



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI  
CURSO DE ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO

**SIMULAÇÃO DE PADRÕES BIOLÓGICOS ATRAVÉS DE REAÇÃO-DIFUSÃO EM SUPERFÍCIES SUBMETIDAS AO CRESCIMENTO**

Henrique Fensterseifer

Lajeado, dezembro de 2018

Henrique Fensterseifer

**SIMULAÇÃO DE PADRÕES BIOLÓGICOS ATRAVÉS DE REAÇÃO-DIFUSÃO EM SUPERFÍCIES SUBMETIDAS AO CRESCIMENTO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade do Vale do Taquari – Univates, como parte da exigência para a obtenção do título de bacharel em Engenharia da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo de Gomensoro Malheiros

Lajeado, dezembro de 2018

Henrique Fensterseifer

**SIMULAÇÃO DE PADRÕES BIOLÓGICOS ATRAVÉS DE REAÇÃO-DIFUSÃO EM SUPERFÍCIES SUBMETIDAS AO CRESCIMENTO**

A Banca examinadora abaixo aprova a Monografia apresentada ao Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade do Vale do Taquari – Univates, como parte da exigência para a obtenção do grau de bacharel em Engenharia da Computação.

Prof. Dr. Marcelo de Gomensoro Malheiros – Orientador  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Prof. Ms. Fabrício Pretto  
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS

Prof. Ms. Rafael Rodrigo Eckhardt  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Lajeado, dezembro de 2018

*Sou muito grato:*  
*A todos que foram meus professores na UNIVATES;*  
*Ao orientador deste trabalho, Marcelo;*  
*À minha companheira e futura esposa, Bibiana;*  
*Aos meus pais, Edson e Silvane;*  
*A Deus.*

*“O importante é não parar de questionar. A curiosidade tem sua própria razão de existir.”*

*Albert Einstein*

## RESUMO

Este trabalho consiste na exploração da síntese de texturas usando a simulação de sistemas biológicos, especificamente voltados à formação de padrões através de modelos de reação-difusão, com foco no modelo original não-linear de Alan Turing. Para tanto, foi necessário estudar diversos conceitos de Computação Gráfica, analisando técnicas como síntese de imagens e mapeamento de texturas, incluindo também conhecimentos de Química e Biologia relacionados aos modelos de reação-difusão, como seu funcionamento e sua aplicabilidade na morfogênese e no desenvolvimento de padrões. É implementada e descrita a simulação destes sistemas sobre grades bidimensionais com aplicação de crescimento, visando subsidiar a aplicação dos resultados em malhas geométricas tridimensionais sofrendo crescimento e deformação da superfície. Ao contrário da maioria dos trabalhos relacionados que sintetizam texturas em domínios estáticos, este trabalho produziu novos padrões sintéticos visualmente comparáveis a espécies animais existentes. Em particular, o mapeamento sistemático dos parâmetros que controlam o sistema de reação-difusão com a adição de crescimento, permitiu que fossem descritos os comportamentos típicos do crescimento nestes sistemas e ainda aumentar a gama de padrões que podem ser criados. Por final, pode-se dizer que este modelo matemático ainda não foi esgotado, tendo se mostrado capaz de gerar padrões inéditos e com capacidade intrigante de alcançar semelhança com a Natureza.

**Palavras chave: Computação Gráfica. Síntese de Texturas. Formação de Padrões. Morfogênese. Reação-Difusão.**

## **ABSTRACT**

This work consists of the exploration of texture synthesis using biological systems simulation, specifically aimed at pattern formation by reaction-diffusion models, focused on the original nonlinear Alan Turing model. In order to do so, it was necessary to study several concepts of Computer Graphics, analyzing techniques such as image synthesis and texture mapping, including also knowledge from Chemistry and Biology related to reaction-diffusion, its working and its applicability on morphogenesis and pattern formation. The simulation of these reaction-diffusion systems on two-dimensional meshes applying growth is implemented and described, aiming to subsidize the application of the results onto three-dimensional geometric meshes undergoing both growth and deformation of the surface. Differing from the majority of the related works which perform image synthesis on static domains, this work has provided new synthetic patterns, that are visually comparable to existent animal species. In particular, the systematic mapping of the parameters controlling the reaction-diffusion system with the addition of growth allowed us to describe typical growth behaviors in these systems and to increase the range of patterns that can be created. Finally, it can be said that this mathematical model has not been exhausted, showing capable of generating novel patterns and with intriguing ability to achieve similarity with Nature.

**Keywords: Computer Graphics. Texture Synthesis. Pattern Formation. Morphogenesis. Reaction-Diffusion.**

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de padrões periódicos em animais.....	14
Figura 2 – Representação visual das subdivisões da Computação Gráfica.....	20
Figura 3 – Sistema de cores RGB.....	22
Figura 4 – Imagem sintetizada por computador .....	23
Figura 5 – Polígono quadrilátero formado por vértices, arestas e face .....	24
Figura 6 – À esquerda, polígono aberto e à direita, polígono complexo.....	25
Figura 7 – À esquerda, malha triangular e à direita, malha quadrilátera.....	25
Figura 8 – À esquerda, exemplo de malha estruturada e à direita, malha não estruturada .....	26
Figura 9 – Aplicação do mapeamento de textura .....	30
Figura 10 – Leopardo e suas pintas e rosetas .....	33
Figura 11 – Modelo ativador-inibidor do processo de reação-difusão para formação de padrões.....	35
Figura 12 – Ilustração de como o crescimento pode influenciar no aparecimento de listras, quando o pré-padrão estiver estabelecido.....	38
Figura 13 – Síntese de texturas com reação-difusão através de variação da difusão .....	39
Figura 14 – Resultado da aplicação do modelo de mosaico clonal e crescimento do modelo geométrico .....	40
Figura 15 – Resultado da aplicação do modelo de reação-difusão, combinando saturação e crescimento, sem parametrização particular de valores .....	41
Figura 16 – Formação de pintas e listras no guepardo .....	44
Figura 17 – Diferentes espécies de zebra e seus diferentes padrões de listra.....	45
Figura 18 – Desenvolvimento de listras na fase embrionária em diferentes espécies de zebra.....	46
Figura 19 – Pintas e rosetas características de um leopardo.....	47

Figura 20 – Diferente aparência física da anta filhote (esquerda) e adulta (direita) .....	47
Figura 21 – À esquerda, crescimento do peixe <i>Pomacanthus</i> , à direita, alterações no padrão do peixe <i>Pomacanthus imperator</i> .....	48
Figura 22 – Remoção artificial e reaparecimento do padrão do peixe-zebra .....	49
Figura 23 – Padrões de girafa obtidos com modelos de reação-difusão e saturação.....	50
Figura 24 – Imagem da interface gráfica do software Pattern Explorer.....	51
Figura 25 – Imagem de um experimento do Jupyter Notebook .....	52
Figura 26 – Influência da variação das taxas de difusão em experimentos de RD .....	55
Figura 27 – Influência da saturação do reagente U no resultado do RD .....	56
Figura 28 – Influência da saturação do reagente V no resultado do RD .....	56
Figura 29 – Influência da anisotropia no resultado do RD.....	57
Figura 30 – Evidências de crista neural no dorso de uma onça pintada.....	58
Figura 31 – Experimentos de produção localizada: sem saturação (linha superior) e com saturação (linha inferior) .....	59
Figura 32 – Diferentes funções de espaçamento para o primeiro estágio do RD.....	61
Figura 33 – Consequência do crescimento em sistemas de RD no modelo base .....	63
Figura 34 – Consequência do crescimento em sistemas de RD com saturação .....	64
Figura 35 – Influência dos diferentes limites para a saturação.....	64
Figura 36 – Consequência do crescimento em sistemas de RD com saturação e produção localizada.....	65
Figura 37 – Ilustração do crescimento com padrão inicial distribuído: pré-padrão (linha superior) e iterações do segundo estágio (linha inferior) .....	66
Figura 38 – Influência do crescimento no aparecimento de listras em domínios estreitos .....	67
Figura 39 – Desenvolvimento por síntese ou produção: sem crescimento (linha superior) e com crescimento (linha inferior) .....	68
Figura 40 – Desenvolvimento por replicação ou divisão: sem crescimento (linha superior) e com crescimento (linha inferior) .....	69
Figura 41 – Desenvolvimento por encadeamento ou sequenciamento: sem crescimento (linha superior) e com crescimento (linha inferior) .....	69
Figura 42 – Classificação do crescimento em relação à saturação.....	71
Figura 43 – Textura sintetizada da garoupa estrelada .....	73
Figura 44 – Textura sintetizada do baiacu-gigante.....	73
Figura 45 – Textura sintetizada do burá alveolado.....	74
Figura 46 – Textura sintetizada do <i>Dendrobates Azureus</i> e <i>Dendrobates leucomelas</i> .....	75

Figura 47 – Textura sintetizada do guepardo .....	76
Figura 48 – Textura sintetizada do leopardo .....	77
Figura 49 – Textura sintetizada da onça-pintada.....	78
Figura 50 – Modelo tridimensional da arraia submetido à RD com crescimento .....	80
Figura 51 – Modelo tridimensional do leopardo submetido à RD com crescimento .....	81

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 – Cabeçalho da principal função do sistema de RD .....	53
Quadro 2 – Funções de apoio utilizadas nos experimentos.....	54

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CMY: *Cyan, Magenta, Yellow*

GB: Gigabyte

GHz: Gigahertz

RD: Reação-difusão

RGB: *Red, Green, Blue*

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
1.1	Descrição do problema e motivação.....	15
1.2	Objetivo geral.....	16
1.3	Objetivos específicos.....	16
1.4	Organização do trabalho.....	17
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>18</b>
2.1	Computação gráfica .....	18
2.1.1	Áreas da Computação Gráfica .....	19
2.1.2	Cor, pixel e imagem .....	20
2.1.3	Modelos geométricos.....	23
2.2	Síntese de imagens realísticas .....	26
2.2.1	Desafios .....	27
2.2.2	Renderização e fases do realismo virtual.....	27
2.3	Texturas.....	28
2.3.1	Mapeamento de texturas .....	29
2.3.2	Como funciona o mapeamento de texturas .....	30
2.3.3	Dificuldades e aplicabilidade do mapeamento de texturas .....	31
2.4	Reação-difusão .....	31
2.4.1	Funcionamento da reação-difusão.....	33
2.4.2	Funcionamento do mapeamento de RD para uma imagem.....	37
2.5	Aplicação de reação-difusão na Biologia .....	37
2.6	Trabalhos relacionados de reação-difusão na Computação Gráfica.....	39

<b>3</b>	<b>DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS</b>	<b>42</b>
3.1	Análise do modelo não-linear de Turing	42
3.2	Morfogênese	44
3.2.1	Anisotropia e saturação	49
3.3	Metodologia da experimentação	50
3.4	Mapeamento do espaço de parâmetros	54
3.4.1	Concentração inicial aleatória	55
3.4.2	Produção inicial localizada	57
3.4.3	Padrão inicial distribuído	59
<b>4</b>	<b>REAÇÃO-DIFUSÃO COM CRESCIMENTO</b>	<b>62</b>
4.1	Crescimento com concentração inicial aleatória e saturação	63
4.2	Crescimento com produção inicial localizada	65
4.3	Crescimento com padrão inicial distribuído	66
4.4	Comportamento do crescimento em domínios estreitos	66
4.5	Comportamento típico do crescimento	67
4.5.1	Comportamento do crescimento em relação à difusão	67
4.5.2	Comportamento do crescimento em relação à saturação	70
<b>5</b>	<b>DISCUSSÃO DOS MELHORES RESULTADOS</b>	<b>72</b>
5.1	Garoupa estrelada ( <i>Cephalopholis miniata</i> )	72
5.2	Baiacu-gigante ( <i>Tetraodon mbu</i> )	73
5.3	Burá alveolado ( <i>Himantura uarnak</i> )	74
5.4	Sapo-boi-azul ( <i>Dendrobates azureus</i> ) e <i>Dendrobates leucomelas</i>	75
5.5	Guepardo ( <i>Acinonyx jubatus</i> )	76
5.6	Leopardo ( <i>Panthera pardus</i> )	77
5.7	Onça-pintada ( <i>Panthera onca</i> )	78
5.8	Aplicação em modelos tridimensionais	79
5.9	Considerações sobre os resultados	81
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>83</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>85</b>

# 1 INTRODUÇÃO

A complexidade da natureza torna-a fascinante ao olhar das pessoas. Naturalmente, por assim dizer, o ser humano é instigado pelos processos por quais a natureza se desenvolve. A beleza das cores e a perfeição das formas encontradas na natureza atraem as pessoas, algumas de forma a admirar, outras, de forma também a provocar uma sensação de curiosidade de como tais resultados podem surgir. Alguns dos organismos mais intrigantes são aqueles formados por padrões periódicos (FIGURA 1), sugerindo por si próprio que deve haver um mecanismo para que tais resultados surjam.

**Figura 1 – Exemplos de padrões periódicos em animais**



Fonte: Adaptado de Efraimstochter (2015, Pixabay, CC0), Felix\_Broennimann (2017, Pixabay, CC0), lanZA (2017, Pixabay, CC0), Alexas\_Fotos (2018, Pixabay, CC0) e NGSOFT (2018, Pixabay, CC0).

Motivados por esse desafio, estudiosos propuseram diversas hipóteses para tentar explicar como cada característica dos padrões poderia “saber” como e onde surgir e para qual lado crescer nas inúmeras células de um organismo. Entre estes pesquisadores, Alan Turing, na década de 1950, publicou seu último artigo que foi um marco na Biologia no que se refere ao desenvolvimento de padrões. Turing, em seu trabalho intitulado “*The chemical basis of morphogenesis*”, propôs um sistema inovador que procura explicar a formação destes padrões através de processos químicos simples, conhecido como modelo de reação-difusão (RD). Este, sugere como os padrões podem surgir espontaneamente através do que posteriormente seria conhecido como “Instabilidade de Turing” (MESQUITA, 2014).

Naquela época, limitados eram os recursos para possibilitar que tais propostas surtissem o efeito que produzem hoje. Com o avanço da computação, pôde-se simular graficamente estas hipóteses, o que permitiu, ao passar do tempo, além de uma grande aceitação do modelo de Turing, uma ampla evolução em respeito à simulação de sistemas biológicos e à síntese de texturas realistas (MALHEIROS, 2017).

Estas novas possibilidades expandiram os horizontes no ramo da pesquisa científica, permitindo a realização de novos tipos de experimentos e simulações, além da aplicação do modelo de Turing em situações mais complexas, como no caso de uma superfície em contínua expansão e deformação, aproximando o desenvolvimento de um ser vivo. A mudança de forma, como poderá ser visto na revisão de literatura, parece ter um papel tão importante quanto o sistema matemático de reação-difusão, pois sua ação combinada pode alterar consideravelmente os resultados. Alia-se a isto a analogia ao fenômeno natural de crescimento, o que caracteriza sua plausibilidade como aproximação da realidade (MALHEIROS, 2017; MESQUITA, 2014).

## **1.1 Descrição do problema e motivação**

Neste contexto, o principal desafio deste trabalho é utilizar a síntese de texturas através de técnicas de reação-difusão para simular com boa precisão o que ocorre na natureza, devido à sua complexidade, mitigando o máximo possível de interferências externas ou artificiais. Em outras palavras, procura-se um mecanismo biologicamente plausível para reproduzir determinados padrões biológicos, minimizando ajustes manuais ou de cunho artístico.

Apesar de haver diversos estudos na área, a grande maioria dos trabalhos aplica os sistemas de reação-difusão a superfícies planas para posterior mapeamento em modelos geométricos tridimensionais, havendo pouca exploração dos fenômenos de crescimento e deformação da superfície.

Desta forma, espera-se que este estudo possa contribuir para a comunidade acadêmica e obter resultados que complementem os estudos realizados até então, propondo uma nova abordagem para a síntese de texturas em duas e três dimensões.

## **1.2 Objetivo geral**

O objetivo geral deste estudo, sendo um trabalho de pesquisa científica, é aplicar diversos processos de síntese de texturas, através de modelos de reação-difusão, em superfícies planas e sobre uma malha geométrica tridimensional, incorporando efeitos de crescimento e deformação ao longo do tempo, no intuito de simular os processos naturais de morfogênese, explorando sistematicamente as possibilidades de variação de parâmetros dos sistemas para atingir resultados similares aos padrões encontrados na natureza.

## **1.3 Objetivos específicos**

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Conhecer os principais métodos de síntese e mapeamento de texturas;
- Conhecer os modelos de reação-difusão e os principais trabalhos relacionados nas áreas de Biologia Matemática e Computação Gráfica;
- Estudar o processo de morfogênese e desenvolvimento de padrões enquanto embrião e ao longo da vida do organismo;
- Explorar sistematicamente e analisar individualmente os resultados da aplicação do processo de síntese de texturas através de reação-difusão em superfícies planas e malhas tridimensionais submetidas ao crescimento;
- Obter texturas sintetizadas realistas em comparação aos padrões encontrados na natureza.

## **1.4 Organização do trabalho**

Este trabalho está organizado em diversos capítulos. Seguindo à Introdução, inicia-se o Referencial Teórico, que pode ser categorizado em duas partes: a primeira, voltada à apresentação da base necessária à respeito da Computação Gráfica, e a segunda à explanação dos conceitos e funcionamento dos modelos de reação-difusão, como também da sua aplicabilidade na natureza. Na sequência, o Capítulo 3 aborda o detalhamento do que já se conhece sobre os modelos de reação-difusão e a descrição dos experimentos realizados nos sistemas de RD tradicionais. O Capítulo 4 tem o objetivo de detalhar o funcionamento dos sistemas de RD com crescimento, apresentando o contraste entre os domínios estáticos e dinâmicos. Por final, o quinto capítulo apresenta a discussão dos melhores resultados obtidos neste trabalho e o Capítulo 6 descreve as conclusões através da síntese dos resultados dos objetivos atingidos.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo fundamenta o estudo realizado através de referências bibliográficas expostas ordenadamente, para servir de apoio para o restante do texto. Serão apresentados assuntos de Computação Gráfica na primeira seção, passando por síntese de imagens realísticas e modelos de reação-difusão nas seções seguintes, baseados principalmente no modelo não-linear de Alan Turing, na última seção. Ao final também serão citados trabalhos relacionados ao tema deste estudo.

### 2.1 Computação gráfica

Segundo Azevedo e Conci (2003), a Computação Gráfica combina Matemática e Arte, permitindo que um artista utilize métodos diferentes daqueles tradicionais para criar imagens complexas, efetivamente criando um novo tipo de arte.

Os autores também trazem ao leitor uma indagação se a Computação Gráfica é apenas uma ferramenta ou se é ela é na realidade responsável pela obra em si. Do ponto de vista em que a Computação Gráfica é dada como uma ferramenta, há um artista responsável pela imagem gerada. Nesta linha de pensamento, é possível concluir que imagens geradas com base em equações matemáticas também são uma forma de arte, e que demonstram a habilidade e o conhecimento do seu desenvolvedor (AZEVEDO; CONCI, 2003).

Hetem Junior (2014) afirma que ao conectar um artista ou cientista com um computador, aumentam-se as possibilidades de inspiração, e, como consequência disto, permite-se com o passar do tempo uma compreensão cada vez melhor do mundo em que vivemos.

Qualquer imagem pode ser gerada com Computação Gráfica. É uma área bem explorada, mas que ainda possui muitas lacunas que podem e precisam ser desvendadas (AZEVEDO; CONCI, 2003).

De fato, até as pessoas que não possuem contato com computadores no seu cotidiano relacionam-se com a Computação Gráfica, muitas vezes sem se darem conta do que está acontecendo e do que foi necessário para a produção ou desenvolvimento daquilo com o que está se relacionando (FOLEY et al., 1997).

Na subseção a seguir serão brevemente explanadas as áreas que a Computação Gráfica se subdivide.

### **2.1.1 Áreas da Computação Gráfica**

Para Azevedo e Conci (2003), a Computação Gráfica pode ser subdividida em três grandes áreas: processamento de imagens, análise de imagens e síntese de imagens.

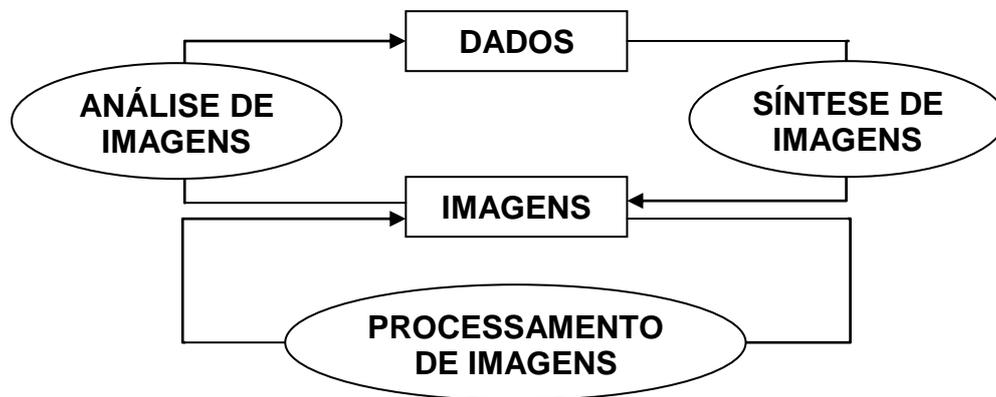
O processamento de imagens refere-se à forma e transformação das imagens, relacionadas à manipulação, como montagens e retoques fotográficos (TORI et al, 1987; AZEVEDO; CONCI, 2003). Nas definições de Corrêa e Gomes (2004), esta técnica dedica-se a adequar a visualização da imagem às necessidades do usuário de forma a atingir algum objetivo.

A análise de imagens, como o próprio nome sugere, refere-se ao processo de obter dados ou informações sobre uma representação visual de uma imagem que já existe, ou seja, que foi transferida para o computador e que não necessariamente foi gerada pelo mesmo (TORI et al, 1987; AZEVEDO; CONCI, 2003). Neste caso, a imagem participa como uma entrada do processo (CORRÊA; GOMES, 2004). Exemplos atuais deste tipo de aplicação são o reconhecimento de padrões e o reconhecimento de faces, temas muito utilizados em pesquisas acadêmicas nos últimos anos.

A síntese de imagens, por sua vez, reúne os processos e métodos necessários para criar ou manipular imagens geradas artificialmente. Este desenvolvimento de representações visuais pode dar-se mediante modelos matemáticos e geométricos, além de poder gerar imagens intrigantes e que nunca foram imaginadas anteriormente (TORI et al, 1987). Nesta

técnica, a imagem participa como uma saída do processo (CORRÊA; GOMES, (2004). A Figura 2 resume as definições anteriores em forma de um diagrama.

**Figura 2 – Representação visual das subdivisões da Computação Gráfica**



Fonte: Corrêa e Gomes (2004).

Na literatura de Azevedo e Conci (2003), define-se síntese de imagens como sendo ainda uma forma de visualização ou representação científica ou computacional, cujo objetivo é facilitar o entendimento de uma série de dados ou modelos complexos. A visualização científica, de forma a complementar a definição anterior, também é conceituada por Mendonça (2001), que defende que é um processo pelo qual as informações geram imagens para o entendimento de uma ideia.

Neste contexto, uma parcela da síntese de imagens dedica-se a sintetizar imagens realísticas, buscando simular, na grande maioria das vezes, eventos ou fenômenos da natureza. Walter (1991) argumenta que, através da síntese de imagens, o que se busca é o realismo ideal, ou seja, causar no observador o mesmo sentimento que seria causado caso estivesse visualizando a imagem real ou natural.

A síntese de imagens é o foco principal deste trabalho.

### **2.1.2 Cor, pixel e imagem**

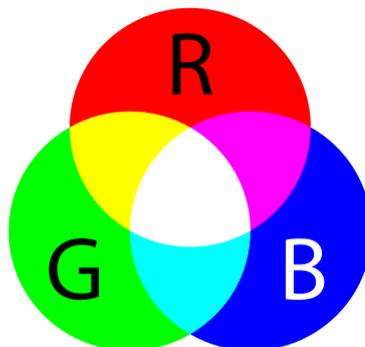
Conceitos importantes na Computação Gráfica, cor e pixel são a base da síntese de imagens. Desta forma, a seguir serão definidos estes termos, além da definição de imagem propriamente dita.

