MODELOS DE SUAVIZAÇÃO EXPONENCIAL, ARIMA E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS: UM ESTUDO COMPARATIVO PARA A PREVISÃO DE DEMANDA DE PRODUTOS

William Jacobs

Lajeado, dezembro de 2011

William Jacobs

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

MODELOS DE SUAVIZAÇÃO EXPONENCIAL, ARIMA E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS: UM ESTUDO COMPARATIVO PARA A PREVISÃO DE DEMANDA DE PRODUTOS

Monografia apresentada na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso Etapa II do Centro Universitário UNIVATES, como parte da exigência para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Ms. Manfred Costa

Lajeado, dezembro de 2011

William Jacobs

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

MODELOS DE SUAVIZAÇÃO EXPONENCIAL, ARIMA E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS: UM ESTUDO COMPARATIVO PARA A PREVISÃO DE DEMANDA DE PRODUTOS

A banca examinadora abaixo aprova a Monografia apresentada ao Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, do Centro Universitário UNIVATES, como parte da exigência para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Produção, na área de concentração Planejamento e Controle de Produção:

Prof. Ms. Manfred Costa – orientador
UNIVATES

Prof. Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
UNIVATES

Prof. Ms. Carlos Cândido da Silva Cyrne
UNIVATES

Lajeado, 07 de dezembro de 2011.

Dedico este trabalho a uma pessoa que, quando de sua passagem por este mundo, preocupou-se somente em fazer o bem aos outros. Acredito que Arnildo Johann (*in memorian*), meu querido padrinho, esteja sempre olhando por mim e mesmo após sua partida, seus ensinamentos continuam trazendo coisas boas à minha vida.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, pois a ele tudo devemos, principalmente quando se tem saúde, família, amigos e a oportunidade que tive de estudar.

Aos meus pais pelo esforço, dedicação e motivação que tiveram para me dar educação, mostrando-me sempre que este é o melhor caminho a ser seguido.

À minha noiva Adriani, que durante estes 10 anos de compromisso jamais mediu esforços para demonstrar seu amor por mim, evidenciando com isso que na vida a coisa mais importante é a família.

Ao meu sogro e sogra pelo fato de me tratarem como um filho e pelas belas palavras proferidas nos momentos mais difíceis.

Ao professor e grande amigo Manfred Costa, por toda a motivação dada no decorrer do curso e na realização deste trabalho. Sua colaboração foi fundamental para minha formação acadêmica e profissional.

A todos os meus familiares e amigos que, por motivo de espaço, não foram possíveis de serem relacionados neste agradecimento, mas que com certeza de alguma forma ou de outra contribuíram em muito para o meu crescimento como pessoa.

E também, a mim mesmo, pois se eu não fosse persistente e se não continuasse a acreditar que é através da educação que podemos mudar nosso país, mesmo com os “belíssimos” exemplos que temos quando o assunto é nossos representantes, teria ficado em casa, de braços cruzados, fazendo aquilo que grande parte das pessoas fazem.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

“Imagine todas as pessoas vivendo em paz,
Você pode dizer que sou um sonhador, mas não sou o único,
Espero que um dia você junte-se a nós
E o mundo será como se fosse um só”
John Lennon

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

RESUMO

A capacidade em termos de previsão da demanda de produtos é algo que, no atual mercado competitivo e globalizado, pode ser considerado um processo fundamental para que as organizações obtenham ou mantenham sua competitividade. Para tanto, há diversos modelos passíveis de serem utilizados para a realização de tal processo, porém, nem todos são apropriados para determinadas séries temporais, pois resultariam em erros que poderiam comprometer todo o sistema de produção da empresa. Neste sentido, a presente monografia utilizará de três modelos para a previsão da demanda por intermédio de séries temporais: (*i*) os modelos de suavização exponencial; (*ii*) os modelos da metodologia de Box-Jenkins ou modelos ARIMA; e, (*iii*) os modelos de redes neurais artificiais. O objetivo deste trabalho é investigar a eficácia em termos de capacidade preditiva dos modelos supracitados e para isso, utilizar-se-á de duas séries temporais reais da demanda de dois produtos industriais. O trabalho foi conduzido através de um estudo de modelagem quanto aos procedimentos técnicos, aplicado quanto à natureza, descritivo quanto aos objetivos e quantitativo quanto à abordagem do problema. Os resultados do estudo evidenciaram os modelos de redes neurais artificiais como sendo aqueles que obtiveram maior eficácia em termos de capacidade preditiva para as duas séries temporais reais abordadas no presente estudo. Porém, não foi possível concluir a respeito da superioridade de um modelo em relação ao outro, tendo em vista os procedimentos metodológicos utilizados na presente monografia.

Palavras-chave: Previsão da demanda de produtos. Modelos de Suavização Exponencial. Modelos ARIMA. Metodologia de Box-Jenkins. Redes Neurais Artificiais.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

ABSTRACT

The capacity in terms of demand forecast of products is what in the current competitive and globalized market can be considered a fundamental process for the organizations to obtain or to keep their competitiveness. In this way, there are several models passible to be used for the accomplishment of such process, however, not all are appropriate for certain temporal series, since they would result in errors that could compromise the whole production system of the company. So, this work will use three models for the demand forecast through temporal series: (*i*) the exponential smoothing models; (*ii*) the Box-Jenkins methodology models or ARIMA models; and, (*iii*) the artificial neural networks models. The objective of this work is to investigate the efficacy in terms of predictive capacity the models above mentioned and for this, there will be used two real temporal series of demand of two industrial products. The work will be conducted through a styling study about the technical procedures, applied about the nature, descriptive about the objectives and quantitative about the approach of the problem. The results of the study evidenced the artificial neural networks models as being those that obtained higher efficacy in terms of predictive capacity for the two real temporal series approached in this study. However, it was not possible to conclude about the superiority of one model in relation to another, considering the methodology procedures used in this monograph.

Keywords: Demand forecast of products. Exponential Smoothing Models. ARIMA models. Box-Jenkins Methodology. Artificial Neural Networks.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Padrões de demanda 29
Figura 2 Definição das abordagens das séries temporais 31
Figura 3 Estratégia para a avaliação dos métodos de previsão 36
Figura 4 Representação de um modelo ARIMA 49
Figura 5 Subdivisões dos testes para diagnóstico de raiz unitária 51
Figura 6 Exemplo do comportamento do correlograma de séries não-estacionárias 52
Figura 7 Sistemática para a verificação do modelo obtido 59
Figura 8 Neurônio biológico 61
Figura 9 Modelo de neurônio artificial 62
Figura 10 Modelo estrutural de uma RNA para a previsão de séries temporais 66
Figura 11 A retro propagação do erro em uma rede MLP 68
Figura 12 Planejamento do método de pesquisa 74
Figura 13 Primeira etapa do processo de pesquisa adotado 75
Figura 14 Segunda etapa do processo de pesquisa adotado 76
Figura 15 Classificação da pesquisa científica e da presente pesquisa 78
Figura 16 Série temporal de vendas (em milhares de unidades) semanal do produto X 79
Figura 17 Correlograma da FAC da série temporal do produto X 81
Figura 18 Correlograma da FACP da série temporal do produto X 81
Figura 19 Correlograma da FAC dos resíduos da série temporal do produto X 84
Figura 20 Rede MLP (6,5,1) utilizada na modelagem da série temporal 85
Figura 21 Gráfico do treinamento da rede MLP (6,5,1) 86
Figura 22 Série temporal de vendas (em milhares de unidades) semanais do produto Y 87
Figura 23 Correlograma da FAC da série temporal do produto Y 89
Figura 24 Correlograma da FACP da série temporal do produto Y 89
Figura 25 Correlograma da FAC dos resíduos da série temporal do produto Y 91
Figura 26 Rede MLP (6,10,1) utilizada na modelagem da série temporal 93
Figura 27 Gráfico do treinamento da rede MLP (6,10,1) 94
Figura 28 Gráfico do ajustamento e previsão da série temporal do produto X 96
Figura 29 Gráfico do ajustamento e previsão da série temporal do produto Y 98

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 Importância e utilização do processo de previsão de demanda 28
Quadro 2 Exemplos de pesquisas que utilizaram a modelagem ARIMA 38
Quadro 3 Auto-covariâncias e variância do modelo AR 45
Quadro 4 Resumo dos testes de DF e ADF 55
Quadro 5 Padrões teóricos da FAC e da FACP 56
Quadro 6 Comparação entre modelos ARIMA e MLP 65
Quadro 7 Configuração das RNAs utilizadas no presente estudo 72

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Modelagem da série temporal do produto X utilizando os modelos de SE..... 80
Tabela 2 Teste ADF para a verificação de estacionariedade da série temporal 82
Tabela 3 Modelos identificados e estimados para a série temporal do produto X 83
Tabela 4 Modelagem da série temporal do produto X utilizando RNAs 84
Tabela 5 Modelagem da série temporal do produto Y utilizando os modelos de SE..... 88
Tabela 6 Teste ADF para a verificação de estacionariedade da série temporal 90
Tabela 7 Modelos identificados e estimados para a série temporal do produto Y 90
Tabela 8 Modelagem da série temporal do produto Y utilizando RNAs 92
Tabela 9 Comparação entre os modelos genéricos para a série temporal do produto X..... 96
Tabela 10 Resultados para a previsão 24 períodos à frente (série temporal do produto X)..... 97
Tabela 11 Comparação entre os modelos genéricos para a série temporal do produto Y..... 98
Tabela 12 Resultados para a previsão 24 períodos à frente (série temporal do produto Y)..... 99

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADALINE: *Adaptive Linear Neuron*

ADF: *Augmented Dickey-Fuller*

AR: *Autoregressive*

ARIMA: *Autoregressive Integrated Moving Average*

ARMA: *Autoregressive Moving Average*

AST: Análise de Séries Temporais

CIA: Critério Informacional de Akaike

CIB: Critério Informacional Bayesiano

DF: Dickey-Fuller

ENEGEP: Encontro Nacional de Engenharia de Produção

EP: Engenharia de Produção

FAC: Função de Auto-Correlação

FACP: Função de Auto-Correlação Parcial

I: *Integrated*

MA: *Moving Average*

MAE: *Mean Absolute Error*

MAE*a*: *Mean Absolute Error* da etapa de ajustamento

MAE*p*: *Mean Absolute Error* da etapa de previsão

MAPE: *Mean Absolute Percentage Error*

MAPE*a*: *Mean Absolute Percentage Error* da etapa de ajustamento

MAPE*p*: *Mean Absolute Percentage Error* da etapa de previsão

MLP: *Multilayer Percepton*

MSE: *Mean Squared Error*

PCP: Planejamento e Controle de Produção

RNAs: Redes Neurais Artificiais

RNNs: Redes Neurais Naturais

SARIMA: *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average*

SE: Suavização Exponencial

SEH: Suavização Exponencial de Holt

SEHW: Suavização Exponencial de Holt-Winters

SEHWA: Suavização Exponencial de Holt-Winters Aditivo

SEHWM: Suavização Exponencial de Holt-Winters Multiplicativo

ST: Série Temporal

TBP: Teste de Box-Pierce

TLB: Teste de Ljung-Box

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

LISTA DE SÍMBOLOS

Lista de símbolos dos modelos de Suavização Exponencial

$\hat{y}_{t+k}$: Previsão do *k-ésimo* período realizada no período *t*

y_t : Valor observado na série temporal para o período *t*

L_t : Estimador do nível da série para o período *t*

L_{t-1} : Estimador do nível da série para o período *t-1*

T_t : Estimador da tendência da série para o período *t*

T_{t-1} : Estimador da tendência da série para o período *t-1*

S_t : Estimador da sazonalidade da série para o período *t*

S_{t-s} : Estimador da sazonalidade da série para o período *t-s*

S_{t-s+k} : Estimador da sazonalidade da série para o período *t-s+k*

k : Número de períodos a serem considerados na análise

α : Constante de suavização alfa, onde: $0 \leq \alpha \leq 1$

β : Constante de suavização beta, onde: $0 \leq \beta \leq 1$

γ : Constante de suavização gama, onde: $0 \leq \gamma \leq 1$

Lista de símbolos dos modelos *Autoregressive Integrated Moving Average*

y_t : Valor observado na série temporal para o período *t*

p : Designa o número de defasagens do parâmetro auto-regressivo

q : Designa o número de defasagens do parâmetro de médias móveis

d : Número de diferenciações necessárias para tornar a série temporal estacionária

D: Número de diferenciações sazonais necessárias para tornar a série temporal estacionária em termos da sazonalidade

k : Número de defasagens da série temporal

n : Tamanho da série temporal

y_{t-k} : Variável *y* defasada *k* períodos em relação ao período *t*

w_t : Variável *y* diferenciada no período *t*

w_{t-p} : Variável *y* diferenciada e defasada em *p* períodos em relação ao período *t*

ϕ_p : Parâmetro auto-regressivo de ordem *p*

θ_q : Parâmetro de médias móveis de ordem *q*

θ_k : Parâmetro de médias móveis de *lag k*

θ_{q-k} : Parâmetro de médias móveis de ordem *q* defasado em *k* períodos

ε_t : Erro aleatório do período *t*

ε_{t-q} : Erro aleatório defasado *q* períodos em relação ao período *t*

y_{t-p} : Variável *y* defasada *p* períodos em relação ao período *t*

Φ_P : Parâmetro auto-regressivo sazonal de ordem *P*

Θ_Q : Parâmetro de médias móveis sazonal de ordem *Q*

$B^p y_t$: Variável *y* defasada *p* períodos utilizando o operador de defasagem *B*

$\phi(B)y_t$: Operador polinomial auto-regressivo

$\theta(B)\varepsilon_t$: Operador polinomial de médias móveis

γ_0 : Variância da série temporal

γ_k : Variância do modelo de *lag k*

γ_{k-p} : Variância do modelo de *lag k* defasada em *p* períodos

σ_ε^2 : Variância do erro aleatório

ρ_k : Estimador populacional do coeficiente auto-regressivo de *lag k*

r_k : Estimador amostral do coeficiente auto-regressivo de *lag k*

φ_k : Estimador amostral do coeficiente auto-regressivo parcial de *lag k*

β_{kk} : Estimador amostral do coeficiente auto-regressivo parcial de *lag k*

ϕ_{jj} : Estimador amostral do coeficiente auto-regressivo parcial de *lag k*

μ : Parâmetro de média populacional da variável *y*

$\bar{y}$: Parâmetro de média amostral da variável *y*

$E(y_t)$: Estimador da média populacional

$y_t^{'}$: Série temporal diferenciada uma vez

$y_t^{''}$: Série temporal diferenciada duas vezes

$\Delta^d y_t$: Série temporal da variável *y* diferenciada *d* vezes

α : Constante intercepto nos testes de raiz unitária DF e ADF

β_t : Constante relativo à tendência nos testes de raiz unitária DF e ADF

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

ρ : Parâmetro de teste nos testes de raiz unitária DF e ADF

δ_i : Parâmetro *i* estimado nos testes de raiz unitária ADF

SQR(*j*): Soma dos quadrados dos resíduos do modelo *j*

ξ : Representa o conjunto dos parâmetros e da variância do modelo

Lista de símbolos dos modelos de Redes Neurais Artificiais

u : Denota o sinal entrada *u* em determinado neurônio

x_j : Valor *x* de entrada no neurônio *j*

w_j : Valor do peso de entrada do neurônio *j*

b : Valor do *bias*

v : Sinal de entrada corrigido pelo *bias*

y : Sinal de saída da rede

y_t : Sinal de saída da rede para o período *t*

$\varphi(.)$: Função de transferência a ser utilizada nos neurônios

$g(x)$: Função de transferência logística

w_0 : *Bias* dos neurônios da camada de entrada da rede

w_{ij} : Peso do peso entre o neurônio *j* e o neurônio *i*

ε_t : Erro aleatório do período *t*

E : Erro de saída da rede

Δw_{ij} : Variação do peso entre o neurônio *j* e o neurônio *i*

$\Delta w_{ij}(t+1)$: Variação do peso entre o neurônio *j* e o neurônio *i* na iteração *t*+1

η : Taxa de aprendizagem

δ : Termo *momentum*

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 19
1.1 Tema, Objetivos e Hipótese 20
1.2 Problema 21
1.3 Justificativa 22
1.4 Delimitações do trabalho 24
1.5 Estrutura da monografia 24

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 27
2.1 Previsão de demanda 27
2.2 Séries temporais 30
2.3 Modelos de Suavização Exponencial (SE) 33
2.3.1 Modelos de Suavização Exponencial de Holt (SEH) 33
2.3.2 Modelos de Suavização Exponencial de Holt-Winters (SEHW) 34
2.4 Metodologia de Box-Jenkins ou modelos ARIMA 37
2.4.1 Função de Auto-Correlação (FAC) 39
2.4.2 Função de Auto-Correlação Parcial (FACP) 41
2.4.3 Modelos estacionários 43
2.4.4 Modelo Auto-Regressivos Integrados de Médias Móveis (ARIMA) e Sazonal e Auto-Regressivo Integrados de Médias Móveis (SARIMA) 48
2.4.5 Metodologia de Box-Jenkins para a construção dos modelos ARIMA 50
2.5 Redes Neurais Artificiais (RNAs) 59
2.5.1 Aspectos conceituais sobre RNAs 60
2.5.2 Aspectos históricos sobre RNAs 62
2.5.3 Previsão de séries temporais utilizando RNAs 64

3 METODOLOGIA 70
3.1 Planejamento do método de pesquisa 70
3.1.1 Séries temporais dos produtos analisados 70
3.1.2 Modelagem das séries temporais 71
3.1.3 Comparação entre os modelos obtidos 73
3.1.4 Apresentação do ajustamento e previsão dos resultados dos modelos 75
3.2 Metodologia de Pesquisa 75

4 MODELAGEM DAS SÉRIES TEMPORAIS 79
4.1 Modelagem da série temporal do produto X 79
4.1.1 Modelagem da série temporal do produto X utilizando os modelos de SE 80
4.1.2 Modelagem da série temporal do produto X utilizando os modelos ARIMA 81
4.1.3 Modelagem da série temporal do produto X utilizando RNAs 84
4.2 Modelagem da série temporal do produto Y 86
4.2.1 Modelagem da série temporal do produto Y utilizando os modelos de SE 87
4.2.2 Modelagem da série temporal do produto Y utilizando os modelos ARIMA 88

4.2.3 Modelagem da série temporal do produto Y utilizando RNAs 92

5 RESULTADOS 95
5.1 Resultados das séries temporais modeladas 95
5.1.1 Resultados do ajustamento e previsão da série temporal do produto X 95
5.1.2 Resultados do ajustamento e previsão da série temporal do produto Y 98
5.2 Discussão dos resultados 100

6 CONCLUSÃO 102
6.1 Síntese Conclusiva 102
6.2 Sugestões para pesquisas futuras 104

REFERÊNCIAS 106

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

1 INTRODUÇÃO

Em mercados altamente competitivos, como a maioria daqueles existentes atualmente, prever os resultados futuros é uma importante informação para as organizações que nestes estão inseridas (FLORES, 2009). As possibilidades das organizações em termos de oportunidades de negócios estão sendo ampliadas com a globalização da economia, com os avanços tecnológicos nos sistemas de distribuição, com os avanços tecnológicos nos sistemas de vendas (como por exemplo: o *e-commerce*), bem como devido a outros fatores. Porém, consequentemente, tais oportunidades fazem com que estas tenham que ampliar a sua capacidade de planejamento para não incorrer em altos custos de processos ou no possível não atendimento às demandas de mercado (JACOBS; COSTA, 2011). Tais situações, se não observadas, geram insatisfação dos clientes e consumidores ou, por parte da organização, insatisfação nos resultados obtidos.

Seja a organização uma empresa manufatureira ou prestadora de serviços, uma das informações de maior relevância para todo o seu sistema é o quanto e quando esta irá vender de seus produtos e/ou serviços. Quando se pode estimar a quantidade a ser vendida nos próximos períodos, seja este medido em semanas, meses, trimestres ou anos, pode se estimar, com certo grau de confiança, a quantidade de recursos e insumos necessários para o atendimento desta demanda. A partir de então, as atividades de planejamento para as principais funções existentes nas organizações, tais como: o financeiro, de produção, de logística e outros, tornam-se mais ajustadas com a realidade a ser enfrentada. Este planejamento, a partir das demandas previstas, faz com que a empresa consiga chegar a um nível adequado de atendimento ao cliente (caso o modelo de previsão e o método utilizado sejam eficazes), tornando viável o planejamento referente à quantidade de matéria-prima necessária para estoque e do momento e do local de atendimento às demandas, além de suprir

a empresa com informações referentes às necessidades de recursos financeiros necessários para os períodos vindouros.

A previsão de demanda é um processo fundamental para o planejamento global e consequentemente para a competitividade da empresa. Uma etapa relevante no processo é a decisão de qual modelo será utilizado. Também, a utilização de um modelo pressupõe a utilização de um método, que é outra importante decisão a ser tomada para que os resultados sejam eficazes e que o processo de obtenção destes seja o mais eficiente possível. Há na literatura uma área do conhecimento chamada de Análise de Séries Temporais (AST). Nesta área, existem vários modelos que se baseiam em diversos pressupostos quanto ao comportamento da série de dados, porém, o fato de existirem diversos modelos pode, muitas vezes, dificultar a análise (FLORES, 2009).

Segundo Zhang (2003), quando se faz previsão de demanda, comumente alguns modelos de predição são testados em virtude da impossibilidade do pesquisador que está aplicando o modelo conhecer previamente o processo gerador da série. Determinados modelos capturam adequadamente padrões lineares (modelos de Suavização Exponencial e *Autoregressive Integrated Moving Average*, por exemplo) existentes nas séries e, outros, os padrões não-lineares (Redes Neurais Artificiais, por exemplo) (LEE; TONG, 2011).

O presente estudo será conduzido em uma organização industrial de grande porte com diversas áreas de negócios. Quanto à metodologia empregada nesta monografia, o estudo é classificado como de modelagem quanto aos procedimentos técnicos, aplicado quanto à natureza da pesquisa, descritivo quanto aos seus objetivos e quantitativa quanto à sua abordagem.

1.1 Tema, Objetivos e Hipótese

O tema desta monografia é: os modelos de Suavização Exponencial (SE), os modelos *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) e os modelos de Redes Neurais Artificiais (RNAs) para a previsão de demanda de produtos de determinada organização industrial.

O objetivo geral deste trabalho é investigar a eficácia de previsão dos três modelos de séries temporais apresentados no tema, para a previsão de demanda de produtos de uma

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

organização industrial e comparar os resultados de previsão gerados por cada modelo. Identificar aquele que melhor descreve o processo gerador das séries temporais utilizadas, através da comparação dos erros gerados por cada modelo no processo de previsão (utilizando previsão 24 passos adiante).

Quanto aos objetivos secundários desta monografia, citam-se os seguintes:

a) Descrever algumas das abordagens existentes para a aplicação da previsão de demanda, explanando sobre modelos utilizados e verificados com relativa frequência na literatura científica referente ao assunto;

b) Contextualizar os modelos a serem utilizados e evidenciar a importância dos resultados por eles produzidos no contexto de um sistema de Planejamento e Controle de Produção (PCP);

c) Apresentar os conceitos e equações envolvidas na modelagem matemática dos modelos a serem utilizados na presente monografia;

d) Pesquisar, identificar e descrever os principais testes e análises estatísticas utilizadas para aplicação dos modelos propostos.

Desde o ressurgimento das RNAs em pesquisas científicas, muito se têm afirmado a respeito de sua superioridade em relação a outros modelos. Com o intuito de confirmar tal situação, formula-se a seguinte hipótese a ser testada na presente monografia: os modelos de RNAs apresentam maior eficácia em relação aos modelos de SE e aos modelos ARIMA.

1.2 Problema

A principal entrada para os processos de planejamento das principais funções existentes em uma organização é a demanda a ser realizada. Quanto mais variabilidade esta apresentar e, quanto menos capacidade de prevê-la (no sentido de aproximar o planejado ao real) a organização tiver, maiores serão os gastos relacionados às suas atividades. Isso significa: maiores níveis de estoques; maiores quantidades de recursos para movimentar estes estoques; maiores quantidades de recursos para manter estes estoques; capital financeiro investido em ativos que não trazem o devido retorno; maiores necessidades de capital de giro;

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

maiores despesas com juros para a cobertura de empréstimos para o atendimento às necessidades de capital de giro; não atendimento ou atendimento inadequado das necessidades e desejos dos clientes; entre diversas outras situações indesejadas.

Portanto, com os argumentos apresentados, a demanda a ser realizada constitui-se como sendo um processo de necessidade básica da organização e a melhoria deste processo possivelmente afetará de forma positiva e substancial a competitividade da organização como um todo. Assim, busca-se investigar qual dos modelos de previsão de séries temporais descritos no tema desta monografia apresentarão os melhores resultados em um contexto prático de PCP, respondendo a seguinte pergunta: qual modelo apresenta maior capacidade preditiva (para a previsão vinte e quatro passos adiante) conforme os dados históricos de demanda disponíveis?

1.3 Justificativa

Qualquer organização, seja ela pública ou privada, prestadora de serviços ou produtora de bens, com fins lucrativos ou não, necessita ser planejada e projetada para atender as necessidades dos seus clientes de forma rápida, confiável, no local exato e com os custos de operação em um nível adequado a fim de atender aos seus clientes e/ou consumidores de forma satisfatória. Tais argumentos tornam lógica a necessidade de projeto e planejamento para a operação do sistema, sendo que estas atividades são sustentadas por diversos dados que circundam o ambiente organizacional.

Neste contexto, o principal dado de entrada são as vendas ou possíveis vendas que a empresa realizará. Através das previsões de vendas da carteira de produtos da empresa, torna-se viável para esta estimar os recursos que serão necessários para a transformação de matéria-prima e informações em produtos acabados. Dentre estes recursos, citam-se como exemplo os seguintes: (*i*) as máquinas necessárias para o processo de produção; (*ii*) a quantidade de mão-de-obra direta e indireta; (*iii*) a quantidade de energia necessária; (*iv*) as equipes, máquinas e equipamentos de apoio; (*v*) a área física necessária; (*vi*) o nível tecnológico adequado; entre diversos outros.

Com base nos recursos estimados é possível também, estimar a capacidade de produção. A capacidade de produção visa informar o quanto a empresa consegue ou

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

conseguirá transformar de matérias-primas e informações em produtos acabados ou serviços em determinado período de tempo, permitindo análises do tipo: será possível produzir este item com os pedidos fixados e aqueles em produção? Qual(is) produto(s) é(são) mais viável(is) de ser(em) produzido(s) e em qual sequência?

Quanto mais acurado for o processo de previsão de demanda, maior a probabilidade de a empresa antever e adequar seus problemas relacionados à capacidade de produção. A demanda está diretamente ligada à dinâmica dos diversos fatores que circundam o ambiente econômico e é através de seu aumento ou declínio que as condições estruturais e infra-estruturais da empresa são alteradas, portanto, saber, ou melhor, sendo possível estimar quando isso irá ocorrer, facilitaria o planejamento das diversas áreas funcionais.

A motivação para a realização do presente trabalho, também se dá em virtude da aplicação de conhecimentos, conceitos e técnicas de outras áreas do conhecimento para a resolução de problemas relacionados à área de Engenharia de Produção (EP). Isso mostra que a EP é uma área de conhecimento com uma grande abrangência e com interface em diversas outras áreas. Neste trabalho, além dos aspectos puramente relacionados à EP, serão incorporados os conhecimentos da área de Economia, através dos modelos ARIMA e da área de Inteligência Artificial, utilizando os modelos de RNAs.

Assim, esta monografia abordará a classe de métodos quantitativos de previsão de demanda por intermédio de séries temporais e, conforme já mencionado, utilizando os seguintes modelos: SE, ARIMA e RNAs. Por tanto, optou-se por utilizar tais modelos em função das seguintes afirmações:

a) Modelos de SE: tais modelos são largamente utilizados, simples de se modelar e possuem baixo custo (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998);

b) Modelos ARIMA: estes modelos, por mais de meio século têm sido utilizados em diversas aplicações e é uma das técnicas de previsão de demanda mais difundida; são modelos que apresentam certa flexibilidade, podendo representar diversas situações de séries temporais (HO; XIE; GOH, 2002; MADDALA, 2003; ZHANG, 2003).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

c) RNAs: os modelos anteriores, em especial os modelos ARIMA, apresentam alta capacidade preditiva para séries temporais lineares; já os modelos RNA, em função de seu processamento paralelo, são utilizados satisfatoriamente em séries que apresentam padrões não-lineares; recentemente, tal modelo tem sido extensivamente utilizado em séries temporais para a previsão de demanda (LEE; TONG, 2011; ZHANG, 2003).

1.4 Delimitações do trabalho

A organização onde este estudo foi realizado não autorizou o autor a mencionar dados que revelassem sua identidade. A empresa argumenta ser estratégica a informação de seus dados de vendas e em virtude disso, considerou importante somente colaborar com o necessário para que o estudo fosse realizado, tendo em vista também que, sua apresentação ou não, não prejudicaria o desenvolvimento do presente. Portanto, quando se fizer necessário mencionar a organização onde a presente monografia foi realizada, utilizar-se-á do termo Empresa A.

Outra delimitação deste trabalho é que não serão realizadas transformações nas séries temporais para a estabilização da variância. Segundo Morettin e Toloi (2006), alguns pesquisadores realizaram estudos que concluíram a não utilização de transformações nas séries originais. Nelson *apud* Morettin e Toloi (2006) conclui que transformações não melhoram a qualidade da previsão. Makridakis e Hibon *apud* Morettin e Toloi (2006) verificaram que os dados transformados são estimadores viesados e deveriam, portanto, serem ajustados, porém isso é algo que não ocorre nos programas computacionais. Também, Granger e Newbold *apud* Morettin e Toloi (2006) observam que a heteroscedasticidade não afeta a adequação da previsão, pois ela não implica em estimadores viesados. Tendo em vista estas argumentações, optou-se por modelar as séries temporais utilizadas nesta monografia sem a utilização de transformações prévias nas séries temporais.

1.5 Estrutura da monografia

Conforme é apresentado no tema, a presente monografia abordará três modelos utilizados na literatura referente à previsão de demanda. São os seguintes os modelos utilizados: (*i*) modelos de SE; (*ii*) modelos ARIMA; e, (*iii*) modelos de RNAs. Serão então

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

analisados e comparados os resultados dos erros de previsão de cada modelo com o objetivo de investigar qual é o mais adequado para a predição das variáveis de interesse pesquisadas naquele contexto organizacional.

O primeiro modelo a ser utilizado será o de SE. A utilização dos modelos de SE é em função de alguns fatores básicos, tais como: sua simplicidade, baixo custo e razoável precisão (MAKRIDAKIS; WHEELRIGHT; HYNDMAN, 1998; TEIXEIRA, 2004; MORETTIN; TOLOI, 2006); tendo em vista também, que este é o método mais popular e com melhor custo/benefício entre os métodos de extrapolação (ARMSTRONG; BRODIE *apud* LEMOS, 2006). Ainda, ressalta-se que os modelos de SE apresentam adequada capacidade preditiva para as séries temporais com padrões lineares.

O segundo modelo a ser utilizado trata-se de uma das técnicas de AST mais difundida na literatura, a metodologia de Box-Jenkins (MADDALA, 2003; ZHANG, 2003; MORETTIN; TOLOI, 2006), também conhecida como modelos ARIMA. Tal metodologia foi popularizada por George Box e Gwilym Jenkins na década de 1970 (MAKRIDAKIS; WHEELRIGHT; HYNDMAN, 1998) e por mais de meio século tem sido utilizada em diversas áreas para a realização de previsões por intermédio de séries temporais (HO; XIE; GOH, 2002). Porém, a restrição na utilização dos modelos ARIMA é que estes apresentam alta acuracidade para séries temporais com padrões lineares, mas este fato não é verificado no caso de séries temporais com padrões não-lineares (LEE; TONG, 2011; ZHANG, 2003).

