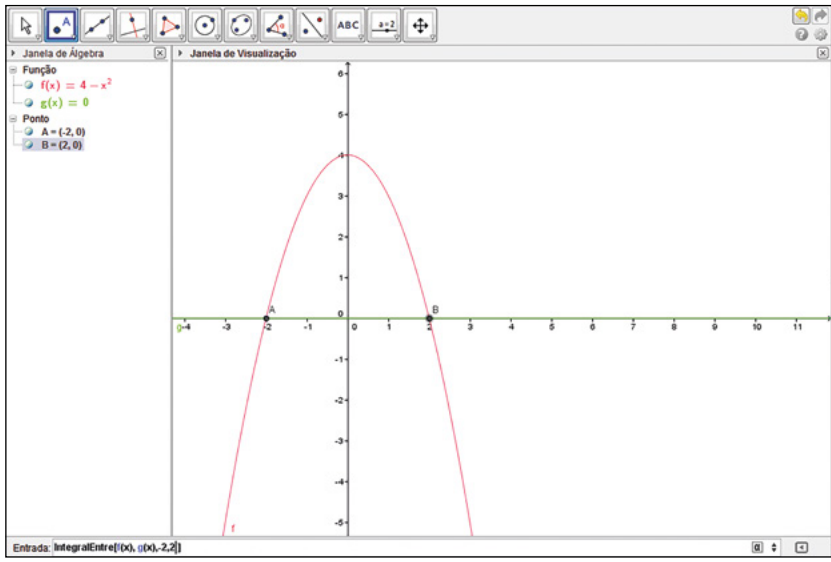
Figura 9 – Cálculo da área



Fonte: Das autoras (2017).

Para a resolução desse exemplo, digitar "Integral Entre[f(x), g(x), -2, 2]", seguido de "enter": Como mostra a Figura 10.

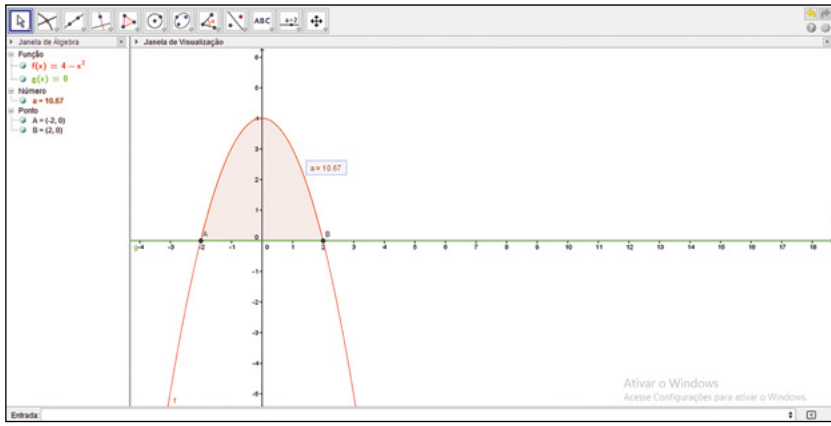
Figura 10– Comando: Integral Entre[f(x), g(x), -2, 2]



Fonte: Das autoras (2017).

O valor dessa área será calculado pelo *software* e, na Janela de Álgebra, aparecerá como número. E, no gráfico, essa área também será pintada automaticamente conforme ilustração da Figura 11

Figura 11– Solução

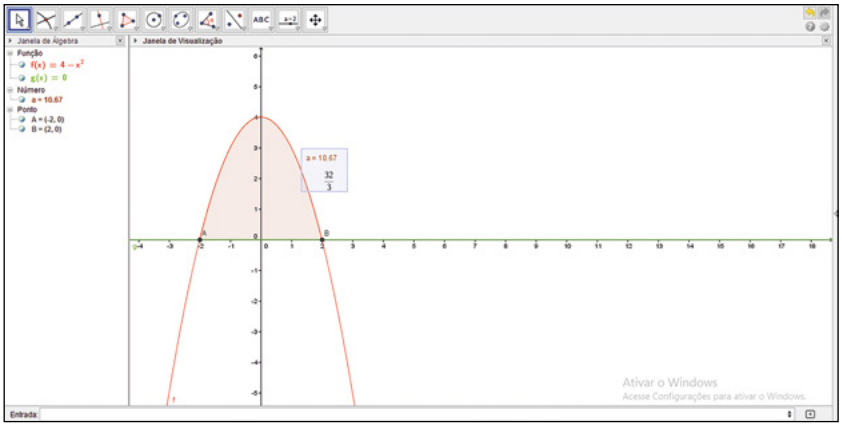


Fonte: Das autoras (2017).

O resultado dessa primeira questão do cálculo da área entre as funções f(x) e g(x) no intervalo entre [-2, 2] foi de 10,67 u.a. (unidades de área). Para visualizar o valor em forma de fração, digitar na caixa de entrada Fração Em

Texto[<Ponto>]. Pode aparecer o resultado em forma de fração. Como se trata da área "a", digitar: Fração Em Texto[a]. O resultado será igual à $^{32}/_{3}$.

Figura 12 – Solução expresso em fração



Fonte: Das autoras (2017).

RESULTADOS OBTIDOS

É importante aqui evidenciar alguns comentários dos estudantes e da professora-pesquisadora durante a pesquisa/intervenção, enfatizando os que apontavam sobre o uso do *software* na resolução de tarefas usualmente presentes nas aulas de Cálculo II.

Professora pesquisadora: Nossa primeira atividade será realizada no software *GeoGebra*. Esses exemplos que aplicaremos no *software* são as mesmas que fiz na aula anterior no quadro branco. Abram na área de trabalho do computador de vocês. Quem pesquisou alguma coisa sobre o *software GeoGebra?* E o que observaram sobre ele? Do que se trata? Gostaram?

Aluno: Trata-se da qualidade no gráfico. Adorei e achei muito fácil, viu professora?

Aluno: Ele é em português.

Aluno: Ele é bem simples**.**

Aluno: É livre.

Aluno: Conseguimos, mas, fizemos de outra maneira, usando barra deslizante, pesquisamos e encontramos essa maneira. Você pode pegar área total.

Aluno: Faça-me um favor professora, olhe o meu. Tem umas fórmulas aqui, fração e texto.

Professora pesquisadora: Muito bem. Alguém está com alguma dificuldade?

Aluno: Não estou conseguindo.

Professora pesquisadora: O comando está errado. Observe novamente como é o comando.

Aluno: Foi mesmo pró, que burrice, não coloquei os parênteses no intervalo de integração. Faltou uma vírgula também.

Professora pesquisadora: Correto.

Aluno: O comando que vou usar é integral sobre área? Depois de lançar as duas funções. O erro foi no lançamento? Hum, temos que lançar o f (x) em vez de y?

Aluno: Professora, temos que usar a linguagem de programação, né? Aquela "sqrt" pra raiz, né?

Aluno: Professora, o nosso também deu negativo, é a mesma coisa? O comando é Shif + ^ desse x da primeira função, que é 3?

Aluno: No começo, a gente estava participando por causa dos pontos, pois a gente tinha medo da disciplina. Mas, com o passar do tempo, foi show de bola, sei lá, foi como se abrisse novos horizontes e a gente não precisasse de pontos. Eu não quis perder nenhum encontro, entendeu?

Aluno: Apesar de ter sido corrido, a gente teve oportunidade de ver na prática, de entender o que estávamos calculando. A gente aprendeu bastante, eu pensei: "nossa, o pessoal já quase terminando a faculdade e nem viu nenhum software e eu iniciando, já usei", fiquei de cara.

Aluno: Pró, percebi que também que o *software* tem várias funções, tipo, fazendo a pesquisa, ele ensina algumas funções básicas. Olhei aqui do meu colega e ele fez uma pesquisa mais ampla e ele me mostrou que tem várias outras funções do que as que percebi. Será que eu vou poder usar o *software* em outras disciplinas também?

Aluno: Estou fuçando um monte, que legal. Toda a aula deveria ser assim né? (risos) Tô ligado que não vou precisar mais calcular nada a mão, só no *software*, né professora?

Professora: Não é bem assim, O que vocês acham disso? [dirigindo-se a outros alunos]

Aluno: Ficou fácil, pois tivemos um conhecimento prévio da aula anterior, onde você ensinou a calcular a área passo a passo, fez os pontos de intersecção, os gráficos. Aí o *GeoGebra* fica mais fácil.

As enunciações acima permitem que se façam duas considerações. A primeira delas diz respeito ao modo como os estudantes operaram com as regras das matemáticas acadêmica e escolar. Ao lidarem com expressões conhecidas e estarem mais próximos da linguagem usada na sala de aula, os estudantes aprofundaram questões vinculadas ao Cálculo, problematizaram conceitos, verificaram suas dificuldades e, em grupo, discutiram suas hipóteses. Em oposição à ideia de apenas corrigir a questão sem questionar, os estudantes em questão interagiram entre si e com a professora. Ademais, pesquisaram, em horário extra às aulas, o funcionamento do software, encontrando outras

funcionalidades que não estavam inicialmente previstas pela docente. Há, aqui, um modo distinto de operar com a matemática acadêmica. Como bem apontam Knijnik et al. (2012, p. 85), os alunos, frequentemente, apresentam resistência a nocas metodologias pois "a eles foi ensinado – de múltiplas formas – que a aula de Matemática é um território neutro, em que a exatidão, o resultado único, a abstração reinam soberanas". Ainda para as autoras, tal reinado "não pode ser perturbado pelas coisas 'mundanas'" (Ibidem, p. 85). No caso deste relato, as "coisas mundanas" se referem ao mundo do trabalho. E completam:

> Seria um preço "demasiadamente alto" ignorar os jogos de linguagem matemáticos que, por não serem marcados pelo formalismo, pela neutralidade, pela "pureza", pela pretensão da universalidade - como os que conformam a Matemática Escolar – acabam por ser pensados como de "menos" valor, como contaminados pela "sujeira" das formas de vida mundanas. Mas é preciso que se diga: nós todos também circulamos por tais formas de vida e, portanto, aprender como ali se pratica os jogos de linguagem matemáticos deve ser, necessariamente, parte dos processos educativos das novas gerações (KNIJNIK et al., 2012, p. 84).