A cor, assim como a fala, pode ser considerada uma linguagem, capaz de expressar significados e transmitir sentimentos, tornando a comunicação muito mais eficiente. Antes de iniciar a conceituação de cor, já é possível afirmar a sua importância para a Computação Gráfica e para este trabalho: é ela que permite a sintetização de imagens realistas (AZEVEDO; CONCI, 2003).

Na prática, aquilo que se consegue ver como sendo uma cor, é na verdade um tipo de luz com um determinado comprimento de onda. Diferentes comprimentos de onda geram diferentes cores que são vistas pelo olho humano. Quando uma luz tem um único comprimento de onda, sem variação, é enxergada uma cor que recebe a denominação de pura – que é o caso das cores vermelho e verde puras. Outras cores apenas são enxergadas quando a luz tem vários comprimentos de onda – como, por exemplo, as cores roxo ou rosa (AZEVEDO; CONCI, 2003).

Cores primárias são aquelas cores utilizadas para criar todas as demais cores através da sua combinação. Em geral, escolhem-se três cores primárias, número oriundo do fato de que o olho humano possui exatamente este número de diferentes tipos de sensores, cada qual mais sensível a partes específicas do espectro da luz visível. Estes sensores são conhecidos como fotopigmentos vermelho, verde e azul, que originam o conceito de primárias RGB (do inglês, *Red, Green, Blue*) e constituem a base do sistema de cores RGB, que será apresentado em seguida (AZEVEDO; CONCI, 2003). Outros sistemas de cores utilizam outras cores primárias, como o sistema CMY (do inglês, *Cyan, Magenta e Yellow*) que possui o magenta, o amarelo e o ciano (FORNAZARI, 2000).

Sistemas de cores podem ser definidos como modelos que demonstram o comportamento de cores em uma determinada aplicação. Não existe um modelo único porque não há nenhum modelo capaz de aplicar todos os aspectos conhecidos das cores, sendo que, neste trabalho, o foco será mantido sobre o modelo RGB, ilustrado pela Figura 3 (AZEVEDO; CONCI, 2003).

**Figura 3 – Sistema de cores RGB**

Fonte: SharkD (2006, Wikimedia Commons, domínio público)

A cor em um sistema RGB é dada pela soma da cor multiplicada pelo seu coeficiente de mistura. No caso de imagens digitais, este coeficiente de mistura é dado por um número inteiro. No sistema RGB, o preto ocorre na ausência de cores, enquanto o branco na mistura de todas as cores (AZEVEDO; CONCI, 2003).

Conceituado o termo cor e apresentado o sistema de cores RGB, pode-se definir pixel. Pixel é a menor unidade de exibição de um dispositivo, como um televisor ou um monitor de computador. Cada pixel representa uma cor, que é formada pelo conjunto de três valores originados do sistema RGB (cada um representando respectivamente o vermelho, o verde e o azul), como visto anteriormente. Em geral, cada um destes valores pode variar de 0 a 255 tonalidades, representados por 8 bits. Multiplicando as três possibilidades, é possível obter 16 milhões de cores, cada uma diferente da outra (MORIMOTO, 2005).

A quantidade de pixels de uma imagem está diretamente associada à resolução e qualidade da exibição da imagem.

Por final, conhecidos os termos de cor e pixel, é possível conceituar o que é uma imagem. Imagem, em um contexto de Computação Gráfica, basicamente pode ser definida como uma sequência ordenada de valores, da ordem de centenas, milhares ou milhões de unidades (FOLEY et al., 1997). Cada unidade, quando transmitida a um dispositivo de saída como um monitor, é equivalente a um pixel com uma determinada cor, e o conjunto dos pixels organizados em linhas e colunas, formam a imagem.

Quando enxergado por um humano, esse conjunto de pixels exibidos sobre um dispositivo pode ser uma imagem abstrata – ainda não vista anteriormente, ou pode ainda

representar um objeto real já visto anteriormente, o qual será associado por quem estiver visualizando: como por exemplo um animal, um edifício ou um veículo.

A Figura 4 mostra um exemplo de imagem realística sintetizada, que pode ser exibida por milhões de pixels.

**Figura 4 – Imagem sintetizada por computador**



Fonte: Mayqel (2007, Wikimedia Commons, CC by SA-3.0)

A subseção a seguir tem como objetivo descrever os fundamentos de modelagem geométrica, para entender como são criadas as malhas em Computação Gráfica.

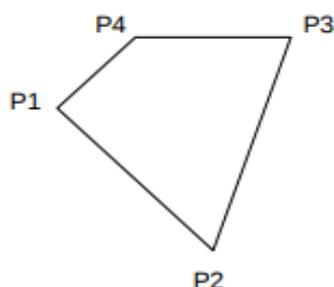
### **2.1.3 Modelos geométricos**

A literatura de Foley et al. (1997) define modelo geométrico, em Computação Gráfica, como sendo um conjunto de componentes que tem uma geometria precisamente estabelecida.

A representação destes modelos é realizada através de componentes conhecidos como vértices, arestas e faces, elementos fundamentais para a modelagem 2D e principalmente à modelagem 3D. A seguir estes elementos serão descritos, de acordo com Vieira (2011):

- Vértices: é uma localização determinada por um ponto dentro de um espaço bi ou tridimensional, baseado no produto cartesiano de números reais, portanto, composto por um par de coordenadas  $x$  e  $y$ . São os pontos P1 a P4 da Figura 5;
- Arestas: aresta é a representação da conexão de dois vértices, por uma linha retilínea. A Figura 5 é composta pelas arestas, ou segmentos de reta,  $S = \{(P1, P2), (P2, P3), (P3, P4), (P4, P1)\}$ .
- Faces: faces são consideradas um polígono fechado, formado por ao menos três vértices e três arestas que conectam os vértices formando um ciclo. A área intrínseca a este polígono é o que se conhece por face.

**Figura 5 – Polígono quadrilátero formado por vértices, arestas e face**

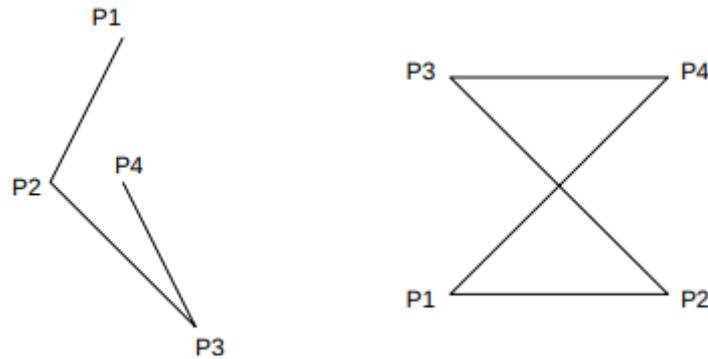


Fonte: Adaptado de Vieira (2011).

Para completar a fundamentação teórica de um modelo geométrico, falta descrever uma malha. Uma malha é representada por um conjunto de polígonos formando diversas faces, que não se sobrepõem uns aos outros e não possuem espaços vazios entre eles (VIEIRA, 2011). A Figura 8 apresenta dois tipos de malha, cujas definições serão apresentadas na sequência.

No contexto de malhas, não se utilizam polígonos abertos ou complexos (ver Figura 6). De acordo com Vieira (2011), o primeiro define-se como um polígono que não forma um ciclo, ou seja, com um segmento de reta faltante. O segundo, de acordo com o mesmo autor, são polígonos cujos segmentos de reta se cruzam – caso contrário é definido como um polígono simples.

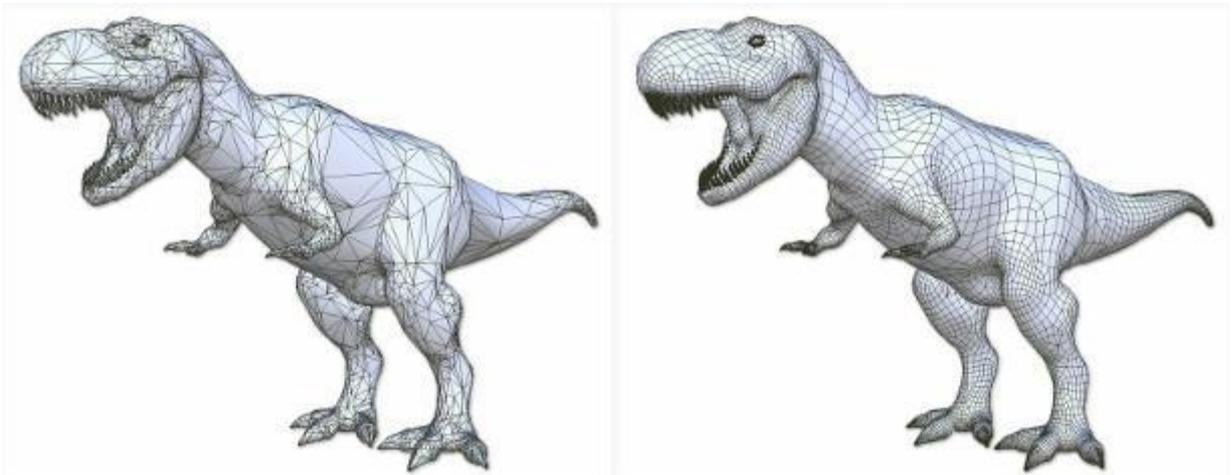
**Figura 6 – À esquerda, polígono aberto e á direita, polígono complexo**



Fonte: Adaptado de Vieira (2011).

As malhas, em Computação Gráfica, geralmente são compostas por polígonos triangulares (compostos por 3 vértices) ou quadriláteros (compostos por 4 vértices), de acordo com a Figura 7.

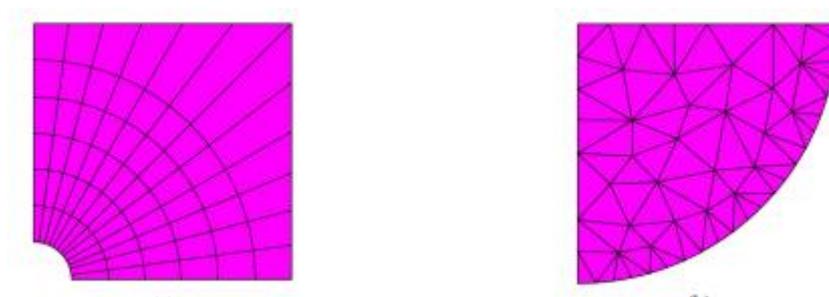
**Figura 7 – À esquerda, malha triangular e à direita, malha quadrilátera**



Fonte: ArtMesh (2015).

É relevante para este trabalho detalhar como podem ser classificadas as malhas. Vieira (2011) conceitua as malhas em estruturada, não estruturada e mista (como o nome sugere, é tipo de malha que combina as duas definições anteriores). A Figura 8 apresenta uma malha estruturada e não estruturada.

**Figura 8 – À esquerda, exemplo de malha estruturada e à direita, malha não estruturada**



Fonte: Vieira (2011).

Para este trabalho serão utilizadas malhas parcialmente estruturadas com polígonos quadriláteros, pois, devido à sua forma, estes causam menos distorção em relação à textura mapeada, conforme será detalhado na Seção 5.9.

## **2.2 Síntese de imagens realísticas**

Azevedo e Conci (2003) escrevem que o realismo visual, objetivo de muitas aplicações da Computação Gráfica, pode ser esclarecido como sendo os processos aplicados aos elementos gráficos com o intuito de se tornarem visualmente mais similares ao que eles representam na realidade, como se tivessem sido fotografados e transferidos ao computador.

O realismo na síntese de imagens é um tema fundamental para áreas como entretenimento, simulação, pesquisa e educação. Aplicações como treinamento de pilotos de avião ou médicos cirúrgicos, visualização interna de apartamentos para antecipar o design final de uma construção, produções de filmes de ficção científica e jogos eletrônicos utilizam amplamente o realismo para atingirem o seu objetivo (FOLEY et al., 1997; AZEVEDO; CONCI, 2003).

O tema de imagens realísticas também é importante para este trabalho, pois é uma ferramenta imprescindível na área de educação e pesquisa no que se refere à simulação visual de equações matemáticas e suas aplicações na área da Biologia.

Nos subitens desta seção serão apresentados os principais desafios de se obter o realismo visual na sintetização de imagens, os conceitos de renderização e as fases do realismo visual, como também a teorização de texturas e o seu processo de aplicação, focando a técnica que foi utilizada por este trabalho.

### 2.2.1 Desafios

A principal dificuldade do realismo visual é a complexidade do mundo real. Criar as mesmas condições de cores, texturas, iluminação, reflexão, etc, que representam a riqueza do ambiente em que se vive é extremamente difícil e muitas vezes exige horas de desenvolvimento e cálculo computacional (FOLEY et al., 1997).

Esta dificuldade vem ao encontro deste trabalho, visto que os padrões biológicos podem mostrar-se muito complexos e isto torna a sintetização destas texturas difícil, entre outros motivos, por não se conhecer os mecanismos exatos de formação de padrões. Existem, sim, diversos modelos sugeridos, os quais aproximam-se muito das características reais dos padrões biológicos. Este assunto será melhor detalhado na Seção 2.4, referente aos modelos de reação-difusão.

### 2.2.2 Renderização e fases do realismo virtual

A bibliografia de Azevedo e Conci (2003) descreve o processo de renderização (em inglês, chamado *rendering*), como sendo a obtenção de “realismo visual”, ou ainda, a inclusão de realismo fotográfico nos elementos gráficos. Em outras palavras, é o processo que transforma um objeto ou cena sintetizada por computador até que se atinja uma percepção de realidade ou naturalidade, podendo, inclusive, passar por despercebido que aquilo foi sintetizado.

A execução do processo de realismo virtual é dividida em sete etapas, sendo que cada uma delas pode ou não ser utilizada, dependendo da aplicação (AZEVEDO; CONCI, 2003). Seguindo os mesmos autores e complementando com as ideias de Corrêa e Gomes (2004), as fases são sete e estão relacionadas a seguir:

1. Criação do modelo geométrico;
2. Adaptações para adquirir aparência tridimensional, utilizando projeções e perspectivas apropriadas;
3. Remoção de faces ocultas do modelo;
4. Recorte dos elementos gráficos que não serão exibidos (em inglês, esta etapa é conhecida como *clipping*);

5. Rasterização (em inglês, *rasterization*), que é o processo de transformação da representação em 3D para pixels, independente do sistema de coordenadas que se esteja usando;
6. Tratamento de elementos ocultos (em inglês, esta etapa é conhecida como *hidden*), que pode ser compreendido como um complemento da terceira fase, entretanto é responsável pelos elementos sobrepostos por outros ou que a sua posição em relação aos demais exige que sejam tratados adequadamente; e
7. Colorização dos pixels, considerando todos os aspectos gráficos (luz, sombra, brilho, transparência, etc), o que torna esta etapa uma das principais quando o objetivo é realismo.

Os modelos geométricos da Computação Gráfica geralmente não possuem uma aparência realística sem a utilização de texturas. Walter (1991) descreve que, dentro do conceito de realismo, uma parcela de processos que se dedica a atingir este objetivo utiliza técnicas de síntese de texturas, cujo assunto será apresentado em seguida.

### 2.3 Texturas

De acordo com Corrêa e Gomes (2004), qualquer objeto possui um padrão em sua superfície. Superfícies de madeira, metal, uma parede de tijolos, são bons exemplos de texturas. Segundo Hetem Junior (2014), a textura é um dos componentes mais importantes nos elementos gráficos para aumentar a percepção de realismo, pois ele é exatamente aquilo que representa a superfície do elemento, e tem a capacidade de alterar significativamente a reação de quem observa a imagem. Cohen e Manssour (2006) escrevem que as texturas são tão importantes para o realismo porque elas são responsáveis por permitir ao modelo geométrico adquirir características físicas similares ao objeto que simulam, e diversas são as técnicas que aplicam texturas sobre elementos gráficos.

Entre estas técnicas para sintetização de texturas, Walter (1991) destaca seis principais: fractais, sistemas de partículas, modelo Cook e Torrance, mapeamento de texturas, *bump map* e textura sólida. Diversas literaturas sobre o assunto ainda destacam diferentes métodos de texturização, cada um com seus objetivos específicos.

O processo de colocação de texturas em objetos tridimensionais pode tornar-se muito complexo, sendo que este processo é realizado com o uso de mapas de textura (AZEVEDO; CONCI, 2003).

### **2.3.1 Mapeamento de texturas**

A ideia fundamental dos mapas de textura é inserir sobre um objeto uma representação de uma superfície real através de uma função ou um mapeamento bidimensional, durante a etapa de rasterização do realismo (AZEVEDO; CONCI, 2003; COHEN; MANSSOUR, 2006).

A grande maioria das texturas que simulam superfícies são planas, ou seja, bidimensionais, aplicadas a superfícies tridimensionais dos elementos gráficos. Isto se deve pelo fato de que uma textura poder ser utilizada independentemente do modelo geométrico do objeto. O sistema de coordenadas de colocação e transformação dos elementos gráficos é representado pelas coordenadas X, Y e Z. Já os mapas de textura tipicamente utilizam as letras U e V para orientação dos objetos (AZEVEDO; CONCI, 2003).

O processo de mapeamento deve considerar as deformações do objeto 3D e sua superfície arbitrária para aplicar corretamente as texturas. Quando o objetivo é mapear uma textura em objetos não muito complexos, cujo modelo já permite um processo simples de aplicação da textura (como cubos, prismas e esferas), o processo é simples e o sistema de coordenadas é bem definido. Entretanto, este cenário é diferente ao aplicar texturas em malhas, forçando a aplicação de técnicas específicas para o correto mapeamento da textura (AZEVEDO; CONCI, 2003; MENDONÇA, 2001).

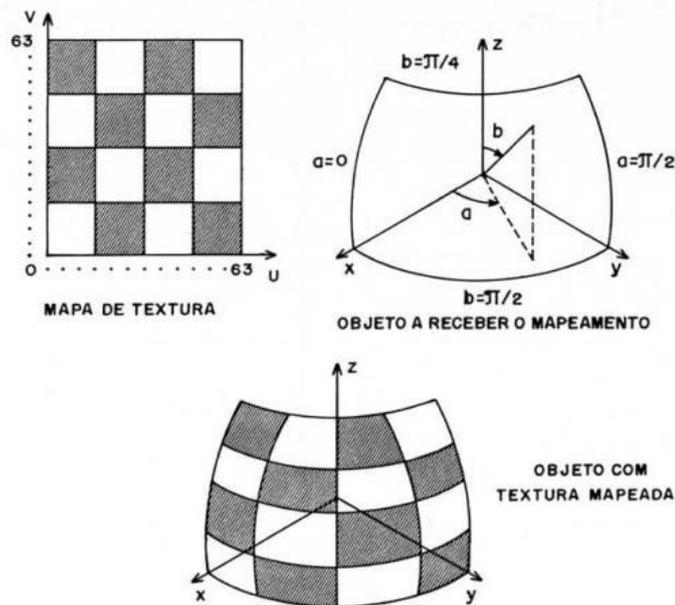
Na prática, o processo ocorre de forma que a imagem bidimensional que representa a textura é consultada sequencialmente para definir a cor do pixel do modelo tridimensional, na posição correspondente. A posição da textura, então, será aplicada no modelo com possível alteração de outros efeitos, como a luz, brilho, coeficiente de reflexão ou irregularidade da superfície (CORRÊA; GOMES, 2004).

Walter (1991) exemplifica esse processo utilizando a aplicação de um papel de parede elástico. O papel de parede equivale ao mapa de textura e a parede ao objeto que se pretende texturizar. A ideia da elasticidade se deve ao fato do papel poder se adaptar às superfícies, esticando ou encolhendo onde for necessário.

### 2.3.2 Como funciona o mapeamento de texturas

Na prática, o mapa de textura que se deseja mapear para um objeto tridimensional é acessado mediante dois parâmetros:  $u$  e  $v$ . Como explicado anteriormente, cada um destes parâmetros é relativo às coordenadas horizontais e verticais do mapa, e pode variar do valor 0 até o número de elementos horizontais e verticais, respectivamente. Vale ressaltar que o mapa de textura é quadrado ou retangular. O modelo tridimensional é sempre representado pelo seu sistema de coordenadas tridimensional, e sua visualização é definida sobre as suas equações trigonométricas e pelos ângulos estabelecidos pelo segmento de reta da origem até a superfície do modelo com relação ao eixo  $x$  e  $z$  do sistema de coordenadas – Figura 9 (WALTER, 1991).

**Figura 9 – Aplicação do mapeamento de textura**



Fonte: Walter (1991).

Walter (1991) ainda exemplifica esse processo com a aplicação de um mapa de textura de tamanho  $64 \times 64$  elementos sobre um objeto tridimensional representado por uma parte da superfície de uma esfera, de acordo com a Figura 9. As letras  $a$  e  $b$  representam os ângulos comentados no parágrafo anterior.

Pode-se perceber com a imagem que o objetivo é vincular os valores de  $u$  e  $v$  com os ângulos  $a$  e  $b$ . Para tanto, deve-se definir o que Walter (1991) chama de pontos de fixação,

que nada mais são do que as limitações que o mapa irá ter sobre o objeto. Estes pontos, permitirão calcular, para qualquer ângulo  $a$  e  $b$  da superfície, o valor que corresponde ao mapa de textura.

### **2.3.3 Dificuldades e aplicabilidade do mapeamento de texturas**

Embora seja uma das técnicas mais utilizadas para texturização, um ponto negativo em relação ao mapeamento de texturas pode ser a facilidade de haver distorções da textura original. Estes problemas são foco de diversos trabalhos científicos, e já foram sugeridas soluções que, ao invés de se utilizar pixels do mapa da textura, utilizam áreas do mapa original, funções de mapeamento isométrico, mapeamento dividido em mais etapas, entre outros (WALTER, 1991).

O mapeamento de texturas tem grande aplicabilidade na área da texturização de objetos. Entretanto, os melhores resultados desta técnica, principalmente pelo fato destacado no parágrafo anterior, são aqueles em que os modelos geométricos apresentam características bem definidas e regulares, como cilindros, planos, cubos, esferas, etc. Outros objetos poderão causar a impressão de que foi colada uma imagem sobre a superfície do objeto, o que afasta o objetivo de atingir o realismo visual (WALTER, 1991).

Tendo isto em vista para reduzir esse tipo de percepção, a abordagem que foi utilizada por este trabalho restringe o mapeamento para cada face quadrada da malha, de forma isolada. Ou seja, não houve uma função de mapeamento global da textura sobre a malha, mas uma função aplicada localmente a cada face. Posteriormente foi avaliado se o efeito da distorção foi reduzido ou ampliado com esta abordagem.

Conhecidos os conceitos de Computação Gráfica até a técnica de texturização utilizada neste trabalho, a seguir será descrito o processo de reação-difusão e a sua relação com este trabalho de conclusão.

## **2.4 Reação-difusão**

Esta seção tem por objetivo apresentar a fundamentação teórica do sistema de reação-difusão e de como os padrões biológicos são possivelmente desenvolvidos na pelagem dos

animais. Ao final desta seção também serão apresentados os principais trabalhos relacionados aos modelos de RD e Computação Gráfica.

O sistema de reação-difusão, como foi chamado pelo seu criador Alan Turing em seu clássico artigo publicado em 1952, "*The Chemical Basis of Morphogenesis*", é um sistema proposto com foco em um mecanismo molecular capaz de criar padrões periódicos, estabelecendo uma relação entre padrões biológicos e padrões sintetizados matematicamente através deste sistema (LEE et al., 1994; KONDO; ASAI, 1995).

O artigo só foi realmente adotado pela comunidade científica a partir da década de 60, quando então esta suposição estimulou a realização de uma quantidade considerável de pesquisas sobre os modelos de formação de padrões. A principal motivação disto é sua capacidade de gerar padrões relativamente repetitivos a partir de um estado inicial aleatório, ou, em termos científicos, gerar ordem com base no caos. Atualmente, é um dos sistemas mais utilizados para explicar a formação de padrões biológicos (NAGAO; VARELA, 2016; LEE et al., 1994; KONDO; MIURA, 2010).