O terceiro modelo a ser utilizado será os modelos de RNAs. Tais modelos caracterizam-se como sendo uns dos modelos de previsão de séries temporais mais acurados existentes atualmente, amplamente utilizados e que tem gerado proveitosas aplicações nas áreas: social, econômica, engenharia, taxa de exportação, problemas de estoque, etc. (KHASHEI; BJARI, 2010). O fato a ressaltar nesta questão é que, ao contrário dos modelos ARIMA, os modelos de RNAs têm obtido sucesso em resultados para a previsão de séries temporais com padrões não-lineares (LEE; TONG, 2011).

Para atender aos objetivos desta monografia, subdividiu-se o trabalho nos seguintes capítulos: no Capítulo 1, onde além da introdução, é apresentado o tema, os objetivos, o problema, as justificativas, a delimitação do trabalho e a estrutura da monografia; no Capítulo 2, são apresentados os conceitos e demais informações relativos à previsão de demanda, séries temporais, modelos de SE, modelos ARIMA e modelos de RNAs; no Capítulo 3, onde são

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

apresentados o planejamento do método de pesquisa e a classificação da presente pesquisa; no Capítulo 4, é apresentada a modelagem das séries temporais definidas para o trabalho, utilizando os três modelos supracitados; no Capítulo 5, são apresentados os resultados da modelagem da série; e por último, o Capítulo 6 que apresenta a conclusão do trabalho e faz sugestões para pesquisas futuras.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No Capítulo 2, são apresentados os principais conceitos relativos à previsão de demanda e suas relações com a área de PCP e demais áreas das organizações; também, são apresentados os conceitos relevantes sobre séries temporais. Posteriormente, são apresentados os três modelos genéricos (e demais modelos que os compõem) utilizados na presente monografia, bem como os conceitos, as equações dos modelos que compõem cada modelo genérico e alguns testes estatísticos necessários à sua utilização.

2.1 Previsão de demanda

A previsão de demanda é um processo que é sustentado por uma metodologia de trabalho clara e definida, que apoiada em modelos estatísticos, matemáticos ou econométricos, ou ainda, em modelos subjetivos, busca determinar os valores futuros de uma série temporal de vendas (MARTINS; LAUGENI, 2003; FIGUEREDO, 2008). Segundo Figueredo (2008), tal processo possibilita ao usuário obter conhecimento a respeito da provável evolução da série no futuro. A necessidade e importância de um processo como este se dá pelo fato de que, segundo Tubino (2007), a previsão de demanda é a variável mais importante na definição de um sistema de produção, especialmente para as funções desenvolvidas pelo PCP.

A previsão de demanda é uma tarefa difícil em virtude da quantidade e complexidade dos fatores que influenciam em seu comportamento, porém é uma entrada fundamental para os processos decisórios de nível estratégico e operacional (VELASQUEZ; FRANCO; GARCIA, 2009). Morettin (2008) e Figueredo (2008) ressaltam que a previsão de demanda

não deve constituir um fim em si e sim um meio ou maneira de se obter e fornecer informações para a tomada de decisões, visando sempre atingir determinados objetivos.

Podem-se categorizar dois momentos importantes onde as previsões são usadas pelo PCP: o primeiro é para o planejamento (longo prazo) e o segundo para a utilização (curto e médio prazo) do sistema produtivo. Para a etapa de planejamento do sistema, as previsões de demanda são utilizadas para o seguinte:

> Previsões agregadas de longo prazo são usadas para elaborar estrategicamente o plano de produção, definindo que família de produtos e serviços oferecer ao mercado, de que instalações e equipamentos dispor, em que nível de atividade trabalhar, que qualificação da mão-de-obra buscar, etc. (TUBINO, 2007, p.15).

Para a utilização do sistema produtivo, as previsões de demanda dos produtos são utilizadas para a seguinte finalidade:

> Previsões detalhadas de médio e curto prazo são empregadas para o planejamento mestre e programação da produção no sentido de utilizar os recursos disponíveis, envolvendo a definição de planos de produção e armazenagem, planos de compras e reposição dos estoques, planos de cargas de mão-de-obra e sequenciamento da produção (TUBINO, 2007, p.15).

De forma a resumir e apresentar a importância do processo de previsão de demanda, o Quadro 1 relaciona as argumentações de alguns autores quanto a tal situação.

Autor e ano	O que argumenta	Por que argumenta
- Mesquita (2008).	Tem um papel central nos processos de planejamento de empresas manufatureiras e de serviços	- Influencia nos resultados econômicos; - Decisões financeiras, comerciais e operacionais são tomadas com base nesta informação.
- Chase *et al*. (2006); - Martins e Laugeni (2003).	É a base para o planejamento corporativo de longo prazo e vital para as diversas áreas funcionais da empresa	- Proporciona planejamento orçamentário e de custos para a área de finanças e contabilidade; - Proporciona informações para o planejamento de produto (*Marketing*) e para as decisões do pessoal de vendas.
- Mesquita (2008); - Tubino (2007); - Chase *et al*. (2006).	É a base para diversos processos da organização	- Para o planejamento estratégico da produção; - Para o PCP; - Para o planejamento da capacidade; - Para o planejamento agregado de produção; - Para o estabelecimento de metas de produção.

Quadro 1 – Importância e utilização do processo de previsão de demanda

Fonte: Do autor (2011)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Desta forma, ressalta-se que para a adequada aplicabilidade de um sistema de previsão de demanda, há a necessidade de três condições: (*i*) disponibilidade de informações históricas; (*ii*) possibilidade da transformação das informações históricas em dados numéricos; e (*iii*) suposição da repetição de padrões observados em dados passados no tempo futuro ou, como conhecida, a suposição de continuidade (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; PELLEGRINI; FOGLIATTO, 2001).

As decisões referentes aos elementos temporais englobam especificamente o seguinte: o período, horizonte e intervalo de previsão. O período é a unidade básica do tempo e depende do espaço de tempo em que os dados de demanda estão armazenados, porém geralmente é expresso em meses ou semanas. O horizonte é o número de períodos futuros englobados pela previsão e é expresso na mesma unidade do período (PELLEGRINI; FOGLIATTO, 2001).

Uma importante questão a ressaltar e que reflete na escolha e adoção das técnicas a serem utilizadas, é que existem dois padrões de demanda: um deles é o padrão pontual e o outro é o padrão repetitivo (MESQUITA, 2008). Ambos os padrões existentes encontram-se ilustrados na Figura 1.

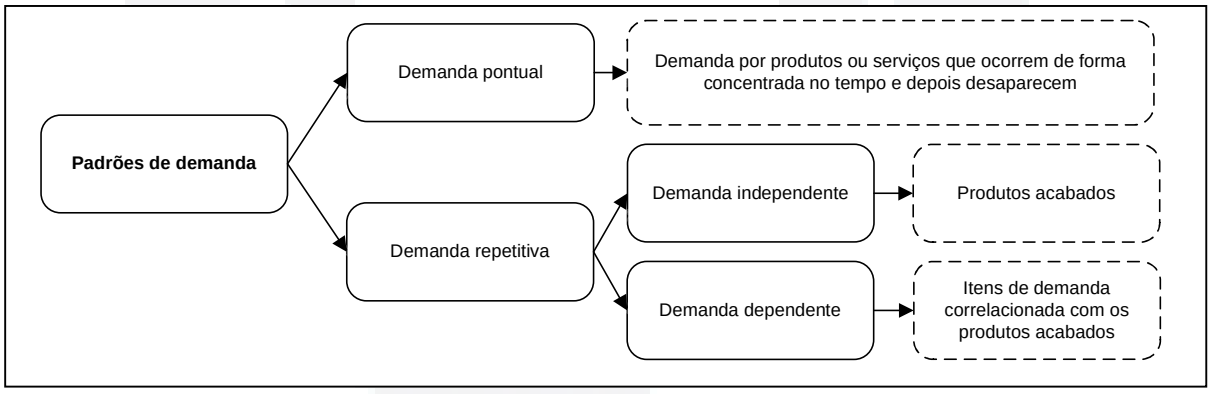

Figura 1 – Padrões de demanda

Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base em Mesquita (2008)

O primeiro padrão refere-se às demandas que ocorrem em forma de pico e concentradas no tempo. Exemplos deste caso é a demanda por vacinas quando da realização de uma campanha de vacinação e a demanda por enfeites natalinos nos períodos de fim de ano. O segundo padrão é referente aquele ao qual a demanda é repetitiva e por sua vez, classificada como demanda independente e demanda dependente (MESQUITA, 2008).

Cabe enfatizar que os métodos de previsão de demanda são classificados conforme suas abordagens, que são: (*i*) métodos quantitativos; (*ii*) métodos qualitativos; ou, (*iii*) métodos que utilizam a combinação dos dois. Para a previsão utilizando os métodos

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

quantitativos, requer-se a construção de modelos matemáticos baseados em dados históricos que descrevam a variação da demanda ao longo do tempo, ou melhor, modelos baseados nas séries temporais (PELLEGRINI, 2000).

Os métodos qualitativos são aqueles baseados em opiniões de especialistas, tais como: executivos, pessoal de vendas e expectativas dos consumidores. Em Sanders e Manrodt (1994) é destacado que os métodos qualitativos apresentam um baixo grau de precisão, porém, mesmo com a difusão de métodos mais avançados de previsão de demanda, continuam sendo os mais utilizados nas empresas (PELLEGRINI; FOGLIATTO, 2001). Dentre os métodos qualitativos mais utilizados, cita-se o método Delphi (PELLEGRINI, 2000). Os problemas em relação ao método Delphi são em virtude da necessidade de elaboração de um questionário adequado, em selecionar um painel de especialistas apropriado e em tentar lidar com os vieses inerentes às visões (LINSTONE; TUROOF *apud* SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2009).

Nesta seção foram revisados os principais conceitos relativos à previsão de demanda, sua importância e sua aplicabilidade. Na Seção 2.2, são apresentados os conceitos fundamentais a respeito de séries temporais, de forma a complementar a abordagem de previsão de demanda a ser utilizada nesta monografia. No final da seção são classificados os modelos a serem utilizados no presente trabalho, conforme a abordagem de séries temporais de cada um destes.

2.2 Séries temporais

As séries temporais são medidas de determinadas variáveis (vendas de um determinado produto, receita de determinado produto ou de um conjunto de produtos, quantidade de matéria-prima, vazão de um determinado sistema, etc.) tomadas a intervalos regulares de tempo (MOORE *et al.*, 2006). Já a Análise de Séries Temporais (AST) é um método que mapeia uma determinada variável ao longo do tempo, removendo as variações com causas assinaláveis e utilizando a extrapolação para previsão do comportamento futuro (SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2009).

A AST é uma importante área da previsão de demanda onde dados históricos de algumas variáveis são coletados e analisados visando obter um modelo que descreva a relação subjacente destas variáveis (ZHANG, 2003). Para tanto, os dados passados de determinada

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

variável são coletados e analisados para o desenvolvimento de um modelo que descreve a relação não descoberta desta variável e, com base nestes, prevendo os valores futuros da série (ZOU *et al.*, 2007; CHASE; JACOBS; AQUILANO, 2006).

Um estudo comparativo de métodos de previsão de mercado no tocante ao longo prazo foi realizado por Armstrong e Grohman *apud* Slack, Chambers e Johnston (2009). A conclusão foi de que as previsões realizadas por métodos econométricos são mais acuradas em relação a outros métodos. Para Martins e Laugeni (2003), os modelos econométricos, no horizonte de longo prazo, mostram-se os mais utilizados.

Para o adequado entendimento quanto aos horizontes de tempo para a previsão de demanda, cita-se na literatura os seguintes: curto, médio e longo prazo. O curto, médio e longo prazo, geralmente, se referem a menos de três meses; de três meses a dois anos; e, mais do que dois anos, respectivamente (CHASE; JACOBS; AQUILANO, 2006; MARTINS; LAUGENI, 2003).

Contudo, ressalta-se que nenhuma técnica de previsão é perfeita, sempre haverá erros envolvidos neste processo, pois são vários os fatores que influenciam o ambiente de negócios. Neste contexto, uma estratégia importante é a de se estabelecer uma prática de revisão contínua das previsões e, para isso, a utilização de dois ou três métodos de forma simultânea se faz adequada (CHASE; JACOBS; AQUILANO, 2006).

São duas as abordagens existentes para o tratamento de séries temporais: a abordagem determinística com termo errático aleatório e a abordagem que encara as séries de tempo como sendo gerado integralmente por um mecanismo aleatório denominado processo estocástico (FAVA, 2000). A Figura 2 exemplifica tal situação.

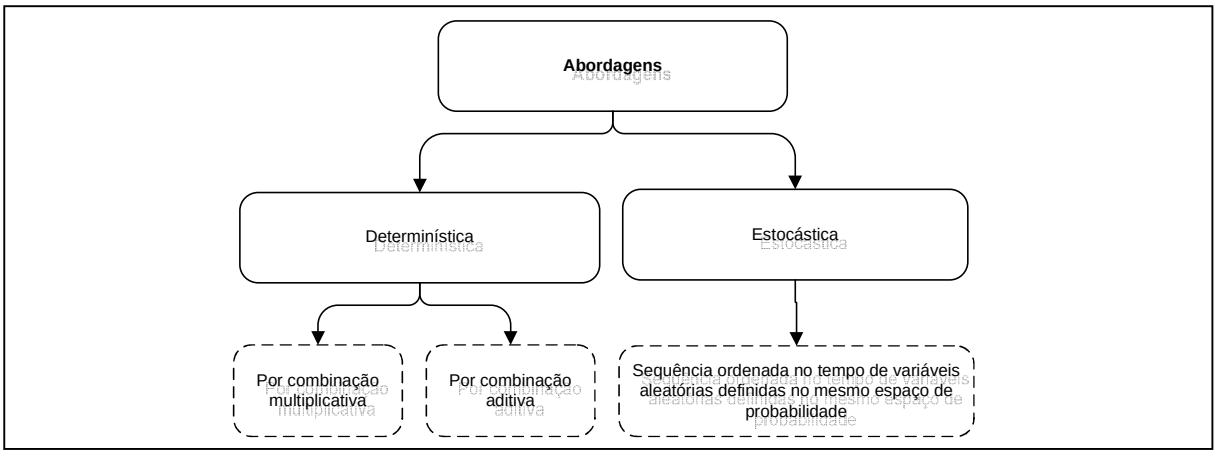

Figura 2 – Definição das abordagens das séries temporais

Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base em Fava (2000)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Na abordagem determinística, têm-se os métodos por combinação aditiva e multiplicativa, aos quais estes, combinam os seguintes componentes: (*i*) tendência (T_t) no período *t*; (*ii*) ciclo (C_t) no período *t*; (*iii*) sazonalidade (S_t) no período *t*; e, (*iv*) o erro aleatório (e_t) correspondente ao período *t* (FAVA, 2000).

Os modelos a serem utilizados no presente trabalho, podem ser classificados da seguinte forma:

a) Modelos de SE: tais modelos utilizam-se da combinação multiplicativa ou aditiva dos componentes presentes na série temporal, portanto, sendo classificados como de abordagem determinística;

b) Modelos ARIMA: a série temporal é modelada considerando os valores passados da variável independente e/ou os erros gerados pelo modelo, assim tanto a variável dependente quanto o erro produzido seguem determinada distribuição de probabilidades. Portanto, tal metodologia é baseada em uma abordagem estocástica;

c) RNAs: os modelos de RNAs modelam as séries temporais por intermédio do treinamento e da aprendizagem do processo gerador da série. Tendo em vista este fato, os dados gerados por determinada série temporal seguem alguma distribuição de probabilidade e, neste sentido, a RNA buscará aprender esse processo de geração para que seja capaz de generalizá-lo para os períodos futuros. Desta forma, tal método também é baseado em uma abordagem estocástica.

Tendo os principais tópicos sobre previsão de demanda e séries temporais sido realizados, a Seção 2.3 abordará alguns dos modelos conhecidos como de Suavização Exponencial. Tais modelos, caso a série temporal seja gerada por um processo constante e sujeito a determinado erro, são as melhores estatísticas a serem utilizadas para a previsão de seus valores futuros (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

2.3 Modelos de Suavização Exponencial (SE)

Os modelos de SE são métodos conhecidos com esta denominação em virtude destes aplicarem um conjunto de pesos desiguais aos valores passados da série temporal, sendo que tais pesos decaem de forma exponencial da mais recente a mais distante observação (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; MORETTIN; TOLOI, 2006). Estes modelos são originários da década de 40, com os estudos realizados por Robert Goodbell Brown. Na década seguinte, Charles Carter Holt, independentemente de Brown, desenvolveu métodos diferentes de SE, publicando seu trabalho em 1957. No início da década de 1960, Peter Winters testou os modelos de Holt utilizando dados empíricos, fazendo com que tal modelo passasse a ser conhecido como Holt-Winters (FELICIANO, 2009).

Atualmente, a larga utilização dos modelos de SE são em virtude de sua simplicidade, baixo custo e razoável precisão (MAKRIDAKIS; WHEELRIGHT; HYNDMAN, 1998; TEIXEIRA, 2004; MORETTIN; TOLOI, 2006) e a principal desvantagem é a dificuldade em determinar os valores mais apropriados das constantes de suavização (MORETTIN; TOLOI, 2006). É considerado o método mais popular e com melhor custo/benefício entre os métodos de extrapolação (ARMSTRONG; BRODIE *apud* LEMOS, 2006). Teixeira (2004) cita como exemplo a necessidade de previsão para milhares de itens em sistemas de gestão de estoques. Segundo o autor, tais modelos são muitas vezes os únicos suficientemente rápidos e baratos para a implementação viável.

Nas Seções 2.3.1 e 2.3.2 são apresentados dois dos modelos utilizados em AST por intermédio dos modelos de SE, que são: (*i*) os modelos de Suavização Exponencial de Holt (SEH); e, (*ii*) os modelos de Suavização Exponencial de Holt-Winters (SEHW). Tais modelos são simples de serem aplicados, portanto, serão apresentados de forma resumida, na medida do necessário para o seu entendimento.

2.3.1 Modelos de Suavização Exponencial de Holt (SEH)

Segundo Makridakis, Wheelwright e Hyndman (1998) e Teixeira (2004), os modelos de Suavização Exponencial de Holt (SEH) são utilizados satisfatoriamente em séries temporais que apresentam tendência de crescimento linear. A diferença deste método para o método de suavização exponencial simples (este modelo, em virtude de sua simplicidade e baixo grau de ajustamento não será abordado neste trabalho) é que o segundo realiza apenas a

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

suavização do nível da série enquanto o primeiro, além do nível, realiza a suavização da tendência (ALLEMÃO, 2004; MORETTIN; TOLOI, 2006). Tal modelo é descrito por três equações e dois parâmetros de suavização. A Equação 1 realiza a estimativa do nível, a Equação 2 da inclinação e, a Equação 3 realiza o cálculo da previsão para os próximos *k* períodos da série temporal (MAKRIDAKIS; WHEELRIGHT; HYNDMAN, 1998; PELLEGRINI, 2000).

$$L_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (1)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \quad (2)$$

$$\hat{y}_{t+k} = L_t + kT_t \quad (3)$$

Os modelos de SEH necessitam de valores iniciais para as variáveis L_0 e T_0. Para o cálculo dos valores iniciais pode-se igualar L_0 ao último valor observado na série temporal e, para o cálculo de T_0, pode-se calcular uma média da declividade nas últimas observações. Alternativamente, pode-se utilizar uma regressão linear simples para cálculo de tais parâmetros (PELLEGRINI, 2000). Quanto às constantes α e β do modelo, estas são obtidas através do cálculo da minimização da soma dos erros quadráticos de previsão (EQUAÇÃO 76) (ALLEMÃO, 2004). Acrescentam Morettin e Toloi (2006) que para a otimização do processo de previsão é necessário considerar tais constantes como sendo um vetor e então proceder ao cálculo da minimização da soma dos erros quadráticos.

2.3.2 Modelos de Suavização Exponencial de Holt-Winters (SEHW)

Os modelos de Holt-Winters, ou como também conhecidos simplesmente por modelos de Winters, são modelos adequados para séries temporais que apresentam tendência e sazonalidade. Tais modelos dividem-se em aditivo (SEHWA) e multiplicativo (SEHWM). Ambos os modelos e suas utilizações são baseados em quatro equações com constantes de ajustamento diferentes associadas às componentes de nível, tendência, sazonalidade e a equação de previsão. No modelo SEHWA, parte-se do pressuposto que a amplitude da variação sazonal permanece constante ao longo do tempo, já no modelo SEHWM, que a amplitude da variação sazonal varia ao longo do tempo (PELLEGRINI, 2000; ALLEMÃO,

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

2004). Segundo Allemão (2004), as séries com características dos modelos SEHW são séries frequentemente observadas no dia a dia.

As constantes utilizadas nos modelos de SEHW, da mesma forma que as demais utilizadas nos modelos de SE, são determinadas através da minimização da soma dos quadrados dos erros de ajustamento e, a determinação dos valores apropriados, trata-se da principal dificuldade da utilização destes modelos (ALLEMÃO, 2004; MORETTIN; TOLOI, 2006). Além desta, Morettin e Toloi (2006) citam como outra dificuldade dos modelos de SEHW, o estudo das propriedades estatísticas, tais como: média e variância de previsão; e, consequentemente, a construção de um intervalo de confiança.

Nos modelos SEHWM há a característica da sazonalidade da série ser afetada pelo seu nível. A série temporal, portanto, é resultante do produto de seus componentes individuais: nível, tendência e sazonalidade (ALLEMÃO, 2004). As equações do modelo SEHWM são apresentadas nas Equações 4, 5, 6 e 7, sendo, respectivamente, correspondentes aos seguintes componentes: nível da série, tendência, sazonalidade e a previsão a ser realizada em *k* períodos a frente. Ressalta-se que para a estimativa do componente sazonal (*S*) necessita-se, no mínimo, uma estação completa de observações dos *s* períodos (MAKRIDAKIS; WHEELRIGHT; HYNDMAN, 1998; PELLEGRINI, 2000).

$$L_t = \alpha \frac{y_t}{S_{t-s}} + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \tag{4}$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \tag{5}$$

$$S_t = \gamma \frac{z_t}{L_t} + (1-\gamma)S_{t-s} \tag{6}$$

$$\hat{y}_{t+k} = (L_t + kT_t)S_{t-s+k} \tag{7}$$

Nos modelos SEHWA, ao contrário dos modelos SEHWM, a sazonalidade da série não se altera à medida que o nível da série muda (ALLEMÃO, 2004). As equações do modelo SEHWA são apresentadas nas Equações 8, 9, 10 e 11, sendo, respectivamente, correspondentes aos seguintes componentes: nível da série, tendência, sazonalidade, bem como a previsão a ser realizada em *k* períodos a frente (MAKRIDAKIS; WHEELRIGHT; HYNDMAN, 1998; PELLEGRINI, 2000).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

$$L_t = \alpha\left(y_t - S_{t-s}\right) + \left(1-\alpha\right)\left(L_{t-1} + T_{t-1}\right) \tag{8}$$

$$T_t = \beta\left(L_t - L_{t-1}\right) + \left(1-\beta\right)T_{t-1} \tag{9}$$

$$S_t = \gamma\left(y_t - L_t\right) + \left(1-\gamma\right)S_{t-s} \tag{10}$$

$$\hat{y}_{t+k} = L_t + kT_t + S_{t-s+k} \tag{11}$$

Em Makridakis, Wheelwright e Hyndman (1998) é apresentada uma estratégia para a utilização dos modelos de SE apresentados nas Seções 2.3.1 e 2.3.2. A estratégia descrita pelos autores é mostrada na Figura 3.

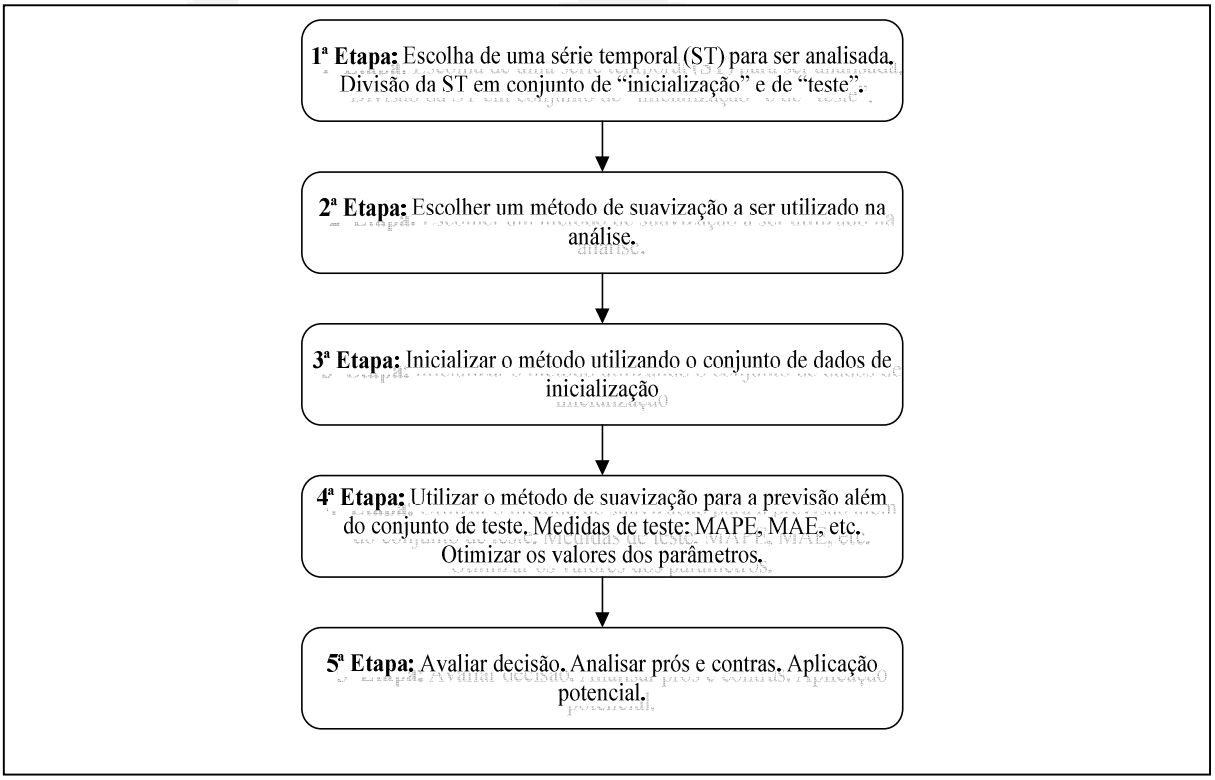

Figura 3 – Estratégia para a avaliação dos métodos de previsão

Fonte: Adaptado de Makridakis, Wheelwright e Hyndman (1998)

A descrição das etapas da estratégia para a utilização dos modelos SE é descrita a seguir. Ainda, segundo os autores, tal estratégia é aplicável a qualquer metodologia de previsão (MAKRIDAKIS; WHEELRIGHT; HYNDMAN, 1998).

a) 1ª Etapa: A série temporal de interesse é divida em duas partes (uma parte será o conjunto de inicialização e a outra será o conjunto de teste) então a avaliação de um método de previsão poderá ser realizada;

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

b) 2ª Etapa: Um método de previsão é escolhido da lista de métodos possíveis de serem utilizados;

c) 3ª Etapa: O conjunto de dados de inicialização é então utilizado no método de previsão escolhido. Nesta etapa são realizadas as estimativas de parâmetros, componentes de tendência e de sazonalidade;

d) 4ª Etapa: O método é então aplicado ao conjunto de teste para verificar o quão bem este irá modelar os dados não utilizados na estimação dos componentes do modelo. Após o ajustamento, o erro de previsão é determinado. Caso os parâmetros inicialmente estimados não sejam ótimos, serão necessárias modificações no processo de inicialização;

e) 5ª Etapa: Finalmente, o método de previsão é avaliado quanto à sua conformidade para os vários de padrões de dados.

Feitas as considerações necessárias a respeito dos modelos de SE, a Seção 2.4 apresenta os conceitos, modelos matemáticos, testes estatísticos e a metodologia que está por trás dos modelos ARIMA ou modelos de Box-Jenkins.

2.4 Metodologia de Box-Jenkins ou modelos ARIMA

O trabalho de Box e Jenkins denominado "*Time Series Analysis: Forecasting and Control*" foi o trabalho que integrou todo o conhecimento existente e promoveu uma ruptura nesta área. Segundo Ediger e Akar *apud* Sobreiro, Araújo e Nagano (2009), os modelos Auto-Regressivos (AR) e de Médias Móveis (MA) os quais compõem os modelos ARIMA, foram propostos na literatura em 1926 e 1937, respectivamente. A evolução dos computadores fez o uso destes modelos aplicáveis a diversos campos da ciência (CHRISTODOULOS; MICHALAKELIS, 2010). Assim, há diversas aplicações gerais e específicas realizadas por diversos autores quanto ao presente modelo, citam-se as seguintes: aplicações na área médica, ambiental, financeira e de engenharia; modelagem de séries temporais para a previsão da qualidade do ar; modelagem da demanda de turistas que chegam à Austrália proveniente de três países da Ásia, etc. (WERNER; RIBEIRO, 2003).

Na metodologia conhecida popularmente como Box-Jenkins e tecnicamente como ARIMA, parte-se do princípio que cada valor da série temporal pode ser explicado por seus

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

valores prévios, em virtude da utilização de uma estrutura de correlação temporal, que é algo que geralmente há entre os valores da série (GUJARATI, 2000; FAVA, 2000; WERNER; RIBEIRO, 2003). Para Gujarati (2000) a ênfase destes métodos de previsão está em se analisar as propriedades probabilísticas das séries temporais em si mesmas. E, por estes modelos envolverem apenas uma série de tempo, eles são classificados como modelos univariados (FAVA, 2000).

Modelos univariados são modelos que utilizam apenas uma variável para sua execução e consistem em explicar determinada variável por meio de valores passados dela mesma, dos valores passados de choques e dos valores passados dos erros ou resíduos (SARTORIS, 2003; MATOS, 2000). Partindo do pressuposto que os valores de determinada série temporal são altamente dependentes dos valores passados, seus valores futuros poderão ser explicados pelos valores passados da série (PELLEGRINI, 2000).

No Quadro 2 apresenta-se alguns exemplos de pesquisas que utilizaram os modelos ARIMA para a previsão de séries temporais (SOBREIRO; ARAÚJO; NAGANO, 2009).

Ano	Pesquisadores	Objeto de estudo
1998	Ho e Xie	Previsão de falhas em sistemas mecânicos
2001	Junttila	Previsão de taxa de inflação futura na Finlândia
2001	Tseng *et al.*	Previsão da taxa de câmbio entre moeda norte-americana e a de Taiwan
2002	Tseng e Tzeng	Previsão da produção de máquinas e bebidas fortes em Taiwan
2007	Ediger *et al.*	Previsão das quantidades produzidas de combustível fóssil
2007	Erdogdu	Previsão da demanda de eletricidade na Turquia
2007	Zou *et al.*	Previsão do preço do trigo na China

Quadro 2 – Exemplos de pesquisas que utilizaram a modelagem ARIMA

Fonte: Sobreiro, Araújo e Nagano (2009, p. 48)

Segundo Mélard e Pasteels *apud* Sobreiro, Araújo e Nagano (2009) o principal problema relacionado à utilização dos modelos ARIMA é sua sofisticação que requer um profundo conhecimento de amplas técnicas. Tal situação faz com que os usuários necessitem treinamento em análise estatística e na utilização de *software* específico para a resolução. Acrescentam Morettin e Toloi (2006) que o uso destes modelos requer experiência por parte do pesquisador, além de somente o uso de um pacote computacional para a realização de previsão. Além disto, Aburto e Weber (2007) e Zhang (2003) ressaltam que a principal limitação na utilização dos modelos ARIMA é que tais modelos assumem uma relação linear entre a variável dependente e independente, o que nem sempre acontece.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Quanto aos benefícios da utilização dos modelos ARIMA, pode-se dizer que tais modelos são relativamente flexíveis e podem representar diversas situações diferentes de séries temporais, podendo-se utilizar apenas um filtro, como: o AR, ou o MA, ou ARMA (ZHANG, 2003). Neste sentido, os modelos ARIMA são os resultados da combinação de três filtros: o filtro auto-regressivo (AR), o de integração (I) e o de médias móveis (MA); e, para a modelagem de uma determinada série temporal, tanto se podem utilizar os três, quanto apenas um subconjunto destes (FAVA, 2000).

