CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

UMA INVESTIGAÇÃO NO ENSINO MÉDIO SOBRE O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO E A DIVERGÊNCIA DE RESULTADOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONTAGEM

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Lajeado, fevereiro de 2014

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

UMA INVESTIGAÇÃO NO ENSINO MÉDIO SOBRE O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO E A DIVERGÊNCIA DE RESULTADOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONTAGEM

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário UNIVATES, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, na linha de pesquisa: tecnologias, metodologias e recursos didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador:
Prof. Dr. Claus Haetinger

Lajeado, fevereiro de 2014

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

UMA INVESTIGAÇÃO NO ENSINO MÉDIO SOBRE O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO E A DIVERGÊNCIA DE RESULTADOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONTAGEM

A banca examinadora abaixo aprova a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário UNIVATES, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, na linha de pesquisa: tecnologias, metodologias e recursos didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática.

Prof. Dr. Claus Haetinger – orientador
Centro Universitário UNIVATES

Prof. Dr. Rogério José Schuck
Centro Universitário UNIVATES

Profa. Dra. Marlise Heemann Grassi
Centro Universitário UNIVATES

Prof. Dra. Isabel Krey Garcia
Universidade Federal de Santa Maria

Lajeado, 26 de fevereiro de 2014

DEDICATÓRIA

À minha mãe Nara (*in memoriam*), que, mesmo em pouco tempo de vida terrena, proporcionou-me uma boa educação e ensinamentos edificantes.

AGRADECIMENTOS

Ao meu bom Deus – mentor e construtor do Universo – que por meio de suas forças ocultas, permitiu o desenvolvimento e a conclusão desta obra.

Aos ausentes – as boas lembranças e lições de vida deixadas – particularmente, minha bisavó Albertina; meus avós Nelson, Noêmia, Stenio e Zizi; minha avó do coração Irene; tio Jacó e os eternos amigos Leonídia, Pedro e Leonel.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Claus Haetinger, que com perspicácia e maestria, soube me guiar na concepção e execução deste trabalho, auxiliando-me a concentrar esforços no que de fato era essencial.

Aos professores Dr. Rogério José Schuck, Dra. Marlise Heemann Grassi, Dra. Isabel Krey Garcia, Dra. Andreia Strohschoen, Dra. Miriam Inês Marchi, Dra. Jacqueline Silva, Dra. Maria Madalena Dullius, Dra. Ieda Maria Giongo e Dra. Eniz Conceição Oliveira – pelas instruções, recomendações e direcionamentos que contribuíram para a elaboração e concretização desta Dissertação.

Aos colegas de curso, funcionários, equipe diretiva, discente e pedagógica do Centro Universitário UNIVATES, que proporcionaram um adequado ambiente de ensino e aprendizagem.

Aos colegas de trabalho, secretários e gestores (2013) da Prefeitura Municipal de Fazenda Vilanova, em especial, o Prefeito Pedro Antônio Dornelles, o Vice-Prefeito Renato Wermann, o Chefe de Gabinete Amarildo Luís da Silva e a Secretária de Administração e Fazenda Neuza Inez Fell, pelo o interesse demonstrado na realização deste empreendimento.

À Diretora Claisse de Oliveira Bilhar (2012), professores, estudantes e funcionários da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, que cooperaram voluntariamente para a realização desta pesquisa.

Aos professores Alexandre Beltrão, Fernando Beltrão, Alexandre Nogueira, Reinaldo Xavier, Fred, Maria, Marleide, Luizito, Talmon Trajano, Josenildo dos Santos, Antônio Carlos, Cleide Martins, Darlan Moutinho e Maria José Belfort, pelos ensinamentos que contribuíram para minha formação científica e profissional.

Aos professores e funcionários da Escola Pedro Santos Estima, Flores/PE, bem como, Dona Lelé (minha querida professora particular do Ensino Fundamental) – pela instrução educacional básica.

Ao meu pai Stony, pelos conselhos e incentivos oferecidos nesta fase.

Aos meus tios Neilson e Fátima, pelo suporte dado em meus estudos.

Aos meus primos André e Alexandre, bem como, suas respectivas esposas Nicélia e Sílvia – pelo encontro motivador nesta terra de oportunidades.

Aos demais familiares – a estima de sempre – especialmente, Maru de vovô Stenio; meus irmãos Vinícius, Karina e Katarina; primos Daniel, Raquel, Marta, Filipe Santana, Ylana, Felipe Falcão, Nelsinho, Ricardo e Danielle; tios Rony, Lúcia, Lenita, Djalma, Nicinha, Nelson, Flávio, Naíde, Edilton, Romero, Lurdinha e Rosinha.

Aos amigos Cláudio Maldaner, Patrícia Linemann, José Filho (Júnior), Francisco das Chagas, Eudes Cardozo (e demais amigos DEA – TJPE), Dorany Sampaio, Mantyssa (minha fiel "escudeira"), Birck, Mallmann e Rabaiolli (famílias) – pela torcida vibrante e positiva, com vistas ao término do presente texto dissertativo.

Ao cantor, compositor e intérprete Caetano Veloso – por *a Foreign Sound* – álbum de músicas populares americanas que embalaram os escritos desta Dissertação.

Por fim, à minha querida companheira Eunice Mallmann, que com dedicação e amor, me impulsionou a prosseguir nesta jornada de conhecimentos e descobertas pelo Rio Grande do Sul.

"Trouxeste-me um Homem que não sabe contar seus dedos?"

Do Livro dos Mortos (In: BOYER, 1996, p.1)

RESUMO

Este trabalho trata de uma investigação realizada no âmbito do Ensino Médio e cujo objetivo geral consistiu em investigar – à luz da Teoria dos Modelos Mentais de Johnson-Laird (1983) – os principais fatores que podem influenciar o raciocínio combinatório dos estudantes e que, em razão disso, podem levá-los a resultados divergentes dos conceitualmente esperados na resolução de problemas de contagem. A pesquisa é de natureza exploratória, quali-quantitativa, com predominância qualitativa, tendo sido executada no segundo semestre de 2012, em duas turmas de 2º ano da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova/RS. Basicamente, foram coletados dados a partir de entrevistas com professores e testes de sondagem aplicados aos estudantes das turmas investigadas. Outras informações foram obtidas a partir de questionários e por intermédio de uma gincana matemática realizada em um *blog* (desenvolvido pelo autor para favorecer debates entre professores e estudantes sobre a resolução de problemas matemáticos, em especial, de contagem). No mais, realizou-se também uma seleção e análise das resoluções dos problemas de contagem que constam nos Anais das Olimpíadas Matemáticas da Univates/RS (provas de Ensino Médio da 10ª a 15ª edição), objetivando encontrar resoluções interessantes que contribuíssem para o lançamento de abordagens diferenciadas no ensino e na aprendizagem de heurísticas e estratégias particulares de resolução de problemas combinatórios. Dentro do contexto estabelecido, foi confirmada a hipótese de que a construção de modelos mentais inadequados é um dos principais fatores de influência que podem levar o pensamento combinatório dos estudantes para resultados divergentes dos conceitualmente esperados.

Palavras-chave: Raciocínio Combinatório. Divergência de Resultados. Resolução de Problemas de Contagem. Modelos Mentais. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This work concerns to an investigation conducted under the high school ambit based on the Mental Models Theory of Johnson-Laird (1983). It aimed at investigating the main factors that influence the combinatorial thinking of students and that may lead them to arrive at conclusions that are conceptually different from the expected ones while solving counting problems. The research was exploratory, quantitative and qualitative (predominantly). It was conducted in the second half of 2012 in two classes of the 2nd year in a high school located in Fazenda Vilanova/RS. Basically, data were collected from interviews with teachers and probing tests were applied to students of the investigated classes. Additional information was obtained from questionnaires and from a contest held in a mathematical *blog* (developed by the author to facilitate the discussions between teachers and students about solving mathematical problems, particularly counting ones). In addition, counting problems resolutions present in the Annals of Olimpíadas Matemáticas da Univates/RS (secondary school tests from the 10th to the 15th edition) were selected and analyzed with the aim of finding interesting resolutions that may contribute for the emergence of differentiated approaches for teaching and learning heuristics and finding particular strategies for solving combinatorial problems. Within this context, it was confirmed the hypothesis that the construction of inadequate mental models is the major influencing factor that can lead students' combinatorial thinking to arrive at conclusions conceptually different from the expected ones.

Keywords: Combinatorial Reasoning; Divergence of Results; Counting Problem Resolution. Mental Models. Mathematical Teaching.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

ANEXOS

UMA INVESTIGAÇÃO NO ENSINO MÉDIO SOBRE O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO E A DIVERGÊNCIA DE RESULTADOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONTAGEM

1 INTRODUÇÃO

Há dez mil anos, conforme expõe Bergamini (1965), as geleiras se retraíram e o clima da terra mudou, de modo a favorecer a instalação de grupos primitivos de caçadores nômades, que passaram a empreender, além da caça, atividades agrícolas nos vales do Nilo, Tigre e Eufrates.

No campo, os agricultores esbarraram em problemas cujas resoluções exigiam a criação, o desenvolvimento e o emprego de cálculos matemáticos básicos. Era preciso, pois, incrementar a noção de número natural e elaborar mecanismos de contagem mais sofisticados, que permitissem acompanhar os dias e as estações do ano; dividir justamente as terras de heranças; saber quanto armazenar de sementes e produtos da colheita; realizar pagamentos de tributos sociais, etc. (BERGAMINI, 1965).

Naturalmente, com o passar do tempo, foram surgindo outros tipos de problemas, cujas resoluções demandavam a aplicação de novas ferramentas matemáticas. É razoável pensar que, com a evolução social das tribos antigas e o estabelecimento de uma complexa civilização humana, tornou-se vital impulsionar e utilizar cada vez mais a Matemática para atender outras necessidades emergentes dos povos.

De acordo com Begle (1979), a Matemática pode auxiliar na resolução de uma grande variedade de problemas e, por se tratar de um conhecimento útil, justifica-se legitimamente o seu ensino. Corroborando tal pensamento, afirma Branca (1997) que a principal razão para se estudar Matemática está no emprego desse estudo para se aprender a resolver problemas.

Polya (1997) diz que resolver problemas é o mesmo que encontrar caminhos adequados e desconhecidos que partam ou contornem obstáculos e que exijam a reflexão como meio essencial para se alcançar o fim desejado. Nesse sentido, Dante (2009) comenta que cada ser humano tem a noção intuitiva do significado de um problema e que, de modo geral, problemas são vistos como barreiras que precisam ser ultrapassadas conscientemente pelos indivíduos.

Na Matemática do Ensino Médio, pode-se facilmente encontrar questões desafiadoras. Em particular, neste nível de estudo, acham-se diversos problemas de contagem instigantes. Morgado et al. (1991) alegam que muitas questões do gênero são fáceis de enunciar e difíceis de resolver e, quase sempre, exigem resoluções criativas, engenhosas e contextuais, que vão além da utilização de técnicas combinatórias gerais e da aplicação de *fórmulas fechadas* em situações padronizadas de contagem.

Cabe ressaltar aqui, de modo simplificado, que uma *fórmula fechada* é aquela que possibilita calcular (em geral, a partir de dados fornecidos no início de um problema) diretamente os valores de determinada peça de estudo (HEFEZ, 2009).

Para calcular, por exemplo, o número de maneiras distintas P_n de se distribuir linearmente n objetos distintos em n caixas distintas, sem ficar qualquer caixa vazia, utiliza-se a seguinte fórmula de cálculo: $P_n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 1$, *onde n* é um *número inteiro positivo* (note que, se $n=3$, então $P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$).

Obviamente, uma *fórmula fechada* possui limitação de aplicação e é apenas um dos tipos de ferramentas de contagem disponíveis dentro da chamada *Análise Combinatória*.

A *Análise Combinatória* (ou simplesmente *Combinatória*) é a parte da Matemática que se ocupa basicamente em criar e desenvolver não apenas fórmulas, mas, sobretudo, métodos, mecanismos e técnicas de contagem aliadas a raciocínios poderosos, que servirão na resolução de determinados problemas, especialmente, àqueles associados a quantificações, ordenações e a classificações de certos agrupamentos de elementos (MORGADO et al., 1991).

Por experiência própria em sala de aula, os professores podem verificar – sem maiores objeções – que a *Combinatória* é uma das partes da Matemática mais cativantes. A matéria é sedutora pela multiplicidade de problemas atraentes e pelas envolventes construções de resoluções, que, por vezes, encantam pela elegância e consistência técnica de ideias, e noutras, surpreendem pela divergência de resultados apresentados pelos estudantes (considerados aqui como pessoas que constroem novos conhecimentos a partir de novos estudos e de sua bagagem intelectual anterior, conforme admitido na linha *cognitivista/construtivista*).

Particularmente, no período de 2003 a 2006, o autor desta obra ministrou aulas de Matemática no Ensino Médio do Colégio Imaculado Coração de Maria (CICM) – Olinda/PE e, de modo informal, observou em sala de aula – nas aulas práticas de *Combinatória* das turmas de estudantes de 2º Ano – uma considerável divergência de resultados nas resoluções de problemas fundamentais de contagem (em relação a um dado valor conceitual). Com efeito, pensando-se em investigar formalmente as causas dessas divergências de resultados, resolveu-se propor ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), do Centro Universitário UNIVATES, **um estudo de caso sobre "O Raciocínio Combinatório e a Divergência de Resultados na Resolução de Problemas de Contagem"**. Gradativamente, a partir do estabelecimento desse tema, formulou-se – no âmbito do Ensino Médio **– o Problema (a) e a Hipótese (b) de pesquisa:**

a) **Problema: quais os principais fatores que podem influenciar e, assim, induzir o raciocínio combinatório dos estudantes de Ensino Médio para resultados divergentes dos conceitualmente esperados na resolução de problemas de contagem?**

b) **Hipótese: Destacadamente, construções de modelos mentais inadequados (obtidos a partir do conhecimento prévio ou por concepções alternativas) podem influenciar e, assim, induzir o raciocínio combinatório dos estudantes de Ensino Médio para resultados divergentes dos conceitualmente esperados na resolução de problemas de contagem.**

A hipótese levantada em (b) para responder (a) é bastante plausível, visto que, no âmbito da **Teoria de Modelos Mentais de Johnson-Laird (1983)**, as pessoas pensam por meio de *modelos mentais* e, segundo Vega et al. (1996), tendem a raciocinar de modo a obterem conclusões que se enquadrem à luz dos seus conhecimentos anteriores, mesmo que essas conclusões sejam inválidas. Caso sejam obtidos resultados que não se encaixem aos conhecimentos prévios das pessoas, elas tenderão a negar esses resultados a partir da construção de outros modelos alternativos de argumentos. Observe o leitor que, em outras situações, o mesmo mecanismo de construção de argumentos poderá levar à obtenção de conclusões logicamente falsas (GARCIA, 2000).

Segundo expõe Moreira (1999), *modelos mentais* são representações internas de objetos, situações ou eventos do mundo exterior (real ou fictício). Eles podem ser encarados como *modelos de trabalho*, que, predizem e explicam a ocorrência e sucessão de acontecimentos externos. Não precisam ser lógicos, nem representar fielmente os objetos que simbolizam. Aliás, não têm qualquer obrigação de serem "verdadeiros" ou "falsos", simplesmente, devem ser funcionais e confiáveis o suficiente para atender as expectativas de seus construtores, pois, caso contrário, poderão ser indefinidamente revistos.

A partir dessas considerações teóricas, traçou-se **o objetivo geral do presente estudo (elaborado como meta a ser atingida dentro das turmas de estudantes pesquisadas): "investigar – à luz da Teoria dos Modelos Mentais de Johnson-Laird (1983) – os principais fatores que podem influenciar o raciocínio combinatório e que, em razão disso, podem levar o pensamento dos estudantes de nível médio a resultados divergentes dos conceitualmente esperados na resolução de problemas de contagem".**

Além desse propósito geral, traçaram-se outras metas mais instrumentais para o trabalho investigativo, definidas nos **objetivos específicos, a saber:**

a) **Averiguar, por meio de entrevistas (com professores), testes e questionários, como os estudantes das turmas investigadas constroem – à luz da Teoria de Modelos Mentais de Johnson-Laird (1983) – as suas resoluções para certos problemas fundamentais de contagem;**

b) **Lançar abordagens diferenciadas no ensino e na aprendizagem de heurísticas e estratégias particulares de resolução de problemas combinatórios,** tomando-se por base as análises das resoluções de problemas fundamentais de contagem que foram obtidas a partir das Provas de Ensino Médio da 10ª à 15ª edição das Olimpíadas Matemáticas do Centro Universitário UNIVATES (OMU, por brevidade).

c) **Elaborar e desenvolver um *blog* educacional [vide Demo (2009, p. 38 e p.39)]** – visando, principalmente, favorecer debates sobre a resolução de problemas matemáticos (especialmente, acerca de *problemas de contagem*) entre estudantes e professores de Matemática do 2º Ano da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova (EEEMFV).

Buscando-se atingir todos os objetivos propostos neste trabalho, **instituiu-se uma pesquisa exploratória e quali-quantitativa, com características predominantemente qualitativas.**

Na pesquisa de campo, executou-se fundamentalmente *um estudo de caso* em duas turmas de estudantes de 2º Ano da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova (EEEMFV), situada, como sugere o próprio nome, no Município de Fazenda Vilanova/RS. Em um quadro (APÊNDICE A) constam as atividades básicas que foram executadas na EEEMFV, desde a apresentação do trabalho investigativo as duas professoras de Matemática (1ª Etapa) até o encerramento da coleta de dados na EEEMFV – por meio da aplicação de questionários (a 13 estudantes participantes da pesquisa) sobre os problemas propostos nos Testes de Sondagem (8ª Etapa).

De um total de *37* estudantes participantes da pesquisa (voluntários), *23* responderam na Escola a dois Testes de Sondagem (APÊNDICES B, C e D) e, desses *23*, *13* responderam a um breve questionário com *4* perguntas abertas sobre os problemas propostos nos referidos testes (APÊNDICE F). Já as professoras de Matemática, colaboraram com a pesquisa por meio da concessão de uma entrevista (APÊNDICES G e I) e do preenchimento de um de questionário com *9* perguntas abertas sobre suas atividades docentes e pedagógicas (APÊNDICES H e J).

A partir da análise dos dados obtidos por intermédio de instrumentos consagrados de pesquisa (como testes, questionários, entrevistas e observação direta em sala de aula), verificou-se positivamente a hipótese inicial de investigação (na quinta parte e conclusão desta Dissertação, esse assunto será devidamente tratado).

No decorrer do texto dissertativo, o leitor perceberá claramente o alcance dos resultados atingidos e a pertinência instrutiva desta pesquisa, que possibilitou identificar e compreender (nas turmas de estudantes investigadas) um dos principais fatores que levam os estudantes de Ensino Médio a atingir resultados inadequados frente aos resultados conceitualmente aceitos na resolução de problemas combinatórios.

Destacam-se, ainda, neste trabalho, outras contribuições pedagógicas dignas de atenção, relativas à construção de um *blog* educacional para a disciplina de Matemática do 2º Ano da EEEMFV [onde foi realizada uma gincana matemática (APÊNDICE E), pela qual se registrou a atividade de *17* estudantes dos *37* participantes da pesquisa]; e o lançamento de abordagens diferenciadas no ensino e na aprendizagem de heurísticas e estratégias particulares de resolução de problemas combinatórios.

Para compreender melhor o exposto aqui, e que logo mais será desenvolvido, recomenda-se uma leitura em série das partes e seções desta obra, observando-se que, a mesma está fundamentalmente dividida em seis partes (introdução, quatro capítulos de desenvolvimento e conclusão) e conta, ao final, com apêndices e anexos – que trazem informações complementares a respeito da pesquisa executada.

Tenha-se em mente, desde já, que na segunda parte deste trabalho, será tratado o contexto da pesquisa. O capítulo foi dividido em três seções, de maneira que, na seção 2.1, serão expostos os pensamentos iniciais que levaram à formulação do problema e hipótese de pesquisa; na seção 2.2, será realizada uma explanação sobre algumas concepções e filosofias subjacentes ao ensino e a aprendizagem, enfatizando-se a escolha e os argumentos que levaram a obra de Johnson-Laird (1983) a ser adotada como principal referencial teórico deste trabalho; na seção 2.3, serão fornecidas algumas descrições do local e das circunstâncias onde ocorreu a investigação.

Na terceira parte, serão tratados os pressupostos teóricos do presente estudo. O capítulo também foi dividido em três seções, de modo que, na seção 3.1, será feita uma abordagem sobre o conceito de *Universo de Raciocínio* e sua estreita relação com a *Resolução de Problemas;* na seção 3.2, será realizada uma análise mais detalhada sobre alguns pontos básicos da *Teoria de Modelos Mentais*, proposta por Johnson-Laird (1983); na seção 3.3, o leitor poderá verificar algumas das tendências da *Resolução de Problemas* sob o enfoque do Ensino das Ciências e Matemática.

Na quarta parte, serão apresentados os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa. Na quinta parte, serão discutidos os resultados obtidos dentro do estudo. E, por fim, na conclusão, será realizada uma síntese das principais ideias e dos resultados alcançados com esse trabalho investigativo.

.

2 O CONTEXTO DA PESQUISA

2.1 Os Primeiros Passos

No início da década de 2000, um grupo de pesquisadores da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) – sob a influência do Prof. Josenildo dos Santos[1] – lançaram algumas propostas metodológicas diferenciadas para o ensino e a aprendizagem da Matemática, em especial, da Geometria Euclidiana.

Uma das propostas centrais desse grupo encontrava-se na reconstrução dos fundamentos da Geometria no Ensino Básico, por meio de uma determinada sequência de modelos geométricos interpretados. Alguns desses modelos, por exemplo, foram concebidos sistematicamente a partir do estudo de elementos construtivos de telhados e dobraduras em papel (*origamis*), objetivando motivar e facilitar o estudo do sistema geométrico de Euclides (SANTOS et al., 2002).

Cabe ressaltar aqui, que noções geométricas básicas foram obtidas a partir da fixação e experiência prática dos povos primitivos em resolver certos problemas. Figuras geométricas simples, como retângulos e quadrados, foram provavelmente as primeiras utilizadas para solucionar questões cotidianas associadas a delimitações de terras e construções de habitações em geral (EVES, 1994).

[1] Possui graduação em Matemática – UFPE (1974), mestrado em Matemática pela UFPE (1979), doutorado em Matemática - University of Wisconsin - Madison (1987) e Pós-Doutorado em Contabilidade e Atuária – USP – FEA (2006). Currículo Lattes disponível em: <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4787930D8>. Acesso em: 28 de outubro de 2013.

De acordo com Santos et al. (2002), a metodologia usual de Ensino da Geometria Pura (abstrata) emprega paradigmas que geralmente fogem as associações com a chamada Geometria Interpretada (GI), o que afasta a aprendizagem das necessárias relações com o mundo real.

Segundo Almeida et al. (2000), pode-se entender a GI como sendo aquela interessada em hipóteses acerca do mundo físico, e cuja veracidade ou falsidade das sentenças dependem da observação e da experimentação.

Considerando a importância e pertinência destas propostas de Ensino Interpretado da Geometria, e extensivamente, da Matemática, cogitou-se, inicialmente, elaborar e apresentar ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) um Projeto de Pesquisa voltado para a reconstrução da Matemática Elementar, onde seria feita uma investigação e sistematização de uma série de modelos matemáticos empíricos (ou interpretados).

Todavia, nos primeiros meses do curso de pós-graduação, consolidou-se o pensamento de que a proposta de trabalho – acerca da reconstrução da Matemática Elementar – provavelmente não seria exequível nos moldes planejados e nem atenderia os prazos requeridos pelo PPGECE.

Naquele momento, então, era preciso pensar numa outra possibilidade para Projeto de Pesquisa. Naturalmente, a nova proposta deveria ser tão interessante e desafiadora quanto à primeira, mas, possível de ser feita dentro das condições estabelecidas pelo programa do curso.

Sob a orientação do Prof. Dr. Claus Haetinger, surgiram outras ideias envolventes – felizmente associadas às referências iniciais – mas, com foco em outra área, no caso, a multifacetada e efervescente área da *Resolução de Problemas*.

De acordo com Branca (1997, p. 4), a expressão *Resolução de Problemas* é muito ampla e “pode significar diferentes coisas para diferentes pessoas ao mesmo tempo e diferentes coisas para as mesmas pessoas em ocasiões diferentes”.

No ensino de Matemática, ele discute a *Resolução de Problemas* sob três importantes pontos de vista, a saber:

a) como *meta* (foco no objetivo a ser alcançado pelos estudantes);
b) como *processo* (foco nos mecanismos de resolução dos estudantes);
c) como *habilidade básica* (capacidade que os estudantes precisam possuir).

Dante (2009, p. 15) considera a inclusão de um quarto ponto de vista fundamental, a saber:

d) como *metodologia de ensino da Matemática* (foco no ensino da matéria).

Diante de uma área de investigação tão versátil, procurou-se conceber a nova proposta de trabalho com cautela, de maneira que um dos primeiros passos adotados foi o de se estabelecer um tema bem definido e um problema de pesquisa motivador. O tema para a investigação apareceu praticamente atrelado à concepção do problema de pesquisa. Tudo surgiu associado a uma gradativa reflexão das experiências, que foram vivenciadas pelo autor desta obra como Professor de Matemática do Ensino Médio do Colégio Imaculado Coração de Maria (de 2003-2006), situado no Município de Olinda/PE[2].

O Colégio é pertencente à Rede Beneditina e adota a filosofia de ensino voltada para vida e formação, buscando criar uma comunidade educativa centrada na pessoa. A instituição proporciona a liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar a cultura, o pensamento, a arte e o saber. Sob esta filosofia, professores e estudantes encontram um ambiente favorável para discussões salutares. No CICM, ocorriam frequentemente conversas edificantes com os estudantes, especialmente, nas aulas de *Combinatória*, sobre como resolver certos tipos de problemas de contagem.

[2] Olinda é um município pertencente ao Estado de Pernambuco. É integrante da Região Metropolitana do Recife. Como cidade colonial do Brasil é uma das mais bem preservadas. Em 1982, foi declarada Patrimônio Histórico e Cultural da Humanidade pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura. Disponível em <http://pt.wikipedia.org/wiki/Olinda>. Acesso em: 28 de outubro de 2013.

De um modo geral, problemas são diferentes de simples questões rotineiras, pois para resolvê-los, precisamos passar por um processo de reflexão ou tomada de decisões.

Conforme expõem Echeverría e Pozo (1998, p. 16):

> “(...) uma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-los de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. (...) um problema é, de certa forma, uma situação nova ou diferente do que já foi aprendido, que requer a utilização estratégica de técnicas já conhecidas.”

Um exemplo de problema que sempre provocou debates calorosos em sala de aula, diz respeito ao desafio de se determinar a quantidade de *quadrados* que podem ser construídos com vértices nos pontos de uma matriz de pontos 4 por 4, conforme ilustrado na Figura 1:

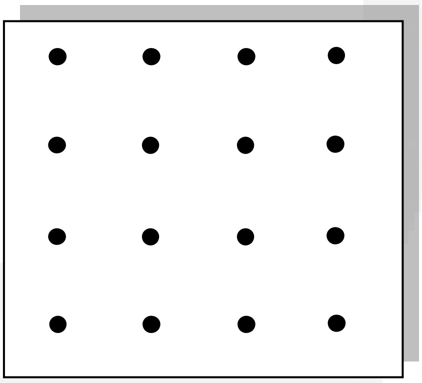


Figura 1 – Desafio dos Quadrados
Fonte: Eureka!, 2007, p. 7.

Notavelmente, os estudantes divergiam nos resultados para o problema proposto. Alguns deles achavam que a resposta seria *9,* outros *12* ou *14*, e raramente alguém encontrava o resultado conceitualmente esperado para a questão, ou seja, o número *20* [3].

---

[3] Note que, para se chegar a esse resultado, é preciso admitir a contagem de quadrados rotacionados de 45º em torno dos eixos matemáticos usuais OX e OY.

Um grupo de estudantes, por exemplo, só percebia e contava *quadrados* como o ilustrado na Figura 2 encontrando, assim, a resposta *9* para o desafio. Outra possibilidade de configuração a ser admitida na contagem para a solução do desafio proposto, exemplificada na Figura 3, estava totalmente fora de cogitação para esse grupo.

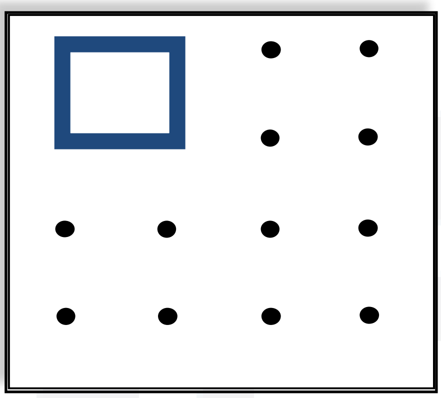


Figura 2 – Quadrado em disposição geométrica trivial. Fonte: do autor.

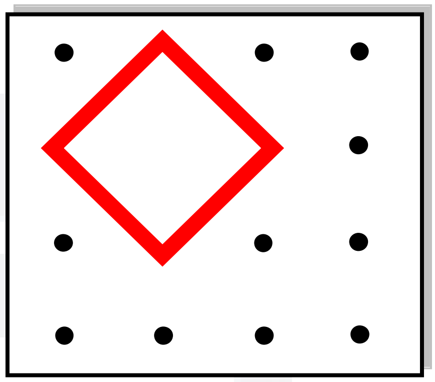


Figura 3 – Quadrado rotacionado de 45º em relação aos eixos usuais. Fonte: do autor.

Ao que parece, no *Universo de Raciocínio*[4] deste agrupamento de estudantes, já estava estabelecido, **por concepção prévia,** a ideia de que *quadrados* apenas poderiam assumir formas como a exposta na Figura 2, ou seja, em disposição geométrica trivial.

No caso em tela, evocando-se a *Teoria de Modelos Mentais* de Johnson-Laird (1983), poder-se-ia compreender melhor o que levou esse conjunto de estudantes à resposta *9*. Provavelmente, eles conceberam *modelos mentais* para *quadrados* sob uma perspectiva de visão (*imagem*) do cotidiano (senso comum) e, em razão disso, realizaram a contagem num universo de raciocínio mais restrito do que o apropriado para a resolução desse problema matemático**.**

Outro caso digno de atenção reside na construção de *modelos mentais alternativos*. Suponha, por exemplo, que dado estudante construísse “quadrados” conforme as disposições retangulares ilustradas nas Figuras 4 e 5.

---

[4] Ao desenvolver-se determinado assunto matemático, admite-se a existência de um conjunto formado por todos os elementos que envolvem tal assunto. Este conjunto recebe o nome de Universo de Raciocínio. O conceito será explanado detalhadamente na terceira parte desta obra, seção 3.1.

Ora, neste caso, utilizando-se da contagem e multiplicação, ele chegaria ao resultado *12* (verifique, por contagem, que cada disposição retangular ilustrada abaixo possibilita *6* configurações; como são empregadas duas disposições retangulares, então fica *2 x 6 = 12*), que diverge claramente do valor conceitual esperado, isto é, $12 \neq 20$.

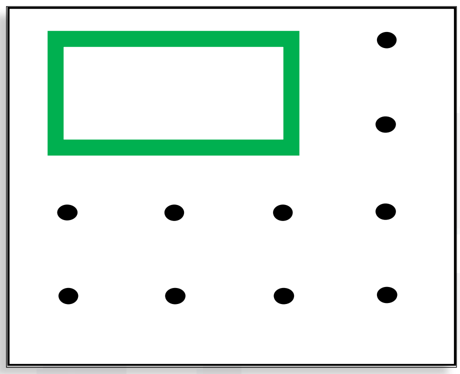


Figura 4 – Disposição retangular (1 x 2)
Fonte: do autor.

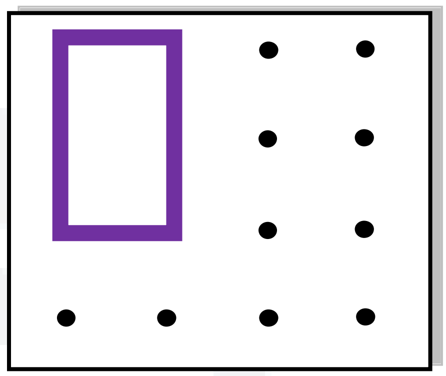


Figura 5 – Disposição retangular (2x1)
Fonte: do autor.

Possivelmente, por **concepção alternativa** deste estudante, a utilização imprópria de certas configurações de *retângulos* como *quadrados* (ilustrados nas Figuras 4 e 5) serviria para resolver o "Desafio dos Quadrados". Segundo Garcia (2000), pode-se interpretar uma *concepção alternativa* como sendo um *modelo mental* que não leva a conclusões cientificamente válidas, mas que atende os interesses de seus construtores e, assim, são admissíveis pelo sujeito.

De acordo com Almeida et al. (2000, p. 33), "as interferências e ruídos existentes na comunicação entre o mundo externo e o interno do indivíduo podem provocar distorções nos modelos mentais formados (...)". Por isso, os professores devem ficar atentos nas instruções, para saber se de fato as informações e os conhecimentos repassados foram assimilados de modo adequado pelos estudantes.

Segundo Moreira (1999), os *modelos mentais* que os estudantes trazem para o contexto educacional devem ser levados em conta pelo professor, visto que, exercem influência no ensino e na aprendizagem. Almeida et al. (2000, p. 31) afirmam que "muitas das dificuldades enfrentadas pelos estudantes decorrem de suas concepções alternativas, comumente inadequadas, que os induzem a não aceitarem estruturas diferentes das por eles conhecidas".

A partir da observação e reflexão feita sobre a resolução do “Desafio dos Quadrados”, foi formulado paulatinamente o problema e hipótese de pesquisa (destacados anteriormente na Introdução). Além disso, vale a pena registrar que surgiram outras questões:

a) De que maneira(s) os professores de Ensino Médio abordam o *raciocínio combinatório* e lidam com os possíveis resultados divergentes que podem ser obtidos por seus estudantes ao resolverem problemas de contagem?

b) Como os livros didáticos destinados ao Ensino Médio abordam o *raciocínio combinatório e* a possibilidade de resultados divergentes na resolução de problemas de contagem?

c) Como os estudantes de Ensino Médio percebem ou compreendem o *raciocínio combinatório* e reagem diante das possíveis divergências de resultados verificadas na resolução de problemas de contagem?

d) No Ensino Médio, a utilização didática de *Tecnologias da Informação e Comunicação*, como o uso de *blogs* educacionais, favorece a discussão entre professores e estudantes na resolução de problemas de contagem?

Todavia, seguindo as valiosas recomendações propostas pela Banca de Qualificação – formada pelos professores Dr. Claus Haetinger (orientador), Dra. Andreia Strohschoen, Dra. Miriam Inês Marchi e Dra. Jacqueline Silva, optou-se em concentrar esforços no problema central de pesquisa (norteador) e no aprofundamento do principal referencial teórico deste trabalho, deixando-se as demais questões para investigações e ações futuras.

2.2 A Escolha do Referencial Teórico

De imediato, a partir da formulação do problema norteador de pesquisa, sentiu-se a necessidade de encontrar o alicerce teórico para o trabalho investigativo. Este momento coincidiu justamente com o curso de “Teorias de Aprendizagem”, que estava sendo oferecido, no segundo semestre de 2011, pelo Programa de Pós – Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Univates.

A disciplina foi ministrada pela Profa. Dra. Marlise Heemann Grassi, e no decorrer das aulas, ocorreram imprescindíveis leituras, discussões e seminários acerca das mais diversas linhas, concepções, abordagens e fundamentações teóricas sobre o ensino e a aprendizagem.

Os assuntos tratados no curso de “Teorias de Aprendizagem” acabariam por influenciar na escolha da obra de Johnson-laird (1983) como o principal referencial teórico deste trabalho. De maneira que, para compreender melhor essa escolha, é de bom alvitre relembrar alguns assuntos discutidos naquele tempo.

Pois bem, frequentemente, o debate nas aulas versava sobre como os professores deveriam ensinar e sobre como os estudantes poderiam aprender. Vez por outra, o discurso voltava-se naturalmente para pensamentos clássicos, porém atuais, que tratavam do assunto.

Particularmente, *Didática Magna* de Comenius [s.d.] tinha lugar cativo nestas discussões, pois mesmo sendo um tratado escrito originalmente no século XVII, ainda tinha fôlego suficiente para surgir nos debates e provocar os presentes, especialmente pelos seus aspectos inovadores e textos críticos.

Em sua época, Comenius censurou severamente as escolas e sugeriu reformas apoiadas num “método universal de ensinar tudo a todos”. Ele pretendia instituir a Educação como uma “Ciência Sistemática”. Seu posicionamento era contundente, como se pode facilmente verificar na seguinte citação:

> Até aqui, as escolas não se têm proposto realmente como objetivo habituar os espíritos a irem buscar o vigor às próprias raízes, como fazem as árvores, mas têm-lhes ensinado apenas a munirem-se de pequenos ramos arrancados de outro lugar, e, assim, a enfeitarem-se com as penas dos outros [...]. Isto é, não lhes têm mostrado as próprias coisas, como é que elas são por si e em si, mas que é que, acerca disto ou daquilo, pensou ou escreveu este ou aquele, um terceiro ou até um décimo autor [...]. Daí que muitos não se ocuparam senão em respigar, de vários autores, frases, sentenças, e opiniões, construindo uma ciência que não passava de uma manta de retalhos. (COMENIUS, s.d., p. 256-257)

Infelizmente, no limiar do século XXI, ainda é possível observar nas escolas aulas de Ciências e Matemática extremamente expositivas, conteudistas e condicionadoras - **aulas que não estimulam nem valorizam o raciocínio, a criatividade, a imaginação e o conhecimento prévio dos estudantes.**

Em uma entrevista, concedida à Nova Escola (2007), a pesquisadora Patricia Sadovsky comentou, em particular, sobre o atual ensino de Matemática no Brasil. Segundo a especialista, a Matemática é ensinada nas escolas de modo mecânico e superficial. E, além disso, **"falta formação aos docentes para aprofundar os aspectos mais relevantes, aqueles que possibilitam considerar os conhecimentos anteriores dos estudantes, as situações didáticas e os novos saberes a construir**" (grifos do autor).

Por outro lado, nota-se também o esforço de toda uma comunidade de professores, estudantes, educadores e pesquisadores para colocar o ensino e a aprendizagem da Matemática e, extensivamente, das Ciências no lugar apropriado. Naturalmente, para se atingir tal posição, é preciso compreender melhor como as pessoas pensam e aprendem. Ao longo do tempo, o assunto tem sido objeto de frequentes investigações. Diversas "teorias" têm sido formuladas e desenvolvidas por pesquisadores e estudiosos interessados na matéria.

De acordo com Moreira (1999), uma *teoria de aprendizagem*[5] significa uma construção humana concebida sistematicamente para interpretar, prever e organizar os conhecimentos associados ao que chamamos de "aprendizagem". Subjacentes as "teorias", encontram-se as "filosofias" aos quais se podem denominar de visões de mundo (FIGURA 6):

Figura 6 – Filosofias Subjacentes às Teorias de Aprendizagem. Fonte: do autor.

---

[5] Conforme Moreira (1999), nem sempre a terminologia "teoria de aprendizagem" é empregada na prática com muito rigor. A teoria de Piaget, por exemplo, muitas vezes é rotulada como teoria de aprendizagem, mas formalmente ela trata e enfoca o desenvolvimento cognitivo.

Segundo Moreira (1999), a corrente *comportamentalista* está centrada nos comportamentos observáveis e mensuráveis do sujeito, ou seja, nas respostas fornecidas pelo sujeito a estímulos externos. O *Behaviorismo* encontra, portanto, suas raízes nas “Teorias de Conexão”, isto é, aquelas que partem do princípio de que todas as respostas (comportamentos) são influênciadas por estímulos.

Na década de 50, um tipo de behaviorismo extremo foi proposto pelo psicólogo estadunidense Burrhus Frederic Skinner (1904-1990). Em 1953, ele publicou o livro *Science and Human Behavior*, que marcou o início da corrente comportamentalista conhecida como *Behaviorismo Radical* (STANFORD ENCYCLOPEDIA OF PHILOSOPHY, 2010). De acordo com Oliveira (1973), a abordagem skinneriana não leva em consideração as explicações comportamentais a partir de causas internas (isto é, mentais) e não está preocupada com os processos intermediários entre as variáveis de entrada (estímulo) e saída (resposta), concentrando-se tão somente na periferia. Segundo Ferrari (2013), o conceito de *condicionamento operante* é uma das ideias fundamentais do pensamento de Skinner. Diversos experimentos foram realizados por ele para verificar a influência de *reforçadores*[6] *positivos* e *negativos* no comportamento dos organismos vivos.

Na Educação, podem-se encontrar várias situações onde as ideias de Skinner ainda são empregadas. Particularmente, uma aplicação da abordagem skinneriana encontra-se no conhecido “Sistema de Instrução Personalizada” (ou *Método de Keller*). Tal método é indicado para um ensino individualizado, sendo apoiado pela Instrução Programada (enfocada diretamente nas ideias de Skinner) e pela *Teoria do Reforço Positivo*. Ou seja, o ritmo dos ensinamentos e estudos deve ser conduzido pelo professor a partir do próprio ritmo do estudante, cabendo ao professor reforçar os conteúdos e exercícios em que o estudante tenha dificuldades de assimilação. A passagem de assuntos deve ser realizada somente após o estudante dominar cada assunto precedente do material fornecido. Os conteúdos dos materiais devem ser subdivididos em várias etapas, escritos com palavras e demonstrações teóricas motivadoras. Além disso, devem ser empregados *monitores* para dirimir o quanto antes as dúvidas dos estudantes.

---

[6] Conforme Moreira (1999), o reforçador é definido como um evento ou mesmo um objeto que aumenta a frequência da resposta (comportamento) dada anteriormente ao reforço que se deu.