Hoje pouco ainda se conhece sobre como os processos exatos de crescimento e determinação de forma e cor da pele/pelagem são realizados nos sistemas biológicos. Alan Turing, neste contexto, sugeriu um modelo baseado em equações diferenciais que calcula a reação química de dois elementos. Este modelo, que pode ser considerado um mecanismo relativamente simples, é contrastado pelas grandes possibilidades de geração de diferentes padrões físicos e biológicos, principalmente quando aumentado pelo mecanismo de saturação (MALHEIROS; WALTER, 2017).

Exemplos fascinantes deste processo são a zebra e suas listras, a girafa com seus arranjos e o leopardo e suas pintas e rosetas (FIGURA 10), entre diversos outros padrões muito interessantes (WALTER; FOURNIER; MENEVAUX, 2001).

**Figura 10 – Leopardo e suas pintas e rosetas**



Fonte: Jan Erkamp (2007, Wikimedia Commons, CC by SA-3.0).

Sabendo que difusão é o processo químico onde ocorre um movimento de dispersão de substâncias e a reação um fenômeno químico que controla a variação da concentração destas substâncias (GONZÁLEZ; VANEGAS; GARZÓN, 2009), a subseção a seguir descreverá o funcionamento deste sistema.

#### **2.4.1 Funcionamento da reação-difusão**

Nas reações químicas propostas pelo sistema de RD, as substâncias que participam deste processo são conhecidas como morfógenos, que significam “produtores de forma” e podem ser caracterizados como moléculas que influenciam como o sistema biológico vivo desenvolve suas estruturas e padrões, a partir do embrião. O sistema, como dito anteriormente, é composto por equações diferenciais que representam a reação de um ou mais morfógenos e retratam sua variação espacial e temporal. O que gera a grande possibilidade de resultados é a combinação da variação dos parâmetros da equação e da forma como o modelo se desenvolve, que podem gerar resultados estáveis com grande semelhança a padrões encontrados na natureza (MESQUITA, 2014).

Estas substâncias químicas controlam a velocidade com que elas são sintetizadas. Os morfógenos são produzidos e consumidos pelas reações químicas, enquanto a difusão distribui as substâncias por uma região limitada, que pode ser entendida como a parte interna de uma célula, um órgão em estágio de desenvolvimento ou um embrião animal, que é o caso deste trabalho (KONDO; ASAI, 1995; MESQUITA, 2014).

Este processo pode ser representado pelas equações diferenciais 1.a e 1.b, que modela um sistema simples e genérico com dois morfógenos:  $a$  e  $b$ . Cada unidade da região onde o processo acontecerá possui as respectivas concentrações dos reagentes, aqui representadas pelas variáveis  $a$  e  $b$ , que variam no tempo  $t$ . O termo  $f(a,b)$ , da primeira equação, e o termo  $g(a,b)$ , da segunda, representam as reações que consomem e produzem os morfógenos, enquanto os termos  $D_a \nabla^2 a$  e  $D_b \nabla^2 b$  representam a difusão espacial das respectivas substâncias  $a$  e  $b$ , sendo  $D_a$  e  $D_b$  o coeficiente de difusão como um parâmetro constante (MESQUITA, 2014).

$$\frac{\partial a}{\partial t} = f(a, b) + D_a \nabla^2 a \quad (1.a)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = g(a, b) + D_b \nabla^2 b \quad (1.b)$$

No início do processo, o estado é tipicamente homogêneo em relação à concentração das substâncias químicas. Os padrões não surgem enquanto não ocorra qualquer perturbação (algo que Mesquita caracteriza como muito plausível em sistemas biológicos). O mecanismo então altera este estado para outro estacionário (concentrações variam no espaço, mas não no tempo), oscilatório (que varia as concentrações no tempo) ou outro estado de equilíbrio (as concentrações não variam no tempo ou no espaço). Ocorrida a perturbação, que pode ser, por exemplo, a aplicação de uma luz ultravioleta, o desenvolvimento dos padrões torna-se auto-sustentável. Este processo é conhecido como Instabilidade de Turing (LEE et al., 1994; MESQUITA, 2014; RODRIGUES, 2013).

Ocasionalmente os modelos de RD podem não gerar nenhum tipo de padrão, mesmo quando as substâncias estão parametrizadas com diferentes valores de difusão. Mesmo com este resultado, o sistema continua sendo de reação-difusão, requerendo, portanto, condições que permitam declarar o que é necessário nestes sistemas para que o resultado seja algum tipo de padrão visual (MEINHARDT, 2012).

Estas condições são, conforme Gierer e Meinhardt (MEINHARDT, 2012): 1) auto-reforço local (*local self-enhancement*, no artigo original de Meinhardt), sendo uma substância, que então será conhecida como ativador, catalisa a formação dos morfógenos; e 2) inibição de longo-alcance (*long-range inhibition*, também nas palavras de Meinhardt), sendo outra substância, chamada de inibidor, catalisa uma reação que diminui a concentração dos

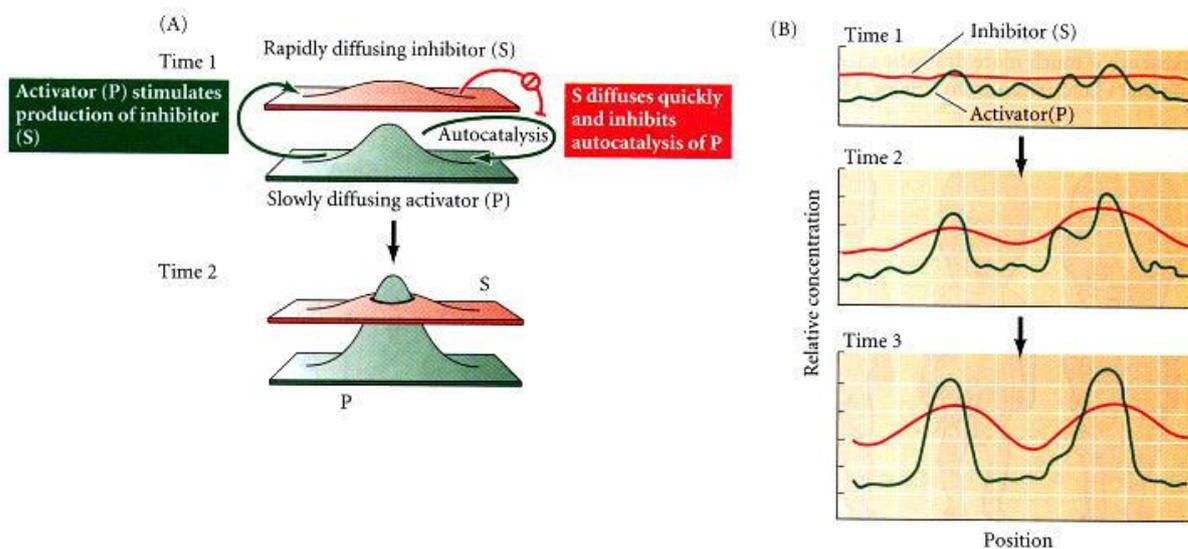
morfógenos ou do ativador. Porém, um detalhe importante sobre as especificações citadas: a substância do tipo inibidor deve ter um parâmetro de difusão (relembrando que é um valor constante) maior do que o parâmetro do morfógeno ativador. Isto causará no sistema de RD uma maior movimentação das moléculas na região para o surgimento do padrão, sugerindo a partir daí o nome de longo alcance (MEINHARDT, 2012; MESQUITA, 2014).

Este comportamento gera o que é conhecido como o sistema ativador-inibidor. Gierer e Meinhardt também são autores de outro sistema em modelos de reação-difusão, conhecido como ativador-substrato. Este sistema funciona de forma um pouco diferente, onde a autocatálise da substância ativadora é realizada apenas com o consumo de outra substância, o substrato. Com a diminuição ou ausência deste, a produção do ativador é degradada e limitada. Os resultados podem ser considerados semelhantes com o sistema ativador-inibidor (SILVA, 2010).

É preciso deixar claro que os modelos de ativador-inibidor e ativador-substrato são modelos de RD onde os componentes são identificados diretamente com mecanismos conhecidos da bioquímica. Em outras palavras, são menos abstratos que outras equações de RD.

A Figura 11 exemplifica o sistema de RD com os morfógenos ativadores e inibidores.

**Figura 11 – Modelo ativador-inibidor do processo de reação-difusão para formação de padrões**



Fonte: Gilbert (2000).

Fica evidente com a parte (A) da Figura 11 que os dois reagentes químicos, representados pelas letras S (inibidor) e P (ativador), quando misturados, fazem com que o sistema saia do estado homogêneo para um estado onde seja possível o aparecimento de padrões. Isto de acordo com as condições de S inibir a produção de P, e P, por sua vez, estimular a produção da própria substância P, como também da substância S. Tudo isto é possível enquanto o coeficiente de difusão de S é maior do que o coeficiente de P (GILBERT, 2000).

A parte (B) da Figura 11 permite detalhar, ao passar do tempo, que em um estado inicial onde os reagentes químicos estão misturados em um estado homogêneo, à medida em que a concentração de P aumenta localmente, é produzida a substância S, que então difunde-se e inibe a produção de P. O resultado deste processo é o aparecimento de padrões regulares em intervalos periódicos (GILBERT, 2000).

Ao longo do tempo, é possível perceber a criação do padrão através dos mecanismos de auto-reforço local com a movimentação de uma das substâncias. Além disto, é notável também a menor concentração do morfógeno inibidor nas regiões onde a concentração do morfógeno ativador é maior.

Aquilo que Turing descreve como comprimento de onda químico (*chemical wavelength*, em seus termos) é um conceito relevante a ser descrito neste trabalho. Os sistemas de RD podem parecer similares a funções ondulatórias quando representadas em gráfico, como pode ser visto na Figura 11.B. Fica então evidente que desta forma o sistema pode adquirir um comprimento de onda, que analogamente às funções matemáticas, é a extensão entre cada pico de concentração dos morfógenos para um sistema unidimensional ou a área ocupada por cada uma das pintas (MESQUITA, 2014).

O processo de aumento ou diminuição não é exclusivamente descrito por esse mecanismo, com ativadores e inibidores. Ele pode também dar-se através de alterações na velocidade de produção, conversão de morfógenos, entre outros (MESQUITA, 2014).

A equação da função da reação-difusão tem influência significativa sobre a aparência que o sistema pode adquirir, que representam as texturas. Além dos dois apresentados por Turing, diversos outros modelos foram propostos para sintetizar texturas, por exemplo, de conchas, mamíferos, répteis e peixes (MCGRAW, 2008).

Este trabalho foi focado em uma extensão do modelo não-linear de Turing, que será detalhado no Capítulo 3.

### **2.4.2 Funcionamento do mapeamento de RD para uma imagem**

Importante destacar ainda como a reação-difusão é mapeada em uma imagem, em pixels e em cores, relacionando com o capítulo anterior. A imagem do resultado dos experimentos é formada basicamente através de uma estrutura de dados de linhas e colunas (uma matriz), que é utilizada como a base do sistema de RD. Esta matriz sofre as diversas iterações que misturam os reagentes e recalculam as respectivas concentrações com a equação que está sendo utilizada (ver Seção 3.1). Ao final, cada célula da matriz representa um pixel na imagem.

Os reagentes do sistema possuem a sua concentração específica em cada célula da matriz. Ao passar do tempo (e das iterações), cada célula varia a concentração destes reagentes e, ao final do processo, estas concentrações são adequadamente discretizadas em níveis através de um mapa de cores. O mapa de cores funciona de modo a mapear ponderadamente as diferentes concentrações para cores específicas, ou seja, concentrações mais baixas assumem uma cor, e nas células onde a concentração é maior a cor varia ajustadamente até atingir o seu grau máximo, onde a maior concentração atinge a cor máxima do mapa. Para atingir resultados realistas, este mapa de cores é personalizado para possuir as cores mais próximas do animal que foi sintetizado.

Deste modo, os padrões surgem em imagens devido à aglomeração de diferentes concentrações de determinados reagentes, que em conjunto representam os diversos padrões de algum animal em específico.

## **2.5 Aplicação de reação-difusão na Biologia**

Nesta seção serão rapidamente resumidos trabalhos cuja aplicação de RD foi utilizada no ramo da Biologia, em ordem cronológica, com relevância para a fundamentação deste estudo.

O principal trabalho, que não poderia faltar nesta seção e que deu início a todas as hipóteses posteriores, foi o artigo de Turing (1952) que basicamente propõe um mecanismo

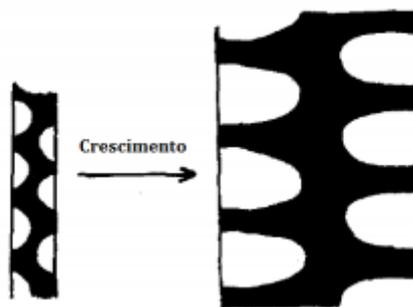
acionado sobre um zigoto que pode determinar a formação final do organismo. Turing, além de explicar o modelo de RD, ainda deixa claro que apenas aplicou leis físico-químicas amplamente conhecidas, e que estas são, em grande parte, responsáveis pelo resultado.

Em 1972, Gierer e Meinhardt apresentaram as condições para que a formação de padrões ocorra, coerente com o citado na Seção 2.4.1 (MEINHARDT, 2012). Após, Bard e Lauder, em seu artigo de 1974, analisaram detalhadamente o modelo de Turing, chegando a resultados significativos que serão apresentados na Seção 3.1, referente à análise do modelo não-linear de Turing (MESQUITA, 2014).

Importante destacar que Gierer e Meinhardt criaram seus próprios modelos de reação-difusão, não baseando-se no trabalho apresentado por Turing, principalmente pelo fato deste último ser pouco conhecido naquela época. Todavia, após as publicações de Gierer e Meinhardt, foi entendido que eram modelos matemáticos diferentes para explicar o mesmo tipo de fenômeno.

Em 1981, Murray apresentou que pintas podem se transformar em listras ao submeter um tecido ao crescimento, quando o pré-padrão já estiver estabelecido (MESQUITA, 2014). Ver Figura 12.

**Figura 12 – Ilustração de como o crescimento pode influenciar no aparecimento de listras, quando o pré-padrão estiver estabelecido**



Fonte: Murray apud Mesquita (2014).

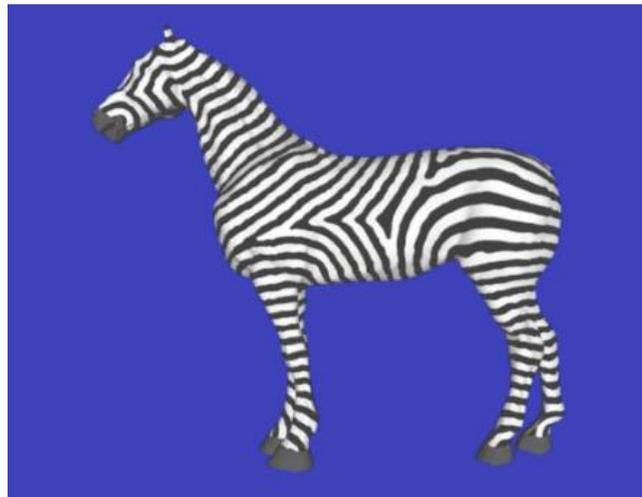
Além destes, também são consideráveis os trabalhos de Bard (1977), referente à formação dos padrões listrados das zebras, e de Yamaguchi, Yoshimoto e Kondo (2007), em relação à reação-difusão estar ativa e podendo formar-se mesmo após o estabelecimento inicial do padrão. Estes dois trabalhos serão detalhados na Seção 3.2, que trata da morfogênese.

## 2.6 Trabalhos relacionados de reação-difusão na Computação Gráfica

Aqui serão apresentados os principais trabalhos relacionados ao tema cuja aplicação é direcionada à Computação Gráfica, portanto diretamente relacionados com este estudo. A literatura é vasta neste ramo, uma vez que diversos trabalhos aplicam modelos de RD em diferentes contextos. Sendo assim, aqui serão relacionados aqueles que fundamentaram a realização dos demais e alguns trabalhos recentes com grande relevância.

Na década de 1980, Bard (1981) já simulava o padrão biológico de zebras e outros mamíferos como um dos primeiros trabalhos na área. Pode-se continuar aqui com a publicação de Turk (1991), que sintetiza texturas através da aplicação de modelos de RD diretamente em geometrias tridimensionais, obtendo resultados satisfatórios e similares àqueles vistos na natureza. Este autor também conseguiu simular o efeito da forma sobre a malha tridimensional (como partes da cabeça e patas em relação ao corpo) através da variação do parâmetro de difusão nestes locais. Isto pode ser visto na Figura 13, que possui listras mais largas na anca da zebra.

**Figura 13 – Síntese de texturas com reação-difusão através de variação da difusão**



Fonte: Turk (1991).

Walter, Fournier, Menevaux (2001) aplicaram também a velocidade do crescimento em diferentes variações para as partes do corpo, cujas diferenças foram diretamente relacionadas a dados reais de crescimento de embriões, resultando em modelos muito semelhantes ao natural - ver Figura 14, com o objetivo de integrar a aquisição de forma com o

desenvolvimento de padrões. Este trabalho baseou-se na utilização do modelo de mosaico clonal, um processo alternativo aos modelos de RD.

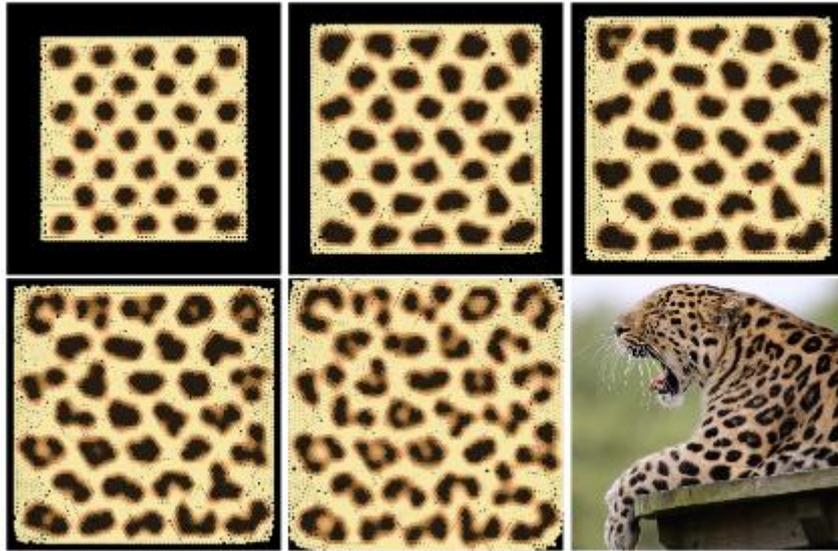
**Figura 14 – Resultado da aplicação do modelo de mosaico clonal e crescimento do modelo geométrico**



Fonte: Walter, Fournier e Menevaux (2001).

O estudo de Malheiros e Walter (2017) toma como princípio a simplicidade do modelo de RD, mantendo a coerência com a ideia proposta por Turing, realçando que biologicamente o sistema proposto é muito plausível. Os autores demonstram pioneiramente como a saturação pode influenciar no desenvolvimento de padrões com RD (será retomado no Capítulo 3), além de estar de acordo com diversas abordagens anteriores, permitindo, nas palavras dos mesmos, novas bases para realização de experimentações. Os autores conseguiram sintetizar texturas através unicamente do modelo de RD propriamente dito (combinando saturação e crescimento uniforme), sem ajustes específicos do modelo matemático que criassem variações espaciais controladas, como tipicamente foi feito em outros trabalhos até então (FIGURA 15).

**Figura 15 – Resultado da aplicação do modelo de reação-difusão, combinando saturação e crescimento, sem parametrização particular de valores**



Fonte: Malheiros e Walter (2017).

### 3 DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS

Este capítulo do trabalho remete-se à descrição da metodologia que foi utilizada para atingir os objetivos propostos, fundamentando-se na revisão de literatura apresentada até aqui. Também serão expostos neste capítulo assuntos relevantes em relação aos modelos de RD.

O objetivo da primeira seção é detalhar o modelo não-linear de Turing, que é o sistema de RD utilizado neste trabalho. A segunda seção tem por propósito a apresentação do que já se conhece atualmente em relação ao processo de formação de padrões no que se refere ao crescimento embrionário e influência da forma nos sistemas de RD. A terceira seção trata da metodologia das experimentações realizadas e a quarta e última seção apresenta um mapeamento do espaço de parâmetros utilizado, explicando o que cada um influencia no padrão final.

#### 3.1 Análise do modelo não-linear de Turing

Ao criar o que hoje é conhecido como modelo não-linear de Turing, Alan Mathison Turing acreditava que os complexos padrões desenvolvidos naturalmente em plantas e animais poderiam ser resultado de leis físicas simples (NAGAO; VARELA, 2016).

Entre os diversos sistemas de RD que surgiram após o artigo de Turing, este trabalho utilizou uma pequena variação do modelo proposto por Turk, que também foi baseado na proposta original de Turing (MALHEIROS, 2017). As equações 2.a (para o reagente U) e 2.b (para o reagente V) apresentam os modelos utilizados:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = s(\alpha - uv) + D_u \nabla^2 u \quad (2.a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = s(uv - v - \beta) + D_v \nabla^2 v \quad (2.b)$$

O termo  $s$  das duas equações representa a velocidade das reações químicas. O termo  $\alpha$  foi substituído pela constante 16, igualmente ao proposto por Turk. O termo  $\beta$  na proposta de Turk varia levemente em torno do valor 12, e esta variação é quem produz as perturbações necessárias para iniciar o desenvolvimento dos padrões e tirar o sistema do estado homogêneo para que os padrões surjam naquele modelo, pois as concentrações de ambas substâncias eram definidas como 4.0 (MESQUITA, 2014). Com base nisto foi optado em tornar este valor fixo em 12 e utilizar variações nas concentrações iniciais de  $U$  e  $V$ , tornando a implementação mais simples. Trabalhando com um sistema menos complexo, o universo de parâmetros a serem explorados são potencialmente reduzidos (MALHEIROS, 2017).

Com base no trabalho realizado por Bard e Lauder (MESQUITA, 2014), que em 1974 analisaram o modelo de Turing detalhadamente, é relevante explicar que o artigo original de Turing propunha um sistema com diversas substâncias químicas, além das duas apresentadas até aqui.

A conclusão mais relevante de Bard e Lauder é que, ao analisar sistemas bidimensionais, o resultado das simulações assemelha-se a padrões naturais. Isto permitiu aos pesquisadores averiguar que, em simulações cuja matriz era retangular e relativamente estreita, as pintas que apareciam em sistemas quadrados vagarosamente foram transformando-se em linhas. Neste caso ainda foi aplicada a continuidade das bordas, simulando a matriz retangular como a cauda de um animal (MESQUITA, 2014).

Esta possibilidade não pode ser confundida com a que foi apresentada por Murray em 1981, descrita na Seção 2.5. Murray descreveu o crescimento de pintas após estabelecimento de um pré-padrão, formando listras. Bard e Lauder descreveram a unificação de pintas em listras, em relação à forma estreita do rabo. Embora os resultados sejam similares e complementares, as ideias são diferentes.

Esta última análise realizada por Bard e Lauder é, de fato, muito plausível, como pode ser visto na Figura 16, que apresenta um guepardo e suas pintas em todo o seu corpo. Fica evidente em seu rabo como as pintas tendem a converter-se em listras. Isto permite prever

como são criados vários padrões de animais, sendo possível afirmar, como evidência, que não se encontram animais cujo corpo seja listrado e o rabo contenha pintas (BAKER, 2011).

**Figura 16 – Formação de pintas e listras no guepardo**



Fonte: Mukul2u (2008, Wikimedia Commons, CC by 3.0).

Esta conclusão permite supor, com ênfase, conforme Mesquita (2014) também descreveu, que a forma pode afetar consideravelmente o resultado final de um sistema de RD.