Na sequência do trabalho, as Seções 2.4.1 e 2.4.2 apresentam as duas funções fundamentais para a AST utilizando os modelos de Box-Jenkins (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998): (*i*) a Função de Auto-Correlação (FAC) e (*ii*) a Função de Auto-Correlação Parcial (FACP). Tendo em vista a importância de tais estatísticas para a utilização dos modelos ARIMA, resolveu-se por apresentá-las logo no início da seção que trata dos modelos supracitados. Alguns conceitos que serão apresentados nas Seções 2.4.1 e 2.4.2 ainda não foram delineados (por exemplo: a condição de estacionariedade) em virtude do sequenciamento lógico do trabalho, porém são descritos na Seção 2.4.5.1.

2.4.1 Função de Auto-Correlação (FAC)

A estatística de auto-correlação ou correlação serial de ordem *k* é uma ferramenta amplamente utilizada nos modelos de Box-Jenkins (ENDERS, 2004) e que descreve a correlação entre dois valores de determinada variável, em diferentes períodos de tempo (PELLEGRINI, 2000; FAVA, 2000). Um coeficiente de auto-correlação ρ_1, que mede a correlação entre a variável no período *t* em relação ao período defasado *t-1* (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998), é chamado de coeficiente de auto-correlação de *lag* 1, assim como um coeficiente de auto-correlação ρ_k é dito de coeficiente de auto-correlação de *lag k* (PELLEGRINI, 2000).

A FAC é uma estatística chave em ASTs, pois é uma importante ferramenta para a investigação das propriedades empíricas da série temporal, como: identificação da condição de estacionariedade e identificação de modelos potenciais a serem utilizados na modelagem e previsão da série temporal (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; GUJARATI, 2000; MORETTIN, 2008). Assim, a estimativa do coeficiente de auto-

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

correlação populacional de *lag k* é dada pela Equação 12 (BOX *et al. apud* PELLEGRINI, 2000; FAVA, 2000).

$$\rho_k = \frac{E\left[(y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)\right]}{\sqrt{E\left[(y_t - \mu)^2\right]E\left[(y_{t-k} - \mu)^2\right]}} = \frac{Cov(y_t, y_{t-k})}{V(y_t)} \quad (12)$$

Como descrito anteriormente, a Equação 12 apresenta a estimativa do coeficiente de auto-correlação populacional, porém, na prática, é necessário trabalhar com o coeficiente de auto-correlação amostral onde a estimativa deste coeficiente de *lag k* é dada pela Equação 13 (PELLEGRINI, 2000; MATOS, 2000; FAVA, 2000; MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998).

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}(y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2} \text{ para k = 0,1,2,... n.} \quad (13)$$

O conjunto de valores de r_k é denominado FAC e a representação gráfica deste conjunto de valores em relação a seus *lags* é o correlograma da função (MATOS, 2000; FAVA, 2000). Em relação a uma de suas utilizações, Matos (2000) faz a seguinte indicação para identificação da condição de não-estacionariedade de determinada série temporal:

> Se os valores da função de auto-correlação iniciam-se próximos da unidade e declinam-se lenta e gradualmente à medida que aumenta a distância (número de defasagens *k*) entre os dois conjuntos de observações a que se referem, há indicações da existência de raiz unitária. A série de tempo é, portanto, não estacionária e segue um passeio aleatório. Se esses coeficientes declinam rapidamente à medida que tal distância se amplia, tem-se uma série com características de estacionariedade (MATOS, 2000, p. 238).

Para a realização de uma análise estatística sobre a FAC amostral requer-se o conhecimento prévio da distribuição de probabilidades de r_k. Se $\rho_k = 0$ para $k \neq 0$, a variância de r_k é aproximadamente igual a $\frac{1}{n}$. Porém, se *n* for grande a distribuição de r_k é aproximadamente Normal. Conhecida a distribuição de r_k, pode-se construir os intervalos de confiança e utilizar testes de hipóteses para verificar se cada coeficiente de auto-correlação é nulo. É possível testar se os *K* primeiros coeficientes de auto-correlação são conjuntamente iguais a zero, por intermédio do teste de Ljung-Box, conforme Equação 14 (FAVA, 2000).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

$$Q(K) = n(n+2)\sum_{k=1}^{K} \frac{r_k^2}{n-k} \tag{14}$$

O teste estatístico de Ljung-Box (EQUAÇÃO 14) segue a distribuição χ^2 com K graus de liberdade. A constatação do teste é realizada por meio da comparação entre as seguintes estatísticas: se $Q(K) > \chi_K^2$, rejeita-se a hipótese de que os K primeiros coeficientes de auto-correlação são iguais a zero e vice-versa (FAVA, 2000).

2.4.2 Função de Auto-Correlação Parcial (FACP)

Conforme apresentado por Makridakis, Wheelwright e Hyndman (1998), a FACP é utilizada de forma conjunta com a FAC para a identificação dos modelos a serem utilizados para a modelagem e previsão da série temporal. Além disto, a FACP também pode auxiliar na identificação da condição de estacionariedade da série temporal (MATOS, 2000; GUJARATI, 2000; MORETTIN, 2008). Para k = 1, os coeficientes de auto-correlação e auto-correlação parcial são idênticos. Para k > 1, pode ser utilizada a Equação 15 (MATOS, 2000).

$$\varphi_k = \left[\frac{t^2}{\left(t^2 + n - r\right)} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{15}$$

Onde t é a estatística t do parâmetro $\hat{a}_k$ na função linear $Y_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_k Y_{t-k} + s_t$, r é o número de regressores incluídos na função, inclusive a constante. Para a resolução dos cálculos dos coeficientes descritos acima, existe o algoritmo de Box e Jenkins (1976) que é usado em alguns programas de Econometria (MATOS, 2000).

A FACP mede a correlação entre o valor de determinada série no tempo t e seu valor defasado em t-k depois que a influência de $y_{t-1}, y_{t-2}, ...y_{t-k+1}$ sobre y_t ser descontada (FAVA, 2000; ENDERS, 2004). A sequência de pares $\left(j, \phi_{jj}\right)$ constitui a FACP e para tanto, Fava (2000) e Morettin e Toloi (2006) apresentam mais duas formas possíveis para o cálculo dos coeficientes e da função, uma destas é apresentada nas Equações 16, 17 e 18.

$$y_t = \beta_{11} y_{t-1} + \varepsilon_t \rightarrow \phi_{11} = \beta_{11} \tag{16}$$

$$y_t = \beta_{11} y_{t-1} + \beta_{22} y_{t-2} + \varepsilon_t \rightarrow \phi_{22} = \beta_{22} \tag{17}$$

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

$$y_t = \beta_{k1} y_{t-1} + \beta_{k2} y_{t-2} + ... + \beta_{kk} y_{t-k} + \varepsilon_t \rightarrow \phi_{kk} = \beta_{kk} \quad (18)$$

A segunda forma apresentada é conhecida como o sistema de equações de Yule-Walker para a obtenção dos valores de ϕ_{jj} (MORETTIN; TOLOI, 2006). Este procedimento é apresentado nas Equações 19, 20 e 21. A diferença deste entre os demais apresentados é que o último método utiliza-se das estimativas do coeficiente populacional da FAC para o cálculo da FACP (FAVA, 2000).

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2 \rho_1 + ... + \phi_k \rho_{k-1} \quad (19)$$

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1 + \phi_2 + ... + \phi_k \rho_{k-2} \rightarrow \phi_{jj} = \phi_j \text{ , j = 1,2...k} \quad (20)$$

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + ... + \phi_k \quad (21)$$

Para a realização dos testes de hipóteses e determinação dos intervalos de confiança de $\hat{\phi}_{jj}$ é necessário o conhecimento a respeito de sua distribuição de probabilidades (FAVA, 2000). Quenouille *apud* Fava (2000) salienta que para o processo auto-regressivo de ordem *p*, a variância de $\hat{\phi}_{jj}$ para $j>p$ é aproximadamente igual a $\frac{1}{n}$. Para *n* moderado, o autor indica que a variância apresentada tem distribuição aproximadamente Normal.

Com o aumento do número de defasagens, os coeficientes de auto-correlação entre determinada variável e seu valor defasado tendem a tornarem-se estatisticamente iguais a zero, sendo suas contribuições, a partir de então, desprezíveis. Para maior eficácia da análise, há uma regra prática para determinar o tamanho da amostra do número máximo de defasagens nos cálculos de FAC e FACP, onde: $k \geq \frac{1}{3n}$ (GUJARATI, 2000; MATOS, 2000).

Feitas estas considerações a respeito das estatísticas para a modelagem e previsão de séries temporais utilizando os modelos de Box-Jenkins, a Seção 2.4.3 irá apresentar alguns dos modelos empregados em sua utilização. A seção supracitada apresentará somente os modelos estacionários (modelos que não precisam ser diferenciados para tornar a série estacionária), sendo os demais modelos descritos na Seção 2.4.4.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

2.4.3 Modelos estacionários

Os modelos que compõem a metodologia de Box-Jenkins a serem apresentados nesta seção são aqueles que não necessitam de um processo denominado diferenciação para que possam ser utilizados na modelagem e na previsão das séries temporais, pois estes são modelos estacionários. Na Seção 2.4.3 são apresentados os seguintes modelos: (*i*) o modelo Auto-Regressivo (AR); (*ii*) o modelo de Médias Móveis (MA); e, (*iii*) o modelo misto Auto-Regressivo de Médias Móveis (ARMA).

2.4.3.1 Modelos Auto-Regressivos (AR)

Frequentemente, dados de determinada série temporal, em determinados pontos no tempo, estão fortemente correlacionados com os valores que os antecedem e os que o sucedem (LEVINE *et al.*, 2005). Os modelos AR são modelos classificados como univariados, onde a denotação deste modelo é dada por AR (*p*), sendo *p* o número de defasagens de y_t (MATOS, 2000). A observação *y* no período *t* é gerada por uma média ponderada de observações passadas, sendo que *p* períodos anteriores são inclusos na série, além da perturbação aleatória ou erro do período corrente. O modelo é expresso como uma combinação linear finita de valores prévios e do ruído aleatório (PINDYCK; RUBINFELD, 2004; FAVA, 2000; PELLEGRINI, 2000). Ressalta-se que este é útil na representação de um grande número de séries temporais (PELLEGRINI, 2000). Para Fava (2000) um modelo genérico AR (*p*) pode ser representado como aquele descrito na Equação 22.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + ... + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (22)$$

Para a representação da série temporal e por questões de facilidade quanto à modelagem algébrica, utiliza-se também o operador de defasagem *B*. Esta prática é adota por diversos autores da área de previsão de séries temporais (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; ENDERS, 2004; PINDYCK; RUBINFELD, 2004). Portanto, o modelo apresentado na Equação 22 pode ser reescrito conforme será apresentado nas Equações 23, 24 e 25 (FAVA, 2000; MORETTIN; TOLOI, 2006).

$$y_t = \phi_1 B y_t + \phi_2 B^2 y_t + ... + \phi_p B^p y_t + \varepsilon_t \quad (23)$$

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

$$\left(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\ldots-\phi_p B^p\right)y_t=\varepsilon_t \tag{24}$$

$$\phi(B)y_t=\varepsilon_t \tag{25}$$

Os coeficientes Auto-Regressivos (ϕ_p) são parâmetros que descrevem como um valor corrente relaciona-se com seus valores passados e podem ser estimados através do método de mínimos quadrados (PELLEGRINI, 2000; MATOS, 2000). Para ilustrar, um modelo AR (1) refere-se à magnitude da associação entre valores consecutivos em uma série temporal, um modelo AR (2) entre valores que estejam separados a uma distância de dois períodos e um modelo AR (*p*), entre valores que estejam distantes *p* períodos (LEVINE *et al.*, 2005). O termo ε_t é um termo de erro aleatório não-correlacionado, com média zero e variância constante, portanto, chamado de ruído branco (GUJARATI, 2000).

Para determinação do número ótimo de defasagens (número ótimo de *p*) a ser utilizada no modelo, pode-se analisar o exame dos valores da FACP ou por intermédio dos critérios de informação de Akaike e de Schwarz (MATOS, 2000). Levine *et al.* (2005) alertam para o fato do excesso de parâmetros nos modelos AR. Para os autores, a situação torna-se inadequada na medida em que o número *n* de dados disponíveis não é muito grande e os números de parâmetros do modelo tornam-se grandes. Segundo Levine *et al.* (2005), neste processo há muita perda de informação em virtude da estimação dos coeficientes ϕ_p serem realizadas com os períodos defasados da série.

Alertam Box *et al. apud* Pellegrini (2000) para o fato da condição de estacionariedade ou não dos modelos AR. Segundo os autores, a premissa para a condição de estacionariedade é que o operador AR ($\phi(B)=1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\ldots-\phi_p B^p$) tenha todas as suas raízes $\phi(B)=0$ maiores que 1, ou seja, todas as raízes devem estar fora do círculo unitário. Assim, tendo em vista a necessidade do conhecimento a respeito da variância e das auto-covariâncias da série para a identificação da condição de estacionariedade ou não do modelo ARIMA a ser adotado, com base em Fava (2000) e Pindyck e Rubinfeld (1981), no Quadro 3, as equações da variância e das auto-covariâncias dos modelos AR (1), AR (2) e AR (*p*) serão apresentadas. Segundo Fava (2000), é necessário que $|\phi|<1$ para que a variância da série seja não negativa e finita.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Modelo	Autocovariância	Variância
AR (1)	$\gamma_1 = \phi\gamma_0$	$\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\phi^2}$
AR (2)	$\gamma_2 = \phi^2\gamma_0$	$\gamma_0 = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} + ... + \phi_p\gamma_{k-p}$
AR (*p*)	$\gamma_k = \phi^k\gamma_0$	

Quadro 3 – Autocovariâncias e variância dos modelos AR

Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base em Fava (2000) e Pindyck e Rubinfeld (1981)

A Seção 2.4.3.2 apresenta os modelos de Médias Móveis ou *Moving Average* (MA), termo originário de língua inglesa que é comumente utilizado na literatura da área para fazer menção a tais modelos (devido a isso que se utiliza o acrônimo MA).

2.4.3.2 Modelos de Médias Móveis (MA)

Os modelos de Médias Móveis (MA) são gerados por intermédio de uma média ponderada das perturbações aleatórias ou erros aleatórios de defasagem *q* (PINDYCK; RUBINFELD, 1981). O número ótimo de defasagens pode ser determinado com base nos valores da FAC, ou, semelhantemente aos modelos auto-regressivos, determinados pelos critérios de seleção de Akaike ou Schwarz (MATOS, 2000). Os modelos MA são semelhantes aos modelos AR, onde, ao invés dos valores passados da série, neste modelo, os valores considerados são os valores correntes dos erros aleatórios e seus *q* valores passados. A Equação 26 apresenta o modelo MA (*q*) (FAVA, 2000).

$$y_t = \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - ... - \theta_q\varepsilon_{t-q} \quad (26)$$

Os parâmetros (θ_q) do modelo apresentado na Equação 26 tanto podem ser positivos quanto negativos (PINDYCK; RUBINFELD, 1981). Para descrever a série, utiliza-se o operador de defasagem *B* e, conforme descrito nos modelos AR, esta prática é adota por diversos autores da área de previsão de séries temporais (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; ENDERS, 2004; PINDYCK; RUBINFELD, 2004). Portanto, o modelo apresentado na Equação 26 pode ser representado pela Equação 27 (FAVA, 2000; MORETIN; TOLOI, 2006).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

$$y_t = \left(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - ... - \theta_q B^q\right)\varepsilon_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (27)$$

Tanto nos modelos AR quanto nos modelos MA os erros aleatórios são assumidos como gerados por um processo denominado ruído branco. Portanto, cada termo de erro aleatório ε_t é assumido como sendo uma variável aleatória de média zero, variância constante e covariância igual a zero para $k \neq 0$ (PINDYCK; RUBINFELD, 1981).

Os modelos MA (*q*) são descritos por *q*+2 parâmetros sendo estes: (*i*) a média; (*ii*) a variância do erro aleatório; e, (*iii*) os parâmetros que determinam os pesos (PINDYCK; RUBINFELD, 1981). Considerando que os erros aleatórios dos modelos MA (*q*) sejam gerados por um processo denominado ruído branco, a sua variância e auto-covariâncias são apresentadas nas Equações 28 e 29, respectivamente (PINDYCK; RUBINFELD, 1981; FAVA, 2000).

$$\gamma_0 = \left(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + ... + \theta_q^2\right)\sigma_\varepsilon^2 \quad (28)$$

$$\gamma_k = \left(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k+2} + ... + \theta_{q-k}\theta_q\right)\sigma_\varepsilon^2 \quad (29)$$

Onde para $k > q$, $\gamma_k = 0$ (30)

Para tanto, a estimativa da FAC populacional de um modelo genérico de médias móveis MA (*q*) é dada pela expressão apresentada na Equação 31 (PELLEGRINI, 2000; PINDYCK; RUBINFELD, 1981), sendo que, quando *k* é maior que *q*, a estimativa da FAC populacional de MA (*q*) é igual a zero (EQUAÇÃO 32).

$$\rho_k = \frac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + ... + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + ... + \theta_q^2}, \text{ com } k = 1,2,...q. \quad (31)$$

$$\rho_k = 0 \text{ quando } k > q. \quad (32)$$

Apresentados os modelos MA, a seção 2.4.3.3 apresentará um modelo misto que integra os dois modelos apresentados nesta (modelos MA) e na penúltima seção (modelos AR), os modelos Auto-Regressivos de Médias Móveis ou, conforme citado na literatura da área, os modelos ARMA.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

2.4.3.3 Modelos Auto-Regressivos de Médias Móveis (ARMA)

Eventualmente, séries temporais são mais bem modeladas por modelos mistos que utilizam os modelos AR e os modelos MA (PELLEGRINI, 2000). Tal modelo se trata de uma combinação daqueles apresentados nas seções anteriores. O valor de *y* em determinado período de tempo *t*, portanto, é descrito pelos seus valores passados e pelos choques aleatórios correntes e passados. A especificação mais simples de uma modelo ARMA (*p*,*q*) ou ARMA (1,1) ou ARIMA (1,0,1) é dada pela Equação 33 (FAVA, 2000).

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1} \tag{33}$$

A equação genérica de um modelo ARMA utiliza-se de apenas um filtro ou componente auto-regressivo de ordem *p* e um filtro ou componente de médias móveis de ordem *q* (FAVA, 2000). A Equação 34 apresenta a equação genérica e sua forma simplificada por intermédio do uso do operador de defasagem *B* (EQUAÇÕES 35 e 36), forma esta utilizada por diversos autores da área (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; ENDERS, 2004; PINDYCK; RUBINFELD, 2004).

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + ... + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - ... - \theta_q\varepsilon_{t-q} \tag{34}$$

$$\left(1 - \phi_1 B - ... - \phi_p B^p\right) y_t = \left(1 - \theta_1 B - ... - \theta_q B^q\right)\varepsilon_t \tag{35}$$

$$\phi(B) y_t = \theta(B)\varepsilon_t \tag{36}$$

Ressalta Fava (2000) que para as condições de estacionariedade e de invertibilidade de um modelo ARMA (*p*,*q*) sejam satisfeitas, requer-se, respectivamente, que todas as *p* raízes de $\phi(B)$ iguais a zero e que todas as *q* raízes de $\theta(B)$ iguais a zero, caiam fora do círculo unitário. E, segundo Box *et al. apud* Pellegrini (2000), na prática, o valor do parâmetro referente ao modelo AR e o valor do parâmetro referente ao modelo MA, *p* e *q*, geralmente, são menores que 2 para séries temporais estacionárias.

Em Fava (2000) são apresentadas as características de um modelo ARMA (1,1) como sendo as seguintes: média, variância e auto-covariâncias. Destaca-se que, da mesma forma que está descrito na seção referente aos modelos AR (SEÇÃO 2.4.3.1), para que a variância do modelo ARMA (1,1) seja finita e não negativa o parâmetro a seguir deve apresentar a

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

seguinte propriedade: $|\phi| < 1$. No tocante ao modelo MA, a seguinte condição deve ser observada: $|\theta| < 1$. Tais especificações referem-se à condição de estacionariedade e de invertibilidade da série, respectivamente.

A média de tal modelo parte do pressuposto de que a série deva estar centrada (EQUAÇÃO 37). A variância do modelo é apresentada na Equação 38 e as auto-covariâncias são apresentadas nas Equações 39 e 40. Em Fava (2000), também é apresentada a dedução de tais equações, que aqui não será apresentada em função de não fazer parte do escopo do presente trabalho.

$$E(y_t) = 0 \tag{37}$$

$$\gamma_0 = \frac{\left(1 + \theta^2 - 2\phi\theta\right)\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi^2} \tag{38}$$

$$\gamma_1 = \phi\gamma_0 - \theta\sigma_\varepsilon^2 = \frac{(1 - \phi\theta)(\phi - \theta)}{1 - \phi^2}\sigma_\varepsilon^2 \tag{39}$$

$$\gamma_k = \phi\gamma_{k-1}, \text{ para } k \geq 2 \tag{40}$$

Na Seção 2.4.3 são apresentados os três modelos componentes do grupo de modelos estacionários: os modelos AR, modelos MA e os modelos ARMA. Buscou-se dosar e apresentá-los na medida necessária, em termos de aprofundamento no assunto, para que estes possam ser compreendidos e utilizados nas seções seguintes. Na Seção 2.4.4 são apresentados os modelos não-estacionários, caracterizando-se como aqueles modelos que necessitam de um processo denominado diferenciação para que sua utilização para a previsão de séries temporais seja possível.

2.4.4 Modelo Auto-Regressivos Integrados de Médias Móveis (ARIMA) e Sazonal e Auto-Regressivo Integrados de Médias Móveis (SARIMA)

Muitas séries temporais que se trabalha são não-estacionárias, de forma que as características do processo estocástico subjacente mudam ao longo do tempo (PINDYCK; RUBINFELD, 2004; GUJARATI, 2000). Os modelos ARIMA (*p*,*d*,*q*) são modelos diferenciados *d* vezes na série original e possuem *p* parâmetros auto-regressivos e *q*

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

parâmetros de médias móveis (ABURTO; WEBER, 2007). A série que exibe tal comportamento é chamada de não-estacionária homogênea. A ordem de integração é o número de diferenças necessárias para tornar uma série não-estacionária em estacionária (FAVA, 2000; PINDYCK; RUBINFELD, 2004). Figueredo (2008) apresenta uma representação possível aos modelos ARIMA (FIGURA 4).

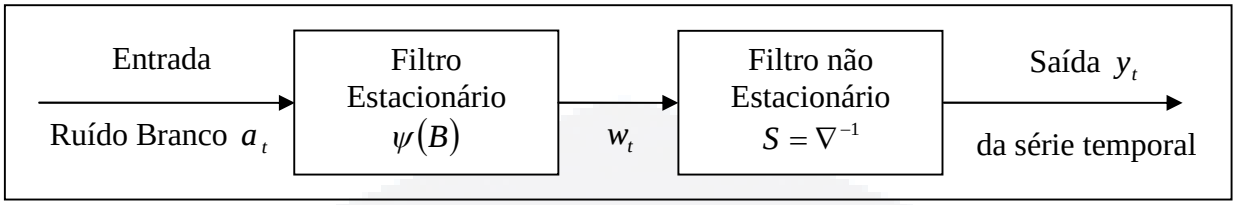

Figura 4 – Representação de um modelo ARIMA
Fonte: Figueredo (2008)

Quando se está construindo um modelo ARIMA para uma série de tempo não-estacionária, primeiramente é necessário especificar quantas vezes a série será diferenciada até atingir a condição de estacionária (PINDYCK; RUBINFELD, 1981). Assim, o modelo genérico, após a série em estudo tornar-se estacionária pela aplicação de *d* diferenças e, considerando que a série resultante for representada por um modelo ARMA (*p*,*q*), é apresentado na Equação 41 (FAVA, 2000). Em seguida, o modelo reduzido em função da utilização do operador de defasagem também é apresentado (EQUAÇÃO 45).

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + ... + \phi_p w_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - ... - \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (41)$$

Onde $w_t = \Delta^d y_t$ (42)

$$\left(1 - \phi_1 B - ... - \phi_p B^p\right) w_t = \left(1 - \theta_1 B - ... - \theta_q B^q\right) \varepsilon_t \quad (43)$$

$w_t = (1 - B)^d y_t$, ou (44)

$$(1 - B)^d \phi(B) y_t = \theta(B) \varepsilon_t \quad (45)$$

Na Equação 46, apresenta-se também o modelo multiplicativo SARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)_s$, onde, segundo Fava (2000), *P* é o número de coeficientes sazonais auto-regressivos, *D* é o número de diferenciações sazonais para tornar a série estacionária no número de períodos *s* e *Q* é o número de coeficientes sazonais de médias móveis. Portanto,

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

modelo este que incorpora o elemento sazonal *s*. A análise para a construção dos modelos SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)$_s$ é, de certa forma, semelhante aos modelos ARIMA (p,d,q), pois aqueles são extensões destes (FAVA, 2000). Em virtude disto e da limitação de extensão da presente monografia, não serão apresentados maiores detalhamentos em relação a tais modelos.

$$\left(1-\phi_1 B-...-\phi_p B^p\right)\left(1-\Phi_1 B^s-...-\Phi_P B^{Ps}\right)(1-B)^d\left(1-B^s\right)^D y_t =$$

$$=\left(1-\theta, B-...-\theta_q B^q\right)\left(1-\Theta_1 B^s-...-\Theta_Q B^{Qs}\right)\varepsilon_t \qquad (46)$$

Fava (2000) ressalta que no caso dos modelos ARIMA (p,d,q), $(1-B)^d\phi(B)=0$ apresenta *d* raízes unitárias e *p* raízes fora do círculo unitário. A situação de não-estacionariedade acontece quando a média e variância são dependentes do tempo e implica no seguinte: (*i*) há inclinação nos dados e eles não permanecem ao redor de uma linha horizontal ao longo do tempo; (*ii*) há flutuações na variação dos dados (WERNER; RIBEIRO, 2003). A não-estacionariedade dos modelos constitui uma violação de pressuposto, cuja consequência é a possibilidade de se obter resultados espúrios (MATOS, 2000). Portanto, uma série de tempo é estacionaria se (FAVA, 2000):

a) Sua média for constante ao longo do tempo;

b) Sua variância for constante ao longo do tempo;

c) O valor da covariância entre dois períodos de tempo decrescer em função da distância ou do número de defasagens *k* que separa as observações.

A Seção 2.4.5 apresenta a metodologia que foi criada pelos pesquisadores Box e Jenkins e que levam o nome de tal, apresentando, de forma detalhada, todos os passos a serem utilizados para a sua construção e utilização. Para facilitar o entendimento da construção e utilização de tal metodologia, o leitor poderá consultar o trabalho de Jacobs e Costa (2011), onde é apresentada uma sequência lógica para construção de tais modelos.

2.4.5 Metodologia de Box-Jenkins para a construção dos modelos ARIMA

Os modelos propostos por Box e Jenkins (1970) são desenvolvidos conforme os seguintes passos: (*i*) preparação dos dados históricos; (*ii*) determinação da estacionariedade

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

ou não e verificação se há sazonalidade na série; (*iii*) caso necessário, diferenciar até obter a estacionariedade; (*iv*) identificação do modelo da série; (*v*) estimação dos parâmetros do modelo identificado; (v*i*) verificação do modelo obtido (WANG, 2011; ZHANG, 2003; MORETTIN; TOLOI, 2006). Além dos passos citados por Wang (2011) e Zhang (2003), Fava (2000) acrescenta o passo de previsão que é realizado após a verificação do modelo obtido. Os passos descritos para a construção de tal modelo são comumente repetidos várias vezes até a obtenção de um modelo satisfatório (ZHANG, 2003; MORETTIN; TOLOI, 2006). Assim, a metodologia de Box-Jenkins será detalhada nas seções seguintes.

2.4.5.1 Identificação da condição de estacionariedade

A condição de estacionariedade da série temporal é necessária para a utilização dos modelos ARIMA para previsão de demanda (ZHANG, 2003). A primeira etapa a ser realizada para a sua construção é a identificação da condição de estacionariedade da série (KUMAR, JAIN, 1999). Neste sentido, os testes de raiz unitária são testes que objetivam diagnosticar se há a presença ou não de raiz unitária em determinada série temporal. Caso a série seja diagnosticada como não-estacionária (que possui raiz unitária), utilizam-se procedimentos para a transformação desta em estacionária (MATOS, 2000; KUMAR; JAIN, 1999). Segundo Maddala (2003) o tema raiz unitária foi aquele que mais despertou interesse dos econometristas nos anos 1980. Os testes de raiz unitária consistem em testar a ordem de integração da série e não em determiná-la (FAVA, 2000). Na Figura 5 são apresentadas as subdivisões dos testes de raiz unitária (MATOS, 2000).

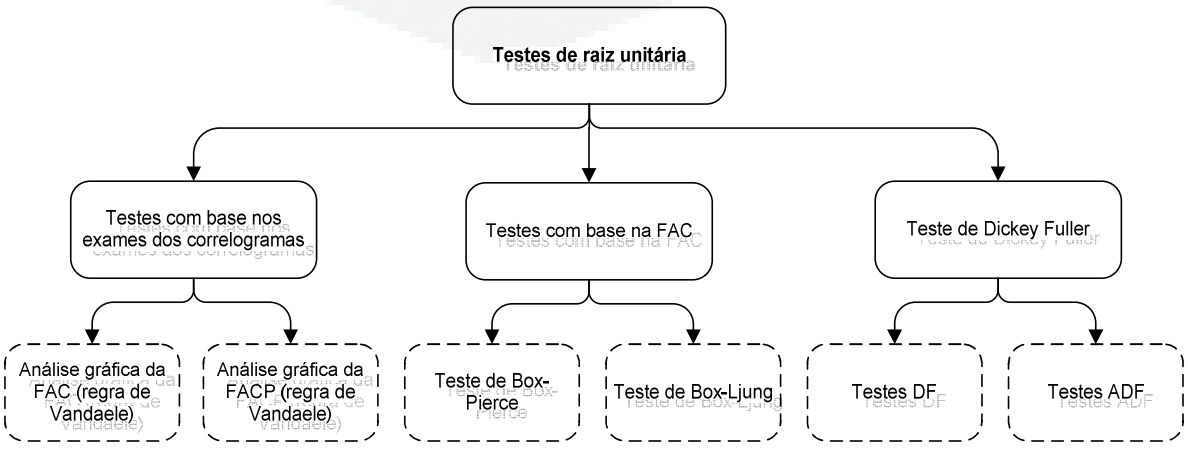

Figura 5 – Subdivisões dos testes para diagnóstico de raiz unitária

Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base em Matos (2000)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

O primeiro passo na identificação da ordem de integração é a observação do gráfico original da série, pois ele pode dar indicação a respeito da violação ou não da condição de estacionariedade. A característica de uma série de tempo não-estacionária é que estas apresentam fortes correlações seriais, fazendo com que os valores da FAC declinem muito lentamente à medida que *k* aumenta (FAVA, 2000).