Com efeito, cada etapa vencida pelo estudante significará propriamente um *reforço positivo* para etapa seguinte. A aprendizagem dos estudantes pode ser avaliada a partir da apresentação dos seus comportamentos externos (conduta). Se a conduta definida inicialmente nos objetivos comportamentais for verificada após as instruções, então terá ocorrido a aprendizagem conforme esperado (MOREIRA, 1999).

Por outro lado, Moreira (1999) expõe que o *Cognitivismo* (construtivismo, na medida em que a cognição se dá por construção) enfatiza os *processos mentais* e o "ato de conhecer" dos estudantes. Ele afirma que a filosofia *cognitivista* (construtivista) busca compreender, de modo geral, como os sujeitos percebem o mundo, observando como eles lidam com a informação que está envolvida na cognição, no sentido de dar significados, compreender, transformar, armazenar e utilizar essa informação. Um trabalho de destaque compatível com essa linha de pensamento foi proposto em 1983, por Johnson-Laird. Ele propôs uma teoria baseada em *modelos mentais* para explicar como as pessoas raciocinam e realizam inferências a partir de sentenças escritas (GARCIA, 2000).

De acordo com Moreira (1999), considerando os *modelos mentais* da Teoria de Johnson-Laird (1983) e os *modelos conceituais* propostos por Norman (1983) – aqueles utilizados por professores para ensinar, tem-se que:

a) *modelos mentais* podem ser construídos por intermédio da percepção, concepção e por intermédio do discurso;
b) *modelos mentais* não precisam ser completos, lógicos ou "verdadeiros";
c) aprender significa construir *modelos mentais* do que está sendo ensinado;
d) ensinar é facilitar a construção de *modelos mentais* consistentes com dado *modelo conceitual*;
e) *modelos conceituais* são representações completas, precisas e consistentes de sistemas físicos do mundo;
f) O professor ensina *modelos conceituais.* Eles são instrumentos que podem ajudar a construir *modelos mentais* consistentes com o conhecimento sistematizado de determinada área.

Uma terceira visão de mundo sobre o ensino e a aprendizagem está fundamentada no *Humanismo*. Segundo Moreira (1999), a abordagem humanista se concentra plenamente no ser que aprende, observando não apenas o seu intelecto, mas sua totalidade como pessoa, considerando a integração de seus sentimentos, pensamentos e ações.

O psicólogo norte-americano Carl Rogers (1902-1987) é um dos expoentes teóricos do *Humanismo*. Rogers não propõe uma “teoria de aprendizagem” propriamente dita, mas uma série de “princípios de aprendizagem” (ROGERS, 1969, p. 157-163).

Moreira (1999) afirma que a abordagem rogeriana para o ensino é pouco vista nas escolas, pois na concepção de Rogers, o ensino deve ser focado no estudante e não em conteúdos ou professores como se vê tradicionalmente. Além disso, os professores devem confiar nas potencialidades de aprendizagem dos estudantes, auxiliando-os para que cresçam e realizem seus desejos pessoais.

Um contraste interessante entre a visão *humanista* e a *cognitivista (construtivista)* do ensino e aprendizagem está no papel do professor e do estudante, conforme se verifica nas alíneas seguintes:

a) Na concepção *humanista*, o professor deverá figurar como um facilitador e aceitar o estudante como pessoa que tem a liberdade de aprender do seu jeito e de conquistar o seu espaço no mundo. O estudante é quem essencialmente elabora o que quer aprender, e não o professor, que tem a função de simplesmente ajudá-lo, proporcionando-lhe as condições favoráveis para o seu aprendizado;

b) Na concepção *cognitivista (construtivista),* a aprendizagem ocorre de modo extremamente ligado à forma com quê o professor irá criar e conduzir as situações de ensino. O estudante, por sua vez, deverá assimilar adequadamente o que o professor oportunizou para estudos e, em cima desta orientação e obviamente com atenção em sua bagagem intelectual anterior, construir e ampliar outros conhecimentos e saberes.

Aqui foram expostas sinteticamente as principais visões de mundo sobre o ensino e a aprendizagem. Dentre elas, resolveu-se escolher o pensamento cognitivista (construtivista) para direcionar teoricamente o presente estudo, visto que esta filosofia enfoca a aprendizagem do sujeito a partir de seus processos mentais (internos). Apesar das outras filosofias também terem seus pontos atrativos, o *cognitivismo (construtivismo)* foi a visão que mais chamou a atenção e se afinou com a proposta deste trabalho, especialmente, por proporcionar a possibilidade de compreensão da construção de certas ideias que surgem internamente na mente humana.

Neste trabalho, resolveu-se, portanto, adotar a *Teoria dos Modelos Mentais* de Johnson-Laird (1983) como principal referencial teórico, haja vista a sua compatibilidade com a visão *cognitivista* (com enfoque *construtivista*) e o seu alcance para explicar por meio de *modelos mentais* como as pessoas raciocinam e realizam inferências a partir de sentenças escritas. Cabe ressaltar ainda que, segundo Johnson-Laird (1983), os *modelos mentais* explicam uma maior diversidade de situações que não são amplamente tratadas (do ponto de vista de previsões e erros dos sujeitos) no âmbito das *teorias de raciocínio* estritamente *proposicionais* (teorias que modelam, de modo geral, o raciocínio a partir da Lógica Formal).

Agora que o leitor já tem noção dos motivos que levaram a escolha da obra de Johnson-Laird (1983) como marco teórico, é importante se inteirar de outros assuntos ligados ao espaço e as circunstâncias onde a pesquisa foi realizada, de maneira que na seção seguinte serão fornecidas algumas informações vitais sobre o contexto da pesquisa.

2.3 O Cenário da Investigação

A pesquisa foi realizada em duas turmas de segundo ano (2012) da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova (EEEMFV), localizada na Av. Rio Grande do Sul, nº 192, Centro, Fazenda Vilanova/RS. O referido município é um dos integrantes da região do Vale do Taquari e, de acordo com o Decreto-Lei Estadual nº 10.642 (1995), emancipou-se de Bom Retiro do Sul em 28 de dezembro de 1995, sendo instalado, conforme previsto na Lei, em 1º de Janeiro de 1997.

Segundo Farias (2012, p. 10), Fazenda Vilanova "está próximo a vários centros de alta taxa demográfica, aspecto que o faz adquirir *status* de lugar privilegiado, principalmente por estar localizado às margens da BR 386, importante via de escoamento da produção no Rio Grande do Sul". Registros estatísticos recentes apontam que o Município conta com uma área de aproximadamente *84,8* Km^2 e *3.739* habitantes (FEE, 2011).

No que tange a infraestrutura escolar, o Município conta com seis instituições educacionais de Ensino Básico: Escola Municipal de Educação Infantil Fazendinha; Escola Municipal de Ensino Fundamental Edgar da Rosa Cardoso; Escola Municipal de Ensino Fundamental de Turno Integral José Victor Mairesse (Zona Rural); Escola Municipal de Ensino Fundamental Rui Barbosa (Zona Rural); Escola Municipal de Ensino Fundamental de Santana (Zona Rural); Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova (FARIAS, 2012).

Naturalmente, por ser a única instituição educacional a operar dentro do âmbito do Ensino Médio, escolheu-se a Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova para a realização desta pesquisa. A partir da apresentação do ofício nº180/PROPEX/Univates (ANEXO A), foi concedida autorização da Direção da Escola para execução do referido trabalho investigativo (ANEXO B).

Conforme o Primeiro Projeto Político Pedagógico (ANEXO C), a Escola foi criada e designada em 2002, a partir do Decreto nº 41.913, de 30 de outubro de 2002[7] (ANEXO D), face ao parecer de CEED, nº 1063/2002 e pela Portaria nº 39, de 21 de fevereiro de 2003.

A criação ocorreu por meio de uma parceria entre o Governo do Estado do Rio Grande do Sul (responsável pela nomeação ou contratação dos professores, repasse da autonomia financeira e suporte técnico e pedagógico) e a Prefeitura Municipal de Fazenda Vilanova (responsável pelo prédio, laboratórios, biblioteca e equipamentos).

---

[7] Nos Projetos Políticos Pedagógicos da EEEMFV, encontra-se equivocadamente a data do Decreto 41.913 como sendo de 03 de dezembro de 2002. Na realidade, a data do Decreto é 30 de outubro de 2002, conforme Anexo B, sendo o mesmo publicado no Diário Oficial do Estado do Rio Grande do Sul em 31 de outubro de 2002.

A Escola foi instituída num dos prédios da Escola Municipal de Ensino Fundamental Edgar da Rosa Cardoso, tendo o seu credenciamento e funcionamento obtidos a partir do Parecer (CEED) nº 261/2003. Em 13 de março de 2003, sob a direção de Neuza Inez Fell, a Escola iniciou suas atividades de acolhida e integração. Na semana seguinte, em 18 de março de 2003, ocorreram as primeiras aulas na Escola (ANEXO C).

A filosofia da Escola pode ser sintetizada no lema "**Aprender para Transformar"** e sua missão concentrada na incumbência de contribuir para a formação integral do estudante, observando-se, em especial, o fomento nos campos da cultura, da técnica, da ciência e dos valores humanísticos. Outros detalhes sobre os princípios norteadores, metas educacionais, objetivos prioritários, avaliações, diretrizes e organização pedagógica da Escola, podem ser obtidos e consultados na cópia da edição revista e atualizada do seu Projeto Político Pedagógico (ANEXO E).

Conforme a matéria publicada no Informativo do Vale (2012), a Escola (com vistas a ser ampliada) possui duas salas de aula (FIGURA 7) e atende cerca de 170 estudantes.

Figura 7 – Diretora Claisse Bilhar e as duas salas de aula da EEEMFV
Fonte: Informativo do Vale (2012). Foto: Frederico Sehn.

Segundo informações da diretora Claisse Bilhar, a Escola possibilita o acolhimento de estudantes provenientes de municípios vizinhos (Paverama, Taquari, Bom Retiro do Sul e Estrela); e dispõe de transporte escolar (até a sede da instituição) para os estudantes do interior do Município de Fazenda Vilanova. Ressalte-se, ainda, que a maioria dos estudantes de Ensino Médio já está inserida no mercado de trabalho (inclusive massivamente os de 2º Ano – participantes da pesquisa), exercendo atividades no comércio local, especialmente, em pequenas lojas e fábricas de calçados instaladas na cidade. Além disso, é notável o trabalho social realizado pelo *Projeto Pescar* junto aos estudantes da Escola, cuja missão é "promover oportunidades de desenvolvimento pessoal, cidadania e iniciação profissional para jovens em situação de vulnerabilidade social, por meio de parcerias com empresas e organizações" - disponível em: <http://site.projetopescar.org.br/>. Acesso em: 26 de fevereiro de 2014. No que diz respeito aos recursos didáticos, a diretora cita que a instituição possui dois "quadros verdes"; laboratório de informática com *18* computadores (todos com acesso a Internet); retroprojetor; dois *datashows;* dois *notebooks;* fotocopiadora; televisão; dois aparelhos de DVD.

A Escola funciona nos turnos da tarde e noite, contando atualmente com *13* professores e *4* funcionárias (FARIAS, 2012). A pesquisa de campo foi iniciada em setembro de 2012, com as duas únicas turmas (ambas noturnas) de 2º Ano da Escola. O final do ano letivo ocorreu em dezembro de 2012 (mas, a pesquisa se estendeu até os primeiros meses de 2013, devido à necessidade da obtenção, coleta e análise de mais dados para o estudo investigativo).

De acordo a Direção da Escola, no início do ano de 2012, as duas turmas apresentavam *27* estudantes. Mas, ocorreram "abandonos", de maneira que, em setembro de 2012 , a distribuição dos estudantes (inclusive percentual)[8] era:

a) Turma 201 (faixa etária de *15* a *17* anos): *26* estudantes em curso regular (*96%*); *1* desistente ou evadido (*4%*).

b) Turma 202 (faixa etária de *15* a *47* anos): *21* estudantes em curso regular (*78%*); *6* desistentes ou evadidos (*22%*).

---

[8] Embora se saiba que para amostras pequenas os valores em taxas percentuais não fazem sentido, utilizaremos esta representação (%) quando for conveniente para facilitar a leitura e compreensão dos dados expostos.

Após o encerramento do ano letivo de 2012 (dezembro), foram obtidos novos dados (junto a Direção da Escola) sobre a distribuição dos estudantes investigados. De maneira que, obtiveram-se os seguintes resultados:

a) **Turma 201** (faixa etária de *15 a 17* anos): *23* estudantes aprovados (*85%*); *1* desistente ou evadido (*4%*); *3* reprovados (*11%*).

b) Turma 202 (faixa etária de *15* a *47* anos): *16* estudantes aprovados (*59%*); *11* desistentes ou evadidos (*41%*); *0* reprovados (0*%*).

A Secretaria de Educação do Estado do Rio Grande do Sul (2012) contabilizou, por meio do Censo Escolar 2012, as seguintes taxas médias de rendimento escolar para o Ensino Médio Estadual:

a) taxa de aprovações: *70,4 %*
b) taxa de reprovações: *17,9 %*
c) taxa de abandono: *11,7 %*

Confrontando-se essas taxas de rendimento com os resultados obtidos nas Turmas 201 e 202, pode-se verificar que em setembro de 2012, a Turma 202 já contava com alta taxa de desistência ou evasão (*6* de *27*, ou seja, *22%*). Nesta turma, apesar de não terem sido registradas reprovações ao término do ano letivo de 2012, verificou-se (ao final de 2012) uma alta taxa de desistência ou evasão (*11* de *27*, ou seja, *41%*) em relação à média de *11,7%* da taxa de abandono registrada pelo Censo Escolar 2012. Já na Turma 201, a taxa de desistência ou evasão se manteve constante e bem controlada na casa dos *4%* (*1* de *27*), e mesmo com reprovações em torno de *11%* (*3* de *27)* atingiu rendimento de aprovação de *85%* (*23* de *27*) – superior ao da média de *70,4%* registrada pelo Censo Escolar 2012.

Observe ainda que a amplitude da faixa etária dos estudantes da Turma 201 é de 2 anos (*17-15=2*), enquanto que da Turma 202, é de 32 anos (*47-15 =32*), o que sugere potencialmente uma maior taxa de distorção idade-série entre os estudantes da Turma 202. De fato, segundo a Professora 2, a Turma 202 foi formada desde o início do ano por estudantes com idades bem diversificadas, sendo que boa parte deles já estava fora da faixa etária considerada adequada para o 2º Ano do Ensino Médio.

O leitor deve estar se perguntando se a desistência ou evasão dos estudantes na Turma 202 está relacionada de alguma forma com uma potencial taxa de distorção idade-série ou com a vida profissional desses estudantes. Uma breve reflexão e exposição sobre o tema pode e deve ser feito, especialmente tendo em vista a importância do assunto para a área educacional. A pergunta lançada faz sentido e é razoável supor que estudantes de turmas noturnas com idades fora da faixa etária adequada ou que exerçam alguma atividade profissional sejam candidatos potenciais a desistir ou evadir da Escola.

Nascimento e Kempa (2008), por exemplo, realizaram uma pesquisa numa Escola Pública do Paraná e os resultados obtidos mostraram que *45%* dos estudantes de Ensino Médio pesquisados já tinham abandonado os estudos em alguma época; e que desses estudantes, *39%* deixaram de prosseguir os estudos devido a alguma atividade profissional. Além disso, foi observado que *42%* do total de estudantes entrevistados estavam fora da faixa etária escolar. De acordo com esses autores, estudantes com trajetórias de desistências ou evasões fazem parte do grupo de risco de abandono escolar permanente. Outro estudo interessante realizado no Ensino Médio de Escolas Estaduais do RS aponta para a relação da distorção idade-série (defasagem) com a reprovação e o abandono escolar – Fritsch et al. (2013, p. 14 e p. 15), afirmam:

> Quando em defasagem idade-série os estudantes têm maiores taxas de reprovação e abandono escolar, retroalimentando o fracasso escolar. Outro fato observado é que se conjugar a informação de que os estudantes estejam em condição de defasagem idade-série com estudarem no noturno, os resultados dos indicadores tendem a piorar, na comparação com estudantes em outras condições.

Note-se que, no caso da Turma 202, a desistência ou evasão pode ter ocorrido nos mesmos moldes do que foi aqui comentado. Observe o leitor, que a taxa de desistência ou evasão de *41%* (11/27) obtida na Turma 202 é bem próxima da encontrada pelo estudo de Nascimento e Kempa (2008), no caso, *45%.*

Quanto ao envolvimento na pesquisa, registra-se, de modo geral, a participação voluntária de duas professoras de Matemática - cujas informações docentes e pedagógicas podem ser consultadas por meio de questionário e entrevista (APÊNDICES G, H, I e J); e de *37* de *47* estudantes regulares das turmas investigadas (setembro 2012).

Observe que, da Turma 201, de *26* estudantes regulares (setembro 2012), *22* participaram de alguma das atividades (testes de sondagem, gincana matemática no *blog* e preenchimento de questionários) propostas na pesquisa. Já da Turma 202, de *21* estudantes regulares (setembro 2012), *15* participaram de alguma das atividades propostas (citadas anteriormente).

Os Gráficos 1 e 2, ilustram a situação em valores percentuais relativos aos 27 estudantes das turmas:

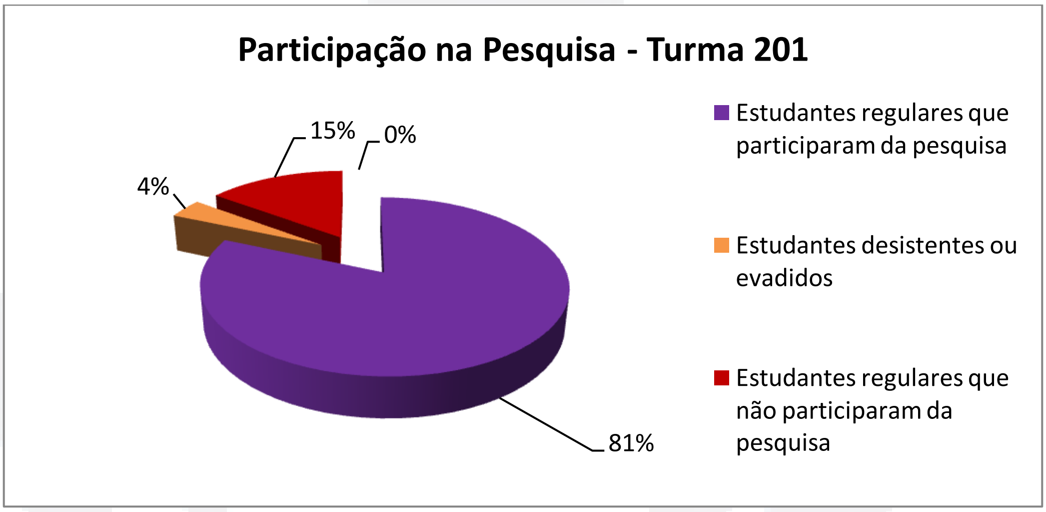


Gráfico 1 – Distribuição dos estudantes frente à participação na pesquisa (Turma 201).
Fonte: do autor.

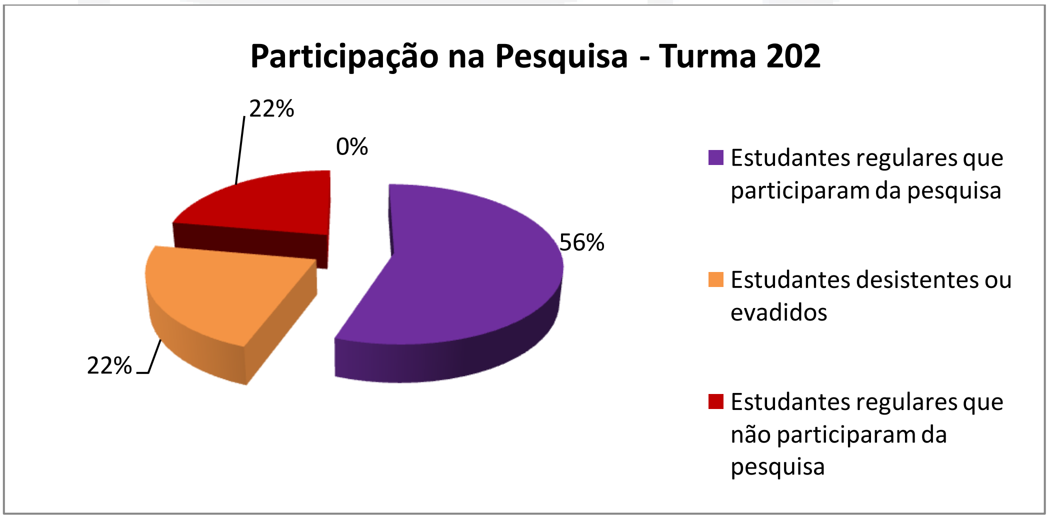


Gráfico 2 – Distribuição dos estudantes frente à participação na pesquisa (Turma 202).
Fonte: do autor.

Notavelmente, boa parte dos estudantes das Turmas 201 e 202 [respectivamente *22* de *27* (*81%)* e *15* de *27* (*56%*)] aderiram de bom grado em participar de alguma forma do trabalho investigativo. Inclusive, *17* estudantes destes *37* participantes (voluntários) da pesquisa chegaram a se envolver numa gincana matemática, elaborada e desenvolvida a partir de um *blog* educacional (FIGURA 8) que foi construído especialmente para a disciplina de Matemática do 2º Ano da EEEMFV.

Os dados postados pelos estudantes foram aproveitados no presente trabalho e podem ainda ser consultados no *blog Matematikalegal* (FIGURA 8).

Figura 8 – Gincana Matemática elaborada no *blog Matematikalegal*.
Fonte: <http://matematikalegal.wordpress.com/category/gincana/>.
Acesso: 07 de novembro de 2013.

Cabe ressaltar aqui, que todos os dados divulgados a partir deste trabalho investigativo possuem autorização e consentimentos fornecidos gentilmente pela Direção, pelas Professoras de Matemática e Estudantes do 2º Ano (participantes da pesquisa) da EEEMFV.

No Anexo F, pode ser conferido o Termo de Consentimento que foi encaminhado e devidamente assinado pelas professoras de Matemática e estudantes participantes desta pesquisa (inclusive com aval dos seus responsáveis legais).

No Anexo G, consta uma cópia da autorização da Direção para citação do nome da EEEMFV neste trabalho. No Anexo H, o leitor poderá encontrar uma cópia da autorização da Escola que permite a utilização dos dados obtidos no presente estudo. E por fim, no Anexo J, encontra-se uma cópia da autorização da Diretora Claisse Bilhar (2012) para utilização de sua imagem neste trabalho.

Além da pesquisa de campo que foi executada na EEEMFV, realizou-se também uma análise nas resoluções de problemas de contagem que constam nas Provas de Ensino Médio da 10ª a 15ª edição das Olimpíadas Matemáticas do Centro Universitário UNIVATES (OMU, 2007-2012). De acordo com Haetinger et al. (2012), as Olimpíadas Matemáticas da Univates (OMU) visam incentivar os estudantes de 4ª a 8ª séries (5º ao 9º ano) do Ensino Fundamental e de 1ª a 3ª série do Ensino Médio de escolas da região de abrangência da Univates, que participam da 1ª Fase da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), a resolver problemas desafiadores e que estimulem o raciocínio lógico-matemático.

Nesta etapa de estudo, buscou-se encontrar na OMU resoluções interessantes que trouxessem abordagens diferenciadas no estudo de heurísticas e estratégias particulares de resolução de problemas combinatórios. No Anexo I, constam as melhores resoluções da seleção de nove questões (com problemas fundamentais de contagem) que foram extraídas das referidas provas da OMU. As análises e os resultados obtidos dentro desta investigação serão apresentados na quinta parte deste trabalho.

No próximo capítulo de desenvolvimento, o leitor está convidado a conhecer um pouco mais sobre a fundamentação teórica deste trabalho. Os pressupostos teóricos serão expostos com a devida riqueza de detalhes que se faz necessária ao presente estudo.

.

3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

3.1 Sobre o Universo de Raciocínio e a Resolução de Problemas

Antes de adentrar nos pormenores do principal referencial teórico deste trabalho, se faz necessário dar explicações sobre algumas ideias matemáticas fundamentais, que, estão intimamente ligadas com a *Resolução de Problemas*.

De acordo com Lima et al. (2003), a noção de *conjunto* é a mais simples das ideias matemáticas. Ela é essencial na Matemática, visto que a partir dela todos os conceitos matemáticos podem ser expressos. A linguagem e a simbologia dos *conjuntos* permitem dar aos conceitos e as sentenças dessa ciência a exatidão e a generalidade que constituem suas características básicas.

Mas, o que é *conjunto*? A interpretação matemática, de modo geral, é a mesma do senso comum, sendo, pois, um *conjunto* tratado como uma coleção qualquer de objetos chamados *elementos*. Quando um objeto *x* for *elemento* de um determinado *conjunto A*, escreve-se $x \in A$. Caso contrário, $x \notin A$. *Conjuntos* e *elementos* são noções matemáticas *primitivas,* isto é, não são definidas (IEZZI e MURAKAMI, 1985).

Ex.1: *A= Conjunto dos números naturais pares =* $\{0,2,4,6,8,...\}$[9], onde $2 \in A$ e $3 \notin A$.

Ex.2: *B= Conjunto das vogais =* $\{a, e, i, o, u\}$, onde $a \in B$ e $b \notin B$.

____

[9] A inclusão do zero no conjunto dos números naturais é questão de preferência pessoal ou conveniência. Uma discussão interessante sobre esse assunto pode ser encontrado em Lima (2000).

A partir da ideia primitiva de *conjunto* são definidas três novas ideias matemáticas:

a) *conjunto universo*;
b) *conjunto unitário*;
c) *conjunto vazio*.

Infelizmente, dentre esses conceitos, observa-se que a ideia de *conjunto universo* é distorcida por grande parte dos estudantes. Muitas pessoas têm em mente que *"*conjunto universo é o maior conjunto de todos" ou que "conjunto universo é um conjunto infinito". E na realidade, de modo genérico, não é nada disso. Mas, afinal, o que significa um *conjunto universo*? Antes da resposta, observe o **problema dos pontos** exposto por Iezzi e Murakami (1985, p. 23A): "qual é o conjunto dos pontos *P* que ficam a igual distância de dois pontos *A* e *B*, sendo *A≠B*?" (FIGURA 9).

Figura 9 – Pontos *A* e *B*. Fonte: do autor.

Muitos estudantes ficam intrigados ao responder a questão acima. E, na prática, boa parte deles diz, por exemplo, que existe um único ponto *P* (ponto médio entre *A* e *B*) que satisfaz a condição do problema (FIGURA 10).

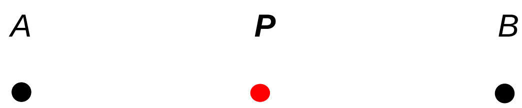


Figura 10 – Ponto *P* como solução para o "Problema dos Pontos". Fonte: do autor.

Note que, na Figura 10, o conjunto solução fornecido por aquela boa parte de estudantes é um *conjunto unitário*, isto é, o conjunto formado apenas por um único *elemento*, no caso o ponto *P*. Se não existisse tal ponto *P*, a solução seria dada pelo *conjunto vazio* $\varnothing$, isto é, o conjunto que não tem *elementos*. Entretanto, outros estudantes afirmam que a resposta não é simplesmente um único ponto, mas "diversos pontos" entre *A* e *B*. Na realidade, um *conjunto infinito* de pontos que pertencem à reta *s* (reta *mediatriz* de *A* e *B*). Veja a Figura 11:

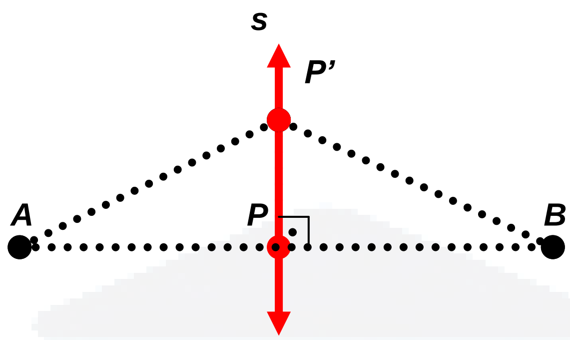


Figura 11 – Reta mediatriz *s* como solução para o "Problema dos Pontos".
Fonte: adaptado de Iezzi e Murakami, 1985, p. 23-A.

Observe que, de acordo com a Figura 11, todos os pontos (por exemplo, *P* e *P'*) que pertencem à reta *s* estão a mesma distância de *A* e *B*. Portanto, o conjunto solução para o problema seria a reta *s*. E agora? Qual é a solução correta? O problema tem duas respostas? Bem, na verdade o problema tem uma solução apropriada para cada *universo de raciocínio* exposto.

O universo de raciocínio ou *conjunto universo* (denotado por *U*) é aquele formado por todos os *elementos* com os quais se está trabalhando num determinado assunto ou campo de ideias matemáticas (obviamente, o conceito pode ser estendido para assuntos gerais). Uma vez fixado *U*, todos os elementos a serem considerados pertencerão a *U* e todos os conjuntos serão *subconjuntos de U*, ou derivados destes (LIMA et al., 2003).

Note que as pessoas que responderam ser o ponto *P* a única solução, assim o fizeram por estarem raciocinando (mesmo que inconscientemente) numa dada reta *r* (Figura 12). :

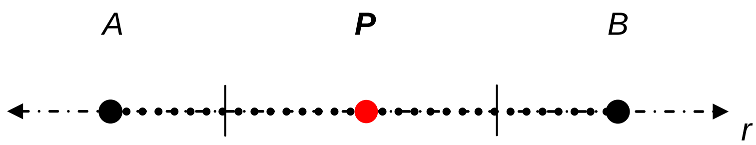


Figura 12 – Reta *r* como conjunto universo e *P* como conjunto solução.
Fonte: adaptado de Iezzi e Murakami, 1985, p. 23-A.

Em contrapartida, os que responderam que o conjunto de pontos procurado era a reta *s*, estavam raciocinando no plano α.[10]. Veja a Figura 13:

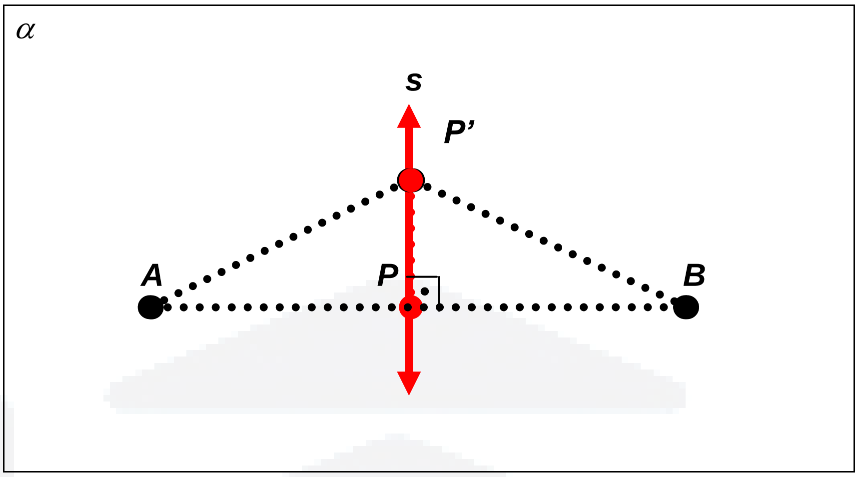


Figura 13 – Plano α como conjunto universo e reta *s* como conjunto solução.
Fonte: adaptado de Iezzi e Murakami, 1985, p. 23-A.

Observe que, a solução dada para o **Problema dos Pontos** dependeu do *universo de raciocínio* adotado. Por isso, uma das primeiras coisas a se fazer antes de resolver um problema matemático (e extensivamente um problema qualquer) é notar e fixar adequadamente o *universo de raciocínio*, pois caso contrário, poderá se obter, dentro de certo contexto, soluções limitadas; amplas ou formadas apenas por elementos estranhos ao *domínio original* do problema.

Outro ponto importante a ser postulado e enfatizado aqui é a potencial influência da manipulação e fixação do conjunto universo na elaboração ou utilização de modelos mentais por parte dos indivíduos. Seja *U* um dado conjunto (não vazio) formado, por certas situações, objetos ou eventos do mundo exterior (real ou fictício). Admitindo-se a existência de um dado conjunto *U'* – homólogo estrutural de *U* (formado por *modelos mentais* análogos das situações, objetos ou eventos de *U*), é razoável supor que qualquer regra imposta por *U* aos seus elementos também sejam similarmente sentidas em *U'*.

---

[10] E poderia ainda pensar-se no espaço tridimensional, onde a solução dada para o problema seria o plano mediador do segmento AB. Vide Iezzi e Murakami, 1985, p. 23-A.

Assim sendo, ao manipular e fixar U, estaremos automaticamente manipulando e fixando analogamente U’, o que possivelmente poderá ocasionar interferências nos *modelos mentais* a serem admitidos em U’.

A conjectura levantada aqui é admissível, visto que, pelo *Princípio da Identidade Estrutural*, de Johnson-Laird (1983), os *modelos mentais* são estruturas análogas do mundo. Mas, afinal o que isso significa? A resposta se encontra na próxima seção.

3.2 Alguns pontos-chave da Teoria de Modelos Mentais de Johnson-Laird

Para melhor compreender o significado dos *modelos mentais* propostos por Johnson-Laird (1983), é necessário conhecer antes o significado das *representações mentais*. De acordo com Eysenck e Keane (1990), uma *representação* é qualquer notação ou coleção de signos que simbolizam algum aspecto do mundo externo ou de nosso mundo interior (imaginação).

Conforme expõe Moreira (1999), as representações podem ser divididas em externas (tipicamente mapas, diagramas, pinturas, escritos, etc.) e internas (ou mentais). As *representações mentais* são as maneiras de simbolizar internamente o mundo externo. Segundo esse ponto de vista, os seres humanos não percebem diretamente o mundo exterior, apenas constroem *representações mentais* desse mundo.

As *representações mentais* podem ser basicamente divididas em duas grandes classes: as *analógicas* e as *proposicionais*. As *representações analógicas* são construídas por intermédio de frágeis regras e não podem ser individualizadas. Elas representam entes particulares do mundo externo e são caracterizadas pelo modo com o qual se capta a informação. Ex.: imagens visuais, auditivas, olfativas, tácteis, etc. Por outro lado, as *representações proposicionais* são estruturadas por regras rígidas e podem ser individualizadas. Elas são abstratas e captam o conteúdo que a mente idealiza, independentemente do modo com que a informação foi originalmente recebida. Ex.: fórmula matemática (EYSENCK e KEANE, 1990, p. 206).

Em 1983, Johnson-Laird propôs o *modelo mental* como terceiro construto representacional (totalmente analógico ou parcialmente analógico e proposicional)[11], entendido simplificadamente como uma representação que possui **similarmente a mesma estrutura dos objetos ou eventos que simboliza.**

De acordo com Moreira (1999, p.184 e p.185):

> Johnson-Laird credita a Craik (1943) a formulação moderna do conceito de modelo mental: seres humanos traduzem eventos externos em modelos internos, raciocinam manipulando estas representações simbólicas e podem traduzir em ações os símbolos resultantes dessa manipulação. A ideia básica de Craik é a de que a mente humana é um sistema simbólico. (...) Modelos mentais são, então, análogos estruturais do mundo. Seres humanos entendem o mundo construindo modelos mentais dele.

Conforme supracitado, Johnson-Laird (1983) não definiu o conceito de *modelo mental*, mas na verdade optou por tomar em sua teoria a ideia básica proposta por Craik. Associado a essa ideia, ele acrescentou alguns princípios que impõem certas restrições e associações com potenciais *modelos mentais*. Abaixo, segue uma lista sintética desses princípios (Johnson-Laird, 1983, p. 396-446):

1. *Princípio da computabilidade*: modelos mentais podem ser descritos na forma de procedimentos efetivos executáveis por uma máquina.

2. *Princípio da finitude:* modelos mentais possuem dimensões finitas (tamanhos) e não podem representar de modo direto um domínio infinito.

3. *Princípio do construtivismo*: modelos mentais são construídos a partir de elementos básicos (*tokens*) organizados estruturalmente para representar certo estado de coisas.

4. *Princípio da economia*: um único modelo mental pode representar uma infinidade de possíveis estados de coisas, tendo em vista que esse modelo pode ser recursivamente revisado.

5. *Princípio da não indeterminação*: modelos mentais podem representar indeterminações de modo direto se, equivalentemente, o seu uso não for computacionalmente intratável.

6. *Princípio da predicabilidade:* um predicado pode ser aplicável a todos os termos aos quais outro predicado é aplicável, mas eles não podem ter âmbitos de aplicação que não se intersectam.

7. *Princípio do inatismo:* todos os primitivos conceituais são inatos. Subjazem as nossas experiências perceptivas, motoras e estratégicas.

---

[11] Johnson-Laird (1983) admite a existência de outros dois construtos: *imagens* e *proposições*. Um *construto* é uma representação do universo ou de parte dele (real ou fictício).

8. *Princípio do número finito de primitivos conceituais*: existe um conjunto finito de primitivos conceituais que origina um conjunto correspondente de campos semânticos e outro conjunto finito de conceitos que ocorre em cada campo semântico e serve para construir conceitos mais complexos a partir dos primitivos subjacentes.

9. *Princípio da identidade estrutural:* os modelos mentais têm estruturas idênticas às estruturas dos estados de coisas que os modelos representam.

Outro ponto importante de destaque na obra de Johnson-Laird (1983) – que merece ser citado aqui – concerne à tentativa de divisão dos *modelos mentais* em *físicos* e *conceituais* [não no sentido educacional empregado por Norman (1983)][12]. Os *modelos físicos* podem ser entendidos como signos perceptíveis do mundo real, e segundo Johnson-Laird (1983, p. 422-423) podem ser classificados em:

a) *modelo relacional* – é um quadro (*frame*) estático que consiste de um conjunto finito de elementos (*tokens*) que representam um conjunto finito de entidades físicas, de um conjunto finito de propriedades desses elementos que representam propriedades físicas das entidades e de um conjunto finito de relações entre os elementos que representam relações físicas entre as entidades.

b) *modelo espacial* – é aquele onde os únicos vínculos existentes entre as entidades físicas representadas são espaciais. Este tipo de modelo é relacional e pode satisfazer as propriedades do espaço métrico ordinário, representando as relações pela localização dos elementos (*tokens*) em um espaço dimensional (normalmente de duas ou três dimensões).

c) *modelo temporal* – é aquele que consiste de uma sucessão de quadros (*frames*) espaciais (de certa dimensão) que ocorre numa dada ordem temporal (não necessariamente em tempo real) associada à ordem dos eventos.

d) *modelo cinemático* – é aquele que representa um modelo temporal contínuo, com transformações e movimentos das entidades representadas sem descontinuidades. Caso esse tipo de modelo seja construído pela percepção, certamente, poderá funcionar em tempo real.

e) *modelo dinâmico* – é aquele onde também existem relações entre certos quadros (*frames*) representando relações causais entre os eventos representados. Este tipo de modelo é considerado cinemático.

f) *imagem* – é uma representação focada no observador e que corresponde a uma vista (ou projeção) do objeto ou evento representado pelo modelo espacial tridimensional ou cinemático subjacente.

---

[12] Os *modelos conceituais* admitidos por Johnson-Laird (1983) são na realidade tipos de *modelos mentais* que podem surgir na cabeça das pessoas. Diferentemente, já sob a ótica de Norman (1983), *modelos conceituais* significam ferramentas didáticas elaboradas por professores (ou estudiosos) que visam facilitar o ensino e o estudo dos sistemas ou estado de coisas físicas.

Em contrapartida, os *modelos conceituais* são gerados pelo discurso e representam coisas abstratas, o que exige uma revisão recursiva mais efetiva do que os *modelos físicos*, que possuem o mundo real como referencial. Conforme explana Garcia (2000, p. 15):

> A descrição de um estado de coisas é representada por um único modelo mental, mas na prática este modelo pode representar um número infinito de estado de coisas, pois cada nova asserção descritiva, ou cada modificação do estado de coisas pode implicar revisão do modelo para acomodá-la. A recursividade se aplica também aos modelos mentais construídos a partir da percepção, pois na medida em que não fazem previsões corretas (para o sujeito) eles devem ser reformulados.

Basicamente, Johnson-Laird (1983, p. 425) destaca quatro tipos de *modelos conceituais*, a saber:

a) *modelo monádico* – é o que representa sentenças simples de um único predicado (como aquelas asserções triviais do raciocínio silogístico).

b) *modelo relacional* – é aquele que agrega um número finito de relações, possivelmente abstratas, entre as entidades individuais representadas em um modelo monádico.

c) m*odelo metalinguístico* – é aquele que contém elementos (*tokens*) correspondentes a certas expressões linguísticas e certas relações abstratas entre elas e elementos do modelo (de qualquer tipo, incluindo o próprio modelo metalinguístico).

d) *modelo conjunto teórico* – é aquele que contém um número finito de elementos (*tokens*) que representam diretamente conjuntos; pode conter também um conjunto finito de elementos (*tokens*) representando propriedades abstratas do conjunto e um número finito de relações (incluindo identidade e não identidade) entre os elementos que representam conjuntos.

A noção básica, tipologia, classificação e princípios vinculativos aos *modelos mentais* são pontos-chave no âmbito da teoria proposta por Johnson-Laird (1983). Por essa razão, estes assuntos não poderiam deixar de ser tratados aqui. Conforme observa Moreira (1999, p. 194): “o núcleo duro da teoria de Johnson-Laird é a ideia de modelo mental. Para ele, modelo mental é uma representação de alto nível que está no cerne psicológico da compreensão”.

Na próxima seção, serão tratados outros assuntos de profundo interesse para o desenvolvimento deste trabalho. Por uma questão de foco, o texto que se segue discorrerá especialmente sobre os rumos que a Resolução de Problemas vem tomando dentro do cenário nacional do Ensino das Ciências e Matemática.