### **3.2 Morfogênese**

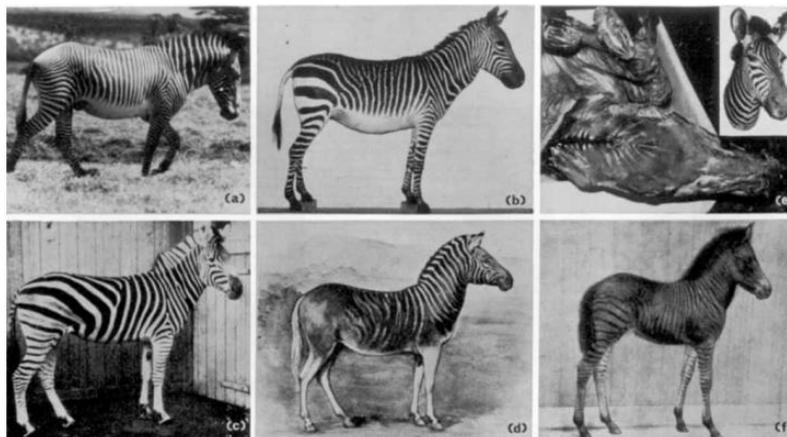
Morfogênese, no sentido literário da palavra, refere-se ao desenvolvimento do formato do corpo. Nesta seção serão expostos os principais conhecimentos nesta área que servirão de apoio para determinar a metodologia que utilizada para simular o processo de sistemas de RD: o crescimento e a forma.

Levando em consideração o que foi visto na seção anterior, se pode notar a importância da forma no desenvolvimento de padrões. Contudo, além da forma propriamente dita, existe também o processo de crescimento que pode influenciar consideravelmente na aparência de um animal ou planta, podendo alterá-la durante toda a sua vida - a exemplo do filhote de anta que será visto na Figura 20.

Para se falar em crescimento de um animal, deve-se voltar ao início do processo biológico para que sejam propostas as principais hipóteses: o embrião. Bard (1977) é a referência clássica neste contexto e, em seu trabalho, apresenta uma suposição referente a

embriões de diferentes espécies de zebra (*E. burchelli*, *E. zebra*, *E. grevyi* e *E. quagga*, FIGURA 17).

**Figura 17 – Diferentes espécies de zebra e seus diferentes padrões de listra**



Fonte: Bard (1977).

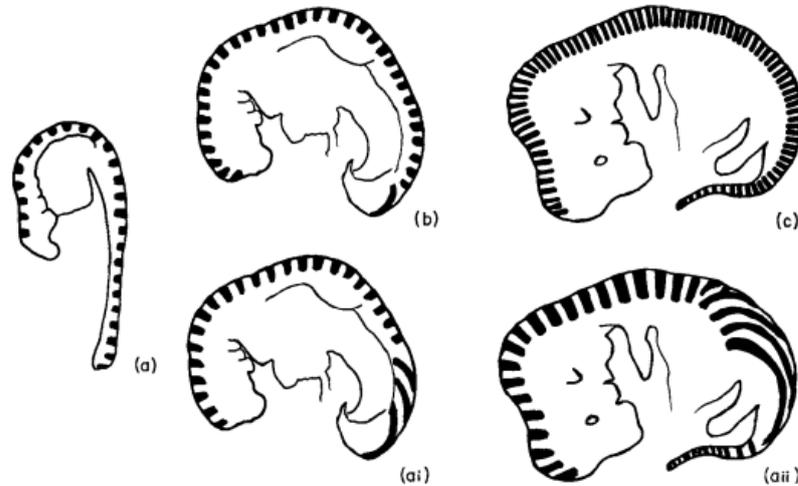
Bard (1977) afirma que não se sabe se existe um processo ou qual é o mecanismo que desenvolve estes padrões, mas é possível se dizer que é similar a todas as espécies de zebra. Sobre isto, o autor supôs que existe um padrão único no desenvolvimento das zebras, que desenvolve as listras perpendicularmente ao seu dorso, onde: 1) as diferenças entre as espécies derivam dos diferentes períodos de tempo em que o padrão de listras se desenvolve no embrião; e 2) no próprio corpo de uma espécie, os diferentes tamanhos das listras são resultantes das diferentes velocidades em que cada parte do corpo cresce.

Bard (1977) supõe que, inicialmente para todas as espécies, o padrão de listras desenvolve-se da mesma maneira sobre a linha dorsal. Esta suposição tornou possível que o autor predissesse o período em que o processo que desenvolve o padrão da zebra adulta é executado, pois para aquelas que o processo inicia antes no embrião, o crescimento nos locais como a anca tende a fazer com que as listras sejam mais largas, e para aquelas onde o processo inicia mais tarde, as listras ficam mais estreitas e em maior quantidade.

Outra hipótese que o autor traz em seu trabalho, é que para determinada região do corpo de uma zebra, existe um determinado comprimento de onda entre as listras pretas. Isto faz com que, para os locais onde o crescimento é maior (podendo utilizar o exemplo da anca novamente), as listras pretas se expandam e surja um novo pico entre os comprimentos de onda anteriores. Isto significa o aparecimento de uma listra branca onde antes havia somente

uma listra preta. A Figura 18 demonstra a hipótese de Bard para os padrões listrados das zebras.

**Figura 18 – Desenvolvimento de listras na fase embrionária em diferentes espécies de zebra**



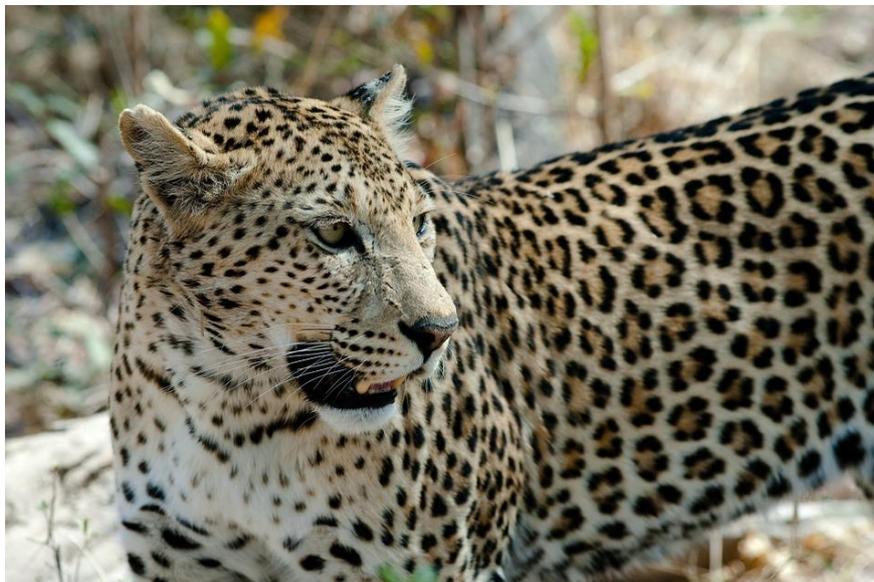
Fonte: Bard (1977).

Descrevendo a imagem, de acordo com Bard (1977), a Figura 18 representa a fase em que o embrião pode estar quando o padrão começa a surgir e determinar o pré-padrão que se estabelece, influenciando a aparência futura da zebra. A imagem (a) representa um embrião de três semanas e seu pré-padrão estabelecido, as imagens (b) e (ai) representam um embrião de aproximadamente três semanas e meia. (c) e (aii) representam um embrião de aproximadamente cinco semanas. É possível notar que (c) possui listras equidistantes, que segundo a hipótese, são formadas mais tarde para ficarem desta forma. (ai) demonstra o efeito do crescimento sobre o padrão desenvolvido na imagem (a), evidenciando o efeito do aumento da anca e do rabo. Por final, (aii) exibe o efeito de duas semanas de crescimento após a imagem (a). Com estas fases evidenciadas, pode-se comparar o desenvolvimento de uma espécie de zebra em (c) (cujo início do desenvolvimento surge mais tarde no crescimento do embrião) e outra espécie em (aii) (cujo desenvolvimento do padrão inicia antes, e isto resulta no efeito de inclinação das listras sobre a anca).

Em um artigo mais recente, Kondo e Shirota (2009), descrevem a formação do padrão de um leopardo, que serve de exemplo para o efeito do crescimento. Para seu desenvolvimento, os autores escrevem que inicialmente são formadas pintas, que com o processo de crescimento do organismo as pintas acabam por aumentar também. Entretanto, as pintas tendem a manter o seu tamanho original, fazendo com que se dividam em outras pintas,

geralmente de duas a quatro, formando o desenho conhecido como roseta. A Figura 19 exibe um leopardo com suas pintas e rosetas características.

**Figura 19 – Pintas e rosetas características de um leopardo**



Fonte: hbieser (2015, Pixabay, CC0).

Importante ressaltar ainda que o efeito do crescimento, enquanto o desenvolvimento do padrão ainda está ocorrendo, pode tornar a aparência totalmente diferente. Mesquita (2014) relata que em determinadas situações onde foram realizadas simulações com sistemas de tamanho fixo não houve instabilidade, todavia quando adicionado crescimento o processo tornou-se instável. Pode-se sugerir, neste caso, o exemplo da anta conforme a Figura 20, que exibe uma anta em fase adulta em contrapartida a um filhote de anta com suas listras e pintas, que não possui a mesma aparência.

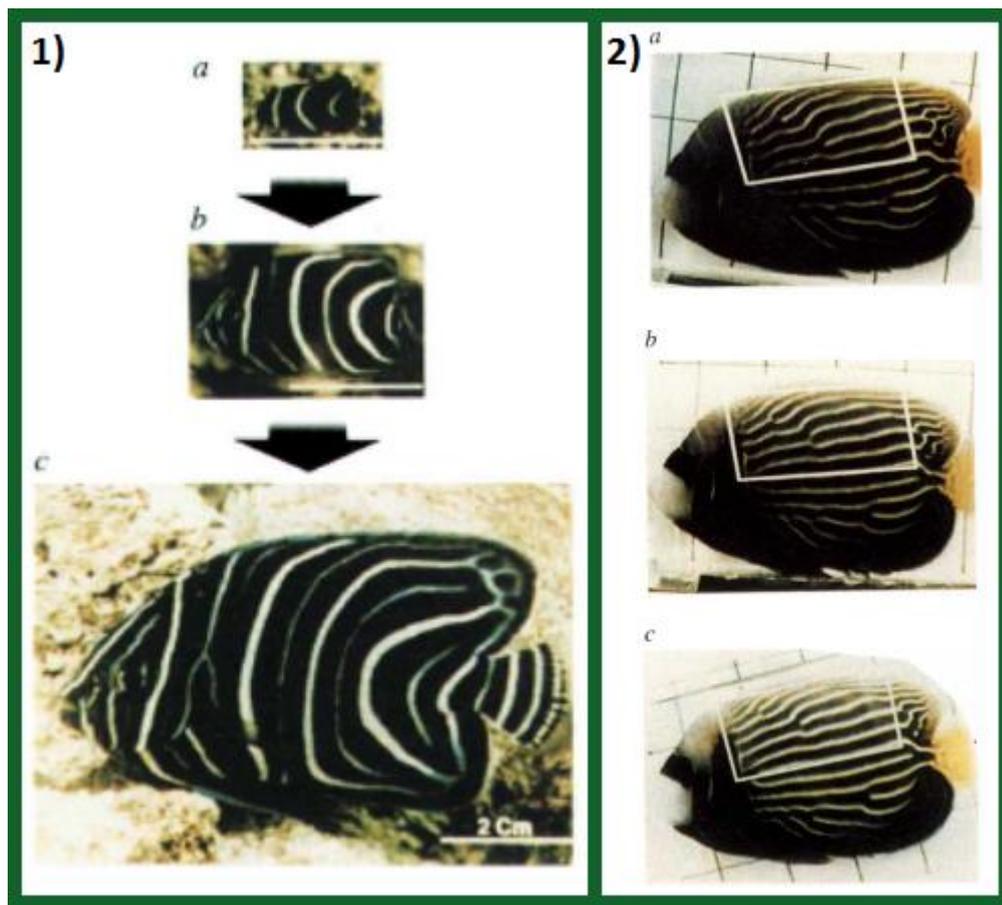
**Figura 20 – Diferente aparência física da anta filhote (esquerda) e adulta (direita)**



Fonte: Bikerjoe83 (2015, Pixabay, CC0) e Pixel-mixer (2015, Pixabay, CC0).

Kondo e Asai (1995) registraram o crescimento de uma espécie de peixe (*Pomacanthus*) e notaram que inicialmente ele possuía apenas três listras, e que, com o passar do tempo, o tamanho do organismo aumentava e surgiam novas listras entre as primeiras (FIGURA 21). Neste mesmo trabalho, os autores também demonstraram que o processo de RD, além de poder ser estabelecido enquanto embrião e a partir daí se estabilizar, pode também ficar ativo em algumas espécies de animais, ao registrar as alterações da aparência do peixe *imperator* ao longo do tempo (FIGURA 21).

**Figura 21 – À esquerda, crescimento do peixe *Pomacanthus*, à direita, alterações no padrão do peixe *Pomacanthus imperator***

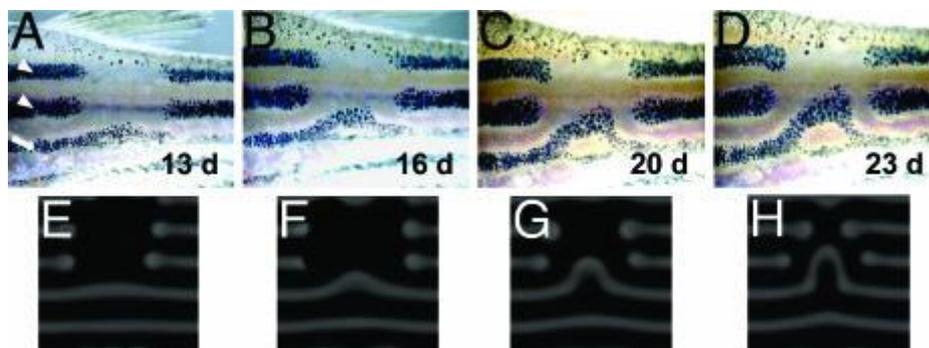


Fonte: Adaptado de Kondo e Asai (1995).

Completando a seção que trata do crescimento, pode-se concluir que o efeito de RD sobre o crescimento pode dar-se em qualquer momento da vida do animal, por exemplo, desde o início com o estabelecimento de pré-padrões sendo possível o mecanismo de RD tornar-se inativo a partir de então e o crescimento por si continuar a alteração da aparência do animal, como também o mecanismo de RD continuar ativo durante uma fase ou mesmo toda a vida do animal. A exemplo de um mecanismo de RD que permanece ativo, além do anterior,

podemos citar o trabalho de Yamaguchi, Yoshimoto e Kondo (2007), que removeram algumas listras de uma espécie de peixe conhecida como peixe-zebra, e perceberam que, ao passar do tempo, o padrão foi se recompondo (FIGURA 22).

**Figura 22 – Remoção artificial e reaparecimento do padrão do peixe-zebra**



Fonte: Yamaguchi, Yoshimoto e Kondo (2007).

### 3.2.1 Anisotropia e saturação

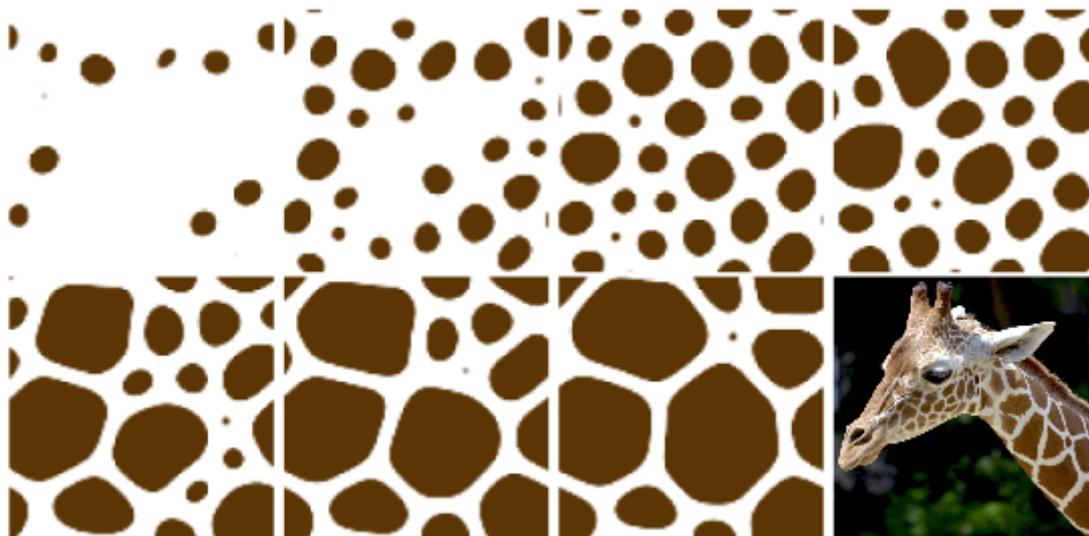
Anisotropia e saturação são hipóteses sugeridas em trabalhos científicos e rapidamente serão descritas nesta subseção, pois também foram utilizadas neste trabalho.

O primeiro pode ser apresentado pela explicação feita por Witkin e Kass (1991), onde os autores sugerem que a criação de padrões mais complexos pode ser resultado da alteração na restrição de que a difusão ocorra em todas as direções e posições, ou seja, isotrópicos. A anisotropia, ao contrário, permite que as taxas de difusão sejam variadas no espaço. Isto, segundo os autores, tornou possível a sintetização de texturas com listras, a exemplo dos padrões da zebra. Em 1981, Bard limitou a difusão no sentido vertical, baseando-se no fato de que as células que influenciam na definição de cor da pelagem em animais mamíferos (conhecidos como melanócitos) distribuem-se a partir da crista neural (para maiores detalhes sobre este processo biológico sugere-se a consulta a Mesquita (2014)).

O trabalho realizado por Malheiros e Walter (2017), demonstrou ainda que a adição de outro fenômeno químico ao sistema de RD (demonstrando sua plausibilidade biológica), a saturação, permite que sejam simulados padrões que anteriormente não eram possíveis, a exemplo das rosetas do leopardo. Basicamente a saturação consiste na limitação da difusão de uma ou mais substâncias químicas presentes no processo, e isto pode causar o aparecimento de padrões diferentes. Ideia esta que foi baseada no fato de que não é possível existir uma concentração química menor do que 0 de uma substância (limite inferior), mas é possível

existir um limite superior de concentração - a saturação - a exemplo da clássica mistura de água e açúcar, que quando saturada, o açúcar excedente deposita-se no fundo do recipiente. A Figura 23 mostra um dos resultados obtidos pelos autores na utilização de saturação nas duas substâncias do modelo utilizado, surgindo o padrão de uma girafa.

**Figura 23 – Padrões de girafa obtidos com modelos de reação-difusão e saturação**



Fonte: Malheiros e Walter (2017).

### 3.3 Metodologia da experimentação

Esta seção apresenta em detalhes como as experimentações foram realizadas. Em suma, inicialmente focadas no aprendizado do funcionamento dos sistemas de RD para posterior variação direcionada de parâmetros, no intuito de atingir padrões visuais sintéticos semelhantes a determinadas espécies de animais. O esforço foi organizado de forma a explorar sistematicamente a maior quantidade possível de parâmetros de RD em superfícies planas. Como houve ainda um pequeno tempo hábil, após os experimentos os melhores resultados registrados foram aplicados em malhas geométricas tridimensionais, pois o alto custo computacional restringe a exploração aos modelos planos, que permitem maior agilidade.

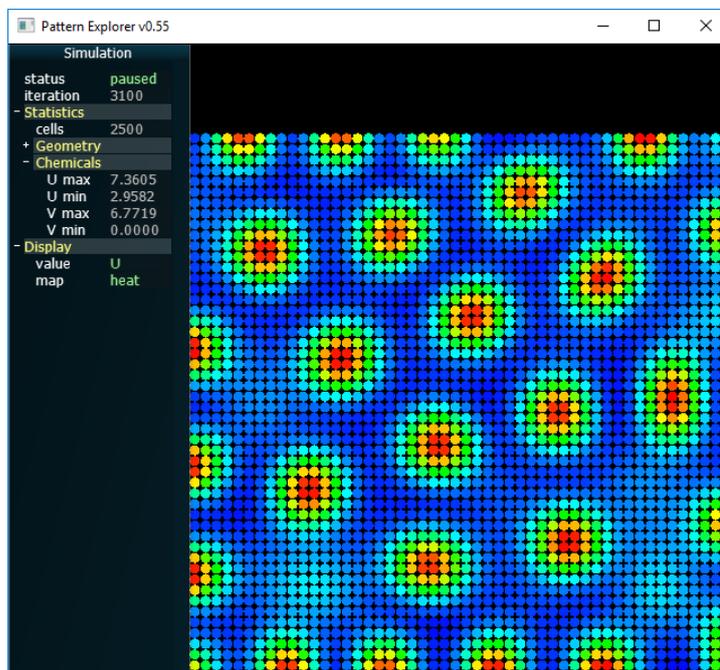
O primeiro contato com os sistemas de RD foi realizado com a utilização da ferramenta de software chamada *Pattern Explorer*<sup>1</sup>. Ela permite definir os parâmetros dos modelos de RD que servem de base para a aplicação, cuja execução resultará na criação de

---

<sup>1</sup> *Pattern Explorer*: Ferramenta para simulação de sistemas de RD. Consultar Malheiros e Walter (2017)b. Disponível no repositório GitHub: <<https://github.com/mgmalheiros/pattern-explorer>>.

padrões biologicamente plausíveis (MALHEIROS; WALTER, 2017). A aplicação possui uma interface gráfica para acompanhar a evolução dos padrões e a visualização dos parâmetros, além de informações adicionais como o número de células do sistema, o número de iterações e informações específicas de células quando selecionadas (FIGURA 24). Os detalhes para a utilização do sistema podem ser vistas na página do software.

**Figura 24 – Imagem da interface gráfica do software Pattern Explorer**



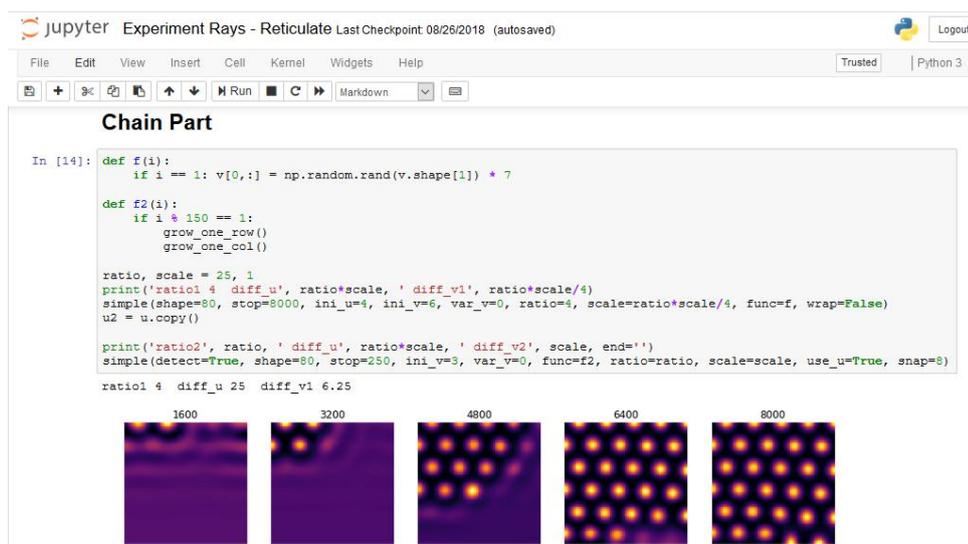
Fonte: Malheiros e Walter (2017).

O acompanhamento adequado da evolução dos padrões ao passar do tempo (e ao passar das iterações da aplicação) exige uma grande parcela de tempo. Porém, para atender a esta restrição, o processo foi automatizado através de uma aplicação em *Python 3* e um arquivo em lotes, pelos quais foi possível executar centenas de configurações diferentes para o modelo de RD sequencialmente.

Após esta etapa, os experimentos passaram a ser realizados em uma aplicação web chamada *Jupyter Notebook*<sup>2</sup>, usando um conjunto rígido e mais simples de regras, ao contrário do ambiente bem geral da aplicação anterior. Através dele, a exploração de padrões é significativamente facilitada em função da sua fácil interatividade e organização entre código, texto e imagens, perfeito para as necessidades apresentadas (FIGURA 25).

<sup>2</sup> *Jupyter Notebook*: Disponível na página: <<http://jupyter.org/>>.