Há uma regra de bolso sugerida por Vandaele *apud* Matos (2000) para a consideração de estacionariedade ou não em uma série de tempo. Esta regra consiste em verificar se $k > 5$ e $r_k > |0{,}7|$, considera-se a série de tempo como sendo não-estacionária. Aplica-se a primeira diferença e quantas mais forem necessárias para obter a estacionariedade da série. Caso a presente regra não seja aplicável, devem-se utilizar outros procedimentos para a identificação (MATOS, 2000; FAVA, 2000; MADDALA, 2003). A Figura 6 apresenta dois correlogramas de séries temporais com características de não-estacionariedade, onde se pode observar o lento decrescimento da FAC em relação aos seus *lags* (JUNIOR, 2005).

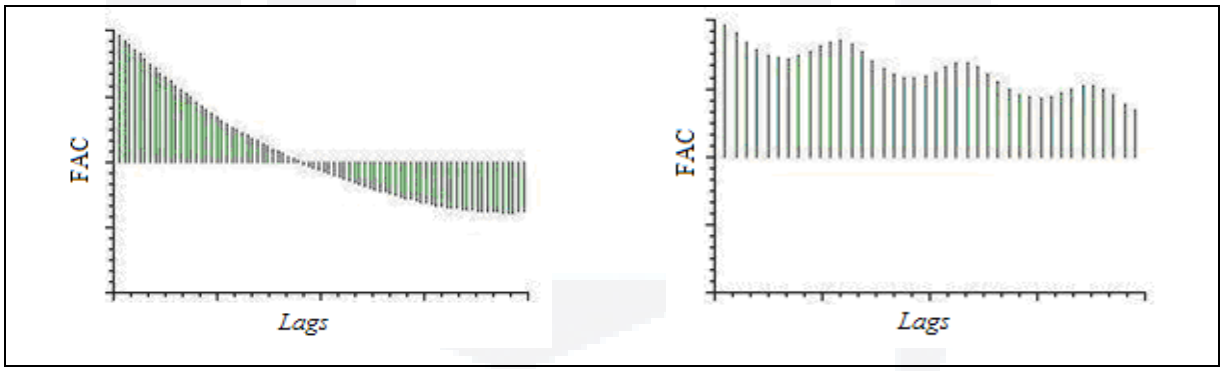

Figura 6 – Exemplo do comportamento do correlograma de séries não-estacionárias
Fonte: Adaptado de Junior (2005)

Existem testes para a verificação de raiz unitária baseados na FAC, um destes é o teste de Box-Pierce (TBP) desenvolvido em 1970 e o outro é o teste de Ljung-Box (TLB) proposto em 1978. Ambos são definidos com base nos valores da FAC. A estatística do TBP (EQUAÇÃO 47) segue uma distribuição assintótica qui-quadrado, com *m* graus de liberdade e é mais adequada para grandes amostras. Semelhantemente, a estatística do TLB (EQUAÇÃO 48) também segue uma distribuição qui-quadrado com *m* graus de liberdade, porém, é apropriada para testes envolvendo pequenas amostras (MADDALA, 2003; GUJARATI *apud* MATOS, 2000; MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998).

$$Q(m) = n\sum_{k-1}^{m} r_t^2 \qquad (47)$$

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

$$L(m) = n(n+2)\sum\left[\frac{r_t^2}{(n-k)}\right] \quad (48)$$

Esclarece Matos (2000) que tais testes estatísticos consistem em testar a hipótese nula, que sinaliza para a ausência de raiz unitária (série estacionária), em relação à hipótese alternativa, que sinaliza para a presença de raiz unitária (série não-estacionária), conforme Equações 49 e 50. Se *Q(m)* ou *L(m)* > χ_{α}^{2}, rejeita-se a hipótese nula concluindo, portanto, em favor da não-estacionariedade da série temporal.

$$H_0 : r_1 = r_2 = ... = r_m = 0 \quad (49)$$

$$H_1 : r_1 \neq r_2 \neq ... \neq r_m \neq 0 \quad (50)$$

Em Werner e Ribeiro (2003) é destacado que para a detecção da condição de não-estacionariedade em uma série temporal, o teste de raiz unitária mais utilizado é o teste de Dickey-Fuller (DF). O teste de DF trata-se de um procedimento que consiste em regredir determinada variável em relação aos seus valores defasados em um período, testando a significância estatística do parâmetro associado aos valores defasados em um período (MATOS, 2000). O teste de DF testa a existência de uma raiz unitária na série quando esta é gerada por um dos três modelos descritos nas Equações 51, 52 e 53 (FAVA, 2000).

$$y_t = \alpha + \beta_t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (51)$$

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (52)$$

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (53)$$

Verifica-se que: na Equação 51, existe a presença do intercepto vertical (α) e da tendência determinista (βt); na Equação 52, não há a componente de tendência determinista; e, na Equação 53, a série é gerada unicamente em virtude dos valores defasados em um período e do erro aleatório. Agora, tomando $\gamma = \rho - 1$ e subtraindo y_{t-1} de ambos os lados das Equações 51 a 53, pode-se reescrevê-las da forma apresentada nas Equações 54, 55 e 56. Sendo que, testar a hipótese nula de $\rho = 1$ é equivalente a testar a hipótese nula de $\gamma = 0$ (FAVA, 2000; SARTORIS, 2003).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (54)$$

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (55)$$

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (56)$$

> Em síntese, os testes DF consistem em estimar as equações acima por mínimos quadrados ordinários e comparar as estatísticas *t* resultantes aos valores críticos gerados por Dickey e Fuller. Para as hipóteses conjuntas, a estatística do teste é construída a partir da soma dos quadrados dos resíduos das equações de regressão (FAVA, 2000, p. 247).

Caso a série temporal apresente a possibilidade do erro aleatório (ε_t) ser auto-correlacionado, deve-se utilizar o teste Aumentado de Dickey-Fuller (ADF), sendo que a raiz unitária é testada da mesma maneira que no teste DF. Tal condição deve-se ao fato de o teste DF ter como premissa que os termos de erro são distribuídos de forma independente (LIBERA, 2009). Desta forma, caso y_t for gerado por um AR (*p*), as Equações 54, 55 e 56 devem ser aumentadas, preservando a condição de ruído branco de ε_t, conforme apresentado nas Equações 57, 58 e 59, respectivamente.

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (57)$$

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (58)$$

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (59)$$

O Quadro 2 resume os testes a serem aplicados nos modelos de DF e ADF, suas estatísticas e regras de decisão (FAVA, 2000, p. 247). Caso as estatísticas calculadas dos testes DF e ADF excedam os valores críticos absolutos da distribuição DF, considera-se a série temporal como sendo estacionária. Caso contrário, a série é não-estacionária em nível (GUJARATI, 2000). Verificado que o resultado do teste indicou a série temporal como sendo não-estacionária, procede-se ao processo de diferenciação que, segundo Makridakis, Wheelwright e Hyndman (1998) é dado pelo procedimento descrito nas Equações 60 e 61 para a diferença de primeira ordem e para a diferença de segunda ordem, respectivamente.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

$$y_t^{'} = y_t - y_{t-1} \tag{60}$$

$$y_t^{''} = y_t^{'} - y_{t-1}^{'} = (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2}) = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2} \tag{61}$$

Modelo estimado	H_0	**Estatística do teste**	**Regra de decisão**
Eq. 54 ou Eq. 57	$\gamma = 0$	τ_τ = estatística *t* de $\hat{\gamma}$	τ_τ > valor crítico → H_0 não é rejeitada
	$(\alpha, \beta, \gamma) = (0,0,0)$	$\Phi_2 = \frac{SQR(56) - SQR(54)}{\frac{3SQR(54)}{n}}$	Φ_2 < valor crítico → H_0 não é rejeitada
	$(\alpha, \beta, \gamma) = (\alpha,0,0)$	$\Phi_3 = \frac{SQR(54) - SQR(53)}{\frac{2SQR(53)}{n}}$	Φ_3 < valor crítico → H_0 não é rejeitada
Eq. 55 ou Eq. 58	$\gamma = 0$	τ_μ = estatística *t* de $\hat{\gamma}$	τ_μ > valor crítico → H_0 não é rejeitada
	$(\alpha, \gamma) = (0,0)$	$\Phi_2 = \frac{SQR(56) - SQR(55)}{\frac{2SQR(55)}{n}}$	Φ_1 < valor crítico → H_0 não é rejeitada
Eq. 56 ou Eq. 59	$\gamma = 0$	τ = estatística *t* de $\hat{\gamma}$	τ > valor crítico → H_0 não é rejeitada

Quadro 4 – Resumo dos testes de DF e ADF

Fonte: Fava (2000, p. 247)

2.4.5.2 Identificação do modelo ARIMA

Na etapa de identificação do modelo que irá aproximar-se à série y_t busca-se identificar se esta foi gerada por um processo AR, MA, ARMA ou ARIMA. Além dos filtros que compõem o processo gerador da série, buscam-se determinar quais são suas ordens (FAVA, 2000, GUJARATI, 2000). É a primeira etapa de construção do modelo e a mais importante, pois caso adotado um modelo inadequado, os resultados obtidos por intermédio deste poderão ser desastrosos (FIGUEREDO, 2008). Morettin e Toloi (2006) esclarecem que é possível identificar não só um único modelo, mas sim alguns que poderão ser estimados e verificados.

Salientam Gujarati (2000) e Morettin (2008) que as principais ferramentas a serem utilizadas na etapa de identificação dos modelos ARIMA são a FAC, a FACP e seus respectivos correlogramas. Na realização da comparação e análise entre os correlogramas amostrais da FAC e da FACP para a identificação dos filtros a serem utilizados, o

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

comportamento destes devem ser similares aos correlogramas teóricos das estruturas conhecidas dos modelos ARIMA. A técnica descrita neste parágrafo caracteriza-se como uma boa forma de identificação do modelo, porém exige do analista uma adequada experiência no discernimento das várias estruturas (FIGUEREDO, 2008).

Diversos autores da área de AST apresentam a relação entre os modelos, a FAC e a FACP da série temporal para facilitar a identificação do processo gerador da série. Desta forma, O Quadro 2 apresenta algumas diretrizes para a verificação, com base na FAC e FACP, da semelhança entre o modelo empírico da série e os modelos teóricos, facilitando o processo de identificação daquele(s) que melhor descreva(m) a série.

Tipo de modelo	Padrão teórico típico de FAC	Padrão teórico típico de FACP
AR (p)	Declina exponencialmente ou com padrão de onda senoidal amortecida, ou ambos	Picos significativos através das defasagens p. Truncada em $k = p$
MA (q)	Picos significativos através das defasagens q. Truncada em $k = p$	Declina exponencialmente
ARMA (p,q)	Declínio exponencial. Declinante a partir de $k = p$	Declínio exponencial

Quadro 5 – Padrões teóricos da FAC e da FACP

Fonte: Adaptado de Gujarati (2000), Fava (2000) e Morettin (2008)

Naturalmente quando da etapa de identificação dos modelos, surgirá a seguinte pergunta: o quão bem determinado modelo identificado ajusta-se aos dados? A questão do número de parâmetros a serem inclusos no modelo identificado trata-se de um *trade off*[1]. Um aumento no número de parâmetros do modelo necessariamente irá reduzir a soma quadrada dos erros de previsão, porém, haverá também a necessidade de novamente estimar seus parâmetros, bem como haverá diminuição do grau de liberdade da série.

Os valores apropriados de p e q podem ser determinados com base na FAC e FACP (KUMAR; JAIN, 1999). Também, conforme Maddala (2003), para a estimativa do número ótimo de parâmetros a serem introduzidos no modelo, pode-se utilizar o Critério Informacional Akaike (CIA) e o Critério Informacional Bayesiano (CIB), escolhendo-se, dentre os modelos propostos, aquele com o menor resultado de tais critérios. O CIA (EQUAÇÃO 62) e o CIB (EQUAÇÃO 63) são os critérios de seleção mais comumente

[1] Trata-se de um conceito usado em Economia, sem tradução para a língua portuguesa, onde se busca o equilíbrio entre duas características desejáveis, sendo que o aumento de uma delas provoca automaticamente a redução da outra (NANCI; SALLES, 2008).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

utilizados para a determinação do número ótimo de parâmetros do modelo, atendendo ao princípio de parcimônia (ENDERS, 2004).

$$CIA(p) = n\log\left[\frac{SQR}{(n-p)}\right] + 2p \tag{62}$$

$$CIB(p) = n\log\left[\frac{SQR}{(n-p)}\right] + p\log n \tag{63}$$

2.4.5.3 Estimação dos parâmetros do modelo

Obtido o modelo ARIMA e seus valores de *p*, *d* e *q*, parte-se agora para a estimação dos parâmetros do modelo. Tal estimação, quando o filtro MA não estiver presente, pode ser realizada por mínimos quadrados ou por máxima verossimilhança. Caso MA estiver presente, utiliza-se o método de mínimos quadrados não-lineares (FAVA, 2000; MADDALA, 2003; MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998). Segundo Câmara (2003), os pacotes estatísticos utilizados para séries temporais trazem o algoritmo para a estimação dos parâmetros, portanto, em virtude deste fato e da complexidade de tal método, este não será apresentado no presente trabalho. As Equações 64 e 65 apresentam as Equações genéricas do método de mínimos quadrados.

$$S\left(\hat{\phi}_1,...,\hat{\phi}_p,\hat{\theta}_1,...,\hat{\theta}_q\right) = \sum_{t=1}^{n}\hat{\varepsilon}_t^2 \text{ , onde} \tag{64}$$

$$\hat{\varepsilon}_t = \theta^{-1}(B)\phi(B)w_t \tag{65}$$

Para estimar os parâmetros através da máxima verossimilhança requer-se admitir inicialmente que os ruídos brancos tenham distribuição Normal. Tal método visa maximizar a função dada na Equação 66 (FAVA, 2000; MORETTIN; TOLOI, 2006). Na Equação 66 é apresentada a função de verossimilhança (MORETTIN, 2008).

$$L\left(\xi|Y, y_0\right) = \left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{T}{2}}\exp\left\{\frac{-1}{2\sigma^2}\sum_{t=1}^{T}\left(y_t - \phi_0 - \phi_1 y_{t-1}\right)^2\right\} \tag{66}$$

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

2.4.5.4 Verificação do modelo obtido

Nesta etapa, verifica-se se o modelo representa adequadamente a série ou não. Em caso negativo, outra especificação deverá ser adotada para modelar a série (MORETTIN, 2008). Tal processo divide-se em duas etapas: (*i*) a de análise dos resíduos; e, (*ii*) a de avaliação da ordem do modelo. Na avaliação dos resíduos, verifica-se se os resíduos do modelo proposto comportam-se como um ruído branco ou não. Para tanto, os coeficientes de auto-correlação dos resíduos devem ser estatisticamente iguais a zero. Utiliza-se o TLB para testar tal condição (FAVA, 2000, MORETTIN, 2008).

Na etapa de avaliação da ordem do modelo se verifica se o modelo está ou não superespecificado ou subespecificado, tendo algum ou ambos os parâmetros *p* e *q* maiores ou menores do que o devido. Trata-se, portanto, do atendimento do critério de parcimônia do modelo (FAVA, 2000). Quanto ao caso de superespecificação, a seguir é apresentada orientações para a identificação de tal condição:

> Se o valor de um coeficiente estimado for pequeno em relação a seu erro-padrão, indicando sua não significância estatística, é provável que haja superespecificação. Se for o coeficiente de maior ordem deve-se suprimi-lo, estimando, assim, um modelo de menor ordem. Se não for o de menor ordem, convém analisar sua correlação com os demais coeficientes do modelo: alta correlação entre ele e o outro coeficiente indica que um dos dois pode ser redundante (FAVA, 2000, p. 221).

Do contrário, caso esteja havendo subespecificação, introduz-se parâmetros adicionais ao modelo e analisa-se sua significância estatística. A cada nova estimação do modelo, apenas um parâmetro deve ser introduzido e, caso haja empate entre dois ou mais modelos, o desempate será feito com base na comparação entre a estimativa da variância do erro e os valores de CIA e CIB. Buscam-se os valores que minimizam a estimativa do erro e dos critérios anteriores (FAVA, 2000).

A superespecificação pode também ser verificada ao se observar a qualidade preditiva do modelo. Os modelos superespecificados tendem a possuir erros de ajustamento pequeno e erros de previsão altos, significando isso que o modelo se ajustou bem aos dados, porém em virtude do excesso de parâmetros perdeu o seu poder preditivo (FLORES, 2009).

A Figura 7 apresenta um esquema elaborado pelo autor para a verificação do modelo obtido. Tal sistemática é baseada nas seguintes avaliações: (*i*) avaliação dos resíduos; (*ii*) avaliação da ordem do modelo; e, (*iii*) avaliação do ajustamento da série. A etapa de avaliação

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

do ajustamento não foi apresentada nesta etapa, pois será delineada no Capítulo 3 que trata da metodologia a ser utilizada, porém, tendo em vista ser uma etapa fundamental e ser realizada concomitantemente às duas outras citadas, acreditou-se ser conveniente incluí-las na Figura 7.

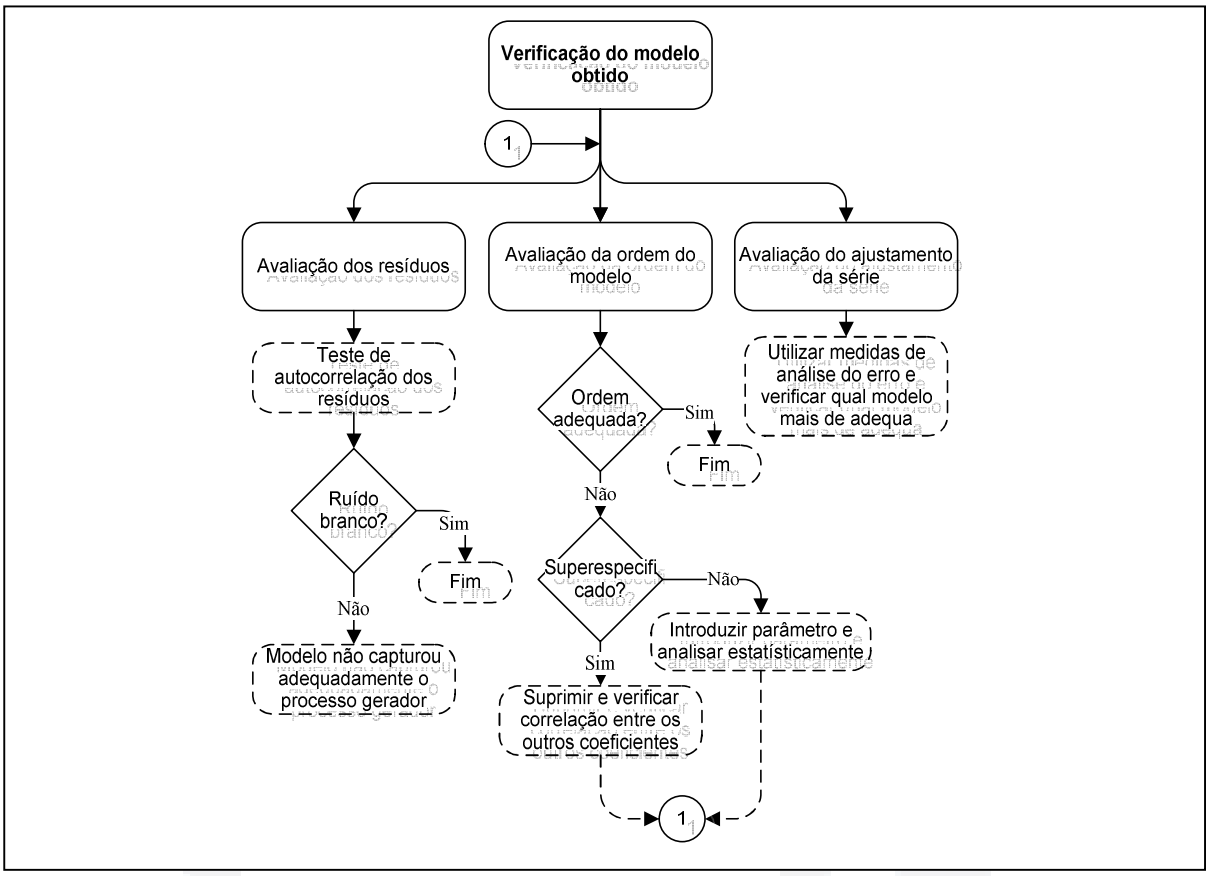

Figura 7 – Sistemática para a verificação do modelo obtido

Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base em Fava (2000) e Morettin (2008)

Na Seção 2.4 são apresentados os principais conceitos, modelos e testes estatísticos envolvendo a utilização dos modelos ARIMA ou, metodologia de Box-Jenkins. Na Seção 2.5 são apresentados os principais tópicos envolvendo a utilização dos modelos de RNAs para a previsão de séries temporais, o último modelo para a ASTs a ser apresentado nesta monografia.

2.5 Redes Neurais Artificiais (RNAs)

Na Seção 2.5 são apresentados os modelos de RNAs. Tendo em vista a extensão e complexidade de tal assunto, são abordados unicamente aspectos fundamentais para o seu adequado entendimento e utilização destes modelos no presente estudo. Para tanto, a Seção 2.5 está dividida em três outras seções. A Seção 2.5.1 apresentará os aspectos conceituais envolvendo as RNAs, como: o conceito do termo propriamente dito, as semelhanças entre o

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

neurônio biológico e o artificial, entre outros. A Seção 2.5.2 apresentará aspectos históricos relacionados às RNAs, tais como: primeiro modelo de RNAs, principais pesquisadores e aquilo que contribuíram para esta área. A Seção 2.5.3 apresentará a previsão de séries temporais utilizando RNAs, tais como os seguintes assuntos: modelos matemáticos, arquitetura de rede, treinamento das RNAs, entre outros.

2.5.1 Aspectos conceituais sobre RNAs

Uma Rede Neural Artificial (RNA) é um processador maciçamente paralelamente distribuído de unidades de processamento simples, que possuem a propensão natural para armazenar conhecimento experimental e torná-lo disponível para o uso (HAYKIN, 1999). Desta forma, trata-se de um conjunto de entrelaçamentos, sendo que cada conexão ou sinapse apresenta um peso associado para o ajuste dos dados de entrada aos dados de saída (SOBREIRO; ARAÚJO; NAGANO, 2009). As RNAs são treinadas por intermédio de algumas regras de treinamento que ajustam os pesos das conexões conforme os dados disponíveis são minimizados por uma função de erro apropriada (ABURTO; WEBER, 2007).

O cérebro humano é um sistema de processamento de informações altamente complexo, não-linear e paralelo. As RNAs visam modelar como o cérebro humano realiza determinados processamentos (das chamadas redes neurais naturais) e, tanto podem ser projetadas e implementadas por intermédio de componentes eletrônicos como por programação computacional (HAYKIN, 1999; FLORES, 2009). A não-linearidade de séries temporais faz com que tais modelos sejam utilizados também para a previsão de demanda, onde os modelos lineares (como por exemplo: modelos de SE e ARIMA) não capturam tal padrão. Zhang (2003) reforça que o poder destes modelos como previsores, deve-se ao processamento paralelo das informações provenientes dos dados.

A motivação para a descoberta das RNAs são as Redes Neurais Naturais (RNNs). As RNAs visam reproduzir as funções das RNNs, buscando implementar seu comportamento funcional e sua dinâmica. Porém, o funcionamento das RNNs ainda não foi totalmente desvendado pelo homem, no entanto, o comportamento individual do neurônio é bem entendido do ponto de vista funcional, fato este que se baseia a teoria sobre RNAs (BRAGA; CARVALHO; LUDERMIR, 2011). Para ilustrar tal fenômeno, pesquisadores apresentam (ARAÚJO, 2005; BRAGA; CARVALHO; LUDERMIR, 2011) um neurônio biológico (FIGURA 8), explicando suas respectivas funções.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

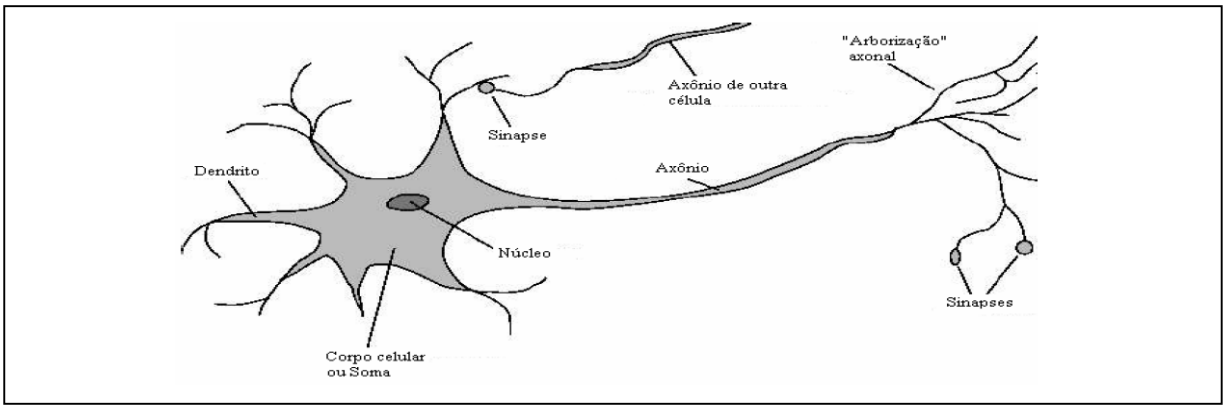

Figura 8 – Neurônio biológico
Fonte: Araújo (2005)

Os neurônios biológicos são divididos em três seções: (*i*) o corpo celular; (*ii*) os dendritos; e, (*iii*) o axônio. A função dos dendritos é receber as informações, ou impulsos nervosos, oriundas de outros neurônios e conduzi-las até o corpo celular. No corpo celular a informação é processada, gerando novos impulsos. O axônio tem por função transmitir estes impulsos até outros dendritos dos neurônios seguintes e, neste ponto de contato surge aquilo que se chama de sinapse (BRAGA; CARVALHO; LUDERMIR, 2011).

Já os neurônios artificiais são compostos pelos seguintes elementos: (*i*) um conjunto sinapses ou elos de conexão; (*ii*) um somador dos sinais de entrada; e, (*iii*) uma função de ativação. As sinapses são pesos ou forças que serão multiplicadas por um determinado sinal de entrada (x_j) sendo que os pesos sinápticos podem assumir tanto valores positivos quanto negativos em determinado intervalo. O elemento somador é aquele que realizará a combinação linear de todos os sinais de entrada (x_j) com seus pesos sinápticos, tratando-se, portanto, de uma soma ponderada. A função de ativação é um elemento utilizado para restringir a amplitude da saída de um neurônio (HAYKIN, 1999). É perceptível que a definição de neurônio artificial dada por Haykin (1999) é semelhante àquela dada por Braga, Carvalho e Ludermir (2011) para o neurônio biológico, inclusive, seguindo a mesma lógica de explicação. Para ilustrar, a Figura 9 apresenta um modelo de neurônio artificial.

O modelo de neurônio artificial assim proposto é associado computacionalmente a uma estrutura matricial, com as entradas $x_1, x_2, x_3, ..., x_m$ e uma saída *y*. Cada entrada tem seu peso associado $w_1, w_2, w_3, ..., w_m$ e que pondera quantitativamente cada entrada em relação à saída. O produto da entrada pelos pesos determina a primeira operação matemática de um neurônio artificial, juntamente com um limiar de ativação do neurônio, o *bias*. O *bias* tem o

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

efeito de aumentar ou diminuir a entrada líquida da função de ativação, dependendo se ele é positivo ou negativo (ARAÚJO, 2005; HAYKIN, 1999). Araújo (2005) apresenta o conjunto de Equações (67, 68 e 69) que descrevem um neurônio artificial e ressalta que o resultado dessa soma *v* é a variável independente de uma função de ativação $\varphi(.)$, que faz correspondência do somatório anterior com a saída *y*, atuando de modo a limitar a amplitude do sinal de saída.

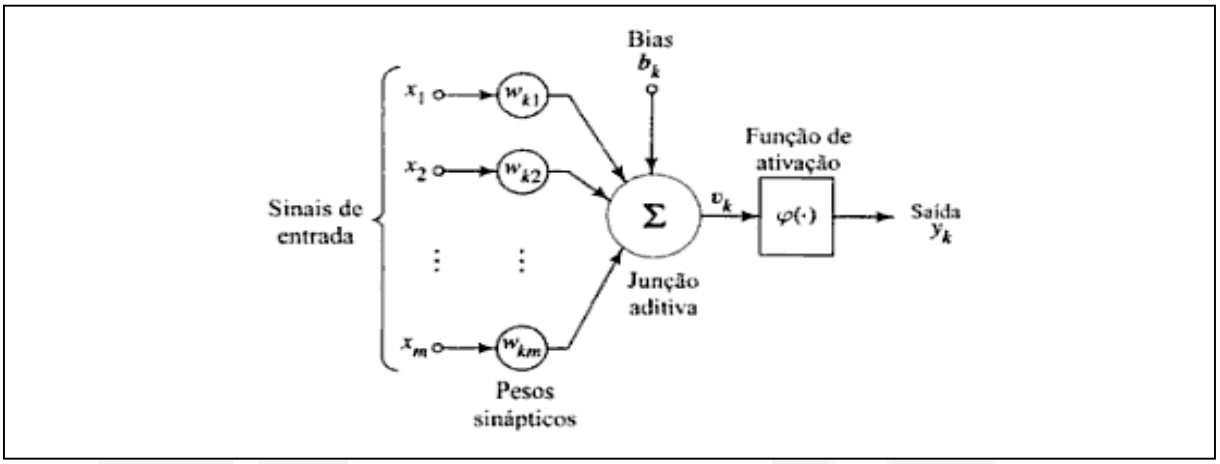

Figura 9 – Modelo de neurônio artificial

Fonte: Haykin (1999)

$$u = \sum_{j=1}^{m} x_j . w_j \tag{67}$$

$$v = (u + b) \tag{68}$$

$$y = \varphi(.) \tag{69}$$

Nesta seção é apresentado o conceito de RNA, são explicadas as suas relações com o sistema biológico, ou RNNs, é apresentada a motivação que originou as pesquisas nesta área, o neurônio biológico e o neurônio artificial. Na Seção 2.5.2 são apresentados aspectos importantes a serem delineados para um adequado entendimento sobre RNAs, que são os seus aspectos históricos.

2.5.2 Aspectos históricos sobre RNAs

Quanto aos aspectos históricos, o trabalho pioneiro sobre RNAs que abriu caminho para uma nova área de pesquisa na ciência foi o realizado por McCulloch e Pitts (1943), que

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

enfocou a capacidade computacional do neurônio biológico. Tal trabalho trata-se de um artigo publicado com o título de "*A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity"* (ALLEMÃO, 2004; BRAGA; CARVALHO; LUDEMIR, 2011). MucCulloch, psicólogo e neuro-fisiologista, dedicou-se durante um período de 20 anos à pesquisa de representar um evento no sistema nervoso. Pitts, logo após sua graduação em matemática, juntou-se a MucCulloch em sua pesquisa (BRAGA; CARVALHO; LUDERMIR, 2011; FIGUEREDO, 2008).

Porém, acrescentam Braga, Carvalho e Ludermir (2011), que o trabalho de MuCulloch e Pitts (1943) concentrou-se muito mais em descrever um modelo artificial de um neurônio e apresentar suas capacidades computacionais do que em apresentar técnicas de aprendizado. E neste sentido, destaca Figueredo (2008) a obra de Donald Hebb, publicada no ano de 1949, intitulada de "*The Organization of Behavior*", como sendo uma obra muito importante para a evolução e que viabilizou o desenvolvimento de RNAs eficazes. Segundo o autor, Hebb (1949) apresentou um modo de proporcionar capacidade de aprendizado às RNAs através da variação dos pesos de entrada. A teoria apresentada por Hebb (1949) foi motivada pela tentativa de explicar o aprendizado em neurônios biológicos baseada no reforço das ligações sinápticas entre neurônios excitados (BRAGA; CARVALHO; LUDERMIR, 2011).