A segunda consideração evidencia que os estudantes tiveram acesso a jogos de linguagem expressos pelos profissionais da área. Tai ideia está em consonância com o pensamento etnomatemático tendo em vista que "ao ampliarmos os jogos de linguagem matemáticos ensinados na escola [e na universidade], estamos possibilitando que nossos alunos aprendam outras formas de pensar matematicamente, a outras racionalidades" (KNIJNIK et al., 2012, p. 84). No caso aqui expresso, tais racionalidades estão vinculadas à forma de vida dos engenheiros da Computação.

REFERÊNCIAS

CONDÉ, Mário Lúcio Leitão. **As teias da razão***:* Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2004.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática e educação. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de (Orgs). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2006, p. 39-69.

KNIJNIK, Gelsa et al. **Etnomatemática em movimento.** Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

FLEMMING Diva Marília; GONÇALVES, Mirian Buss. **Cálculo A: Funções, limite, derivação, integração.** 5 ed. São Paulo: Makron, 1992.

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO: GEOMETRIA, FRAÇÕES E ÁLGEBRA

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt[1]
Marli Teresinha Quartieri[2]
Ieda Maria Giongo[3]

Este apêndice tem por intuito ilustrar atividades que foram planejadas e exploradas na pesquisa **Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da educação matemática no Ensino Fundamental.** A referida pesquisa, por sua vez, tem como objetivo problematizar e propor estratégias metodológicas com vistas à inovação e reorganização curricular na disciplina Matemática em seis escolas públicas de Educação Básica do Vale do Taquari, RS. Neste sentido, uma das ações implantadas constituiu-se em desenvolver um conjunto de atividades, entre as quais as referentes à geometria, em 2014, às frações, no ano de 2015 e as relacionadas à álgebra, em 2016.

Cabe salientar que os materiais foram elaborados em parceria com seis professoras das escolas que integram a pesquisa, bolsistas de Iniciação Científica, alunos vinculados ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas e alguns voluntários que se agregaram à pesquisa ao longo dos anos.

As três seções aqui apresentadas foram planejadas nas reuniões de terças-feiras e os resultados avaliados pela equipe de pesquisadores. No decorrer do planejamento, várias estratégias foram pensadas, o que às vezes, implicava em reformulações, mas objetivando propor algumas inovações, com vistas a melhorar os processos de ensino e de aprendizagem de temas como geometria, frações e álgebra.

Assim, a seguir, apresenta-se, por seção, um conjunto de atividades referentes a tais temas. Os materiais aqui inseridos são idênticos aos que foram utilizados para realizar a formação continuada, bem como explorados em sala de aula. Portanto, leitores fiquem à vontade para utilizá-los com suas turmas. Caso você deseja nos retornar com os resultados obtidos, sentiremo-nos honrados em receber seus comentários.

---

1 Professora da Univates.

2 Professora da Univates.

3 Professora da Universidade do Vale do Taquari – Lajeado – RS.

GEOMETRIA

De acordo com Barbosa (2008, p. 5), a importância do ensino de Geometria poderia ser justificada por alguns motivos, dentre os quais:

> Sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.

Nesta mesma linha argumentativa, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 51) pontuam que é importante ensinar conceitos geométricos, pois por meio deles, "o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive". Além disso, destacam que noções geométricas podem contribuir na aprendizagem de números e medidas, pois proporciona ao aluno observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades entre os objetos do meio em que vive. Ademais, ao observar os temas geradores da Prova Brasil nota-se que dois dos quatro fazem referência a Geometria (espaço e forma; grandezas e medidas), o que demonstra a importância deste conteúdo no ensino de Matemática.

Entretanto, alguns autores (FONSECA, 2011; NACARATTO; PASSOS, 2003) destacam o pouco tempo destinado para ensinar conteúdos geométricos para os alunos, em particular nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Fonseca (2011) pontua que os professores, geralmente, não tem compreensão em relação de como e do que ensinar sobre a Geometria, além das habilidades que se pode desenvolver com este tema. Diante deste contexto, acredita-se na necessidade de proporcionar momentos de discussão e problematização sobre conteúdos geométricos para professores dos Anos Iniciais, possibilitando outras formas de ver e pensar sobre estes temas.

As atividades a seguir descritas foram todas exploradas e problematizadas em cursos de formação continuada com professores dos Anos Iniciais e de Matemática dos Anos Finais. Destaca-se que, após o desenvolvimento da atividade, foram discutidos quais os conteúdos poderiam ser explorados a partir da questão proposta.

REFERÊNCIAS

BARBOSA. P. M. O estudo da geometria. **Revista Brasileira de Cartografia**, nº3, 2008.

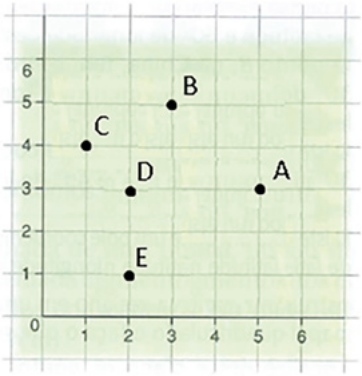
BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática. Brasília, 1998. 148 p.

FONSECA, R. C. da. **Uma abordagem geométrica para cálculo do volume das quádricas**. Dissertação de Mestrado – Vassouras, 2011. Disponível em: <http://www.uss.br/arquivos;jsessionid=878FE3484470177F9A43419B1A7EA8C0/posgraduacao/strictosensu/educacaoMatematica/dissertacoes/2011/dissertacaofinal-ramon.pdf>. Acesso em 15 nov. 2013.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas Séries Iniciais**: uma Análise sob a Perspectiva da Prática Pedagógica e da Formação de Professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

ENCONTRO DE FORMAÇÃO COM PROFESSORES DISCUTINDO E EXPLORANDO O TEMA GEOMETRIA

1. (Adaptado de Barroso, 2006). Observar a planta de um clube desenhada em uma malha quadriculada e responder à questão.



A - Quadra de tênis
B - Piscina
C - Vestiário Feminino
D - Vestiário Masculino
E - Ginásio

Juliana fez o seguinte trajeto: saiu da quadra de tênis, passou pela piscina, pelo vestiário feminino e entrou no ginásio de esportes. Como você poderia descrever esse caminho usando coordenadas?

a) (5,3); (3,5); (1,4); (2,1)

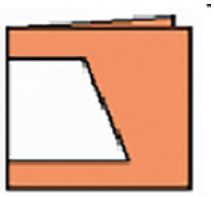
b) (3,5); (5,3); (4,1); (1,2)

c) (5,3); (3,5); (2,3); (2,1)

d) (3,5); (5,3); (1,4); (1,2)

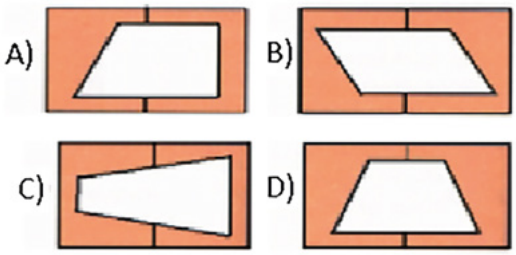
Observação: conteúdos a serem explorados com esta atividade: localização no plano cartesiano utilizando noções espaciais como direita, esquerda, para frente e para trás. Para complementar este estudo, pode-se usar desenhos de mapas no *Google Maps*, o jogo batalha naval.

2. Dobramos uma folha como na Figura abaixo, depois recortamos e retiramos a parte branca[4].



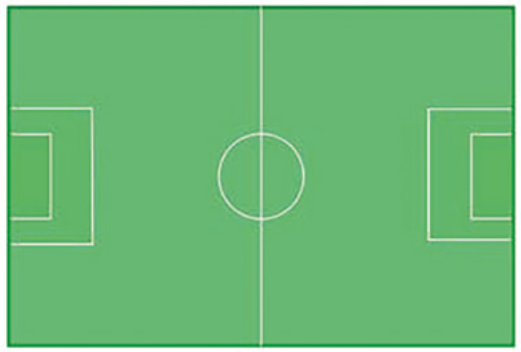
4 Disponível em: <http://profwarles.blogspot.com.br/>.

Em seguida, desdobrando a folha, obtemos:



Observação: conteúdos a serem explorados: figuras geométricas planas, suas características, nomenclatura. Pode-se explorar o conceito de simetria, por meio de dobraduras, recortes, espelho, papel quadriculado.

3. Um campo de futebol tem o formato de uma figura com quatro lados, como podemos observar no esquema representado a seguir. Qual quadrilátero é esse?[5]



a) losango

b) quadrado

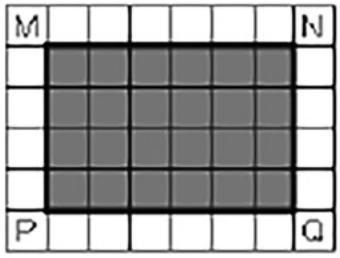
c) trapézio

d) retângulo

Observação: discussão da nomenclatura das figuras planas contidas no exercício, além da problematização sobre a diferença entre quadrado e retângulo.

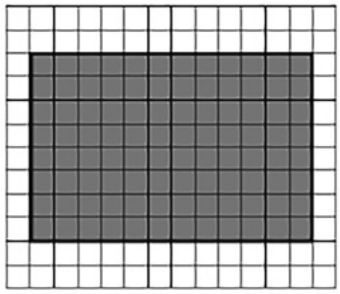
5 Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/cadernos_pedagogicos/ativ_mat1.pdf>.

4. (SIMAVE/PROEB, 2009). Veja o quadrilátero MNPQ desenhado na malha quadriculada abaixo.