**Figura 25 – Imagem de um experimento do Jupyter Notebook**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Foi criado um notebook específico para cada tipo de experimentação, onde individualmente foram registradas as configurações utilizadas e os padrões encontrados. Os testes utilizaram inicialmente o modelo base do modelo de Turing, ou seja, não foram aplicados outros modificadores para o sistema – como saturação ou variação da concentração inicial de substâncias. Ao longo do tempo, foram sendo adicionados separada e gradativamente os modificadores já citados, além da produção da crista neural e crescimento, que na sequência também foram combinados entre si.

Na parte de experimentação, a aplicação de diferentes parâmetros para os modelos permitiu que fosse possível identificar o que cada variação representa no padrão final.

Na sequência, passaram a ser realizados experimentos direcionados. Isto significa que, através dos resultados parciais anteriores, foram definidas espécies de animais como meta, pelos quais foram realizadas configurações de RD especificamente para procurar atingir padrões semelhantes àsquelas espécies.

Como esperado, esta etapa tomou a maior parcela de tempo do trabalho, pois é neste estágio que os maiores objetivos desta pesquisa foram buscados. Nesta parte da experimentação, além da configuração de RD propriamente dita, também foram realizadas pesquisas de âmbito biológico para procurar evidências de funcionamento dos mecanismos de morfogênese, desenvolvimento e crescimento – principalmente entre trabalhos científicos e imagens das diversas fases da vida um espécime animal. Através destas, foram definidas

séries de características nos experimentos que supostamente pudessem atender às necessidades do padrão que estava sendo sintetizado, como diferentes saturações, difusões e também variadas funções de estado inicial do sistema e de crescimento.

Antes de finalizar esta seção, é pertinente destacar alguns detalhes técnicos a respeito da realização dos experimentos. A principal função que processa o sistema de RD foi identificada como *simple()*, e o cabeçalho da sua definição é apresentada no Quadro 1:

### Quadro 1 – Cabeçalho da principal função do sistema de RD

```
def simple (stop=1000, snap=5, size=3, cmap='inferno', wrap=True, axis=False, info=False, func=None, \
           shape=40, seed=1, lim_u=1000, lim_v=1000, ratio=5, scale=1, speed=100):
[...]
```

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Ficam perceptíveis os parâmetros disponíveis para executar a função:

- Configurações do domínio (matriz): semente para os valores aleatórios iniciais (*seed*), tamanho da matriz (*shape*), continuidade entre bordas da matriz (*wrap*) e escala do experimento (*scale*);
- Configurações do RD: saturação dos reagentes U e V (*lim\_u* e *lim\_v*), razão da difusão (*ratio*) e a função de apoio (*func*), que será executada a cada iteração;
- Configurações do processamento: número máximo de iterações (*stop*), quantidade de imagens extraídas durante o processamento (*snap*), tamanho das imagens (*size*), exibição dos eixos e informações dos reagentes (*axis* e *info*), mapa de cores (*cmap*) e velocidade das reações (*speed*).

O Quadro 2 apresenta as principais funções de apoio que foram utilizadas nos experimentos.

O conjunto de parâmetros, complementado pela flexibilidade proporcionada pelas funções de apoio e pela própria linguagem de programação *Python*, permitiram obter resultados muito satisfatórios além de atender a praticamente todas as necessidades que foram propostas neste trabalho - como a hipótese da produção localizada e do crescimento uniforme ou acentuado por regiões.

## Quadro 2 – Funções de apoio utilizadas nos experimentos

<p>Funções de crescimento: aumentam o domínio sob experimentação.</p> <p>Em geral são utilizados duas constantes: a primeira para determinar quando o sistema deve iniciar o crescimento (atraso) e a segunda para determinar a taxa de crescimento (velocidade).</p> <p>O primeiro exemplo ao lado tem crescimento uniforme em todo o domínio. O segundo, possui apenas crescimento no sentido vertical. E o último exemplo possui um crescimento acentuado no centro do domínio. É possível também combinar estas técnicas de crescimento.</p>	<pre>def uniform(i):     if i &gt; 2000:         if i % 500 == 1:             grow_one_row()             grow_one_col()  def vertical(i):     if i &gt; 100:         if i % 200 == 1:             grow_one_row()  def central(i):     if i &gt; 100:         if i % 60 == 1:             grow_centrally()</pre>
<p>Funções de produção localizada: produzem um determinado reagente na localização indicada na função. Neste exemplo, está se produzindo a substância V na primeira linha da matriz. A quantidade a ser produzida é definida manualmente.</p>	<pre>def f(i):     if i == 1:         v[0,:] = np.random.rand(v.shape[1]) * 7</pre>
<p>Funções mistas: combinam as duas técnicas supracitadas.</p>	<pre>def f2(i):     if i == 1: v[0,:] += np.random.rand(v.shape[1]) * 7     if i &gt; 2000 and i % 250 == 1:         grow_one_row()         grow_one_col()</pre>

Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Realizados estes experimentos, os melhores resultados foram registrados, passaram por um ajuste fino, e serão apresentados no Capítulo 5 deste trabalho.

### 3.4 Mapeamento do espaço de parâmetros

Esta subseção apresentará brevemente o mapeamento que foi realizado com a variação dos diversos parâmetros dos sistemas de RD. As possibilidades de variação são inúmeras, e da mesma forma seus resultados. Deste modo, aqui serão trabalhados os comportamentos genéricos de cada parâmetro.

Esta parte foi dividida entre concentração inicial aleatória, produção da crista neural e padrão inicial distribuído, que foram as principais hipóteses da pesquisa e serão explicados individualmente na sequência.

### 3.4.1 Concentração inicial aleatória

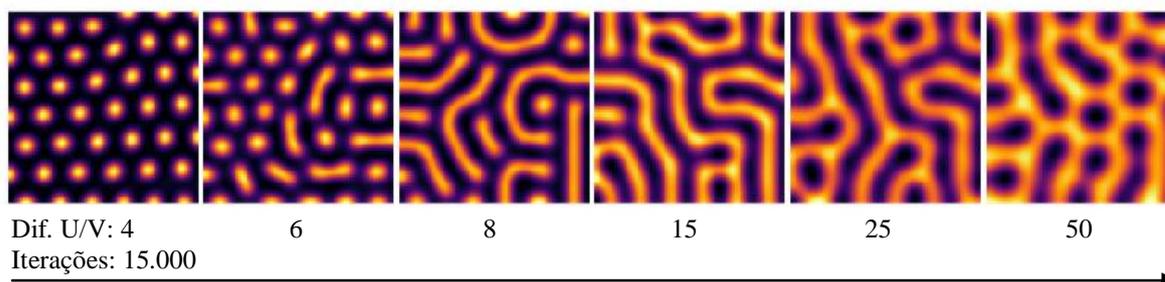
A fundamentação da hipótese da concentração inicial aleatória apoia-se sobre a ideia de criar ordem com base no caos, conforme descrito na Seção 2.4. Neste tipo de sistema, os reagentes encontram-se inicialmente distribuídos de forma totalmente aleatória.

Nesta subseção, os experimentos serão apresentados inicialmente com os efeitos da variação da difusão no modelo base ou mínimo (mais simples). Na sequência serão tratadas a influência da saturação, da variação na concentração inicial e da anisotropia.

Tratando-se do modelo base, a única variável que é trabalhada é a difusão. Nos experimentos, ela foi tratada como *ratio* (em português, razão), que neste trabalho significa a proporção entre a difusão do primeiro reagente em relação ao segundo (retomar a Seção 2.4.1 do funcionamento da RD), e este significado será utilizado neste trabalho a partir daqui. Esta variável, mediante os testes realizados, permitiu notar que é responsável pela principal definição do resultado, pois é a difusão que determina o formato que os padrões individuais assumirão. Isto significa, por exemplo, que a difusão pode determinar que a base do padrão final sejam pintas ou listras.

O funcionamento da variação da difusão é apresentado na Figura 26:

**Figura 26 – Influência da variação das taxas de difusão em experimentos de RD**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

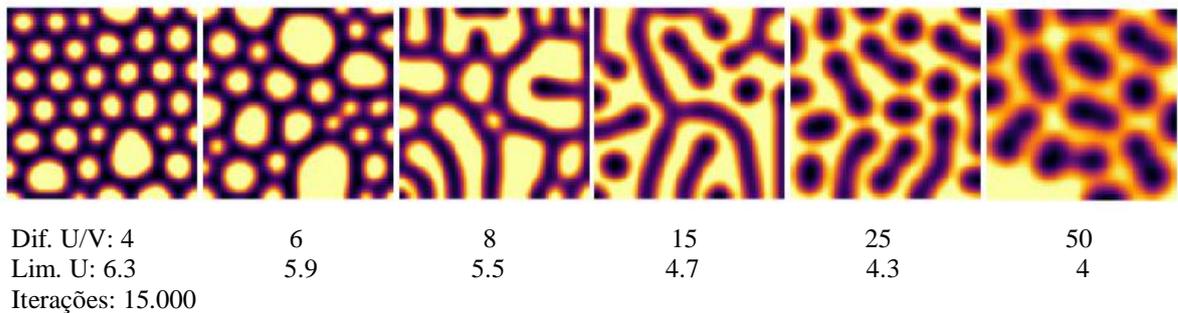
Fica evidenciado que, variando as taxas de difusão, os padrões assumem formas diferentes. Inicialmente, formam-se apenas pintas, que ao aumentar a difusão, gradativamente tornam-se em pintas alongadas até tornarem-se listras completas. A partir do entorno da razão 20, já começam a reaparecer algumas pintas. E a partir da razão 50, os resultados variam pouco. Importante mencionar que, embora reapareçam as pintas, o resultado da razão 4 não é atingido novamente com difusões maiores.

Os melhores resultados, como poderá ser visto nas seções seguintes, são encontrados entre as razões 3 e 50 (lembrando que estes valores referem-se à razão entre a difusão dos reagentes U e V, respectivamente).

A saturação possui um papel interessante no RD. Ao passar do tempo, os padrões submetidos a limites de saturação (em um ou mais reagentes químicos) crescem e criam regiões mais largas, podendo inclusive chegar a um ponto de estabilização. Por vezes, algumas manchas até são absorvidas permitindo a expansão de outras (MALHEIROS; WALTER, 2017). Algumas vezes a saturação pode atuar de forma diferente, impedindo a criação dos padrões iniciais, ou mesmo deformando as manchas para algum outro formato.

A Figura 27 mostra a saturação aplicada no reagente U, respectivamente nas mesmas razões da imagem com o modelo base.

**Figura 27 – Influência da saturação do reagente U no resultado do RD**

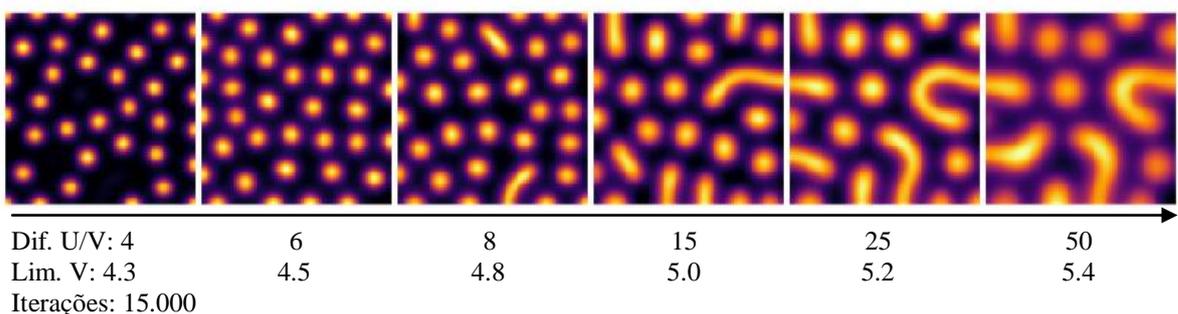


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Pode-se perceber que a saturação altera o comportamento do RD, de modo a produzir padrões expressivamente diferentes do modelo base, entretanto ainda relacionados.

A saturação aplicada no reagente V funciona de maneira relativamente inversa (FIGURA 28).

**Figura 28 – Influência da saturação do reagente V no resultado do RD**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

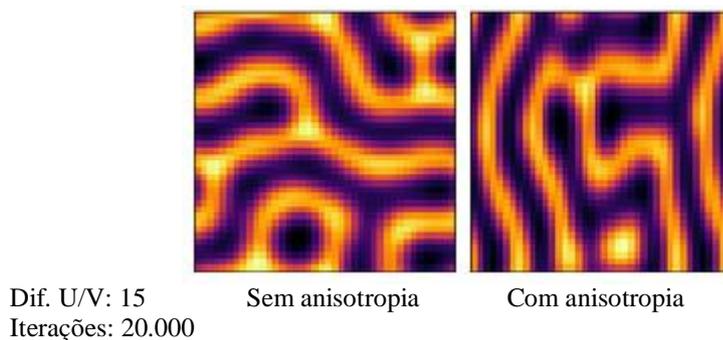
Em geral, a saturação aplicada neste reagente atua de forma a dificultar que os padrões naturais do modelo base sejam assumidos e que o sistema como um todo desenvolva alterações significativas, como pôde ser percebido em todas as diferentes difusões agregadas na Figura 28, onde as pintas permaneceram na maioria.

A saturação tem um efeito que, quando um reagente atinge o seu limite máximo, o outro reagente, em geral, é forçado a diminuir ou suprimir sua concentração, criando assim áreas onde a concentração seja zero ou máxima (MALHEIROS; WALTER, 2017).

A concentração inicial dos experimentos realizados utilizou a concentração padrão do modelo de Turing: 4.0 para U e para V. Concentrações iniciais diferentes destas também podem chegar a produzir padrões, entretanto com menor taxa de sucesso pois a concentração de um reagente geralmente predomina nestes casos. A utilização de outras taxas de concentração inicial foi utilizada neste trabalho, em sua maior parte, como um método de ajuste fino, verificando a possibilidade de melhorar os padrões já encontrados.

A anisotropia também foi trabalhada. Seu funcionamento, de acordo com o que foi explicado na Seção 3.2.1, é baseado na hipótese de que a difusão seja dificultada em algumas direções e facilitada em outras – a exemplo da zebra. Incorporando anisotropia vertical ao experimento da Figura 26 com razão 15, a Figura 29 exhibe o resultado:

**Figura 29 – Influência da anisotropia no resultado do RD**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Fica notável a aquisição de listras direcionadas na vertical.

### 3.4.2 Produção inicial localizada

Este experimento é fundamentado na hipótese da crista neural. Os melanócitos, ou seja, as células responsáveis pela pigmentação, migram a partir da crista neural, que é uma

região de um embrião onde posteriormente se desenvolverá a coluna vertebral (MESQUITA, 2014). Evidências disto são as manchas mais densas nas costas de alguns felinos, como o leopardo e a onça. A Figura 30 retrata bem esta hipótese, onde a parte central do dorso da onça permite visualizar com clareza que as manchas próximas à ela são mais densas que as demais que estão espalhadas pelo corpo:

**Figura 30 – Evidências de crista neural no dorso de uma onça pintada**

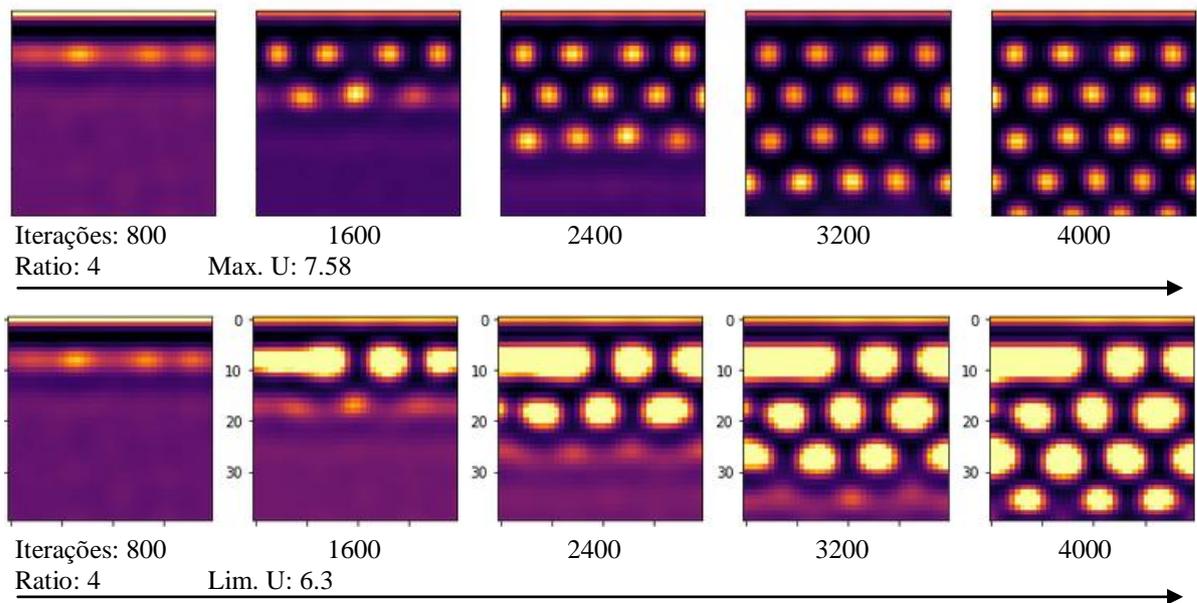


Fonte: Eric Kilby (2017, Flickr, CC BY-SA 2.0).

Esta hipótese foi testada utilizando uma função que, na primeira iteração do RD ou a cada iteração, produz na primeira linha da superfície sob teste uma alta concentração do reagente V (FIGURA 31). Esta alta concentração inicia o desenvolvimento dos padrões, que por sua vez espalham-se nas demais partes da superfície de forma gradativa.

Neste experimento, os padrões dos felinos não foram obtidos com êxito. Entretanto, o experimento que será apresentado na sequência está relacionado e permitirá uma explicação biológica para tal.

**Figura 31 – Experimentos de produção localizada: sem saturação (linha superior) e com saturação (linha inferior)**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

### 3.4.3 Padrão inicial distribuído

Esse experimento foi um dos últimos realizados. Mas não menos importante, foi esse que permitiu a obtenção de alguns dos melhores padrões sintetizados. Ele é baseado na hipótese de que o sistema de RD seja dividido em dois estágios: o primeiro define as manchas ou pintas na superfície, e o segundo é responsável pela transformação destas manchas iniciais nos resultados visuais que os animais possuem na forma definitiva. Esta hipótese foi apresentada por Liu, Liaw e Maini (2006), e presume, através de uma análise filogenética, que os primeiros padrões da família de felinos sejam manchas, e todos os demais tipos de padrão (como pintas, rosetas e manchas) derivam do resultado deste primeiro sistema.

O primeiro estágio deste experimento foi realizado de diversas formas até se obter um padrão que permitisse um resultado adequado para o segundo estágio. Inicialmente foi desenvolvida uma função que estabelecia pintas equidistantes em uma área predeterminada (FIGURA 32-A). Entretanto, este modelo era regular demais, pois todas as pintas eram de mesmo tamanho e igualmente espaçadas entre si, fazendo com que os resultados aparentassem ser muito sintéticos. Embora realmente fossem, o ideal seria conseguir padrões mais irregulares pois representam melhor a pelagem dos animais. Desta forma, a função foi alterada adicionando métodos de ruído em relação ao posicionamento das pintas e também em relação ao seu tamanho (FIGURA 32-B).

Contudo, frequentemente os experimentos ainda utilizavam manchas com alguma uniformidade na sua colocação espacial, como linhas ou colunas – o que não é natural. Com a utilização de métodos totalmente randômicos, criavam-se agrupamentos em que a naturalidade também não era atingida. Para suprir esta restrição, foi utilizada uma função de distribuição aleatória e não-clusterizada de pontos<sup>3</sup>, onde estes possuem no mínimo um espaçamento predeterminado entre si. Esta função foi adaptada para ser aplicada na pesquisa e para permitir também a aleatoriedade no tamanho das manchas iniciais.

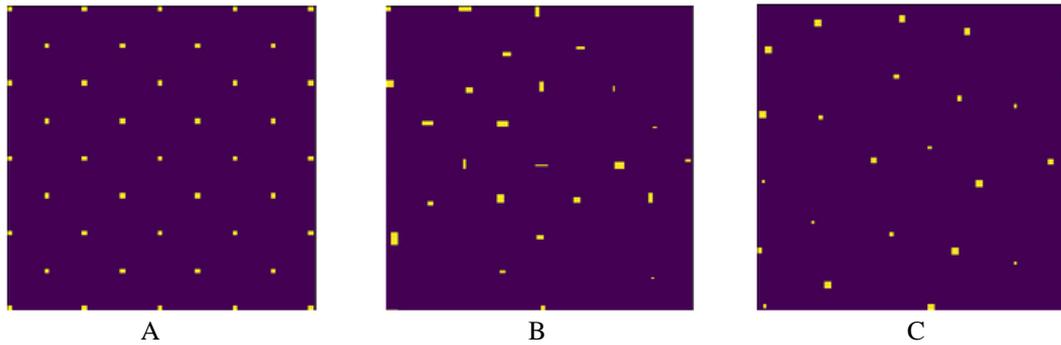
Esta nova função parte do princípio de que os melanócitos, ao distribuírem-se perpendicularmente ao longo do dorso (partindo da crista neural, apresentada na subseção anterior), possuem um mecanismo próprio de espalhamento e distribuição pela superfície do animal, criando assim estes espaçamentos peculiares (FIGURA 32-C).

Este mecanismo pode ser comparável àquele que determina a localização dos pelos na pele humana e de animais, também espacialmente equidistantes, com uma distribuição muito regular. Para exemplificar que é um fato muito plausível, o artigo de Cheng et al. (2014) fundamenta especificamente esta proposição. Naquele trabalho os autores estudam a formação da pelagem em um rato, descrevendo como, em diferentes estágios, ocorre a produção de pelos levando em consideração o crescimento. Inicialmente foi desenvolvido um diagrama de Voronoi com os primeiros folículos que surgiram no centro dos polígonos, e foi descoberto que boa parte dos folículos secundários surgem em regiões muito próximas aos vértices e arestas destes polígonos, sugerindo, portanto, um espaçamento regular entre si. Isto permitiu aos autores sugerir que os folículos primários produzem morfógenos que se difundem e inibem a formação de folículos secundários, limitados a uma região. Entretanto, com a expansão do domínio e o distanciamento dos folículos, torna-se possível a criação de folículos secundários, e assim sucessivamente. Desta forma foi possível simular, com boa precisão, os padrões espaciais da pelagem.

---

<sup>3</sup> *Poisson disc sampling on Python*: disponível na página <<https://scipython.com/blog/poisson-disc-sampling-in-python/>>.

**Figura 32 – Diferentes funções de espaçamento para o primeiro estágio do RD**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

O espaçamento entre as pintas, seu tamanho e a razão entre as taxas de difusão utilizada influenciam muito no resultado (estabelecendo uma analogia à região de atuação dos morfógenos, de acordo com Cheng et al. (2014)). Com o estado inicial gerado, utilizaram-se estas matrizes para iniciar o processo de um segundo sistema de RD, ou seja, o estágio 2. Os resultados poderão ser vistos no Capítulo 5.

## 4 REAÇÃO-DIFUSÃO COM CRESCIMENTO

O que foi visto até aqui foram experimentos realizados em domínios de tamanho fixo. Este capítulo tem o objetivo de apresentar especificamente os resultados voltados à aplicação do crescimento, analisando quais são as diferenças dos sistemas de RD do domínio estático para o domínio dinâmico.

Inicialmente já é possível salientar a importância da utilização do crescimento quando o objetivo é simular padrões biológicos. Isto, pois, durante qualquer sistema de RD em que os padrões surjam, paralelamente no organismo vivo há um mecanismo de crescimento que influencia no aumento do domínio e, portanto, na definição do padrão final. Logo, é de grande importância que seja levado em consideração.

Atualmente os experimentos utilizando crescimento nos domínios do RD foram pouco explorados em trabalhos científicos, em função de que os detalhes do mecanismo biológico de controle do crescimento ainda não foram desvendados. Além de trabalhos científicos, também notou-se uma limitada quantidade de imagens que permitem a visualização das fases da vida de determinadas espécies – ainda mais de um determinado indivíduo, para que fosse possível o acompanhamento de cada parte individual (pinta, roseta, mancha). Embora esta fosse uma das principais implicações, ainda assim foi possível que o crescimento fosse bastante trabalhado, conforme poderá ser visto na sequência.