3.3 A Resolução de Problemas no Ensino das Ciências e Matemática

Após o estudo básico dos *modelos mentais* de Johnson-Laird (1983), apresenta-se aqui uma revisão na literatura de alguns trabalhos de pesquisa associados com a Resolução de Problemas (RP) na área do Ensino das Ciências e Matemática.

A análise ocorreu nas comunicações que foram publicadas nos anais dos seguintes eventos acadêmicos, a saber[13]: XV Encontro Nacional de Ensino de Química – ENEQ (2010); VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – ENPEC (2009); XI Encontro de Pesquisa em Ensino de Física – EPEF (2008); IX Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM (2007).

O XV ENEQ foi organizado pela Divisão de Ensino de Química da Sociedade Brasileira de Química (SBQ). O evento ocorreu em Brasília – DF, no período de 21 a 24 de Julho de 2010, norteado pelo tema "A formação do Professor de Química e os desafios da sala de aula". De acordo com os anais do evento, o encontro contou com mais de *1.700* inscritos, cerca de *300* trabalhos completos e *500* resumos. Basicamente, o evento teve *01* Conferência Conjunta de Abertura, *24* Minicursos, *24* Temas de Debates, II MOMADIQ (Mostra de Materiais Didáticos de Química), *08* Palestras Conjuntas, cerca de *220* Comunicações Orais (CO) e uma Plenária de Encerramento.

O VII ENPEC foi promovido pela Associação Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências (ABRAPEC). O evento ocorreu em Florianópolis – SC, no período de 08 a 13 de Novembro de 2009. Sob o tema "Ciência, Cultura e Cidadania", o encontro reuniu pesquisadores da área de Educação em Ciências com a finalidade de discutir recentes trabalhos de pesquisa e tratar de temas de interesse da ABRAPEC. Ocorreu no evento *02* conferências, *27* mesas redondas, *80* sessões orais – cerca de *370* Comunicações Orais (CO), *15* sessões de painéis, *08* cursos e efetivamente *533* trabalhos completos publicados nos anais.

[13] Na época em que se realizou a revisão de literatura, estes eventos eram os mais atuais e expoentes do cenário nacional do Ensino das Ciências e Matemática.

O XI EPEF foi organizado pela Sociedade Brasileira de Física (SBF) em colaboração com a Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e com a universidade Federal do Paraná (UFPR); realizou-se nas dependências do Campus Curitiba da UTFPR, entre os dias 21 e 24 de Outubro de 2008. O evento teve como tema norteador "A Pesquisa em Ensino de Física e a Sala de Aula: Articulações Necessárias" e contou com *181* inscritos, teve *02* Conferências (sendo uma de abertura), *06* Mesas Redondas (MR), *123* Comunicações Orais (CO) e *46* Pôsteres (PO).

O IX ENEM foi organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). O evento foi realizado em Belo Horizonte – MG, no período de 18 a 21 de julho de 2007, sob a temática "Diálogos entre a Pesquisa e a Prática Educativa". O encontro apresentou *02* Conferências (abertura e encerramento), *15* Palestras (PA), *17* Mesas Redondas (MR), *119* Comunicações Científicas (CC) e outras modalidades de apresentação de trabalhos, como Minicursos, Relatos de Experiência e Pôsteres.

Ao analisar as comunicações que foram disponibilizadas nos anais dos eventos selecionados, constatou-se:

- **XV ENEQ:** *04* ocorrências da Resolução de Problemas (RP) em *212* Comunicações Orais (CO). O que conduz a uma Taxa de Ocorrência da Resolução de Problemas (relativas às CO do referido evento) em torno de *1,9 %* (*≈ 04/212*). Além disso, foram observados genericamente os seguintes aportes teóricos: Gil Pérez (1994 e 2006); Goi e Santos (2009); Pozo e Crespo (1998); Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (1998).

- **XI EPEF:** *05* ocorrências da Resolução de Problemas (RP) em *123* Comunicações Orais (CO). O que conduz a uma Taxa de Ocorrência da Resolução de Problemas (relativas às CO do referido evento) em torno de *4,0 %* (*≈ 05/123*). Além disso, foram observados genericamente os seguintes aportes teóricos: Gil Pérez e Martinez Torregrosa (1992); Lopes (2004); Pozo (1998); Lopes e Costa (1996); Polya (1995); Parâmetros Curriculares Nacionais– PCNs (1998).

• **VII ENPEC:** *05* ocorrências da Resolução de Problemas (RP) em cerca de *370* Comunicações Orais (CO). O que conduz a uma Taxa de Ocorrência da Resolução de Problemas (relativas às CO do referido evento) em torno de *1,4 %* (≈ *05/370*). Além disso, foram observados genericamente os seguintes aportes teóricos: Gil Pérez et all (1988); Peduzzi (1997); Pozo & Crespo (1998); Clement (2004).

• **IX ENEM:** *31* ocorrências da Resolução de Problemas (RP) em *119* Comunicações Científicas (CC); resultado que, conduz a uma Taxa de Ocorrência da Resolução de Problemas (relativas às CC do referido evento) em torno de *26,1%* (≈ *31/119*). Além disso, foram observados genericamente os seguintes aportes teóricos: Douady (1987); Vergnaud (1983); Douady & Perrin-Glorian (1989); Lima (1995); Baltar (1996); Bellemain & Lima (2001); Barbosa (2002); Duarte (2002); Lopes, (1996); Valente (1998); Oliveira (2001); Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (1998).

TABELA 1 – Algumas Estatísticas acerca da Resolução de Problemas

EVENTOS	OCORRÊNCIAS RP	COMUNICAÇÕES	TAXAS DE OCORRÊNCIAS RP
XV ENEQ	04	212	1,9%
XI EPEF	05	123	4,0%
VII ENPEC	05	370	1,4%
IX ENEM	31	119	26,1%
Total	45	824	5,4%

Fonte: do autor.

Considerando-se as *45* ocorrências RP e as *824* comunicações apresentadas nos eventos (TABELA 1), observa-se destacadamente a supremacia da temática *Resolução de Problemas* no IX ENEM (em relação aos números atingidos nos demais eventos selecionados).

A temática RP no IX ENEM chega a ocupar *26,1%* das comunicações científicas proferidas no evento e, proporcionalmente, chega a representar cerca de sete vezes o que a temática representou no XI EPEF (o evento em questão teve uma taxa de ocorrência RP de *4%*).

Para se ter uma ideia visual e proporcionalmente comparativa da ocorrência da *Resolução de Problemas* nos eventos aqui selecionados, basta o leitor observar o Gráfico 3:

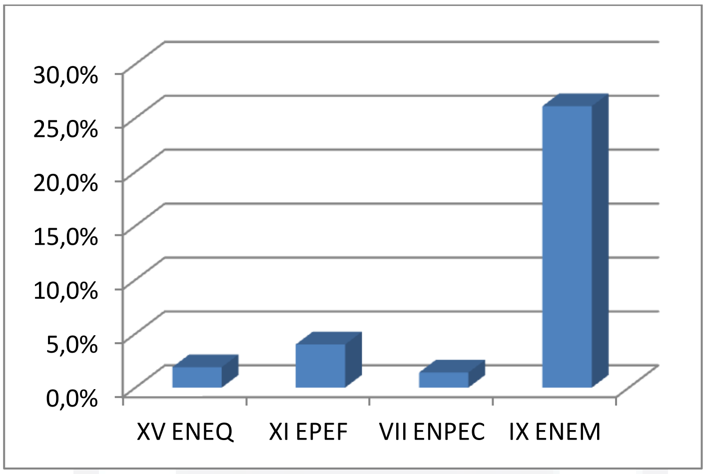


Gráfico 3 – Taxa de Ocorrência da Resolução de Problemas (%) por Eventos. Fonte: do autor.

Além disso, outros dados interessantes foram obtidos a partir da categorização[14] das ocorrências da resolução de problemas nos eventos selecionados. Observe a Tabela 2:

TABELA 2 – Interpretações da Resolução de Problemas por Eventos

	OCORRÊNCIAS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS (45)			
EVENTOS	**METAS**	**PROCESSOS**	**HAB. BÁSICAS**	**METOD. DE ENSINO**
(XV ENEQ)	**-**	**2**	**4**	**4**
(XI EPEF)	**1**	**5**	**5**	**4**
(VII ENPEC)	**-**	**3**	**3**	**4**
(IX ENEM)	**4**	**25**	**7**	**12**
Total	**5**	**35**	**19**	**24**

Fonte: do autor.

[14] As categorias da resolução de problemas aqui estabelecidas (extensivamente para as Ciências e Matemática) foram baseadas nas exposições feitas por Branca (1997, p.04) e Dante (2009, p. 14 e p. 15) sobre o assunto.

Da tabela 2, pode-se concluir que, das interpretações consideradas para a resolução de problemas, a dimensão *processual* e *metodológica de ensino* foram as que mais se destacaram nos trabalhos analisados (respectivamente, *35* e *24* ocorrências de *45* comunicações). Em contrapartida, a resolução de problemas como *meta* foi a menos expressiva (apenas *5* ocorrências de *45* comunicações). Outra constatação surpreendente nos dados obtidos foi a ausência de comunicações que tratassem diretamente da *resolução de problemas* associada com *modelos mentais*. Sob o ponto de vista de Johnson-Laird (1983), os *modelos mentais* são fundamentais para o entendimento da *cognição humana*. E, por sua vez, o ato humano de compreender o mundo e de resolver os problemas que nele ocorrem é uma das molas propulsoras do conhecimento científico e matemático. E, sendo assim, era de se esperar um número razoável de comunicações que envolvessem a *resolução de problemas* e o estudo dos *modelos mentais*. Mas, isso não se evidenciou nas análises realizadas.

Considerando, portanto, as análises das comunicações dos eventos selecionados, observou-se (sem estudos associados a *modelos mentais*) uma expressiva tendência de se trabalhar, no âmbito do Ensino das Ciências e Matemática, a *resolução de problemas* como *processo* e *metodologia de ensino.*

4 METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste capítulo, serão apresentados os métodos e os procedimentos que foram utilizados para o desenvolvimento desta pesquisa. Aqui serão descritos a conduta, os processos e os principais caminhos que foram tomados para se chegar à concretização do trabalho investigativo.

Segundo Stenhouse (1975), **as pesquisas pedagógicas devem ser trabalhadas a partir de "estudos de caso"**, de modo sistemático e metódico, com a coleta e análise rigorosa de dados de sala de aula, visando proporcionar estudos bem fundamentados e amplas investigações, que de fato venham esclarecer e contribuir com o ensino e a aprendizagem que são praticados nessas salas de aula.

Sampiere, Collado e Lucio (2006, p. 275) afirmam que um *estudo de caso* "deve ser tratado com um enfoque misto para obter maior riqueza de informação e conhecimento sobre ele. O caso deve ser tratado com profundidade, buscando o completo entendimento de sua natureza, suas circunstâncias, seu contexto e suas características".

De acordo com Chemin (2012, p. 57):

> O estudo de caso se propõe a investigar e a aprofundar um fenômeno/problema contemporâneo dentro do seu contexto, por meio de várias fontes de evidência: entrevistas, documentos, arquivos, observação etc. e é típico de pesquisa qualitativa, mas pode também ser contemplado com dados quantitativos, dependendo da forma estatística de apresentação e análise dos seus resultados.

Apoiando-se nas ideias e argumentos para *estudo de caso* expostos por Stenhouse (1975), Sampiere, Collado e Lucio (2006, p. 275), Chemin (2012, p. 57), **resolveu-se empreender, nesta pesquisa, uma abordagem exploratória (investigativa), quali-quantitativa (com características predominantemente qualitativas), com vistas a um estudo de caso misto** (ou seja, aquele que considera importante para fins de investigação tanto os aspectos qualitativos como quantitativos do objeto de estudo)[15].

É importante frisar que se optou por realizar nesta pesquisa um trabalho investigativo dentro da perspectiva quali-quantitativa, devido à possibilidade de obtenção de informações mais enriquecedoras, provenientes de uma acurada análise de dados com corte qualitativo e quantitativo. Com relação à predominância da abordagem qualitativa no presente estudo, esta se deu, principalmente, pela forma de interpretação dos dados e da utilização de típicos métodos de investigação (observações, análise textual, entrevistas e gravações), empregados amplamente sob o foco qualitativo, conforme sugerido por Silverman (2009).

Notavelmente, o estudo desenvolvido no presente trabalho não tem a pretensão de realizar deduções gerais (obtidas a partir do emprego de ferramentas probabilísticas e estatísticas inferenciais), mas simplesmente analisar e extrair dados (inclusive numéricos) de um determinado grupo de estudantes, o que se processa muito bem dentro de um contexto qualitativo (ou predominantemente qualitativo) de investigação. Ressalta-se ainda que os dados obtidos na pesquisa foram organizados em categorias e expostos em diversas tabelas e gráficos.

Quanto ao rigor, a pesquisa seguiu a metodologia de “estudos de casos” propostos por Stenhouse (1975), mas sem a limitação da investigação dentro da sala de aula. Neste ponto, foi adotada a visão defendida por Lankshear e Knobel (2008), de que a investigação pode transcender a sala de aula e ser realizada, por meio de estudos enriquecedores, em bibliotecas, nos lares, nas comunidades ou em qualquer outro lugar onde seja possível coletar, analisar e interpretar dados.

---

[15] No caso desta pesquisa, o objeto de estudo refere-se à divergência de resultados apresentados por estudantes de Ensino Médio (especialmente das duas turmas do 2º Ano da EEEMFV) na resolução de problemas combinatórios.

Assim sendo, com o intuito de enriquecer o trabalho investigativo por meio de dados gerados em ambientes extraclasse (não necessariamente físicos), promoveu-se uma pesquisa para além da sala de aula, com emprego de ferramentas advindas das novas *Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)*.

Observe o leitor, que esta pesquisa não foi realizada simplesmente em meio concreto (sala de aula e biblioteca física), mas contou também com informações provenientes de ambientes virtuais (especialmente, de um *blog* educacional – *Matematikalegal*[16]*,* criado pelo autor para a disciplina de Matemática do 2º Ano da EEEMFV).

A moderna era da informação e da comunicação está transformando o paradigma educacional. Conforme expõe Moraes (1996, p. 65):

> Com a chegada dos computadores, está também mudando a maneira de condução das pesquisas, de construção do conhecimento, a natureza das organizações e dos serviços, implicando novos métodos de produção do conhecimento e, principalmente, seu manejo criativo e crítico. Tudo isso nos leva a reforçar a importância das instrumentações eletrônicas e o uso de redes telemáticas na educação, de novos ambientes de aprendizagem informatizados que possibilitem novas estratégias de ensino/aprendizagem (...).

Como se sabe, a Educação nas fases iniciais voltou-se quase que exclusivamente para o uso da comunicação escrita e da linguagem verbal. Todavia, os meios atuais de informação e comunicação vêm alterando progressivamente esse contexto. Notavelmente, a cada dia surgem recursos mais “amigáveis” que impulsionam o uso das *TICs* na Educação. Hoje em dia, é possível gerenciar conteúdos educacionais de modo gráfico (por meio de ícones)[17], bem como, ensinar e aprender virtualmente por intermédio do compartilhamento instantâneo de fotos, vídeos, figuras (2D e 3D), símbolos gráficos, etc.

---

[16] O *blog* *Matematikalegal* encontra-se disponível no seguinte endereço eletrônico: <http://matematikalegal.wordpress.com/>. Acesso em: 14 de dezembro de 2013.

[17] “A palavra ícone vem do Grego *eikon,* e significa imagem; já na informática, ícone é um pequeno símbolo gráfico usado geralmente para representar um software ou um atalho para um arquivo específico, aplicação (software) ou diretório (pasta). Os ícones chamaram muita atenção com o surgimento da Interface Gráfica nos primeiros Sistemas Operacionais. Hoje em dia, tanto computadores como também vários dispositivos utilizam ícones que facilitam gerenciamento e execução”. Disponível em: < http://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%8Dcone_(inform%C3%A1tica)>. Acesso em: 14 de dezembro de 2013.

Atualmente, dentre as ferramentas mais populares das *TICs*, encontram-se os *blogs* para fins educacionais. Eles são poderosas ferramentas de informação e comunicação que são utilizadas na *Internet*[18]. De acordo com Downes (2004), Duffy e Bruns (2006), uma das características mais admiráveis do uso de *blogs* reside no seu poder de estender a discussão de assuntos para além da sala de aula, promovendo potencialmente o nível do discurso, da crítica e dos argumentos postados. Segundo Demo (2009, p. 38), por meio do *blog* "pode-se instalar-se, então, um processo de discussão proveitosa, produtiva e elegante, como exercício primoroso de argumentação e contra-argumentação". Além disso, sob o contexto sugerido por Lankshear e Knobel (2008), o uso de *blogs* poderá vir a contribuir para investigações educacionais. Com efeito, por tais possibilidades de fomento de debates entre professores e estudantes (razão principal) e de contribuições extraclasse para pesquisas pedagógicas, resolveu-se construir, em setembro de 2012, o *blog Matematikalegal* para a disciplina de Matemática do 2º Ano da EEEMFV.

Observe o leitor, que após a construção do *blog*, os trabalhos se voltaram para o empreendimento da pesquisa de campo (na *sala de aula* e *blog*) a ser executada na EEEMFV. No caso, a pesquisa contou com a participação voluntária de duas professoras de Matemática e de *37* estudantes[19] (com termo de consentimento devidamente informado), dos quais *23* realizaram dois testes de sondagem na EEEMFV; e *13* (desses *23*), responderam a um questionário sobre os testes aplicados. Com relação às atividades desenvolvidas no *blog* (a ser comentado posteriormente), registrou-se a participação de *17* estudantes (dos 37 estudantes anteriormente referidos).

---

[18] *Internet* é tradicionalmente escrita com a primeira letra maiúscula, como um nome próprio. Internet Society, Internet Engineering Task Force, ICANN, World Wide Web Consortium e várias outras organizações relacionadas usam essa convenção em suas publicações. Da mesma forma, vários jornais, revistas e periódicos usam o mesmo termo, incluindo "*The New York Times*, *Associated Press* e *Time*". Disponível em <http://pt.wikipedia.org/wiki/Internet >. Acesso em: 14 de dezembro de 2013.

[19] Apesar de participarem da pesquisa *37* de 47 estudantes regulares das turmas investigadas (setembro 2012), nem todos realizaram plenamente as atividades propostas no trabalho. Isto ocorreu devido à ausência dos estudantes em sala de aula nos dias de aplicação dos testes ou questionários; ou ainda, da falta de atividade destes estudantes no *blog Matematikalegal.*

No apêndice A, consta um quadro com *8* etapas, pelo qual se pode verificar sinteticamente as atividades que foram executadas na EEEMFV (inclusive com os objetivos de cada etapa)[20]. Todavia, logo abaixo, segue uma descrição pormenorizada do que foi realizado na Escola:

1) Na primeira etapa, as professoras de Matemática tomaram conhecimento do que seria feito na pesquisa (setembro de 2012).

2) Na segunda etapa, foi exibido o *blog Matematikalegal* às duas professoras de Matemática e surge a ideia da "gincana matemática" a ser feita com os estudantes (2º Ano) por meio do *blog* (outubro de 2012).

3) Na terceira etapa, em 08 de outubro de 2012, foi realizada com as professoras de Matemática uma entrevista com *13* perguntas abertas (gravadas em áudio e transcritas nos APÊNDICES G e I) e o preenchimento de um questionário com *9* perguntas abertas (APÊNDICES H e J). Nestas atividades, as docentes se posicionaram sobre questões de ensino e aprendizagem da Matemática (em especial, da Combinatória); de práticas docentes e pedagógicas; de recursos didáticos; e de soluções divergentes dadas em problemas combinatórios (outubro de 2012).

4) Na quarta etapa, foi apresentada a pesquisa aos estudantes e aplicado o Teste de Sondagem 1 (duração de *45* minutos), que buscou revelar as concepções combinatórias prévias e alternativas dos estudantes. Depois do teste, os estudantes foram agrupados em trios com a proposta de participarem (de novembro a dezembro de 2012 – *5* semanas) de uma "gincana matemática" (a ser realizada no *blog Matematikalegal)*. Aos estudantes, foi sugerida a visita ao site da OBM para consulta de provas de Matemática[21] (outubro de 2012).

[20] Cabe ressaltar aqui, que o autor não exerceu, na intervenção pedagógica, o papel de professor, pois não ministrou efetivamente nenhuma aula de Análise Combinatória para os estudantes participantes da pesquisa, quer diretamente em sala de aula, quer por meio do *blog*.

[21] Site da OBM:< http://www.obm.org.br/opencms/>. Acesso em: 15 de dezembro de 2013.

5) Na quinta etapa, foram realizadas observações diretas (18 de outubro de 2012) em uma das aulas de Combinatória da Turma 202 (duração de *45* minutos). No Capítulo 5, será exposta uma breve análise dessa aula. Ressalta-se, contudo, que por questões de agendamento de eventos da escola, não foi possível realizar observação direta (de aula) na Turma 201 (outubro de 2012).

6) Na sexta etapa, foi aplicado o Teste de Sondagem 2 (duração de *1* h e *30* minutos). Nesse estágio, os estudantes já tinham tido aulas de Combinatória (especialmente sobre os princípios fundamentais de contagem aditivo e multiplicativo). O teste foi aplicado visando avaliar o conhecimento e raciocínio combinatório construído pelos estudantes após as aulas de Combinatória na Escola (dezembro de 2012).

7) Na sétima etapa, foram exibidos, por meio do *blog Matematikalegal*, os resultados da "gincana matemática" (dezembro de 2012).

8) Na oitava etapa, foi aplicado um questionário final (duração de *45* minutos), com o objetivo de coletar dados acerca da opinião dos estudantes sobre os desafios de contagem que foram propostos nos dois testes de sondagem (março de 2013).

Agora, após a descrição das atividades que foram executadas na EEEMFV, serão expostos alguns detalhes acerca da composição e procedimentos de análise das atividades que foram empreendidas diretamente em sala de aula e no *blog Matematikalegal*.

Neste sentido, para começar, o leitor deverá voltar-se para as entrevistas (gravadas em áudio e transcritas – com *13* questões abertas) e questionários (com *9* questões abertas) aplicados (em 08 de outubro de 2012) às duas professoras de Matemática, constantes nos Apêndices de G a J. A principal contribuição destes textos reside na apresentação de corte qualitativo (obtido pela percepção do autor) do perfil dessas professoras, de suas práticas pedagógicas, dos recursos didáticos utilizados por elas em sala de aula e de informações relativas ao ensino e a aprendizagem das turmas de estudantes investigadas.

De forma similar, com relação à atividade de observação direta em sala de aula (18 de outubro de 2012), procurou-se verificar, de modo qualitativo, especialmente as estratégias e os recursos didáticos utilizados pelas professoras de Matemática do 2º Ano da EEEMFV no ensino da resolução de problemas combinatórios. No caso, mais precisamente a observação ocorreu numa aula da Turma 202 (duração de *45* minutos), com a professora 2[22]. Ressalte-se que, no Capítulo 5, as impressões do autor extraídas das entrevistas, questionários e observações diretas de sala de aula serão expostas para corroborar determinados pontos de vistas e resultados obtidos na pesquisa.

Agora, chegou a hora de comentar sobre os Testes de Sondagem que foram aplicados aos estudantes das turmas investigadas (Turma 201 e Turma 202). Notavelmente, os problemas presentes nos dois Testes de Sondagem eram idênticos. Entretanto, no Teste 1 os estudantes deveriam descartar um *problema sem ilustrações* (ou seja, deveriam eliminar um problema de 1 a 3) e descartar um *problema com ilustração* (ou seja, eliminar o problema 4 ou 5) [23].

É importante frisar que os problemas propostos nos dois testes de sondagem foram adotados devido à sua natureza combinatória básica (pertinente para aplicação no Ensino Médio), sendo os mesmos resolvidos por operações aritméticas fundamentais (adição e multiplicação) e suas inversas (respectivamente, subtração e divisão) com números inteiros.

Destaca-se, ainda, que no Teste de Sondagem 1 (aplicado em outubro de 2012), os estudantes tiveram *45* minutos para resolver os três problemas que restaram após a operação de descarte. Já no Teste de Sondagem 2 (aplicado em dezembro de 2012) o tempo para a resolução dos cinco problemas do teste foi alargado para *1* hora e *30* minutos.

---

[22] Por questões de agendamento de eventos na Escola, não foi possível observar qualquer aula da Turma 201, com a Professora 1.

[22] Esta medida de descarte de problemas foi tomada devido ao tempo reduzido (45 minutos) disponibilizado pela Escola para a realização do Teste de Sondagem 1. Entretanto, a separação dos problemas em grupos de *sem ilustrações* e *com ilustrações* tem uma razão de ser, visto que, desta maneira, poderá ser realizada uma investigação posterior acerca da influência ou não dessas ilustrações (imagens) na resolução dos problemas de contagem propostos. Note que, a partir da medida de descarte de problemas por grupo, todo estudante que realizar o Teste de Sondagem 1 deverá obrigatoriamente resolver um *problema com ilustração*.

Os resultados obtidos nas resoluções dos problemas dos dois Testes de Sondagem foram detalhadamente tabelados e agrupados em categorias (problemas de 1 a 5), conforme se pode verificar nos Apêndices de K a R. Todavia, para facilitar a análise, comparação e explanação dos dados constantes nestas tabelas (dos APÊNDICES de K a R), decidiu-se gerar tabelas mais compactas com os dados obtidos daqueles **23 estudantes**[24] que realizaram os dois Testes de Sondagem (e que atenderam as instruções iniciais dadas nos testes). Portanto, a partir do agrupamento destes dados (numéricos) nestas tabelas compactas e da representação gráfica destes dados em colunas empilhadas, foi possível, de uma só vez, realizar comparações e análises das contribuições percentuais e de valores das categorias de dados.

No Capítulo 5, cada tabela e gráfico relativos aos resultados obtidos nos testes de sondagem foram devidamente expostos e analisados pelo ponto de vista da compatibilidade, mudança e divergência de resultados (em relação ao que se espera conceitualmente obter dentro da resolução de problemas combinatórios do Ensino Médio). Além disso, resoluções particulares feitas pelos estudantes foram usadas para ilustrar certos resultados (obtidos a partir da análise geral de dados). Com relação ao questionário de *4* problemas abertos (APÊNDICE F) aplicado aos estudantes de 2º Ano (precisamente *13* estudantes da Turma 201 que realizaram os dois testes), a análise (realizada no Capítulo 5) foi predominantemente qualitativa. As questões abordaram basicamente as “facilidades”, “dificuldades” e “surpresas” que os estudantes perceberam ao resolver os problemas dos testes (incluindo a disposição deles para mudanças de ideias).

No que diz respeito às atividades realizadas no *blog*, destaca-se que foi realizada uma “gincana matemática” com os estudantes de 2º Ano das Turmas 201 e 202 da EEEMFV. Registra-se, entretanto, que não se verificou a participação virtual das professoras de Matemática no *blog* (apesar das docentes apoiarem a iniciativa da utilização do *blog* para fins educacionais, conforme se verifica nas entrevistas concedidas – APÊNDICES G e I).

[24] A escolha dos 23 estudantes para a compactação dos resultados em questão se deu por conta de que todos eles realizaram os dois testes de sondagem, o que proporcionou uma simplificação na análise de dados e a possibilidade de verificação da construção do conhecimento e do raciocínio combinatório desses estudantes frente à resolução dos problemas de contagem propostos.

Efetivamente, verificou-se a presença de *17* estudantes (dos *37* participantes da pesquisa) na competição matemática. A “gincana matemática” contou com a exposição de *10* problemas fundamentais de contagem (APÊNDICE E). A competição matemática foi realizada por meio do *blog Matematikalegal.* Ela teve inicio em 06 de novembro de 2012 e encerrou-se em 14 de dezembro de 2012. Durante esse período (*5* semanas) foram lançados em média dois problemas por semana, totalizando *10* desafios de contagem. Cada desafio possuía o valor de um ponto. Os grupos formados deveriam resolver esses problemas e acumular pontos, observando-se que, esses pontos seriam atribuídos apenas àqueles grupos que primeiro realizassem a postagem adequada dos problemas. O grupo vencedor da competição seria aquele que acumulasse mais pontos. Em caso de empate, seria lançado novo desafio e o campeão seria o grupo que primeiro postasse a solução adequada para o problema, mas esta situação não ocorreu.

Para conferir as prévias da competição, basta acessar o seguinte endereço:<http://matematikalegal.wordpress.com/2012/10/30/a-gincana-vai-comecar/>. Acesso em: 16 de dezembro de 2013.

Agora, após toda a explanação da pesquisa realizada diretamente em sala de aula e no *blog Matematikalegal*, fica o registro da investigação que se empreendeu nos Anais das Olimpíadas Matemáticas da Univates (OMU), com vistas à observação qualitativa de heurísticas e estratégias particulares de resolução de problemas combinatórios. Foram pesquisadas *60* questões voltadas para o Ensino Médio – *30* questões da 10ª a 12 ª edição da OMU; e *30* questões (com foco no 2º Ano) da 13ª a 15ª edição da OMU. Deste montante de *60* questões, foram selecionadas *8* – constantes no Anexo I. No Capítulo 5, as análises e os resultados do estudo dessas questões serão devidamente expostos, assim como outras informações relevantes da pesquisa.

5 ANÁLISES E RESULTADOS

A princípio, conforme descrito anteriormente na quarta parte deste trabalho, foram aplicados dois testes de sondagem aos estudantes das turmas de 2º Ano da EEEMFV. Estes dados foram tabelados e constam dos apêndices de K a R. Entretanto, para facilitar a análise, comparação e explanação dos dados destas tabelas, resolveu-se gerar tabelas mais compactas (com os dados dos **23 estudantes** que foram selecionados por terem realizado os dois testes de sondagem e cumprido as regras iniciais estabelecidas nos referidos testes).

A primeira série de tabelas (de 3 a 5) e gráficos (de 4 a 6) diz respeito à distribuição das respostas que foram fornecidas pelos estudantes na realização do Teste de Sondagem 1, segundo as seguintes categorias:

a) *Entrada válida:* diz respeito às soluções conclusivas que possuem um valor numérico definido (de fácil verificação ou dedução) ou que indicam a impossibilidade de solução do problema na visão do estudante.
b) *Problema descartado (sem entrada):* faz menção às questões do Teste de Sondagem 1, que não foram escolhidas pelos estudantes para resolver. É de bom alvitre relembrar que, no enfrentamento do Teste 1, os estudantes deveriam descartar um *problema sem ilustrações* (ou seja, deveriam eliminar um problema de 1 a 3) e descartar um *problema com ilustração* (ou seja, eliminar o problema 4 ou 5).
c) *Entrada inválida:* engloba o caso de não validade (nos termos aqui considerados) das respostas fornecidas pelos estudantes.

Tabela 3 – Respostas da turma 201 para o Teste 1

Teste de Sondagem 1	Respostas		
	Entrada válida	**Problema descartado (sem entrada)**	**Entrada inválida**
Problema 1	*12*	*2*	*0*
Problema 2	*7*	*7*	*0*
Problema 3	*9*	*5*	*0*
Problema 4	*6*	*7*	*1*
Problema 5	*7*	*7*	*0*

Fonte: do autor.

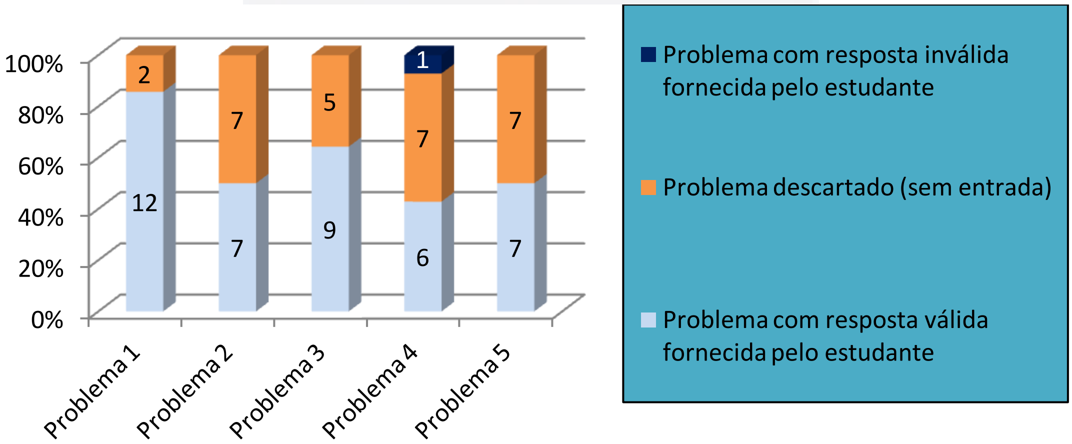


Gráfico 4 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 3.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 4 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 1 da Turma 201:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o menor descarte de questões ocorreu no problema 1;

b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o maior descarte de questões ocorreu no problema 2;

c) considerando o grupo de *problemas com ilustração* (4 e 5), verificou-se um mesmo número de descarte, no caso 7;

d) no geral, da ocorrência de *42* entradas de respostas, foi identificada uma única *entrada inválida*.

Tabela 4 – Respostas da turma 202 para o Teste 1

Teste de Sondagem 1	Respostas		
	Entrada válida	Problema descartado (sem entrada)	Entrada inválida
Problema 1	*9*	*0*	*0*
Problema 2	*4*	*5*	*0*
Problema 3	*5*	*4*	*0*
Problema 4	*7*	*2*	*0*
Problema 5	*2*	*7*	*0*

Fonte: do autor.

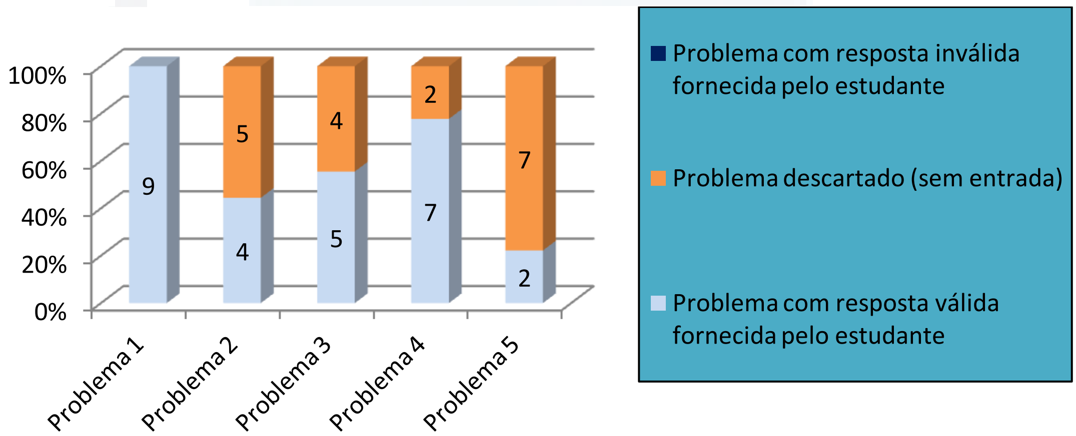


Gráfico 5 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 4.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 5 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 1 da Turma 202:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o menor descarte de questões ocorreu no problema 1;
b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o maior descarte de questões ocorreu no problema 2;
c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), o maior descarte de questões ocorreu no problema 5;
d) no geral, da ocorrência de *27* entradas de respostas, não foi identificada *entrada inválida.*

Tabela 5 – Respostas das Turmas 201 e 202 para o Teste 1

Teste de Sondagem 1	Respostas		
	Entrada válida	Problema descartado (sem entrada)	Entrada inválida
Problema 1	*21*	*2*	*0*
Problema 2	*11*	*12*	*0*
Problema 3	*14*	*9*	*0*
Problema 4	*13*	*9*	*1*
Problema 5	*9*	*14*	*0*

Fonte: do autor.

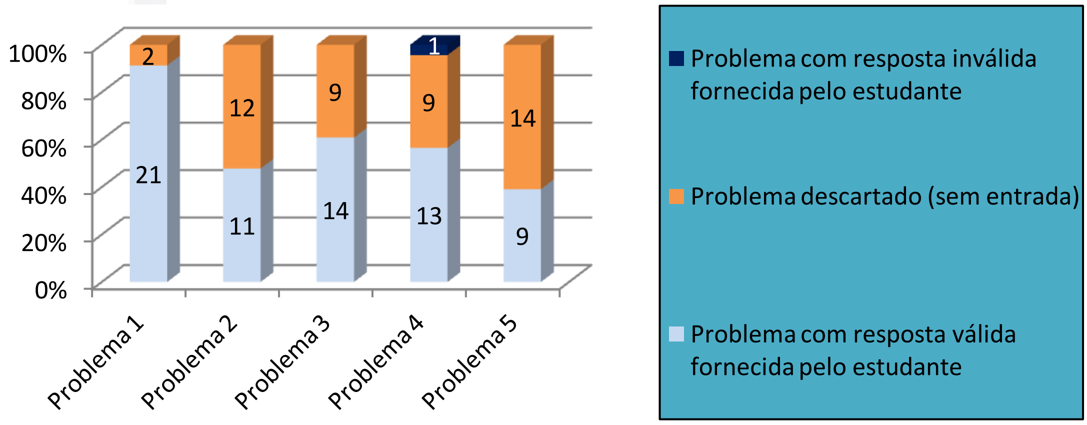


Gráfico 6 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 5.
Fonte: do autor.

.

Pode-se extrair do Gráfico 6 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 1 das Turmas 201 e 202:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o menor descarte de questões ocorreu no problema 1;

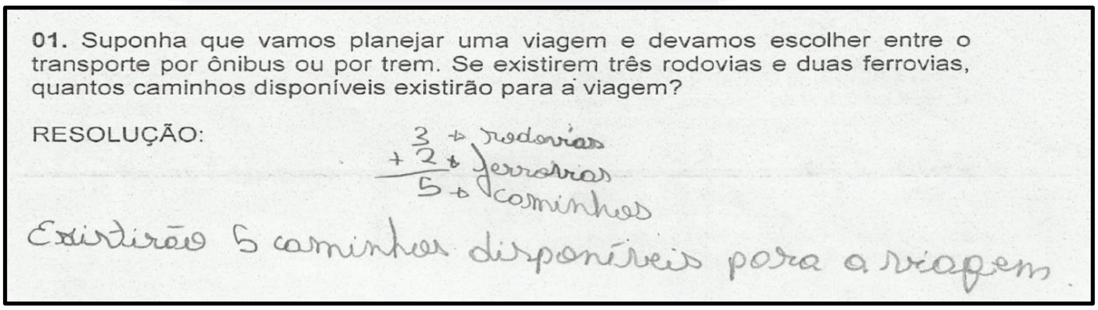
b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o maior descarte de questões ocorreu no problema 2;

c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), o maior descarte de questões ocorreu no problema 5;

d) no geral, da ocorrência de *69* entradas de respostas, foi identificada uma única *entrada inválida*.

Observando-se essa primeira série de dados, pode-se concluir que os estudantes compreenderam que os resultados dos problemas do Teste de Sondagem 1 apontavam para soluções numéricas. Este fato é deduzido diretamente das respostas fornecidas pelos estudantes, que de forma quase unânime, utilizaram números para responder aos problemas propostos. De fato, na categoria de *entrada inválida* foi contabilizada apenas uma única ocorrência de resposta sem sentido numérico.

Outro ponto a ser destacado aqui, diz respeito à escolha dos problemas que foram resolvidos pelos estudantes no Teste de Sondagem 1. Substancialmente, a preferência dos estudantes – considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* – se concentrou nos problemas aditivos 1 e 3, conforme se percebe no Gráfico 6. Tais problemas são comumente resolvidos pela aplicação da *Regra de Adição da Contagem*[25]. Registra-se que, mesmo os estudantes não tenham visto ainda essa regra no Ensino Médio (a aplicação do Teste de Sondagem 1 ocorreu nas turmas de 2º Ano da EEEMFV antes das aulas de *Combinatória*), ela foi utilizada formalmente, no Problema 1, por *10* dos *23* estudantes (*9* soluções com êxito); e no problema 3, por *1* desses *10* estudantes (solução com êxito). Notavelmente, de posse de conhecimentos aritméticos prévios (construídos provavelmente no Ensino Fundamental), estes *10* e *1* estudantes responderam respectivamente ao Problema 1 e 3, com a aplicação formal da *operação de adição* em números inteiros [26], conforme se verifica nas figuras 14 e 15:


01. Suponha que vamos planejar uma viagem e devamos escolher entre o transporte por ônibus ou por trem. Se existirem três rodovias e duas ferrovias, quantos caminhos disponíveis existirão para a viagem?

RESOLUÇÃO:

3 → rodovias
+ 2 → ferrovias
5 → caminhos

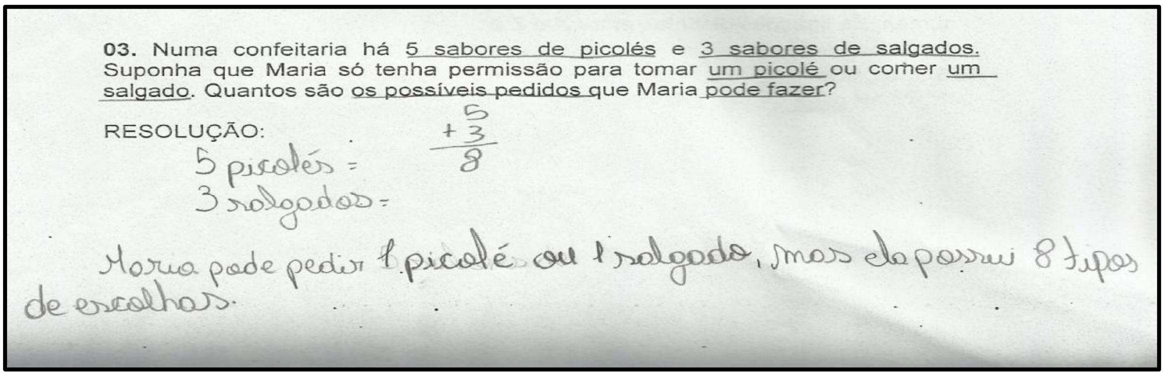
Existirão 5 caminhos disponíveis para a viagem.