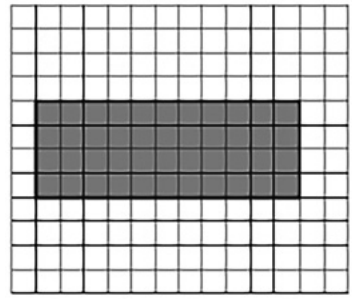


O quadrilátero semelhante ao quadrilátero MNPQ é

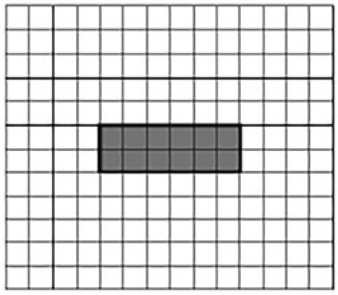
a)



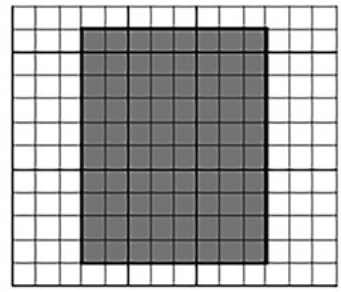
b)



c)

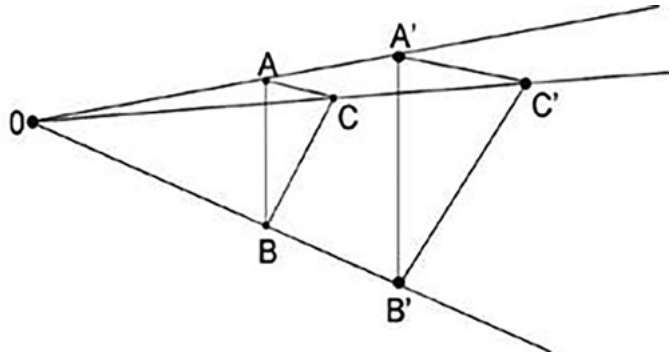


d)



Observação: explorar noções de proporcionalidade, área, perímetro por meio do uso do quadriculado. Fazer ampliações e reduções de figuras utilizando o papel quadriculado.

5. (SIMAVE/PROEB, 2009). Ampliando o triângulo ABC, obtém-se um novo triângulo A'B'C', em que cada lado é o dobro do seu correspondente em ABC.



Em figuras ampliadas ou reduzidas, os elementos que conservam a mesma medida são:

a) As áreas

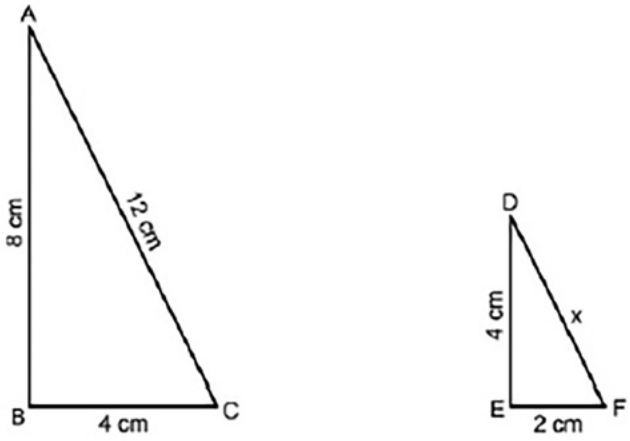
b) Os perímetros

c) Os lados

d) Os ângulos

Observação: Uso da homotetia[6] para ampliar e reduzir figuras.

6. (SIMAVE/PROEB, 2009). Janine desenhou dois triângulos[7], sendo que o triângulo DEF é uma redução do triângulo ABC.



6 "[...] é uma transformação em que a medida dos ângulos é preservada, assim como a razão das medidas das distâncias correspondentes, porém é uma semelhança que lida com ampliação e redução de uma figura inicial" (QUARTIERI et al., 2012, p. 1248).

7 Não esquecer de discutir que as medidas aqui representadas não podem formar uma triângulos.

A medida x do lado DF é igual a

a) 4 cm

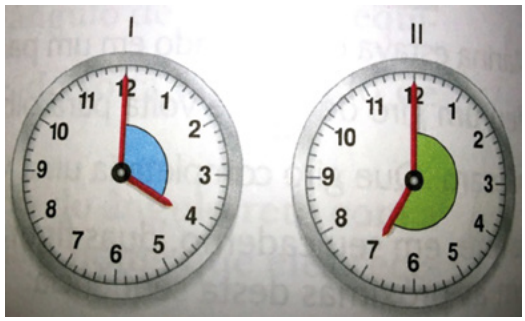
b) 6 cm

c) 8 cm

d) 12 cm

Observação: discussão sobre as condições de existência de um triângulo, tipos de triângulos quanto aos ângulos e quanto à medida dos lados, Teorema de Pitágoras.

7. (Adaptado de Barroso, 2006). Desafio: Observar os relógios.



Os destaques nesses relógios estão associados a ângulos de quantos graus?

a) 120º e 210º

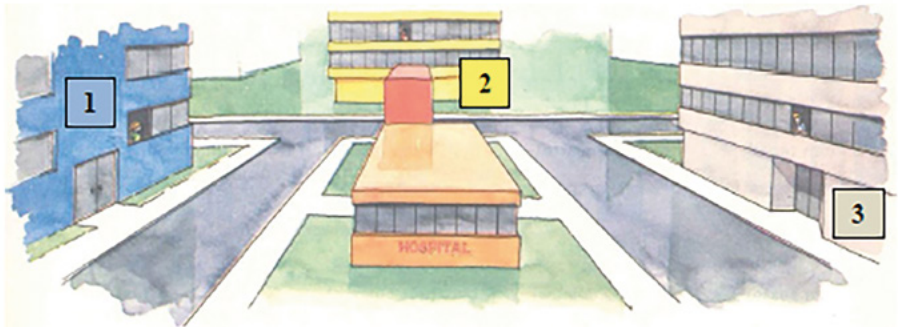
b) 20º e 35ª

c) 240º e 150º

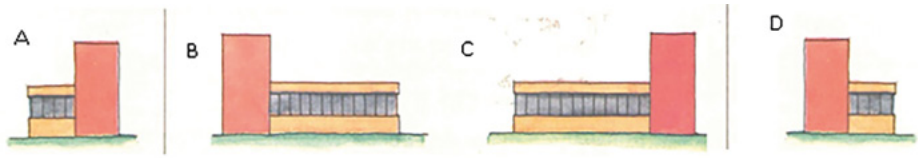
d) 150º e 200º

Observação: exploração de tipos de ângulos; realizar desenhos de ângulos usando transferidor, exploração da relação entre ângulos e horas.

8. (Adaptado de Imenes e Lellis, 1996). Três meninas estão olhando para o hospital através da janela dos edifícios em que residem. Andréia mora no edifício número 1, Bárbara no 2 e Célia no 3.

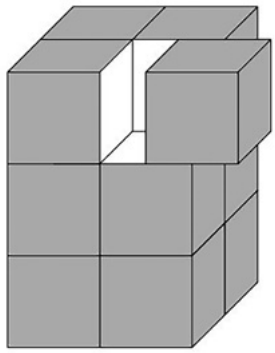


Observe as vistas que cada uma tem do hospital. Qual das três é a visão de Andréia?



Observação: exploração da percepção espacial e de projeções.

9. (LAGOA, 2005). Pintaram-se as seis faces de um prisma quadrangular regular antes de cortar em cubos iguais, tal como se observa na figura.



Quantos cubos têm só duas faces pintadas?

a) 3

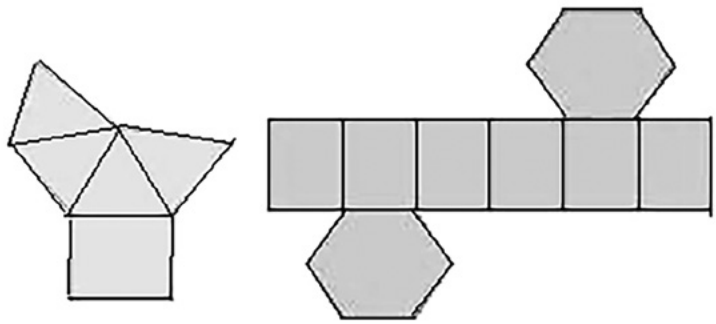
b) 4

c) 8

d) 12

Observação: visualização de objetos tridimensionais, por meio do material dourado; cálculo do volume.

10. As figuras planificadas correspondem, respectivamente, a:



a) Uma pirâmide de base triangular e a um prisma de base retangular.

b) Uma pirâmide de base quadrada e a um prisma de base hexagonal.

c) Um prisma de base quadrada e a uma pirâmide de base hexagonal.

d) Um prisma de base triangular e uma pirâmide de base retangular.

Observação: planificação de sólidos geométricos, cálculo de faces, vértices e arestas, discussão da Relação de Euler.

REFERÊNCIAS

BARROSO, J. M. **Projeto Araribá**: matemática/ obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. – 1. Ed. – São Paulo: Moderna, 2006.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática para todos:** 5º série. – São Paulo: Scipione, 1996.

LAGOA, Jorge, 2005. Disponível em: <http://stor.no.sapo.pt/docs/Exame2005_1-res.pdf>. Acesso em: 25 maio de 2014.

SIMAVE/PROEB – **Boletim**. 2009 / Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. v. 3 (jan/dez. 2009), Juiz de Fora, 2009 – Anual. Disponível em: <http://www.simave.caedufjf.net/wp-content/uploads/2012/06/BOLETIM_VOL3_9ANO_MAT_PROEB_AE_2009.pdf> Acesso em: 20 maio de 2014.

QUARTIERI, M. T., GIONGO, I. M., REHFELDT, M. J. H., CORBELLINI, A. Geometria por meio de transformações isométricas nos anos iniciais do ensino fundamental. In: _____. Encontro Gaúcho de Educação Matemática (11. : 2012 : Lajeado, RS) **Anais** do XI Encontro Gaúcho de Educação Matemática. / Maria Madalena Dullius; Marli Teresinha Quartieri; Elise Cândida Dente (Orgs.). -- Lajeado, RS : Ed. da Univates, 2012. Disponível em: <http://www.univates.br/media/egem/XI_EGEM.pdf>. Acesso em: 04 Dez. 2014.