Ao longo do tempo em que estes experimentos foram realizados, pôde ser visto que, como consequência do aumento do domínio, surgiram outras implicações como a distorção dos padrões, replicação ou mesmo eliminação destes. Para tanto, foram experimentadas diferentes funções de crescimento para procurar resultados com boa aparência e também que fossem biologicamente plausíveis. Para os experimentos, o crescimento uniforme em todas as

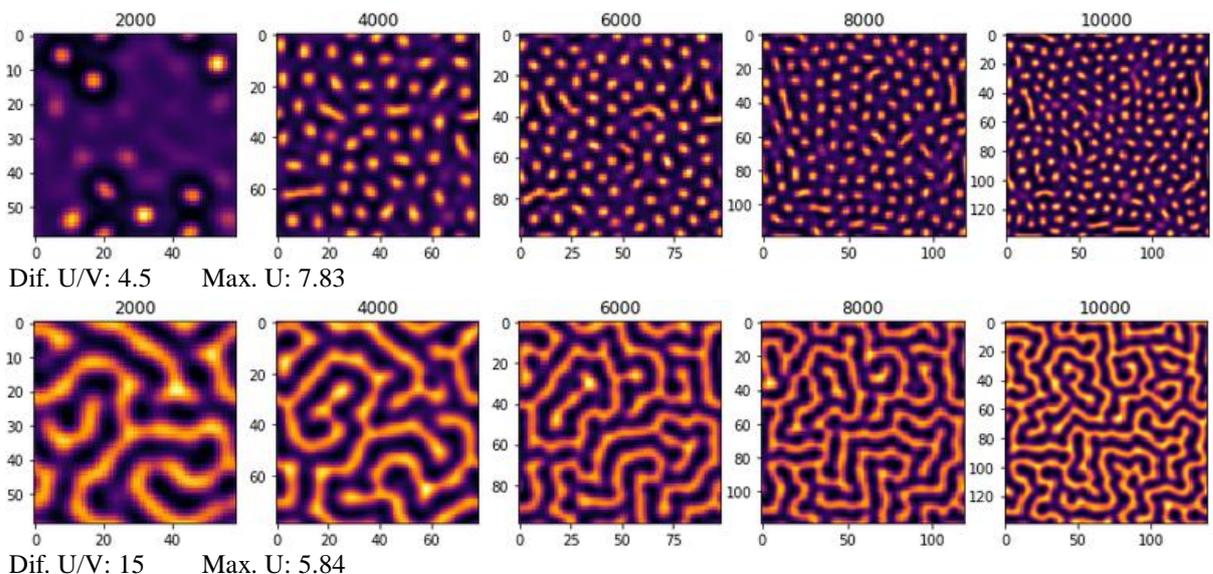
direções foi a função mais utilizada. Mas também foram utilizadas outras, como o crescimento acentuado no centro do domínio e o crescimento uniforme acentuado na vertical.

Além do crescimento propriamente dito, outras variáveis também são pertinentes. Qual a melhor taxa de crescimento? O crescimento deve ser uniforme ou mais acentuado em algumas partes do domínio? Quando o crescimento deve ser iniciado? Todas estas questões foram trabalhadas e permitem uma sintetização mais realista dos padrões – do ponto de vista biológico e visual.

#### 4.1 Crescimento com concentração inicial aleatória e saturação

As consequências mais comuns do crescimento aplicado em um sistema de RD no modelo base são a replicação das pintas e o alongamento das listras. Como pode ser visto na Figura 33, nas razões dos coeficientes de difusão mais baixas o que ocorre ao longo do tempo em que o domínio cresce é que no espaço criado pelo crescimento naturalmente surgem detalhes adicionais, acompanhando as partes já definidas do padrão. Elevando a razão entre os coeficientes de difusão, onde os padrões iniciais do modelo base são listras, a consequência do crescimento é outro: os padrões alongam-se à medida em que o domínio aumenta.

**Figura 33 – Consequência do crescimento em sistemas de RD no modelo base**

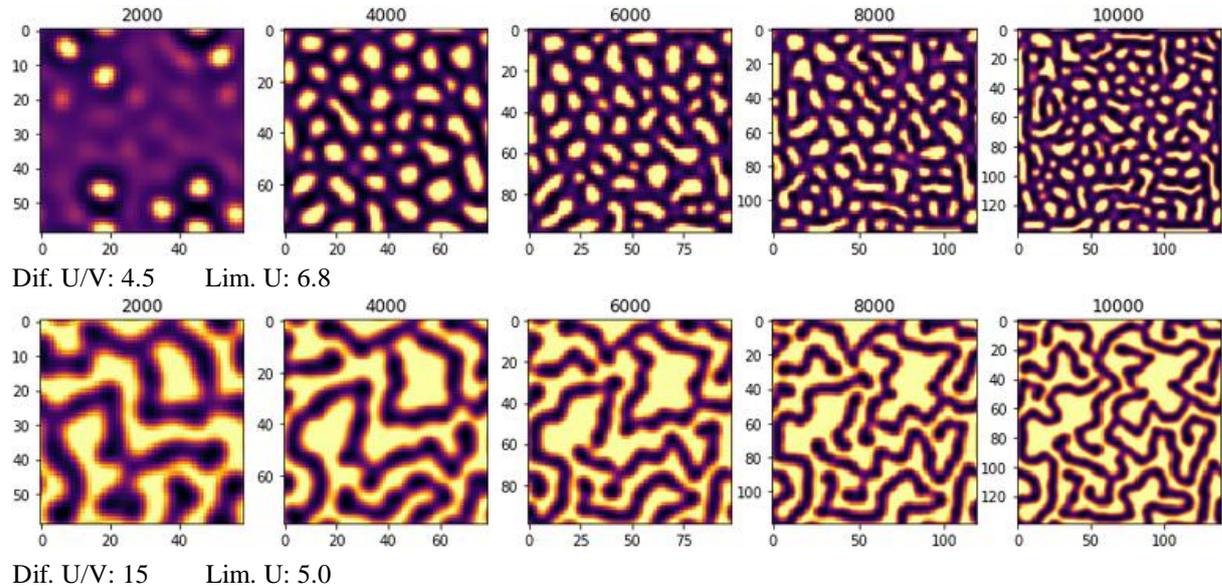


Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Nestes casos, a velocidade do crescimento não altera o resultado final de forma significativa.

Aplicando saturação, começam a surgir novos resultados. Os padrões originais distorcem-se e dão forma a outros, tipicamente mais irregulares (FIGURA 34).

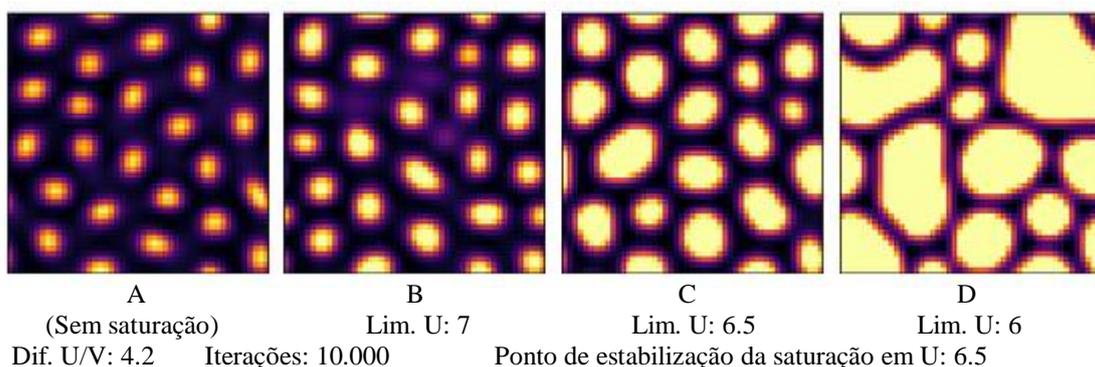
**Figura 34 – Consequência do crescimento em sistemas de RD com saturação**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

A saturação possui um ponto em que é possível estabilizar os padrões. Isto significa que, caso a saturação seja definida como maior que este ponto (maior limite, menos saturado o sistema), à medida em que o domínio cresce os padrões existentes tendem a crescer em uma taxa menor e são mais propensos a manter a sua forma original. Caso a saturação seja definida como menor (menor limite, mais saturado o sistema), os padrões existentes tendem a aumentar de forma mais acentuada do que o aumento do domínio, inclusive eventualmente agregando vários padrões em um só. E, por último, caso a saturação seja definida como exatamente o ponto de estabilização, é criado um equilíbrio e os padrões tendem a aumentar proporcionalmente ao crescimento do domínio (FIGURA 35).

**Figura 35 – Influência dos diferentes limites para a saturação**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Na Figura 35 fica notável a influência do crescimento saturado. Na parte A da imagem foi experimentado um sistema sem saturação. Na parte B já fica evidenciado o crescimento dos padrões, mas em taxa menor do que o domínio. Na parte C (limite estável), nota-se um aumento mais equilibrado, sem nenhuma agregação de padrões mas com um espaçamento regular entre cada padrão que segue crescendo. Na sequência, a parte D evidencia a agregação dos padrões.

Nos experimentos realizados nesta seção já é possível perceber que os padrões parciais apresentados já conseguem assumir formas de algumas espécies de animais, cuja aplicação do sistema sem crescimento dificilmente atinge.

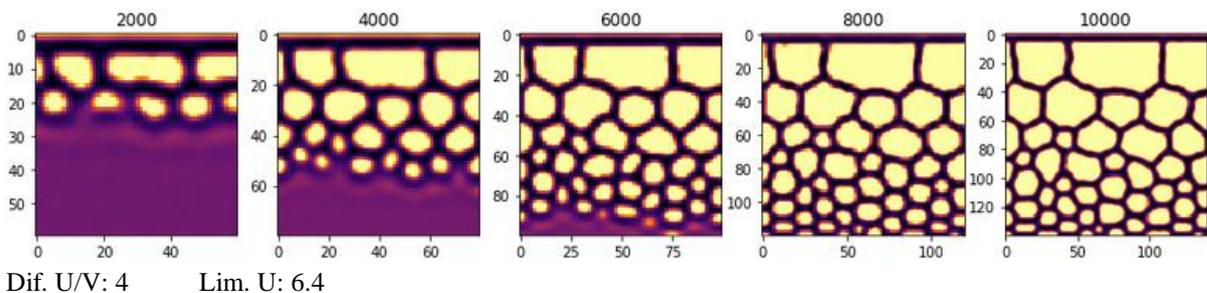
#### 4.2 Crescimento com produção inicial localizada

À medida em que mais modificadores do sistema base são utilizados, mais difícil torna-se a obtenção de padrões. Em contrapartida, os padrões mais interessantes encontram-se justamente nos casos em que diversos métodos são unidos.

Utilizando sistemas de RD com crescimento e produção localizada, os resultados são, na prática, os mesmos em comparação ao domínio estático. Isto porque, conforme foi apresentado na Seção 4.1, simplesmente os padrões se reproduzem e adaptam-se ao domínio maior.

Já adicionando saturação, novos resultados são encontrados. A Figura 36 mostra um exemplo típico do que ocorre nestes casos.

**Figura 36 – Consequência do crescimento em sistemas de RD com saturação e produção localizada**



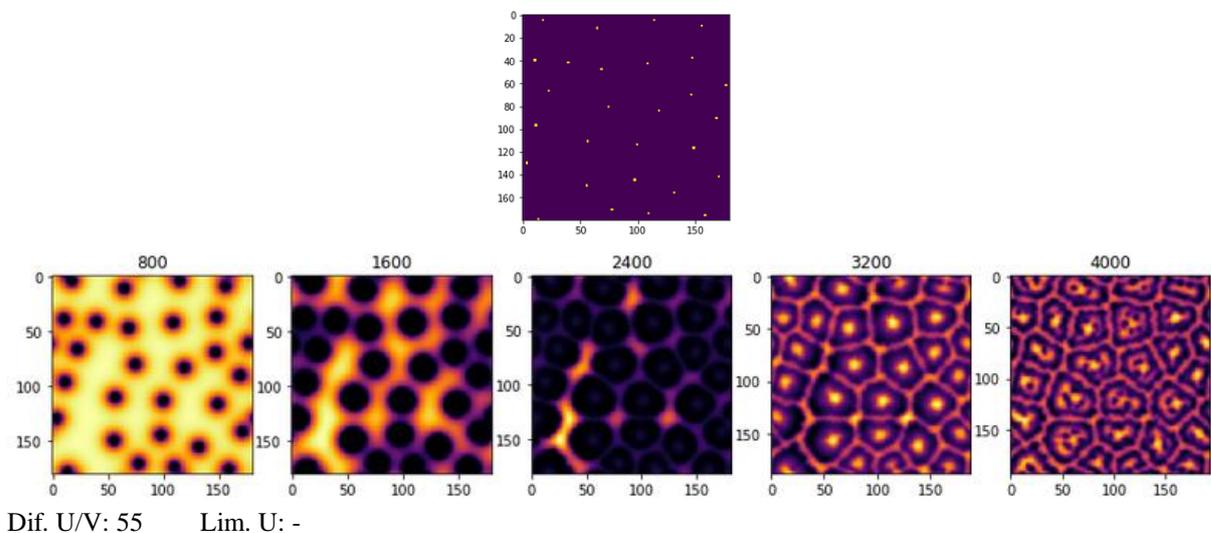
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

É possível notar que, como o padrão surge inicialmente na crista neural, estes primeiros padrões tendem a ficar maiores do que os demais ao longo do tempo, em função do crescimento.

### 4.3 Crescimento com padrão inicial distribuído

Retomando a hipótese apresentada na Seção 3.4.3 (RD em dois estágios), aplicando crescimento no segundo estágio, os resultados tornam-se muito plausíveis biologicamente, em virtude do crescimento complementar o trabalho de Liu, Liaw e Maini (2006). A Figura 37 ilustra os dois estágios do experimento.

**Figura 37 – Ilustração do crescimento com padrão inicial distribuído: pré-padrão (linha superior) e iterações do segundo estágio (linha inferior)**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

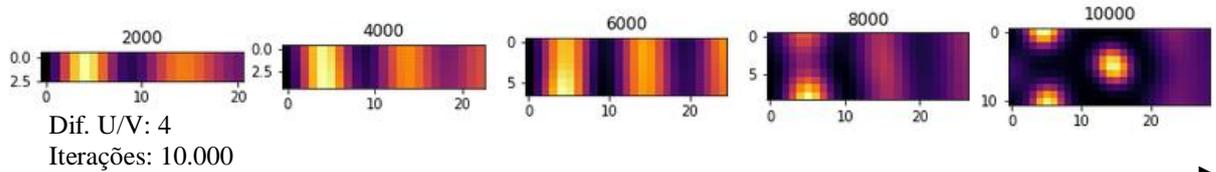
O comportamento dos experimentos neste caso é similar aos demais apresentados até aqui, porém os resultados mais realistas surgiram deste tipo de experimento. O Capítulo 5 apresentará os melhores resultados.

### 4.4 Comportamento do crescimento em domínios estreitos

Importante frisar que também foi experimentado a influência do tamanho da superfície submetida à RD, em relação a ser quadrada ou estreita. Este experimento foi realizado para procurar evidenciar o aparecimento de listras em domínios estreitos, como os rabos de determinados animais (conforme apresentado na Seção 2.5). De acordo com a Figura 38, fica

notável que, enquanto o domínio for suficientemente estreito, as pintas tendem a converterem-se em listras. Supondo que os limites superior e inferior estejam conectados, forma-se a analogia ao rabo de um animal.

**Figura 38 – Influência do crescimento no aparecimento de listras em domínios estreitos**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Assim, é possível evidenciar que é factível a aquisição de listras em um domínio estreito que nas mesmas configurações do sistema de RD gera pintas em um domínio maior.

## 4.5 Comportamento típico do crescimento

Esta subsecção tem o objetivo de classificar os comportamentos típicos dos sistemas de RD submetidos ao crescimento, visto que estes ainda não foram mapeados em sua totalidade. Deste modo, na sequência será apresentada uma sugestão de categorização destes comportamentos, que serão divididos em dois grandes grupos: crescimento em relação à difusão e crescimento em relação à saturação.

### 4.5.1 Comportamento do crescimento em relação à difusão

À medida em que o crescimento faz o domínio crescer, os padrões tendem a manter os seus tamanhos originais. Deste modo, o comportamento típico deste grupo é marcado pelo desenvolvimento de mais padrões nos espaços criados de aparência semelhante àquelas já existentes.

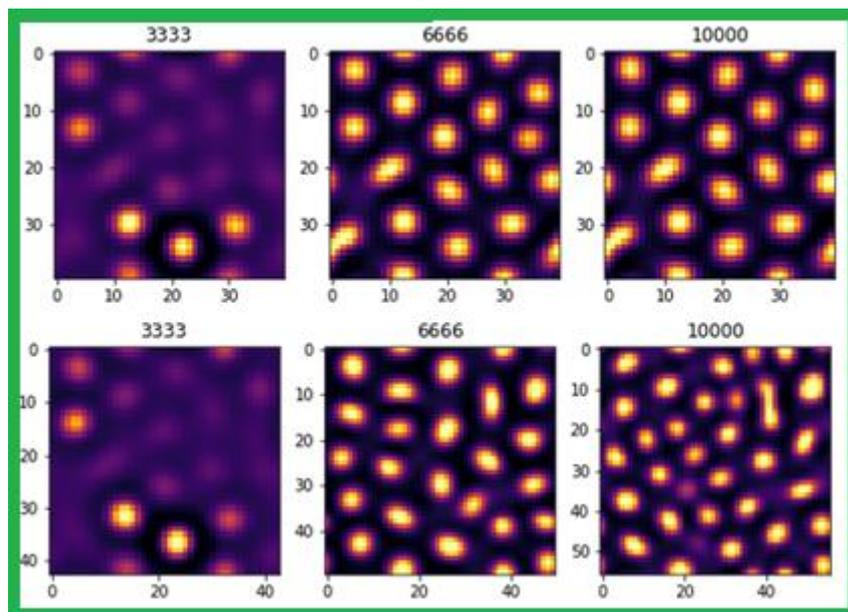
A forma como os novos padrões surgem fazem com que esta categoria possa ser subdividida em três:

- Desenvolvimento por síntese ou produção: quando aparecem novas unidades de padrões entre os espaços criados pelo crescimento (FIGURA 39);

- Desenvolvimento por replicação ou divisão: quando os padrões existentes dividem-se e formam novos padrões de forma semelhante a partir deles mesmos (FIGURA 40);
- Desenvolvimento por encadeamento ou sequenciamento: quando o crescimento gera a continuidade dos padrões, mantendo as mesmas características daquelas existentes (FIGURA 41). Esta subdivisão é típica de razões entre os coeficientes de difusão mais altas, com o aparecimento de listras, ou saturadas (classificadas na sequência). O crescimento tende a aumentar o tamanho das mesmas mantendo a mesma aparência.

As Figuras 39, 40 e 41 exibem respectivamente as subdivisões anteriores. A primeira linha de cada imagem não possui crescimento, enquanto a segunda exhibe o comportamento típico que foi explicado anteriormente, ao aplicar crescimento. Ambas são exibidas ao longo do tempo.

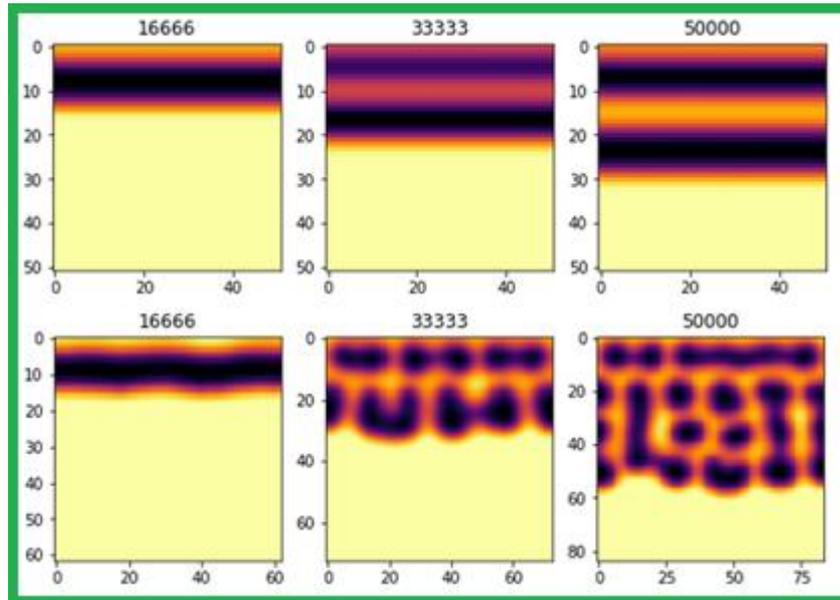
**Figura 39 – Desenvolvimento por síntese ou produção: sem crescimento (linha superior) e com crescimento (linha inferior)**



Dif. U/V: 4.18    Lim U: 7.15

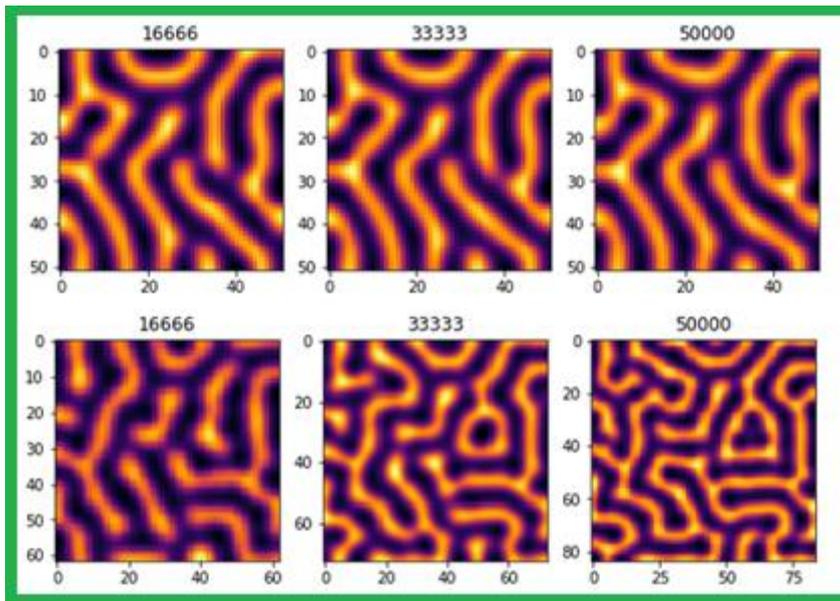
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

**Figura 40 – Desenvolvimento por replicação ou divisão: sem crescimento (linha superior) e com crescimento (linha inferior)**



Dif. U/V: 60 Lim U: 4.35 Com produção localizada  
 Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

**Figura 41 – Desenvolvimento por encadeamento ou sequenciamento: sem crescimento (linha superior) e com crescimento (linha inferior)**



Dif. U/V: 60 Lim U: 4.35  
 Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

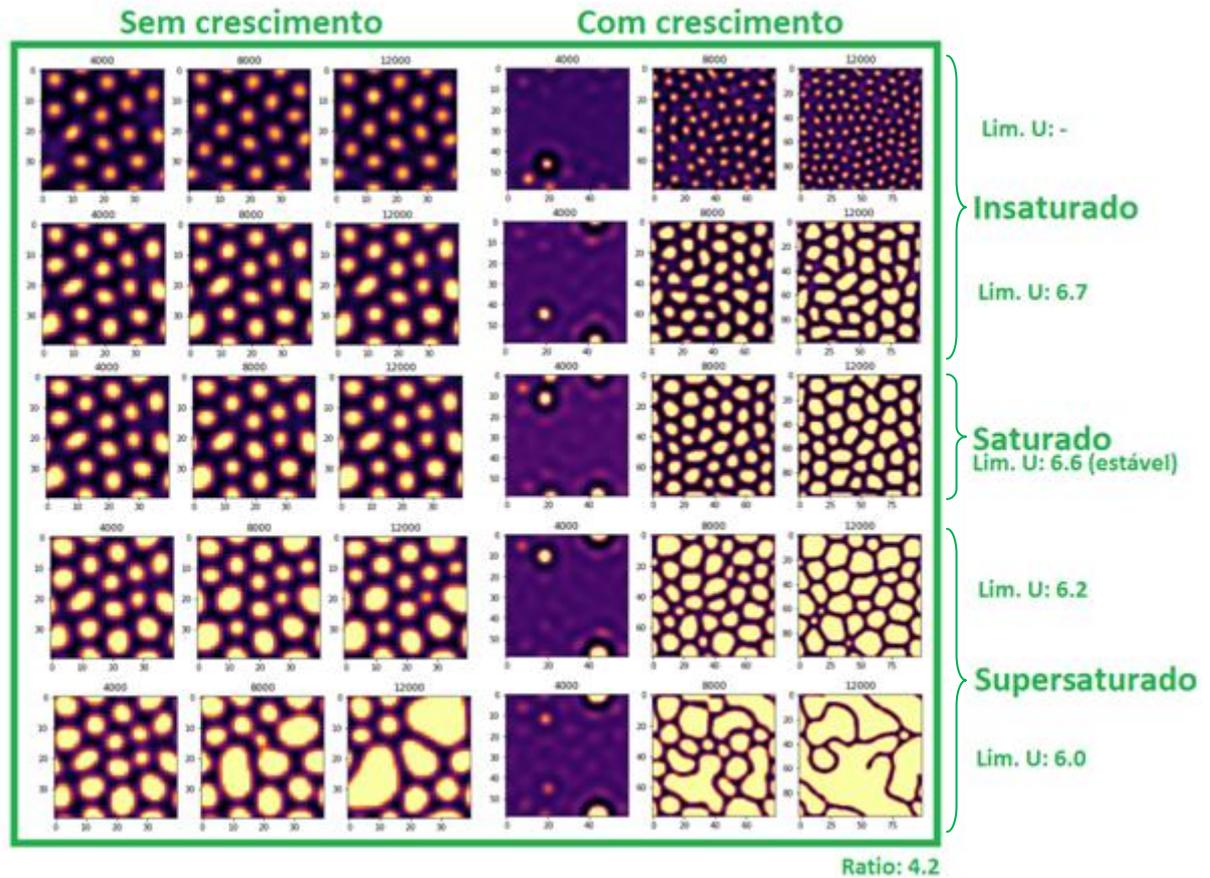
#### 4.5.2 Comportamento do crescimento em relação à saturação

Esta categorização considera a influência da saturação quando aplicado crescimento ao domínio. Neste sentido, foram criadas três subdivisões que são análogas às definições da Química: soluções insaturadas, saturadas e supersaturadas.