Figura 14 – Resolução do Problema 1 do Teste 1 realizada pelo Estudante 1. Fonte: do autor.

---

[25] Alguns métodos de enumeração básicos podem ser vistos no livro do Meyer (1983, p. 29-38). Nesta obra, constam explicações detalhadas acerca das Regras Fundamentais de Contagem, tanto no aspecto aditivo quanto no multiplicativo.

[26] As operações fundamentais de adição e multiplicação de inteiros, bem como, as operações inversas (respectivamente, subtração e divisão) são vistas comumente no Ensino Fundamental.


03. Numa confeitaria há 5 sabores de picolés e 3 sabores de salgados. Suponha que Maria só tenha permissão para tomar um picolé ou comer um salgado. Quantos são os possíveis pedidos que Maria pode fazer?

RESOLUÇÃO:

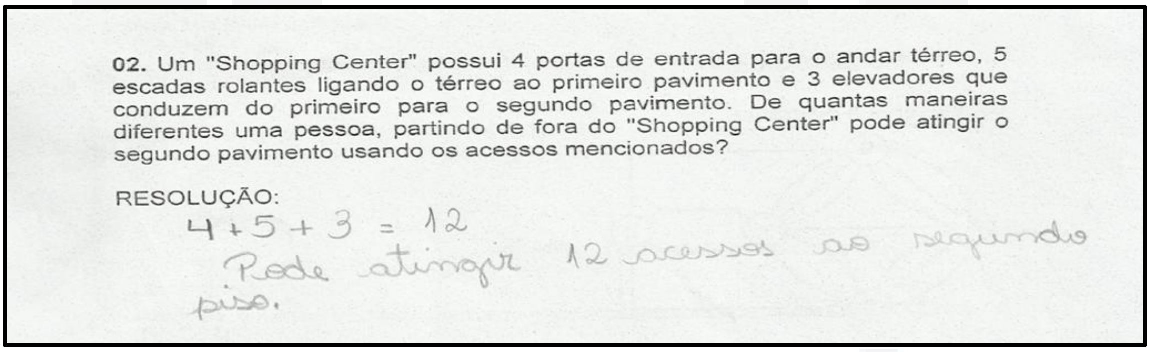
5 picolés =
3 salgados =

$$\begin{array}{r} 5 \\ +3 \\ \hline 8 \end{array}$$

Maria pode pedir 1 picolé ou 1 salgado, mas ela possui 8 tipos de escolhas.

Figura 15 – Resolução do Problema 3 do Teste 1 realizada pelo Estudante 1. Fonte: do autor.

Todavia, observe o leitor, que nem sempre o conhecimento prévio levará a construção de *modelos mentais* de contagens adequados e, por conseguinte, a raciocínios combinatórios conceitualmente aceitáveis. No problema 2, por exemplo, verificou-se consideravelmente a aplicação da *Regra de Adição* (FIGURA 16) por 4 de 11 estudantes – o que significa cerca de 36% desses 11 estudantes, quando na realidade a regra a ser aplicada era a multiplicativa[27] (FIGURA 17).

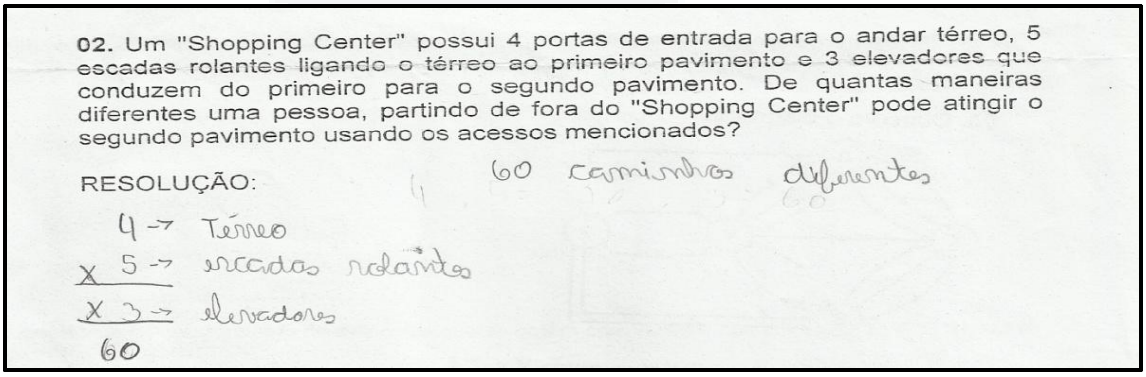

02. Um "Shopping Center" possui 4 portas de entrada para o andar térreo, 5 escadas rolantes ligando o térreo ao primeiro pavimento e 3 elevadores que conduzem do primeiro para o segundo pavimento. De quantas maneiras diferentes uma pessoa, partindo de fora do "Shopping Center" pode atingir o segundo pavimento usando os acessos mencionados?

RESOLUÇÃO:

$4 + 5 + 3 = 12$

Pode atingir 12 acessos ao segundo piso.

Figura 16 – Resolução do Problema 2 do Teste 1 realizada pelo Estudante 6. Fonte: do autor.


02. Um "Shopping Center" possui 4 portas de entrada para o andar térreo, 5 escadas rolantes ligando o térreo ao primeiro pavimento e 3 elevadores que conduzem do primeiro para o segundo pavimento. De quantas maneiras diferentes uma pessoa, partindo de fora do "Shopping Center" pode atingir o segundo pavimento usando os acessos mencionados?

RESOLUÇÃO: 60 caminhos diferentes

4 → Térreo
x 5 → escadas rolantes
x 3 → elevadores
60

Figura 17 – Resolução do Problema 2 do Teste 1 realizada pelo Estudante 9. Fonte: do autor.

[27] De 11 estudantes, apenas 2 (cerca de 18 %) utilizaram de modo adequado a *Regra de Multiplicação* para o Problema 2.

O processo inverso também foi constatado na resolução do problema 3, no qual *2* estudantes de *14* (cerca de *14%*) aplicaram a *Regra de Multiplicação* (FIGURA 18) ao invés da *Regra de Adição* (FIGURA 15).

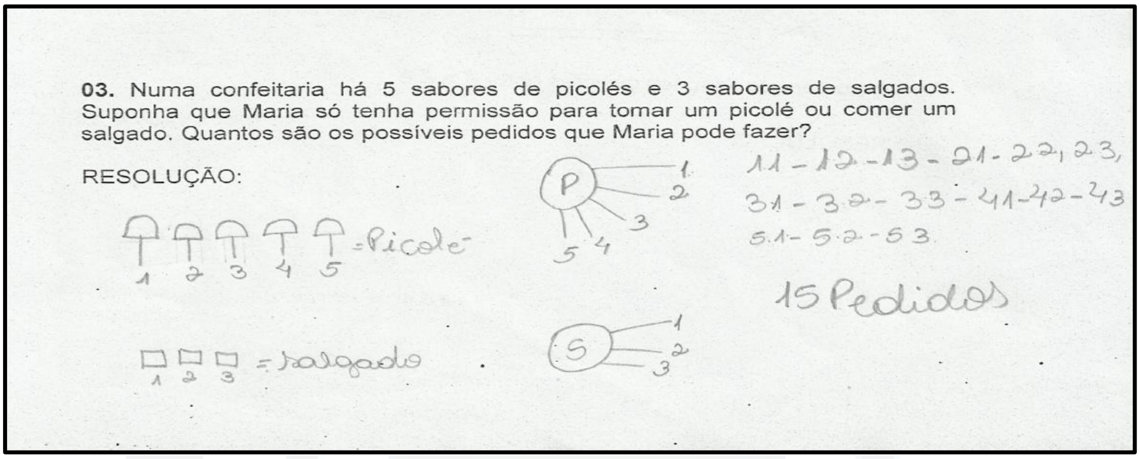


Figura 18 – Resolução do Problema 3 do Teste 1 realizada pelo Estudante 28. Fonte: do autor.

Outros estudantes, no caso *8* de *14* (em torno de *57%*), "resolveram" o Problema 3 por meio de *concepções alternativas* (mais precisamente pelo emprego de *proposições* associadas a *modelos mentais* que subjazem a *universos de raciocínio alternativos*)[28], chegando ao resultado *1* em vez da solução *8 (= 5 + 3*). No caso em tela, verificou-se que os estudantes conceberam essas *proposições* (FIGURA 19) a partir do discurso, idealizando ao final de tudo uma situação (*imagem*) inadequada, na qual Maria consome apenas **um único lanche** (ou um picolé ou um salgado) – note que, por pensar assim, os estudantes forneceram inadequadamente a resposta 1 para o problema.

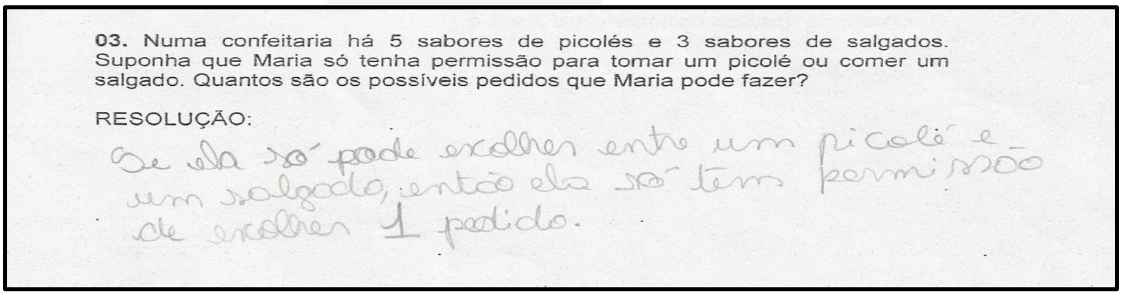
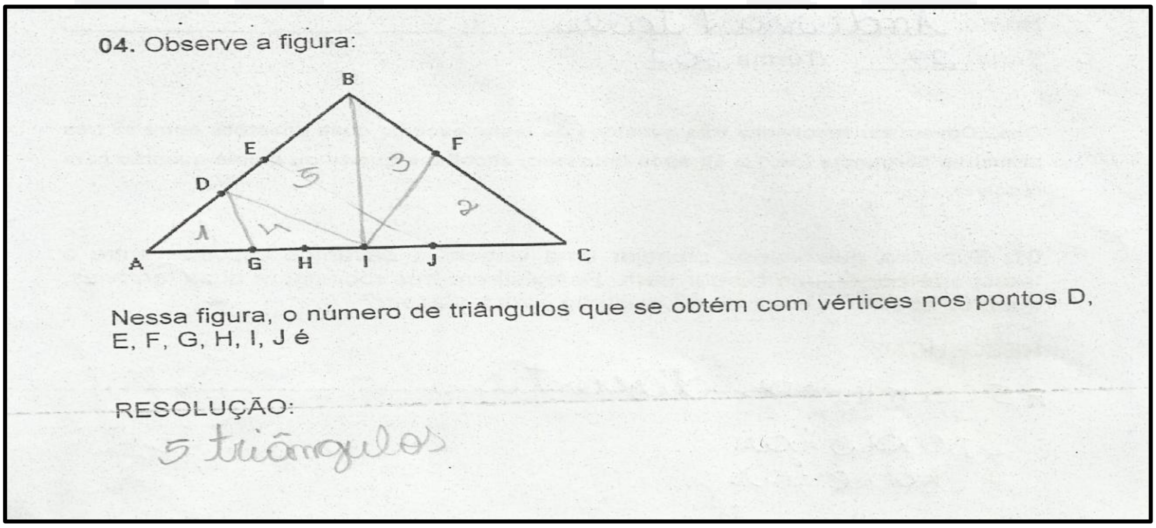


Figura 19 – Resolução do Problema 3 do Teste 1 realizada pelo Estudante 7. Fonte: do autor.

[28] De acordo com Johnson-Laird (1983), *proposições* só têm valor lógico (V ou F) quando interpretadas frente a *modelos mentais*, os quais – na opinião do autor desta Dissertação – apontam comumente para resultados inadequados quando subjazem a *universos de raciocínio alternativos*, conforme se pode verificar na resolução exposta na Figura 19.

Observando-se, agora, o grupo dos *problemas com ilustrações*, a preferência dos estudantes recaiu no problema 4, uma questão mais sofisticada que exige raciocínios combinatórios mais elaborados em sua resolução. De fato, resolver o problema 4 é relativamente mais difícil do que resolver os problemas de 1 a 3 (que constam no Teste de Sondagem 1). Tradicionalmente, a questão é resolvida por meio da utilização de *combinações*[29].

Apesar das tentativas de solução empreendidas pelos estudantes, nenhum deles chegou à resposta conceitualmente esperada para o problema (ou seja, *31*). De modo geral, os estudantes chegaram a resultados divergentes do esperado, por meio da construção de *modelos mentais* inadequados, tomados a partir de *universos de raciocínio alternativos*[30]. Um procedimento resolutivo comumente empregado no problema 4 foi a utilização de contagens diretas de triângulos quaisquer (algumas vezes chamado de “pirâmides” pelos estudantes), conforme se pode verificar ilustrativamente na Figura 20:


04. Observe a figura:

Nessa figura, o número de triângulos que se obtém com vértices nos pontos D, E, F, G, H, I, J é

RESOLUÇÃO:

5 triângulos

Figura 20 – Resolução do Problema 4 do Teste 1 realizada pelo Estudante 28. Fonte: do autor.

---

[29] “Seja M um conjunto com m elementos, isto é, $M = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_m\}$. Chamamos de combinações dos m elementos, tomados r a r, aos subconjuntos de M constituídos de r elementos. (...) É importante notar a diferença entre uma combinação (conjunto) e uma sequência, pois numa combinação não importa a ordem dos elementos ao passo que numa sequência importa a ordem dos elementos” (HAZZAN, 1977, p. 26-E).

[30] Note que o triângulo ADG foi contabilizado na solução do problema 4, mesmo sendo formado (além de D e G) pelo vértice A. Observe o leitor, que a construção e admissão desse modelo de triângulo foge ao *universo de raciocínio combinatório* estabelecido (subtendido) originalmente no problema em questão, pelo qual a contagem deveria se processar apenas no conjunto dos triângulos de vértices D,E,F,G,H,I,J.

Da mesma forma que no Problema 4, constatou-se no Problema 5 soluções alternativas de contagem (propostas pelos estudantes das turmas investigadas, mas sem atingir a resposta *41* esperada), conforme se pode observar ilustrativamente na Figura 21:

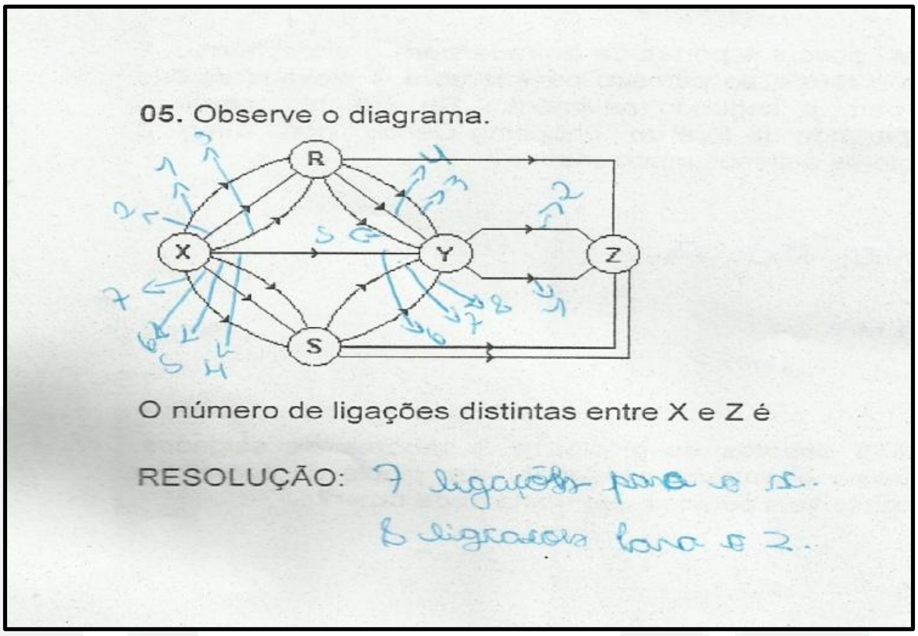


Figura 21 – Resolução do Problema 5 do Teste 1 realizada pelo Estudante 24.
Fonte: do autor.

Observe o leitor que, na Figura 21, as ligações ***RZ*** **(1)** e de ***SZ*** **(*2*)** – essenciais para a resolução do Problema 5 – são completamente ignoradas pelo Estudante 24. Provavelmente, na ocasião do Teste 1, o Estudante 24 desconsiderou essas *3* (= *1* + *2*) ligações por elas estarem além do seu *universo de raciocínio combinatório.*

Uma maneira de se atingir adequadamente o valor conceitual no Problema 5 (no caso *41*) seria calcular de modo conveniente o somatório do número de ligações distintas em trechos do diagrama proposto (de X até Z). De fato, considerando os trechos *X**RZ*** (*3.**1*** = *3*), *XYZ (1.2 =2), XRYZ (3.3.2 =18), XSYZ (3.2.2 =12), X**SZ** (3.**2** =6),* verifica-se que ***3***+*2*+*18*+*12*+***6*** = *41,* onde ***RZ*** **(1)** e ***SZ (2)*** são indispensáveis na composição quantitativa do *X**RZ*** *(3.**1*** = *3*) e do *X**SZ** (3.**2** =6)*.

Com efeito, a situação aqui exposta vem reforçar a relevância da fixação apropriada do *universo de raciocínio* na resolução de problemas, especialmente, combinatórios.

Na segunda série de tabelas (de 6 a 9) e gráficos (de 7 a 9), serão apresentados a distribuição das respostas que foram fornecidas pelos estudantes na realização do Teste de Sondagem 2, segundo as seguintes categorias:

a) *Alteradas (entrada válida):* traz respostas válidas fornecidas pelos estudantes ao realizar o Teste 2 – porém com respostas distintas das fornecidas anteriormente no Teste 1 (válidas ou inválidas).

b) *Sem alteração (entrada válida):* traz respostas válidas dadas pelos estudantes no Teste 2 – sem qualquer modificação de seus resultados em relação ao que foi posto inicialmente no Teste 1.

c) *Executadas (entrada válida):* traz respostas válidas (obtidas a partir da aplicação do Teste 2) para os problemas que foram descartados pelos estudantes no Teste 1.

d) *Em branco* (*sem entrada):* não traz resposta alguma dos estudantes para os problemas propostos no Teste 2 (observe que, no Teste 1, os estudantes descartaram esses mesmos problemas aqui considerados).

Em linhas gerais, antecipando um resultado importante da análise dos dados obtidos a partir desta segunda série de tabelas (de 6 a 9) e gráficos (de 7 a 9), conclui-se que ocorreu no Teste de Sondagem 2 uma expressiva mudança de respostas dos estudantes em relação às questões que foram aplicadas no Teste de Sondagem 1.

Com efeito, nas páginas seguintes será fornecido todo o detalhamento das respostas que foram obtidas pelos estudantes das Turmas 201 e 202 na realização do Teste de Sondagem 2, bem como o detalhamento das alterações de soluções do Teste de Sondagem 1 para o Teste de Sondagem 2.

.

Tabela 6 – Respostas da Turma 201 para o Teste 2

Teste de Sondagem 2	Respostas			
	Alteradas (ent. válida)	Sem alteração (ent. válida)	Executadas (ent. válida)	Em branco (sem entrada)
Problema 1	*12*	*0*	*2*	*0*
Problema 2	*5*	*2*	*7*	*0*
Problema 3	*6*	*3*	*5*	*0*
Problema 4	*7*	*0*	*7*	*0*
Problema 5	*6*	*1*	*7*	*0*

Fonte: do autor.

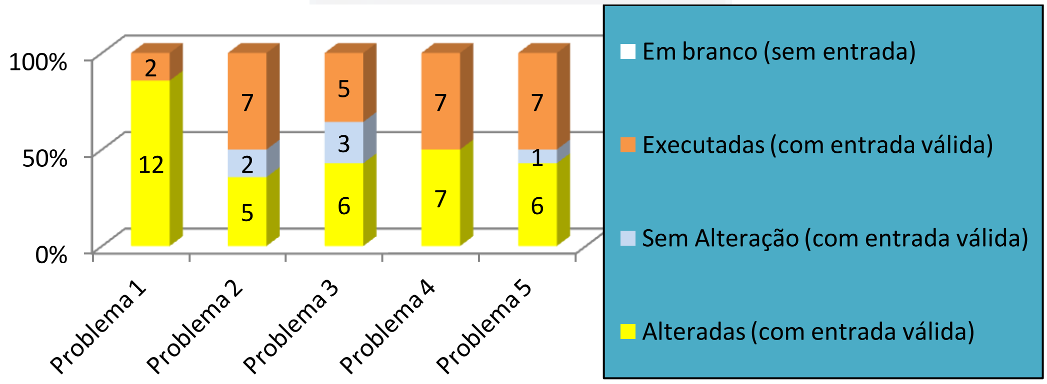


Gráfico 7 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 6.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 7 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 2 da Turma 201:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o maior número de alteração de resposta fornecida pelos estudantes ocorreu no problema 1;

b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o menor número de alteração de resposta fornecida pelos estudantes ocorreu no problema 2;

c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), verificou-se que o número de alteração de respostas foi ligeiramente maior no problema 4 do que no problema 5;

d) no geral, observou-se uma expressiva alteração nas respostas dadas pelos estudantes (*36* alterações de *42* entradas de respostas).

Tabela 7– Respostas da Turma 202 para o Teste 2

Teste de Sondagem 2	Respostas			
	Alteradas (ent. válida)	Sem alteração (ent. válida)	Executadas (ent. válida)	Em branco (sem entrada)
Problema 1	*4*	*5*	*0*	*0*
Problema 2	*3*	*1*	*5*	*0*
Problema 3	*5*	*0*	*3*	*1*
Problema 4	*7*	*0*	*2*	*0*
Problema 5	*1*	*1*	*6*	*1*

Fonte: do autor.

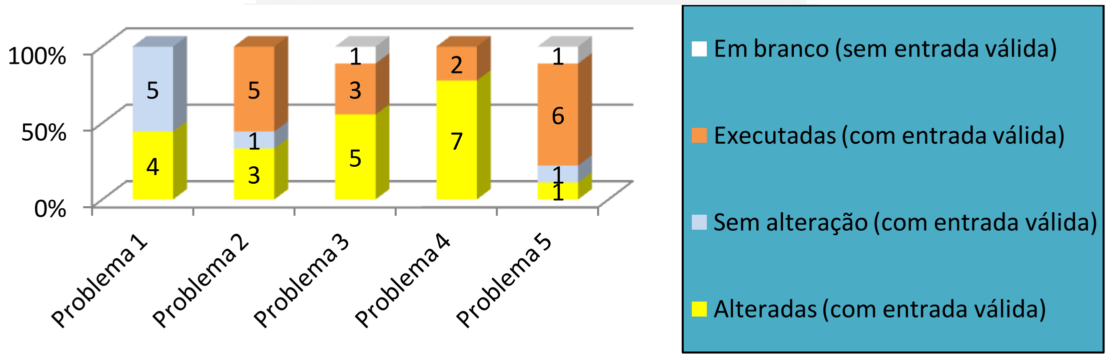


Gráfico 8 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 7.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 8 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 2 da Turma 202:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o maior número de alteração de respostas fornecidas pelos estudantes ocorreu no problema 3;

b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o menor número de alteração de respostas fornecidas pelos estudantes ocorreu no problema 2;

c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), verificou-se que o problema 4 sofreu um expressivo número de alteração nas respostas, no caso 7;

d) no geral, observou-se uma expressiva alteração nas respostas dadas pelos estudantes (*20* alterações de *27* entradas de respostas).

Tabela 8 – Respostas das Turmas 201 e 202 para o Teste 2

Teste de Sondagem 2	Respostas			
	Alteradas (ent. válida)	Sem alteração (ent. válida)	Executadas (ent. válida)	Em branco (sem entrada)
Problema 1	*16*	*5*	*2*	*0*
Problema 2	*8*	*3*	*12*	*0*
Problema 3	*11*	*3*	*8*	*1*
Problema 4	*14*	*0*	*9*	*0*
Problema 5	*7*	*2*	*13*	*1*

Fonte: do autor.

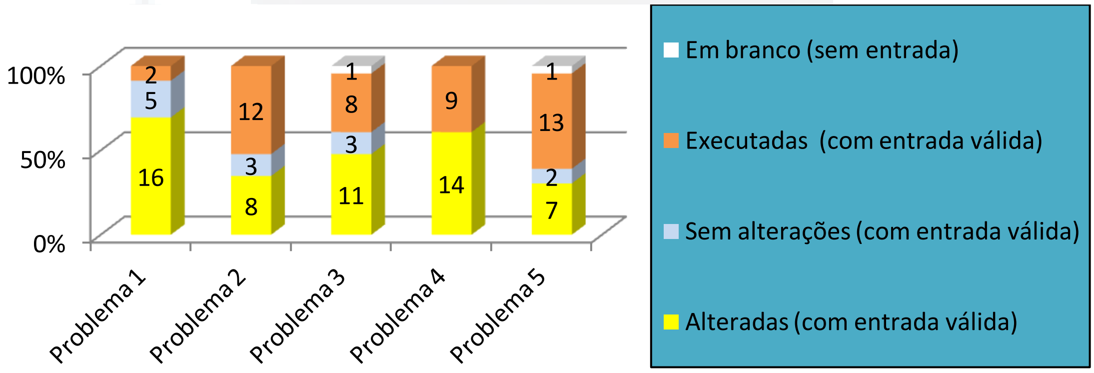


Gráfico 9 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 8.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 9 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 2 da Turma 201 e 202:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o maior número de alteração de respostas fornecidas pelos estudantes ocorreu no problema 1;

b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), o menor número de alteração de respostas fornecidas pelos estudantes ocorreu no problema 2;

c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), verificou-se que o problema 4 apresentou um maior número de alteração de respostas;

d) no geral, observou-se uma expressiva alteração nas respostas dadas pelos estudantes (*56* alterações de *69* entradas de respostas).

Observando-se esta segunda série de dados, percebe-se claramente a instabilidade dos *modelos mentais* construídos[31] pelos estudantes para resolver os problemas propostos no Teste de Sondagem 1.

Registra-se que, no Teste 2, os estudantes mudaram consideravelmente de ideia (opinião) acerca dos resultados obtidos no Teste 1. Para ilustrar a mudança de soluções, veja gradativamente a exposição comentada das resoluções (FIGURAS 22 a 28) dos problemas do Teste 2 (que foram “solucionadas” anteriormente pelos mesmos estudantes destacados).

Notavelmente, a resolução exposta na Figura 22 não é adequada, pois, deveria ser aplicada a *Regra de Adição*, conforme feito no Teste 1.

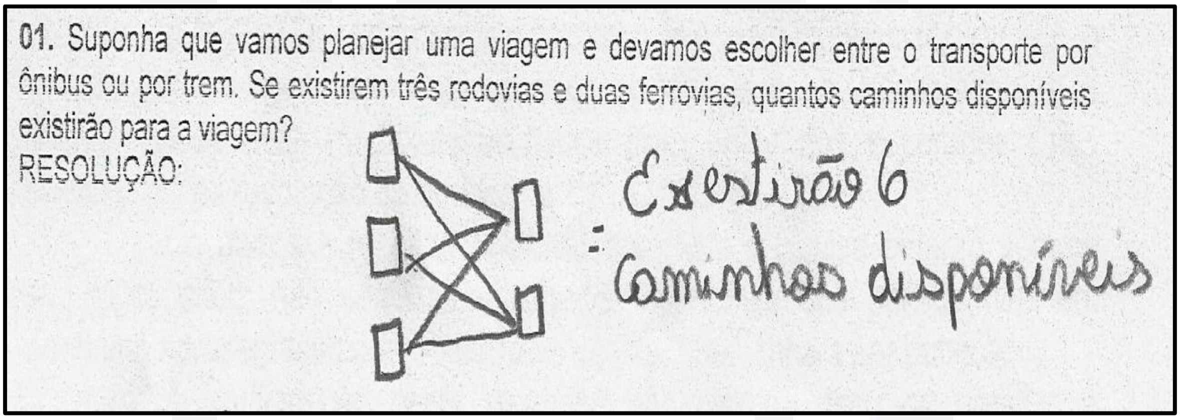


Figura 22 – Resolução do Problema 1 do Teste 2 realizada pelo Estudante 1. Fonte: do autor.

A mudança de postura do Estudante 1 frente ao Problema 1 do Teste 2 ocorreu justamente após o estudo combinatório formal da *Regra de Multiplicação da Contagem* na EEEMFV. Possivelmente, a tradicional ênfase dada no Ensino Médio ao emprego da regra multiplicativa sugestionou (de modo impróprio) *6* de *9* estudantes (em especial, o *1*) – cerca de *67*% – a utilizarem essa regra indiscriminadamente, fazendo-os inclusive abandonar certos *modelos mentais* adequados (aditivos) construídos anteriormente para solucionar o problema em questão.

---

[31] De acordo com Gentner e Stevens (1983), os *modelos mentais* são instáveis. Pessoas esquecem detalhes dos modelos construídos quando estes não são utilizados por certo tempo.

Contudo, apesar do emprego impróprio da *Regra de Multiplicação* exposto na Figura 22, é importante notar que o estudo combinatório desta regra na EEEMFV reverteu determinado quadro de divergência verificado na resolução do Problema 2 do Teste 1. Verifica-se, por exemplo, que todos os *4* estudantes que responderam *12 (= 4 + 5 + 3*) para o referido problema no Teste 1, e alteraram respectivamente sua resposta para *60 (= 4 x 5 x 3*) no Teste 2. O Estudante 6, por exemplo, abandonou no referido problema a aplicação imprópria da *operação de adição* (adotada no Teste 1) e passou a usar apropriadamente no Teste 2 a *operação de multiplicação*[34] (FIGURA 23).

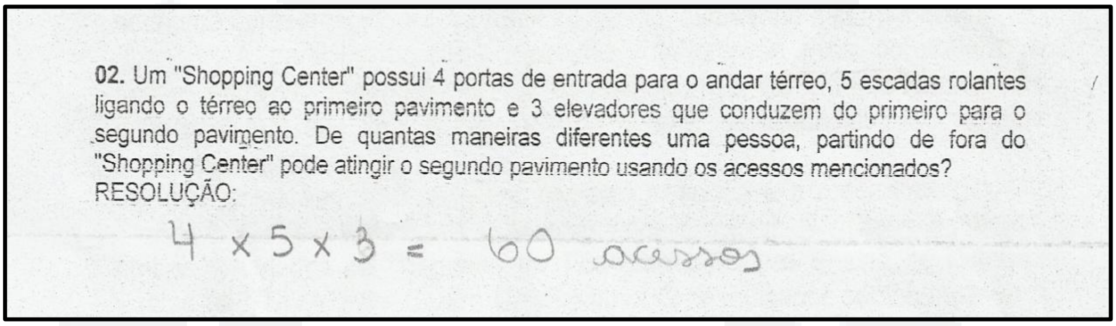

02. Um "Shopping Center" possui 4 portas de entrada para o andar térreo, 5 escadas rolantes ligando o térreo ao primeiro pavimento e 3 elevadores que conduzem do primeiro para o segundo pavimento. De quantas maneiras diferentes uma pessoa, partindo de fora do "Shopping Center" pode atingir o segundo pavimento usando os acessos mencionados?
RESOLUÇÃO:
4 x 5 x 3 = 60 acessos

Figura 23 – Resolução do Problema 2 do Teste 2 realizada pelo Estudante 6. Fonte: do autor.

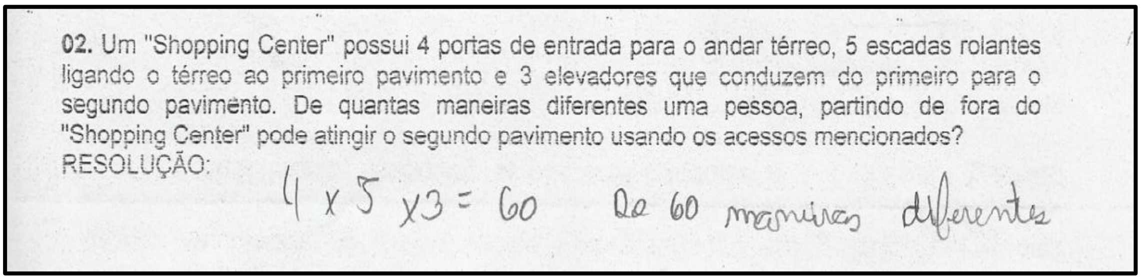
Nas Figuras 24 e 25, verifica-se que a resolução fornecida ao Problema 2 (de natureza multiplicativa) e Problema 3 (de natureza aditiva) do Teste 2 – executadas respectivamente pelos Estudantes 9 e 1 – não sofreram quaisquer alterações em relação ao Teste 1. Constata-se, nesses problemas fundamentais de contagem, a aplicação consciente e consistente das chamadas operações aritméticas básicas (*multiplicação* e *adição*) – o que proporcionou uma adequada formulação de soluções inteiras – compatível com o que se espera conceitualmente atingir na resolução de problemas desse gênero.

---

[32] De outubro a novembro de 2012, os estudantes tiveram aulas básicas de *Combinatória* na EEEMFV e o Teste de Sondagem 2 só foi aplicado em dezembro de 2012.

[33] Tradicionalmente, no Ensino Médio, é dado ênfase ao estudo combinatório do emprego da *Regra de Multiplicação da Contagem*. Entretanto, é importante que seja mostrado aos estudantes que nem todo problema é solucionado por essa regra. A mesma sugestão vale para a regra aditiva, que deve ser explorada mais satisfatoriamente de modo bilateral, ou seja, tanto por exemplos quanto por contraexemplos (quando a regra não pode ser utilizada).

[34] Neste caso, a mudança de operação foi adequada e a divergência de resultados que existia na resolução do Problema 2 do Teste 1 foi superada no Teste 2.

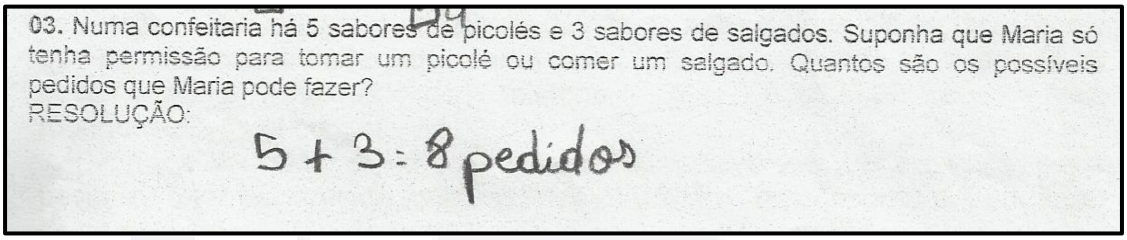


02. Um "Shopping Center" possui 4 portas de entrada para o andar térreo, 5 escadas rolantes ligando o térreo ao primeiro pavimento e 3 elevadores que conduzem do primeiro para o segundo pavimento. De quantas maneiras diferentes uma pessoa, partindo de fora do "Shopping Center" pode atingir o segundo pavimento usando os acessos mencionados?

RESOLUÇÃO:

4 x 5 x3 = 60 De 60 maneiras diferentes

Figura 24 – Resolução do Problema 2 do Teste 2 realizada pelo Estudante 9. Fonte: do autor.



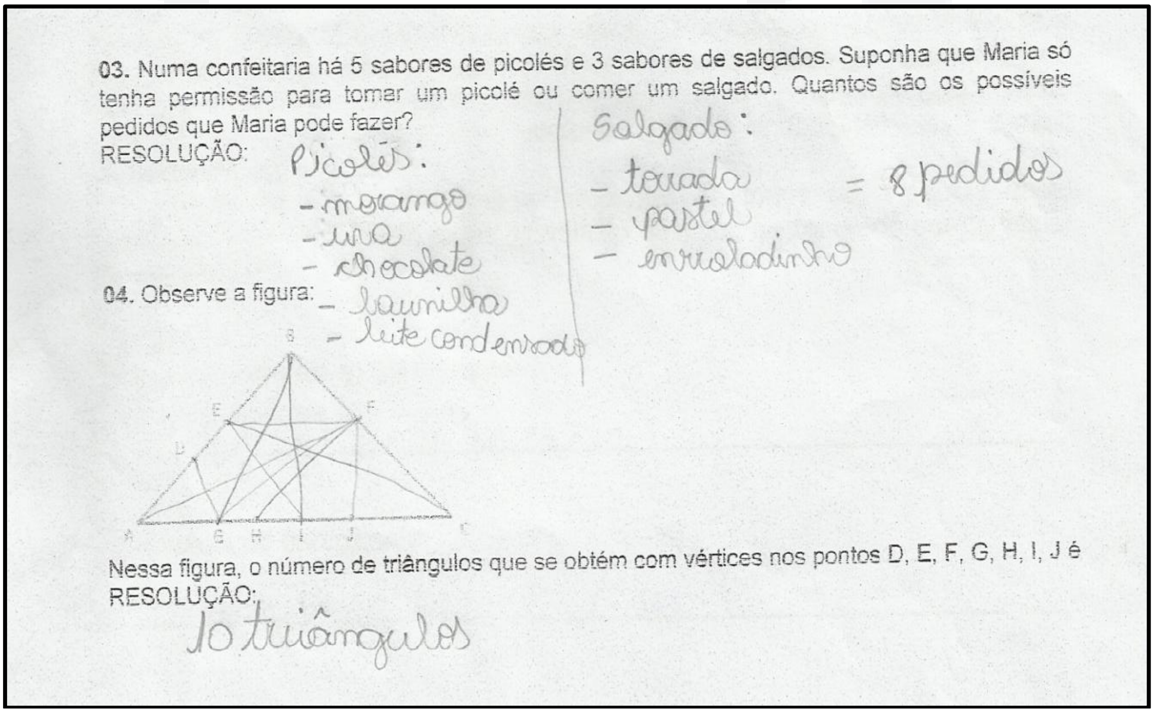
03. Numa confeitaria há 5 sabores de picolés e 3 sabores de salgados. Suponha que Maria só tenha permissão para tomar um picolé ou comer um salgado. Quantos são os possíveis pedidos que Maria pode fazer?

RESOLUÇÃO:

5 + 3 = 8 pedidos

Figura 25 – Resolução do Problema 3 do Teste 2 realizada pelo Estudante 1. Fonte: do autor.

Na Figura 26, constata-se que o Estudante 28 resolveu adequadamente o Problema 3 a partir da aplicação da regra aditiva. Observa-se, entretanto, que no Teste 1, ele usou inadequadamente a regra multiplicativa. Já no Problema 4, o Estudante 28 aplicou novamente a mesma técnica de contagem direta empregada no Teste 1 – o que se mostrou ineficiente para a devida resolução do Problema 4 (cuja solução conceitual esperada é *31*).



03. Numa confeitaria há 5 sabores de picolés e 3 sabores de salgados. Suponha que Maria só tenha permissão para tomar um picolé ou comer um salgado. Quantos são os possíveis pedidos que Maria pode fazer?

RESOLUÇÃO:

Picolés:
- morango
- uva
- chocolate
- baunilha
- leite condensado

Salgado:
- torrada
- pastel
- enroladinho

= 8 pedidos

04. Observe a figura:

Nessa figura, o número de triângulos que se obtém com vértices nos pontos D, E, F, G, H, I, J é

RESOLUÇÃO:

10 triângulos

Figura 26 – Resolução do Problema 3 e 4 do Teste 2 realizada pelo Estudante 28. Fonte: do autor.

Com efeito, opina-se que uma das formas do Estudante 28 solucionar satisfatoriamente o Problema 4, seria por intermédio da construção de *modelos mentais* de contagem mais *abstratos*, que permitissem realizar, de modo indireto, a contagem dos agrupamentos de triângulos requeridos no problema. Uma solução neste sentido seria efetuar o cálculo: *6 x 3 + 1 x 5 + 2 x 4 = 31*, onde *6* (*GH, GI, GJ, HI, HJ* e *IJ), 1* (*DE*) e *2* (*FE* e *FD*) expressam o número de bases dos triângulos requeridos; e *3* (*D,E,F*), *5* (*F,G,H,I* e *J*) e *4* (*G,H, I,* e *J*), o número de vértices de "fechamento" desses triângulos. A Solução detalhada encontra-se disponível em: <http://brainly.com.br/tarefa/43206> Acesso em: 26 de fevereiro de 2014.

Na Figura 27, nota-se que o Estudante 7 resolveu de modo adequado (pela regra aditiva) o Problema 3 do Teste 2[35]. Possivelmente, devido a uma ampliação no seu *universo de raciocínio combinatório*[36] a concepção alternativa aplicada no Teste 1 (que o fez chegar ao Problema 3 a resposta imprópria 1) foi abandonada.

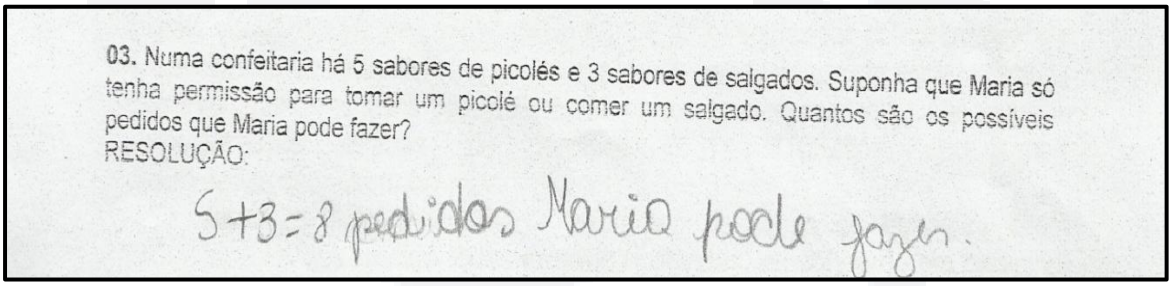

03. Numa confeitaria há 5 sabores de picolés e 3 sabores de salgados. Suponha que Maria só tenha permissão para tomar um picolé ou comer um salgado. Quantos são os possíveis pedidos que Maria pode fazer?
RESOLUÇÃO:
5+3=8 pedidos Maria pode fazer.