FRAÇÕES

Ensinar e aprender frações, comumente, gera inquietações tanto para professores quanto para alunos. Lopes (2008) problematiza amplamente este assunto em seu texto intitulado "O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações" indagando o leitor acerca da real utilidade deste tópico no currículo escolar. Em seu artigo menciona alguns "defeitos" do currículo em relação ao ensino de frações, entre elas, a prescrição de regras e macetes nas operações das frações. O autor alude ainda, embasado em Salvador Llinares e Maria Victória Sánchez Garcia, que fração é um megaconceito construído por subconceitos. Portanto, a concepção de fração pode estar relacionada a muitas ideias e constructos (LOPES, 2008).

As atividades da seção a seguir estão divididas em três formações, sendo a primeira e segunda investigações acerca dos conceitos de fração e a terceira envolvendo as quatro operações com as frações.

REFERÊNCIA

LOPES, Antonio J. O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações. **Bolema,** Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008, p. 1-22.

PRIMEIRO ENCONTRO DE FORMAÇÃO COM PROFESSORES DISCUTINDO E EXPLORANDO O TEMA FRAÇÕES

Atividade 1: EXPLOSÃO DE IDEIAS

Inicialmente, serão anexados três questionamentos referentes ao tema "Frações" num mural.

Questionamentos:

1) O que você entende por frações?

2) Qual a importância das frações no currículo?

3) Cite situações do cotidiano em que usamos frações.

- Cada participante da formação receberá pequenos pedaços de papel, que utilizarão para escrever as respostas das respectivas perguntas expostas no mural e, anexá-las juntamente com os questionamentos.

- Posteriormente realizar uma discussão sobre as respostas, deixando "aberto" para os participantes exporem suas opiniões referentes ao assunto em estudo.

Observação: Também será colocada uma caixa contendo um ponto de interrogação, onde os participantes poderão depositar suas dúvidas sobre frações.

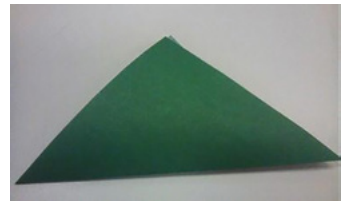
Atividade 2: DOBRADURAS E RECORTES

Usar sua criatividade!

Pegar um pedaço de papel, dobrar uma vez ao meio (explorar com os alunos a questão dos ângulos de 180°) e recortar uma figura qualquer. Depois de recortada a figura, desdobrar e marcar o eixo de simetria (explicar aos alunos o que é simetria).



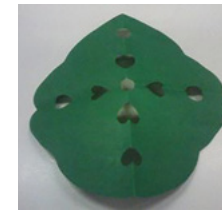
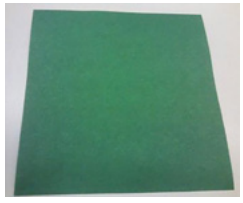
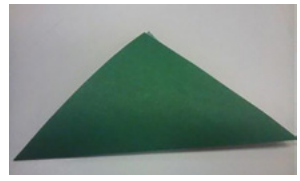
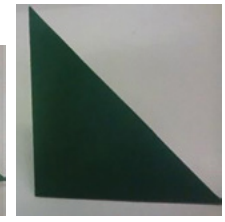
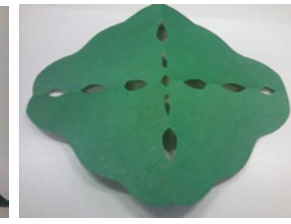




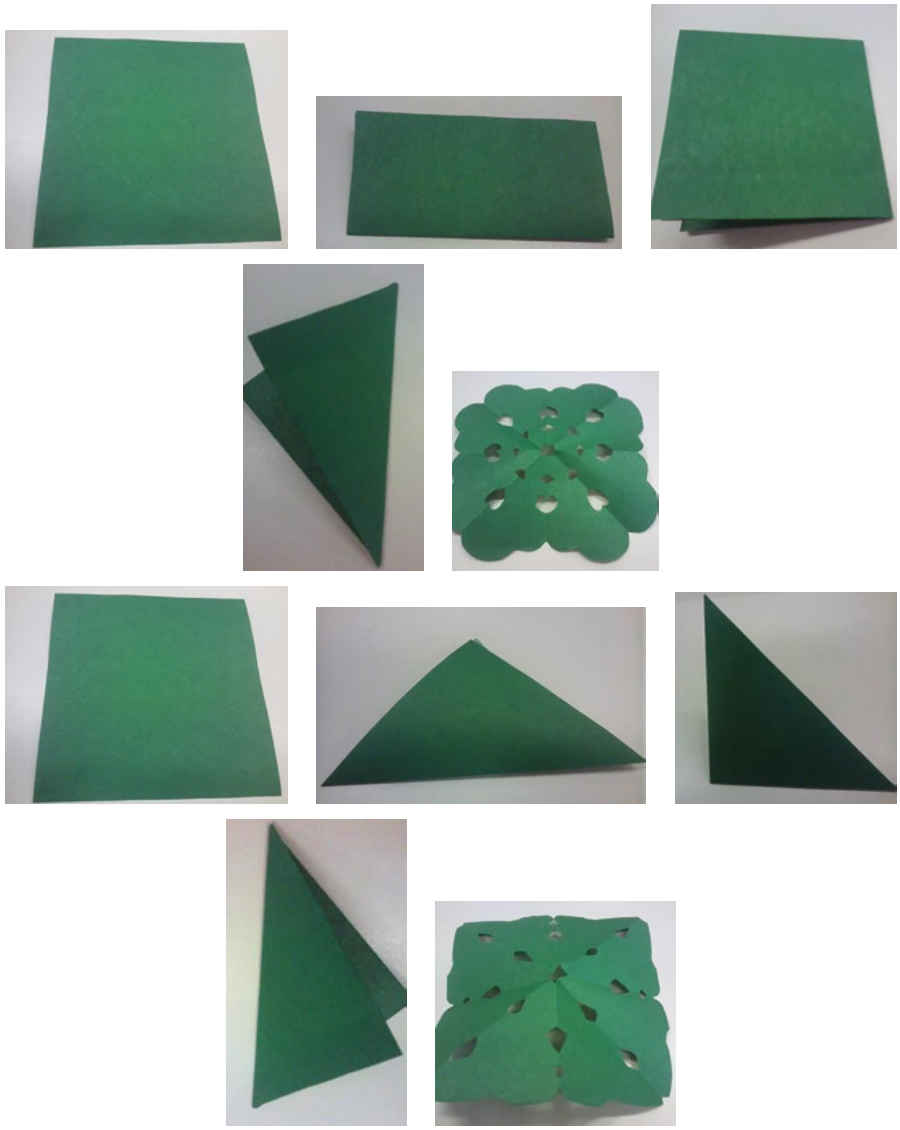

Observação: Após a marcação do eixo de simetria, fazer questionamentos, tais como: O que acontece com a figura ao abrirmos? O que representa o vinco? O que devemos pintar para termos um meio? Com o que podemos relacionar um meio? Quanto dá uma metade mais outra metade? Quanto dá um meio mais um meio? Ao pintar uma das partes, esta será representada por qual número fracionário? (Apresentar o número fracionário que representa a parte pintada e debater com os alunos o significado da nomenclatura numerador e denominador).

Pegar outro pedaço de papel, dobrar duas vezes, formando ângulo de 90°, (observação: nesse momento o professor pode fazer a seguinte indagação: Se eu dobrar novamente no meio, quantas partes terão?) recortar novamente uma figura e marcar os eixos de simetria. Em seguida, pintar dois quartos da figura. Depois de pintados os dois quartos, o professor pode perguntar aos alunos: Quantos pedaços de um quarto preciso para ter um inteiro?



Pegar um terceiro pedaço de papel, dobrar três vezes formando um ângulo de 45°, recortar uma figura e marcar os eixos de simetria. Em seguida, pintar quatro oitavos da figura. Depois de pintados os quatro oitavos, o professor pode perguntar aos alunos: Quantos pedaços de um oitavo preciso, para ter um inteiro?



Observação: O professor pode explorar com os alunos o conceito de frações equivalentes ($^{2}/_{4}, ^{4}/_{8}, ^{1}/_{2}$), utilizando somente uma das figuras recortadas acima.

Atividade 3: IDENTIFICAÇÃO DE FRAÇÕES EM RETÂNGULOS

Material: Uma ficha retangular representando a unidade (inteiro) e outras fichas representando partes fracionárias do todo (meios, terços, quartos e quintos).

Dividir a turma em duplas e distribuir o material para pintar e recortar.

Depois disso, a professora poderá fazer alguns questionamentos que deverão respondidos com a utilização do material disposto aos alunos, tais como:

1) Se a unidade é formada por duas partes do todo, então cada uma dessas partes representa que fração da unidade?



2) Se a unidade é formada por três partes do todo, então cada uma dessas partes representa que fração da unidade?



3) Se a unidade é formada por quatro partes do todo, então cada uma dessas partes representa que fração da unidade?



4) Se a unidade é formada por cinco partes do todo, então cada uma dessas partes representa que fração da unidade?



Para dar continuidade à atividade, a professora pode realizar mais alguns questionamentos aos alunos, que poderão ser respondidos manipulando ou não as fichas:

– Dois terços é maior que um meio?

– Um quinto é maior ou menor que um meio?

– Dois terços é maior que dois quintos?

– Quatro quintos é maior que dois quartos?

– Um meio é menor que três quartos?

– Três quintos é maior ou menor que um meio?

– Dois quartos é maior, menor ou igual a um meio?

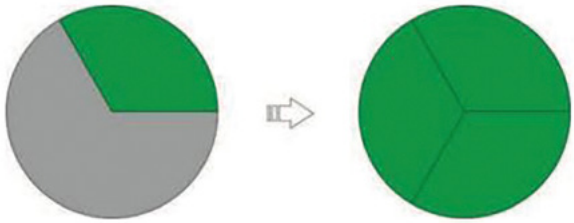
Atividade 4: IDENTIFICAÇÃO DE FRAÇÕES EM CÍRCULOS

Material: fichas circulares de mesmo tamanho em cores diversas, onde uma delas representa a unidade e as demais deverão ser recortadas como setores circulares, representando as partes do todo (2, 3, 4, 6, 12 partes).