O pesquisador Frank Rosenblatt, ao final da década de 1950, desenvolveu uma rede de múltiplos neurônios do tipo discriminadores lineares, conhecida como *percepton*. As redes *percepton* possuem três níveis: (*i*) uma camada de entrada; (*ii*) um nível intermediário composto pelas unidades de associação; e, (*iii*) um nível de saída formado pelas unidades de resposta. Em função de apenas o nível de saída possuir propriedades adaptativas, esta topologia de rede é conhecida como sendo de única camada (ALLEMÃO, 2004). Portanto, o que Rosenblatt (1958) de mais importante fez, além de descrever uma topologia de RNA e estruturas de ligação entre os neurônios, foi propor um algoritmo para treinar a rede para executar determinados tipos de funções. Mais tarde, Minsky e Papert (1969) chamaram a atenção para algumas tarefas que o *percepton* de Rosenblatt (1958) não seria capaz de executar, ele era limitado à resolução de problemas linearmente separáveis (BRAGA; CARVALHO; LUDERMIR, 2011).

Concomitantemente aos trabalhos de pesquisa realizados por Rosenblatt, outro pesquisador, chamado Bernard Widrow, desenvolveu um modelo de RNA conceitualmente simples, porém, este apresentou um princípio de treinamento poderoso conhecido como *regra*

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

delta que, posteriormente, deu origem ao algoritmo de treinamento *back-propagation*. O modelo de RNA linear desenvolvido por Widrow foi chamado inicialmente de *Adaptive Linear Element* e posteriormente foi popularizado como *Adaptive Linear Neuron* ou ADALINE. Atualmente, o modelo de RNA e o algoritmo de aprendizagem mais utilizado são o *Multilayer Percepton* (MLP), topologia esta derivada da topologia de rede desenvolvida por Rosenblatt (1958) e o *back-propagation*, algoritmo de treinamento de RNAs baseado na *regra delta* de Widrow (ALLEMÃO, 2004).

Conforme Kovács (2006), o algoritmo *back-propagation* para redes MLP foi essencialmente inventado e popularizado por Rummelhart, Hinton e Williams. O algoritmo foi desenvolvido originalmente para RNA com funções de ativação semi-lineares e resolveu limitações fundamentais para o treinamento de RNAs complexas. Tal algoritmo pertence à classe de técnicas de aprendizagem supervisionada é o mais utilizado na área de previsão (SOBREIRO; ARAÚJO; NAGANO, 2009). O *back-propagation*, dentre os vários algoritmos existentes, também é aquele que mais tem sido popularizado (ZOU *et al.*, 2007).

2.5.3 Previsão de séries temporais utilizando RNAs

A utilização de RNAs para previsão de séries temporais, segundo Zhang, Patuwo e Hu *apud* Sobreiro, Araújo e Nagano (2009), ocorreu em 1968 com o trabalho de Hu que realizava previsões referentes ao clima. Segundo Allemão (2004), em sua grande maioria, as RNAs são aplicadas a problemas relacionados à clusterização, à previsão de séries temporais e ao reconhecimento. O autor complementa que para a prática de previsão, utilizam-se as redes conhecidas como aproximadoras de funções e para tanto, cita a topologia MLP e redes Elman.

Recentemente, as RNAs têm sido extensivamente estudadas e usadas em séries temporais para a previsão de demanda (ZHANG, 2003; KHASHEI; BIJARI, 2010) e, uma das vantagens mais significativas das RNAs é a sua capacidade para aproximar funções não-lineares (como muitas vezes são as séries temporais) com alto grau de acuracidade (KHASHEI; BIJARI, 2010; ZHANG, 2003), situação esta não verificada nos modelos ARIMA (LEE; TONG, 2011). Para Khashei e Bijari (2010), o poder destes modelos para a modelagem de séries temporais provém do processamento paralelo realizado pela RNA. Desta forma, Aburto e Weber (2007) fazem uma comparação entre os modelos ARIMA e os modelos MLP de RNAs (QUADRO 6).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

ARIMA	MLP
Modelo linear: assume, *a priori*, o comportamento da série temporal	Modelo não-linear: mais graus de liberdade para o modelo
Modelagem requer estacionariedade da série	Não requer análise da série temporal
Requer interação com o usuário	Requer menos interação com o usuário
O modelo proporciona *insight* e informação através dos parâmetros	Dificuldade para interpretar o modelo
Não há super-ajustamento aos dados de treinamento	Super-ajustamento é possível

Quadro 6 – Comparação entre modelos ARIMA e MLP
Fonte: Aburto e Weber (2007, p. 140)

Uma forma de RNA amplamente utilizada em pesquisas que envolvem modelagem e previsão por intermédio de séries temporais é a *feedforward single layer* ou *feedforward* de uma única camada escondida (como é o caso de uma rede MLP de única camada escondida). Tal modelo é descrito por três camadas (a de entrada, a escondida e a de saída) e, a relação entre as saídas da rede e suas entradas pode ser descrita matematicamente pela Equação 70 (KHASHEI; BIJARI, 2010; ZHANG, 2003).

$$y_t = w_0 + \sum_{j=1}^{q} w_j g\left(w_{0j} + \sum_{i=1}^{p} w_{ij} y_{t-i} \right) + \varepsilon_t \tag{70}$$

Onde w_j (j = 0, 1, 2, ..., q) e w_{ij} (i = 0, 1, 2, ..., p; j = 1, 2, 3, ..., q) são os parâmetros do modelo geralmente chamados de *connection weights*; p é o número de neurônios na camada de entrada e o q é o número de neurônios na camada escondida (KHASHEI; BIJARI, 2010; ZHANG, 2003). A função de transferência geralmente utilizada na camada escondida é a função logística (EQUAÇÃO 71) (ZHANG, 2003). Na camada de saída, a função mais utilizada é a linear, pois funções não-lineares podem trazer distorções à capacidade preditiva da RNA (KHASHEI; BIJARI, 2010).

$$g(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)} \tag{71}$$

O modelo de RNAs apresentado na Equação 70 modela a função não-linear presente no processo gerador da série, com base nas observações passadas (conforme apresentado na sequência pela EQUAÇÃO 72) desta para a previsão de seus valores futuros. Geralmente utiliza-se um neurônio na camada de saída e, este tipo de modelagem chama-se *one step ahead* (KASHEI; BIJARI, 2010; ZOU *et al.*, 2007; ZHANG, 2003).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

$$y_t = f\left(y_{t-1}, y_{t-2}, ..., y_{t-p}, w\right) + \varepsilon_t \quad (72)$$

Onde *w* é o vetor de todos os parâmetros e *f* é a função determinada pela estrutura e conexões sinápticas da RNA. Desta forma, o presente modelo torna-se similar a um modelo não-linear auto-regressivo (ZHANG, 2003; KHASHEI; BIJARI, 2010). A topologia de uma rede MLP é apresentada em Khashei e Bijari (2010), conforme é visualizado na Figura 10.

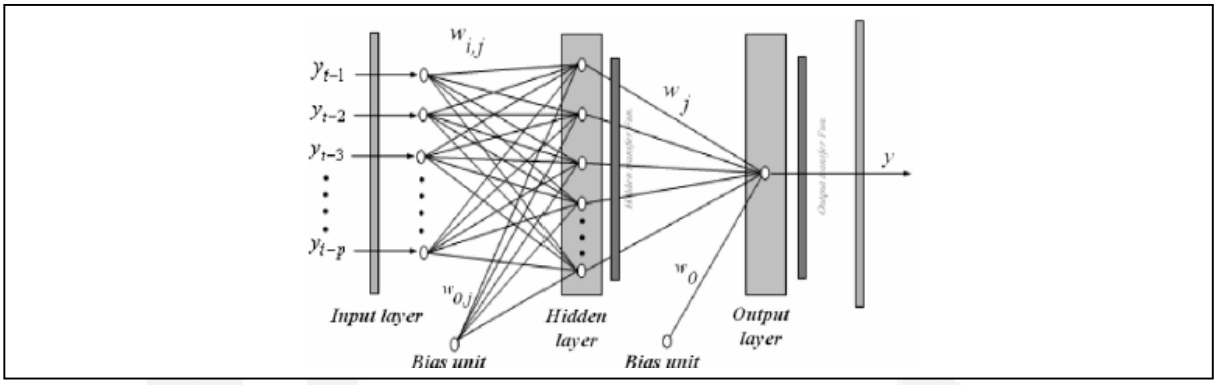

Figura 10 – Modelo estrutural de uma RNA para a previsão de séries temporais
Fonte: Khashei e Bijari (2010)

Quanto à topologia de rede MLP, Aburto e Weber (2007) ressaltam que esta é a mais popular dentre os modelos de RNAs. A topologia MLP tem sido utilizada em diversas pesquisas com RNAs para a previsão de demanda. O papel das redes *feedforward* de múltiplas camadas (como as redes MLP) é o seguinte:

> [...] transformar, sucessivamente, o problema descrito pelo conjunto de dados no espaço de entrada em uma representação tratável para a camada de saída da rede. Através de transformações sucessivas nos espaços de representação de cada camada intermediária o problema pode, então, ser tratado pela camada de saída. Assim, por exemplo, um problema não-linearmente separável, resolvido por uma rede de duas camadas, é transformado em um problema linearmente separável pela camada intermediária, criando uma nova disposição interna à rede para os dados de entrada. A partir dessa nova disposição, linearmente separável, a camada de saída pode resolver o problema descrito no espaço de entrada (BRAGA; CARVALHO; LUDERMIR, 2011, p. 67).

Conforme Araújo (2005), a topologia de rede MLP é uma das mais importantes redes da classe de múltiplas camadas alimentadas adiante. Ressaltam Aburto e Weber (2007) que a topologia MLP também é a mais popular dentre os modelos de RNAs. Araújo (2005) cita as principais características destes modelos:

a) cada neurônio da rede possui uma função de ativação não-linear (função logística ou sigmóide);

b) a rede contém uma ou mais camadas de neurônios ocultos;

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

c) a rede exibe um alto grau de conectividade, determinado por suas sinapses.

A utilização da topologia MLP para a previsão de séries temporais requer a especificação de dois parâmetros. O primeiro parâmetro (*k*) indica o horizonte de tempo que será utilizado como *input* para a predição da série temporal. O segundo parâmetro (*s*) especifica o número de períodos futuros aos qual a rede irá realizar a previsão (ABURTO; WEBER, 2007). Beale e Jackson *apud* Ansuj *et al.* (1996) expõem que uma rede MLP ajusta-se ela mesma como um modelo de previsão de séries temporais da seguinte forma:

a) As unidades de entrada são constituídas de informações relevantes a respeito da série temporal;

b) Os pesos são os parâmetros dos modelos e serão estimados através do treinamento da rede que levará em conta o par de entradas e seus respectivos valores de saída (valores reais da série de tempo);

c) As camadas escondidas são as conexões entre as camadas de entrada e as camadas de saída. Trata-se de uma questão importante para a seleção de melhores conjuntos de pesos, desde que a não-linearidade do modelo possa ser localizada na função de ativação das unidades escondidas;

d) A camada de saída é constituída de somente uma unidade e traz a informação necessária para a previsão;

e) A rede é treinada para estimar os parâmetros do modelo. Depois do treinamento, as previsões para os períodos seguintes no futuro podem ser geradas na camada de saída;

f) Os parâmetros de ativação são valores fornecidos pelo usuário que em geral são constantes. Tais parâmetros são: taxa de aprendizagem, *momentum* e tamanho do intervalo de variação dos pesos.

Uma vez definida a estrutura da rede, esta estará pronta para o processo de treinamento, processo este que ajustará os pesos internos da rede conforme uma função de custo vai sendo minimizada. A função de custo é um critério que busca a minimização dos erros quadrados da rede (EQUAÇÃO 73), sendo que a minimização é realizada através de um eficiente algoritmo de treinamento não-linear, o *back-propagation* (EQUAÇÃO 74) e, para

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

acelerar o processo de treinamento, evitando também a instabilidade do algoritmo, introduz-se um termo chamado *momentum* δ (EQUAÇÃO 75) (KHASHEI; BIJARI, 2010; ABURTO; WEBER, 2007; KOVÁCS, 2006).

$$E = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(e_i)^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(y_t - \left(w_0 + \sum_{j=1}^{Q} w_j g\left(w_{0j} + \sum_{i=1}^{P} w_{ij} y_{t-i}\right)\right)\right)^2 \tag{73}$$

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} \tag{74}$$

$$\Delta w_{ij}(t+1) = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} + \delta \Delta w_{ij}(t) \tag{75}$$

O *back-propagation* é considerado um algoritmo de treinamento do tipo supervisionado, pois se utiliza das informações dos padrões de entrada fornecidos à rede e a sua respectiva saída desejada e que, por meio de um mecanismo de correção de erros (gradiente descendente), ajusta os pesos da rede aos padrões de entrada fornecidos na etapa de treinamento. Assim, o treinamento é realizado em duas etapas: (*i*) a fase *forward* e (*ii*) a fase *backward*. Na primeira fase, são apresentados conjuntos de dados à rede e esta propaga o sinal até a sua camada de saída. A segunda fase realiza a correção dos erros, alterando os pesos internos da rede, conforme a saída desejada (BRAGA; CARVALHO; LUDERMIR, 2011). A Figura 11 ilustra o processo de retro propagação do erro em uma rede do tipo MLP.

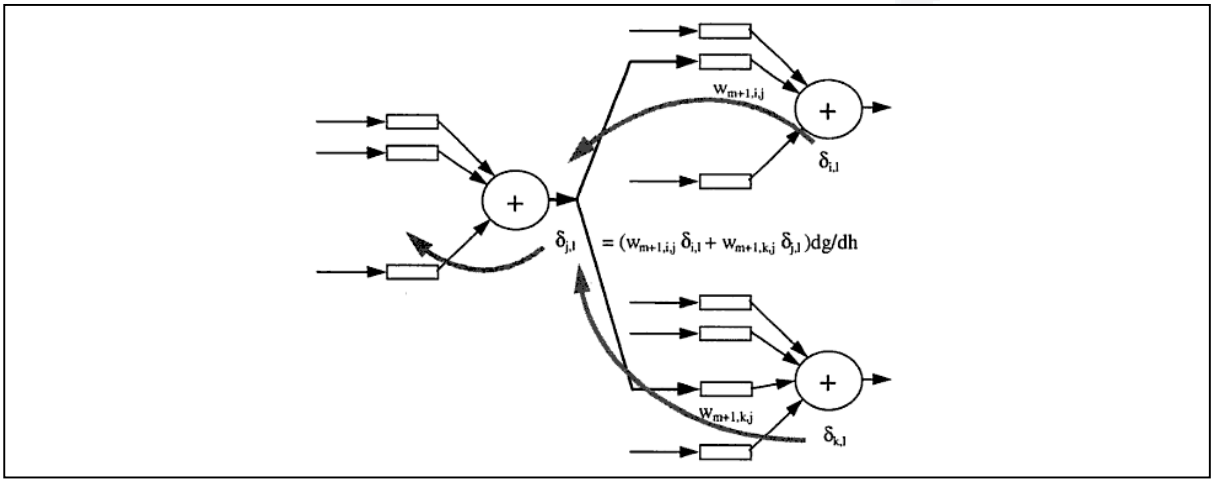

Figura 11 – A retro propagação do erro em uma rede MLP

Fonte: Kovács (2006)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

O Capítulo 2 apresentou a fundamentação teórica pesquisada e desenvolvida para a realização do presente trabalho. O capítulo está dividido em seis assuntos para o seu adequado desenvolvimento, que são: (*i*) assuntos relacionados à previsão de demanda; (*ii*) séries temporais; (*iii*) aos modelos de SE utilizados; (*v*) aos modelos ARIMA; e, (*vi*) aos modelos de RNAs. No Capítulo 3 é apresentada a metodologia de pesquisa utilizada para a condução e realização do estudo, sendo que para tanto, o Capítulo 3 está dividido em duas seções principais: a Seção 3.1, que apresenta o planejamento do método de pesquisa; e, a Seção 3.2, que apresenta a classificação segundo as regras da metodologia de pesquisa.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

3 METODOLOGIA

No presente capítulo é apresentado como foi conduzida a pesquisa visando à comparação dos modelos propostos e apresentados nos Capítulos 1 e 2, respectivamente. Também, busca-se caracterizar a pesquisa segundo as regras dispostas na literatura referente à metodologia de pesquisa. Para isto, o Capítulo 3 está dividido em duas seções: (*i*) a Seção 3.1, que abordará o método utilizado; e, (*ii*) a Seção 3.2, que abordará a classificação da presente pesquisa.

3.1 Planejamento do método de pesquisa

Nesta seção é delineado o planejamento do experimento e como este foi realizado. De maneira geral, a pesquisa foi conduzida da seguinte forma: (*i*) foram selecionados, conforme determinados critérios (SEÇÃO 3.1.1), dois produtos a serem realizadas as análises de séries temporais; (*ii*) foram tabulados os dados para a obtenção das séries temporais da demanda de tais produtos; (*iii*) foram modeladas as séries temporais segundo os modelos apresentados no Capítulo 2; (*iv*) foram comparados os modelos segundo critérios descritos adiante; (*v*) foram apresentados os gráficos de ajustamento e de previsão dos modelos que surtiram os melhores resultados para cada série temporal (CAPÍTULO 5). Neste sentido, a Figura 12 apresenta o planejamento do método de pesquisa utilizado.

3.1.1 Séries temporais dos produtos analisados

A Empresa A, organização concedente dos dados para a realização do presente estudo de modelagem é uma empresa que possui anos de tradição em diversas áreas de negócios, produzindo um amplo portfólio de produtos. Este trabalho foi realizado com base em dados

históricos de vendas dos produtos de um de seus ramos de atuação. O portfólio utilizado no presente estudo foi definido junto à presidência da organização, conforme critérios estratégicos apresentados por esta. A escolha dos produtos de tal portfólio foi definida com base nos critérios de lucratividade e também por outras motivações estratégicas. Já esta escolha foi realizada junto com a direção comercial e com o setor de PCP da unidade produtora do portfólio definido e citado anteriormente.

Após isto, em conjunto com um funcionário do setor de vendas, o pesquisador realizou sua pesquisa no banco de dados da unidade produtora, quanto aos dados de vendas históricas dos produtos selecionados. Em seguida, os dados foram tabulados em uma planilha eletrônica para que o presente estudo pudesse ser conduzido.

3.1.2 Modelagem das séries temporais

Conforme apresentados no Capítulo 2, os modelos genéricos utilizados na presente pesquisa foram os seguintes: modelos de SE, modelos ARIMA e modelos de RNAs. Nos parágrafos a seguir será destacado como cada modelo foi utilizado.

Para a análise das séries temporais utilizando os modelos de SE foram utilizadas as suas variantes: SEH, SEHWA e SEHWM; para cada uma das séries temporais definidas. Então, foram estimados os parâmetros de cada modelo, utilizando como critério de escolha, o vetor que minimize o *Mean Square Error* dado pela Equação 76 (ZHANG, 2003). Após, foram modelados cada um dos componentes das séries (nível, tendência e sazonalidade), obtida a modelagem de cada série temporal e as medidas de erro das séries.

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(e_i\right)^2 \tag{76}$$

Para os modelos ARIMA, a primeira etapa realizada foi a verificação da condição de estacionariedade e, para isso, utilizou-se o teste ADF, apresentado no Capítulo 2. Conforme o resultado do teste procedeu-se ou não à diferenciação da série. Para aquelas séries em que o resultado do teste indicou uma condição de não-estacionariedade, foram realizadas tantas diferenças o quanto fossem necessárias para que a série atingisse tal condição. Em seguida, com base na FAC e FACP, identificaram-se e estimaram-se, cinco modelos (no mínimo)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

como possíveis para a modelagem de cada série temporal. Então, foram verificados caso os resíduos gerados pelos modelos comportam-se ou não como ruído branco.

Na modelagem das RNAs foi utilizada a topologia MLP com o *back-propagation* como algoritmo de treinamento. Segundo Cybenko *apud* Braga, Carvalho e Ludermir (2011), uma rede MLP com uma camada intermediária pode aproximar qualquer função contínua. Desta forma, foram implementadas RNAs com 1 camada intermediária para a modelagem das séries temporais. Segundo Flores (2009), o número de neurônios na camada de entrada identifica o número máximo de ciclos ou sazonalidade que o modelo pode detectar. Em seu trabalho, o autor utiliza dois modelos (utilizando como critério o número de neurônios na camada de entrada), um com 6 e outro com 12 neurônios na camada de entrada. No tocante ao número de neurônios na camada escondida, Flores (2009) utiliza uma série de configurações, variando de 5 a 30 neurônios. Assim, para o presente trabalho, a configuração para as RNAs seguirão o detalhamento disposto no Quadro 7, totalizando a modelagem de 36 RNAs para as duas séries temporais a serem utilizadas no presente estudo.

Número de neurônio nas camadas	**Rede *Multilayer percepton* com 1 camada escondida**
Camada de entrada	3, 6 e 12
Camada escondida	5, 10, 15, 20, 25 e 30
Camada de saída	1
Número de modelos	18

Quadro 7 – Configuração das RNAs modeladas no presente estudo
Fonte: Do autor (2011)

A modelagem das RNAs foi realizada conforme o seguinte procedimento: (*i*) foram separados os vinte e quatro últimos valores das séries temporais para a verificação da capacidade de predição e generalização da rede (assim como foi feito para os demais modelos apresentados); (*ii*) dos dados restantes da série, 70% foram utilizados para o treinamento e 30% para a sua validação; (*iii*) foram modeladas duas séries temporais da demanda de produtos utilizando as configurações dispostas no Quadro 1; (*iv*) foram avaliados empiricamente a possibilidade de super-ajustamento, comparando as medidas de erro do conjunto de treinamento e do conjunto de validação; (*v*) foram realizadas a previsão de vinte e quatro valores futuros; (*vi*) foram obtidos e analisados os resultados do ajustamento e da previsão das séries temporais.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Para a verificação de super-ajustamento nas RNAs aos dados da série, a análise empírica realizada consistiu em comparar a variação das medidas de erro do processo de treinamento e de validação das RNAs. Caso houvessem divergências acentuadas entre tais medidas, haveria fortes suposições de que determinada RNA teria memorizado os dados fornecidos para o seu treinamento, perdendo a capacidade de generalização, situação esta que não gera resultados práticos à presente pesquisa. Segundo Braga, Carvalho e Ludermir (2011), para a RNA não apresentar o problema de super-ajustamento, tais medidas deveriam, teoricamente, ser próximas uma da outra.

3.1.3 Comparação entre os modelos obtidos

Para a verificação da acuracidade e para a possibilidade de comparação entre cada modelo utilizado no presente estudo, foi necessária a definição e utilização de critérios de avaliação de cada modelo. Normalmente, verifica-se que são dois critérios de avaliação utilizados pelos autores em estudos da área de previsão de séries temporais (KHASHEI; BIJARI, 2010; FLORES, 2009; FARUK, 2010). Desta forma, no presente estudo foram utilizados dois critérios de avaliação dos modelos propostos.

Os critérios de avaliação a serem utilizados foram selecionados com base na pesquisa realizada por Mentzer e Khan nos anos 1995 e 2006. Estes autores, com o intuito de verificar a importância de vários critérios de avaliação de métodos de previsão, realizaram pesquisas com profissionais e acadêmicos da área no ano de 1995 e no ano de 2006, com 186 e com 86 respondentes, respectivamente. Segundo os pesquisadores, os critérios mais utilizados são o MAPE (EQUAÇÃO 77) e o MAE (EQUAÇÃO 78) que obtiveram na primeira pesquisa (1995) cerca de 75% dos votos e na segunda pesquisa cerca de 65% dos votos (2006) (FELICIANO, 2009).

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{e_t}{y_t}100\right| \tag{77}$$

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|e_i| \tag{78}$$

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

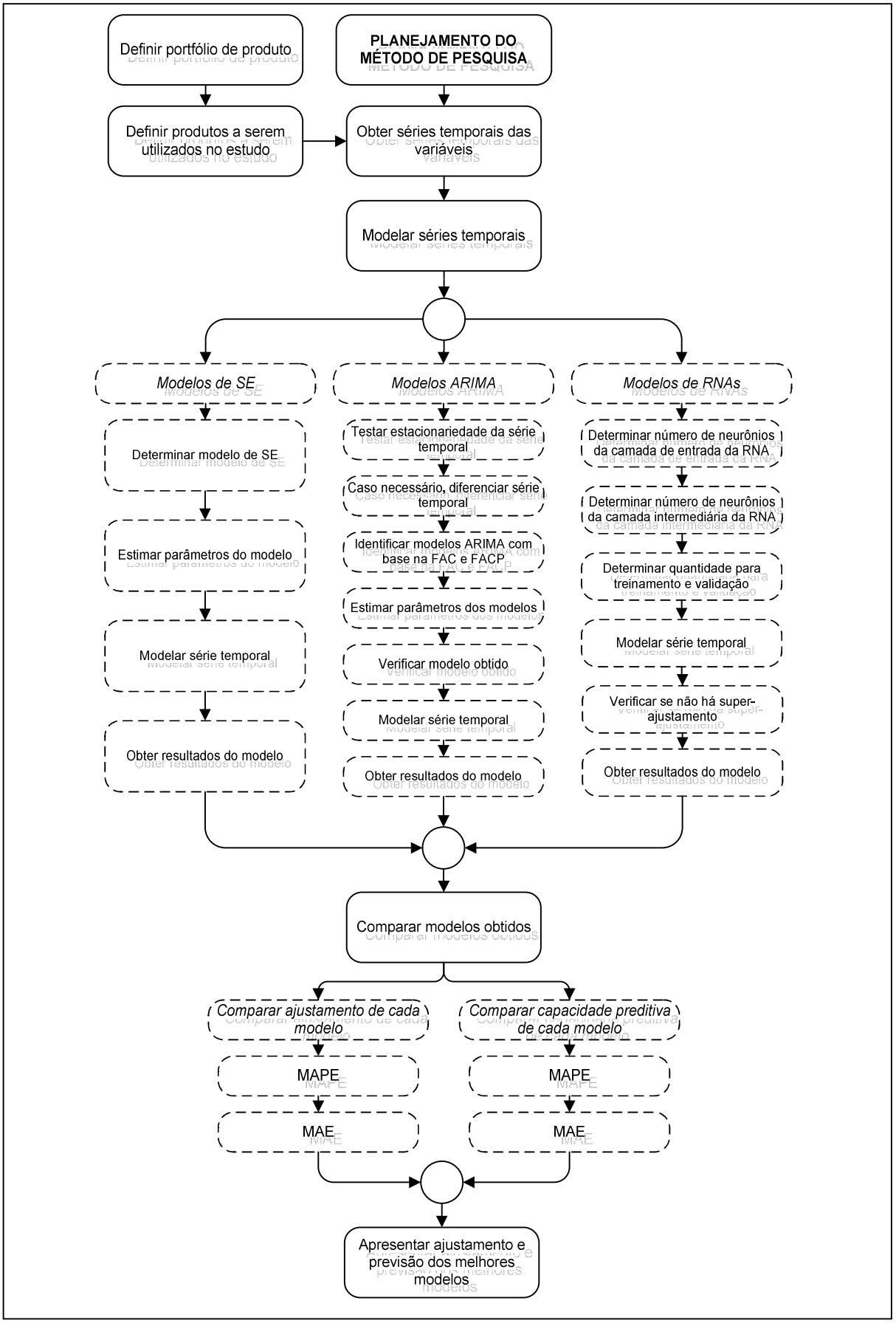

Figura 12 – Planejamento do método de pesquisa

Fonte: Do autor (2011)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

3.1.4 Apresentação do ajustamento e previsão dos resultados dos modelos

Realizada a etapa de comparação entre as modelagens realizadas na presente pesquisa, a última etapa do trabalho consistiu em apresentar os gráficos com o ajustamento do modelo à série temporal e com a previsão de seus 24 valores futuros. Além dos gráficos de ajustamento, foram realizados os devidos comentários a respeito dos modelos obtidos.

3.2 Metodologia de Pesquisa

Afirmam Marconi e Lakatos (2002) que existem diversos conceitos sobre o que é pesquisa. Da mesma forma, ressaltam que os estudiosos ainda não chegaram a um consenso sobre este assunto. Destarte, os autores citam alguns conceitos existentes na literatura a respeito do significado de pesquisa. Para Ander-Egg *apud* Marconi e Lakatos (2002, p.15), a pesquisa é "um procedimento reflexivo sistemático, controlado e crítico, que permite descobrir novos fatos ou dados, relações ou leis, em qualquer campo do conhecimento". Segundo Asti Vera *apud* Marconi e Lakatos (2002, p.15), "o ponto de partida da pesquisa encontra-se no problema que se deverá definir, examinar, avaliar, analisar criticamente, para depois ser tentada uma solução".

A pesquisa científica necessita ser concebida através de um processo organizado em diversas etapas, de maneira a haver uma lógica e uma sequência, e que este processo seja dinâmico (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2006). A Figura 13 e a Figura 14 apresentam a proposta de desenvolvimento do trabalho com base nas etapas descritas em Sampieri, Collado e Lucio (2006).

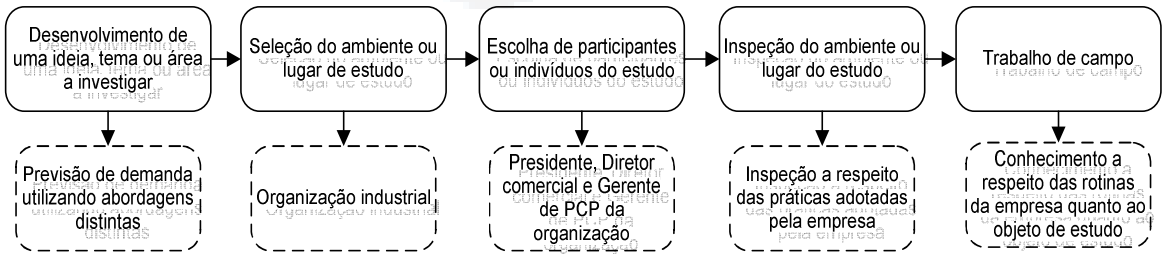

Figura 13 – Primeira etapa do processo de pesquisa adotado

Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base em Sampieri, Collado e Lucio (2006)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Figura 14 – Segunda etapa do processo de pesquisa adotado

Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base em Sampieri, Collado e Lucio (2006)

Neste e nos parágrafos subsequentes, buscar-se-á referenciar as abordagens de metodologia de pesquisa que foram utilizadas no presente trabalho. Quanto à sua natureza, a pesquisa caracteriza-se como sendo aplicada. Segundo Ander-Egg *apud* Marconi e Lakatos (2002, p. 20), tal pesquisa "caracteriza-se por seu interesse prático, isto é, que os resultados sejam aplicados ou utilizados, imediatamente, na solução de problemas que ocorrem na realidade". Desta forma, os resultados gerados por este trabalho podem ser utilizados pela empresa para a otimização de seus processos de planejamento e controle (especialmente para o PCP) naqueles em que a demanda é uma variável fundamental a ser considerada.

A previsão de demanda por intermédio de séries temporais é baseada em análises estatísticas de dados históricos e parte do pressuposto que o comportamento passado das variáveis é relevante para a previsão de seus valores futuros, referindo-se então a uma estimativa objetiva. A abordagem quantitativa de previsão com base em métodos de projeção histórica caracteriza-se como uma pesquisa do tipo descritiva (MORABITO; PUREZA, 2010). Os estudos descritivos procuram especificar as propriedades, as características e os perfis importantes de pessoas, grupos, comunidade ou qualquer outro fenômeno que se submeta à análise (DANHKE *apud* SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2006).