- Sistemas insaturados ou não-saturados: são os sistemas onde a solução não atingiu o limite máximo de saturação de uma substância. Os sistemas de RD totalmente insaturados apresentam um comportamento idêntico aos sistemas do modelo base. Conforme o limite de uma substância é reduzido, o crescimento tende a fazer os padrões acompanharem o crescimento do domínio. Entretanto, nesta subdivisão o domínio cresce a um passo maior do que o padrão e genericamente tende a criar novos padrões intermediários;
- Sistemas saturados: são os sistemas onde a solução está exatamente em seu limite de solubilidade. Isto significa, em sistemas de RD, que o crescimento produz um comportamento regular, fazendo que os padrões acompanhem naturalmente o crescimento do domínio em um passo idêntico. Ou seja, cria-se um equilíbrio entre as substâncias que gera uma manutenção dos padrões em um domínio maior mantendo a mesma aparência;
- Sistemas supersaturados: são os sistemas em que uma solução possui mais soluto do que seria possível em condições normais, ou seja, excedeu-se o limite de saturação. Nestes casos, ao submeter os sistemas de RD ao crescimento, estes são influenciados de forma que os padrões predominem ou atenuem ao longo do tempo – dependendo de qual das substâncias foi supersaturada. Ao passo em que o limite é reduzido, eventualmente até ocorrem agregações dos padrões existentes ou estes são suprimidos do domínio, fazendo com que apenas uma das substâncias predomine. Quanto mais distante a saturação definida em relação ao limite, maior a velocidade com que os padrões se agregam ou decresçam.

A Figura 42 complementa a explicação da classificação em relação à saturação.

Figura 42 – Classificação do crescimento em relação à saturação



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Supõe-se que os sistemas de RD que geram padrões em animais podem ser categorizados no primeiro e no segundo grupo, como insaturados ou saturados. Isto, pois, a maioria destes animais quando filhotes possuem padrões similares à fase adulta, onde eventualmente surgem mais padrões intermediários (insaturado) ou os mesmos padrões em tamanho maior (saturado).

## 5 DISCUSSÃO DOS MELHORES RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os melhores resultados encontrados nos experimentos realizados neste trabalho. Serão relacionadas imagens reais de animais e os padrões sintetizados pela pesquisa, estabelecendo um enquadramento de acordo com a classificação apresentada no capítulo anterior e uma descrição da forma como o resultado foi obtido.

### 5.1 Garoupa estrelada (*Cephalopholis miniata*)

A garoupa estrelada possui um corpo coberto por pintas de tamanhos similares. A influência do crescimento neste resultado pode ser classificada como desenvolvimento por síntese e não-saturada (surtem pintas novas nos espaços criados pelo crescimento). Embora seja não-saturada, isto não significa que não haja alguma saturação definida. Pelo contrário, a saturação neste caso faz com que as pintas adquiram tamanhos variados, contudo o limite definido não está próximo do limite de saturação, que faz com que ainda permaneça a aparência do modelo base.

As formas das pintas deste animal sugerem que há razão baixa entre os coeficientes de difusão e pouca saturação para manter as pintas em um estado similar entre si.

**Figura 43 – Textura sintetizada da garoupa estrelada**



Dif. U/V: 4.2 Lim. U: 7.15 Iterações: 10.000 Domínio inicial/final: 40x40/56x56

Fonte: Adaptado de Albert Kok (2007, Wikimedia Commons, Domínio público) e elaborado pelo autor (2018).

Foi escolhida apenas uma espécie de animal para demonstrar esse resultado. Todavia, como os padrões com pintas são muito comuns em animais e também em sistemas de RD, deve-se levar em consideração que é possível sintetizar a grande maioria com padrões deste tipo.

## 5.2 Baiacu-gigante (*Tetraodon mbu*)

O baiacu-gigante possui listras espaçadas que formam pequenas aglomerações pelo corpo do peixe. Seu crescimento é classificado como desenvolvimento por sequenciamento e não-saturado.

**Figura 44 – Textura sintetizada do baiacu-gigante**



Dif. U/V: 15 Lim. U: 5.7 Iterações: 6.000 Domínio inicial/final: 180x180/240x240

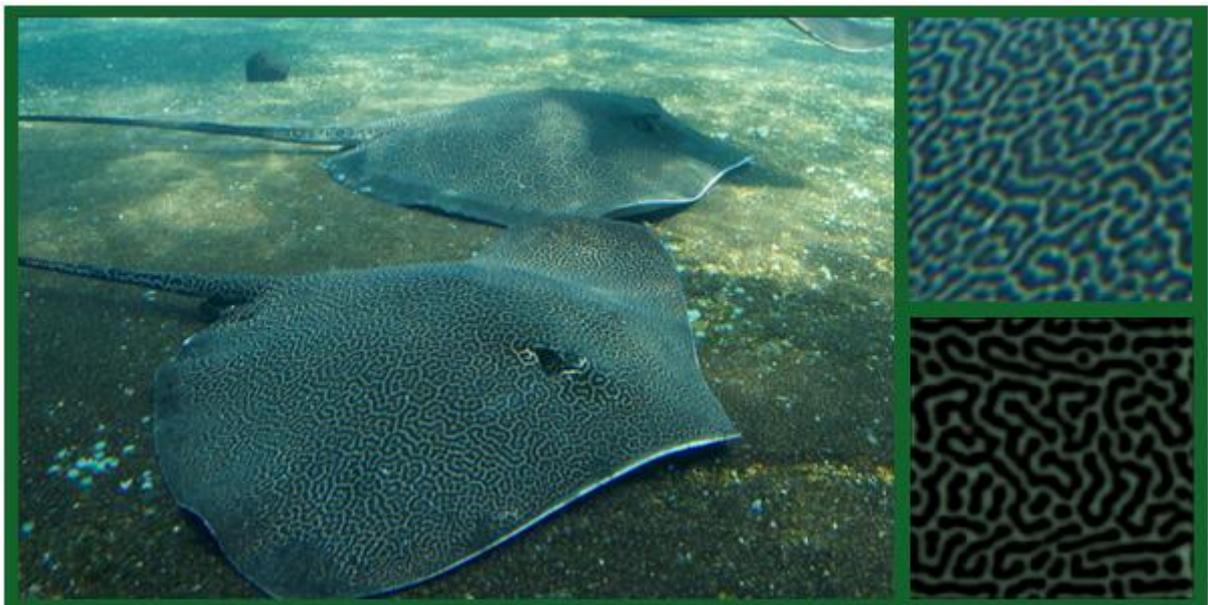
Fonte: Chiswick Chap (2012, Wikimedia Commons, CC by SA-3.0) e elaborado pelo autor (2018).

Este padrão foi obtido utilizando crescimento uniforme, ou seja, em taxas iguais por todo o domínio. Como é possível visualizar no animal, existem pequenas aglomerações de listras. No intuito de simular também estas aglomerações, foi utilizado um padrão inicial de pintas distribuídas ao longo do corpo, supondo que este detalhe surgiu consequentemente de um padrão inicial anterior às listras. Fica notável que no padrão sintetizado foi obtido também este detalhe.

### 5.3 Burá alveolado (*Himantura uarnak*)

O burá alveolado é uma espécie de arraia que possui uma aparência diversificada entre pintas e listras espalhadas por todo o corpo, podendo variar em relação ao tamanho e idade do espécime. Na região central do corpo os padrões tornam-se relativamente maiores em comparação às extremidades. Seu crescimento também é classificado como desenvolvimento por sequenciamento e não-saturado.

**Figura 45 – Textura sintetizada do burá alveolado**



Dif. U/V: 25      Lim. U: 5.7      Iterações: 6.000      Domínio inicial/final: 80x80/120x120

Fonte: Adaptado de Brian Gratwicke (2017, Flickr, CC by SA-2.0) e elaborado pelo autor (2018).

Este resultado utilizou dois estágios para a obtenção do resultado final. Entretanto, foi utilizada uma função de crescimento mais acentuada na região central do domínio, no intuito de criar bordas com características diferentes. Na parte sintetizada da Figura 45 fica levemente diferenciada a colocação espacial dos padrões nas bordas, especialmente a superior e inferior.

#### 5.4 Sapo-boi-azul (*Dendrobates azureus*) e *Dendrobates leucomelas*

Estes espécimes de anfíbios têm uma aparência muito curiosa. Suas pintas, especialmente ao longo do dorso, tendem a crescer significativamente mais em relação ao restante das pintas espalhadas pelo corpo. Além disto, eventualmente elas tendem a agregar-se, por conseguinte permitindo que sejam adequadamente classificados como desenvolvimento por síntese e supersaturada.

**Figura 46 – Textura sintetizada do *Dendrobates Azureus* e *Dendrobates leucomelas***



Dif. U/V: 4.2 Lim. U: 6.2 Lim. V: 5.96 Iterações: 9.000 Domínio inicial/final: 40x40/84x84  
 Fonte: Adaptado de jonathanstegemann (2016, Pixabay, CC0), Holger Krisp (2013, Wikimedia Commons, CC by SA-3.0) e elaborado pelo autor (2018).

Este resultado aplicou crescimento com ampla influência da saturação, em ambos reagentes. Sem a saturação, a agregação dos padrões não seria adquirida. Importante salientar que as grandes manchas pretas do *Dendrobates leucomelas* provavelmente são resultado de

alguma alta concentração desta substância nesta região do corpo, pois, em geral, todos os exemplares desta espécie possuem dois grandes círculos pretos em volta do corpo.

### 5.5 Guepardo (*Acinonyx jubatus*)

O guepardo possui um corpo amarelado coberto por pequenas pintas de formato arredondado, de tamanho variado. Existem pequenas manchas que assemelham-se a pintas secundárias (menores) que aparentemente surgem entre as demais.

**Figura 47 – Textura sintetizada do guepardo**



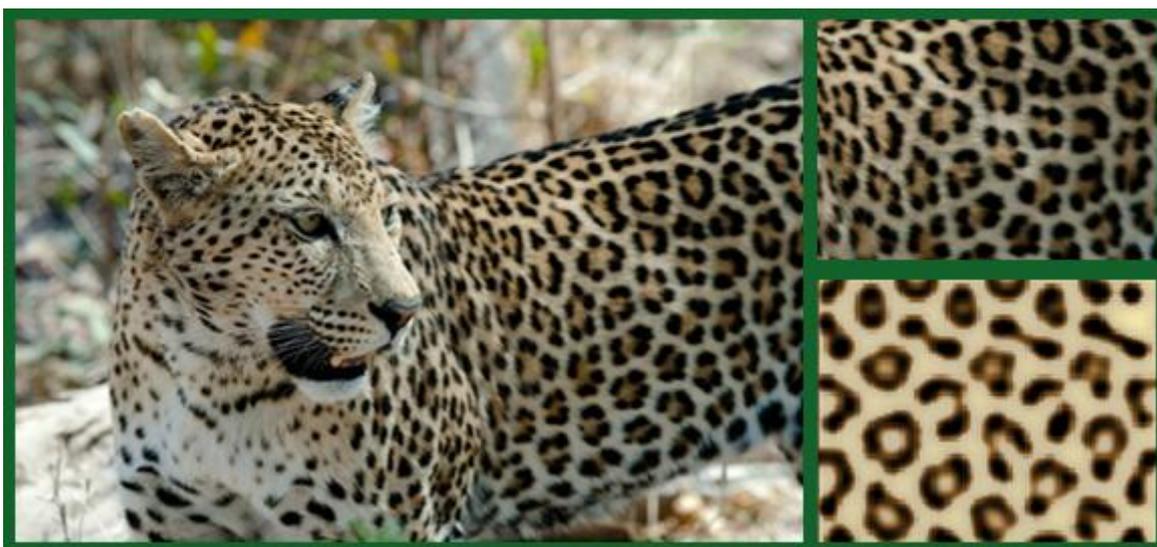
Dif. U/V: 3.8      Lim. U: -      Iterações: 5.000      Domínio inicial/final: 80x80/92x92  
 Fonte: Adaptado de Mukul2u (2008, Wikimedia Commons, CC by 3.0) e elaborado pelo autor (2018).

Neste resultado foi utilizado um sistema em dois estágios, iniciado por pintas regularmente distribuídas ao longo do corpo e próximas entre si. Na sequência foi aplicado crescimento uniforme no domínio, além de um sistema com baixa razão entre as taxas de difusão. Importante salientar que esta baixa razão contrasta com o leopardo e onça-pintada, que serão vistos na sequência, e utilizaram razão muito maior. Em uma breve pesquisa constatou-se que a taxonomia destas três espécies alinha-se a este resultado: o guepardo pertence à subfamília *Felinae*, enquanto a onça-pintada e o leopardo pertencem à família *Pantherinae*. Ou seja, uma menor similaridade genética é compatível com uma maior diferença nos mecanismos e parâmetros da formação de padrões.

## 5.6 Leopardo (*Panthera pardus*)

O leopardo possui um dos mais belos padrões de animais. Quando filhotes, eles são cobertos por pequenas pintas irregulares e, à medida que crescem e se tornam adultos, estas pintas quebram-se e se tornam estes padrões de aparência singular. Seu crescimento é classificado como desenvolvimento por replicação e insaturado (suas pintas iniciais tendem a dividir-se em conjuntos, chamados de rosetas, contendo de duas a cinco pintas secundárias).

**Figura 48 – Textura sintetizada do leopardo**



Dif. U/V: 65      Lim. U: -      Iterações: 4.500      Domínio inicial/final: 40x40/96x96  
Fonte: Adaptado de hbieser (2015, Pixabay, CC0) e elaborado pelo autor (2018).

A Figura 48 evidencia um resultado muito interessante. Desde o início dos experimentos, os grandes felinos eram muito focados para ter sua aparência sintetizada. A princípio, o entendimento que se tinha para que seus padrões eclodissem e se tornassem o resultado de um leopardo adulto era entendido apenas com saturação. Contudo, este resultado não utilizou saturação, mas aplicou um sistema de RD em dois estágios com crescimento e uma função de criação de pontos com espaçamento aproximadamente regular (distribuição espacial do tipo disco de Poisson, conforme visto na Seção 3.4.3).

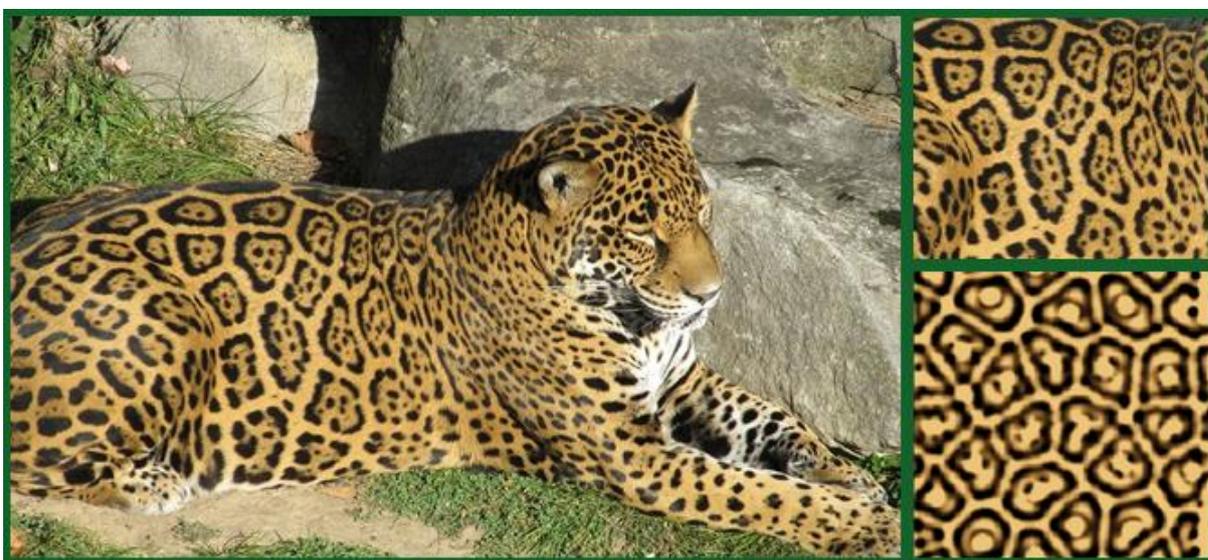
Outro item importante é que a função de crescimento utilizada é acentuada na região central, destacando as rosetas mais densas e menores na parte superior da figura sintetizada, visualmente comparável à região dorsal da imagem do leopardo.

### 5.7 Onça-pintada (*Panthera onca*)

A onça pintada é o melhor resultado adquirido neste trabalho. Sua aparência única e incomum torna seu padrão muito difícil de ser obtido, principalmente por obter pintas inseridas em um padrão maior. Seu crescimento é classificado como desenvolvimento por produção ou sintetização (suas pintas crescem e produzem outras internamente) e insaturado.

Inicialmente supunha-se que as configurações do sistema para a onça-pintada em relação ao leopardo deveriam ser muito semelhantes. De fato eram, como pode ser visto na Figura 49, entretanto a função de padrões iniciais e de crescimento com parâmetros diferentes é o que permitiu encontrar este resultado.

**Figura 49 – Textura sintetizada da onça-pintada**



Dif. U/V: 55      Lim. U: -      Iterações: 4.000      Domínio inicial/final: 180x180/193x193  
Fonte: Adaptado de skeeze (2016, Pixabay, CC0) e elaborado pelo autor (2018).

A onça-pintada, assim como o leopardo, foi um dos experimentos que demandou maior tempo e dedicação. Também utilizou um sistema de RD em dois estágios, entretanto, a primeira diferença é que para a onça pintada foi necessária uma função cujo padrão inicial fosse mais irregular e com maior espaçamento do que para o leopardo, permitindo que as pintas iniciais se transformassem nestes padrões maiores. A segunda diferença é que foi necessário adiar o início do crescimento, permitindo que o segundo estágio do RD iniciasse o seu desenvolvimento para depois começar o crescimento do domínio. Apenas desta maneira surgiram as pintas internas.

Isto sugere que as características de RD propriamente ditas são as mesmas, o que torna esse resultado muito plausível biologicamente porque as duas espécies são geneticamente próximas (leopardo e onça-pintada). Além disto, pode ser sugerido que o primeiro estágio do sistema ocorre em períodos de tempo diferentes, que conseqüentemente causa um deslocamento temporal para o início do crescimento destes padrões no segundo estágio. Possivelmente por isto a onça possui padrões maiores com pintas internas e o leopardo padrões menores, que não cresceram o suficiente para produzir outras pintas.

## **5.8 Aplicação em modelos tridimensionais**

Ainda foi possível experimentar brevemente sobre modelos tridimensionais. Foi utilizado o software de código aberto Blender, para criação e manipulação de elementos tridimensionais (BLENDER, 2013). Este software incorpora todas as etapas do processo de síntese de imagens, sendo que torna-se corresponsável pela maioria das fases de realismo citadas no referencial teórico, agilizando o trabalho de desenvolvedores para a criação de imagens realísticas.

A velocidade para atingir os resultados é consideravelmente menor do que em planos bidimensionais, pois o custo computacional é extremamente maior. Contudo, os resultados podem ser muito mais realistas em função de ser possível a simulação de crescimento em mais de um plano e em diferentes taxas para determinados membros do modelo geométrico.

A simulação em modelos com diversas faces é significativamente mais complexa. Em função disto, este é também um resultado com um bom grau de ineditismo. Neste sentido, é importante salientar ainda que o aprimoramento destes experimentos é de grande valia em trabalhos futuros para que se possam atingir resultados ainda mais realistas, obtendo-se assim, além de uma textura realista, um modelo geométrico inteiramente sintético com a devida variação da densidade dos padrões em diferentes partes corporais dos espécimes.

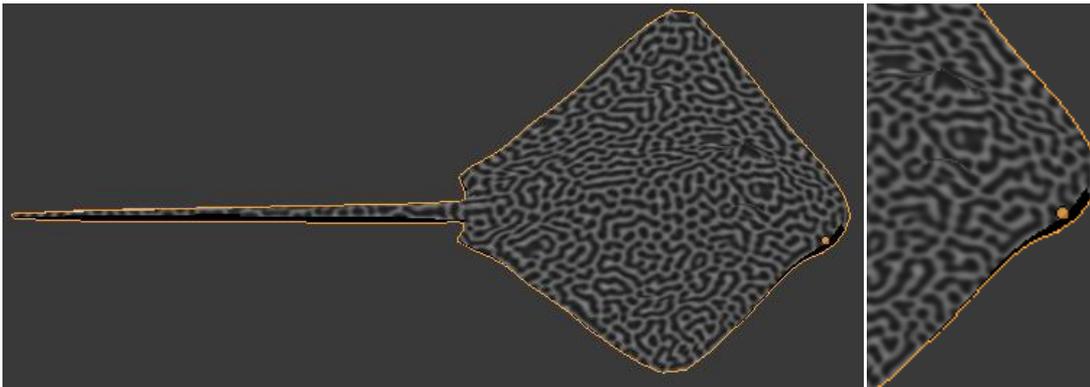
A simulação tridimensional foi realizada inicialmente sobre uma matriz, de maneira similar aos experimentos bidimensionais. Esta matriz/imagem foi segregada em partes que correspondem às faces do modelo, sendo mapeadas via texturização. Esta parte da pesquisa, a simulação em 3D, é um trabalho que continua em andamento, sendo desenvolvido em paralelo a este trabalho de conclusão, junto à uma equipe da qual o autor deste trabalho faz parte.

A seguir serão apresentados os primeiros resultados tridimensionais utilizando duas das configurações de RD que foram encontradas nos experimentos apresentados até aqui.

### 5.8.1 Burá alveolado (*Himantura uarnak*)

Esta espécie de arraia foi sintetizada em 3D com um crescimento acentuado no centro. A Figura 50 mostra o resultado do experimento.