Figura 27 – Resolução do Problema 3 do Teste 2 realizada pelo Estudante 7. Fonte: do autor.

Na Figura 28, vislumbra-se uma sutil e coerente ampliação do *universo de raciocínio combinatório* do Estudante 24 – em relação à resolução apresentada no Problema 5 do Teste 1 (Figura 21). De fato, na resolução do Problema 5 do Teste 2, o Estudante 24 passa a considerar àquelas *3* ligações que foram completamente ignoradas no Teste 1 (FIGURA 21), atingindo assim a resposta *18* (= *7* + *8* + *3*) para o problema em questão.

---

[35] Ressalta-se que, 3 estudantes (daqueles 23 que realizaram os dois Testes de Sondagem) resolveram inadequadamente o Problema 3 de forma multiplicativa no Teste 2.

[36] De um só lanche, vislumbra-se 2 conjuntos de possibilidades (picolés ou salgados), que passam a "representar" respectivamente 3 picolés e 5 salgados, que unidos, chegam a formar um conjunto finito mais amplo de 8 elementos.

Notavelmente, apesar de não ser contabilmente suficiente para se atingir o valor conceitual esperado (no caso 41), a tomada destas 3 ligações representa um avanço na resolução do Problema 5 – no sentido de considerar ligações que são necessárias para a resolução adequada do problema.

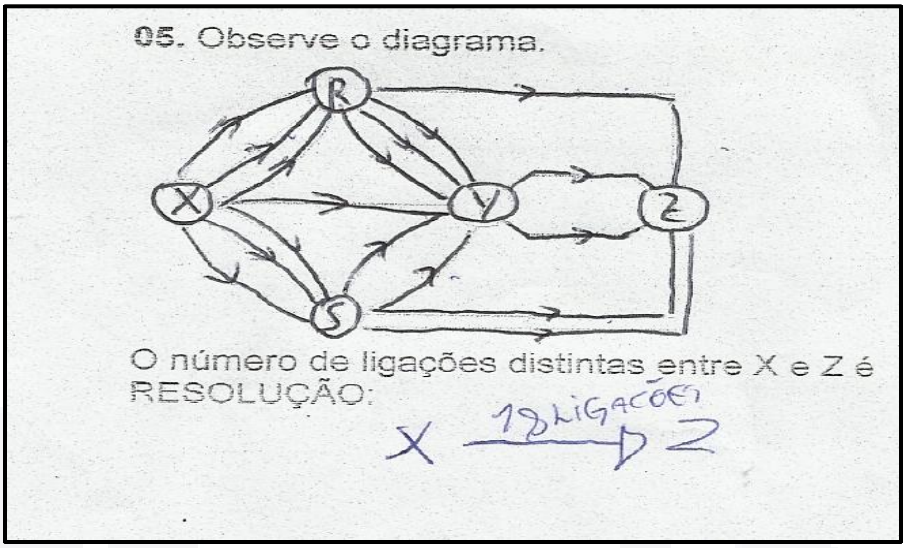


Figura 28 – Resolução do Problema 5 do Teste 2 realizada pelo Estudante 24.
Fonte: do autor.

De modo geral, na exposição das 8 resoluções de problemas aqui comentadas, nota-se a ocorrência de 6 alterações de respostas dos estudantes – do Teste 1 para o Teste 2. Um resultado expressivo, que ilustra bem o que foi visto nas tabelas (de 6 a 8) e gráficos (de 7 a 9) anteriores.

Após identificar a relevante alteração nas respostas fornecidas pelos 23 estudantes[37] (que realizaram os dois testes de sondagem), partiu-se para investigar as repostas numericamente *compatíveis* e *divergentes* que surgiram nos dois testes, de modo que, para facilitar a análise dos dados, organizaram-se tabelas (de 9 a 14) e gráficos (de 10 a 15) [38].

---

[37] Lembre-se que, de 69 entradas de respostas, ocorreram 56 alterações, o que significa cerca de 81% (taxa percentual bem expressiva).de mudança de resultados obtidos.

[38] Os dados obtidos foram organizados em categorias de fácil assimilação (algumas inclusive descritas anteriormente), não sendo necessário, portanto, descrever cada categoria por extenso, conforme foi realizado no início do presente capítulo.

Tabela 9 – Respostas compatíveis e divergentes no Teste 1 – Turma 201

Teste de Sondagem 1	Respostas			
	Divergente do esperado	Compatível com o esperado	Problema descartado (sem entrada Válida)	Inválido
Problema 1	*4*	*8*	*2*	*0*
Problema 2	*5*	*2*	*7*	*0*
Problema 3	*6*	*3*	*5*	*0*
Problema 4	*6*	*0*	*7*	*1*
Problema 5	*7*	*0*	*7*	*0*

Fonte: do autor.

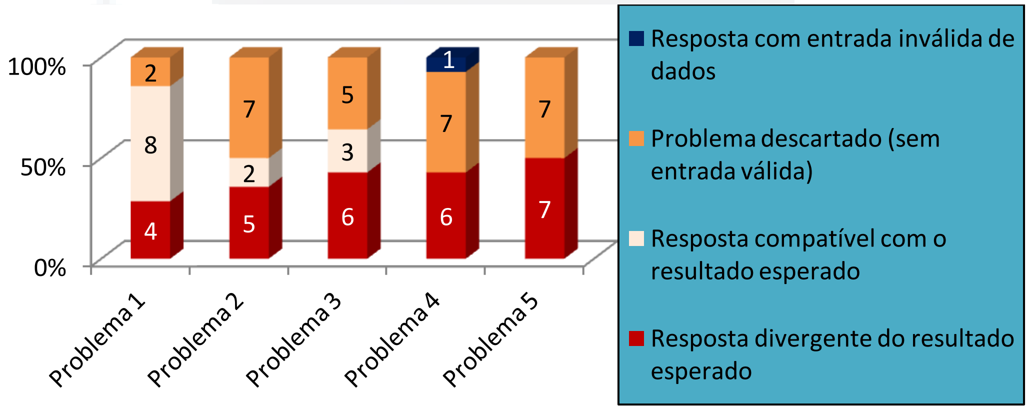


Gráfico 10 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 9.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 10 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 1 da Turma 201:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a maior divergência de respostas fornecidas pelos estudantes ocorreu no problema 3;

b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a menor divergência de respostas fornecidas pelos estudantes ocorreu no problema 1;

c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), verificou-se ligeiramente uma maior divergência de respostas no problema 5 do que no problema 4;

d) no geral, observou-se uma expressiva divergência de respostas dadas pelos estudantes, especialmente nos problemas 5, 4 e 3.

Tabela 10 – Respostas compatíveis e divergentes no Teste 1 – Turma 202

Teste de Sondagem 1	Respostas			
	Divergente do esperado	Compatível com o esperado	Problema descartado (sem entrada Válida)	Inválido
Problema 1	*1*	*8*	*0*	*0*
Problema 2	*4*	*0*	*5*	*0*
Problema 3	*5*	*0*	*4*	*0*
Problema 4	*7*	*0*	*2*	*0*
Problema 5	*2*	*0*	*7*	*0*

Fonte: do autor.

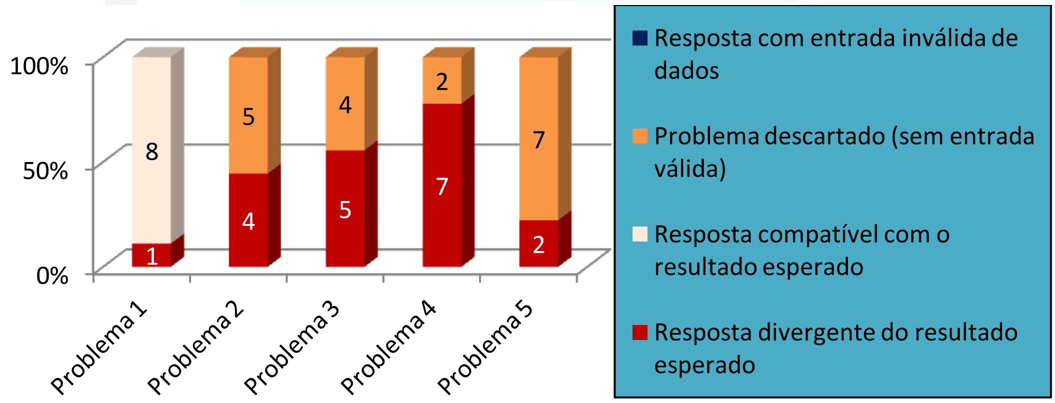


Gráfico 11 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 10.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 11 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 1 da Turma 202:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a maior divergência de respostas fornecidas pelos estudantes ocorreu no problema 3;

b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a menor divergência de respostas fornecidas pelos estudantes ocorreu no problema 1;

c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), verificou-se uma expressiva divergência de respostas no problema 4 do que no problema 5;

d) no geral, observou-se uma expressiva divergência de respostas dadas pelos estudantes, especialmente nos problemas 4, 3 e 2.

Tabela 11– Respostas compatíveis e divergentes no Teste 1 – Turmas 201/202

Teste de Sondagem 1	Respostas			
	Divergente do esperado	Compatível com o esperado	Problema descartado (sem entrada Válida)	Inválido
Problema 1	5	16	2	0
Problema 2	9	2	12	0
Problema 3	11	3	9	0
Problema 4	13	0	9	1
Problema 5	9	0	14	0

Fonte: do autor.

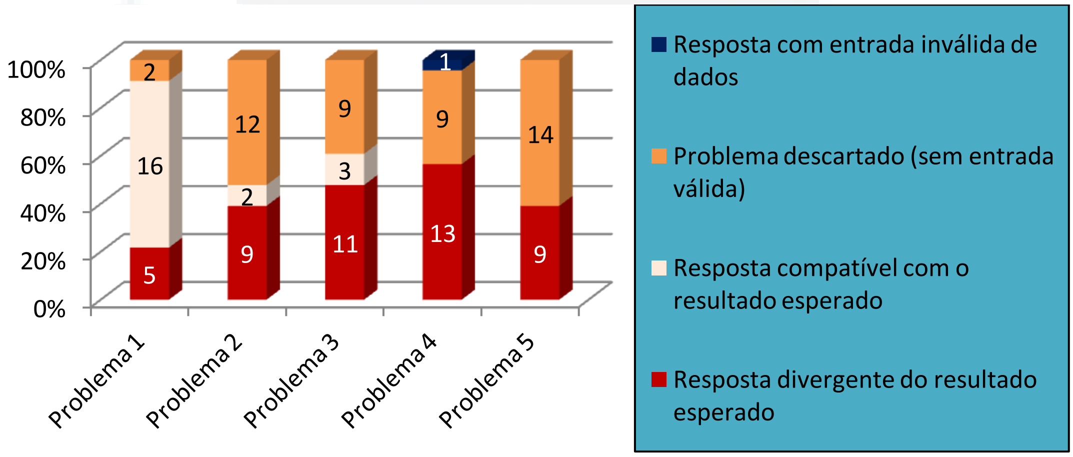


Gráfico 12 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 11.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 12 as seguintes informações relativas ao Teste de sondagem 1 da Turma 201 e 202:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a maior divergência de respostas fornecidas pelos estudantes ocorreu no problema 3;

b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a menor divergência de respostas fornecidas pelos estudantes ocorreu no problema 1;

c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), verificou-se uma maior divergência de respostas no problema 4 do que no problema 5;

d) no geral, observou-se uma expressiva divergência de respostas dadas pelos estudantes, especialmente nos problemas 4 e 3.

Tabela 12 – Respostas compatíveis e divergentes no Teste 2 – Turma 201

Teste de Sondagem 2	Respostas			
	Divergente do esperado	Compatível com o esperado	Inválido	Em Branco
Problema 1	*14*	*0*	*0*	*0*
Problema 2	*2*	*12*	*0*	*0*
Problema 3	*3*	*11*	*0*	*0*
Problema 4	*11*	*3*	*0*	*0*
Problema 5	*14*	*0*	*0*	*0*

Fonte: do autor.

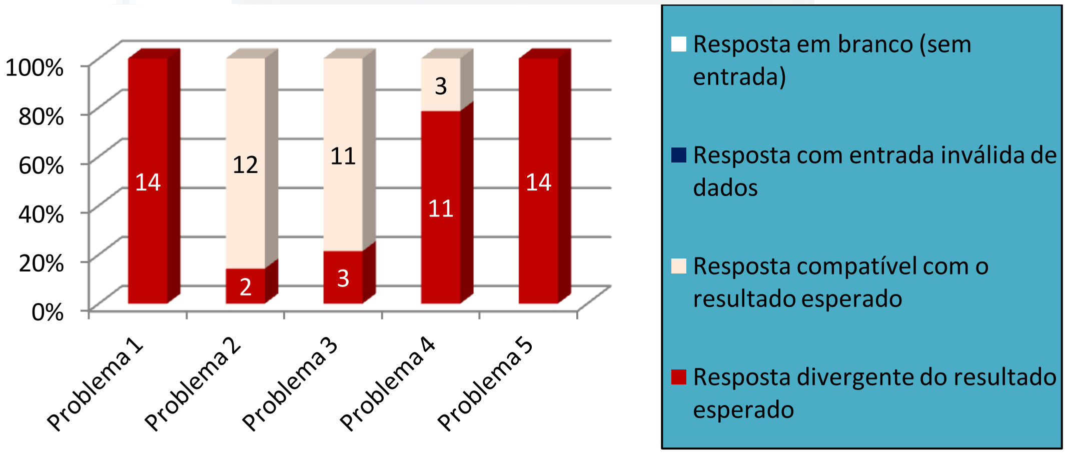


Gráfico 13 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 12.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 13 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 2 da Turma 201:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a maior divergência de resposta fornecida pelo estudante ocorreu no problema 1;

b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a menor divergência de resposta fornecida pelo estudante ocorreu no problema 2;

c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), verificou-se ligeiramente que a divergência de resposta foi maior no problema 5 do que no problema 4;

d) no geral, observou-se uma expressiva divergência de respostas dadas pelo estudante, especialmente nos problemas 1, 5 e 4.

Tabela 13 – Respostas compatíveis e divergentes no Teste 2 – Turma 202

Teste de Sondagem 2	Respostas			
	Divergente do esperado	Compatível com o esperado	Inválido	Em Branco
Problema 1	*3*	*6*	*0*	*0*
Problema 2	*9*	*0*	*0*	*0*
Problema 3	*2*	*6*	*0*	*1*
Problema 4	*9*	*0*	*0*	*0*
Problema 5	*8*	*1*	*0*	*1*

Fonte: do autor.

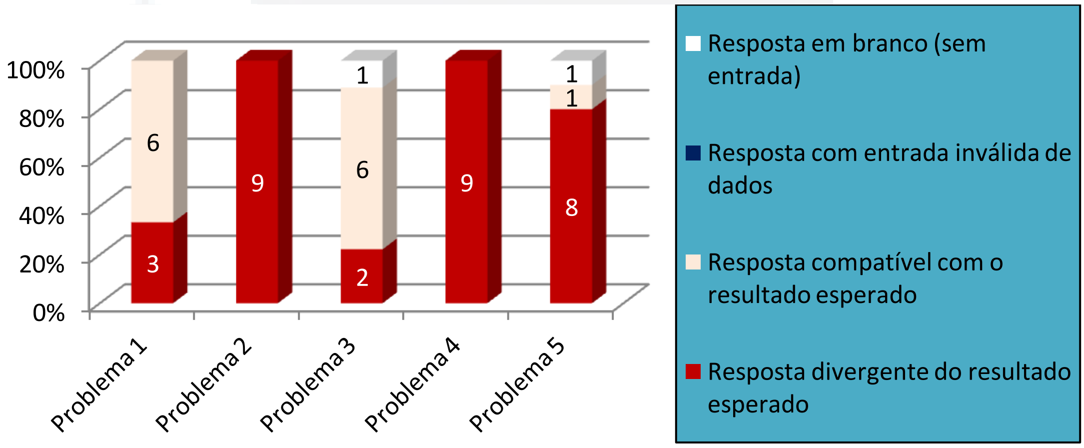


Gráfico 14 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 13.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 14 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 2 da Turma 202:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a maior divergência de resposta fornecida pelo estudante ocorreu no problema 2;

b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a menor divergência de resposta fornecida pelo estudante ocorreu no problema 3;

c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), verificou-se ligeiramente que a divergência de respostas foi maior no problema 4 do que no problema 5;

d) no geral, observou-se uma expressiva divergência de respostas dadas pelo estudante, especialmente nos problemas 2, 4 e 5.

Tabela 14 – Respostas compatíveis e divergentes no Teste 2 – Turmas 201/202

Teste de Sondagem 2	Respostas			
	Divergente do esperado	Compatível com o esperado	Inválido	Em Branco
Problema 1	*17*	*6*	*0*	*0*
Problema 2	*11*	*12*	*0*	*0*
Problema 3	*5*	*16*	*0*	*1*
Problema 4	*20*	*3*	*0*	*0*
Problema 5	*22*	*0*	*0*	*1*

Fonte: do autor.

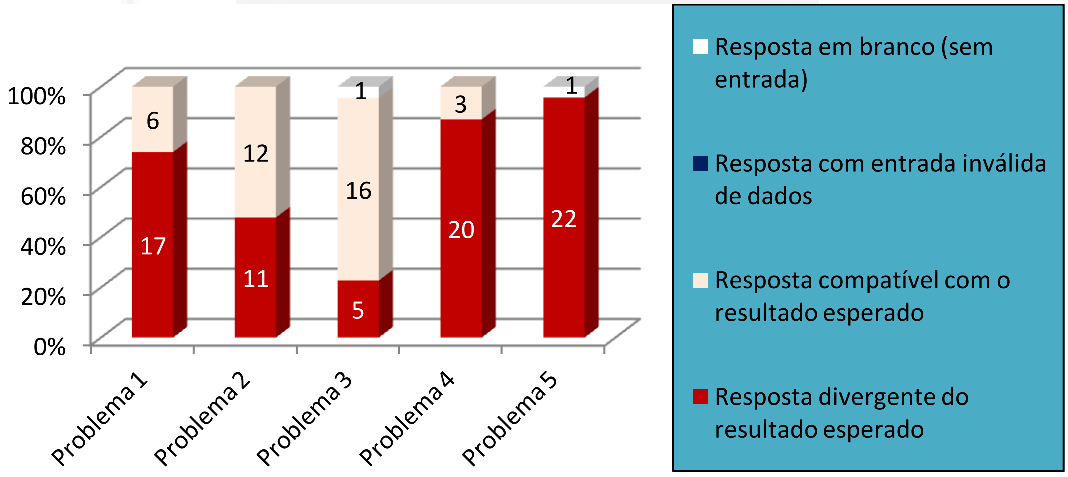


Gráfico 15 – Distribuição percentual e de valores dos dados agrupados obtidos na Tabela 14.
Fonte: do autor.

Pode-se extrair do Gráfico 15 as seguintes informações relativas ao Teste de Sondagem 2 da Turma 201 e 202:

a) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a maior divergência de resposta fornecida pelo estudante ocorreu no problema 1;

b) considerando o grupo dos *problemas sem ilustração* (de 1 a 3), a menor divergência de resposta fornecida pelo estudante ocorreu no problema 3;

c) considerando o grupo dos *problemas com ilustração* (4 e 5), verificou-se ligeiramente que a divergência de respostas foi maior no problema 5 do que no problema 4;

d) no geral, observou-se uma expressiva divergência de respostas dadas pelo estudante, especialmente nos problemas 5, 4 e 1.

Após a terceira série de dados, percebe-se que a *divergência* é maior do que a *compatibilidade* de respostas verificadas na resolução dos problemas propostos (nos dois testes de sondagem). Veja as Tabelas 15 e 16:

Tabela 15 – Respostas divergentes e compatíveis (outubro de 2012)

	Divergente do esperado	Compatível com o esperado
Problema 1	*5*	*16*
Problema 2	*9*	*2*
Problema 3	*11*	*3*
Problema 4	*13*	*0*
Problema 5	*9*	*0*
TOTAL	*47*	*21*

Fonte: do autor

Tabela 16 – Respostas divergentes e compatíveis (dezembro de 2012)

	Divergente do esperado	Compatível com o esperado
Problema 1	*17*	*6*
Problema 2	*11*	*12*
Problema 3	*5*	*16*
Problema 4	*20*	*3*
Problema 5	*22*	*0*
TOTAL	*75*	*37*

Fonte: do autor

Da Tabela 15, conclui-se que a taxa de divergência das respostas (em relação às entradas válidas) no Teste de Sondagem 1 (aplicado em outubro de 2012) é de *47/68*, ou seja, *69%*. Da Tabela 16, conclui-se que a taxa de divergência das respostas (em relação às entradas válidas) no Teste de Sondagem 2 (aplicado em dezembro de 2012) é de *75/112*, ou seja, *67%*. Observe o leitor, que as taxas de divergência de resultados são bastante aproximadas (cerca de *2%*) e consideravelmente expressivas (maior do que *60%*) nos dois testes de sondagem - o que sugere, por boa parte dos estudantes investigados, uma larga aplicação de *conhecimento prévio* inadequado associado a *raciocínio combinatório* alternativo. De fato, a pequena diferença de *2%*, sugere uma considerável resistência de boa parte dos estudantes investigados em conceber e admitir uma estrutura sistêmica diferente daquela arraigada previamente e alternativamente em sua estrutura cognitiva.

Para os estudantes investigados, verificou-se, então, uma sugestiva dificuldade em assimilar adequadamente "novos conhecimentos" e *raciocínios combinatórios* formais[39] – lançados a partir dos *modelos conceituais* introduzidos na Escola. Buscando-se compreender melhor a resistência destes estudantes aos modelos *conceituais,* foi solicitado que os mesmos (*13* de *23*)[40] respondessem a um questionário com 4 perguntas abertas (APÊNDICE F). A partir dos dados obtidos por este instrumento de pesquisa, geraram-se respectivamente as Tabelas 17 e 18.

Tabela 17 – Opinião dos estudantes frente às mudanças de ideias na resolução de problemas matemáticos (março de 2013)

Estudantes que responderam ao questionário e realizaram os dois testes de sondagem	**Afirmam mudar constantemente de ideias (especialmente, opiniões) frente à resolução de problemas matemáticos**	**Afirmam não mudar constantemente de ideias (especialmente, opiniões) frente à resolução de problemas matemáticos**
13 estudantes	**2 estudantes**	**11 estudantes**

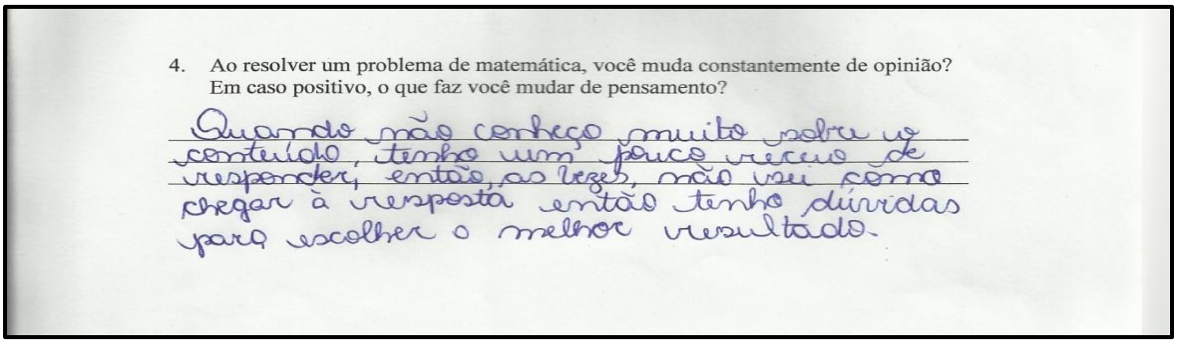
Fonte: do autor (março de 2013).

Observando a Tabela 17, nota-se quantitativamente a resistência dos estudantes em realizar mudanças constantes. Entretanto, de modo paradoxal, ao responder duas vezes os mesmos problemas constantes nos testes de sondagem (que foram aplicados no intervalo de *2* meses), boa parte deles alterou suas respostas iniciais (*56/69*, cerca de *81%*). Todavia, analisando algumas perguntas (FIGURAS 29 a 31) do questionário aplicado, percebeu-se, na realidade, que os estudantes investigados estão bem propensos a mudar de ideias (especialmente, opiniões), mas somente se isso for realizado com segurança e com pleno esclarecimento de seus pontos de vista.

---

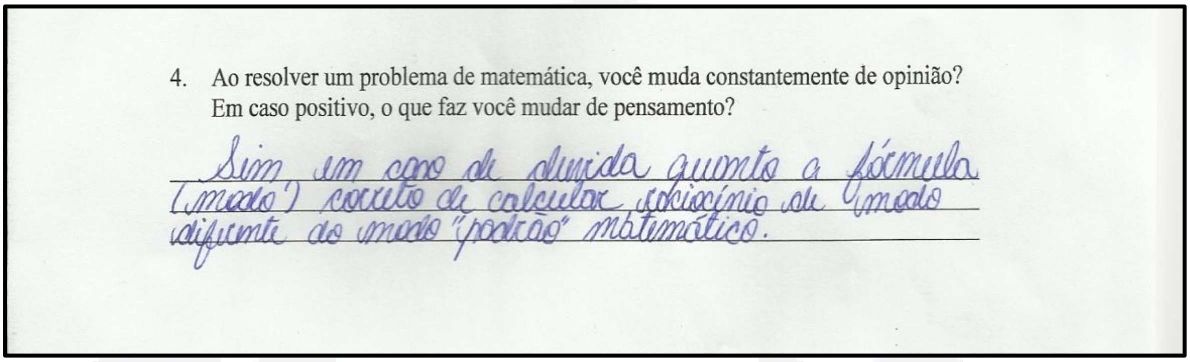
[39] Na visão do autor deste trabalho, o apego a *conhecimentos prévios* inadequados e a confiança em *concepções alternativas* conduzem comumente os estudantes na direção de resultados divergentes dos conceitualmente estabelecidos e formalmente sistematizados dentro de dada área cientifica ou matemática.

[40] Quando o questionário foi aplicado (em março de 2013), estavam presentes apenas *13* dos *23* estudantes participantes da pesquisa. Todos da Turma 201.


4. Ao resolver um problema de matemática, você muda constantemente de opinião?
Em caso positivo, o que faz você mudar de pensamento?

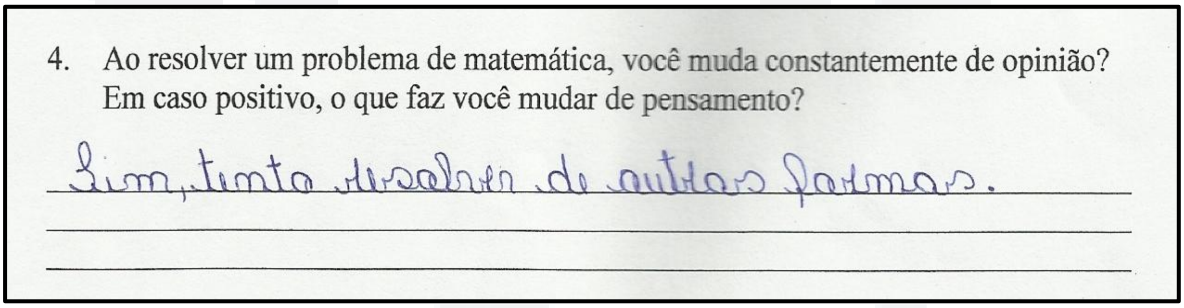
Quando não conheço muito sobre o conteúdo, tenho um pouco receio de responder, então, as vezes, não sei como chegar à resposta então tenho dúvidas para escolher o melhor resultado.

Figura 29 – Resposta do Estudante 8 à 4ª pergunta do questionário proposto. Fonte: do autor.


4. Ao resolver um problema de matemática, você muda constantemente de opinião?
Em caso positivo, o que faz você mudar de pensamento?

Sim, em caso de dúvida quanto a fórmula (modo) correto de calcular raciocínio de modo diferente do modo "padrão" matemático.

Figura 30 – Resposta do Estudante 20 à 4ª pergunta do questionário proposto. Fonte: do autor.


4. Ao resolver um problema de matemática, você muda constantemente de opinião?
Em caso positivo, o que faz você mudar de pensamento?

Sim, tento resolver de outras formas.

Figura 31 – Resposta do Estudante 3 à 4ª pergunta do questionário proposto. Fonte: do autor.

Considerando os estudantes investigados, quando eles não possuem segurança e domínio dos "novos assuntos" a serem tratados, passam a confiar em seus *conhecimentos prévios* e em suas *concepções alternativas*, o que poderá levá-los a construir *modelos mentais* inadequados e, por conseguinte, raciocinar de modo inconsistente, com vistas à obtenção de possíveis resultados divergentes dos conceitualmente esperados.

Na Tabela 18, foi traçado um perfil (com relação ao que os estudantes acharam mais "fácil", "difícil" e "surpreendente") acerca das resoluções dos problemas propostos nos testes de sondagem. Observe o leitor, que os resultados fortalecem alguns pensamentos anteriores.

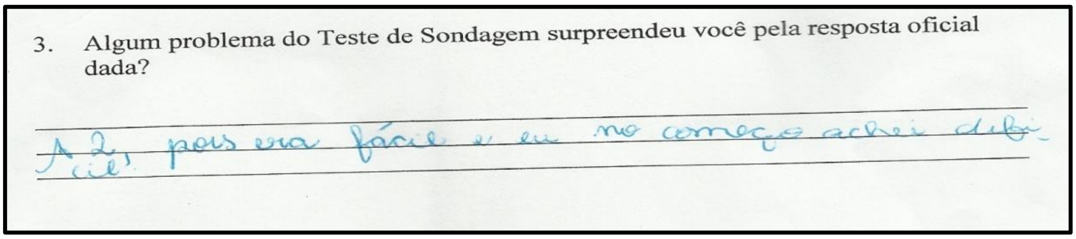
Tabela 18 – Opinião dos estudantes sobre as "facilidades", "dificuldades" e "surpresas" na resolução dos problemas propostos nos testes.

Problemas dos Testes	Problema sem Ilustrações			Problema com Ilustrações	
	P1	P2	P3	P4	P5
Mais Fácil	7	2	3	1	1
Mais Difícil	1	2	0	6	5
Mais "surpreendente"	1	5	1	3	3

Fonte: do autor (março de 2013).

Notavelmente, a concepção desse grupo de *13* estudantes (da Turma 201) aponta os problemas aditivos como os mais fáceis de resolver (Problemas 1 e 3); os mais difíceis pertencentes ao grupo com ilustrações (no caso Problemas 4 e 5); e o Problema 2 (multiplicativo) como o mais "surpreendente" pela resposta oficial dada. Lembre-se que, no Teste 1 da Turma 201 (vide TABELA 3; GRÁFICO 4), as questões que menos sofreram descartes foram os problemas aditivos 1 e 3 (considerados fáceis de resolver pelos estudantes – possivelmente devido a natureza aditiva das questões); os problemas com maior descarte e divergência de resultados foram os 4 e 5 do grupo com ilustrações (considerados difíceis de resolver pelos estudantes – possivelmente devido a dificuldade de se construir *modelos mentais* mais abstratos (e adequados) que sirvam para solucionar conceitualmente o problema); e por fim, de resposta mais "surpreendente" foi eleito o Problema 2, cujo aumento de compatibilidade de resultados do Teste 1 para o Teste 2 (vide TABELAS 9 e 12; GRÁFICOS 10 e 13) foi o maior dentre os outros problemas apresentados nos testes.

Com efeito, a surpresa dos estudantes concerne a facilidade de resolução do Problema 2 no Teste 2 (no início do Teste 1 eles acharam a questão difícil), conforme atesta a declaração exposta na Figura 32:



3. Algum problema do Teste de Sondagem surpreendeu você pela resposta oficial dada?

A 2, pois era fácil e eu no começo achei difí-cil.

Figura 32 – Resposta do Estudante 11 à 3ª pergunta do questionário proposto. Fonte: do autor.

De toda a análise e exposição de dados feita até agora, é claramente perceptível a influência do *conhecimento prévio* e das *concepções alternativas* (dos estudantes investigados) nas resoluções de problemas combinatórios fundamentais, especialmente aqueles propostos e executados nos dois Testes de Sondagem. Ressalta-se que, nas entrevistas (APÊNDICES G e I) concedidas por estas duas professoras de Matemática[41], percebeu-se o reconhecimento destas docentes em relação à importância do *conhecimento prévio* dos estudantes para a instrução fornecida em sala de aula, conforme se pode verificar nos seguintes comentários (extraídos das entrevistas):

> ***Como a professora acompanha e avalia os estudantes?***
>
> ***Professora 1:*** *Além do trabalho avaliativo... eu sempre avalio também a participação do estudante... na hora que eu estou apresentando... questiono... se ele contribui... acho que a avaliação vai decorrente a aprendizagem dele, né... porque o estudante às vezes não é só na escrita que ele consegue expor as ideias dele... ele muitas vezes... ele tem um...* ***tem ideias que ele traz consigo*** *que consegue (...).*
>
> ***Quais são as facilidades e obstáculos à aprendizagem que a professora nota nas aulas?***
>
> ***Professora 2:*** *Olha... facilidade quando... quando o estudante às vezes já trabalha com alguma noção de medida... quando o seu trabalho envolve também a parte de matemática de cálculo* ***até a experiência que ele tem... que ele pode trazer pra dentro da sala de aula.*** *Dificuldade acontece principalmente para aqueles estudantes que já vem com certa ah, defasagem lá do Ensino Fundamental ou que tiveram problemas de aprendizagem no ensino da Matemática que... que precisaram de um acompanhamento com aulas de reforço e que agora precisam se virar sozinhos, porque já estão no Ensino Médio... existem dificuldades até com operações básicas... lá do Ensino Fundamental... tabuada... cálculos... raciocínio mental de... de cálculos orais, né... simples isso... já isso já complica... eu digo complica, porque o estudante demora um pouco mais pra poder raciocinar... enquanto o outro já está dando a resposta, aquele não conseguiu chegar ainda num certo estágio de definição.*

[41] Caso o leitor ainda não tenha consultado o Apêndice H e J, seria interessante fazê-lo agora, visto que estes textos trazem informações complementares sobre as práticas docentes e pedagógicas dessas duas professoras de Matemática.

Nos trechos de comentários passados, percebe-se o interesse das duas professoras de Matemática em aproveitar no que for possível a participação, o pensamento e as experiências matemáticas anteriores dos estudantes. Elas levam em consideração nas aulas as ideias e opiniões prévias dos estudantes, especialmente aquelas que podem facilitar e contribuir para o ensino e a aprendizagem de "novos" conhecimentos matemáticos.

Além dos comentários fornecidos acerca da importância do *conhecimento prévio* para o ensino e a aprendizagem, as docentes comentaram nas entrevistas sobre outro assunto muito importante para a Educação, que concerne ao uso (por professores e estudantes) das novas tecnologias da informação e comunicação (TICs). Mesmo diante do reconhecimento das dificuldades atuais de acesso dos estudantes as TICs, as professoras se mostraram a favor do uso dessas tecnologias para fins educacionais, mostrando-se, inclusive, otimistas com a possibilidade de aplicação didática desses novos recursos e instrumentos tecnológicos.

Com efeito, no presente trabalho, foi proposta e executada a criação de um *blog* educacional para a disciplina de Matemática da EEEMFV. Nele foi desenvolvida uma gincana Matemática, cujos resultados estão disponíveis em: <http://matematikalegal.wordpress.com/2012/12/18/resultado-da-gincana/>. Acesso em 05 de janeiro de 2014. Registra-se que, apesar de não se ter constatado virtualmente a colaboração das professoras de Matemática no *blog*, elas incentivaram (no laboratório de informática da EEEMFV) os estudantes a participarem da competição. De maneira que, foram obtidas certas resoluções no *blog* (via Internet) para os desafios de contagem lançados na gincana. As resoluções estão disponíveis em: <http://matematikalegal.wordpress.com/category/gincana/>. Acesso em: 05 de janeiro de 2014.

Participaram da competição *17* estudantes (dos *37* participantes totais da pesquisa). Durante *5* semanas (de 06 de novembro de 2012 a 14 de dezembro de 2012), foram lançados em média dois problemas fundamentais de contagem (totalizando *10* desafios). Por intermédio do *blog,* foram coletados dados que sinalizaram as dificuldades (em resolver problemas de contagem) da maioria dos estudantes participantes da gincana.

Basicamente, os estudantes forneceram soluções para os problemas 1, 2, 3 e 8. No Problema 1, registrou-se o oferecimento de *5* soluções (todas divergentes do resultado esperado); no Problema 2 e 3, registrou-se respectivamente apenas uma única solução (compatíveis com o resultado esperado); no Problema 8, constatou-se *3* soluções (todas divergentes do resultado esperado).

No total de *10* resoluções, verificaram-se *8* resultados divergentes (expressivamente *80%* de incompatibilidade) do conceitualmente esperado na resolução de problemas combinatórios. Observe o leitor, que os dois desafios solucionados pelos estudantes no *blog* tratavam-se de problemas multiplicativos.

Em observação direta em sala de aula, na Turma 202, constatou-se ênfase no emprego da regra multiplicativa na resolução de problemas combinatórios (conforme ocorre tradicionalmente no Ensino Médio). No dia da aula (10 de outubro de 2012)[42], compareceram precisamente *12* estudantes. A duração da aula foi de aproximadamente *45* minutos. Neste intervalo de tempo, os estudantes foram incentivados pela Professora 2 (por meio de diálogos) a resolverem problemas fundamentais de contagem, predominantemente de natureza multiplicativa.

Um dos problemas abordados era o de determinar o número de maneiras distintas de formar sequências de trios de cartas a partir de *4* cartas diferentes de um certo baralho. Note que a solução do problema em questão pode ser obtida pela seguinte operação: *4 x 3 x 2 = 24*. Entretanto, não tardou para que os estudantes oferecessem outros resultados divergentes, como, por exemplo, *81 (=3 x 3 x 3 x 3)* ou *64 = (4 x 4 x 4)*. No intento de esclarecer aos estudantes o porquê da resposta *24*, a Professora 2 sugeriu a execução de um “diagrama de árvore”[43], uma estratégia didática interessante, que certamente elucidou o entendimento dos estudantes frente ao problema combinatório proposto.

---

[42] De acordo com a Professora 2, as aulas de *Combinatória* na EEEMFV totalizaram suficientemente (em sala de aula) cerca de 490 minutos, distribuídos em 12 aulas de aproximadamente 45 minutos. Dentre estas aulas, foi permitida (em 10 de outubro de 2012) a observação direta de uma aula prática que tratava da resolução de problemas fundamentais de contagem.

[43] Um “Diagrama de Árvore” é um dispositivo que mostra todas as possibilidades de sequências que podem ser formadas com dados *elementos* de certos conjuntos. Mais explicações podem ser encontradas em HAZZAN (1977, p. 1-12).

Em relação à utilização de recursos didáticos, foi observado na aula o emprego de um quadro verde, giz e um livro. Possivelmente, não foram utilizados quaisquer recursos tecnológicos devido à curta duração da aula (aprox. *45* minutos).

Agora, antes de encerrar as análises dos resultados obtidos nesta pesquisa, serão expostos alguns estratagemas obtidos acerca da investigação que se empreendeu nos Anais das Olimpíadas Matemáticas da Univates (OMU). De um montante de *60* questões do Ensino Médio que foram lançadas pela OMU [*30* da 10ª a 12ª edição; e *30* (com foco no 2º Ano) da 13ª a 15ª edição], foram verificadas *8* concernentes à *Combinatória*. Observando-se as resoluções destas questões olímpicas propostas pela OMU (ANEXO I), percebeu-se (de modo qualitativo) o emprego de determinadas heurísticas e estratégias particulares de resolução de problemas combinatórios (sendo *b, d, f* e *g* abordadas didaticamente de modo diferencial) – as quais devido ao êxito logrado na competição – passam a ser detalhadas nas seguintes alíneas:

a) Uso de Tabelas (estratégia particular) – para organizar categorias de dados que servirão de base para a resolução de certos problemas de contagem (vide Problema 5 da 10ª edição da OMU);

b) Uso de Proposições Lógico-Matemáticas (estratégia particular) – para auxiliar o raciocínio combinatório na dedução de pensamentos adequados, com vistas a conclusões consistentes dentro da resolução de problemas de contagem (vide Problema 5 da 14ª edição da OMU);

c) Uso de Operações Fundamentais de Contagem (estratégia particular) – para simplificar e acelerar o procedimento de contagens de elementos de certos agrupamentos (vide Problema 9 da 11ª edição da OMU);

d) Uso de Linguagem Matemática (heurística) – para simplificar cálculos e precisar ideias na resolução de problemas, especialmente de natureza combinatória (vide o Problema 5 da 13ª edição da OMU; e o Problema 7 da 15ª edição da OMU);

e) Resolução de um Problema por Partes (heurística) – subdividir um problema complexo em problemas mais simples (vide Problema 5 da 14ª edição da OMU);

f) Observação de Padrões de Indução Matemática (heurística) – aplicada na resolução de problemas combinatórios para intuir resultados de contagem mais genéricos (vide Problema 4 da 12ª edição da OMU);

g) Resolução por Lista de Possibilidades (estratégia particular) – para contagem direta dos agrupamentos requeridos (vide Problema 10 da 10ª edição da OMU; vide Problema 2 da 12ª edição da OMU).