A abordagem quantitativa utiliza-se da coleta e análise de dados para responder às questões de pesquisa e testar as hipóteses preestabelecidas, e confia na medição numérica, na contagem e frequentemente no uso da estatística para estabelecer com exatidão os padrões de comportamento de uma população (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2006). Ainda, segundo Rothery *apud* Sampieri, Collado e Lucio (2006), o enfoque quantitativo, para que gere conhecimento, fundamenta-se no método hipotético-dedutivo e considera as seguintes premissas:

a) São delineadas teorias e delas são derivadas as hipóteses;

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

b) As hipóteses são submetidas à prova utilizando os modelos de pesquisa apropriados;

c) Se os resultados sustentam as hipóteses ou forem condizentes com elas, é obtida evidência em seu favor. Se os resultados as refutarem, são descartadas em busca de melhores explicações e hipóteses.

A presente monografia, em termos de procedimentos técnicos, classifica-se como modelagem quantitativa. Segundo Morabito e Pureza (2010, p. 166), “modelo pode ser definido como uma representação de uma situação ou realidade, conforme vista por uma pessoa ou um grupo de pessoas, e construído de forma a auxiliar o tratamento daquela situação de uma maneira sistemática”.

Os autores Berto e Nakano (2000) e Nakano (2010) realizaram um levantamento dos artigos publicados nos anais do Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP) do período de 1996 a 2004, analisando a classificação dos artigos quanto aos procedimentos técnicos utilizados. Os procedimentos técnicos de pesquisa foram então agrupados em uma tabela com a frequência absoluta e relativa dos métodos identificados e estes, por sua vez, foram discriminados em setes categorias, que são: modelagem, simulação, *survey*, estudo de caso, estudo de campo, experimento e teórico/conceitual. Quanto ao procedimento técnico utilizado neste trabalho, o de modelagem, os autores observaram que a utilização deste vem gradativamente decrescendo com o tempo nas publicações do ENEGEP (MORABITO; PUREZA, 2010).

No contexto apresentado anteriormente, a presente pesquisa procurou tratar um problema real existente em um ambiente de produção, buscando representar matematicamente este problema através de três abordagens diferentes (SE, ARIMA e RNAs), em seguida estruturando e documentando os processos envolvidos para futuras replicações da lógica de resolução dada ao problema identificado. Desta forma, conforme Morabito e Pureza (2010), esta pesquisa pode ser classificada como de modelos quantitativos abstratos, pois se utilizam de uma linguagem matemática e técnicas analíticas para calcular valores numéricos das propriedades do sistema em questão. Citam ainda os autores que tal modelo pode ser utilizado para analisar os resultados de diferentes ações possíveis no sistema.

A Figura 15 apresenta a classificação da pesquisa realizada. Os campos negritados objetivam tornar clara a presente classificação.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

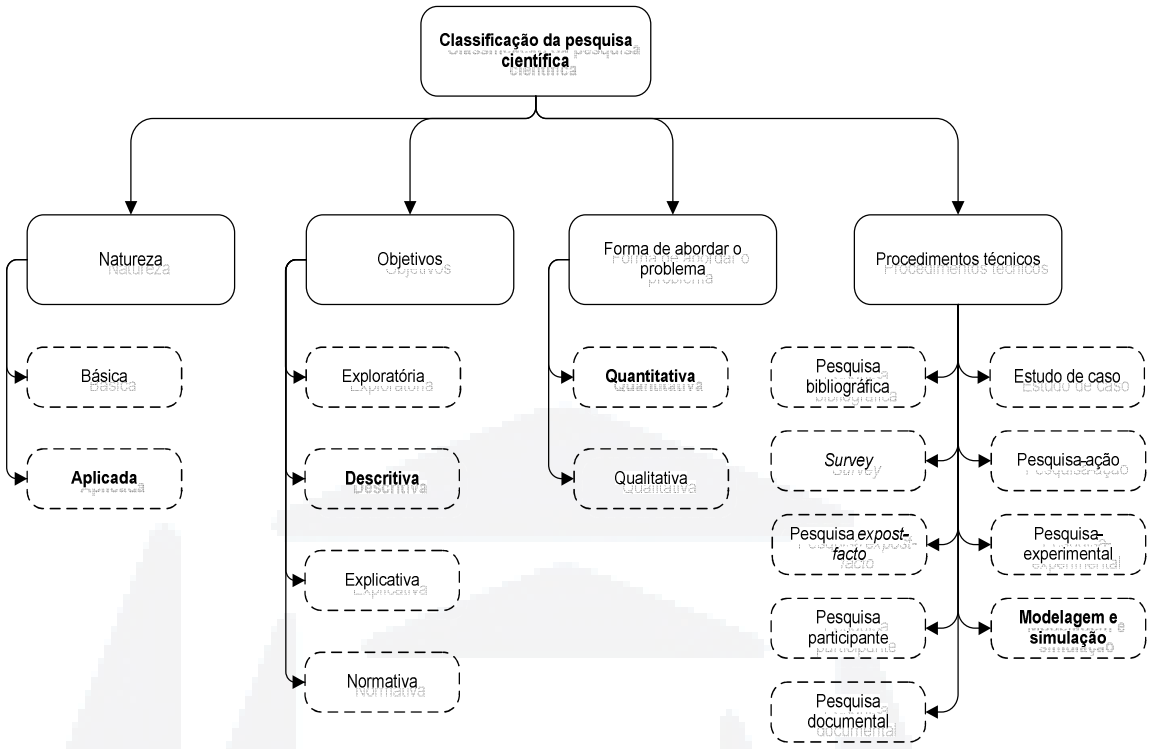

Figura 15 – Classificação da pesquisa científica e da presente pesquisa
Fonte: Adaptado pelo autor (2011) com base em Bacci (2007)

Portanto, quanto à natureza da pesquisa proposta, esta se classifica como sendo aplicada, pois há interesse na utilização dos resultados gerados e que estes passem a auxiliar na solução de problemas que ocorram na realidade (ANDER-EGG *apud* MARCONI; LAKATOS, 2002). Quanto aos objetivos, a pesquisa é descritiva, pois busca especificar características e perfis importantes do fenômeno da demanda de produtos em uma organização industrial (DANHKE *apud* SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2006). A abordagem é caracterizada como sendo quantitativa, pois se utilizará de medição numérica para a validação do método proposto (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2006). E, quanto aos procedimentos técnicos, a pesquisa caracteriza-se como sendo de modelagem, pois aborda a representação de uma realidade, construída de forma a auxiliar o tratamento de uma situação de maneira sistemática (MORABITO; PUREZA, 2010).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

4 MODELAGEM DAS SÉRIES TEMPORAIS

Neste capítulo, são apresentadas as modelagens das séries temporais utilizadas no presente estudo, conforme os modelos descritos no Capítulo 2. A Seção 4.1 apresenta a modelagem da série temporal do produto X e a Seção 4.2 apresenta a modelagem da série temporal do produto Y. A apresentação da etapa de modelagem tem a seguinte sequência: modelagem das séries temporais utilizando os modelos de (*i*) SE; (*ii*) ARIMA; e, (*iii*) RNAs.

4.1 Modelagem da série temporal do produto X

A Figura 16 apresenta a série temporal das vendas do produto X (eixo das ordenadas) fabricado pela Empresa A e realizadas a cada período de tempo (eixo das abscissas).

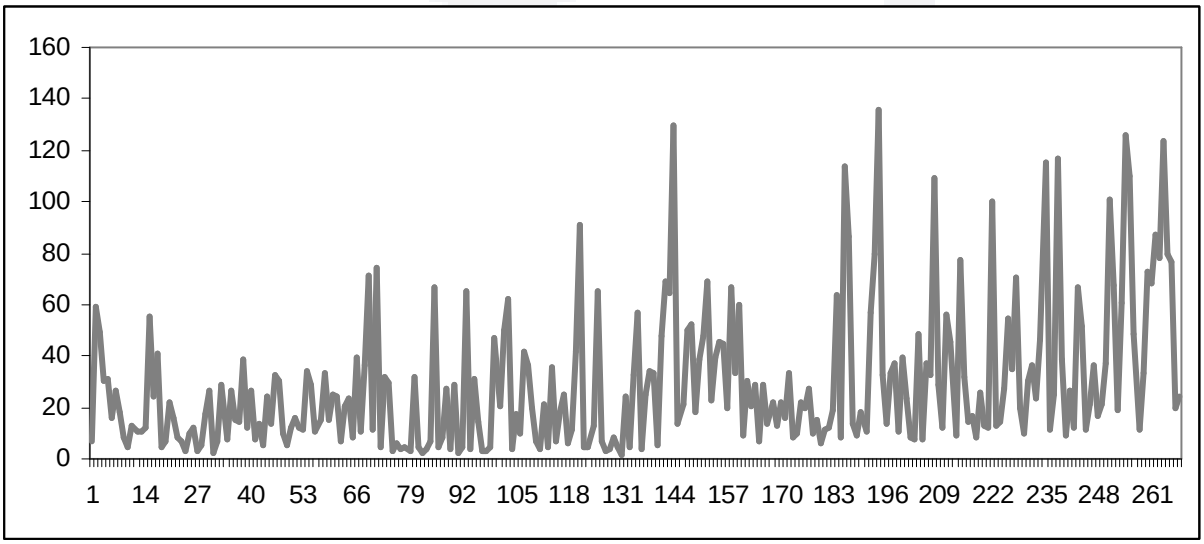

Figura 16 – Série temporal de vendas (em milhares de unidades) semanal do produto X

Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base no banco de dados da Empresa A (2011)

Conforme se observa na Figura 16, a série temporal do produto X apresenta padrões de comportamento diferenciados em diversos períodos da série, especialmente no início (menor variância) em relação ao seu final (maior variância). Para investigar o ajustamento dos modelos à série, as próximas seções (4.1.1, 4.1.2 e 4.1.3) apresentam a modelagem da série temporal do produto X utilizando os modelos descritos no início deste capítulo.

4.1.1 Modelagem da série temporal do produto X utilizando os modelos de SE

A Seção 4.1.1 apresenta a modelagem da série temporal (TABELA 1) utilizando os modelos de SE (SEH, SEHWA, SEHWM). Tanto a estimação dos parâmetros do modelo quanto a modelagem da série, foram realizadas utilizando o pacote estatístico R versão 2.13.1. A Tabela 1 apresenta os respectivos modelos utilizados, os valores estimados de seus parâmetros, o MAE de ajustamento (MAE*a*), o MAPE de ajustamento (MAPE*a*), o MAE de previsão (MAE*p*) e o MAPE de previsão da série temporal (MAPE*p*).

Tabela 1 – Modelagem da série temporal do produto X utilizando os modelos de SE

Modelo	Parâmetros	MAE*a*	MAPE*a*	MAE*p*	MAPE*p*
SEH	α : 0,02923 β : 0,00475	19.446	0,7798	23.238	0,9319
SEHWA	α : 0,01975 β : 0,00245 γ : 0,00034	18.047	0,7237	22.550	0,9043
SEHWM	α : 0,01975 β : 0,00245 γ : 0,00034	18.047	0,7237	22.550	0,9043

Fonte: Do autor (2011)

Observa-se com a modelagem da série utilizando os modelos de SE, que tais modelos não capturaram adequadamente o processo gerador da série. Verifica-se isto, pois, tanto o processo de modelagem quanto o de previsão, geraram valores de erros que podem ser considerados altos (em termos de MAPE, 0,7798 e 0,9319, respectivamente).

Outra constatação é que não houve diferenças entre a estimação dos modelos de SEHWA e de SEHWM. O modelo de SEHWA é mais adequado para séries temporais onde a variância permanece constante ao longo do tempo e, do contrário, o modelo de SEHWM é mais adequado para séries temporais onde a variância não permanece constante ao longo do tempo. Logo, esperavam-se diferenças na estimação dos parâmetros de cada um destes modelos, bem como, também em sua modelagem da série temporal. Portanto, este fato não

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

aconteceu, demonstrando que para a presente série temporal, não há diferenças em se utilizar ou o modelo de SEHWA ou o modelo de SEHWM, mesmo considerando que a variância seja diferente ao longo do tempo.

4.1.2 Modelagem da série temporal do produto X utilizando os modelos ARIMA

Esta seção apresenta o processo de modelagem da série temporal do produto X utilizando os modelos ARIMA. O processo de modelagem foi realizado utilizando o software Gretl versão 1.9.5cvs, excetuando-se o teste de raiz unitária ADF, que foi realizado no *software* Eviews versão 4. Para o início do processo de análise e modelagem da série, a primeira etapa consiste na apresentação do correlograma de sua FAC (FIGURA 17) e no correlograma de sua FACP (FIGURA 18).

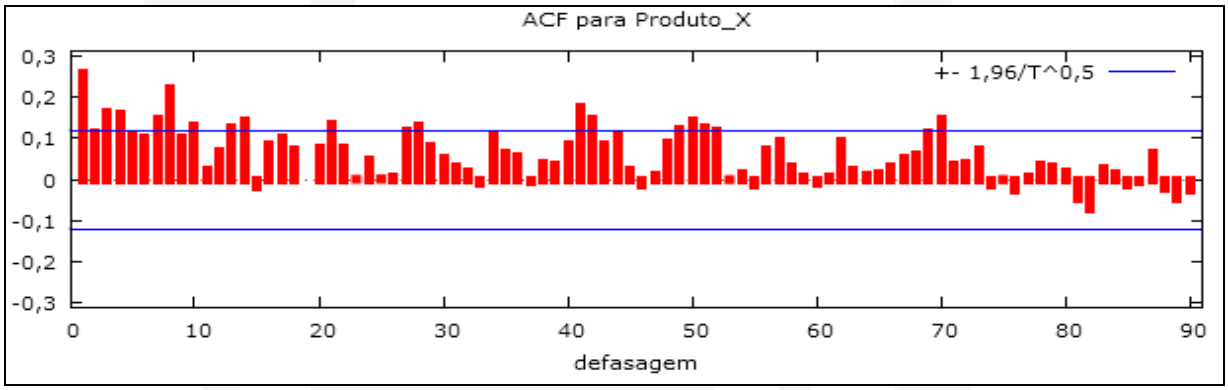

Figura 17 – Correlograma da FAC da série temporal do produto X

Fonte: Do autor (2011)

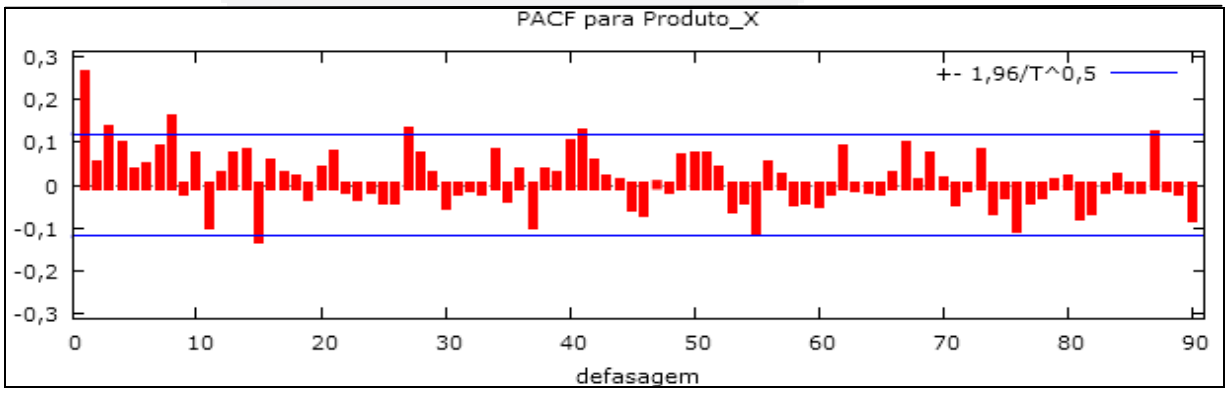

Figura 18 – Correlograma da FACP da série temporal do produto X

Fonte: Do autor (2011)

Conforme pesquisa bibliográfica realizada (CAPÍTULO 2), uma das primeiras etapas a ser analisada no processo de modelagem da série temporal utilizando os modelos ARIMA, é

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

a verificação da condição de estacionariedade. Assim, verificam-se na Figura 17, alguns coeficientes de auto-correlação fora dos limites do intervalo em que o coeficiente é considerado como sendo estatisticamente igual a zero. Porém, a FAC da série não apresenta um padrão persistentemente alto de auto-correlação entre o valor atual e seus valores defasados, conforme o número de *lags* aumenta. Desta forma, fica prejudicada a análise da estacionariedade da série temporal unicamente utilizando a verificação visual. Para tanto, será realizado o teste de raiz unitária ADF para testar tal possibilidade (TABELA 2).

Tabela 2 – Teste ADF para a verificação de estacionariedade da série temporal

d	**Valor do teste**	***p-values* dos parâmetros**	**Valor crítico do teste**		**Decisão do teste**	
1	$\tau_\tau = -13{,}925$ (EQUAÇÃO 57)	$\alpha : 0.0136$ $\beta t : 0.0000$ $\gamma : 0.0000$	1% 5% 10%	-3,99 / $\tau_\tau < \tau_c$ -3,43 / $\tau_\tau < \tau_c$ -3,13 / $\tau_\tau < \tau_c$	1% 5% 10%	$H_1 : \gamma \neq 0$ $H_1 : \gamma \neq 0$ $H_1 : \gamma \neq 0$

Fonte: Do autor (2011)

A Tabela 2 apresenta o teste de raiz unitária ADF aplicado na série temporal do produto X. O teste ADF utilizado (EQUAÇÃO 57) foi aquele que apresenta os componentes intercepto e tendência, pois a regressão realizada para a efetivação do teste ADF apontou como sendo significativa a utilização de tais parâmetros (conforme os *p-values* dos parâmetros). O resultado do teste ADF com intercepto e tendência indica que a série é estacionária em nível (para os níveis de significância de 1%, 5% e 10%), não sendo necessária, portanto, a realização de diferenciação na série para que esta se torne estacionária.

Quanto à avaliação da sazonalidade, o modelo apresenta alguns picos significativos em determinados *lags*. Porém, não há um padrão definido que indique que o processo gerador da série temporal seja gerado puramente por determinado modelo. Desta forma, serão identificados alguns modelos (TABELA 3) como sendo possíveis para descrever satisfatoriamente o processo gerador da série temporal. Além dos modelos identificados, serão apresentados os *p-values* dos coeficientes do modelo, os critérios de Akaike e Schwarz (CIA e CIB, respectivamente), o MAE e o MAPE do ajustamento (MAE*a* e MAPE*a*) e de previsão da série temporal (MAE*p* e MAPE*p*).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Tabela 3 – Modelos identificados e estimados para a série temporal do produto X

Modelo	*p-value* dos coeficientes	CIA	CIB	MAE*a*	MAPE*a*	MAE*p*	MAPE*p*
ARIMA (3,0,0)	ϕ_1 : 0,0000 ϕ_2 : 0,0044 ϕ_3 : 0,0001	6.953	7.058	17.4562	0,7391	19.850	0,8402
ARIMA (2,0,0)	ϕ_1 : 1,18x10E-13 ϕ_2 : 0,0052	6.921	7.024	18.743	0,7578	21.609	0,8737
ARIMA (4,0,3)	ϕ_1 : 5,08x10E-12 ϕ_2 : 0,0020 ϕ_3 : 0,0000 ϕ_4 : 0,0001	6.578	6.621	15.957	0,5393	16.477	0,5569
ARIMA (3,0,3)	θ_1 : 4,01x10E-5 θ_2 : 0,0405 θ_3 : 7,01x10E-2 ϕ_1 : 3,15x10E-5 ϕ_2 : 0,0713 ϕ_3 : 0,0092	6.779	6.854	16.365	0,5579	18.051	0,6154
ARIMA (3,0,2)	θ_1 : 4,01x10E-5 θ_2 : 0,0410 θ_3 : 6,25x10E-4 ϕ_1 : 0,0000 ϕ_2 : 0,0425 ϕ_3 : 0,0092 θ_1 : 3,62x10E-2 θ_2 : 0,0320	6.686	6.792	16.874	0,5709	19.161	0,6483

Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base em Werner e Ribeiro (2003)

Conforme se visualiza na Tabela 3, o modelo que melhor ajustou-se à série temporal do produto X foi o modelo ARIMA (4,0,3), ou melhor, um modelo descrito por quatro parâmetros auto-regressivos (sem constante) e com três parâmetros de médias móveis. Os critérios CIA e CIB também indicam tal modelo como sendo o mais adequado, pois este é o modelo que minimiza o valor de tais critérios. Tendo sido identificado o modelo mais adequado para a série temporal, bem como estimado o valor de seus parâmetros, a próxima etapa necessária a ser realizada é a de diagnóstico, ou seja, se os resíduos do modelo seguem ou não um padrão denominado ruído branco. Para isto, a Figura 19 apresenta o correlograma da FAC dos resíduos gerados pelo modelo.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

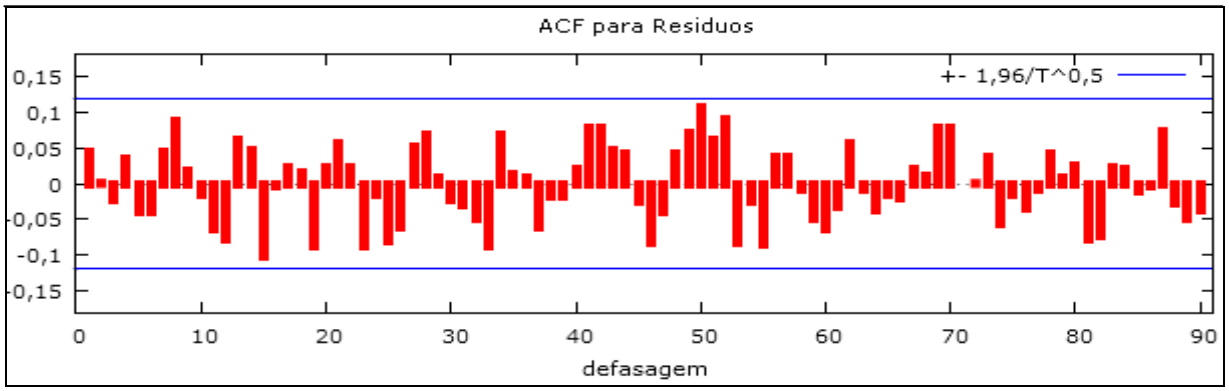

Figura 19 – Correlograma da FAC dos resíduos da série temporal do produto X

Fonte: Do autor (2011)

Através do correlograma da FAC dos resíduos (FIGURA 19), percebe-se que não há coeficientes de auto-correlação fora do intervalo de aceitação, mas há determinados coeficientes próximos ao limite máximo de aceitação. A existência de coeficientes fora do intervalo de aceitação é considerada uma situação indesejada na modelagem de séries temporais utilizando os modelos ARIMA, pois determinados padrões existentes na série não teriam sido capturados pelo modelo. Portanto, caso tal modelo seja o mais adequado para a previsão da série temporal do produto X, este poderá ser utilizado sem restrições, pois os erros por este gerado seguem um padrão denominado ruído branco.

4.1.3 Modelagem da série temporal do produto X utilizando RNAs

Esta seção apresenta os resultados da modelagem da série temporal do produto X utilizando os modelos de RNAs. O processo de modelagem foi realizado utilizando o software EasyNN versão 14.0.g. Assim, a Tabela 4 apresenta os modelos de RNAs utilizados para a modelagem da série e o MAE*a*, o MAPE*a*, o MAE*p* e o MAPE*p*, que auxiliarão na escolha do modelo que melhor descreva o processo gerador da série temporal.

Tabela 4 – Modelagem da série temporal do produto X utilizando RNAs

MLP	**MAE*a***	**MAPE*a***	**MAE*p***	**MAPE*p***
MLP (3,5,1)	9.773	0,4798	24.921	0,4927
MLP (3,10,1)	10.454	0,4974	24.078	0,4744
MLP (3,15,1)	8.457	0,4023	25.663	0,5137
MLP (3,20,1)	9.712	0,4715	24.147	0,4851
MLP (3,25,1)	8.783	0,4114	24.567	0,4934
MLP (3,30,1)	8.921	0,4256	23.214	0,4916
MLP (6,5,1)	8.174	0,3838	22.955	0,4585

Continua...

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

MLP	MAE*a*	MAPE*a*	MAE*p*	MAPE*p*
MLP (6,10,1)	10.250	0,4671	24.514	0,4868
MLP (6,15,1)	9.341	0,4451	23.238	0,4713
MLP (6,20,1)	9.247	0,4512	25.092	0,5141
MLP (6,25,1)	9.568	0,4625	24.571	0,4979
MLP (6,30,1)	10.265	0,4687	24.517	0,4954
MLP (12,5,1)	11.454	0,5345	26.743	0,5349
MLP (12,10,1)	9.741	0,4752	24.546	0,4946
MLP (12,15,1)	8.554	0,4017	23.197	0,4641
MLP (12,20,1)	9.821	0,4873	25.879	0,5187
MLP (12,25,1)	9.137	0,4459	24.687	0,4939
MLP (12,30,1)	8.884	0,4189	26.342	0,5264

Fonte: Do autor (2011)

Verifica-se que o modelo de RNAs que melhor descreveu o processo gerador da série temporal do produto X foi o MLP (6,5,1), ou seja, o modelo com seis neurônios na camada de entrada, cinco neurônios na camada intermediária e um neurônio na camada de saída. Desta forma, a Figura 20 apresenta a rede MLP (6,5,1) ilustrando a composição da mesma, ou seja, seis neurônios na camada de entrada, cinco neurônios na camada intermediária e um neurônio na camada de saída.

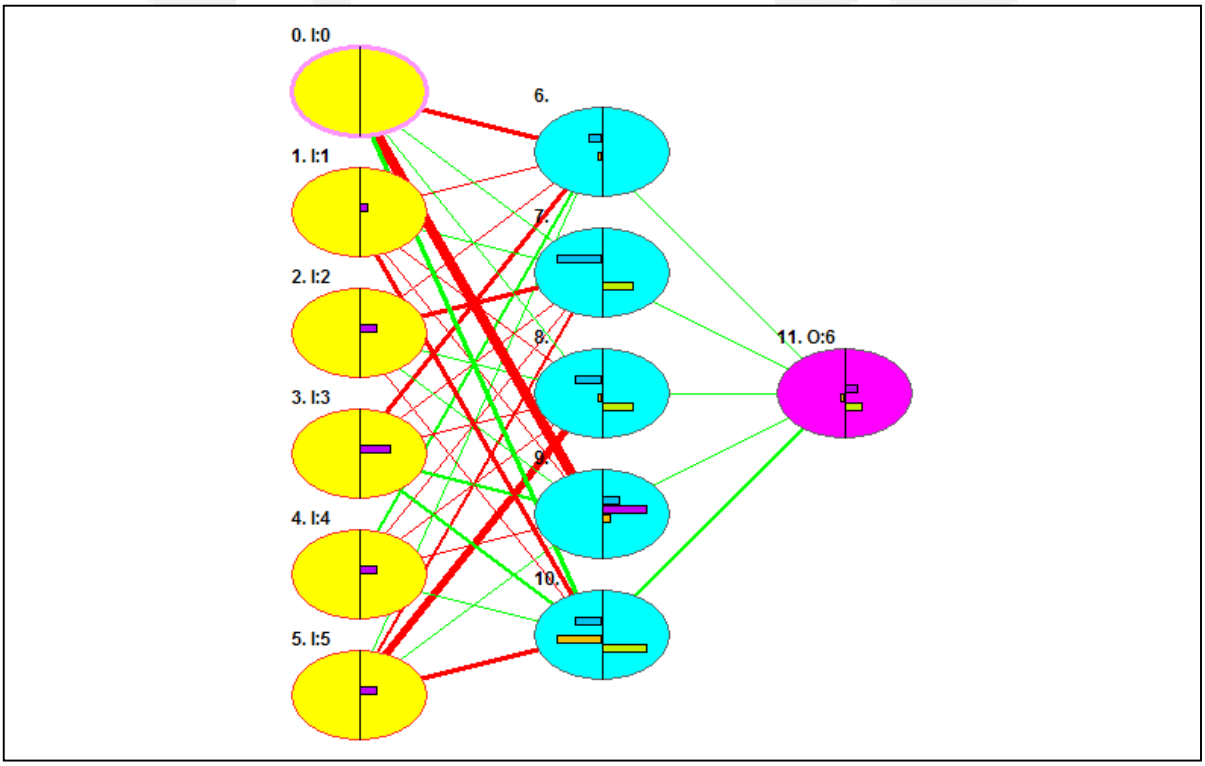

Figura 20 – Rede MLP (6,5,1) utilizada na modelagem da série temporal

Fonte: Do autor (2011)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

A Figura 21 apresenta o processo de treinamento da rede MLP (6,5,1). Para todos os modelos de RNAs utilizados no presente estudo, foi estipulado o número máximo de 20.000 ciclos de treinamento (conforme pode ser visualizado na FIGURA 21) com o objetivo de evitar o super-ajustamento da rede aos dados de treinamento.

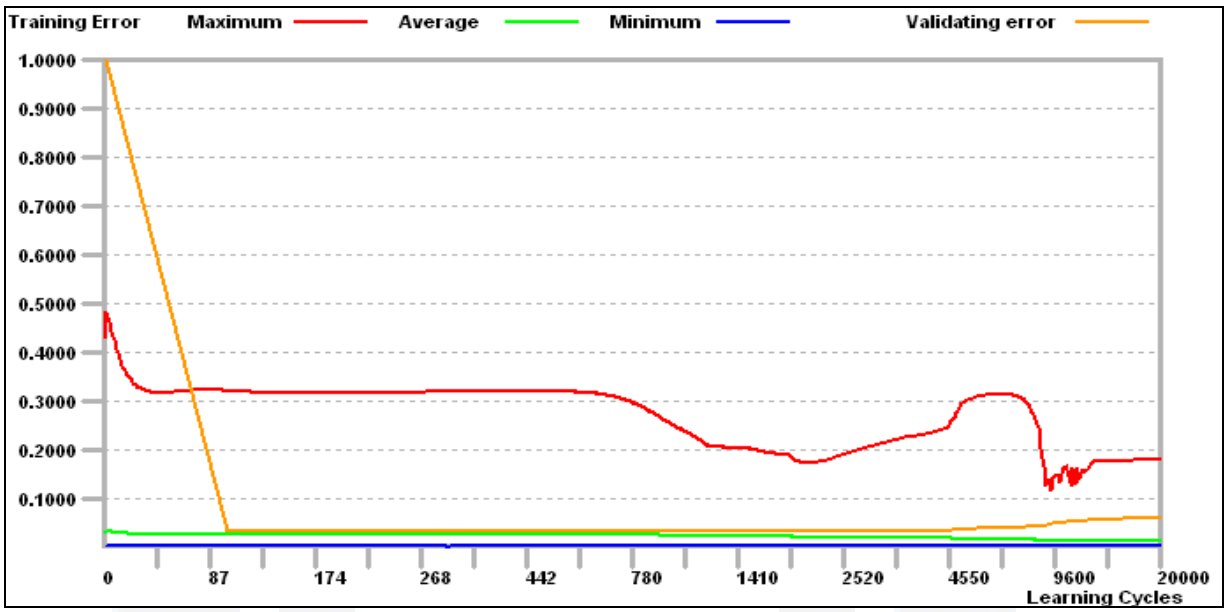

Figura 21 – Gráfico do treinamento da rede MLP (6,5,1)

Fonte: Do autor (2011)

Conforme Figura 21, observa-se que o erro médio do processo de treinamento (0,0093) convergiu ao erro meta estipulado (0,01). O erro do processo de validação foi de 0,072 e o erro máximo do processo de treinamento foi de 0,195. Embora o erro máximo e o erro de validação não tenham atingido o critério de convergência (0,01) para os 20.000 ciclos de treinamento, verifica-se que o processo de treinamento da RNA atingiu valores aceitáveis de erro (em termos do erro médio).