**Figura 50 – Modelo tridimensional da arraia submetido à RD com crescimento**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Neste primeiro resultado tridimensional já fica notável a importância de realizar simulações em malhas geométricas. Os experimentos bidimensionais realizados neste trabalho são de suma importância para agilizar o descobrimento das configurações do sistema necessárias para atingir determinados padrões. Agora que vários destes padrões foram descobertos, poderão ser realizados diversos experimentos com um foco maior na morfogênese, incluindo na simulação desde a malha geométrica de um embrião animal até a sua forma adulta. Neste mesmo sentido, um dos focos da pesquisa que segue em andamento é obter a variação contínua dos padrões ao longo do corpo do espécime.

### 5.8.2 Leopardo (*Panthera pardus*)

Para a sintetização do leopardo foi aplicado um crescimento não uniforme ao modelo, atribuindo maior ênfase à região dorsal e lombar e um menor à cabeça e membros. Esta diferença da taxa de crescimento é embasada na análise de imagens da vida do animal em diferentes estágios, como também da diferença dos padrões nestas regiões – na região central as pintas são menos densas e mais distendidas, sugerindo um maior crescimento.

**Figura 51 – Modelo tridimensional do leopardo submetido à RD com crescimento**



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

O rabo do animal é uma questão que poderá ser aprimorada na continuação do trabalho, em relação à formação de listras em domínios estreitos. Espera-se que a simulação desde aproximadamente a fase embrionária até a fase adulta produza listras nestas regiões, pois o crescimento proporcional de corpo inteiro provavelmente ocorre neste caso. Neste experimento foram simuladas as faces visíveis do modelo, o que também contribuiu para a não-formação de listras.

A dificuldade de conciliação das faces do modelo para a simulação causou uma distribuição de pintas iniciais (primeiro estágio) relativamente irregular, porém ainda assim o resultado obtido foi satisfatório.

## **5.9 Considerações sobre os resultados**

Em relação ao desempenho para sintetização dos resultados bidimensionais, estes foram apropriadamente simulados sem nenhuma implicação do ponto de vista computacional. O que certamente influencia consideravelmente na performance de execução é o tamanho do domínio em simulação, cujo tempo torna-se quadraticamente maior quando submetido ao crescimento. Todavia, os experimentos realizados em domínios quadrados (matrizes) de 40 ou 80 pontos foram adequadamente simulados, permitindo o acompanhamento da execução em tempo real. Seguramente em qualquer computador recente uma boa performance também poderá ser obtida.

O ambiente de simulação utilizou um computador com 8 GB de memória RAM e processador Intel Core i5 7200U (2.50 GHz), em um sistema operacional Windows 10 Home 64 bits, com linguagem de programação *Python 3*. Para exemplificar, o resultado do sapo-boi-

azul (Seção 5.4), que utilizou uma quantidade significativa de iterações no sistema (9.000 iterações) em relação aos demais resultados, levou em média 4.89 segundos – desconsiderando o tempo de configuração e colorização.

Retomando as dificuldades do mapeamento de texturas (Seção 2.3.3), pode-se comentar que no experimento tridimensional o efeito da distorção foi reduzido, em função da modelagem geométrica utilizar apenas faces de quatro lados, aproximadamente retangulares. Poderia haver resultados ainda melhores se fosse aplicada uma subdivisão nas faces, porém o custo computacional seria maior do que o benefício que seria proporcionado. Importante salientar que um bom mapeamento ocorre quando o formato da face é aproximadamente retangular (justamente por ser mapeado em uma seção retangular de uma matriz de concentrações). Quando os ângulos das faces se tornam significativamente menores ou maiores que 90 graus, a aplicação da textura causa uma distorção em relação ao padrão sintetizado. Por isso o cuidado com a construção do modelo 3D.

Para finalizar este capítulo, é importante destacar que os experimentos realizados procuraram aplicar os conhecimentos da Biologia, no que se refere à morfogênese, aplicando o mínimo possível de interferências artificiais. A textura não foi manipulada, sequer o padrão final criado com um modelo pré-determinado ou alterado de forma artística sem embasamento científico.

## 6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um estudo de sistemas de reação-difusão, iniciando a bibliografia desde os fundamentos de Computação Gráfica, funcionamento dos sistemas de reação-difusão e morfogênese e desenvolvimento de organismos. O objetivo atingido ao final foi a exploração de um sistema de equações específico, quando submetido ao crescimento do seu domínio, com o objetivo de compreender a emergência de novos padrões e possibilitar a síntese de padrões similares a alguns organismos.

Ao concluir esta pesquisa constatou-se o quão poderosos são os sistemas de reação-difusão, demonstrando-se capazes de simular sistemas biológicos com realismo e evidenciando a sua plausibilidade ao que atualmente se conhece sobre o desenvolvimento de organismos.

Impossível deixar de ponderar que, além de serem sistemas relativamente simples quanto aos modelos teóricos, são muito complexos do ponto de vista da relação entre a especificação de parâmetros e os resultados esperados, visto que pequenas alterações podem gerar padrões totalmente diversos do que se esperava.

É fundamental considerar que, apesar do conhecimento biológico relacionado ao tema de morfogênese e desenvolvimento de padrões atualmente ser limitado, os modelos matemáticos propostos até aqui são adequados para o uso em aplicações de Computação Gráfica, fato este que pôde ser evidenciado pelo que foi apresentado no referencial teórico como também pelas próprias experimentações que foram realizadas.

Ao concluir esta exploração, ficam evidenciadas como principais contribuições o mapeamento do espaço de parâmetros que foi realizado sobre as configurações dos sistemas

de reação-difusão e os parâmetros dos sistemas de RD dos melhores resultados sintetizados – sem aplicação de nenhuma ferramenta de cunho artístico. A estas também se incluem, principalmente, o estudo e exploração do comportamento típico do crescimento nestes sistemas, que é um tópico até então muito pouco explorado em trabalhos científicos, e a classificação destes comportamentos apresentada no Capítulo 4, outra contribuição da qual espera-se que seja utilizada em trabalhos futuros.

Conhecidos os principais comportamentos do crescimento e a configuração de alguns sistemas que geram padrões realistas, em próximas pesquisas o esforço poderá ser direcionado ao aprimoramento da exploração de sistemas de reação-difusão em superfícies tridimensionais. Este novo ambiente permite simular os efeitos do crescimento em diferentes taxas sobre um domínio, realizando uma analogia muito realista com o crescimento natural de um organismo e possivelmente adquirindo resultados ainda mais interessantes.

Outra possibilidade de exploração é aplicar um mapa de cores antecipadamente aos reagentes da experimentação, o que gerará mudanças ao longo do tempo, permitindo explorar, inclusive, o funcionamento da mistura das cores no padrão sintetizado.

Por último, fica evidenciado que estes mecanismos ainda possuem vasta área de exploração e que possivelmente permitirão a realização de mais estudos e a proposição de novas hipóteses sobre o processo de formação da pigmentação dos seres vivos.

## REFERÊNCIAS

- ALEXAS\_FOTOS. [Sem título]. 2018. Formato JPG. Disponível em: <<https://pixabay.com/en/giraffe-zoo-animal-animal-portrait-3316370/>>. Acesso em: 22 abr. 2018.
- ARTMESH, Topologica. [Sem título]. 2015. Formato PNG. Disponível em: <<http://www.topologica.org/toplog/wp/gallery/>>. Acesso em 15 abr. 2018.
- AZEVEDO, Eduardo; CONCI, Aura. **Computação gráfica: geração de imagens**. 1 ed. Rio de Janeiro: Campus, 2003.
- BAKER, Ruth E. **Mathematical biology and ecology lecture notes**. University of Oxford, 2011. Disponível em: <<https://www.math.mun.ca/~zhao/ARRMSSchool/MathBioNotes2011.pdf>>. Acesso em: 19 abr. 2018.
- BARD, Jonathan B. L.. A unity underlying the different zebra striping patterns. **Journal of Zoology**, 183, p. 527-539, 12 abr. 1977.
- BARD, Jonathan B. L.; LAUDER, Ian. How well does Turing's theory of morphogenesis work? **J. Theor. Biol.**, 45, p. 501-531, 1974.
- BARD, Jonathan B. L.. A Model for Generating Aspects of Zebra and Other Mammalian Coat Patterns. **J. Theor. Biol.**, 93, p. 363-385, 1981.
- BIKERJOE83. [Sem título]. 2015. Formato JPG. Disponível em: <<https://pixabay.com/en/animal-zoo-tapir-1043387/>>. Acesso em: 15 abr. 2018.
- BLENDER. **About - blender.org**. 2013. Disponível em <<https://www.blender.org/about/>>. Acesso em 22 de abr. 2018.
- CHAP, Chiswick. **Elaborate skin pattern of Giant Freshwater Puffer fish, Tetraodon mbu. Aquarium of Kew Gardens, London**. 2012. Formato JPG. Disponível em: <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Giant\\_Puffer\\_fish\\_skin\\_pattern.JPG](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Giant_Puffer_fish_skin_pattern.JPG)>. Acesso em: 26 abr. 2018.

CHENG, Chi Wa; NIU, Ben; WARREN, Mya; PEVNY, Larysa Halyna; LOVELL-BADGE, Robin; HWA, Terence; CHEAH, Kathryn S. E.. Predicting the spatiotemporal dynamics of hair follicle patterns in the developing mouse. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, 111, n. 7, p. 2596-2601, 18 fev. 2014. Artigo. Disponível em: <<http://www.pnas.org/content/111/7/2596>>. Acesso em: 13 nov. 2018.

CHEMIN, Beatris Francisca. **Manual da Univates para trabalhos acadêmicos: planejamento, elaboração e apresentação**. 3. ed. Lajeado: Univates, 2015. E-book. Disponível em: <[https://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/110/pdf\\_110.pdf](https://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/110/pdf_110.pdf)>. Acesso em: 22 abr. 2018.

CORRÊA, Renata; GOMES, Silmara Pedretti. **Mapa de textura: mip-mapping**. 2004. Avaliação da disciplina de computação gráfica. Departamento de Engenharia da Computação e Automação Industrial da UNICAMP, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Disponível em: <<http://www.dca.fee.unicamp.br/courses/IA725/1s2004/monografias/MipMap.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

EFRAIMSTOCHTER. [Sem título]. 2015. Formato JPG. Disponível em: <<https://pixabay.com/en/emperor-angelfish-angelfish-fish-793374/>>. Acesso em: 22 abr. 2018.

ERKAMP, Jan. **African Leopard in Serengeti, Tanzania**. 2007. Formato JPG. Disponível em: <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leopard\\_africa.jpg#/media/File:Leopard\\_africa.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leopard_africa.jpg#/media/File:Leopard_africa.jpg)>. Acesso em: 15 abr. 2018.

FELIX\_BROENNIMANN. [Sem título]. 2017. Formato JPG. Disponível em: <<https://pixabay.com/en/tiger-cat-animal-predator-roar-3264046/>>. Acesso em: 22 abr. 2018.

FOLEY, James D.; DAM, Andries Van; FEINER, Steven K.; HUGHES, John F.. **Computer Graphics: Principles and Practice**. 2. ed. New York: Addison-Wesley, 1996.

FORNAZARI, Adriana. **Protótipo de um ambiente para tratamento de imagens raster 2D**. 2000. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Ciências da Computação). Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau. Disponível em: <<https://slidex.tips/download/prototipo-de-um-ambiente-para-tratamento-de-imagens-raster-2d>>. Acesso em 19 abr. 2018.

GILBERT, Scott F. **Mathematical Modeling of Development**. 6 ed. Sunderland: Sinauer Associates, 2000. Disponível em: <<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK10126/>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

GONZÁLEZ, Libardo A.; VANEGAS, Juan C.; GARZÓN, Diego A.. Formación de patrones en sistemas de reacción-difusión en dominios crecientes. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 25, n.2, p. 145-161, 2009. Artigo. Disponível em: <<https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099/11235/RR252D.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

- GRATWICKE, Brian. **Himantura uarnak**. 2017. Formato JPG. Disponível em: <<https://www.flickr.com/photos/briangratwicke/36181137583/>>. Acesso em: 25 set. 2018.
- HALL, David. **Psychedelic frogfish (*Histiophryne psychedelica*)**. Formato JPG. Disponível em: <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Psychedelic\\_frogfish\\_08Am6A1b.jpg#/media/File:Psychedelic\\_frogfish\\_08Am6A1b.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Psychedelic_frogfish_08Am6A1b.jpg#/media/File:Psychedelic_frogfish_08Am6A1b.jpg)>. Acesso em: 26 abr. 2018.
- HBIESER. [Sem título]. 2015. Formato JPG. Disponível em: <<https://pixabay.com/en/leopard-cat-savuti-botswana-694460/>>. Acesso em: 19 abr. 2018.
- HETEM JUNIOR, Annibal. **Computação gráfica**. 1 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.
- JOHN. **Female, in Provence, 2016**. 2016. Formato JPG. Disponível em: <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polyphylla\\_fullo\\_Provence.jpg#/media/File:Polyphylla\\_fullo\\_Provence.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polyphylla_fullo_Provence.jpg#/media/File:Polyphylla_fullo_Provence.jpg)>. Acesso em: 26 abr. 2018.
- JONATHANSTEGEMANN. [Sem título]. 2016. Formato JPG. Disponível em: <<https://pixabay.com/en/poison-dart-frog-amphibians-1920977/>>. Acesso em: 08 out. 2018.
- KILBY, Eric. **Jaguars Playing**. 2018. Formato JPG. Disponível em: <<https://www.flickr.com/photos/ekilby/40914573164/>>. Acesso em: 21 set. 2018.
- KOK, Albert. ***Cephalopholis miniata* (picture taken by Albert Kok)**. 2007. Formato JPG. Disponível em: <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coral\\_grouper.jpg#/media/File:Coral\\_grouper.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coral_grouper.jpg#/media/File:Coral_grouper.jpg)>. Acesso em: 26 abr. 2018.
- KONDO, Shigeru; ASAI, Rihito. A reaction-diffusion wave on the skin of the marine angelfish Pomacanthus. **Nature**, 376, p. 765-768, 31 ago. 1995. Artigo. Disponível em: <<http://www.fbs.osaka-u.ac.jp/labs/skondo/paper/kondo%20Nature%201995.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2018.
- KONDO, Shigeru; MIURA, Takashi. Reaction-diffusion model as a framework for understanding biological pattern formation. **Science**, v. 329, n. 5999, p. 1616–1620, 2010. Artigo. Disponível em: <<http://www.fbs.osaka-u.ac.jp/labs/skondo/paper/science%20review2010.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2018.
- KONDO, Shigeru; SHIROTA, Hideaki. Theoretical analysis of mechanisms that generate the pigmentation pattern of animals. **Seminars in Cell & Developmental Biology**, 20(1), p. 82-89, 2009. Artigo. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/e7de/bccdbd827b6393176afaf8b34e60be544719.pdf>>. Acesso em: 19 abr. 2018.
- KRISP, Holger. **Yellow-Banded Poison Dart Frog**. 2013. Formato JPG. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Bumblebee\\_Poison\\_Frog\\_Dendrobates\\_leucomelas.jpg#/media/File:Bumblebee\\_Poison\\_Frog\\_Dendrobates\\_leucomelas.jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Bumblebee_Poison_Frog_Dendrobates_leucomelas.jpg#/media/File:Bumblebee_Poison_Frog_Dendrobates_leucomelas.jpg)>. Acesso em: 03 out. 2018.

LANZA. [Sem título]. 2017. Formato JPG. Disponível em: <<https://pixabay.com/en/ring-tailed-lemur-black-and-white-2810951/>>. Acesso em: 22 abr. 2018.

LEE, Kyoung-Jin; MCCORMICK, William D.; PEARSON, John E.; SWINNEY, Harry L. Experimental observation of self-replication spots in a reaction-diffusion system. **Nature**, 369, p. 215-218, 19 maio 1994. Artigo. Disponível em: <<http://chaos.ph.utexas.edu/manuscripts/1119457091.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

LIU, Ruoxin; LIAW, Shyne-Ruey; MAINI, Philip K.. Two-stage Turing model for generating pigment patterns on the leopard and the jaguar. **Physical Review**. E, 74, 21 jul. 2006.

MALHEIROS, Marcelo de Gomensoro. **The Mechanochemical Basis of Pattern Formation**. 2017. Tese de Doutorado (Computação). Programa de Pós-Graduação em Computação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/169104>>. Acesso em: 31 out. 2018.

MALHEIROS, Marcelo de Gomensoro; WALTER, Marcelo. Pattern formation through minimalist biological inspired cellular simulation. **Proceedings of Graphics Interface 2017**: Edmonton, Alberta, p. 148 - 155, 16-19 maio 2017. Artigo. Disponível em: <<http://graphicsinterface.org/wp-content/uploads/gi2017-19.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

MALHEIROS, Marcelo de Gomensoro; WALTER, Marcelo. **Pattern formation through minimalist biological inspired cellular simulation**: Supplementary material. 2017. Material complementar de artigo. Disponível em: <<https://github.com/mgmalheiros/pattern-explorer/blob/master/paper/supplement.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

MANSSOUR, Isabel Harb; COHEN, Marcelo. **Introdução à Computação Gráfica**. Faculdade de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUCRS, 2006. Disponível em: <<https://www.inf.pucrs.br/manssour/Publicacoes/TutorialSib2006.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

MAYQEL. **Lone House**. 2007. Formato JPG. Disponível em: <[https://en.wikipedia.org/wiki/File:Lone\\_House.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Lone_House.jpg)>. Acesso em: 15 abr. 2018.

MCGRAW, Tim. Generalized reaction-diffusion textures. **Computers & Graphics**, v. 32, n. 1, p. 82-92, 2008. Artigo. Disponível em: <[https://web.ics.purdue.edu/~tmcgraw/papers/mcgraw\\_rd\\_2008.pdf](https://web.ics.purdue.edu/~tmcgraw/papers/mcgraw_rd_2008.pdf)>. Acesso em: 18 abr. 2018.

MEINHARDT, Hans. Turing's theory of morphogenesis of 1952 and the subsequent discovery of the crucial role of local self-enhancement and long-range inhibition. **Interface Focus** 2, p. 407-416, . 8 fev. 2012. Artigo. Disponível em: <[https://www.eb.tuebingen.mpg.de/fileadmin/uploads/images/Research/emeriti/Hans\\_Meinhardt/12-Turing-RS-TEX.pdf](https://www.eb.tuebingen.mpg.de/fileadmin/uploads/images/Research/emeriti/Hans_Meinhardt/12-Turing-RS-TEX.pdf)>. Acesso em: 18 abr. 2018.

MENDONÇA, Marcelo de Barros. **Aplicação de texturas em visualização científica**. 2001. Monografia (Mestrado em Ciências - Área de ciências de computação e matemática computacional). Instituto de Ciências Matemática e Computação de São Carlos - USP, Universidade de São Paulo, São Carlos. Disponível em:

<<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-24042002-135403/pt-br.php>>.  
Acesso em: 18 abr. 2018.

MESQUITA, Davi Padilha. **Estudo e modelagem dos efeitos da forma e do crescimento em processos de formação de padrões de pelagem via reação-difusão**. 2014. Trabalho de conclusão de curso (Biotecnologia). Instituto de Biociências, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre. Disponível em:  
<<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/117656>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

MORIMOTO, Carlos E. Pixel. **Guia do Hardware**. Página de dicionário técnico. 26 jun. 2005. Disponível em <<https://www.hardware.com.br/termos/pixel>>. Acesso em: 15 abr. 2018.

MUKUL2U. **A cheetah on the S-28 at Lower Sabie, Kruger National Park (South Africa)**. 2008. Formato JPG. Disponível em:  
<[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cheetah\\_Kruger.jpg#/media/File:Cheetah\\_Kruger.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cheetah_Kruger.jpg#/media/File:Cheetah_Kruger.jpg)>. Acesso em: 15 abr. 2018.

NAGAO, Raphael; VARELA, Hamilton. Padrões de Turing em sistemas químicos. São Paulo, **Química Nova**, v. 39, n. 4, 2016. Artigo. Disponível em:  
<[http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0100-40422016000400474&script=sci\\_arttext#B7](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0100-40422016000400474&script=sci_arttext#B7)>.  
Acesso em: 18 abr. 2018.

NGSOFT. [**Sem título**]. 2018. Formato JPG. Disponível em: <<https://pixabay.com/en/nature-animal-world-campaign-animal-3240814/>>. Acesso em: 22 abr. 2018.

PIXEL-MIXER. [**Sem título**]. 2015. Formato JPG. Disponível em:  
<<https://pixabay.com/en/animals-mammal-perissodactyla-tapir-1019103/>>. Acesso em: 15 abr. 2018.

RODRIGUES, Daiana Aparecida. **Modelagem e solução numérica de equações reação-difusão em processos biológicos**. 2013. Dissertação de Mestrado (Modelagem Computacional). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora. Disponível em:  
<<https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/1153/1/daianaaparecदारodrigues.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

SHARKD. **Additive color**. 2006. Formato SVG. Disponível em:  
<<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:AdditiveColor.svg>>. Acesso em 15 abr. 2018.

SILVA, Samoel Renan Mello da. **Modelos de reação-difusão para morfogênese**. 2010. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Física). Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Disponível em:  
<<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/27340/000764505.pdf?sequence=1>>.  
Acesso em: 21 abr. 2018.

SKEEZE. [**Sem título**]. 2016. Formato JPG. Disponível em: <<https://pixabay.com/en/jaguar-big-cat-feline-mammal-2022898/>>. Acesso em: 03 out. 2018.

TORI, Romero; ARAKAKI, Reginaldo; MASSOLA, Antonio Marcos Aguirra; FILGUEIRAS, Lucia Vilela Leite. **Fundamentos de computação gráfica**. 1 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1987.

TURING, Alan Mathison. The chemical basis of morphogenesis. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 237, n. 641, p. 37-72, . 14 ago. 1952. Artigo. Disponível em: <<http://www.dna.caltech.edu/courses/cs191/paperscs191/turing.pdf>>. Acesso em: 21 abr. 2018.

TURK, Greg. Generating textures on arbitrary surfaces using reaction-diffusion. **Proceedings of Graphics Interface 1991**: ACM Press, New York, v. 25, n. 4, p. 289-298, 16-19 maio 2017. Artigo. Disponível em: <[https://www.cc.gatech.edu/~turk/my\\_papers/reaction\\_diffusion.pdf](https://www.cc.gatech.edu/~turk/my_papers/reaction_diffusion.pdf)>. Acesso em: 19 abr. 2018.

VIEIRA, Rafael Siqueira Telles. **Técnicas para geração de malhas de quadriláteros convexos e sua aplicação em reservatórios naturais**. 2011. Dissertação de Mestrado (Ciência da Computação). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. Disponível em: <[http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/18552/1/2011\\_dis\\_rstviera.pdf](http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/18552/1/2011_dis_rstviera.pdf)>. Acesso em: 18 abr. 2018.

WALTER, Marcelo. **A obtenção de texturas na síntese de imagens realísticas num ambiente limitado**. 1991. Dissertação de Mestrado (Ciência da Computação). Instituto de Informática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/24181/000031989.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

WALTER, Marcelo; FOURNIER, Alain; MENEVAUX, Daniel. Integrating shape and pattern in mammalian models. **Computer Graphics (SIGGRAPH)**, ACM Press, p. 317-326, 2001. Artigo. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.10.7622&rep=rep1&type=pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

WITKIN, Andrew; KASS, Michael. Reaction-diffusion textures. **Computer Graphics (SIGGRAPH)**, v. 25, n. 4, p. 299-308, 1991. Artigo. Disponível em: <[http://www.cs.cmu.edu/~jkh/462\\_s07/reaction\\_diffusion.pdf](http://www.cs.cmu.edu/~jkh/462_s07/reaction_diffusion.pdf)>. Acesso em: 19 abr. 2018.

YAMAGUCHI, Motoomi; YOSHIMOTO, Eiichi; KONDO, Shigeru. Pattern regulation in the stripe of zebrafish suggests an underlying dynamic autonomous mechanism. **Proc Natl Acad Sci U S A.**, 104(12), p. 4790-4793, 20 mar. 2007. Artigo. Disponível em: <<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1820822/>>. Acesso em: 19 abr. 2018.