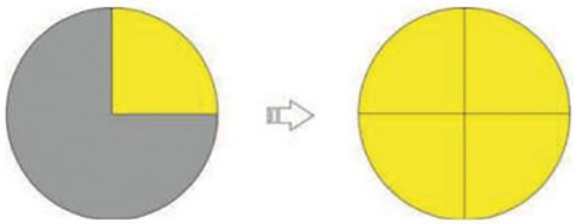
1) Se a unidade é formada por duas partes do todo, então cada uma dessas partes representa que fração da unidade?



2) Se a unidade é formada por três partes do todo, então cada uma dessas partes representa que fração da unidade?



3) Se a unidade é formada por quatro partes do todo, então cada uma dessas partes representa que fração da unidade?



4) Se a unidade é formada por seis partes do todo, então cada uma dessas partes representa que fração da unidade?

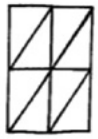


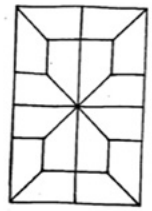
5) Se a unidade é formada por doze partes do todo, então cada uma dessas partes representa que fração da unidade?



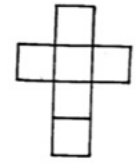
Atividade 5: REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES

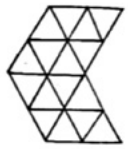
Pintar em cada figura a fração indicada.

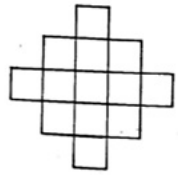
a) $\frac{3}{8}$ 

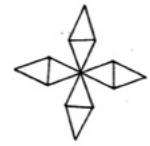
b) $\frac{7}{16}$ 

c) $\frac{5}{8}$ 

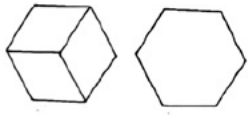
d) $\frac{1}{3}$ 

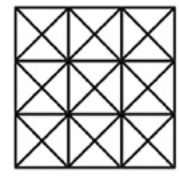
e) $\frac{5}{16}$ 

f) $\frac{5}{13}$ 

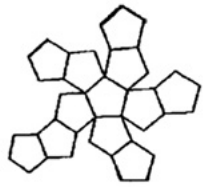
g) $\frac{7}{16}$ 

h) $\frac{1}{4}$ 

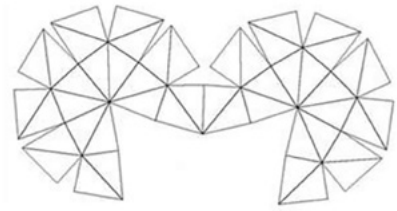
i) $\frac{11}{6}$ 

j) $\frac{4}{18}$ 

l) $\frac{5}{12}$



m) $\frac{2}{8}$

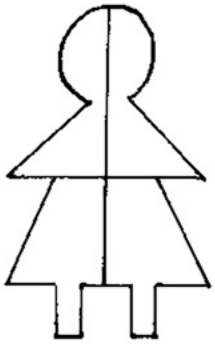


Fonte: Atividade modificada de Smoothey (1997).

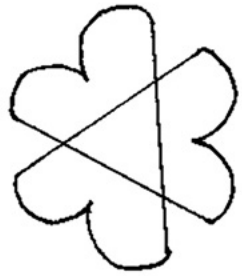
Atividade 6: IDENTIFICAÇÃO DE FRAÇÕES

Indicar a fração que representa uma parte do todo, quando o desenho estiver realmente dividido em frações.

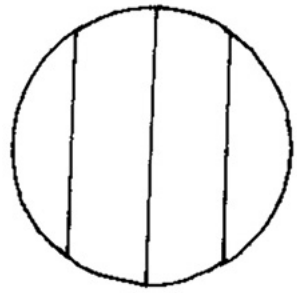
a)



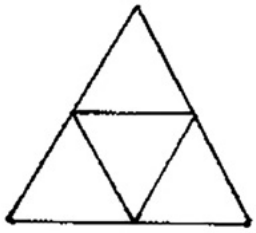
b)



c)



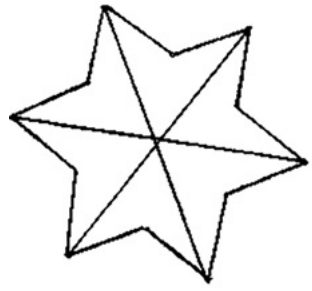
d)



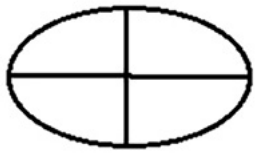
e)



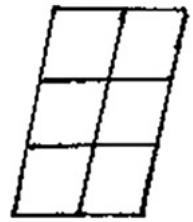
f)



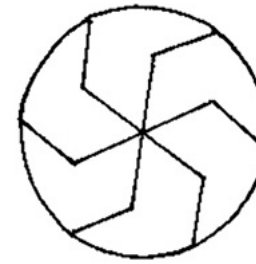
g)



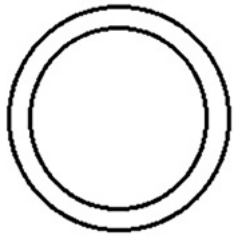
h)



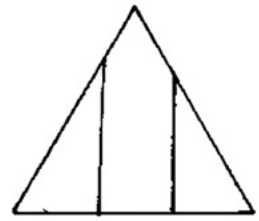
i)



j)



l)



Fonte: Atividade modificada de Smoothey (1997).

Atividade 7: APRENDENDO FRAÇÕES COM BANDEJAS DE OVOS

A) Cada dupla ou trio deverá receber uma bandeja de dúzia de ovos, material para contagem e barbantes.

B) O professor irá solicitar que cada bandeja seja completada com uma dúzia de material de contagem.

C) Em seguida, realizar questionamentos oralmente. Os alunos deverão encontrar a solução e fazer o registro em seu caderno (o professor também fará o registro no quadro):

- Mamãe usou $^1/_2$ da bandeja de ovos para fazer um bolo. Quantos ovos ela utilizou? Mostrar na bandeja, os ovos utilizados pela mamãe.

- Em outro dia, mamãe utilizou $^1/_3$ dos ovos de uma bandeja que estava cheia de ovos para fazer uma cobertura. Quantos ovos ela usou? Representar na bandeja. Quantos ovos sobraram na bandeja? Que fração estes ovos representam do total da bandeja?

- Outro dia, observei que em outra bandeja havia $^1/_4$ da dúzia de ovos. Quantos ovos haviam?

- Quantos espaços estavam vazios na bandeja. Que fração da bandeja esse espaço representa?

- Viviane gastou a metade de uma bandeja dos ovos para fazer um pudim. Do restante que sobrou, Marisa usou $^1/_3$ para fazer omelete. Quantos ovos

Viviane utilizou? Quantos ovos Marisa usou? Que fração representa os ovos que sobraram na bandeja?

- Elise resolveu fazer um quindim. Para isso ela usou $^3/_4$ de uma dúzia de ovos. Quantos ovos ela utilizou?

Em uma bandeja havia quatro ovos. Que fração do total de ovos da bandeja representam os ovos que ainda havia? E que fração representa os ovos que estavam faltando?

D) Depois utilizar uma bandeja de 30 ovos. Realizar questionamentos aos alunos os quais devem resolver com o auxílio do material e fazer os registros no caderno:

a) Juliana foi pegar ovos e os colocou na bandeja. Ela encheu $^4/_5$ da bandeja. Quantos ovos têm na bandeja? Quantos ovos faltam para encher a bandeja? Que fração da bandeja estes ovos representam?

Qual fração representa a bandeja quando estiver cheia? Quantos ovos ela terá então?

Qual fração representa cada ovo na bandeja?

b) Quantos ovos correspondem $^1/_6$ da bandeja de ovos? E $^2/_6$ e $^4/_6$?

c) Que fração da bandeja representam 10 ovos?

E) Em uma pesquisa, foram entrevistadas 36 crianças, sobre a disciplina escolar preferida. Completar o quadro para descobrir a quantidade de crianças que escolheu cada alternativa:

ALTERNATIVA	FRAÇÃO	CRIANÇAS
Português	$^1/_4$	
Matemática	$^2/_6$	
Ciências	$^2/_9$	
Artes	Restante	

- Quantos alunos responderam que preferem a aula de Artes?

- Que fração de alunos prefere aula de Artes?

Atividade 8: REPRESENTANDO FRAÇÕES COM MATERIAL CONCRETO.

Esta atividade pode ser realizada em duplas. Entregar 80 cubinhos do material dourado (pode ser feijões ou outro material de contagem) e círculos divididos em meios, terços, quartos, quintos, sextos, oitavos. Em cada item, distribuir os cubinhos (ou feijões) nos círculos correspondentes, identificar o número de cubinhos (ou feijões) solicitado e registrar no caderno o que foi representado.

- Representar $^1/_2$ de 20.

- Representar $^{2}/_{3}$ de 15.
- Representar $^{2}/_{3}$ de 45.
- Representar $^{3}/_{4}$ de 40.
- Representar $^{3}/_{4}$ de 24.
- Representar $^{2}/_{5}$ de 30.
- Representar $^{3}/_{5}$ de 35.
- Representar $^{2}/_{6}$ de 36.
- Representar $^{5}/_{8}$ de 64.

E agora encontrar o valor de $^{5}/_{120}$ de 1800, sem o uso de material.

Como se poderia resolver esta representação? Descrever a estratégia utilizada para chegar ao resultado.

REFERÊNCIAS

SMOOTHEY, Marion. **Atividades e jogos com números**. São Paulo: Scipione, 1997.

SEGUNDO ENCONTRO DE FORMAÇÃO COM PROFESSORES DISCUTINDO E EXPLORANDO O TEMA FRAÇÕES

ATIVIDADES DE PROBABILIDADE

Atividade 1: PROBABILIDADE COM UMA MOEDA

Procedimentos a serem realizados pelo professor:

1) Dividir os alunos em duplas e entregar a eles uma moeda.