4.2 Modelagem da série temporal do produto Y

A Figura 22 apresenta a série temporal das vendas semanais do produto Y (eixo das ordenadas, em milhares de unidades) da Empresa A realizadas a cada período de tempo (eixo das abscissas, em semanas).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

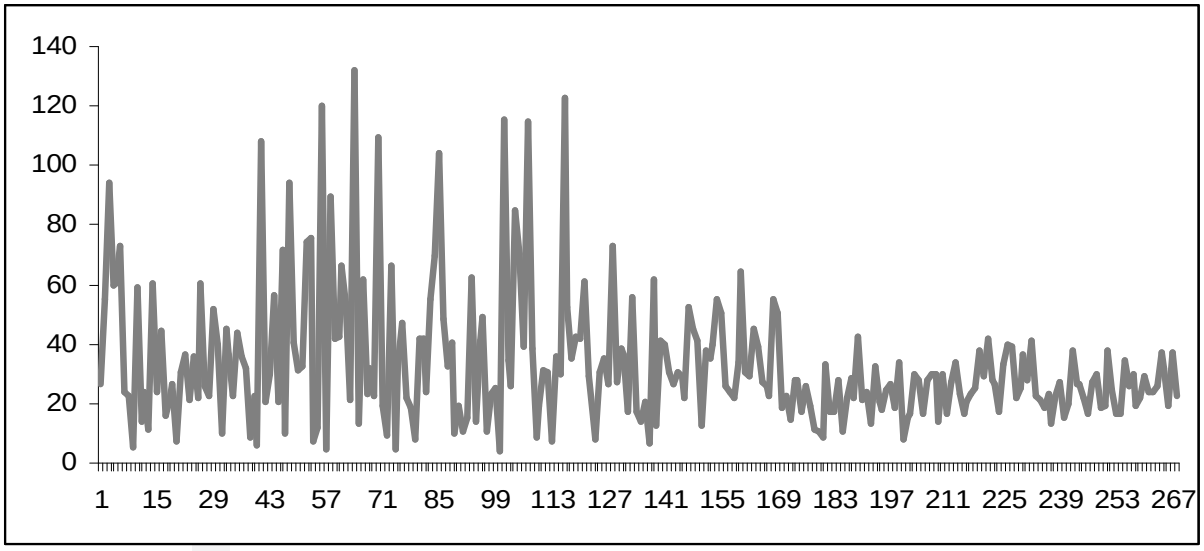

Figura 22 – Série temporal de vendas (em milhares de unidades) semanais do produto Y
Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base no banco de dados da Empresa A (2011)

Na Figura 22, observa-se, no início da série temporal, um padrão diferenciado em relação aos demais períodos. Do período 40 ao período 118, aproximadamente, nota-se claramente um aumento na variância da série temporal em relação aos demais períodos. Após o período 118, a variância tende a estabilizar-se. Esta situação poderá afetar a capacidade preditiva da série temporal, tendo em vista a grande diferença entre o primeiro padrão (do período 40 ao período 118) e o segundo padrão da série temporal (do período 119 em diante). Para investigar esta questão, as próximas seções (4.2.1, 4.2.2 e 4.2.3) apresentam a modelagem da série temporal do produto Y utilizando os seguintes modelos: (*i*) SE; (*ii*) ARIMA; e, (*iii*) RNAs.

4.2.1 Modelagem da série temporal do produto Y utilizando os modelos de SE

A Seção 4.2.1 apresenta os resultados da modelagem (TABELA 5) utilizando os modelos de SE (SEH, SEHWA, SEHWM). Tanto a estimação dos parâmetros do modelo, quanto a modelagem da série, foram realizadas utilizando o pacote estatístico R versão 2.13.1. A Tabela 5 apresenta os respectivos modelos utilizados, os valores estimados de seus parâmetros, o MAE de ajustamento (MAE*a*), o MAPE de ajustamento (MAPE*a*), o MAE de previsão (MAE*p*) e o MAPE de previsão da série temporal (MAPE*p*).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Tabela 5 – Modelagem da série temporal do produto Y utilizando os modelos de SE

Modelo	Parâmetros	MAE*a*	MAPE*a*	MAE*p*	MAPE*p*
SEH	α : 0,00178 β : 0,00039	18.365	0,7708	19.977	0,9578
SEHWA	α : 0,002386 β : 0,001009 γ : 0,003937	17.632	0,7568	18.552	0,7799
SEHWM	α : 0,002386 β : 0,001009 γ : 0,003937	17.632	0,7568	18.552	0,7799

Fonte: Do autor (2011)

A situação ocorrida na modelagem da série temporal do produto Y se assemelhou à modelagem da série temporal do produto X utilizando os modelos de SE. Portanto, observa-se com a modelagem da série utilizando os modelos de SE, que tais modelos não capturaram adequadamente o processo gerador da série. Verifica-se isto, pois, tanto o processo de modelagem quanto o de previsão, geraram valores de erros que podem ser considerados altos (em termos de MAPE, 0,7568 e 0,9578, respectivamente).

Da mesma forma, outra constatação é que não houve diferenças entre a estimação dos modelos de SEHWA e de SEHWM. O modelo de SEHWA é mais adequado para séries temporais onde a variância permanece constante ao longo do tempo e, do contrário, o modelo de SEHWM é mais adequado para séries temporais onde a variância não permanece constante ao longo do tempo. Logo, esperavam-se diferenças na estimação dos parâmetros de cada um destes modelos, bem como, então, também em sua modelagem da série. Portanto, este fato não aconteceu, demonstrando que para a presente série temporal, não há diferenças em se utilizar ou o modelo de SEHWA ou o modelo de SEHWM, mesmo considerando que a variância seja diferente ao longo do tempo.

4.2.2 Modelagem da série temporal do produto Y utilizando os modelos ARIMA

Esta seção apresenta o processo de modelagem da série temporal do produto Y utilizando os modelos ARIMA. O processo de modelagem foi realizado utilizando o software Gretl versão 1.9.5cvs, excetuando-se o teste de raiz unitária ADF, que foi realizado no *software* Eviews versão 4. Para o início do processo de análise e modelagem da série, a primeira etapa consiste na apresentação do correlograma de sua FAC (FIGURA 23) e no correlograma de sua FACP (FIGURA 24).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

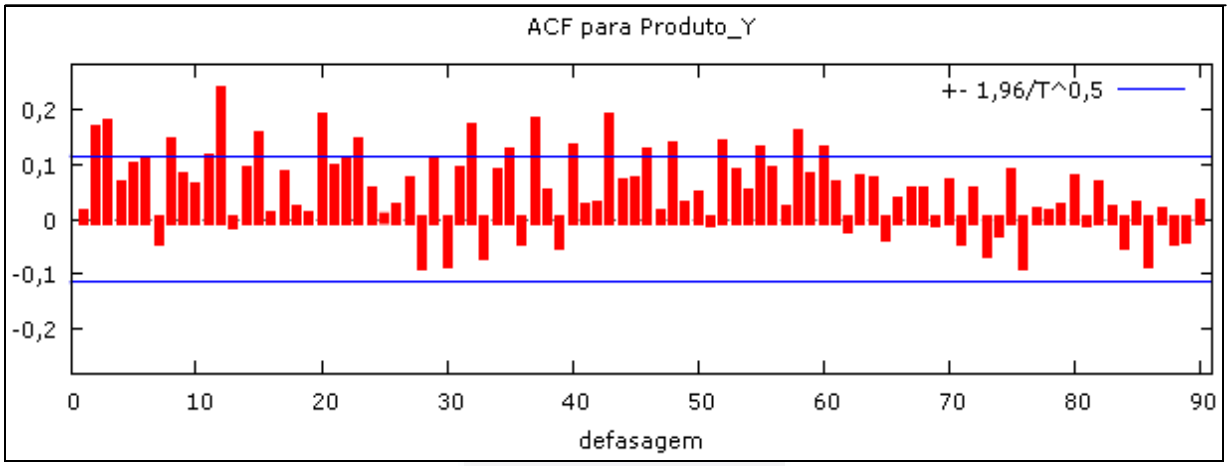

Figura 23 – Correlograma da FAC da série temporal do produto Y

Fonte: Do autor (2011)

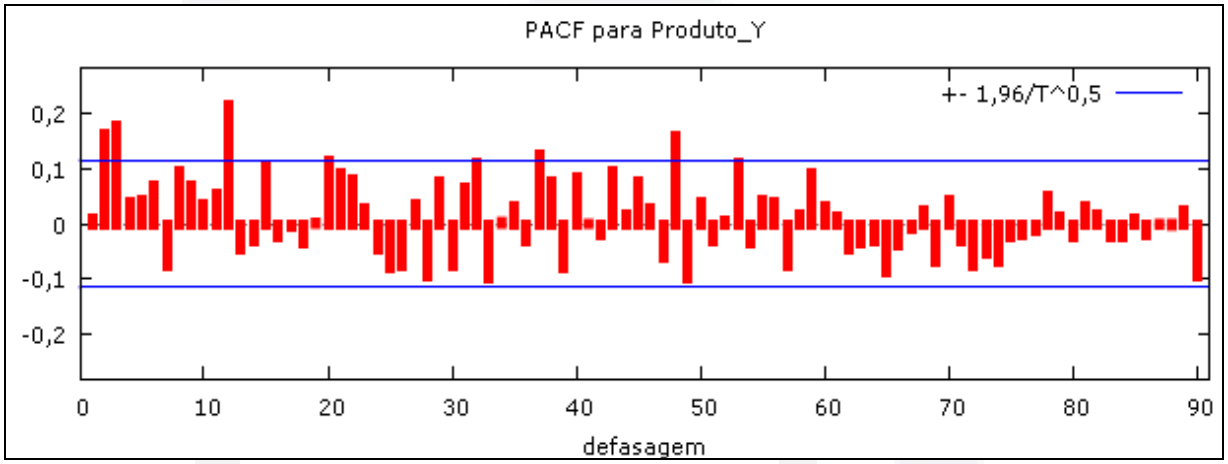

Figura 24 – Correlograma da FACP da série temporal do produto Y

Fonte: Do autor (2011)

Conforme pesquisa bibliográfica realizada (CAPÍTULO 2), uma das primeiras etapas a ser analisada no processo de modelagem da série temporal utilizando os modelos ARIMA, é a verificação da condição de estacionariedade. Assim, verificam-se na Figura 23, alguns coeficientes de auto-correlação fora dos limites do intervalo em que o coeficiente é considerado como sendo estatisticamente igual a zero. Porém, a FAC da série não apresenta um padrão persistentemente alto de auto-correlação entre o valor atual e seus valores defasados, conforme o número de *lags* aumenta, mas há sim, diversos coeficientes de auto-correlação que ultrapassam os limites do intervalo de confiança para quando estes são estatisticamente iguais a zero. Desta forma, fica prejudicada a análise da estacionariedade da série temporal unicamente utilizando a verificação visual. Para tanto, será realizado o teste de raiz unitária ADF para testar tal possibilidade (TABELA 6).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Tabela 6 – Teste ADF para a verificação de estacionariedade da série temporal

d	Valor do teste	*p-values* dos parâmetros	Valor crítico do teste		Decisão do teste	
1	$\tau_\tau = -17{,}49$ (EQUAÇÃO 57)	$\alpha : 0.0000$ $\beta t : 0.0000$ $\gamma : 0.0000$	1% 5% 10%	-3,99 / $\tau_\tau < \tau_c$ -3,43 / $\tau_\tau < \tau_c$ -3,13 / $\tau_\tau < \tau_c$	1% 5% 10%	$H_1 : \gamma \neq 0$ $H_1 : \gamma \neq 0$ $H_1 : \gamma \neq 0$

Fonte: Do autor (2011)

A Tabela 6 apresentou o teste de raiz unitária ADF aplicado na série temporal do produto Y. O teste ADF utilizado (EQUAÇÃO 57) foi aquele que apresenta os componentes intercepto e tendência, pois a regressão realizada para a efetivação do teste ADF apontou como sendo significativa a utilização de tais parâmetros (conforme os *p-values* dos parâmetros). O resultado do teste ADF com intercepto e tendência indica que a série é estacionária em nível (para os níveis de significância de 1%, 5% e 10%), não sendo necessária, portanto, a realização de diferenciação na série para que esta se torne estacionária.

Quanto à avaliação da sazonalidade, o modelo apresenta alguns picos significativos em determinados *lags*. Porém, não há um padrão definido que indique que o processo gerador da série temporal seja gerado puramente por determinado modelo. Desta forma, serão identificados alguns modelos (TABELA 7) como sendo possíveis para descrever satisfatoriamente o processo gerador da série temporal. Além dos modelos identificados, serão apresentados os *p-values* dos coeficientes do modelo, os critérios de Akaike e Schwarz (CIA e CIB, respectivamente), o MAE e o MAPE do ajustamento do modelo à série.

Tabela 7 – Modelos identificados e estimados para a série temporal do produto Y

Modelo	*p-value* dos coeficientes	CIA	CIB	MAE*a*	MAPE*a*	MAE*p*	MAPE*p*
ARIMA (3,0,0)	c: 1,56x10E-73 $\phi_1 : 0{,}6949$ $\phi_2 : 0{,}0044$ $\phi_3 : 0{,}0018$	6.748	6.766	14.395	0,6523	13.563	0,5874
ARIMA (3,0,0)	$\phi_1 : 0{,}0031$ $\phi_2 : 1{,}18$x10E-13 $\phi_3 : 1{,}63$x10E-11	6.687	6.704	14.351	0,6263	14.159	0,5812
ARIMA (2,0,0)	$\phi_1 : 5{,}08$x10E-12 $\phi_2 : 5{,}18$x10E-23	6.730	6.741	16.242	0,6285	15.928	0,6079
SARIMA $(3,0,0)(1,0,0)_{12}$	$\phi_1 : 0{,}0061$	6.693	6.707	15.401	0,6374	15.944	0,6636

Continua...

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Modelo	*p-value* dos coeficientes	CIA	CIB	MAE*a*	MAPE*a*	MAE*p*	MAPE*p*
SARIMA $(3,0,0)(1,0,0)_{12}$	ϕ_2 : 3,06x10E-13 ϕ_3 : 6,40x10E-11 Φ_1 : 0,0283 c: 1,45x10E-62 ϕ_1 : 0,6079 ϕ_2 : 0,0055 ϕ_3 : 0,0029 Φ_1 : 0,0296	6.745	6.767	14.383	0,6656	14.087	0,6481
SARIMA $(2,0,0)(1,0,0)_{12}$	ϕ_1 : 5,82x10E-10 ϕ_2 : 2,41x10E-20 Φ_1 : 0,0077	6.725	6.739	16.128	0,6293	15.210	0,5988

Fonte: Elaborado pelo autor (2011) com base em Werner e Ribeiro (2003)

Conforme se visualiza na Tabela 7, o modelo que melhor ajustou-se à série temporal do produto Y foi o modelo ARIMA (3,0,0), ou melhor, um modelo auto-regressivo descrito por três parâmetros (sem constante). Este foi escolhido em função da significância estatística de seus parâmetros (conforme seus *p-values*) e em função deste ter sido o modelo que minimizou os critérios CIA e CIB. Assim, feita a identificação do modelo mais adequado para a série temporal, bem como estimado o valor de seus parâmetros, a próxima etapa necessária a ser realizada é a de diagnóstico, ou seja, se os resíduos do modelo seguem ou não um padrão denominado ruído branco. Para isto, a Figura 25 apresenta o correlograma da FAC dos resíduos gerados pelo modelo.

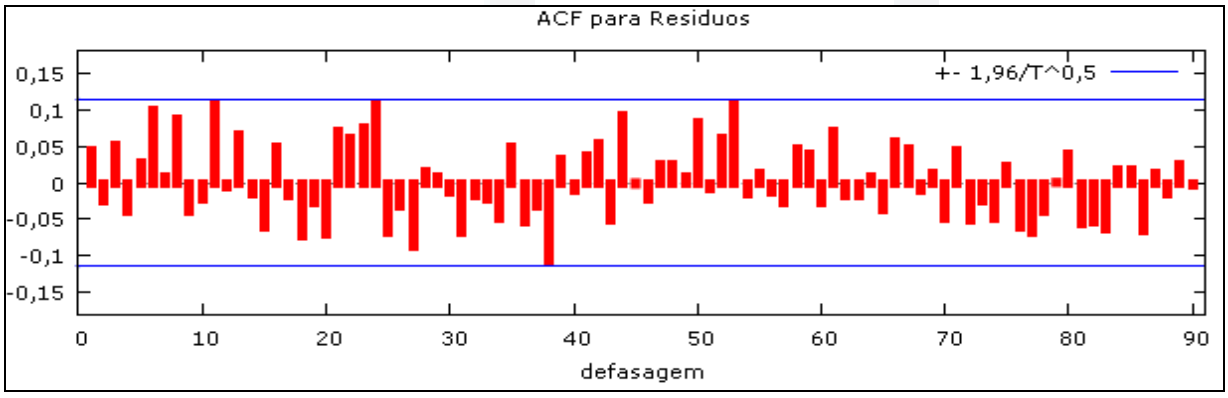

Figura 25 – Correlograma da FAC dos resíduos da série temporal do produto Y

Fonte: Do autor (2011)

Através do correlograma da FAC dos resíduos (FIGURA 25), percebe-se que não há coeficientes de auto-correlação fora do intervalo de aceitação. Há sim, determinados coeficientes próximos ao limite máximo de aceitação (tanto no inferior quanto no superior). A

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

existência de coeficientes fora do intervalo de aceitação é considerada uma situação indesejada na modelagem de séries temporais utilizando os modelos ARIMA, pois determinados padrões existentes na série não teriam sido capturados pelo modelo. Portanto, caso tal modelo seja o mais adequado para a previsão da série temporal do produto Y, este poderá ser utilizado sem restrições, pois os erros por este gerado seguem um padrão denominado ruído branco.

4.2.3 Modelagem da série temporal do produto Y utilizando RNAs

Esta seção apresenta os resultados da modelagem da série temporal do produto Y utilizando os modelos de RNAs. O processo de modelagem foi realizado utilizando o software EasyNN versão 14.0.g. Assim, a Tabela 8 apresenta os modelos de RNAs utilizados para a modelagem da série e o MAE*a*, o MAPE*a*, o MAE*p* e o MAPE*p*, que auxiliarão na escolha do modelo que melhor descreva o processo gerador da série temporal.

Tabela 8 – Modelagem da série temporal do produto Y utilizando RNAs

MLP	**MAE*a***	**MAPE*a***	**MAE*p***	**MAPE*p***
MLP (3,5,1)	13.831	0,4832	7.184	0,3146
MLP (3,10,1)	14.318	0,4692	6.178	0,2474
MLP (3,15,1)	14.884	0,5607	7.612	0,3312
MLP (3,20,1)	18.610	0,6950	8.630	0,3166
MLP (3,25,1)	15.787	0,5548	7.075	0,2787
MLP (3,30,1)	16.724	0,6571	9.048	0,4090
MLP (6,5,1)	15.505	0,6679	8.907	0,3732
MLP (6,10,1)	7.523	0,2855	5.023	0,2233
MLP (6,15,1)	15.395	0,5409	9.602	0,4059
MLP (6,20,1)	9.131	0,3219	7.446	0,2986
MLP (6,25,1)	9.805	0,3518	5.492	0,2413
MLP (6,30,1)	8.240	0,3104	5.673	0,2770
MLP (12,5,1)	10.140	0,4227	6.735	0,3053
MLP (12,10,1)	6.423	0,2377	5.383	0,2396
MLP (12,15,1)	9.562	0,3971	6.186	0,2804
MLP (12,20,1)	9.425	0,3488	6.965	0,2951
MLP (12,25,1)	8.287	0,3067	6.547	0,2889
MLP (12,30,1)	7.725	0,3328	7.121	0,3150

Fonte: Do autor (2011)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

Verifica-se que o modelo de RNAs que melhor descreveu o processo gerador da série temporal do produto Y foi o MLP (6,10,1), ou seja, o modelo com seis neurônios na camada de entrada, dez neurônios na camada intermediária e um neurônio na camada de saída. A Figura 26 apresenta a rede MLP (6,10,1) ilustrando a composição da mesma, ou seja, seis neurônios na camada de entrada, dez neurônios na camada intermediária e um neurônio na camada de saída.

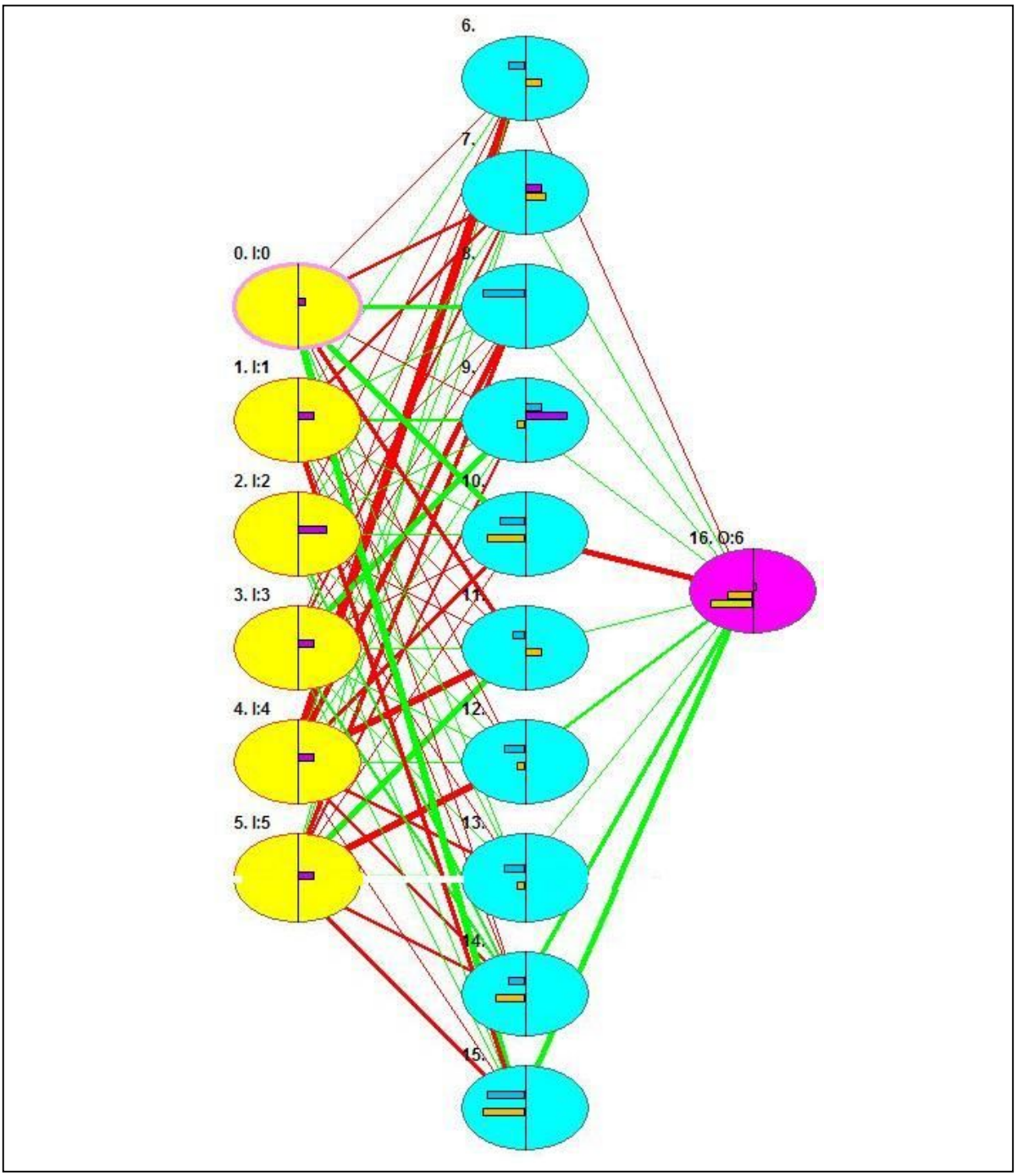

Figura 26 – Rede MLP (6,10,1) utilizada na modelagem da série temporal

Fonte: Do autor (2011)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

A Figura 27 apresenta o processo de treinamento da rede MLP (6,10,1). Para todos os modelos de RNAs utilizados no presente estudo, foi estipulado o número máximo de 20.000 ciclos de treinamento (conforme se visualiza na Figura 27) com o objetivo de evitar o super-ajustamento da rede aos dados de treinamento.

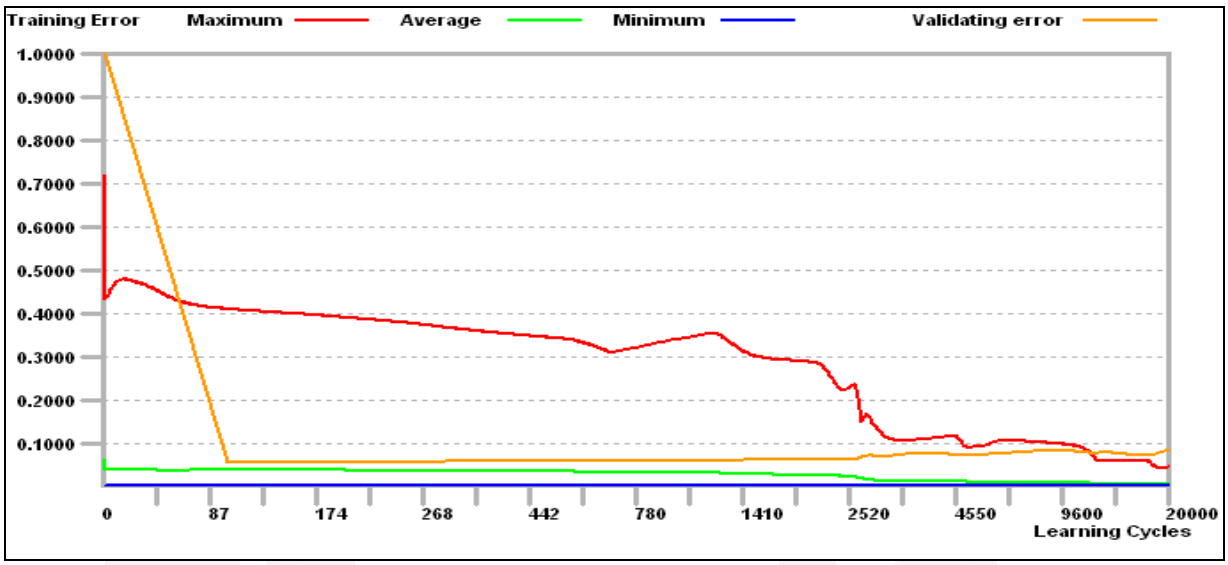

Figura 27 – Gráfico do treinamento da rede MLP (6,10,1)

Fonte: Do autor (2011)

Conforme a Figura 27, observa-se que o erro médio do processo de treinamento (0,0067) convergiu ao erro meta estipulado (0,01). O erro do processo de validação foi de 0,094 e o erro máximo do processo de treinamento foi de 0,067. Embora o erro máximo e o erro de validação não tenham atingido o critério de convergência (0,01) para os 20.000 ciclos de treinamento, verifica-se que o processo de treinamento da RNA atingiu valores aceitáveis de erro (em termos do erro médio).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

5 RESULTADOS

O Capítulo 5 apresenta os resultados de ajustamento e de previsão das séries temporais para os dois produtos modelados no presente trabalho (SEÇÃO 5.1) e, ao final do capítulo, apresentará também uma discussão a respeito dos resultados obtidos (SEÇÃO 5.2), realizando uma análise da modelagem utilizada e demais questões que se fizerem necessárias.

5.1 Resultados das séries temporais modeladas

Nesta seção, são apresentados os resultados do ajustamento e da previsão das séries temporais do produto X e do produto Y, respectivamente. No Capítulo 1, é proposta a utilização de três modelos genéricos: (*i*) os modelos de SE; (*ii*) os modelos ARIMA; e, (*iii*) os modelos de RNAs. Na presente seção, são apresentadas as modelagens de ajustamento e previsão daqueles modelos que apresentaram os melhores resultados entre cada um dos três modelos genéricos supracitados utilizados para a série temporal do produto X (SEÇÃO 5.1.1) e a série temporal do produto Y (SEÇÃO 5.1.2), realizando, na sequência, a comparação entre os modelos e demais ponderações que se fizerem necessárias.

5.1.1 Resultados do ajustamento e previsão da série temporal do produto X

Nesta seção, é apresentado o ajustamento e a previsão da série temporal do produto X considerando os modelos que apresentaram o melhor resultado em cada categoria (SE, ARIMA e RNAs). A Tabela 9 apresenta os resultados de ajustamento (MAE*a* e MAPE*a*) e previsão (MAE*p* e MAPE*p*) para cada um dos modelos genéricos utilizados na pesquisa, considerando aqueles modelos que melhores resultados obtiveram dentro de cada uma destas categorias.

Tabela 9 – Comparação entre os modelos genéricos para a série temporal do produto X

Modelos		MAE*a*	MAPE*a*	MAE*p*	MAPE*p*
SEH	SEHWA e SEHWM	18.047	0,7237	22.550	0,9043
ARIMA	ARIMA (4,0,3)	15.957	0,5393	16.477	0,5569
RNAs	MLP (6,5,1)	8.174	0,3838	22.955	0,4585

Fonte: Do autor (2011)

Observa-se que o modelo genérico de RNAs foi o que apresentou o melhor resultado em termos de ajustamento e de capacidade preditiva, sendo que o modelo MLP (6,5,1) foi aquele que apresentou o melhor resultado dentro desta categoria. A Figura 28 representa o gráfico do ajustamento do modelo à série, bem como a previsão realizada 24 períodos adiante.

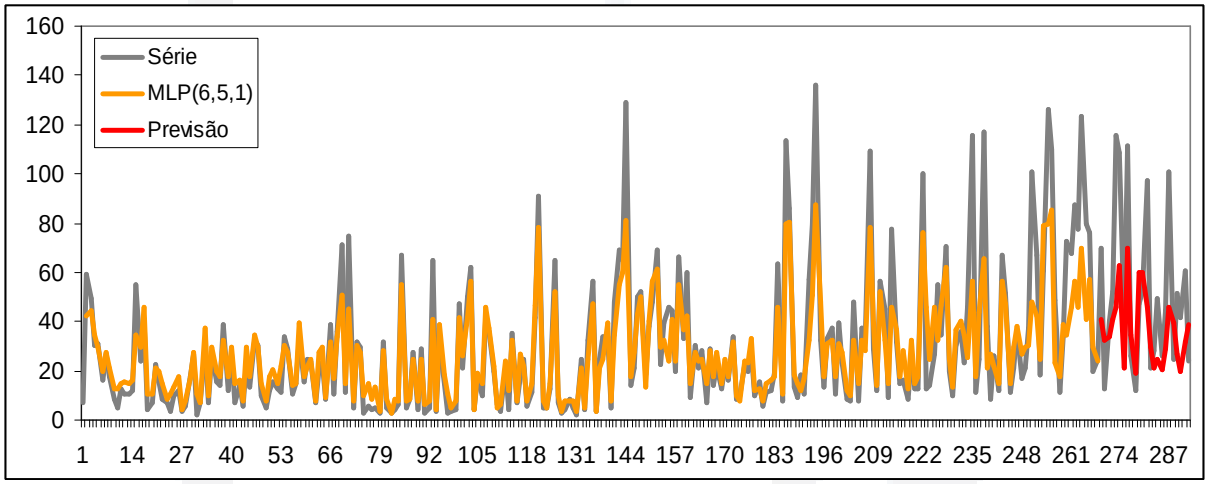

Figura 28 – Gráfico do ajustamento e previsão da série temporal do produto X

Fonte: Do autor (2011)

Observa-se que o modelo MLP (6,5,1), de forma geral, descreveu adequadamente o processo gerador da série temporal. Percebe-se que o modelo não conseguiu modelar adequadamente os picos existentes na série, especialmente o conjunto de validação (período 189 a 268) e os valores previstos (período 269 a 292). Esse fato deve-se à mudança da variância ocorrida na série nestes períodos e também, em virtude do conjunto de validação não fazer parte da modelagem da série. Porém, o modelo de rede MLP (6,5,1) foi aquele que demonstrou melhor capacidade preditiva dentre todos os modelos utilizados para a série temporal do produto X. Também, não se observou na respectiva modelagem, a questão do super-ajustamento dos dados à série, tendo em vista que os erros percentuais da etapa de treinamento (MAPE de 0,3903) teoricamente foram próximos aos erros da etapa de validação (MAPE de 0,4357). Assim, a Equação 79 traz o modelo algébrico que descreve a rede MLP (6,5,1).