Observe o leitor, que todos os estratagemas apresentados aqui podem ser aplicados na resolução de diversos problemas, particularmente, de natureza combinatória. Conforme alerta Branca (1997, p. 10): "Precisamos estar conscientes de que os alunos que estão iniciando a vida escolar nesta década consumirão a maior parte de suas vidas produtivas resolvendo os problemas do século XXI".

6 CONCLUSÃO

No primeiro capítulo de desenvolvimento desta Dissertação (segunda parte desta obra), foi exposto o contexto da pesquisa, enfatizando-se os motivos que levaram à escolha do tema e da obra de Johnson-Laird (1983) como principal referencial teórico deste trabalho.

No segundo e terceiro capítulos (respectivamente terceira e quarta parte desta obra), foram traçados todo o aparato teórico e metodológico necessário para condução das análises dos dados obtidos na investigação. Ressalta-se que o trabalho investigativo (de natureza quali-quantitativa – com predominância qualitativa) contou fundamentalmente com instrumentos de investigação consagrados, como testes, questionários, entrevistas e observação direta em sala de aula.

No quarto capítulo (quinta parte desta obra), foram apresentados e discutidos os principais resultados obtidos na pesquisa. De um modo geral, a partir dos dados obtidos na pesquisa, deduziu-se uma notável resistência e dificuldades dos estudantes em construir adequadamente – a partir dos *modelos conceituais* introduzidos na Escola – novos conhecimentos e *raciocínios combinatórios* formais.

Na visão do autor deste trabalho, tal resistência e dificuldades dos estudantes estão essencialmente associadas a *conhecimentos prévios* inadequados e *concepções alternativas,* que comumente os conduzem na construção de conhecimentos e raciocínios divergentes dos admitidos no âmbito formal do Ensino das Ciências e Matemática.

Naturalmente, por outro lado, a própria cultura escolar e os *modelos conceituais* (e também mentais) que os professores trazem para a sala de aula podem contribuir para o quadro de resistência e dificuldades de aprendizagem dos estudantes. Observe o leitor, que o modo como os professores percebem e difundem o conhecimento – além dos mecanismos que orientam sua estrutura cognitiva – podem interferir no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes.

Uma das fontes vitais de referência (metodológica, teórica e pedagógica) para os professores é ainda o livro didático – conforme se verifica na entrevista concedida pela Professora 1 e 2 (APÊNDICES G e I). Assim sendo, boa parte da construção de *modelos conceituais* (e também mentais) por professores (e estudantes) são influenciados por tais livros. Provavelmente, por esse motivo, observa-se tradicionalmente na resolução de problemas combinatórios (Ensino Médio) demasiada ênfase no estudo e difusão de *modelos conceituais* que tratam de problemas de natureza multiplicativa e de certos agrupamentos especiais de elementos (isto é, arranjos, combinações e permutações), quando de bom alvitre seria trabalhar com diversos princípios e técnicas gerais de contagem.

No estudo aqui empreendido, mais precisamente no Problema 1 do Teste de Sondagem 2, verificou-se algumas soluções dos estudantes, onde a regra multiplicativa foi empregada inadequadamente em problemas de natureza aditiva, o que ocasionou considerável divergência de resultados (*6* de *9* estudantes aplicaram de modo impróprio a regra multiplicativa – ou seja, cerca de *67%*).

Uma possível solução para diminuir essas divergências de resultados (especialmente em relação aos conceitos científicos e matemáticos já estabelecidos) reside no lançamento de *modelos conceituais* mais didáticos e de um trabalho crítico e estrategicamente pedagógico a ser desenvolvido pelo professor junto aos estudantes, fazendo-os perceber que nem todo método, técnica ou pensamento podem ser empregados de forma indiscriminada para resolver problemas (especialmente, de contagem). Neste sentido, o uso de contraexemplos é uma dos recursos fundamentais de ensino e aprendizagem que devem ser empregados na Resolução de Problemas (em especial, de contagem) para mostrar quando não é possível empregar dado tipo de solução.

Com efeito, os resultados desta pesquisa sugerem que providências sejam tomadas no sentido de se conceber metodologias de ensino e aprendizagem que visem facilitar construções de *modelos mentais* adequados de estudo (especialmente combinatório). Neste sentido, apontam-se as seguintes sugestões, a saber:

a) Resolução de Problema a partir da Fixação de *Universos de Raciocínio* mais Limitados ou Amplos do que o estabelecido no Problema Original – tal procedimento visa investigar possibilidades de soluções diferentes que didaticamente facilitem o entendimento da resolução do problema originalmente proposto (obs.: deve-se atentar para supressão ou inclusão de elementos estranhos ao domínio original do problema);

b) Resolução de Problema a partir de *Universos de Raciocínios* Alter*nativos* – pretende-se atingir didaticamente com este procedimento a compreensão adequada da resolução de um problema a partir da investigação de suas formas impróprias de resolução.

No que tange o objetivo geral desta pesquisa (e principal resultado), ele foi atingido ao constatar no Ensino Médio (nas turmas de 2º Ano investigadas) que um dos principais fatores responsáveis (em potencial) pela divergência de resultados em problemas de contagem (em relação a dado valor conceitual) é a construção de *modelos mentais* inadequados (obtidos por meio de *conhecimentos prévios* e de *concepções alternativas*). Com relação às metas instrumentais deste trabalho (vide Introdução), acredita-se que foi atingido os seguintes resultados:

a) a compreensão das soluções oferecidas pelos estudantes [à luz da *Teoria de Modelos Mentais* de Johnson-Laird (1983)] para certos problemas fundamentais de contagem (atingido pelas análises de entrevistas com professores, testes e questionários com estudantes);

b) a apresentação de estratagemas diferenciados na resolução de problemas combinatórios, por meio do uso de proposições lógico-matemáticas, linguagem matemática, padrões de indução matemática e lista de possibilidades [atingido pela análise qualitativa de Provas do Ensino Médio da OMU (10ª à 15ª edição)].

No que diz respeito à criação de um *blog* educacional – que foi elaborado visando favorecer debates (sobre problemas matemáticos, em especial de contagem) entre as duas professoras de Matemática e as suas duas turmas de estudantes de 2º Ano (da EEEMFV), expõe-se o seguinte:

a) o *blog* não foi utilizado pelas Professoras 1 e 2 para quaisquer debates ou registros sobre a resolução de problemas combinatórios (apesar das docentes afirmarem apoio a iniciativa da construção educacional do *blog*). Com efeito, nesta parte não se cumpriu o objetivo específico almejado – que desvelaria as utilidades didáticas do *blog* e possivelmente um melhor uso educacional do mesmo.

b) devido às dificuldades de acesso a computadores e a Internet, verificou-se a participação na gincana matemática (via *blog*) de apenas *17* estudantes dos *37* participantes (voluntários) da pesquisa;

c) a influência do *blog* na pesquisa foi complementar, visto que, os dados obtidos por meio desse ambiente virtual serviram para completar alguns pensamentos e sinalizar dificuldades – da maioria dos estudantes participantes da gincana matemática – em resolver os problemas de contagem propostos na competição (APÊNDICE E) .

d) no total de *10* resoluções – postadas no *blog* para responder certos problemas fundamentais de contagem –, verificaram-se *8* resultados divergentes (expressivamente 80% de incompatibilidade) do conceitualmente esperado. Os dois desafios solucionados (de forma adequada) pelos estudantes, tratavam-se de problemas multiplicativos.

Após a exposição das metas e dos resultados deste trabalho, chegou o momento de encerrar esta obra, agradecendo a oportunidade de estudos e de pesquisa proporcionada pelo PPGECE. Que a investigação aqui realizada motive e provoque outros pesquisadores e professores interessados na matéria, e que estes possam levar adiante as ideias e propostas aqui lançadas.

Na Figura 33, encontra-se o conhecido diagrama de Gowin (1981) – que traz um esquema dos principais elementos de construção deste trabalho:

PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

FILOSOFIA:
Cognitivista (com enfoque Construtivista)

REFERENCIAL TEÓRICO:
Teoria de Modelos Mentais de Johnson-Laird (1983)

PALAVRAS-CHAVE:
Raciocínio Combinatório. Divergência de Resultados. Resolução de Problemas de Contagem. Modelos Mentais. Ensino de Matemática.

PROBLEMA DE PESQUISA

"Quais os principais fatores que podem influenciar e, assim, induzir o raciocínio combinatório dos estudantes de Ensino Médio para resultados divergentes dos esperados na resolução de problemas de contagem?"

METODOLOGIA E RESULTADOS

RELEVÂNCIA DOS RESULTADOS:
Implicações didáticas para o ensino básico da Combinatória e subsídios para abordagens diferenciadas no estudo de heurísticas e estratégias particulares de resolução de problemas fundamentais de contagem.

PRINCIPAIS RESULTADOS:
1) Confirmação da hipótese de pesquisa, ou seja, de que, destacadamente, construções de modelos mentais inadequados (obtidos a partir do conhecimento prévio ou por concepções alternativas) podem influenciar e, assim, induzir o raciocínio combinatório dos estudantes de Ensino Médio para resultados divergentes dos conceitualmente esperados na resolução de problemas de contagem.
2) Compreensão das soluções e das dificuldades apresentadas pelos estudantes [à luz da *Teoria de Modelos Mentais* de Johnson-Laird (1983)] para resolver certos problemas fundamentais de contagem.
3) Lançamento de abordagens diferenciadas para o ensino e aprendizagem de heurísticas e estratégias particulares de resolução de problemas fundamentais de contagem.

METODOLOGIA:
Análise quali-quantitativa (com predominância qualitativa) dos dados que foram obtidos no trabalho investigativo (note-se que, os dados foram categoricamente organizados por meio de tabelas e gráficos).

REGISTROS BÁSICOS:
Soluções propostas pelos estudantes de 2º Ano do Ensino Médio da EEEMFV a problemas fundamentais de contagem (coletados a partir de dois testes de sondagem, por meio de *blog* e por intermédio das soluções de questões encontradas nos Anais da OMU – 10ª a 15ª edição); questionários respondidos por esses estudantes sobre mudanças de ideias na resolução de problemas matemáticos e sobre as "facilidades", "dificuldades" e "surpresas" na resolução dos problemas propostos nos testes de sondagem; entrevistas realizadas com as duas professoras de Matemática (titulares das turmas de estudantes de 2º Ano investigadas) e questionários complementares preenchidos sobre suas atividades docentes e pedagógicas.

OBJETO DE ESTUDO:
Divergências de resultados apresentados por estudantes do Ensino Médio (especialmente, de duas turmas de 2º Ano da EEEMFV) na resolução de problemas combinatórios.

Figura 33 – Diagrama "V" desta Dissertação. Fonte: do autor.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, I. A. C; SANTOS, J; MEDEIROS, C. F. Uma busca de analogias entre as representações mentais e as representações no espaço bidimensional dos modelos geométricos. **Revista Educação Gráfica**, Bauru, n. 4, p. 31-41, 2000.

BEGLE, Edward G. **Critical Variables in Mathematics Educacion**. Washington, D. C.: Mathematical Association of America e National Council of Teachers of Mathematics, 1979.

BERGAMINI, David. **As Matemáticas.** Tradução de José Gurjão Neto. Rio de Janeiro: Livraria José Olympio Editora, 1965. (Biblioteca Científica LIFE).

BOYER, Carl B. **História da Matemática.** Tradução de Elza F. Gomide e revista por Uta C. Merzbach. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRANCA, Nicholas A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução: Hygino H. Domingues; Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 4-12.

CHEMIN, B. F. **Manual da Univates para trabalhos acadêmicos**: planejamento, elaboração e apresentação. 2 ed. Lajeado: Univates, 2012. E-book. Disponível em: < http://www.univates.br/media/manual/Manual_2012_57782.pdf>. Acesso em: 24 de julho de 2013.

COMENIUS, J. A. **Didática Magna**. Tradução e Notas de Joaquim Ferreira Gomes. 4 ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, [s.d.].

DANTE, L. Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. São Paulo: Ática, 2009.

DECRETO-LEI Estadual nº 10.642, da Criação do Município de Fazenda Vilanova, de 28 de dezembro de 1995. Acervo do Município de Fazenda Vilanova.

DEMO, Pedro. **Educação Hoje:** “Novas” Tecnologias, Pressões e Oportunidades. São Paulo**:** Atlas, 2009.

DOWNES, S. Educational Blogging. **Educause Review**, v. 39, n. 5, p. 14-26, setembro/outubro 2004.

DUFFY, P.; BRUNS, A. **The Use of Blogs, Wikis and RSS in Education**: A Conversation of Possibilities. In Proceedings Online Learning and Teaching Conference, 2006, p. 31-38, Brisbane. Disponível em: < http://eprints.qut.edu.au/5398/1/5398.pdf>. Acesso em: 10 de dezembro de 2013.

ECHEVERRÍA, Maria Del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. In: POZO, Juan Ignacio (org.). **A solução de problemas:** Aprender a resolver, resolver para aprender. Traduzido por Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ENCONTRO NACIONAL DE ENSINO DE QUÍMICA (ENEQ), 15, 2010, Brasília. **Anais eletrônicos...** Brasília: SBQ, 2010. *On-line.* Disponível em: <http://www.xveneq2010.unb.br/editorial.htm >. Acesso em: 24 de julho de 2013.

ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM ENSINO DE CIÊNCIAS (ENPEC), 7, 2009, Florianópolis. **Anais eletrônicos...** Florianópolis: ABRAPEC, 2009. *On-line.* Disponível em: < http://posgrad.fae.ufmg.br/posgrad/viienpec/ >. Acesso em: 24 de julho de 2013.

ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA (EPEF), 11, 2008, Curitiba. **Anais eletrônicos...** Curitiba: SBF, 2008. *On-line.* Disponível em: <http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/epef/xi/atas/trabalhos.htm >. Acesso em: 24 de julho de 2013.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 9, 2007, Belo Horizonte. **Anais eletrônicos...** Belo Horizonte: SBEM, 2007. *On-line.* Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/apresentacao.html>. Acesso em: 24 de julho de 2013.

EUREKA! **A Revista das Olimpíadas Brasileiras de Matemática.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, n. 26, p. 7, 2007.

EVES, Howard. **História da Geometria.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual Editora, 1994. (Série: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula, vol.3).

EYSENCK, Michael, W.; KEANE, Mark T. **Cognitive psychology:** a student’s handbook. Hove, U. K., Lawrence Erlbaum, 1990.

FARIAS, Jovani, **Fazenda Vilanova sua história**. Lajeado, Univates, 2012.

FERRARI , Márcio. **B. F. Skinner, O cientista do comportamento e do aprendizado**. São Paulo, Editora Abril,2013. *On-line*.

Disponível em: < http://revistaescola.abril.com.br/historia/pratica-pedagogica/skinner-428143.shtml >. Acesso em: 17 de novembro de 2013.

FRITSCH, Rosângela; VITELLI, Ricardo; ROCHA, Cleonice Silveira. **Defasagem Idade-Série em escolas Estaduais de Ensino Médio do RS**. 2013. In: XXVI Simpósio Brasileiro de Política e Administração da Educação.
On-line. Disponível em:
<http://www.anpae.org.br/simposio26/1comunicacoes/RosangelaFritsch-ComunicacaoOral-int.pdf> Acesso em: 02 de agosto de 2013.

FUNDAÇÃO DE ECONOMIA E ESTATÍSTICA (FEE), **Resumo Estatístico** – Municípios – Fazenda Vilanova, 2011. Disponível em:
<http://www.fee.tche.br/sitefee/pt/content/resumo/pg_municipios_detalhe.php?municipio=Fazenda+Vilanova >. Acesso em: 25 de julho de 2013.

GARCIA, Isabel Krey. **Dificuldades dos estudantes na aprendizagem da Lei de Gauss em nível de Física Geral à luz da Teoria dos Modelos Mentais de Johnson-Laird**, Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000.

GOWIN, D. D. **Educating**. Ithaca: Cornell University Press, 1981.

HAETINGER, Claus et al. (org.) **Olimpíadas Matemáticas do Centro Universitário UNIVATES:** questões e melhores soluções da 6 a 13 ed. Curitiba: Editora CRV, 2012.

HAZZAN, Samuel. **Fundamentos da Matemática Elementar:** *c*ombinatória e probabilidade. São Paulo: Atual, 1977, v.5.

HEFEZ, Abramo. **Indução Matemática**, 2009. *On-line*.
Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/Apostila4-Inducao.pdf>. Acesso em: 13 de outubro de 2013.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos, **Fundamentos da Matemática Elementar:** *c*onjuntos e funções. São Paulo: Atual, 1985, v.1.

INFORMATIVO DO VALE, **Fazenda Vilanova recebe R$ 500 Mil para investir em escola.** 2012. *On-line*. Disponível em:
<http://www.informativo.com.br/site/noticia/visualizar/id/26709/?Fazenda_Vilanova_recebe_R_500_mil_para_investir_em_escola.html>. Acesso em: 10 de agosto de 2013

JOHNSON-LAIRD, Philip, N. **Mental Models.** Cambridge, M. A.: Harvard University Press, 1983.

LANKSHEAR, Colin; KNOBEL, Michele. **Pesquisa Pedagógica:** do projeto à implementação. Tradução de Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LIMA, Elon Lages, **Meu Professor de Matemática e outras histórias**. 3 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2000. (Coleção do Professor de Matemática, nº4).

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César, **A Matemática do Ensino Médio.** Rio de Janeiro: SBM, 2003, v.1(Coleção do Professor de Matemática, n. 13).

MEYER, Paul L. **Probabilidade:** aplicações à estatística. Tradução de Ruy de C. B. Lourenço Filho, 2 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos (LTC), 1983.

MORAES, M. C. O paradigma educacional emergente: implicações na formação do professor e nas práticas pedagógicas. In: **Em Aberto.** Brasília: INEP, ano 16, n.70, abril/junho 1996.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MORGADO, A. C. et al. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM, 1991. (Coleção do Professor de Matemática, n. 02).

NASCIMENTO, Lucidalva Pereira do; KEMPA, Sydney Roberto. A Evasão e/ou abandono de jovens do Ensino Médio Noturno de uma Escola Pública do Litoral do Paraná.2008.In: **O Professor PDE e os desafios da Escola Pública Paranaense.** 2008.Vol. 1 *On-line*. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2008_fafipar_ped_artigo_lucidalva_pereira_do_nascimento.pdf >. Acesso em: 31 de julho de 2013.

NOVA ESCOLA. Falta fundamentação didática no ensino da Matemática. São Paulo, Editora Abril, 2007 (Janeiro/Fevereiro).*On-line*. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/fundamentacao-didatica-ensino-matematica-428262.shtml >. Acesso em: 03 de agosto de 2013.

NORMAN, D. A. **Some observations on mental models**. In: GENTNER, D., STEVENS, A. L. (Eds.) Mental Models. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1983, p. 6-14.

OLIMPÍADA MATEMÁTICA DA UNIVATES (OMU),10 ed. 2007,Lajeado. **Anais eletrônicos...** Lajeado: UNIVATES, 2007. CD-ROM

OLIMPÍADA MATEMÁTICA DA UNIVATES (OMU),11ª, 2008, Lajeado. **Anais eletrônicos...** Lajeado: UNIVATES, 2008. CD-ROM

OLIMPÍADA MATEMÁTICA DA UNIVATES (OMU),12ª, 2009, Lajeado. **Anais eletrônicos...** Lajeado: UNIVATES, 2009. CD-ROM

OLIMPÍADA MATEMÁTICA DA UNIVATES (OMU),13ª, 2010, Lajeado. **Anais eletrônicos...** Lajeado: UNIVATES, 2010. CD-ROM

OLIMPÍADA MATEMÁTICA DA UNIVATES (OMU),14ª, 2011, Lajeado. **Anais eletrônicos...** Lajeado: UNIVATES, 2011. CD-ROM

OLIMPÍADA MATEMÁTICA DA UNIVATES (OMU),15ª, 2012, Lajeado. **Anais eletrônicos...** Lajeado: UNIVATES, 2012. CD-ROM

OLIVEIRA, J. B. A. **Tecnologia Educacional:** teorias da instrução**.** 2 ed. Petrópolis, Vozes, 1973.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** Trad.: Hygino H. Domingues; Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p.1-3.

ROGERS, C. R. **Freedom to learn.** Columbus, Ohio, Charles E. Merril,1969.

SAMPIERE, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, P.B. **Metodologia de Pesquisa.** Tradução: Fátima Conceição Murad; Melissa Kassner; Sheila Clara Dystyler Ladeira. 3 ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

SANTOS, Josenildo dos; ALMEIDA, Iolanda Andrade C.; CORREIA, Ana Magda A. Interpretando a geometria euclidiana através do estudo de telhados. In: XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. **Anais...** Espanha, INGEGRAF Santander, 2002.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL. **Censo Escolar**, 2012. *On-line*. Disponível em: <http://www.educacao.rs.gov.br/dados/estatisticas_taxa_rend_ens_medio_2012.pdf> Acesso em: 31 de julho de 2013

SILVERMAN, D. **Interpretação de dados qualitativos:** métodos para análise de entrevistas, textos e interações. 3 ed. Porto Alegre: Artmed Bookman, 2009.

STANFORD ENCYCLOPEDIA OF PHILOSOPHY. **Behaviorism.** 2010. *On-line*. Disponível em: < http://plato.stanford.edu/entries/behaviorism/#7 >.
Acesso em: 31 de julho de 2013.

STENHOUSE, L. **An introduction to curriculum research and development.** Londres: Heinemann, 1975.

VEGA, M. de et al. Representations of visuospatial cognition: a discussion. In:______**Models of visuospatial cognition**. Oxford: Oxford University Press, 1996, p.198-226.

APÊNDICE A – Atividades Executadas na EEEMFV

Etapas	Atividade	Objetivos
1	Apresentação do Projeto de Pesquisa (as duas profa. de Matemática do 2º Ano) **(setembro de 2012)**	Mostrar as duas professoras de Matemática as atividades previstas e os trabalhos investigativos a serem desenvolvidos nas duas turmas de 2º Ano da EEEMFV.
2	Apresentação do *blog Matematikalegal* (as duas profa. de Matemática do 2º Ano) **(outubro de 2012)**	Instigar as duas professoras das turmas investigadas para a utilização didática e instrucional de blog.
3	Entrevistas e aplicação de questionários (as duas profa. de Matemática do 2º Ano) **(outubro de 2012)**	Conhecer o perfil dessas duas professoras e suas práticas docentes e pedagógicas. Coletar opiniões gerais sobre a aprendizagem das turmas de estudantes de 2º Ano investigadas.
4	Apresentação do Projeto de Pesquisa e *blog Matematikalegal* (aos estudantes do 2º Ano) **(outubro de 2012)**	Mostrar aos estudantes as atividades que serão desenvolvidas dentro da pesquisa. Incentivar os estudantes na utilização de *blogs* educacionais. Despertar nos estudantes o interesse para a resolução de problemas combinatórios. Organizar a Gincana Matemática por meio do *blog Matematikalegal.*
	Aplicação do Teste de Sondagem 1 (aos estudantes do 2º Ano) **(outubro de 2012)**	Instigar os estudantes a resolver Problemas Combinatórios Fundamentais. Investigar, por meio desse primeiro teste, as concepções combinatórias prévias e alternativas dos estudantes.
5	Observações diretas em sala de aula (2º ano - Turma 202) **(outubro de 2012)**	Conhecer em sala de aula a prática pedagógica das professoras de Matemática do 2º Ano e o comportamento apresentado pelos estudantes frente à resolução de problemas combinatórios.
6	Aplicação do Teste de Sondagem 2 (aos estudantes do 2º Ano) **(dezembro de 2012)**	Investigar, por meio das respostas fornecidas neste segundo teste, a construção do conhecimento e do raciocínio combinatório básico dos estudantes de 2º Ano – frente ao estudo formal introduzido pelas aulas de combinatória na Escola.
7	Apresentação dos resultados da “gincana matemática” **(dezembro de 2012)**	Informar, por intermédio do *blog Matematikalegal*, os resultados da competição matemática que foi empreendida.
8	Aplicação de Questionários aos estudantes de 2º Ano das turmas investigadas **(março de 2013)**	Conhecer a opinião dos estudantes sobre mudanças de ideias na resolução de problemas matemáticos e sobre a “facilidade”, “dificuldade” e “surpresa” na resolução dos problemas dos testes.

APÊNDICE B – Teste de Sondagem 1

Nome: ____

Série _______ **Turma** ______

Obs.: Devem ser resolvidas três questões do teste: escolha duas questões entre as três primeiras perguntas (de 1 a 3); após feito isso, escolha a quarta ou quinta questão para resolver.

01. Suponha que vamos planejar uma viagem e devamos escolher entre o transporte por ônibus ou por trem. Se existirem três rodovias e duas ferrovias, quantos caminhos disponíveis existirão para a viagem?

RESOLUÇÃO:

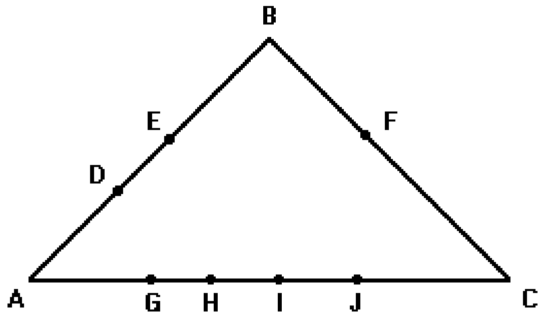
02. Um "Shopping Center" possui 4 portas de entrada para o andar térreo, 5 escadas rolantes ligando o térreo ao primeiro pavimento e 3 elevadores que conduzem do primeiro para o segundo pavimento. De quantas maneiras diferentes uma pessoa, partindo de fora do "Shopping Center" pode atingir o segundo pavimento usando os acessos mencionados?

RESOLUÇÃO:

03. Numa confeitaria há 5 sabores de picolés e 3 sabores de salgados. Suponha que Maria só tenha permissão para tomar um picolé ou comer um salgado. Quantos são os possíveis pedidos que Maria pode fazer?

RESOLUÇÃO:

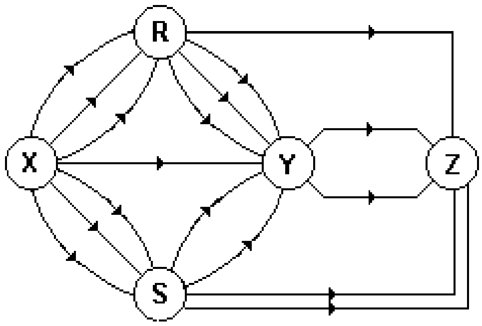
04. Observe a figura:



Nessa figura, o número de triângulos que se obtém com vértices nos pontos D, E, F, G, H, I, J é

RESOLUÇÃO:

05. Observe o diagrama.



O número de ligações distintas entre X e Z é

RESOLUÇÃO:

APÊNDICE C – Teste de Sondagem 2

Nome: ____

Série _______ **Turma** ______

01. Suponha que vamos planejar uma viagem e devamos escolher entre o transporte por ônibus ou por trem. Se existirem três rodovias e duas ferrovias, quantos caminhos disponíveis existirão para a viagem?

RESOLUÇÃO:

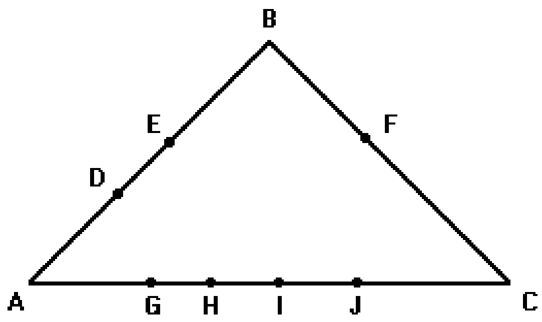
02. Um "Shopping Center" possui 4 portas de entrada para o andar térreo, 5 escadas rolantes ligando o térreo ao primeiro pavimento e 3 elevadores que conduzem do primeiro para o segundo pavimento. De quantas maneiras diferentes uma pessoa, partindo de fora do "Shopping Center" pode atingir o segundo pavimento usando os acessos mencionados?

RESOLUÇÃO:

03. Numa confeitaria há 5 sabores de picolés e 3 sabores de salgados. Suponha que Maria só tenha permissão para tomar um picolé ou comer um salgado. Quantos são os possíveis pedidos que Maria pode fazer?

RESOLUÇÃO:

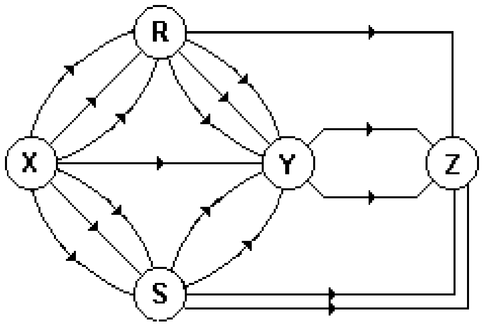
04. Observe a figura:



Nessa figura, o número de triângulos que se obtém com vértices nos pontos D, E, F, G, H, I, J é

RESOLUÇÃO:

05. Observe o diagrama.



O número de ligações distintas entre X e Z é

RESOLUÇÃO:

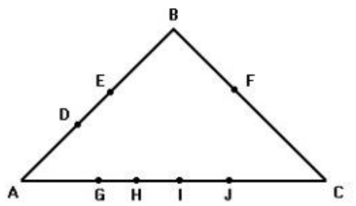
APÊNDICE D – Respostas das Questões dos Testes de Sondagem

01. Suponha que vamos planejar uma viagem e devamos **escolher entre o transporte por ônibus ou por trem**. Se existirem **três rodovias e duas ferrovia**s, quantos caminhos disponíveis existirão para a viagem?
Resp.: 3 + 2 =5 caminhos.

02. Um "Shopping Center" possui **4 portas de entrada** para o andar térreo, **5 escadas rolantes** ligando o térreo ao primeiro pavimento e **3 elevadores** que conduzem do primeiro para o segundo pavimento. De quantas maneiras diferentes uma pessoa, partindo de fora do "Shopping Center" pode atingir o segundo pavimento usando os acessos mencionados?
Resp.: 4 x 5 x 3 = 60 maneiras distintas.

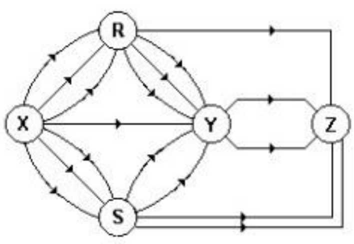
03. Numa confeitaria há **5 sabores de picolés e 3 sabores de salgados.** Suponha que Maria só tenha **permissão para tomar um picolé ou comer um salgado.** Quantos são os possíveis pedidos que Maria pode fazer?
Resp.: 5 + 3 = 8 possíveis pedidos.

04. Observe a figura:



Nessa figura, o número de triângulos que se obtém com vértices nos pontos D, E, F, G, H, I, J é … **Resp.: 31 triângulos.**

05. Observe o diagrama.



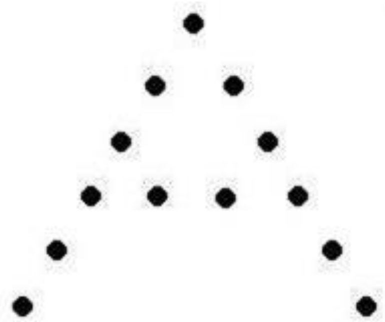
O número de ligações distintas entre X e Z é… **Resp.: 41 ligações.**

APÊNDICE E – Desafios para a Gincana Matemática (publicados no blog)

Desafio1

Publicado em novembro 6, 2012 por eeemfv

1) Existem n triângulos distintos com os vértices nos pontos da figura. Qual é o valor de n?



Publicado em Gincana | 7 Comentários

Desafio 2

Publicado em novembro 7, 2012por eeemfv

2)Um cofre possui um disco marcado com os dígitos 0, 1, 2, 3, …, 9. O segredo do cofre é formado por uma seqüência de 3 dígitos. Se uma pessoa tentar abrir o cofre, quantas tentativas deverá fazer (no máximo) para conseguir abri-lo?. (Suponha que a pessoa sabe que o segredo é formado por dígitos distintos).

Publicado em Gincana | 2 Comentários

Desafio 3

Publicado em novembro 9, 2012por eeemfv

3) Um indivíduo possui 3 pares de sapatos, 5 pares de meias, 4 calças, 5 camisas e 3 paletós. De quantas maneiras pode sair à rua vestindo trajes completos?

Publicado em Gincana | 2 Comentários

Desafio 4

Publicado em novembro 11, 2012por eeemfv

4)Um trem é composto de uma locomotiva mais 6 vagões distintos, dentre os quais, um é o restaurante. Considerando que a locomotiva vai à frente e o vagão restaurante não imediatamente atrás da locomotiva, pergunta-se: qual o número de modos diferentes de montar a composição.

Publicado em Gincana | 1 Comentário

Desafio 5

Publicado em novembro 13, 2012por eeemfv

5) Durante a Copa do Mundo, que foi disputada por 24 países, as tampinhas de Coca-Cola traziam palpites sobre os países que se classificariam nos três primeiros lugares (por exemplo: 1º lugar, Brasil; 2º lugar, Nigéria; 3º lugar, Holanda). Se, em cada tampinha, os três países são distintos, quantas tampinhas diferentes poderiam existir?

Publicado em Gincana | 1 Comentário

Desafio 6

Publicado em novembro 16, 2012por eeemfv

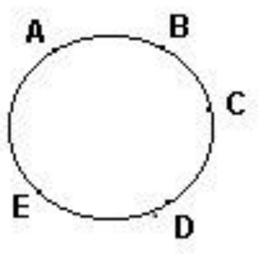
6) No Congresso Nacional, uma comissão de 5 membros será formada a partir de 8 senadores e 6 deputados, sendo que pelo menos um deputado deverá pertencer à comissão. Vamos calcular o número de comissões que poderão ser assim formadas.

Publicado em Gincana | 1 Comentário

Desafio 7

Publicado em novembro 22, 2012por eeemfv

7) Quantos triângulos ficam determinados pelos pontos distintos *A, B, C, D, E*, da circunferência abaixo:



Publicado em Gincana | 1 Comentário

Desafio 8

Publicado em novembro 27, 2012por eeemfv

8)Em uma biblioteca existem 8 portas. Calcule o número de modos dessa biblioteca estar aberta?

Publicado em Gincana | 4 Comentários

Desafio 9

Publicado em dezembro 9, 2012por eeemfv

9) Existem três caixas idênticas e separadas umas das outras. Dentro de cada uma dessas caixas existem duas caixas menores, e dentro de cada uma dessas caixas menores outras seis caixas menores ainda. Separando-se todas essas caixas, tem-se um total de caixas igual a ?

Publicado em Gincana | 1 Comentário

Desafio 10

Publicado em dezembro 11, 2012por eeemfv

10) Numa confeitaria há 5 sabores de picolés e 3 sabores de salgados. Suponha que Maria só tenha permissão para **tomar um picolé e comer um salgado.** Quantos são os possíveis pedidos que Maria pode fazer?

Publicado em Gincana | 1 Comentário

Respostas Conceitualmente Esperadas:

01. 242
02. 720
03. 900
04. 600
05. 12.144
06. 1.946
07. 10
08. 255
09. 45
10. 15

APÊNDICE F – Questionário Aplicado aos Estudantes

Centro Universitário UNIVATES
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas
Mestrando: Roberto Stenio
Orientador: Prof. Dr. Claus Haetinger

QUESTIONÁRIO

Nome Completo:

1. Qual questão do Teste de Sondagem você achou mais fácil?

___
___
___

2. Qual questão do Teste de Sondagem você achou mais difícil?

___
___
___

3. Algum problema do Teste de Sondagem surpreendeu você pela resposta oficial dada?

___
___
___

4. Ao resolver um problema de matemática, você muda constantemente de opinião? Em caso positivo, o que faz você mudar de pensamento?

___
___
___

APÊNDICE G – Transcrição da Entrevista Professora 1

Roberto Stenio:

– Iniciando a primeira entrevista... bom... eu vou perguntar aqui a professora... a gente tem uma coleção aqui de 13 questões... a primeira questão vai ser a seguinte... **Quais são as práticas e recursos que a professora utiliza para ensinar?**

Professora 1:

– Bom... além do livro didático... eu costumo usar também que nem o data show... com vídeos assim que a gente procura no youtube... tem bastante coisa referente a matemática... que a gente consegue aproveitar... pros estudantes assim visualizarem e ter uma ideia um pouco melhor... acho que é mais isso... TV, DVD'S né... depende se tem algum filme relacionado a matemática... seria mais isso.

Roberto Stenio:

– Tá ... e **como é que é feito o planejamento das aulas?**

Professora 1:

– Bom... como aqui são duas turmas... do segundo ano... então eu muitas vezes sento com uma outra professora... que também trabalha... pra nós podermos assim planejar... as aulas... trabalhando o mesmo conteúdo né... pra não ficar... eu gosto muito de planejar olhando vários livros assim quando eu pego um conteúdo... acho que é mais isso.

Roberto Stenio: É:: **Quais os referenciais teóricos adotados?**

Professora 1:

– Livros?

Roberto Stenio:

– Sim... exemplo... autores... livros!

Professora 1:

– Bom... o que eu uso na... o livro didático deles é da Juliane Barroso... que é o livro que eles tão usando em sala e assim eu uso... outros também como Dante... tem mais livros que a gente usa... que é A Conquista da Matemática... assim na hora não lembro autores... mas ah:: o livro.

Roberto Stenio:

– E ah:: professora... **Qual é a sua concepção sobre aprendizagem?**

Professora 1:

– Em que sentido assim...

Roberto Stenio:

– Ah:: o quê que a senhora acha sobre o aprender?

Professora 1:

– Olha... eu acho que o aprender matemática é muito importante na vida de qualquer pessoa né... porque... até porque tem muita coisa que tu consegue assim pelo raciocínio lógico... na hora que o estudante se deparar com algum problema ele pode só lembrar de uma aula que ele teve e vai conseguir ter um raciocínio mais fácil ou mais...

Roberto Stenio:

– Ah:: **Quais as facilidades e obstáculos à aprendizagem que a professora nota nas aulas? As facilidades e obstáculos...**

Professora 1:

– Os estudantes têm... a minha turma ali ela é bem diversificada... tu vai reparar assim também... têm uns estudantes que aprendem com muita facilidade e uns não... as dificuldades eu acho que é nos negativos... positivos... números né... sentem muita... as vezes quando chega num positivo... menos... aí eles ficam.

Roberto Stenio:

– Aparecem as dificuldades...

Professora 1:

– E na hora da ... reduzir termos semelhantes... tem coisas as vezes que ficam mais...

Roberto Stenio:

– **Como a professora acompanha e avalia os estudantes?**

Professora 1:

– Além do trabalho avaliativo... eu sempre avalio também a participação do estudante... na hora que eu estou apresentando... questiono... se ele contribui... acho que a avaliação vai decorrente a aprendizagem dele, né... porque o estudante às vezes não é só na escrita que ele consegue expor as ideias dele... ele muitas vezes... ele tem um... **tem ideias que ele traz consigo** que consegue

Roberto Stenio:

– **Qual sua relação com os estudantes?**

Professora 1:

– A minha relação é muito boa com eles... até porque eu sou a conselheira da turma... também dessa turma que... mas eu tenho uma relação muito boa assim... com eles.

Roberto Stenio:

– **Como a professora enxerga a turma?**

Professora 1:

– Como eu disse antes... já de maneira bem diversificada... eles são bem... bem diferentes mesmo... que nem a gente tem estudantes que são ... que conseguem acompanhar assim facilmente... tem outros que tem que ficar repetindo e voltando... mas:

Roberto Stenio:

– **E do seu ponto de vista, como a turma lhe enxerga?**

Professora 1:

– Olha... eu sempre digo que eles me veem como uma... não sei se eu posso usar esse termo assim né... porque assim... como amiga sim... me veem como professora... acho que eles tem esse respeito...

Roberto Stenio:

– Uma pessoa que pode contar sempre...

Professora 1:

– É uma pessoa que eles confiam... eu acredito que sim.

Roberto Stenio:

– **Em sua opinião, como os estudantes aprendem?**

Professora 1:

– Os estudantes aprendem... as vezes eu digo copiando... manuseando... visualizando... que é quando eles conseguem manusear alguma coisa... acho que eles tem uma... mas ainda é copiando um pouco e lendo e interpretando aquilo que copiou.

Roberto Stenio:

– **Considerando as Aulas de Matemática, de que forma a professora pretende introduzir a Combinatória e lidar com os possíveis resultados divergentes que podem ser obtidos por seus estudantes ao resolverem problemas de contagem?**

Professora 1:

– Bom como eu falei... é a primeira vez que eu vou trabalhar análise combinatória com a turma de segundo ano ... mas: como análise combinatória já envolve problema de contagem... então eu não elaborei ainda a minha aula ... mas eu tava assim planejando... como o quê que envolve análise combinatória... é quantas maneiras quantas possibilidades... quantas fileiras... então eu pensei em usar algo que eles pudessem visualizar ... tipo eu posso fazer com frutas ... posso fazer com bolinhas... é tipo aquilo... eu vou fazer um joguinho né... uma bolinha amarela... uma bolinha vermelha... uma bolinha branca... quantas maneiras eu posso tentar e por uma coisa que eles consigam visualizar e talvez manusear também né.

Roberto Stenio:

– **Qual a sua opinião prévia sobre a utilização de *blog* como estratégia didática e pedagógica no ensino de matemática?**

Professora 1:

– Como o mundo hoje ta sempre mais... é... como é que eu vou dizer... o auge da informática né ... tem muitos estudantes que tem acesso e eu acredito que vai facilitar bastante ... **o problema é os que não conseguem ter esse acesso né...** gostariam de fazer e acompanhar também... talvez não vão conseguir ... mas é uma ideia muito boa e com certeza eu acho que... **um dia vai se encaminhar isso.**

Roberto Stenio:

– E por fim professora... eu lhe pergunto... em sua opinião... **quais são os principais fatores que podem influenciar o raciocínio combinatório e que, em razão disso, podem levar o pensamento dos estudantes de nível médio a resultados divergentes dos esperados pelos professores na resolução de problemas de contagem?**

Professora 1:

– Pois é... já que eu não trabalhei ainda eu não tem uma... vou ficar meio na expectativa né... mas eu acredito que tu mostrando... que nem se tu faz aquela... posso fazer com filas... tantas cadeiras e tantos estudantes... quantas possibilidades eu tenho de formar filas diferentes... eu acho que se o estudante visualizar e acompanhar... eu acho que consegue ter um bom... uma boa aprendizagem e conseguir depois juntar nos outros problemas de contagem também né.