2) Quantas faces tem uma moeda? Qual o conceito geométrico de face?

3) Identificar as faces de uma moeda por meio da frotagem e criar uma legenda no caderno. Por exemplo, cara pode ser representado por Ca e coroa por Co.

4) Construir uma tabela no caderno conforme exemplo abaixo.

5) Cada aluno deverá lançar a moeda quatro vezes.

6) Registrar os resultados por meio da frotagem no quadro.

Nome	1º lançamento	2º lançamento	3º lançamento	4º lançamento

7) Construir o quadro solicitando que cada dupla relate seus resultados, registrando-os.

Nome	1º lançamento	2º lançamento	3º lançamento	4º lançamento

8) Sintetizar o quadro anterior por lançamento, conforme quadro a seguir.

Lançamento	Número de Caras	Número de Coroas
1º Lançamento		
2º Lançamento		
3º Lançamento		
4º Lançamento		

9) Discutir os resultados do quadro anterior com os alunos acerca da tendência do aparecimento do número de caras e coroas, por lançamento.

10) Perguntar aos alunos:

a) No lançamento de uma moeda, qual a probabilidade/chance de aparecer cara? Qual fração representa essa probabilidade?

b) No lançamento de uma moeda, qual a probabilidade de aparecer coroa? Qual fração representa essa probabilidade?

Atividade 2: PROBABILIDADE COM DUAS MOEDAS

Procedimentos a serem realizados pelo aluno:

1) Supor o lançamento de 2 moedas simultaneamente.

2) Registrar as possíveis combinações, colocando os resultados em forma de par ordenado, utilizando a legenda anteriormente estabelecida na atividade 1.

3) Questionar os alunos acerca da probabilidade de aparecer.

a) Duas caras ou duas coroas?

b) No mínimo uma coroa?

c) Duas caras e duas coroas?

Atividade 3: PROBABILIDADE COM UM DADO

Procedimentos a serem realizados pelo aluno:

1) Observar as faces de um dado.

2) Questionar os alunos acerca da probabilidade de aparecer.

a) Um número ímpar?

b) Um número par?

c) Um número par e primo?

d) Um número menor que 5?

Atividade 4: PROBABILIDADE COM BARALHO

Procedimentos a serem realizados pelo aluno:

1) Observar as cartas de um baralho, identificando os naipes, as cartas figuradas e as numeradas.

2) De um baralho de 52 cartas, sendo 13 de cada naipe (espadas, paus, ouro e copas) retirando-se aleatoriamente uma carta, questionar os alunos acerca da probabilidade de aparecer: (Espera-se que os alunos representem o resultado em forma de fração).

a) Um rei.

b) Um rei de ouro.

c) Uma carta de copas.

d) Uma carta menor que 8 (considere que o ás é menor que 8).

e) Uma carta preta.

f) Uma carta maior que 10.

g) Uma carta vermelha maior que 10.

h) Uma carta de paus.

i) Uma carta de ouro ou uma dama.

Atividade 5: PORCENTAGEM, NÚMERO DECIMAL E FRAÇÃO IRREDUTÍVEL

Procedimentos a serem realizados pelo aluno:

1) Solicitar que os alunos tragam 12 quadrados recortados de folha quadriculada, no tamanho 10 x 10 e lápis de cor.

2) Usar um dos quadrados 10x10 e através de dobras, marcar e pintar $^1/_4$ do papel. Em seguida, contar os quadradinhos pintados. Perguntar a que fração isso se refere.

3) Questionar os alunos acerca da porcentagem correspondente à parte pintada.

4) Conversar com a turma acerca da porcentagem e em quais circunstâncias costumam ver a apresentação de números desta forma.

5) Fazer o registro da equivalência das frações $^1/_4$, $^{25}/_{100}$ e da porcentagem 25%, bem como a leitura e escrita, por extenso, desses números. Fazer a colagem do quadrado pintado.

6) Utilizar um objeto de 1 metro de comprimento. Repartir o objeto em 5 partes iguais e medir duas delas. Perguntar a que medida isso corresponde em números decimais.

7) Discutir com os alunos como transformar frações em números decimais. Registrar por extenso os números decimais. Experimentar também obter o resultado com a calculadora.

8) Dobrar outro quadrado de tal forma a obter $^1/_5$. Perguntar quais frações ele obteve e discutir as equivalências. Escrever o número em forma decimal e porcentagem.

9) Repetir o experimento de tal forma a obter $^1/_{10}$. Perguntar quais frações ele obteve e discutir as equivalências. Escrever o número em forma decimal e porcentagem.

10) Simular outros formatos se ainda houver dúvida.

11) Completar o quadro a seguir com as equivalências entre fração centesimal, porcentagem, fração irredutível e número decimal. Caso haja necessidade, o professor poderá incluir mais itens.

Fração Centesimal	Porcentagem	Fração Irredutível	Número Decimal
	50%		
		$^1/_4$	
			0,4
	60%		
$^{20}/_{100}$			
	10%		
		$^1/_{20}$	
			0,75

TERCEIRO ENCONTRO DE FORMAÇÃO COM PROFESSORES DISCUTINDO E EXPLORANDO O TEMA FRAÇÕES

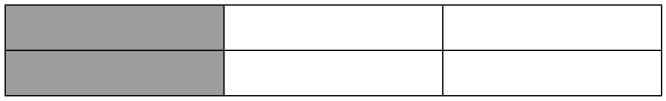
ATIVIDADES ENVOLVENDO AS QUATRO OPERAÇÕES

Multiplicação

ATIVIDADE 1: Dobradura para representar a multiplicação

a) Para representar $^1/_2$ de $^1/_3$.

Pegar um retângulo e dividi-lo em três partes iguais, pintando uma das partes. Em seguida, dobrar os terços ao meio, pintando uma das partes colorida anteriormente com uma cor distinta. Assim, teremos partes do todo preenchidas com duas cores.



b) $^1/_4$ de $^1/_3$.

c) $^3/_4$ de $^1/_2$.

d) $^2/_5$ de $^2/_3$.

e) $^2/_3$ de $^4/_5$.

f) $^2/_3$ de $^3/_4$.

Divisão

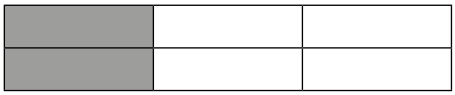
ATIVIDADE 2: Repartir

Podemos encontrar o resultado de algumas divisões de frações utilizando a ideia de repartir. Com folhas retangulares, solicita-se que o aluno represente:

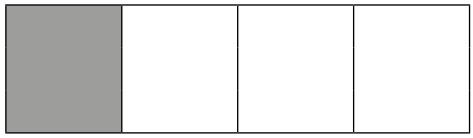
a) Como podemos repartir $^1/_3$ de uma folha entre 2 crianças.

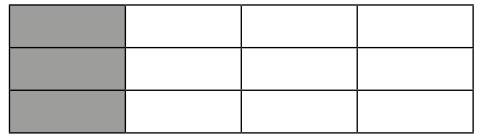
Primeiramente, dividir o retângulo em três partes iguais; posteriormente, dividi-lo ao meio. Após, verificar quanto cada criança receberá.



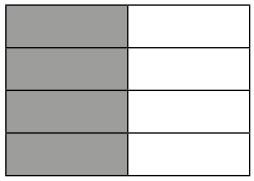


b) Como podemos repartir $^1/_4$ em 3?





c) Como podemos repartir $^1/_2$ em 4?



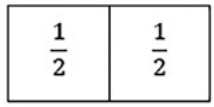
Fonte: Atividade adaptada de Iezzi, Dolce e Machado (2000).

ATIVIDADE 3: Quantas vezes cabe?

Podemos encontrar o resultado de uma divisão verificando quantas vezes um número cabe no outro. Assim para resolver, pergunta-se:

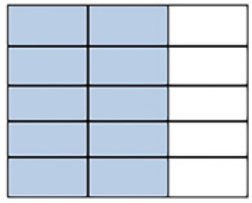
Exemplo 1: Quantas vezes $^1/_2$ cabe em 1 inteiro? Resposta cabe 2 vezes

$1 \div \frac{1}{2}$



Exemplo 2: Quantas vezes $^2/_5$ cabe em $^2/_3$?

$\frac{2}{3} \div \frac{2}{5}$



$\frac{2}{5}$ são 6 pedaços, então cabe 1 vez e $\frac{4}{6}$.

$\frac{2}{3} \div \frac{2}{5} = 1\frac{4}{6} = \frac{10}{6}$

Exemplo 3: Quantas vezes $^1/_5$ cabe em $^1/_2$?

Resolver, utilizando desenhos:

a) $2 : {}^2/_5$

b) $^2/_3 : {}^2/_5$

c) $^2/_5 : {}^1/_2$

d) $^4/_6 : {}^2/_3$

Fonte: Atividade adaptada de Iezzi, Dolce e Machado (2000).

ATIVIDADE 4: Fazer algumas generalizações

Observar as divisões

$40 \div 10 = 4 \quad \frac{40}{10} = 40.\frac{1}{10}; \textit{então } 40 \div 10 = 40.\frac{1}{10}$

$40 \div 2 = 20 \quad \frac{40}{2} = 40.\frac{1}{2}; \textit{então } 40 \div 2 = 40.\frac{1}{2}$

$40 \div 1 = 40 \quad 40.1; \textit{então } 40 \div 1 = 40.1$

$40 \div \frac{1}{2} = 80 \quad \frac{40}{\frac{1}{2}} = 40.2; \textit{então } 40 \div \frac{1}{2} = 40.2$

$40 \div \frac{1}{4} = 160 \quad \frac{40}{\frac{1}{4}} = 40.4; \textit{então } 40 \div \frac{1}{4} = 40.4$

Generalização: O quociente de um número natural por uma fração é igual ao produto desse número natural pelo inverso da fração.

Fonte: Atividade adaptada de Iezzi, Dolce e Machado (2000).