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

$$y_t = w_0 + \sum_{j=1}^{5} w_j g\left(w_{0j} + \sum_{i=1}^{6} w_{ij} y_{t-i} \right) + \varepsilon_t \quad (79)$$

A Tabela 10 apresenta a previsão da série 24 períodos (semanas) à frente, sendo composta pelas seguintes colunas: os períodos de previsão (coluna 1), os valores ocorridos (coluna 2), os valores previstos para cada período *t* (coluna 3), o erro de previsão para cada período *t* (coluna 4) e o erro percentual de previsão para cada período t (coluna 5).

Tabela 10 – Resultados para a previsão 24 períodos à frente (série temporal do produto X)

h (1)	y **(2)**	$\hat{y}_{t+h}$ **(3)**	ε_{t+h} **(4)**	**Erro percentual (5)**
$\hat{y}_{269}$	69.816	41.012	28.804	41,26%
$\hat{y}_{270}$	12.504	32.454	19.950	159,55%
$\hat{y}_{271}$	39.960	34.176	5.784	14,47%
$\hat{y}_{272}$	52.092	41.455	10.637	20,42%
$\hat{y}_{273}$	115.312	45.766	69.546	60,31%
$\hat{y}_{274}$	108.576	62.451	46.125	42,48%
$\hat{y}_{275}$	39.936	21.143	18.793	47,06%
$\hat{y}_{276}$	111.282	69.884	41.398	37,2%
$\hat{y}_{277}$	26.256	34.675	8.419	32,06%
$\hat{y}_{278}$	12.144	18.759	6.615	54,47%
$\hat{y}_{279}$	47.574	59.178	11.604	24,39%
$\hat{y}_{280}$	52.038	59.634	7.596	14,6%
$\hat{y}_{281}$	97.620	45.622	51.998	53,26%
$\hat{y}_{282}$	21.468	29.788	8.320	38,27%
$\hat{y}_{283}$	28.056	21.014	7.042	25,1%
$\hat{y}_{284}$	49.632	24.573	25.059	50,49%
$\hat{y}_{285}$	26.286	20.354	5.932	22,57%
$\hat{y}_{286}$	44.076	28.976	15.100	34,26%
$\hat{y}_{287}$	100.474	45.438	55.036	54,78%
$\hat{y}_{288}$	24.936	39.520	14.584	58,49%
$\hat{y}_{289}$	51.156	26.456	24.700	48,28%
$\hat{y}_{290}$	41.742	19.287	22.455	53,79%
$\hat{y}_{291}$	60.780	31.685	29.095	47,87%
$\hat{y}_{292}$	23.670	38.974	15.304	64,65%

Fonte: Do autor (2011)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

5.1.2 Resultados do ajustamento e previsão da série temporal do produto Y

Nesta seção, é apresentado o ajustamento e a previsão da série temporal do produto Y considerando os modelos que obtiveram o melhor resultado em cada categoria (SE, ARIMA e RNAs). A Tabela 11 apresenta os resultados de ajustamento (MAE*a* e MAPE*a*) e previsão (MAE*p* e MAPE*p*) para cada um dos modelos genéricos utilizados na pesquisa, considerando aqueles modelos que melhores resultados obtiveram dentro de cada uma destas categorias.

Tabela 11 – Comparação entre os modelos genéricos para a série temporal do produto Y

Modelos		**MAE*a***	**MAPE*a***	**MAE*p***	**MAPE*p***
SEH	SEHWA e SEHWM	17.632	0,7568	18.552	0,7799
ARIMA	ARIMA (3,0,0)	14.351	0,6263	14.159	0,5812
RNAs	MLP (6,10,1)	7.523	0,2855	5.023	0,2233

Fonte: Do autor (2011)

Observa-se que o modelo genérico de RNAs foi o que apresentou os melhores resultados em termos de ajustamento e de capacidade preditiva, sendo que o modelo MLP (6,10,1) foi o modelo que apresentou os melhores resultados dentro desta categoria. Assim, a Figura 29 apresenta o gráfico do ajustamento do modelo à série, bem como a previsão realizada 24 períodos adiante.

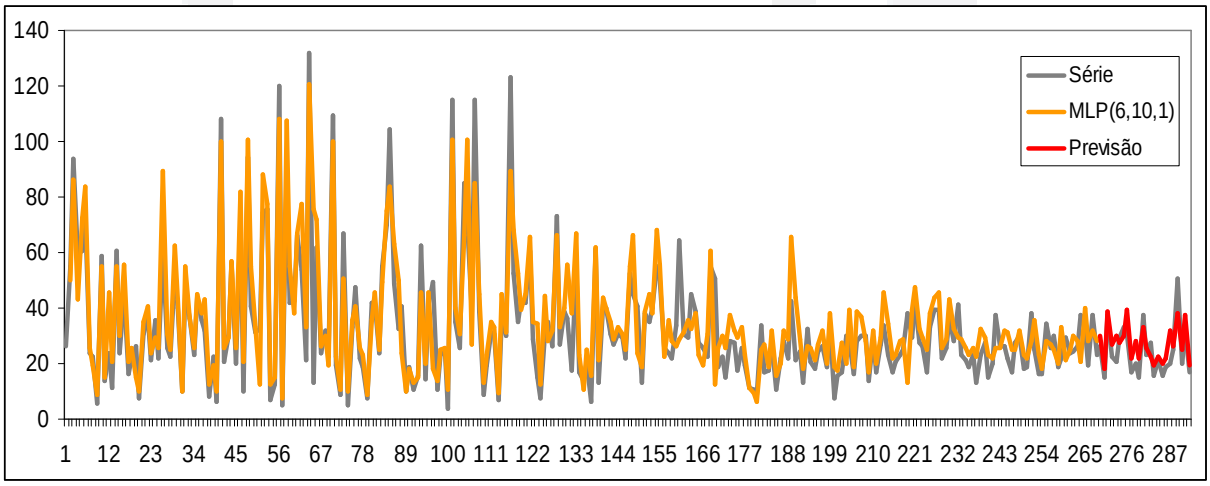

Figura 29 – Gráfico do ajustamento e previsão da série temporal do produto Y

Fonte: Do autor (2011)

Observa-se que o modelo MLP (6,10,1), de forma geral, descreveu adequadamente o processo gerador da série temporal. Ao contrário do modelo da série temporal do produto X, percebe-se que o modelo descreveu adequadamente os picos existentes na série. Esse fato

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

deve-se à mudança da variância ocorrida na série nestes períodos estar inclusa dentro do conjunto de treinamento, ao contrário da série do produto X, onde a maior variância observada estava no conjunto de validação da série. O modelo de rede MLP (6,10,1) foi aquele que demonstrou ter melhor capacidade preditiva dentre todos os modelos utilizados para a série temporal do produto Y. Assim, a Equação 80 apresenta o modelo algébrico que descreve a rede MLP (6,10,1).

$$y_t = w_0 + \sum_{j=1}^{10} w_j g\left(w_{0j} + \sum_{i=1}^{6} w_{ij} y_{t-i} \right) + \varepsilon_t \tag{80}$$

A Tabela 12 apresenta a previsão da série 24 períodos (semanas) à frente, sendo composta pelas seguintes colunas: os períodos de previsão (coluna 1), os valores ocorridos (coluna 2), os valores previstos para cada período *t* (coluna 3), o erro de previsão para cada período *t* (coluna 4) e o erro percentual de previsão para cada período t (coluna 5).

Tabela 12 – Resultados para a previsão 24 períodos à frente (série temporal do produto Y)

h (1)	y **(2)**	$\hat{y}_{t+h}$ **(3)**	ε_{t+h} **(4)**	**Erro percentual (5)**
$\hat{y}_{269}$	26.304	30.291	3.987	15,16%
$\hat{y}_{270}$	15.084	18.034	2.950	19,56%
$\hat{y}_{271}$	37.364	39.013	1.649	4,41%
$\hat{y}_{272}$	22.378	27.103	4.725	21,11%
$\hat{y}_{273}$	20.870	29.810	8.940	42,84%
$\hat{y}_{274}$	29.410	27.391	2.019	6,86%
$\hat{y}_{275}$	33.310	30.293	3.017	9,06%
$\hat{y}_{276}$	30.757	39.184	8.427	27,40%
$\hat{y}_{277}$	16.631	22.134	5.503	33,09%
$\hat{y}_{278}$	19.896	28.103	8.207	41,25%
$\hat{y}_{279}$	15.140	22.084	6.944	45,86%
$\hat{y}_{280}$	37.488	32.940	4.548	12,13%
$\hat{y}_{281}$	22.890	25.923	3.033	13,25%
$\hat{y}_{282}$	27.337	22.314	5.023	18,37%
$\hat{y}_{283}$	15.717	19.201	3.484	22,17%
$\hat{y}_{284}$	20.972	22.338	1.366	6,51%
$\hat{y}_{285}$	15.384	20.291	4.907	31,90%
$\hat{y}_{286}$	18.610	22.091	3.481	18,70%
$\hat{y}_{287}$	19.708	32.101	12.393	62,88%
$\hat{y}_{288}$	25.058	26.012	954	3,81%

Continua...

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

h (1)	y (2)	$\hat{y}_{t+h}$ (3)	ε_{t+h} (4)	Erro percentual (5)
$\hat{y}_{289}$	50.349	38.101	12.248	24,33%
$\hat{y}_{290}$	19.937	25.191	5.254	26,35%
$\hat{y}_{291}$	31.791	37.291	5.500	17,30%
$\hat{y}_{292}$	17.148	19.148	2.000	11,66%

Fonte: Do autor (2011)

5.2 Discussão dos resultados

Nesta seção, são discutidos alguns resultados obtidos com a realização do presente estudo. A sequência de apresentação seguirá a lógica utilizada ao longo de toda a monografia, ou seja, primeiramente serão relatados os principais fatos verificados com a utilização dos modelos de SE, em seguida os fatos verificados com a utilização dos modelos ARIMA e, por fim, os fatos verificados com a utilização dos modelos de RNAs.

Quanto aos modelos de SE, verificou-se que nas duas séries temporais os três modelos que compõem o modelo genérico de SE, ou seja, os modelos de SEH, SEHWA e SEHWM, não apresentaram resultados satisfatórios em termos de ajustamento e previsão. A magnitude do erro destes modelos foram superiores aos demais utilizados. Além do mais, para a modelagem da série utilizando os modelos de SEHWA e SEHWM, não foram observadas diferenças na utilização entre este e aquele modelo para ambas as séries temporais, tendo em vista que o pacote computacional utilizado estimou os mesmos valores dos parâmetros para cada série temporal.

Na modelagem das séries temporais utilizando os modelos ARIMA, verificou-se que estes apresentaram resultados mais satisfatórios em relação à modelagem das séries utilizando os modelos de SE. Porém, em relação aos modelos de RNAs este fato não é verdadeiro. Em grande parte dos modelos utilizados, verificou-se que estes apresentavam erros auto-correlacionados, significando que tais modelos não poderiam ser utilizados para a previsão da série. Observou-se também, que a utilização dos modelos mais parcimoniosos é que geraram os melhores resultados em termos de ajustamento e capacidade preditiva, confirmando aquilo que foi apresentado na fundamentação teórica do presente estudo (CAPÍTULO 2).

Por fim, os modelos de RNAs, na maioria dos casos, apresentaram resultados que podem ser considerados satisfatórios. Tais modelos geralmente apresentaram melhores resultados em relação aos modelos ARIMA, para ambas as séries temporais utilizadas nesta

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

monografia. Também, em nenhum dos modelos de RNAs para ambas as séries utilizadas verificou-se a questão do super-ajustamento (utilizando como critério a comparação entre os erros percentuais gerados no processo de treinamento com os erros percentuais gerados no processo de validação), considerando que o super-ajustamento não é algo interessante para a utilização do modelo como previsor.

O Capítulo 5 apresenta o resultado dos modelos selecionados como sendo os mais ajustados e com melhor capacidade preditiva para a série temporal do produto X e do produto Y, respectivamente. Tais resultados são obtidos a partir do processo de modelagem das respectivas séries temporais realizadas no Capítulo 4. Tendo sido apresentados os resultados, o último capítulo desta monografia (CAPÍTULO 6) apresenta a conclusão do estudo realizado e apresenta sugestões para a realização de pesquisas futuras.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

6 CONCLUSÃO

O Capítulo 6 apresenta a conclusão obtida com a realização do presente estudo. Juntamente com a etapa de conclusão, fazem-se também sugestões a respeito de trabalhos futuros que poderão ser desenvolvidos com base na experiência adquirida através do presente. Desta forma, considerando as etapas supracitadas, sua importância e a necessidade de delimitação entre um assunto e o outro para que o todo fique bem esclarecido, acredita-se que seja importante a segmentação de ambos. Sendo assim, a Seção 6.1 apresenta a síntese conclusiva desta monografia, onde são abordados aspectos do estudo como um todo e o fechamento deste considerando os objetivos apresentados no Capítulo 1. Na Seção 6.2, são propostas sugestões de pesquisas futuras a serem realizadas considerando o tema abordado neste trabalho e pesquisas científicas relacionadas.

6.1 Síntese Conclusiva

Na presente monografia foram modeladas duas séries temporais correspondentes a dois produtos de uma determinada organização industrial, utilizando três modelos genéricos existentes na literatura que trata sobre a previsão de séries temporais: os modelos de suavização exponencial, os modelos da metodologia de Box-Jenkins e os modelos de Redes Neurais Artificiais, especificamente a topologia de rede *Multilayer Percepton*. A justificativa da utilização de tais modelos foi em virtude das suas utilizações clássicas em modelagem e previsão de séries temporais, neste sentido, especialmente os dois primeiros; bem como a modelagem de séries temporais com padrões predominantemente lineares e com padrões predominantemente não-lineares, onde se teve como objetivo investigar a eficácia em termos de previsão para cada um dos modelos citados.

Para investigar a eficácia de tais modelos, foram selecionadas duas séries temporais (dois produtos). Estas séries temporais foram selecionadas com base em critérios definidos pela organização concedente dos dados para a realização do presente estudo, com pouca intervenção do pesquisador na sua escolha. O objetivo desta atitude foi garantir a aleatoriedade na escolha do conjunto de dados. Desta forma, as séries temporais utilizadas apresentaram características diferentes uma em relação à outra. A primeira com um aumento na variância concentrado mais no final da série temporal e, a segunda, com uma variância maior concentrada no início da série temporal. Ambas as situações foram interessantes sob o ponto de vista do presente estudo, pois influenciou diretamente na capacidade preditiva dos modelos. Assim, observou-se que os modelos onde o aumento na variância estava concentrado no início da série temporal tiveram maior capacidade preditiva em relação aos modelos em que o aumento da variância concentrava-se no final da série.

Em ambas as séries temporais modeladas verificou-se que os modelos de Redes Neurais Artificiais produziram resultados melhores em relação aos outros dois modelos, confirmando a hipótese formulada no Capítulo 1. Logo, os modelos de Redes Neurais Artificiais foram mais flexíveis ao identificar e modelar o processo gerador da série temporal. Na modelagem da primeira série temporal, ou seja, a série do produto X, constatou-se que não houve uma diferença muito significativa entre a capacidade preditiva apresentada pelos modelos de Redes Neurais Artificiais e pelos modelos de Box-Jenkins. Ao contrário da série temporal do produto Y, onde os modelos de Redes Neurais Artificiais foram muito superiores aos modelos de Box-Jenkins e aos modelos de suavização exponencial na capacidade preditiva da série temporal.

Portanto, para o presente estudo, confirmaram-se os modelos de Redes Neurais Artificiais como sendo os mais eficazes para a capacidade preditiva da série temporal em relação aos outros dois modelos genéricos abordados. Não há como concluir a respeito da superioridade de um modelo em relação ao outro, pois o número de séries temporais utilizados nesta monografia não foi expressivo sob o ponto de vista estatístico, bem como não foi utilizado um método com o objetivo de investigar tal situação. Os resultados em termos de capacidade preditiva gerados pelo modelo de Redes Neurais Artificiais foram satisfatórios para o presente propósito, porém, acredita-se que esta poderá ser melhorada com a utilização de modelos que identifiquem os padrões lineares e os padrões não-lineares que geralmente e, concomitantemente estão presentes nas séries temporais. Para isso, a utilização de modelos

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

híbridos, modelos estes que vêm ganhando destaque em pesquisas da área, podem otimizar os resultados em termos de capacidade preditiva.

6.2 Sugestões para pesquisas futuras

Uma classe de modelos que vem sendo estudada, proposta, melhorada e utilizada na literatura científica para a previsão de séries temporais é a classe dos modelos híbridos. Diversas são as tentativas de combinar determinados modelos a outros e, pelo que pode ser observado nos resultados de tais pesquisas; a combinação de modelos (principalmente modelos que partem do pressuposto que a série temporal deva ser linear com modelos que detectam adequadamente os padrões não-lineares, como por exemplo: modelos ARIMA e de RNAs, respectivamente) tendem a gerar resultados superiores quando comparados à sua utilização de forma individual. Este fato favorece o desenvolvimento de estudos nesta nova tendência, pois poderão colaborar para a obtenção de resultados mais acurados no processo de previsão de demanda.

Quanto às pesquisas que sustentam as afirmações realizadas, citam-se: Tseng, Yu e Tzeng (2002), que propuseram um modelo híbrido baseado nos modelos SARIMA e RNAs; o modelo híbrido apresentou melhores resultados em relação aos modelos SARIMA e de RNAs utilizados individualmente. Zhang (2003) propôs um modelo híbrido ARIMA e RNAs, comprovando, através de experimentos com dados reais, a acurácia do modelo proposto. Aburto e Weber (2007) utilizaram modelos híbridos para a previsão de séries temporais visando à otimização de sistemas de reabastecimento; o modelo apresentou melhorias na capacidade preditiva, reduziu os níveis de estoque e falhas no sistema de vendas. Faruk (2010) propôs um modelo híbrido de RNAs e ARIMA para a predição da qualidade da água; o modelo proposto apresentou superioridade em relação aos modelos utilizados individualmente. Khashei e Bijari (2010) propuseram um modelo híbrido utilizando RNAs e os modelos ARIMA para a previsão de séries temporais; o modelo apresentou superioridade na capacidade preditiva em relação aos modelos utilizados individualmente e em relação ao modelo proposto por Zhang (2003). Choi, Yu e Au (2011) propuseram um modelo híbrido utilizando os modelos SARIMA e de transformação ondulatória para a melhor modelagem da volatilidade presente nas séries temporais; os autores argumentam que o modelo proposto é altamente aplicável à previsão de vendas nas empresas. Lee e Tong (2011) propuseram um modelo híbrido combinando os modelos ARIMA e programação genética para a modelagem

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

da não-linearidade nas séries temporais; o modelo proposto mostrou-se como sendo adequado.

As afirmações realizadas e as pesquisas apresentadas nos parágrafos anteriores sustentam a necessidade de um método e de um modelo adequado para o processo de previsão de séries temporais da demanda de produtos. Conforme foi observado, os pesquisadores comprovam a eficácia dos modelos híbridos para o processo de previsão de séries temporais. O fato é que este tipo de prática (a combinação de modelos em um só) ainda é bastante recente na literatura. Há algumas tentativas de combinar diversos modelos, porém ainda não foi observada a proposição de um método que poderá facilitar a utilização prática deste tipo de ferramenta, conduzindo àqueles que irão utilizá-las a uma forma otimizada e mais eficiente, bem como eficaz, para a resolução de seus problemas de previsão. Neste sentido, uma metodologia que conduziria os usuários à obtenção de melhores resultados utilizando os modelos híbridos poderia ser proposta e com base neste, poderia ser realizado um estudo prático para a validação do modelo proposto.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

REFERÊNCIAS

ABURTO, L.; WEBER, R.. Improved suplly chain management based on hybrid. **Applied Soft Computing – Elsevier**, Chile, n. 7, p. 136-144, 2007.

ALLEMÃO, M. A. F.. **Redes Neurais Aplicadas à Previsão de Demanda de Numerário em Agências Bancárias**. 2004. 247 p. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

ANSUJ, A. P.; CAMARGO, M.E.; RADHARAMANAN, R.; PETRY, D.G. Sales forecasting using time series and neural networks. **Computers and Industrial Engineering**, Elsevier Science Ltda., v. 31, n. 1/2, págs. 421-425, 1996.

ARAÚJO, M. A. G.. **Previsão de demanda de energia elétrica por meio de redes neurais artificiais**. 2005. 112 p. Dissertação (Mestrado em administração) – Programa de Pós-Graduação em Administração (PPGA), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

BACCI, L. A.. **Combinação de métodos de séries temporais para previsão da demanda de café no Brasil**. 2007. 145 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.

BRAGA, A. P.; CARVALHO, A. P. L. F.; LUDERMIR, T. B. Redes Neurais Artificiais: Teoria e Aplicações. 2ª ed. Rio de Janeiro: Ed. LTC – Livros Técnicos e Científicos, 2011, 226 p. ISBN 978-85-216-1564-4.

CÂMARA, S. F. Os modelos ARIMA no ensino de graduação em Administração e Economia. **Revista da FAE7**, Fortaleza, v.1, n.1, p. 37-47, 2003.

CHASE, R. B.; JACOBS, F. R.; AQUILANO, N. J.. Administração da produção para a vantagem competitiva. 10 ed. Porto Alegre/RS: Ed. Bookman, 2006, 724 p. ISBN 0-07-250636-9.

CHOI, T. M.; YU, Y.; AU, K. F. A hybrid SARIMA wavelet transform method for sales forecasting. **Decision Support Systems**, Hong Kong, n. 51, p.130-140, 2011.

CHRISTODOULOS, C.; MICHALAKELIS, C.. Forecasting with limited data: Combining ARIMA and diffusion models. **Technological Forecasting & Social Change**. Elsevier Science Ltda., v.77, pag 558-565, 2010.

ENDERS, W.. **Applied Econometric Time Series**. 2 ed. United States of America: Ed. Wiley Series In Probability And Statistics, 2004, 466 p. ISBN 0-471-23065-0.

FARUK, D. O. A hybrid neural network and ARIMA model for water quality time series prediction. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Turquia, n. 23, p.586-594, 2010.

FAVA, V. L.; **Análise de Séries de Tempo**. In: VASCONCELLOS, M. A. S.; ALVES, D. **Manual de econometria: nível intermediário**. São Paulo: Ed. Atlas, 2000. ISBN 85-224-2154-4.

FELICIANO, R. A.. **Uma proposta de gerenciamento integrado da demanda e distribuição, utilizando sistemas de apoio à decisão (SAD) com business intelligence (BI)**. 2009. 179 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

FIGUEREDO, C.J. **Previsão de séries temporais utilizando a metodologia Box & Jenkins e redes neurais para inicialização de planejamento e controle da produção**. 2008. 176 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

FLORES, J. H. F.. **Comparação de modelos MLP/RNA e modelos Box-Jenkins em séries temporais não lineares**. 2009. 133 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção (PPGEP), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

GUJARATI, D. M.. Econometria básica. 3ª Ed. São Paulo/SP: Ed. Makron books, 2000, 846 p. ISBN 85.346.1111-4.

HAYKIN, S.. Redes Neurais: Princípios e práticas. 2 ed. Porto Alegre: Ed. Artmed S. A., 1999, 903 p. ISBN 0-13-273350-1.

HO, S. L.; XIE, M.; GOH, T. N.. A comparative study of neural network and Box-Jenkins ARIMA modeling in time series prediction. **Computers & Industrial Engineering – Elsevier**, Singapore, n. 42, p. 371-375, 2002.

KHASHEI, M; BIJARI, M.. An artificial neural network (*p,d,q*) model for timeseries forecasting. **Expert Systems with applications – Elsevier**, Iran, n. 37, p. 479-489, 2010.

KOVÁCS, Z. L.. Redes Neurais Artificiais: Fundamentos e aplicações. 4 ed. São Paulo/SP: Ed. Livraria da Física, 2006, 177 p. ISBN 85-88325-14-4.

KUMAR, K.; JAIN, V. K.. Autoregressive integrated moving averages (ARIMA) modelling of a traffic noise time series. **Applied Acoustics – Elsevier**, India, n. 58, p. 283-294, 1999.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

JACOBS, W.; COSTA, M. Uma referência para a construção de modelos ARIMA para previsão de demanda com base na metodologia de Box-Jenkins. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO (ENEGEP), 2011, Belo Horizonte-MG. **Anais...** Belo Horizonte, Minas Gerais, 2011. 14 p.

JUNIOR, F. J. M.. **Proposta de um método para o controle estatístico de processo para observações autocorrelacionadas**. 2005. 138 p. Dissertação (Mestrado em engenharia de produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção (PPGEP), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

LIBERA, A. A. D.. **Integração entre os mercados de milho e soja: uma análise através da transmissão de preços**. 2009. 156 p. Dissertação (Mestrado em Agronegócios) – Programa de Pós-Graduação em Agronegócios, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

LEE, Y. S.; TONG, L. I.. Forecasting time series using a methodology based on autoregressive integrated moving average and genetic programming. **Knowledge-Based Systems – Elsevier**, Taiwan, n. 24, p. 66-72, 2011.

LEMOS, F. O.. **Metodologia para seleção de métodos de previsão de demanda**. 2006. 183 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

LEVINE, D. M.; STEPHAN, D.; KREHBIEL, T. C.; BERENSON, M. L. Estatística – Teoria e aplicações usando o Microsoft Excel. 3ª ed. Rio de Janeiro/RJ: Ed. LTC, 2005, 819 p.

MADDALA, G. S.. Introdução à Econometria. 3 ed. Rio de Janeiro: Ed: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 2003, 345 p.

MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J. Forcasting: Methods and Applications. 3ª ed. United States of America: Ed. Wiley & Sons, 1998, 642 p. ISBN 978-0-471-53233-0.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M.. Técnicas de Pesquisa. 5 ed. São Paulo: Ed. Atlas, 2002, 282 p. ISBN 85-224-3263-5.

MARTINS, P. G.; LAUGENI, F. P.. Administração da Produção. 1ª ed. São Paulo/SP: Ed. Saraiva, 2003, 445 p. ISBN 85-02-02502-3.

MATOS, O. C. M. Econometria básica: teoria e aplicações. 3ª ed. São Paulo/SP: Ed. Atlas, 2000, 300 p. ISBN 85-224-2394-6.

MESQUITA, M. A.; **Previsão de demanda**. In: LUSTOSA, L.; MESQUITA, M. A.; QUELHAS, O.; OLIVEIRA, R.. **Planejamento e Controle da Produção**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008. ISBN 978-85-352-2026-1.

MORABITO, R.; PUREZA, V.; **Modelagem e Simulação**. In: MIGUEL, P. A. C.. **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. Rio de Janeiro: Ed. Elsevier, 2010. ISBN 978-85-352-3523-4.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

MOORE, D.S.; McCABE, G. P.; DUCKWORTH, W. M.; SCLOVE, S. L.. A prática da estatística empresarial: como usar dados para tomar decisões. 1ª Ed. Rio de Janeiro/RJ: Ed. LTC, 2006, 952 p. ISBN 85-216-1500-0.

MORETTIN, P. A.. Econometria Financeira: Um curso em séries temporais financeiras. 1ª ed. São Paulo/SP: Ed: Blucher, 2008, 319 p. ISBN 978-85-212-0458-9.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C.. Análise de séries temporais. 2ª ed. São Paulo/SP: Ed. Edgard Blüncher, 2006, 531 p. ISBN 85-212-0389-6.

NAKANO, D.; **Métodos de Pesquisa Adotados na Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. In: MIGUEL, P. A. C.. **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. Rio de Janeiro: Ed. Elsevier, 2010. ISBN 978-85-352-3523-4.

NANCI, L. C.; SALLES, M. T.; **Planejamento e controle da produção em serviços**. In: LUSTOSA, L.; MESQUITA, M. A.; QUELHAS, O.; OLIVEIRA, R.. **Planejamento e Controle da Produção**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008. ISBN 978-85-352-2026-1.

PELLEGRINI, F. R.. **Metodologia Para Implementação de Sistemas de Previsão de Demanda**. 2001. 146 p. Dissertação (Mestrado em engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção (PPGEP), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2000.

PELLEGRINI, F. R.; FOGLIATTO, F. S.. Passos para implantação de sistemas de previsão de demanda: técnicas e estudo de caso. ***Prod.*** **[online]**. 2001, vol.11, n.1, pp. 43-64. ISSN 0103-6513. doi: 10.1590/S0103-65132001000100004. Acessado em: 05 de março de 2011.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L.. **Econometric models & economic forecasts**. 2 ed. United States of America: Ed. McGraw-Hill Book Company, 1981, 630 p. ISBN 0-07-050096-7.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L.. Econometria: Modelos e Previsões. 4ª ed. Rio de Janeiro/RJ: Ed. Elsevier, 2004, 726 p. ISBN 85-352-1343-0.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, P. B.. Metodologia de Pesquisa. 3 ed. São Paulo: Ed. McGraw Hill Book Company, 2006, 583 p. ISBN 85-8680493-2.

SARTORIS, A.. Estatística e introdução à econometria. 1ª ed. São Paulo/SP: Ed. Saraiva, 2003, 413 p. ISBN 85-02-04123-1.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R.. Administração da Produção. 3ª ed. São Paulo/SP: Ed. Atlas, 2009, 703 p. ISBN 978-85-224-5353-5.

SOBREIRO, V. A.; ARAÚJO, P. H. S. L.; NAGANO, M. S.. Precificação do etanol utilizando técnicas de redes neurais artificiais. **Revista de Administração da USP**. Vol. 44, número 1, p. 46-58, 2009.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)

TEIXEIRA, J. A. J.. **Metodologia para implementação de um sistema de gestão de estoques baseado em previsão de demanda**. 2004. 142 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

TUBINO, D. F.. Planejamento e Controle da Produção: Teoria e prática. 1ª ed. São Paulo/SP: Ed. Atlas, 2007, 190 p. ISBN 978-85-224-4845-6.

TSENG, F. M.; YU, H. C.; TZENG, G. H. Combining neural network model with seasonal time series ARIMA model. **Technological Forecasting and Social Change**, Taiwan, n. 69, p.71-87, 2002.

VELASQUEZ, J. D.; FRANCO, C. J.; GARCIA, H. A.. Um modelo lineal para la prediccion de la demanda mensual de eletricidad en Colombia. **Estúdios Gerenciales.** Cali, v. 25, n.112, Setembro, 2009. Disponível em: <http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123592320090003000003&lng=en&nrm=iso>. Acessado em 25 Mar. 2011.

WANG, C. C.. A comparison study between fuzzy time series model and ARIMA model for forecasting Taiwan export. **Expert Systems with Applications – Elsevier**, Taiwan, n. 38, p. 9296-9304, 2011.

WERNER, L.; RIBEIRO, J.L.D. Previsão de demanda: uma aplicação dos modelos Box-Jenkins na área de assistência técnica de computadores pessoais. **Revista Gestão & Produção**. Vol. 10, número 1, p.47-67, 2003.

ZHANG, G. P.. Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. **Neurocomputing – Elsevier**, USA, n. 50, p. 159-175, 2003.

ZOU, H. F.; XIA, G. P.; YANG, F. T.; WANG, H. Y.. An investigation and comparison of artificial neural network and time series models for Chinese food grain price forecasting. **Neurocomputing - Elsevier**, China, n.70, p.2913-2926, 2007.

BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (http://www.univates.br/bdu)