Roberto Stenio:

– Tá... então assim... essas seriam as nossas perguntas de hoje, obrigado professora.

Professora 1:

– Não sei se eu contribui muito.

Roberto Stenio:

– Sim claro... enfim... vamos encerrar agora a nossa primeira entrevista.

APÊNDICE H – Informações Básicas sobre Professora 1

Centro Universitário UNIVATES
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas
Pesquisa Pedagógica: informações básicas – docentes
Mestrando: Roberto Stenio
Orientador: Prof. Dr. Claus Haetinger

Dados Solicitados:

01. Nome:
Professora 1

02. Formação (ano):
Ciências Exatas, com habilitação integrada em Física, Matemática e Química, Licenciatura 2009.

03. Formação Continuada:
Curso de Capacitação para professores de Ensino Médio.

04. Área de Atuação:
Química = 1º,2º e 3º do E.M.
Física = 2º do E.M.
Matemática = 2º do E.M.

05. Tempo de experiência no magistério?
(comente por escolas, disciplinas e séries)
Atuo desde 2010, na Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova nas turmas e disciplinas citadas acima.

06. Exercício de outra profissão, atividade ou função?
(comente em caso positivo)
Auxiliar de Escritório.

07. Escola(s) e carga horária semanal?
E.E.E.M. Fazenda Vilanova 19 h.

08. O que mais marcou você na docência e quais seus projetos profissionais futuros?
Convite para ser paraninfa da turma do 3º ano. Meu projeto é continuar nessa profissão, pois me sinto privilegiada em ser professora, por lidar diretamente com a formação humana de meus estudantes.

09. O que você diria a você mesmo se você fosse o seu estudante?
Diria o pensamento que uso como inspiração “Não seja empurrado pelos seus problemas, mas sim conduzido pelos seus sonhos”.

APÊNDICE I – Transcrição da Entrevista Professora 2

Roberto Stenio:

– Iniciando agora a segunda entrevista.... Temos aqui novamente a relação com 13 questões e vamos começar pela... pela primeira. Professora... **quais são as práticas e recursos que a professora utiliza para ensinar?**

Professora 2:

– Eu utilizo a parte... utilizo software de matemática relacionado ao conteúdo... levo os estudantes também pro laboratório de informática... também pra trabalhar com software lá ou pra... pra trabalhar alguma atividade de jogo que tem na internet e também utilizo a sala de aula como prática de exercícios e explicações... além disso quando a gente também trabalha um determinado conteúdo que dá pra realizar alguma medida no ambiente externo... como a parte da trigonometria que eu trabalhei o astrolábio... depois eu trabalhei a inclinação de... da... das elevações aqui das rampas... pra eles calcularem e descobrirem primeiro por estimativa e depois pelo cálculo o grau que tinha em cada rampa... a gente também fez essa atividade na prática.

Roberto Stenio:

– **E como é que é feito o planejamento das aulas?**

Professora 2:

– Eu trabalho... eu pego pra planejar vários livros didáticos... além de pesquisar na internet também... de outros assuntos... outras... outros softwares ou jogos pertinentes ao assunto ou atividades diferenciadas... e aí faço o planejamento relacionando sempre a parte da teoria com a parte prática pra que o estudante consiga entender melhor o conteúdo.

Roberto Stenio:

– E **quais os referenciais teóricos adotados?** Assim... por exemplo... livros são utilizados? alguns autores? nesse sentido assim... que a professora utiliza.

Professora 2:

– Eu utilizo ah:: eu utilizo variados... eu utilizo Dante, Katia Smole... ah:: livros da Editora Moderna... da Editora Scipione... são variados... assim... eu não consigo me recordar todos os autores.

Roberto Stenio:

– E **qual é a sua concepção sobre aprendizagem?**

Professora 2:

– Aprendizagem eu acho que se dá no momento que o estudante consegue... o momento que ele entendeu... que ele consegue interagir... **onde ele também coloca o seu ponto de vista... o seu entendimento sobre determinado assunto** e consegue participar com a troca de informações... eu acho que daí aconteceu a aprendizagem... caso contrário a situação ainda não se efetuou.

Roberto Stenio:

– E **quais são as facilidades e obstáculos à aprendizagem que a professora nota nas aulas?**

Professora 2:

– Facilidades?

Roberto Stenio:

– É as facilidades...

Professora 2:

– Facilidades e dificuldades...

Roberto Stenio:

– Isso.

Professora 2:

– Olha... facilidade quando... quando o estudante às vezes já trabalha com alguma noção de medida... quando o seu trabalho envolve também a parte de matemática de cálculo **até a experiência que ele tem...que ele pode trazer pra dentro da sala de aula.** Dificuldade acontece principalmente para aqueles estudantes que já vem com certa ah, defasagem lá do Ensino Fundamental ou que tiveram problemas de aprendizagem no ensino da Matemática que... que precisaram de um acompanhamento com aulas de reforço e que agora precisam se virar sozinhos porque já estão no Ensino Médio... existem dificuldades até com operações básicas... lá do Ensino Fundamental... tabuada... cálculos... raciocínio mental de... de cálculos orais né... simples isso... já isso já complica... eu digo complica porque o estudante demora um pouco mais pra poder raciocinar... enquanto o outro já está dando a resposta aquele não conseguiu chegar ainda num certo estágio de definição.

Roberto Stenio:

– E **como a professora acompanha e avalia os estudantes?**

Professora 2:

– Ah:: Através de... do acompanhamento de extra-atividades que são desenvolvidas através de trabalhos que relatem alguma experiência que foi feita ou alguma atividade que foi ah:: utilizada por meio do... da atividade prática ou através do software ou através de uma aplicação de exercício a partir do que foi trabalhado em aula através de avaliações que podem ser individuais ou em dupla... com o uso de calculadora... sem o uso de calculadora... as atividades avaliativas eu tento variar... fazendo... um tipo né... de cada... pra que o estudante também não trabalhe sempre sozinho.

Roberto Stenio:

– **Qual sua relação com os estudantes?**

Professora 2:

– Acho que a gente tem uma relação bastante aberta... sempre peço pra que eles ah:: comuniquem quando eles não conseguem entender o conteúdo... que eles falem... que eles perguntem... e eu tento acompanhar e andar... ir até o estudante pra também verificar se ele tá realizando as atividades ou se ele tá com alguma dificuldade pra poder receber então a explicação.

Roberto Stenio:

– **Como a professora enxerga a turma?**

Professora 2:

– É uma turma... essa turma aqui... 202... que eu aplico matemática é uma turma pequena e é uma turma que tem um... uma... um bom relacionamento comigo e tem uma boa aceitação pela disciplina de matemática... apesar de que alguns estudantes apresentam dificuldades... mas não são obstáculos que não podem ser desvendados no decorrer da... da disciplina.

Roberto Stenio:

– **Do seu ponto de vista, como a turma lhe enxerga?**

Professora 2:

– É difícil isso... eu acho que eles me enxergam como uma professora ah:: que cobra muito que é ah:: preocupada em ensinar e que não desperdiça o tempo em nenhum minuto... acho que é isso... que eles me enxergam assim... como uma pessoa “caxias” (risos).

Roberto Stenio:

– **Em sua opinião, como os estudantes aprendem?**

Professora 2:

– Quando eles conseguem transmitir ao colega o que foi ensinado.

Roberto Stenio:

– **Considerando as Aulas de Matemática, de que forma a professora pretende introduzir a Combinatória e lidar com os possíveis resultados divergentes que podem ser obtidos por seus estudantes ao resolverem problemas de contagem?**

Professora 2:

– Eu pretendo introduzir esse conteúdo justamente com alguma situação problema... além daquela que o... que o estagiário também vai propor... mas eu também já tinha pensado em... em começar o conteúdo com uma atividade... com um problema em que fosse resolvido ah:: não individualmente... mas eu ia propor o trabalho pra turma toda... pra gente... pra eles resolverem... depois pra gente colocar então a resolução e a troca de conhecimentos no quadro... pra se chegar num conteúdo que é a análise combinatória e depois ir pra teoria pra parte da introdução.

Roberto Stenio:

– **Qual a sua opinião prévia sobre a utilização de *blog* como estratégia didática e pedagógica no ensino de matemática?**

Professora 2:

– Eu acho que é uma atividade incentivadora porque os recursos tecnológicos estão aí... todos os nossos estudantes... praticamente... **se não tem acesso eles vão em busca do acesso... eles gostam né...** ah:: se eles... eu acho que é um instrumento que iria facilitar e um instrumento também inovador pro ensino da matemática

Roberto Stenio:

– Em sua opinião, **quais são os principais fatores que podem influenciar o raciocínio combinatório e que, em razão disso, podem levar o pensamento dos estudantes de nível médio a resultados divergentes dos esperados pelos professores na resolução de problemas de contagem?**

Professora 2:

– **Eu acho que o fator principal aí é a parte da interpretação... porque o estudante precisa interpretar o problema pra poder resolver e o estudante que tem dificuldade na parte interpretativa... vai ter dificuldade na parte de resolver o problema** e de estar expressando o cálculo... o procedimento pra resolver o problema... e chegar num resultado correto... acho que essa é a parte mais... mais complexa da parte da combinatória... o estudante precisa ler pra poder entender o que está sendo solicitado

Roberto Stenio:

– Tá ok... Professora muito obrigado pela sua entrevista... encerramos aqui... Obrigado.

APÊNDICE J – Informações Básicas sobre Professora 2

Centro Universitário UNIVATES
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas
Pesquisa Pedagógica: informações básicas – docentes
Mestrando: Roberto Stenio
Orientador: Prof. Dr. Claus Haetinger

Dados Solicitados:

01. Nome:
Professora 2

02. Formação (ano):
Licenciatura 2002. Pós-graduação 2005.

03. Formação Continuada:
Cursos na área da educação: seminários, encontros relacionados à aprendizagem e ensino da matemática.
Curso que frequento atualmente: uso de recursos computacionais no ensino dos anos finais, área matemática.

04. Área de Atuação:
Matemática.

05. Tempo de experiência no magistério?
(comente por escolas, disciplinas e séries)
E.M.E.F. Edgar da R. Cardoso = 11 anos, matemática, 6º ano a 9º ano, e 4º ano (currículo por atividades).
E.E.E.M. Fazenda Vilanova = 5 anos, matemática, 1º ano a 3º ano do ensino médio.
Atuo com professora desde 1997.
De 1997 a 2001 atuava nas séries iniciais.

06. Exercício de outra profissão, atividade ou função?
(comente em caso positivo)

07. Escola(s) e carga horária semanal?
E.E.E.M. Fazenda Vilanova = 20h E.M.E.F. Edgar da Rosa Cardoso = 25 h.

08. O que mais marcou você na docência e quais seus projetos profissionais futuros?
Descobrir que estou na profissão certa, devido a realização pessoal ao ensinar.
Projetos: Continuar me aperfeiçoando através de cursos ou estudos no ensino da matemática.

09. O que você diria a você mesmo se você fosse o seu estudante?
Sucesso e perseverança e acima de tudo continue sendo a professora dedicada, gostando de sua profissão.

Apêndice K – Respostas da Turma 201 para o Teste 1

2º ANO Turma 201 Estudantes	Respostas fornecidas pelos estudantes ao Teste de Sondagem 1				
	Problema 1	**Problema 2**	**Problema 3**	**Problema 4**	**Problema 5**
1	5		8	9	
2	5		8		5
3	5		1	4	
4	5		8		18
5	3 ou 2	2		5	17
6		12	1	inválido	
7		12	1		5
8	8	60		18	
9	5	60		10	
10	5	1		6	
11	2		1		4
12	5	12	8	6	10
13	1		1	8	∅
14	5	12			17
15	5		1		7
16	3 ou 2	12		6	
17	2		1		3
18	8		2	15	
19	5		2		3
20	5	20	15	21	
21	8	1		5	
22	5	1			7
Resultados esperados	5	60	8	31	41

Legenda

	Problema sem Ilustração
	Problema com Ilustração
inválido	Resposta com entrada inválida de dados
	Problema descartado pelo estudante no Teste 1 (sem entrada) e feito no Teste 2
	Nova resposta fornecida pelo estudante (em relação ao Teste 1)
∅	Problema sem solução (na visão do estudante)
Em Branco	Resposta em branco (sem entrada)
	Resposta divergente do resultado esperado
	Resposta compatível com o resultado esperado
	Resposta com entrada válida de dados
	Estudante que realizou os dois testes e cumpriu com as orientações dos mesmos

Apêndice L – Respostas da Turma 201 para o Teste 2

2º ANO Turma 201 Estudantes	Respostas fornecidas pelos estudantes ao Teste de Sondagem 2				
	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5
1	6	35	8	50	34
2	6	60	8	31	216
3	6	60	8	35	72
4	6	60	8	21	112
5	6	60	8	Em Branco	Em branco
6	6	60	8	22	72
7	6	60	8	22	72
8	6	60	8	22	72
9	6	60	8	31	56
10	6	60	8	22	72
11	6	60	8	22	72
12	3	60	2	9	2
13	2	60	15	9	6
14	6	60	2	6	17
15	2	60	2	9	72
16	6	60	8	31	216
17	4	61	15	8	6
18					
19					
20	Não realizaram o Teste de Sondagem 2				
21					
22					
Resultados esperados	5	60	8	31	41

Legenda

	Problema sem Ilustração
	Problema com Ilustração
inválido	Resposta com entrada inválida de dados
	Problema descartado pelo estudante no Teste 1 (sem entrada) e feito no Teste 2
	Nova resposta fornecida pelo estudante (em relação ao Teste 1)
∅	Problema sem solução (na visão do estudante)
Em Branco	Resposta em branco (sem entrada)
	Resposta divergente do resultado esperado
	Resposta compatível com o resultado esperado
	Resposta com entrada válida de dados
	Estudante que realizou os dois testes e cumpriu com as orientações dos mesmos

Apêndice M – Divergência e Compatibilidade no Teste 1 –Turma 201

2º ANO Turma 201 Estudantes	Respostas compatíveis e divergentes do esperado no Teste 1				
	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5
1	5		8	9	
2	5		8		5
3	5		1	4	
4	5		8		18
5	3 ou 2	2		5	17
6		12	1	inválido	
7		12	1		5
8	8	60		18	
9	5	60		10	
10	5	1		6	
11	2		1		4
12	5	12	8	6	10
13	1		1	8	∅
14	5	12			17
15	5		1		7
16	3 ou 2	12		6	
17	2		1		3
18	8		2	15	
19	5		2		3
20	5	20	15	21	
21	8	1		5	
22	5	1			7
Resultados esperados	5	60	8	31	41

Legenda

	Problema sem Ilustração
	Problema com Ilustração
inválido	Resposta com entrada inválida de dados
	Problema descartado pelo estudante no Teste 1 (sem entrada) e feito no Teste 2
	Nova resposta fornecida pelo estudante (em relação ao Teste 1)
∅	Problema sem solução (na visão do estudante)
Em Branco	Resposta em branco (sem entrada)
	Resposta divergente do resultado esperado
	Resposta compatível com o resultado esperado
	Resposta com entrada válida de dados
	Estudante que realizou os dois testes e cumpriu com as orientações dos mesmos

Apêndice N – Divergência e Compatibilidade no Teste 2 –Turma 201

2º ANO Turma 201 Estudantes	Respostas compatíveis e divergentes do esperado no Teste 2				
	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5
1	6	35	8	50	34
2	6	60	8	31	216
3	6	60	8	35	72
4	6	60	8	21	112
5	6	60	8	Em Branco	Em branco
6	6	60	8	22	72
7	6	60	8	22	72
8	6	60	8	22	72
9	6	60	8	31	56
10	6	60	8	22	72
11	6	60	8	22	72
12	3	60	2	9	2
13	2	60	15	9	6
14	6	60	2	6	17
15	2	60	2	9	72
16	6	60	8	31	216
17	4	61	15	8	6
18	Não realizaram o Teste de Sondagem 2				
19					
20					
21					
22					
Resultados esperados	5	60	8	31	41

Legenda

	Problema sem Ilustração
	Problema com Ilustração
inválido	Resposta com entrada inválida de dados
	Problema descartado pelo estudante no Teste 1 (sem entrada) e feito no Teste 2
	Nova resposta fornecida pelo estudante (em relação ao Teste 1)
∅	Problema sem solução (na visão do estudante)
Em Branco	Resposta em branco (sem entrada)
	Resposta divergente do resultado esperado
	Resposta compatível com o resultado esperado
	Resposta com entrada válida de dados
	Estudante que realizou os dois testes e cumpriu com as orientações dos mesmos

Apêndice O – Respostas da Turma 202 para o Teste 1

2º ANO Turma 202 Estudantes	Respostas fornecidas pelos estudantes ao Teste de Sondagem 1				
	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5
23	8	3		4	
24	5	8			7 e 8
25	5		1	4	
26	5		1	4	
27	5		5	4	
28	5		15	5	
29	5	7			2
30	5	1		6	
31	5	3	Em Branco	Em Branco	Em Branco
32	5		inválido	4	
33	5		1	10	
34	5		15	2	
35	Não realizou o Teste de Sondagem 1				
Resultados esperados	5	60	8	31	41

Legenda

	Problema sem Ilustração
	Problema com Ilustração
inválido	Resposta com entrada inválida de dados
	Problema descartado pelo estudante no Teste 1 (sem entrada) e feito no Teste 2
	Nova resposta fornecida pelo estudante (em relação ao Teste 1)
∅	Problema sem solução (na visão do estudante)
Em Branco	Resposta em branco (sem entrada)
	Resposta divergente do resultado esperado
	Resposta compatível com o resultado esperado
	Resposta com entrada válida de dados
	Estudante que realizou os dois testes e cumpriu com as orientações dos mesmos

Apêndice P – Respostas da Turma 202 para o Teste 2

2ºANO Turma 202 Estudantes	Respostas fornecidas pelos estudantes ao Teste de Sondagem 2				
	Problema 1	**Problema 2**	**Problema 3**	**Problema 4**	**Problema 5**
23	5	3	8	15	1
24	6	150	126	15	18
25	5	12	8	10	2
26	5	3	8	15	1
27	5	12	15	6	14
28	5	12	8	10	2
29	120	12	Em Branco	21	9
30	10	20	8	7	Em Branco
31	Não realizaram o Teste de Sondagem 2				
32					
33					
34	5	12	8	10	2
35	120	12	8	21	9
Resultados esperados	5	60	8	31	41

Legenda

	Problema sem Ilustração
	Problema com Ilustração
inválido	Resposta com entrada inválida de dados
	Problema descartado pelo estudante no Teste 1 (sem entrada) e feito no Teste 2
	Nova resposta fornecida pelo estudante (em relação ao Teste 1)
∅	Problema sem solução (na visão do estudante)
Em Branco	Resposta em branco (sem entrada)
	Resposta divergente do resultado esperado
	Resposta compatível com o resultado esperado
	Resposta com entrada válida de dados
	Estudante que realizou os dois testes e cumpriu com as orientações dos mesmos

Apêndice Q – Divergência e Compatibilidade no Teste 1 –Turma 202

2ºANO Turma 202 Estudantes	Respostas compatíveis e divergentes do esperado no Teste 1				
	Problema 1	**Problema 2**	**Problema 3**	**Problema 4**	**Problema 5**
23	8	3		4	
24	5	8			7 e 8
25	5		1	4	
26	5		1	4	
27	5		5	4	
28	5		15	5	
29	5	7			2
30	5	1		6	
31	5	3	Em Branco	Em Branco	Em Branco
32	5	inválido		4	
33	5		1	10	
34	5		15	2	
35	Não realizou o Teste de Sondagem 1				
Resultados esperados	5	60	8	31	41

Legenda

	Problema sem Ilustração
	Problema com Ilustração
inválido	Resposta com entrada inválida de dados
	Problema descartado pelo estudante no Teste 1 (sem entrada) e feito no Teste 2
	Nova resposta fornecida pelo estudante (em relação ao Teste 1)
∅	Problema sem solução (na visão do estudante)
Em Branco	Resposta em branco (sem entrada)
	Resposta divergente do resultado esperado
	Resposta compatível com o resultado esperado
	Resposta com entrada válida de dados
	Estudante que realizou os dois testes e cumpriu com as orientações dos mesmos

Apêndice R – Divergência e Compatibilidade do Teste 2 –Turma 202

2ºANO Turma 202 Estudantes	Respostas compatíveis e divergentes do esperado no Teste 2				
	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5
23	5	3	8	15	1
24	6	150	126	15	18
25	5	12	8	10	2
26	5	3	8	15	1
27	5	12	15	6	14
28	5	12	8	10	2
29	120	12	Em Branco	21	9
30	10	20	8	7	Em Branco
31	Não realizaram o Teste de Sondagem 2				
32					
33					
34	5	12	8	10	2
35	120	12	8	21	9
Resultados esperados	5	60	8	31	41

Legenda

	Problema sem Ilustração
	Problema com Ilustração
inválido	Resposta com entrada inválida de dados
	Problema descartado pelo estudante no Teste 1 (sem entrada) e feito no Teste 2
	Nova resposta fornecida pelo estudante (em relação ao Teste 1)
∅	Problema sem solução (na visão do estudante)
Em Branco	Resposta em branco (sem entrada)
	Resposta divergente do resultado esperado
	Resposta compatível com o resultado esperado
	Resposta com entrada válida de dados
	Estudante que realizou os dois testes e cumpriu com as orientações dos mesmos

ANEXO A – Cópia do Ofício nº180 / Propex / Univates

UNIVATES
CENTRO UNIVERSITÁRIO

Ofício nº 180/PROPEX/UNIVATES

Lajeado/RS, 04 de junho de 2012

Senhor Diretora

Apresentamos o mestrando **ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO DE ALBUQUERQUE** regularmente matriculado no Programa de Pós-Graduação *stricto sensu* - **Mestrado em Ensino de Ciências Exatas** (PPGECE), reconhecido pelo Parecer CES 138/2008 e Portaria MEC nº. 1.140/2008 ambas publicadas no D.O.U. em 11/09/2008, Seção 01, pág. 31 e promovido pela Pró-Reitoria de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação do Centro Universitário UNIVATES, que requer permissão para desenvolver nessa escola, atividades de observação relacionadas com a elaboração de sua dissertação, que está sendo orientada pelo professor Dr. Claus Haetinger, importante etapa de integração teórica e prática, prevista na proposta pedagógica do programa.

Esperando contar com seu apoio e de seus colaboradores, agradecemos a acolhida dispensada ao aluno.

Atenciosamente

Claus Haetinger
Pró-Reitor de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação

Marlise Heemann Grassi
Coordenadora do Mestrado em Ensino de Ciências Exatas

Senhora Diretora
Claisse Bilhar
Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova
Fazenda Vilanova, RS
/AD

Rua Avelino Tallini, 171 - Cx. Postal 155 - Bairro Universitário - Lajeado - RS - CEP 95900-000
Fone/Fax: (51) 3714-7000 - Ligação Gratuita: 0800-7070809 - http://www.univates.br - E-mail: campus@univates.br

ANEXO B – Cópia da Autorização da Escola para Prática Investigativa

EEEM Fazenda Vilanova 2002 Ensino Médio

Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

Decreto de Criação nº 41.913 de 03/12/2002
Autorização de Funcionamento – Parecer nº 261/2003 de 07/03/2003
Av. Rio Grande do Sul, s/n - Bairro Centro
Telefone: 3613-1292 e-mail: fazendavilanova@gmail.com
95.875-000 - FAZENDA VILANOVA - RS

AUTORIZAÇÃO

Eu, CLAISSE DE OLIVEIRA BILHAR, diretora da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, situada à Av. Rio Grande do Sul, s/n, Centro, autorizo a realização da prática investigativa "UMA INVESTIGAÇÃO NO ENSINO MÉDIO SOBRE O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO E A DIVERGÊNCIA DE RESULTADOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONTAGEM" a ser realizada pelo mestrando ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO DE ALBUQUERQUE, nesta Escola, com as turmas 201 e 202, compostas por 47 alunos, regidas pelas professoras [redacted], no 2º semestre de 2012.

Fazenda Vilanova, 13 de junho de 2012.

CLAISSE DE OLIVEIRA BILHAR
Diretora

Claisse de O. Bilhar
Id. Func.: 1776622/01
Diretora.

[redacted]
Professora Titular da Turma 201

[redacted]
Titular da Turma 202

ANEXO C – Cópia do Primeiro PPP da EEEMFV (fls. 3-7)

1 . Apresentação

"Um sonhador é aquele que só encontrou seu caminho sob o luar e que, como punição, percebe a aurora antes dos outros."
Oscar Wilde

Entre o desejo que considera ideal e a sua materialização, há muitas vezes, um longo caminho a percorrer.

É com esse pensamento que iniciamos a construção do Projeto Político Pedagógico da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, do município de Fazenda Vilanova. Após a emancipação, constatou-se a dificuldade que os alunos encontravam para, continuar seus estudos, precisando, para isso, deslocar-se para outros municípios vizinhos. Foi a partir daí que brotou o desejo de instalar no município, uma Escola de Ensino Médio.

Assim nesse momento, antes de completar um ano de funcionamento, a escola demonstra o desejo de ter o seu próprio Projeto Político Pedagógico, definindo objetivos e fins para a educação escolar, expressando as diretrizes do processo ensino aprendizagem. Esse Projeto tem como referência a realidade dos alunos, dos professores e da comunidade, as expectativas e possibilidades concretas, é a própria organização das práticas pedagógicas da escola embasadas numa concepção de conhecimento e teoria de aprendizagens que as orientam.

Esse desejo precisa ser estimulado e despertado, porque é preciso ensinar o desejo de desejar, desejar o melhor, desejar a mais, sobretudo desejar de outra forma (Abensour, 1990. Pg 145)

Despertar a faculdade de desejar, de sonhar é despertar o indivíduo, o cidadão, o sujeito primeiro de qualquer processo educacional que se intitule humano. Só assim é possível compreender o processo educacional, pois todos os modelos de desenvolvimento educacional, são mistérios a desvendar, enquanto tais, estimulantes à imaginação. Mistério a descobrir. Enigma a desvendar, a enfrentar, a pluralizar, a partilhar, a trocar, a viver e a pensar em comum. (Abensour, 1990, pg 167.)

Com esse projeto queremos consolidar as vivências, onde se estabeleçam relações sociais que privilegiem a construção, a transformação do conhecimento, através do diálogo, do questionamento, da socialização de idéias, contribuindo para que acontece a autonomia e a democracia, princípios básicos para a cidadania.

2 . Realidade Situacional

A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, de Fazenda Vilanova foi criada e designada pelo Decreto nº 41913 de 3º de dezembro de 2002, face ao parecer do CEED nº 1063/2002 e pela Portaria nº 39 de 21 de fevereiro de 2003, foi assim denominada. O parecer nº 261/2003 de 7 de março de 2003 credencia a Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova e autoriza o funcionamento do Ensino Médio nessa Escola.

Iniciamos nossas atividades em 13 de março de 2003, com a designação da professora Neuza Inez Fell para diretora da Escola. No dia 17 de março, foi realizada uma reunião com um grupo de professores, Claisse de Oliveira Bilhar, Adriane Kist Kipper e Noeli Reis Junqueira, que iniciaram os trabalhos com os alunos, até a 3ª Coordenadoria de Educação designar os demais professores para completar o quadro de pessoal. No dia 18 iniciamos as aulas e a partir de então, todos os dias, em todas as oportunidades, discutimos, questionamos e estruturamos essa nova Escola.

A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, foi criada com uma parceria entre o Estado do Rio Grande do Sul e a Prefeitura Municipal de Fazenda Vilanova. Sendo o primeiro responsável pela nomeação ou contratação dos professores, repasse da autonomia financeira e suporte técnico e pedagógico e o segundo pelo prédio, incluindo laboratórios, biblioteca e equipamento.

A Escola funciona nos turnos da tarde e noite, no prédio da Escola Municipal de Ensino Fundamental Edgar da Rosa Cardoso, na Avenida Rio Grande do Sul, s/nº, no centro do município.

Embora a Escola esteja localizada em zona urbana, somente um professor do grupo, não depende de transporte para se deslocar até a Escola. Atualmente, dois professores vêm do município de Lajeado, um de Estrela, dois de Bom Retiro do Sul e os outros três são do próprio município, porém dependem de condução própria para chegarem até a Escola.

Os alunos provêm na sua maioria do próprio município, além de atender também estudantes do município de Paverama, Taquari, Bom Retiro do Sul e Estrela.

A primeira matrícula ficou assim distribuída:

⇒ 1º ano turma 101 - 38 alunos
⇒ 1º ano turma 102 – 40 alunos
⇒ 2º ano turma 201 – 35 alunos
⇒ 3º ano turma 301 – 13 alunos.

O corpo docente, que atende os alunos da Escola Estadual de ensino Médio Fazenda Vilanova, é formado por 9 professores, com a seguinte formação e vínculo de trabalho:

⇒ Neuza Inez Fell - Graduação em Física/ Esp. Formação do Professor de Matemática – nomeada
⇒ Claisse de Oliveira Bilhar – Graduação em Pedagogia – nomeada
⇒ Noeli Reis Junqueira – Graduação em Português - ampliação de jornada – nomeada
⇒ Adriane Kist Kipper – Graduação em História – nomeada
⇒ Mari Angela Meinke – Graduação em Física – ampliação de jornada – nomeada
⇒ Marcia Cardoso Anschau – Graduação em Educação Física – ampliação de jornada – nomeada
⇒ Débora Kunz Ruppenthal – Graduação em Química – cursando – contrato emergencial
⇒ Ana Cristina Petry – Graduação em matemática – contrato emergencial
⇒ Cristiane Portella – Graduação em Português/Inglês – cursando – contrato emergencial

3 . Filosofia

A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, tem por filosofia: "**Aprender para transformar**".

A partir dessa filosofia queremos que a Escola seja um espaço sócio-cultural da comunidade, formadora de cidadãos críticos e transformadores da sociedade, capazes de interagir com o meio onde vivem, ampliando os conhecimentos, desenvolvendo a solidariedade e o comprometimento com uma sociedade mais justa e humana.

4. Diagnóstico

A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, instalada em março de 2003, tem como missão contribuir para a formação integral do aluno, nos campos cultural, técnico e científico e humanístico.

As atividades e experiências que estão acontecendo visam despertar a vocação, estimulam a escolha profissional, desenvolvem a capacidade de convivência solidária, de compromissos com a ética, com o respeito ao próximo, são caminhos indispensáveis para a construção de uma sociedade mais justa, humana e solidária.

A boa integração com os pais dos alunos e comunidade também merecem destaque. No entanto, necessita-se ainda maior interação, pois nem todas as famílias e alunos Assumem o processo de forma participativa.

O comprometimento dos professores e dos alunos com as metas da organização da escola cria um ambiente favorável ao desenvolvimento do trabalho e da construção da autonomia.

A abordagem transdisciplinar só está acontecendo em determinados momentos, porém há necessidade de um trabalho mais integrado entre as áreas e também no aperfeiçoamento das relações (alunos X alunos X professores) .

O corpo docente da escola reconhece a importância de serem ministrados conteúdos significativos, buscando com isso desenvolvê-los de forma contextualizada.

Destaca-se a importância de uma educação integrante no ato do processo educativo, como um processo contínuo, participativo, com função diagnóstica e investigadora, cujas informações propiciem o redimensionamento da ação pedagógica e educativa para o desenvolvimento do processo de aprendizagem. No entanto, permanece o grande desafio quanto à maneira mais justa de realizar a avaliação do crescimento e aprendizagem dos alunos.

5. Finalidades da Educação

A LDB da Educação nacional destaca, em seu artigo 2º, a responsabilidade da Família e do Estado quando enuncia: " A educação, deve ser da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana e tem por finalidade o pleno exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.

Em seu artigo 35, A LDB estabelece as finalidades do Ensino Médio, assim expressas:

O Ensino Médio, etapa final da Educação Básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidades:

I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;

II – a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo de modo a ser capaz de adaptar-se com flexibilidade a nos condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;

III – o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;

IV – a compreensão dos fundamentos científicos, tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

6. Metas da Educação

- **Aprender a conhecer** – o que garante aprender a aprender e constitui o passaporte para a educação permanente, na medida em que fornece as bases para continuar aprendendo ao longo da vida;

- **Aprender a fazer** – o desenvolvimento de habilidades e o estímulo de novas aptidões tornam-se processos essenciais, na medida em que criam as condições necessárias para o enfrentamento das novas situações que se colocam.
- **Aprender a viver** – trata-se de aprender a viver juntos, desenvolvendo o conhecimento do outro e a percepção das interdependências, de modo a permitir a realização de projetos comuns ou a gestão inteligente dos conflitos inevitáveis.
- **Aprender a ser** – supõe a preparação do indivíduo para elaborar pensamentos autônomos e críticos e para formular os seus próprios juízos de valor, de modo a poder decidir por si mesmo, frente às diferentes circunstâncias da vida.

7. Princípios Norteadores

- O homem, como um ser de relações, integrado consigo mesmo e com o meio que lhe possibilita desenvolvimento cultural, social, político, afetivo, técnico e científico para que seja capaz de administrar com competência, com conhecimento de causa, com equilíbrio, com ética e com comprometimento as diferenças e conflitos.
- A escola, vista como comunidade, não se configura apenas como uma etapa de preparação para a vida, mas como um espaço de real interação humana pela vivência da sensibilidade, da igualdade e da construção de identidade para a vida.
- O ser humano é tido como inacabado e, por isso, num contínuo processo de desenvolvimento de suas múltiplas dimensões: portanto é capaz de aprender a conhecer, aprender a fazer e aprender a ser e de aprender a agir por si mesmo. As individualidades que representam as múltiplas e diferentes formas de viver que caracterizam as sociedades atuais devem ser preservadas e mantidas num ambiente democrático, destituído de preconceitos e ilusões.
- Os indivíduos, na medida em que exercem a cidadania e têm acesso às instituições de poder, são responsáveis e co-responsáveis pela organização política da sociedade.

8. Objetivos Prioritários

- Estimular, no indivíduo e na comunidade, a evolução e o desenvolvimento individual e coletivo, comprometido com a humanidade e o seu meio;
- Valorizar o educando como pessoa, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia e pensamento crítico;
- Criar condições para que as identidades se constituam pelo desenvolvimento da sensibilidade, pelo reconhecimento da diferença e do direito à igualdade, a fim de que orientem sua conduta por valores que correspondam às exigências de seu tempo;
- Promover indivíduos autônomos e coerentes, integralmente desenvolvidos e assim, capazes de livre escolha e da capacidade de serem responsáveis no aspecto político, social, do trabalho e do lazer, bem como atendendo as suas aspirações de ordem física, psíquica, afetiva e espiritual;
- Consolidar os conhecimentos anteriormente adquiridos para a continuidade da aprendizagem, em níveis mais complexos de estudos que levem à apropriação de inovações tecnológicas.

9. Diretrizes Pedagógicas

A nossa Escola atende alunos da mais variada faixa etária. Por ser a única e primeira Escola de Ensino Médio do Município, recebemos alunos que tinham vontade de terminar seus estudos e retornarem para a Escola podendo com a criação do Ensino Médio finalizar os seus estudos.

Tem como traço marcante a característica de ser uma escola para jovens, ou seja, é uma escola ativa em suas concepções psicopedagógicas e flexível no seu currículo para estar adequada às necessidades bio-socio-afetivas e culturais destes educandos.

Nesta idade, o jovem tem preocupação de como se parece aos olhos dos outros. É um período em que se inicia a formação de uma nova etapa, buscando formação de sua identidade, passa por muitas mudanças que possibilitam novos níveis e tipos de independência.

As relações com os companheiros passam a ser mais importante. É o auge da existência, valoriza o grupo de amigos e a turma.

A medidas que o ser humano cresce, suas concepções e suas relações com o mundo físico e social se transformam, o seu desenvolvimento evidentemente, não consiste em quantificação de informações e conhecimentos, mas na organização, reorganização e sistematização dessas informações e conhecimentos.

É na relação ativa do ser humano, em diferentes idades, com a realidade, com o meio ambiente, com as pessoas, que o indivíduo adquire informações, habilidades, atitudes, valores, realiza aprendizagens. É um conhecimento que vai sendo construído, desenvolvido, que se inclui na interpendência dos indivíduos envolvidos no processo, a interação entre aquele que aprende e aquele que ensina.

Em cada etapa de nossa vida surgem situações e idéias que são problematizadas e não se restringe a etapa em que aparecem. Há um desenvolvimento contínuo, assim cada experiência escolar em particular deve assegurar a realização de aprendizagens significativas, o que supõe a relação das novas aprendizagens com o que os adolescentes já sabem, para que ocorra o desafio constante dos educandos pensarem sobre o mundo em que vivem.

Baseada neste perfil, a nossa escola adota metodologia de ensino, que:

- desperte a iniciativa e garanta a diversidade de tratamento entre os alunos;
- trabalhe a linguagem, não apenas como forma de expressão e comunicação, mas como a construção de significados e valores;
- use estratégias de ensino diversificadas que mobilizem o raciocínio e potencialize a interação entre aluno e professor e aluno – aluno, para propiciar formas coletivas de consolidação do conhecimento;
- aproveite sempre a relação entre conteúdos e contexto para dar significado ao aprendizado;
- estabeleça relações de autonomia necessárias a uma postura crítica e participativa;
- relacione disciplinas, atividades, ou projetos de estudo, pesquisa e ação, integrando-as para compreender, prever e transformar a realidade;
- leve a compreensão dos fundamentos científicos tecnológicos, dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática;
- possibilite aprender, participando através da vivência democrática;
- use novas tecnologias de comunicação e informação para conhecer, analisar, interpretar, produzir e comunicar-se com o mundo;

Assim na transdisciplinaridade dos conteúdos, na flexibilidade do currículo e no trabalho de equipe estão as estratégias fundamentais de nossa organização curricular.

Nosso currículo constitui-se não só das oportunidades que a escola prevê, mas igualmente, do modo pelo qual o educando vive essas oportunidades e do sentido de ampliar a sua maneira de ver o mundo.

Desse modo o currículo é sempre uma construção social, uma prática que revele o compromisso com sujeitos, com a história, com a sociedade e com a cultura.

A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova optou por seguir os regimes seriados anual, compostos de três séries.

Para os componentes curriculares de língua estrangeira moderna, artes, informática, abrem-se a possibilidade de organizar turmas de séries distintas, com níveis equivalentes de adiantamento.

ANEXO D – Cópia do Decreto 41.913, de 30 de Outubro de 2002

DECRETO Nº 41.913, DE 30 DE OUTUBRO DE 2002.

Cria e designa estabelecimentos de ensino.

O GOVERNADOR DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL, no uso da atribuição que lhe confere o artigo 82, incisos V e VII, da Constituição do Estado, e nos termos da Resolução nº 253/2000 e do Parecer nº 1063/2002, ambos do Conselho Estadual de Educação,

D E C R E T A:

Art. 1º - Ficam criadas as Escolas Estaduais de Ensino Médio abaixo relacionadas, localizadas nos respectivos municípios:

- Escola Estadual de Ensino Médio, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Edgar da Rosa Cardoso, em Fazenda Vilanova;
- Escola Estadual de Ensino Médio, no Distrito de Fazenda Souza, na localidade de São Roque, em Caxias do Sul;
- Escola Estadual de Ensino Médio, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Afonso Bedinot, em Mampituba;
- Escola Estadual de Ensino Médio, no Distrito de Durasnal, em Caçapava do Sul;
- Escola Estadual de Ensino Médio, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Visconde de Cerro Alegre, em Inhacorá.

Art. 2º - Este Decreto entra em vigor na data de sua publicação.

PALÁCIO PIRATINI, em Porto Alegre, 30 de outubro de 2002.

OLÍVIO DUTRA,
Governador do Estado.

Registre-se e publique-se.

GUSTAVO DE MELLO,
Chefe da Casa Civil.

RS
04 NOV 2002
FAZENDA VILA NOVA

A

ANEXO E – Cópia do PPP – EEEMFV (revisto e atualizado)

ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO

3ª COORDENADORIA DE EDUCAÇÃO

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO FAZENDA VILANOVA

PROJETO POLÍTICO PEDAGÓGICO

FAZENDA VILANOVA, NOVEMBRO/2006.

SUMÁRIO

1. Apresentação

"Eu sou um intelectual que não tem medo de ser amoroso, eu amo as gentes e amo o mundo. É porque amo as pessoas e amo o mundo, que eu brigo para que a justiça social se implante antes da caridade."
Paulo Freire.

Entre o desejo e o sonho há, muitas vezes, um longo caminho a percorrer, pois sabemos que a justiça social e a igualdade ainda estão longe de tornar-se uma realidade social.
No ano de 2003 construiremos nosso 1° PPP e hoje, em 2006 sentimos a necessidade de reescrevê-lo novamente, repensando a refazendo-o conforme os parâmetros e objetivos que estamos seguindo.
Esse Projeto tem como referência a realidade dos alunos, dos professores e da comunidade, as expectativas e possibilidades concretas, é a própria organização das práticas pedagógicas da escola embasadas numa concepção de conhecimento e teoria de aprendizagens que as orientam.
Esse desejo precisa ser estimulado e despertado, porque é preciso ensinar o desejo de desejar, desejar o melhor, desejar a mais, sobretudo desejar de outra forma (Abensour, 1990. Pg 145)
Despertar a faculdade de desejar, de sonhar, é despertar o indivíduo, o cidadão, o sujeito primeiro de qualquer processo educacional que se intitule humano. Só assim é possível compreender o processo educacional, pois todos os modelos de desenvolvimento educacional são mistérios a desvendar, enquanto tais, estimulantes à imaginação. Mistério a descobrir. Enigma a desvendar, a enfrentar, a pluralizar, a partilhar, a trocar, a viver e a pensar em comum. (Abensour, 1990, pg 167.)
Com esse projeto queremos consolidar as vivências, onde se estabeleçam relações sociais que privilegiem a construção, a transformação do conhecimento, através do diálogo, do questionamento, da socialização de idéias, contribuindo para que aconteça a autonomia e a democracia, princípios básicos para a cidadania.