ATIVIDADE 5: Dividindo líquidos

Serão necessários recipientes de 1L, 500mL, 250mL e 100mL.

Observação: Estas medidas de volume são sugestões, podendo ficar a critério do professor o uso de outras medidas.

a) Utilizando 1L de água, quantos recipientes de $^1/_2$ litro podemos encher?

b) Reaproveitando a quantidade total de água acima, quantos recipientes que comportam $^1/_4$ de litro serão necessários para distribuir o líquido? Quantos mL cada recipiente comporta?

c) Se utilizarmos um recipiente que comporta $^1/_5$ de litro, quantos serão necessários para dividir 1L?

d) Se utilizarmos um recipiente de 100mL, quantos serão necessários para obtermos 1L? Que fração isso representa?

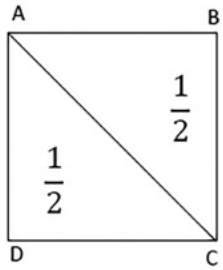
Fonte: Atividade adaptada de Iezzi, Dolce e Machado (2000).

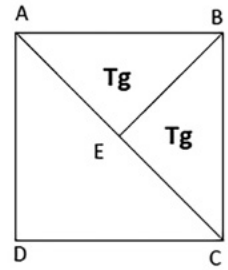
ATIVIDADE 6: Soma e Subtração do Tangram

Cada aluno receberá uma folha A4 e deverá dobrá-la para construir um quadrado, conforme instruções a seguir.

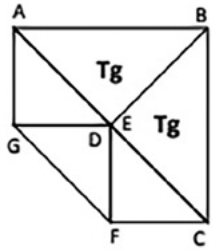
1) Observar que o seu quadrado possui uma linha que é marca da dobra. Essa linha é chamada de diagonal. Esta divide o quadrado em duas partes iguais, cada uma representando $^1/_2$ do todo. Unir as extremidades da diagonal (pontos

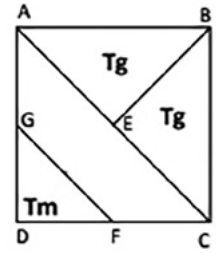
A e C) e vincar um dos vértices do quadrado (ponto B) até o ponto médio da diagonal (ponto E). Formaram-se, dessa forma, mais dois triângulos. Chamemos de **Tg** esses triângulos, cada um destes representa $^1/_4$ do todo.



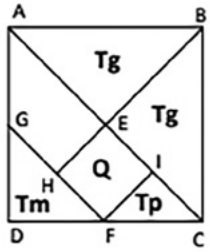


2) Fazer coincidir o vértice do triângulo maior (ponto D), com o ponto médio da diagonal (ponto E). Dobrar e vincar. Formam-se, desse modo, um triângulo, que chamaremos de **Tm** representando $^1/_8$ do todo, e um trapézio.

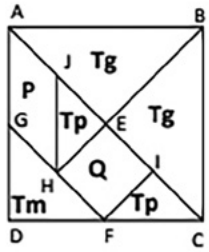




3) Unir novamente as extremidades da diagonal (pontos A e C) e vincar o ponto médio da diagonal (ponto E) até o lado do **Tm** (ponto H), obtendo dois trapézios.



4) Unir uma das extremidades da diagonal (ponto C) ao ponto médio da mesma (ponto E), e vincar a diagonal até a extremidade do **Tm** (ponto F). Formam-se, assim, um quadrado (**Q**), sendo este $^1/_8$ do todo, e um triângulo, que chamaremos de **Tp,** que representa $^1/_{16}$ do todo.



5) Unir a outra extremidade do **Tm** (ponto G) ao ponto médio da diagonal (ponto E) e vincar o ponto médio do lado maior do **Tm** (ponto H) até a diagonal, formando um triângulo (outro **Tp**!), que também corresponde a $^{1}/_{16}$ do todo, e um paralelogramo (**P**), que representa do todo. Então, finalizar a construção do Tangram.

Atividades:

1)Manipulando as peças do Tangram indicar, em frações, a área das figuras baixo:

a) Utilizando Tg, Tg, Tp,Tp e Tm



Utilizando Tg, Tp, Tp e P



Utilizando Tg, Tp, Tp e Q



d)Utilizando Tg, Tg, Tp, Tp e Q



2) Utilizando as mesmas figuras da atividade anterior, qual será a área do Tangram que restará nas alternativas a,b,c, d? Dê a resposta em fração.

ATIVIDADE 7:

Maria realizou a seguinte operação: $^{14}/_{6} : {}^{2}/_{3} = {}^{7}/_{2}$, ou seja, dividiu numerador por numerador e denominador por denominador.

a) Está correto? Justificar

b) Como você faria? Comparar seu resultado com o de Maria.

c) Testar as ideias de Maria para $^{9}/_{4} : {}^{3}/_{2}$ e $^{12}/_{25} : {}^{3}/_{5} = {}^{7}/_{2}$. O que percebeu?

d) Como Maria procederia para efetuar $^{3}/_{14} : {}^{2}/_{7}$? O resultado é aceitável? Representa uma fração?

e) Ocorre o mesmo com $^{1}/_{10} : {}^{4}/_{20}$?

f) Repetir o procedimento para $^{5}/_{4} : {}^{2}/_{3}$. O que aconteceu? Como representar?

Observe: Transformando o dividendo e o divisor

Qual é o resultado de $^{3}/_{7} : {}^{11}/_{15}$?

Nesses casos, utilizamos duas ideias que já conhecemos:

1ª ideia: Quando se multiplica o dividendo e o divisor por um mesmo número, o quociente não se altera. Tanto faz escrever 10÷5 ou 20÷10. O resultado é 2.

2ª ideia: O inverso multiplicativo. Aplicamos essa ideia de maneira a transformar o divisor em 1, o que facilita a divisão, pois qualquer número dividido por 1 resulta nele mesmo.

Mas, atenção: é preciso aplicar simultaneamente as duas ideias.

Vejamos $^{3}/_{7} : {}^{11}/_{5}$. Multiplicamos o dividendo e o divisor por $^{5}/_{11}$. Mas, porque motivo escolhemos $^{5}/_{11}$ para multiplicar o dividendo e o divisor? Fizemos esta escolha porque $^{5}/_{11}$ é o inverso multiplicativo do divisor e transforma o divisor em 1. Acontece que qualquer número dividido por 1 resulta nele mesmo.

Chegamos à seguinte conclusão, que é a regra mais geral para multiplicação de frações: "para dividir uma fração por outra, multiplicamos a primeira pela segunda invertida".

REFERÊNCIAS

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade 5ª série.** São Paulo: Atual, 2000.

ÁLGEBRA

O campo da álgebra é amplo e importante para o ensino da matemática, pois este exige dos educandos análises e discussões de seus conceitos. Para Usiskin (1995), existem quatro concepções algébricas (ver Quadro 1).

Quadro 1: Concepções resumidas conforme Usiskin

Concepção da álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Adaptado de (USISKIN, 1995, p. 20).

Para tanto, foram organizados quatro roteiros, sendo que cada um contemplou uma das concepções algébricas de acordo com Usiskin (1995). Todas as atividades foram realizadas em pequenos grupos e depois as conjecturas foram socializadas em grande grupo. Também foi solicitado que todos os grupos entregassem as conjecturas escritas em cada atividade. Ao final de cada questão, foi discutido sobre a viabilidade da mesma nos diferentes níveis do Ensino Fundamental, bem como comentado sobre possíveis adaptações que deveriam ser realizadas para adequar ao contexto em que estava sendo inserida a atividade.

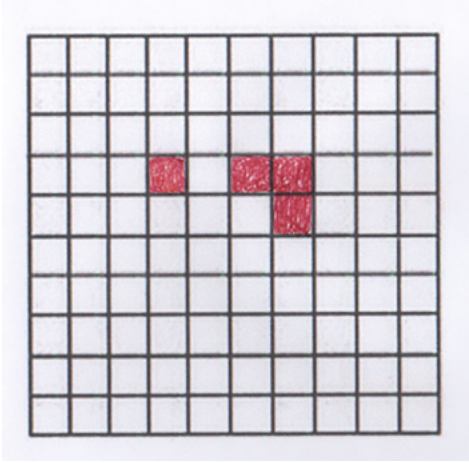
REFERÊNCIAS

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

PRIMEIRO ENCONTRO DE FORMAÇÃO COM PROFESSORES
"Investigando a álgebra dos Anos Inicias ao Ensino Fundamental"
Concepção: Aritmética generalizada

ATIVIDADE 1: Esta atividade será feita em papel quadriculado.

Observar as figuras:



1) Desenhar a 3ª figura - registrar o número de quadrados.
2) Desenhar a 4ª figura - registrar o número de quadrados.
3) Desenhar a 5ª figura - registrar o número de quadrados.
4) Explicar a regra utilizada para elaboração da sequência.
5) Preencher o quadro:

Figura	Número de quadrados
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
N	Observação para os anos iniciais esta linha não será incluída.

6) Qual o número de quadrados da 12ª figura? Justificar o resultado.

7) Qual o número de quadrados da 20ª figura? Justificar o resultado.

ATIVIDADE 2: Dividir a turma em grupos e entregar um quadro para cada grupo.

Ao observar a sequência, escrever as conjecturas observadas.

Quadro 1

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
...			

Quadro 2

julho						
Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Quadro 3

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
...				

Quadro 4



SEGUNDO ENCONTRO DE FORMAÇÃO COM PROFESSORES
"Investigando a álgebra dos Anos Inicias ao Ensino Fundamental"
Concepção: Meio de resolver certos problemas

ATIVIDADE 1:

Para desenvolvê-la, utilizar frutas (sugestão: bananas e maçãs).



1) Em uma cesta, encontram-se frutas cuja soma de bananas e maçãs é 7. Sabendo que há uma maçã a mais que o total de bananas, quantas bananas e quantas maçãs existem na referida cesta?

2) Explicar como você encontrou a resposta.

Observação: Essa sugestão está relacionada aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

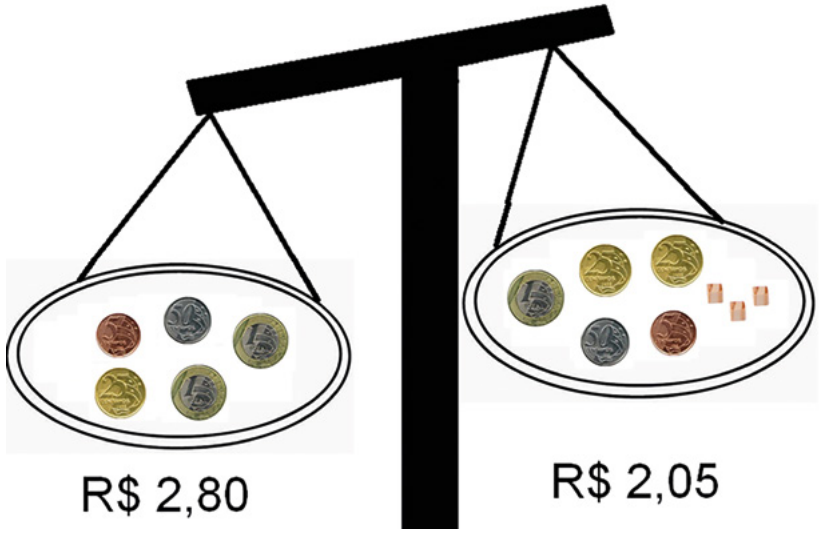
– Utilizar para os Anos Finais do Ensino Fundamental.

1) Em uma turma de 8º ano, há 25 alunos entre meninos e meninas. Sabendo que o número de meninas supera em 7 o de meninos, quantos meninos e meninas há nessa turma?

2) Explicar como você encontrou a resposta.

ATIVIDADE 2:

Utilizar moedas e cubinhos na quantidade ilustrada a seguir.



1) Descobrir quanto vale cada cubinho para que a igualdade seja verdadeira.

2) Descrever a estratégia utilizada.

TERCEIRO ENCONTRO DE FORMAÇÃO COM PROFESSORES
"Investigando a álgebra dos Anos Inicias ao Ensino Fundamental"
Concepção: Estudo de relações

ATIVIDADE 1: Esta atividade deverá ser desenvolvida com uso do prendedores de roupa, fio de varal (barbante), camisetas e calças.



1) Cada grupo deverá prender no seu varal as roupas trazidas.

2) Quantos grampos você utilizou para prender 1 peça?

3) Quantos grampos você utilizou para prender 2 peças?

4) Quantos grampos você utilizou para prender 3 peças?

5) Registrar como o grupo prendeu as roupas no varal.

6) Preencher o quadro:

Número de peças de roupa	Número de grampos
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
N	Observação: para os anos iniciais esta linha não será incluída.

7) Qual o número de grampos usados para prender a 13 peças? Justificar o resultado.

8) Qual o número de grampos usados para prender 20 peças? Justificar o resultado.

ATIVIDADE 2: Dividir a turma em grupos e entregar um rolo de massa, um metro de papel pardo e uma régua de 1m.



1) Marcar um ponto no cilindro do rolo e rolar sobre o papel de modo que o ponto fique marcado repetidas vezes.

2) Traçar uma linha sobre os pontos marcados formando segmento de reta e numerar os pontos.

3) Escrever suas conjecturas acerca das marcações realizadas no papel.

4) Socializar as conjecturas encontradas.

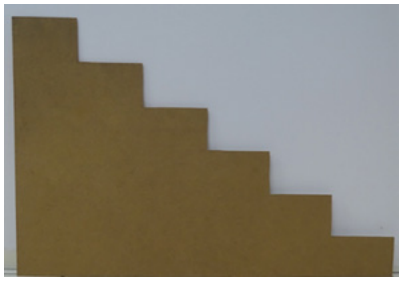
5) Registrar os dados encontrados no quadro:

Números de voltas	Distância marcada
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
N	Observação: para os anos iniciais esta linha não será incluída.

6) Qual a distância marcada pelo rolo de massa após 20 voltas? Justificar o resultado.

7) Qual a distância marcada pelo rolo de massa após 100 voltas? Justificar o resultado.

ATIVIDADE 3: Esta atividade deverá ser desenvolvida a partir de uma escada confeccionada ou de dimensões reais.



1) Ao observar a escada, registrar as conjecturas acerca do número de degraus e sua altura.

2) A que altura você estaria se estivesse no 3º degrau em relação ao solo? Justificar.

3) Se eu estiver a 50 cm de altura em relação ao solo, em qual degrau estarei?

4) Registrar os dados encontrados no quadro:

Números de degraus	Altura em relação ao solo
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
N	Observação: para os anos iniciais esta linha não será incluída.

5) Representar de outra forma os dados apresentados no quadro acima.

QUARTO ENCONTRO DE FORMAÇÃO COM PROFESSORES
"Investigando a álgebra dos Anos Inicias ao Ensino Fundamental"
Concepção: Estudo de estruturas

ATIVIDADE 1:

Para esta atividade, utilizar uma folha retangular com tiras amarelas, rosa e azul.

Medir os lados do retângulo com as tiras (não poderá ser usada a régua).

a) Usar uma só cor em ambos os lados e responder:

Quanto será a medida do lado menor?

E do lado maior?

Calcular o perímetro.

Agora utilizar as outras cores e determinar o perímetro.

Explicar o procedimento utilizado.

b) Usar duas cores e responder:

Quanto será a medida do lado menor?

E do lado maior?

Calcular o perímetro.

Utilizar outras combinações de cores e determinar o perímetro.

Explicar o procedimento utilizado.

c) Usar as três cores e responder:

Quanto será a medida do lado menor?

E do lado maior?

Calcular também o perímetro.

Existe outra possibilidade para encontrar o perímetro? Em caso afirmativo, qual.

Explicar o procedimento utilizado.

d) Se a tira azul tem 10cm de comprimento, qual será o tamanho das demais? E, portanto, qual o valor do perímetro da folha retangular? Explicar a estratégia utilizada para calcular o comprimento das tiras.

ATIVIDADE 2:

Utilizar as figuras abaixo e responda:

Figura 1 – de lados x

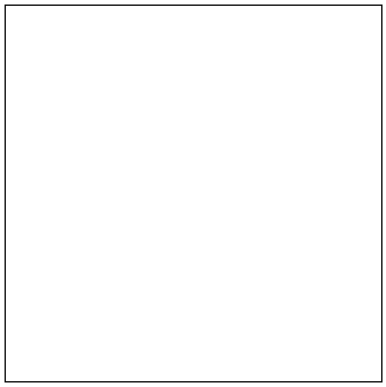


Figura 2 – de lado maior x e lado menor 1

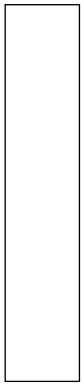


Figura 3 – de lados 1



a) Qual a área da figura 1?

b) Qual a área da figura 2?

c) Qual a área da figura 3?

d) Utilizar uma figura 1, três figuras 2 e quatro figuras 3 e determinar qual a área da figura formada pela união dessas figuras.

e) Utilizar o material, formar quadrados ou retângulos e completar o quadro.

Figura	Área total da figura	Medida do comprimento	Medida da largura	Cálculo da área
A	$x^2 + 3x$			
B	$3x^2 + 2x$			
C	$x^2 + 4x + 4$			
D	$x^2 + 3x + 2$			
E	$x^2 + 6x + 9$			
F	$x^2 + 5x + 6$			
G	$x^2 + 7x + 10$			
H	$2x^2 + 6x + 4$			
I	$2x^2 + 7x + 3$			
J	$3x^2 + 7x + 2$			

f) Observar a área total e o cálculo da área das figuras A e B e descrever suas conclusões.

g) Determinar o cálculo da área da figura cuja área total é $x^2 + 30x$. Justificar.

h) Observar a área total e o cálculo da área das figuras C a J e descrever suas conclusões.

i) Determinar o cálculo da área da figura cuja área total é $x^2 + 18x + 45$. Justificar.

ATIVIDADE 3:

Utilizar o material da atividade 2, formar quadrados ou retângulos e completar o quadro.

Figura	Medida do comprimento	Medida da largura	Cálculo da área total	Área total
A	x+2	x	(x+2). x	x^2+2x
B	x+5	x		
C	x+1	x+1		
D	x+5	x+1		
F	x+3	x+3		
G	x+4	x+2		
H	2x+3	x+1		
I	3x+4	x+3		

a) Observar a área total e o cálculo da área das figuras A e B e descrever suas conclusões.

b) Determinar a área da figura cujo comprimento é x+18, e a largura é x. Justificar.

c) Observar a área total e o cálculo da área das figuras C a I e descrever suas conclusões.

d) Determinar a área da figura cujo comprimento é 2x+5, e a largura é x+8. Justificar.

RESULTADOS OBTIDOS

Durante a realização das oficinas pode-se observar a dificuldade de alguns professores em resolver certas questões, o que proporcionou uma produtiva troca de ideias entre os professores de Anos Iniciais e de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Salienta-se que em algumas escolas a formação foi realizada com professores de todas as áreas do conhecimento. Entretanto, as atividades eram realizadas, inicialmente, em pequenos grupos, depois discutidas com todos os docentes presentes na formação. Esta forma de trabalho auxiliou nas dúvidas que emergiam durante a realização das tarefas, principalmente quanto as questões conceituais.

Percebeu-se com a exploração das atividades de investigação, que os docentes, ao realizarem as questões propostas, questionavam sempre sobre como seus alunos formulariam e desenvolveriam suas conjecturas. Diversas estratégias de resolução emergiram durante a realização das atividades propostas. Em todos os encontros foram problematizadas e discutidas formas de como ensinar os conteúdos de frações, geometria e álgebra envolvidos nestes materiais. Assim, estes momentos de formação foram produtivos para (re)visitar conhecimentos dos conteúdos envolvidos, bem como para efetivar discussão metodológica em relação as formas de exploração e construção de tais conceitos.

ISBN 978-85-88022-40-9

Apoio:

OBEDUC
OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO

CAPES

INEP

UNIVATES