2 . Realidade Situacional

A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, de Fazenda Vilanova foi criada e designada pelo Decreto n° 41913 de 3° de dezembro de 2002, face ao parecer do CEED n° 1063/2002 e pela Portaria n°. 39 de 21 de fevereiro de 2003, foi assim denominada. O parecer n° 261/2003 de 7 de março de 2003 credencia a Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova e autoriza o funcionamento do Ensino Médio nessa Escola.
A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, foi criada com uma parceria entre o Estado do Rio Grande do Sul e a Prefeitura Municipal de Fazenda Vilanova. Sendo o primeiro responsável pela nomeação ou contratação dos professores, repasse da autonomia financeira e suporte técnico e pedagógico e o segundo pelo prédio, incluindo laboratórios, biblioteca e equipamento.

A Escola funciona nos turnos da tarde e noite, no prédio da Escola Municipal de Ensino Fundamental Edgar da Rosa Cardoso, na Avenida Rio Grande do Sul, s/nº, no centro do município.

Embora a Escola esteja localizada em zona urbana, somente um professor do grupo, não depende de transporte para se deslocar até a Escola. Atualmente, dois professores vêm do município de Lajeado, um de Estrela, dois de Bom Retiro do Sul e os outros três são do próprio município, porém dependem de condução própria para chegarem até a Escola.

O corpo docente, que atende alunos da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova é formado por 12 profissionais que são os seguintes:

1. Adriane Kist Kipper – professora de História e Geografia – Licenciado em Estudos Sociais;
2. Bárbara Inês Torriani Borges – professora de Educação Física – Licenciada em Educação Física;
3. Claisse de Oliveira Bilhar – professora de Filosofia, Ensino Religioso, Psicologia, Sociologia e Artes – Licenciada em Pedagogia e Pós Graduada em Psicopedagogia;
4. Cristiane Portella – professora de Língua Portuguesa e Literatura;
5. Daniela Cristina Schossler – professora de Matemática e Física – CURSANDO
6. Isabel Cristina dos S. Cordeiro – professora de Língua Espanhola – Licenciada em Letras – Hab. Português e Espanhol e respectivas Literaturas
7. Ismael Garcia – Professor de Química e Biologia – Licenciado em Química
8. Neuza Inez Fell – Diretora – Licenciada em Ciências
9. Noeli Reis Junqueira – Professora de Língua Portuguesa e Literatura – Licenciada em Letras – Português e Literaturas da Língua Portuguesa
10. Noêmia Rodrigues Cardoso – Servente –
11. Débora Dornelles da Silva – Professora de Matemática – Licenciada em Ciências – Habilitação em Matemática – Pós Graduada em Nível de Especialização, em Ensino de Matemática
12. Vania Maria Alibio – Secretária – Ensino Médio

3. Filosofia

A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, tem por filosofia:
"Aprender para transformar".
A partir dessa filosofia queremos que a Escola seja um espaço sócio- cultural da comunidade, formadora de cidadãos críticos e transformadores da sociedade, capazes de interagir com o meio onde vivem, ampliando os conhecimentos , desenvolvendo a solidariedade e o comprometimento com uma sociedade mais justa e humana.

4. Diagnóstico

A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, instalada em março de 2003, tem como missão contribuir para a formação integral do aluno, nos campos cultural, técnico e científico e humanístico.
As atividades e experiências que estão acontecendo visam despertar a vocação, estimulam a escolha profissional, desenvolvem a capacidade de convivência solidária, de compromissos com a ética, com o respeito ao próximo, são caminhos indispensáveis para a construção de uma sociedade mais justa, humana e solidária.
A boa integração com os pais dos alunos e comunidade também merecem destaque. No entanto, necessita-se ainda maior interação, pois nem todas as famílias e alunos Assumem o processo de forma participativa.

O comprometimento dos professores e dos alunos com as metas da organização da escola cria um ambiente favorável ao desenvolvimento do trabalho e da construção da autonomia.
A abordagem transdisciplinar só está acontecendo em determinados momentos, porém há necessidade de um trabalho mais integrado entre as áreas e também no aperfeiçoamento das relações (alunos X alunos X professores) .
O corpo docente da escola reconhece a importância de serem ministrados conteúdos significativos, buscando com isso desenvolvê-los de forma contextualizada.
Destaca-se a importância de uma educação integrante no ato do processo educativo, como um processo contínuo, participativo, com função diagnóstica e investigadora, cujas informações propiciem o redimensionamento da ação pedagógica e educativa para o desenvolvimento do processo de aprendizagem. No entanto, permanece o grande desafio quanto à maneira mais justa de realizar a avaliação do crescimento e aprendizagem dos alunos.

Realizamos também um questionário com a comunidade escolar, alunos, pais, professores e funcionários. Esta pesquisa norteou a reformulação do Projeto Político Pedagógico, pois a pesquisa feita de forma abrangente nos deu uma diretriz por onde traçar nossas metas. Fizemos os seguintes questionamentos:

1. O que é educação para você?
2. Em sua opinião qual é a importância da Escola na comunidade?
3. E qual a importância da Comunidade na Escola?
4. Como você vê a educação no mundo?
5.O que você tem a considerar sobre o trabalho desenvolvido na EEEM Fazenda Vilanova?
6. Na nossa Escola como você considera a:

a) biblioteca ( ) concordo ( ) discordo
Por quê?
b) laboratório de informática ( ) concordo ( ) discordo
Por quê?
c) laboratório de ciências ( ) concordo ( ) discordo
Por quê?
d) quanto ao currículo desenvolvido e distribuição das horas ( ) concordo ( ) discordo
Por quê?
e) quanto às disciplinas oferecidas: ( ) concordo ( ) discordo
Por quê?
f) quanto a língua estrangeira moderna ( ) concordo ( ) discordo
Por quê?
g) Que outras sugestões você tem a acrescentar?

Consideramos o resultado da pesquisa muito positivo e aproveitamos na reestruturação e modificação do Projeto Político-Pedagógico, pois os dados da pesquisa foram tabulados e apresentados para a comunidade escolar e Coordenação Pedagógica da 3ª Coordenadoria Regional de Educação.

5. Finalidades da Escola

Sempre primamos pelo diálogo com os alunos, professores, pais e comunidade escolar.
Com esta forma de trabalhar, enfatizada como positiva na pesquisa realizada, a escola define algumas prioridades para o nosso fazer pedagógico:
- despertar a iniciativa e garantir a diversidade de tratamento entre alunos;
- criar condições para que todos os alunos desenvolvam suas capacidades e aprendam os conteúdos necessários para a vida em sociedade;
- permitir ao aluno exercitar sua cidadania a partir da compreensão da realidade, para que possa contribuir em sua transformação;

- buscar novas soluções, criar situações que exijam o máximo de exploração por parte dos alunos e estimular novas estratégias de compreensão da realidade;
- melhorar a qualidade do ensino, motivando e efetivando a permanência do aluno na Escola, evitando a evasão;
- criar mecanismos de participação que traduzam o compromisso de todos na melhoria da qualidade de ensino e com o aprimoramento do processo pedagógico;
- promover a integração escola-comunidade;
- atuar no sentido do desenvolvimento humano e social tendo em vista sua função maior de agente de desenvolvimento cultural e social na comunidade, a par de seu trabalho educativo.

6. Princípios Norteadores

- O homem, como um ser de relações, integrado consigo mesmo e com o meio que lhe possibilita desenvolvimento cultural, social, político, afetivo, técnico e científico para que seja capaz de administrar com competência, com conhecimento de causa , com equilíbrio, com ética e com comprometimento as diferenças e conflitos.
- A escola, vista como comunidade, não se configura apenas como uma etapa de preparação para a vida, mas como um espaço de real interação humana pela vivência da sensibilidade, da igualdade e da construção de identidade para a vida.
- O ser humano é tido como inacabado e, por isso, num contínuo processo de desenvolvimento de suas múltiplas dimensões: portanto é capaz de aprender a conhecer, aprender a fazer e aprender a ser e de aprender a agir por si mesmo. As individualidades que representam as múltiplas e diferentes formas de viver que caracterizam as sociedades atuais devem ser preservadas e mantidas num ambiente democrático, destituído de preconceitos e ilusões.
- Os indivíduos, na medida em que exercem a cidadania e têm acesso às instituições de poder, são responsáveis e co-responsáveis pela organização política da sociedade.

7. Metas da Educação

Quanto às questões relativas à evasão e cancelamento de matrículas, vamos continuar acompanhando os alunos efetivamente e quando percebermos o aumento do número de faltas de algum, procuraremos o mesmo para saber a causa da desistência da Escola, envolvendo os pais ou responsáveis quando forem alunos com menos de 18 anos.
Alem disso, as ações preventivas são de fundamental importância. Nesse sentido, intensificaremos o Projeto Vespertino Legal, instalado durante esse ano, com mais opções para que os alunos venham para escola no vespertino, em busca de crescimento inter pessoal, participando de jogos, assistindo filmes, em aulas de reforço, caminhadas orientadas entre outros.
Leituras, discussões e estudos entre os professores também serão disponibilizados, uma vez que a ação de acolhimento do professor é de fundamental importância para que o aluno crie vínculos na Escola, fazendo com que ao se afastar, sinta falta e tenha vontade de voltar para o convívio escolar. Dentre as responsabilidades da equipe gestora, uma das que mais podem contribuir para a melhoria da qualidade da educação é a promoção de ações que visam qualificar o processo ensino/aprendizagem.
A formação continuada dos professores também deve ser prioridade nesse processo de planejamento, considerando e levando em conta a atividade pratica/reflexiva dos sujeitos envolvidos. A participação e a construção de uma educação que tenha a cara da nossa realidade e dos sonhos, não é apenas resultado de leis que criam novas formas de funcionamento de organização da educação, é fruto também do nosso compromisso com

um projeto de sociedade, de educação e ações concretas no dia - a - dia, na escola e no contexto das políticas educacionais.

A qualidade dessa participação é o resultado da nossa capacidade de refletir a realidade local e global e de analisar o texto e o contexto das leis educacionais, portanto é importante a implantação de projetos e ações, no sentido de provocar mudanças na realidade educacional da escola.

È com o comprometimento de todos que poderemos planejar essas ações continuadas, pois sabemos que para desenvolver tais ações precisamos estar disponíveis e comprometidos, por isso realizaremos nossa formação continuada nas áreas de interesse de cada professor, e quando for oferecido através de cursos, seminários e encontros, disponibilizaremos o horário pra que se torne viável a participação dos profissionais em educação.

Importante também, é o nosso comprometimento com as ações planejadas pela Secretaria Municipal de Educação, pois questões culturais precisam ser entendidas, para que a partir do conhecimento da realidade dos nossos alunos, possamos planejar e oferecer opções que propiciem o crescimento e o desenvolvimento dos estudantes enquanto cidadãos comprometidos com o desenvolvimento da comunidade.

Em relação à participação da comunidade na vida escolar, várias programações são abertas, como a integração de inverno, o baile de aniversário que acontece de dois em dois anos, a cavalgada na semana farroupilha, jogos, o piquenique no início do ano. Sempre ratificamos o convite aos nossos ex alunos, o que tem aumentado muito a participação da comunidade e com isso, a cada ano contamos com um número maior de integrantes da comunidade comprometidos com a Escola.

Quanto à viabilização da inclusão de alunos com necessidades especiais, já temos esse acesso garantido no prédio e na medida em que tivermos alunos matriculados, buscaremos de acordo com a necessidade habilitar os professores para atender essa demanda.

Na administração financeira da Escola, seguiremos as orientações da Autonomia Financeira das Escolas Públicas Estaduais, empregando o dinheiro segundo sugestões e orientações do Conselho Escolar, dos alunos e necessidades apresentadas pela comunidade Escolar.

Da verba recebida pela Autonomia Financeira, incentivaremos os alunos a continuarem participando do Programa Nota Solidária, implantado pela Secretaria da Fazenda do Estado do Rio Grande do Sul, através da fiscalização e recolhimento de Notas ou Cupons Fiscais. Paralelamente à arrecadação de Notas Fiscais desenvolveremos um Projeto de Educação Fiscal juntamente com o professor de matemática, motivando a Comunidade Escolar a fazer valer seus direitos, cumprir com seus deveres exigir os comprovantes fiscais.

Enquanto promotores de desenvolvimento do espírito político continuaremos incentivando a comunidade escolar a participar dos processos de Consulta Popular, conseguindo desta forma, verbas para concluir a construção do espaço física da Escola, bem como seu aparelhamento e enriquecimento em termos de acervo bibliográfico.

Continuaremos em Sintonia com o Ministério de Educação, atentos aos Projetos abertos para as Escolas de Ensino Médio, enviando propostas e experiências exitosas que acontecem em nosso fazer pedagógico.

Em relação ao nosso planejamento, prevendo a distribuição de turmas, turnos e professores para o próximo ano e analisando a nossa realidade a partir de 2003, ano de instalação da Escola, para 2007, tentaremos novamente continuar com um segundo ano a tarde, o que racionaliza a carga horária dos professores e atende uma solicitação feita pelos pais dos alunos menores de 16 anos.

Para isso, continuaremos contatando junto ao órgão competente a construção das nossas salas de aula bem como, solicitaremos mais espaço físico junto a Secretaria Municipal de Educação, incentivando desta forma os alunos com menos de 16 anos a permanecerem estudando no turno da tarde. Desta forma, contaremos com um primeiro e um segundo ano no turno da tarde. E, conforme a demanda recebida, um ou dois primeiros anos, um segundo e um terceiro ano no turno da noite. Para esse contingente, temos professores com carga horária suficiente no atual quadro.

8. Objetivos Prioritários

- Estimular, no indivíduo e na comunidade, a evolução e o desenvolvimento individual e coletivo, comprometido com a humanidade e o seu meio;
- Valorizar o educando como pessoa, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia e pensamento crítico;
- Criar condições para que as identidades se constituam pelo desenvolvimento da sensibilidade, pelo reconhecimento da diferença e do direito à igualdade, a fim de que orientem sua conduta por valores que correspondam as exigências de seu tempo;
- Promover indivíduos autônomos e coerentes, integralmente desenvolvidos e assim, capazes de livre escolha e da capacidade de serem responsáveis no aspecto político, social, do trabalho e do lazer, bem como atendendo as suas aspirações de ordem física, psíquica, afetiva e espiritual;
- Consolidar os conhecimentos anteriormente adquiridos para a continuidade da aprendizagem, em níveis mais complexos de estudos que levem à apropriação de inovações tecnológicas.

9. Diretrizes Pedagógicas

As relações com os companheiros passam a ser mais importantes. É o auge da existência, valoriza o grupo de amigos e a turma.
À medida que o ser humano cresce suas concepções e suas relações com o mundo físico e social se transformam o seu desenvolvimento evidentemente, não consiste em quantificação de informações e conhecimentos, mas na organização, reorganização e sistematização dessas informações e conhecimentos.
É na relação ativa do ser humano, em diferentes idades, com a realidade, com o meio ambiente, com as pessoas, que o indivíduo adquire informações, habilidades, atitudes, valores, realiza aprendizagens. É um conhecimento que vai sendo construído, desenvolvido, que se inclui na interpendência dos indivíduos envolvidos no processo, a interação entre aquele que aprende e aquele que ensina.
Em cada etapa de nossa vida surgem situações e idéias que são problematizadas e não se restringe a etapa em que aparecem. Há um desenvolvimento contínuo, assim cada experiência escolar em particular deve assegurar a realização de aprendizagens significativas, o que supõe a relação das novas aprendizagens com o que os adolescentes já sabem, para que ocorra o desafio constante dos educandos pensarem sobre o mundo em que vivem.
Baseada neste perfil, a nossa escola adota metodologia de ensino, que:

- desperte a iniciativa e garanta a diversidade de tratamento entre os alunos;
- trabalhe a linguagem, não apenas como forma de expressão e comunicação, mas como a construção de significados e valores;
- use estratégias de ensino diversificadas que mobilizem o raciocínio e potencialize a interação entre aluno e professor e aluno – aluno, para propiciar formas coletivas de consolidação do conhecimento;
- aproveite sempre a relação entre conteúdos e contexto para dar significado ao aprendizado;
- estabeleça relações de autonomia necessárias a uma postura crítica e participativa;

- relacione disciplinas, atividades, ou projetos de estudo, pesquisa e ação, integrando-as para compreender, prever e transformar a realidade;
- leve a compreensão dos fundamentos científicos tecnológicos, dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática;
- possibilite aprender, participando através da vivência democrática;
- use novas tecnologias de comunicação e informação para conhecer, analisar, interpretar, produzir e comunicar-se com o mundo;

Assim na transdisciplinaridade dos conteúdos, na flexibilidade do currículo e no trabalho de equipe estão as estratégias fundamentais de nossa organização curricular.

Nosso currículo constitui-se não só das oportunidades que a escola prevê, mas igualmente, do modo pelo qual o educando vive essas oportunidades e do sentido de ampliar a sua maneira de ver o mundo.

Desse modo o currículo é sempre uma construção social, uma prática que revele o compromisso com sujeitos, com a história, com a sociedade e com a cultura.

A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova optou por seguir o regime seriado anual, composto de três séries.

Para os componentes curriculares de língua estrangeira moderna, artes, informática, abre-se a possibilidade de organizar turmas de séries distintas, com níveis equivalentes de adiantamento.

No aproveitamento de estudos, concluídos com êxito, a Escola identifica os componentes curriculares identifica os componentes curriculares da Base Nacional Comum e os da Parte Diversificada. Os critérios que determinam o aproveitamento de estudos, a substituição de um componente curricular por outro que contemple igual valor formativo, as adaptações que serão oferecidas pela Escola são os princípios básicos da aprendizagem e da avaliação.

9.1. Planos de estudos

Os planos de estudos são elaborados pelos professores juntamente com a equipe pedagógica, direção e aprovados pelo Conselho Escolar.

Os professores traduzem as formulações contidas nas diretrizes curriculares num plano de estudo, com a intenção de oferecer ao aluno, aprendizagens contextualizadas, baseadas em princípios pedagógicos que valorizem a diversidade, a autonomia, a flexibilidade, a transdisciplinaridade, estimulando a construção, reconstrução e consolidação dos saberes, favorecendo assim, a tomada de decisões e a socialização do conhecimento como um todo.

9.2. Projetos

Os projetos serão realizados por todas as áreas do conhecimento (na medida em que for possível integrá-los ao tema trabalhado.

10. Avaliação

A avaliação escolar é o conjunto de ações e uma série de informações sobre o processo de aprendizagem do aluno, identificando avanços e dificuldades dos educandos.

A avaliação como parte do ato educativo é um processo contínuo, participativo, com função diagnóstico e investigativa, cujas informações propiciam o redimensionamento da ação pedagógica e educativa para o desenvolvimento do processo de aprendizagem.

A avaliação deve ser entendida como:

- processo contínuo: processo permanente de ação – reflexão – ação que acorre paralelamente ao processo ensino aprendizagem;

• participativa: envolve alunos, professores , pais e funcionários como co-responsáveis ao processo, retornando , reorganizando e reeducando os envolvidos através de encontros, reuniões e conselho de classe;

• investigativa e diagnóstica: o aluno é parâmetro de si mesmo, sendo o seu processo de construção do conhecimento respeitado, considerando-se os avanços e dificuldades para intervir, agir, problematizando, interferindo e redefinindo os rumos e caminhos a serem percorridos.

O objetivo ao avaliar é acompanhar e promover a melhoria da qualidade de ensino, auxiliando o aluno em seu crescimento, respeitando-o em seus interesses, ritmos e desenvolvimentos.

Adotamos a avaliação como um processo, contínuo, sistemático e permanente de reflexão e ação, constituindo-se em constante diagnóstico para compreender o estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, a fim de tomar decisões suficientes e satisfatórias para que ele possa avançar no processo de aprendizagem.

Durante o processo ensino aprendizagem a avaliação acontecerá de forma cooperativa, com situações de atividades diversificadas como trabalhos individuais e grupais, depoimentos, testes, observação direta, diálogo, exercícios, relatórios, auto avaliação e outros.

10.1 Avaliação do Projeto Político Pedagógico

A necessidade de planejar a partir de dados e indicativos reais reforça cada vez mais a importância da avaliação. Assim, a avaliação deste projeto inclui tanto os resultados escolares (desempenho escolar dos alunos e qualidade das aprendizagens) , como a avaliação institucional (condição de infra estrutura da escola) processos de gestão , formação de qualidade e de produtividade do pessoal docente e técnico administrativo).

Os critérios e instrumentos utilizados para avaliação deste projeto serão definidos pelo Conselho Escolar.

Anualmente realizar-se-á a avaliação deste projeto e os dados do mesmo servirão como base para o redimensionamento contínuo da proposta.

10.2 Avaliação do aluno

A avaliação da aprendizagem é formalizada a cada trimestre, sendo seu resultado comunicado ao próprio aluno através de um valor numérico, acompanhado de um significativo parecer do aproveitamento individual, quando no conselho de classe for considerado necessário.

A escola expressa o resultado da avaliação do aluno, através de pontos, assim distribuídos: 1º trimestre – 30 pontos; 2º trimestre – 30 pontos e 3º trimestre - 40 pontos.

É promovido o aluno que alcançar no mínimo 60 pontos no somatório dos pontos dos trimestres. O resultado final é expresso em duas mensões: A - aprovado e NA não aprovado.

A freqüência mínima exigida é 75% do total de horas letivas na série. Em caso de freqüência inferior a 75% do total de horas letivas serão oferecidos estudos compensatórios aos alunos, nos termos da lei vigente.

As atividades complementares compensatórias, de infreqüência são presenciais, oferecidas sob forma de aulas, dentro do período letivo, em turno oposto ao que o aluno freqüenta; em horário extracurricular, com freqüência obrigatória, registrada em lista de controle para essa finalidade.

O aluno infreqüente, amparado em legislação específica, recebe tratamento especial.

Os estudos de recuperação são parte integrante do processo de construção do conhecimento. Devem ser entendidos como orientação pedagógica e contínua de estudos e criação de novas situações de aprendizagem. Tem como objetivo a superação de dificuldades que forem surgindo durante o processo ensino aprendizagem.

11. Organização Pedagógica

A administração da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, será exercida pelo Diretor, Vice-Diretor e Conselho Escolar.

Cabe ao Diretor representar a Escola, administrar e acompanhar todas as atividades.

O Conselho Escolar é um órgão deliberativo em assuntos técnico – administrativos e pedagógicos e constituído por todos os segmentos da Escola, tais como pais, alunos, funcionários , professores e direção.

O Conselho Escolar reúne-se ordinariamente, uma vez por mês e extraordinariamente convocado pelo diretor, ou pelos próprios membros.

As competências do Conselho Escolar estão definidas no Plano Integrado de Escola e no Regimento Interno do mesmo.

A equipe pedagógica constitui-se da coordenação pedagógica e da orientação educacional, que atuam de forma integrada para atingir seus objetivos.

A coordenação pedagógica propõe inovações, modificações ou experimentações na área pedagógica, para uma melhor integração entre os componentes curriculares, que levem a operacionalizar a ação pedagógica contemplada na Proposta Pedagógica da Escola.

As atribuições da coordenação pedagógica encontram-se especificadas no Plano Integrado de Escola.

A orientação educacional é o setor responsável pelas questões intrapessoais e interpessoais com alunos, pais e professores da Escola. Acompanha o aluno em seu desenvolvimento bio-psico-social e faz as intervenções necessárias.

A orientação educacional tem nos professores conselheiros de turma um importante apoio no processo de execução de sua proposta de trabalho.

As atribuições da orientação educacional e do professor conselheiro estão especificadas no Plano Integrado de Escola.

O apoio pedagógico se constitui da biblioteca, dos laboratórios e da secretaria da Escola.

A biblioteca constitui-se num centro de estudos, consultas bibliográficas, atendimento programado de leitura para alunos e professores, execução de trabalhos escolares específicos e orientação de leitura recreativa com o objetivo de estimular o gosto pela leitura, a organização intelectual e proporcionar o contato com as mais variadas formas de divulgação do conhecimento e da cultura.

Os laboratórios têm por finalidade auxiliar na construção de conceitos específicos, dentro de uma proposta pedagógica que alia a reflexão e a ação, nas atividades práticas de ciências, física, biologia e informática.

A secretaria tem como encargo guardar a documentação e o arquivo de dados referentes a vida da Escola e a vida escolar do aluno.

Os serviços de secretaria são de responsabilidade de um secretário preparado para manter atualizada toda a documentação assegurando a verificação da identidade de cada aluno, regularidade e autenticidade de sua vida escolar.

As atribuições da secretaria encontram-se especificadas no Plano Integrado de Escola.

12. Segmentos da Escola

Fazem parte dos segmentos da Escola: pais, educandos, professores e funcionários.

O grêmio Estudantil é a instituição representativa dos alunos e tem por finalidade congregar o corpo discente, promovendo atividades e eventos de caráter educacional,

social, cultural, recreativo, desportivo e cívico para a integração e desenvolvimento do espírito crítico para a integração e desenvolvimento do espírito de liderança entre os participantes.
Estes segmentos têm suas atribuições reguladas por estatuto próprio e aprovado pelo Conselho Escolar.

12.1. Corpo Discente

Direitos: O aluno tem direito de ser atendido e respeitado em todas as suas funções como integrante do Corpo Discente da Escola. Pode usufruir de todos os benefícios que a Escola lhe proporciona, sem discriminação de qualquer natureza e participar ativamente de todos os projetos e iniciativas da Escola.
Deveres: Cabe ao aluno zelar pelo bom ambiente no âmbito escolar, não sendo permitido trazer a escola qualquer objeto que possa representar agressão física ou moral a colegas, professores ou funcionários da escola, nem usar ou portar qualquer tipo de droga lícita ou ilícita no ambiente escolar. Deve contribuir para a preservação do patrimônio físico da Escola.

12.2. Corpo Docente

Diretos: São direitos dos professores, além dos consagrados pela legislação vigente e por acordos de trabalho da categoria, ser respeitado em sua atuação como educador e participar dos órgãos colegiados da Escola, através de representações.
Deveres: São deveres de o professor colaborar com a Direção e com as demais instituições na consecução dos objetivos gerais e específicos da Escola, comunicar à Direção da Escola qualquer alteração em sua rotina no exercício da docência, participar de todas as reuniões e atividades complementares para as quais for convocado, manter atualizado os registros no diário de classe e contribuir para que o ambiente de estudo e de trabalho na Escola sejam produtivos.

12.3. Funcionários

Os funcionários têm como encargo zelar pela limpeza e organização do espaço escolar bem como pela manutenção e limpeza dos móveis, utensílios e equipamentos.

13. Normas de Convivência

As normas de convivência serão construídas, revistas e reestruturadas sempre que for necessário.
Todos os segmentos deverão ser ouvidos e motivados a participar da elaboração dessas para que haja comprometimento no cumprimento das normas estipuladas pela Comunidade Escolar.

14. Referências Bibliográficas

Ministério da Educação e Cultura (MEC) – Secretaria de Educação – Departamento de Políticas
Educacionais. **Os parâmetros Curriculares Nacionais .** Brasília . 1999.
CALDEIRA, Ana Maria Salgueiro . **A avaliação e o processo de ensino aprendizagem – Presença Pedagógica –** set/out.1997. vol 3, nº 17.

FREIRE, Paulo e Ira Soror. **Medo e Ousadia .** 3ªed. Paz e Terra.
GANDIN, Danilo e Carlos H . Currilho Cruz. **Para onde vai o professor.**
LIMA, Adriana de Oliveira. **Avaliação Escolar:** Julgamento ou construção? Petrópolis – RJ:Vozes.1994.
LUCKESI, Cipriano C. **Avaliação do Aluno : a favor ou contra a democratização do ensino?** In:
Avaliação da Aprendizagem Escolar : estudos e proposições . 2 ed. São Paulo : Cortez . 1995. P. 66-80.
HERNANDEZ, Fernando . **A organização do currículo por projetos de trabalho .** Porto Alegre .
Artes Médicas. 1998.
RAMAL, Andrea Cecilia . **Texto Avaliar da Cibercultura .** Revista Pátio . Ano 3 . nº 12 .
Fev/Abril 2000.
MENEGOLIA, Maximiliano . **Avaliar para aprender : avaliar por avaliar é um ato antipedagógico.** Porto Alegre . Evangraf . 1994.
TIBA, Içami . **Quem ama educa.** 19ª ed. Gente.
VASCONCELOS , Celso dos S. **Centro de Formação e Assessoria Pedagógica.** 5 Ed. Libertad.
WERNEC, Hamilton. **Se a boa escola é a que reprova, o bom hospital é o que mata.** 3ªEd. DP&A.

ANEXO F – Termo de Consentimento Informado

Esta pesquisa no Ensino Médio sobre “O Raciocínio Combinatório e a Divergência de Resultados na Resolução de Problemas de Contagem” tem por objetivo geral “Investigar – à luz da *Teoria dos Modelos Mentais* de Johnson-Laird (1983) – os principais fatores que podem influenciar o *raciocínio combinatório* e que, em razão disso, podem levar o pensamento dos estudantes de nível médio a resultados divergentes dos esperados na resolução de problemas de contagem”.

Os dados e resultados individuais desta pesquisa estarão sempre sob sigilo ético, não sendo mencionados os nomes dos participantes em nenhuma apresentação oral ou trabalho escrito, que venha a ser publicado.

A participação nesta pesquisa não oferece risco ou prejuízo à pessoa entrevistada. Se no decorrer da pesquisa o(a) participante resolver não mais continuar terá toda a liberdade de o fazer, sem que isso lhe acarrete qualquer prejuízo.

O pesquisador responsável por esta pesquisa é o mestrando Roberto Stenio A. C. de Albuquerque, cujo orientador é o Prof. Dr. Claus Haetinger, ambos vinculados ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da UNIVATES - Centro Universitário. O pesquisador compromete-se a esclarecer adequadamente qualquer dúvida ou necessidade de esclarecimento que eventualmente cada participante venha a ter no momento da pesquisa ou posteriormente, através do telefone (051) 81032516 ou e-mail: robertostenio@uol.com.br.

Após ter sido devidamente informado de todos os aspectos desta pesquisa e ter esclarecido todas as minhas dúvidas, eu concordo em participar desta pesquisa.

Nome por extenso do participante:

____

Assinatura do participante:

____

Assinatura do responsável pelo participante:

____

Assinatura do Pesquisador:

____

ANEXO G – Cópia da Autorização para Citação da EEEMFV

EEEM Fazenda Vilanova 2003 Ensino Médio

Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

Decreto de Criação nº 41.913 de 03/12/2002
Autorização de Funcionamento - Parecer nº 261/2003 de 07/03/2003
Av. Rio Grande do Sul, s/n - Bairro Centro.
Telefone: 3613-1292 e-mail: fazendavilanova@gmail.com
95.875-000 - FAZENDA VILANOVA - RS

AUTORIZAÇÃO

A direção da Escola Estadual de Ensino Médio FAZENDA VILANOVA, não se opõe e autoriza o mestrando ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO DE ALBUQUERQUE a citar a Escola em seu Trabalho Dissertativo sobre "O Raciocínio Combinatório e a Divergência de Resultados na Resolução de Problemas de Contagem".

Fazenda Vilanova, dezembro de 2012.

ClaisseO Bilhar

Claisse de O. Bilhar
Id. Func.: 1776622/01
Diretora

ANEXO H – Cópia da Autorização para Utilização de Dados para Pesquisa

Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova
Decreto de Criação nº 41.913 de 03/12/2002
Autorização de Funcionamento – Parecer nº 261/2003 de 07/03/2003
Av. Rio Grande do Sul, s/n - Bairro Centro.
Telefone: 3613-1292 e-mail: fazendavilanova@gmail.com
95.875-000 - FAZENDA VILANOVA - RS

ATESTADO

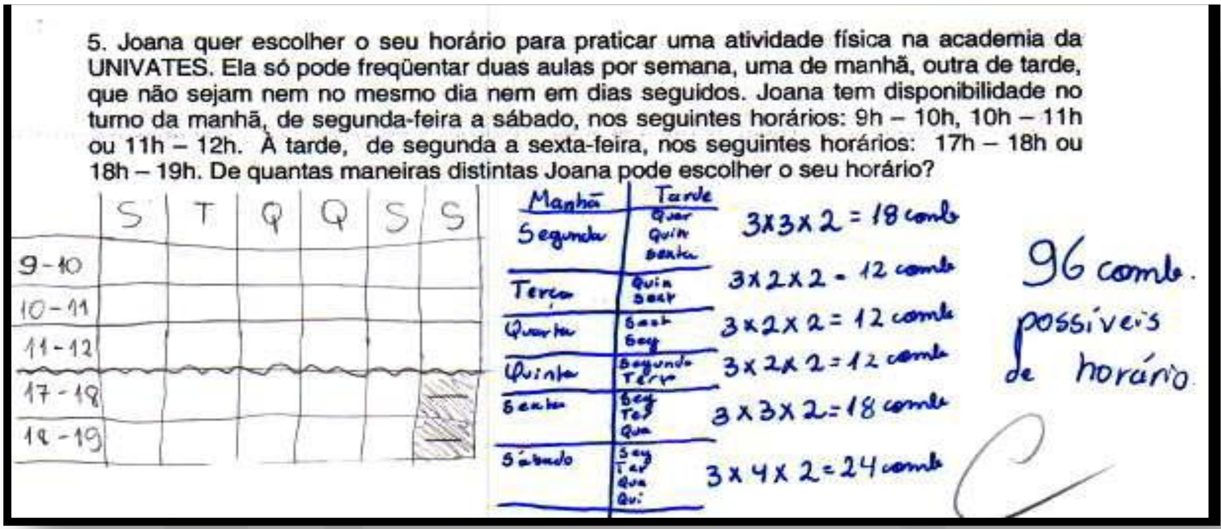
Atesto para os devidos fins que a direção da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova autoriza o mestrando ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO DE ALBUQUERQUE a utilizar dados para pesquisa sobre "O Raciocínio Combinatório e a Divergência de Resultados na Resolução de Problemas de Contagem" com os alunos do Ensino Médio desta Escola, em dezembro de 2012.

Fazenda Vilanova, dezembro de 2012.

Claisse O Bilhar
Claisse de O. Bilhar
Id. Func.: 1776622/01
Diretora

ANEXO I – Seleção de Problemas Combinatórios da OMU (da 10ª – 15ª edição)

OMU – 10ª edição:


5. Joana quer escolher o seu horário para praticar uma atividade física na academia da UNIVATES. Ela só pode freqüentar duas aulas por semana, uma de manhã, outra de tarde, que não sejam nem no mesmo dia nem em dias seguidos. Joana tem disponibilidade no turno da manhã, de segunda-feira a sábado, nos seguintes horários: 9h – 10h, 10h – 11h ou 11h – 12h. À tarde, de segunda a sexta-feira, nos seguintes horários: 17h – 18h ou 18h – 19h. De quantas maneiras distintas Joana pode escolher o seu horário?

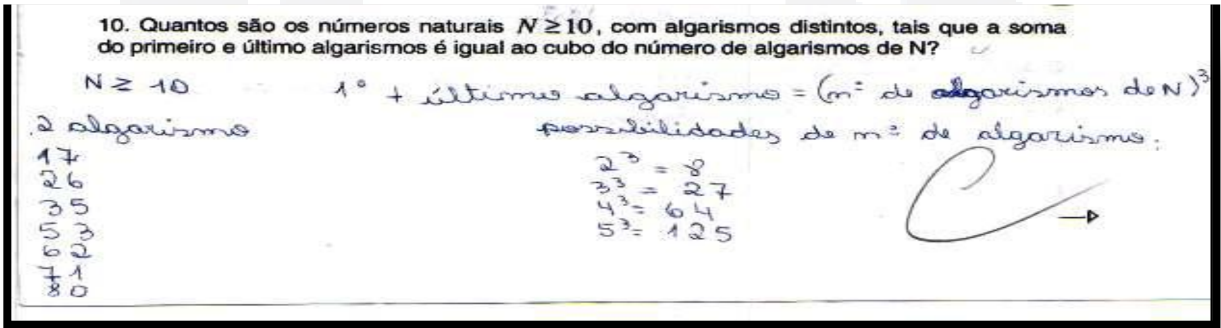
	S	T	Q	Q	S	S
9-10						
10-11						
11-12						
17-18						
18-19						

Manhã	Tarde	
Segunda	Quar Quin Sexta	3x3x2 = 18 comb
Terça	Quin Sext	3x2x2 = 12 comb
Quarta	Sext Seg	3x2x2 = 12 comb
Quinta	Segunda Terça	3x2x2 = 12 comb
Sexta	Seg Ter Qua	3x3x2 = 18 comb
Sábado	Seg Ter Qua Qui	3x4x2 = 24 comb

96 comb. possíveis de horário

C

André Luís Colossi Frey e Joana Schnorr Pattussi (2º ano do Ensino Médio).
Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado/RS


10. Quantos são os números naturais $N \geq 10$, com algarismos distintos, tais que a soma do primeiro e último algarismos é igual ao cubo do número de algarismos de N?

$N \geq 10$

1º + último algarismo = (nº de algarismos de N)^3

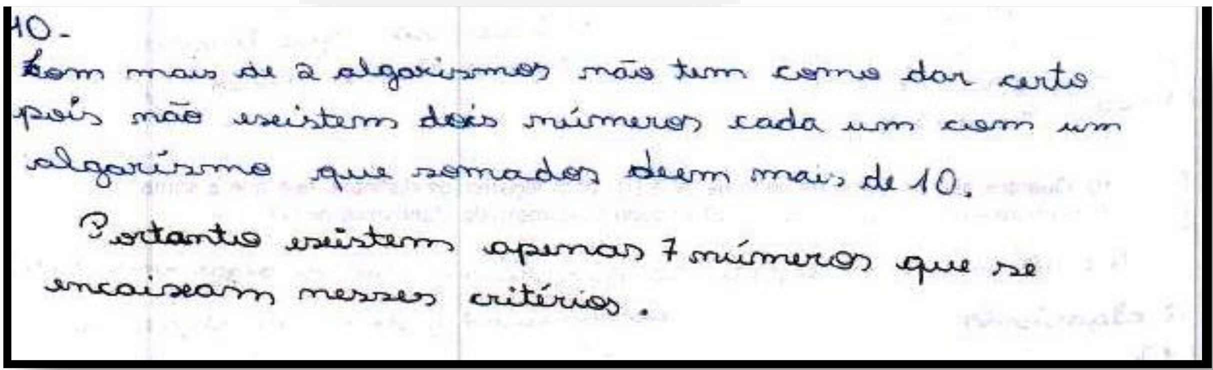
2 algarismo

17
26
35
53
62
71
80

possibilidades de nº de algarismo:

$2^3 = 8$
$3^3 = 27$
$4^3 = 64$
$5^3 = 125$

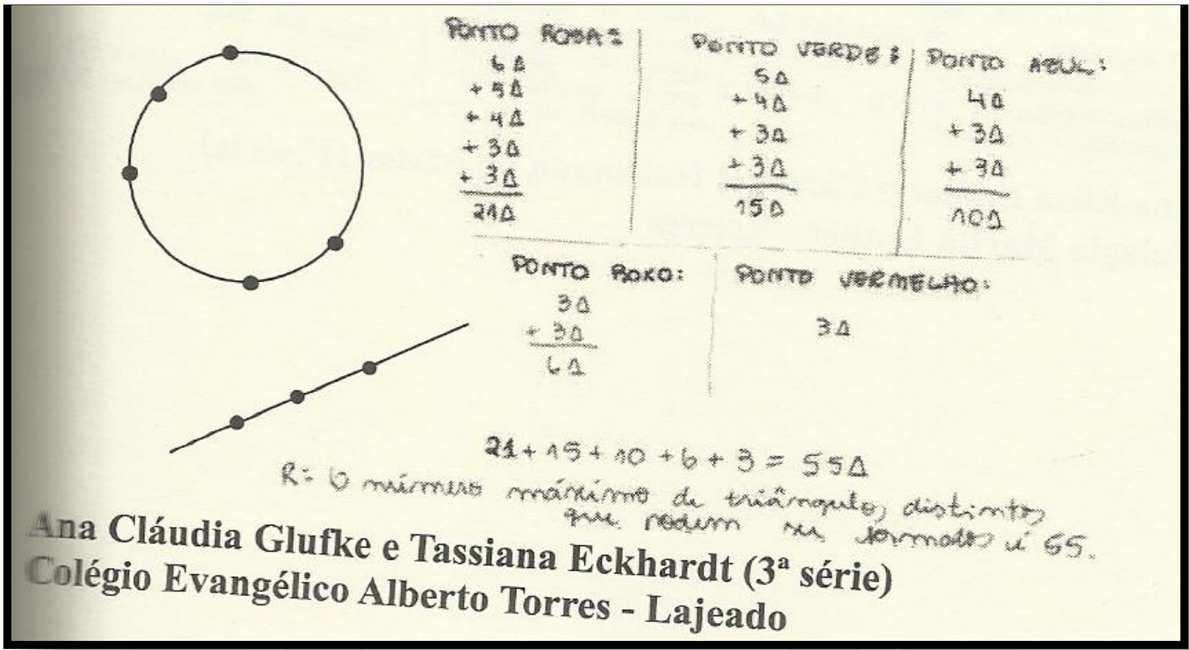
C


10-
Com mais de 2 algarismos não tem como dar certo pois não existem dois números cada um com um algarismo que somados deem mais de 10.
Portanto existem apenas 7 números que se encaixam nesses critérios.

Janaína Führ e Luise Tombini (2º ano Ensino Médio).
E. E. E. M. 25 de Maio – Imigrante/RS.

OMU – 11ª edição:

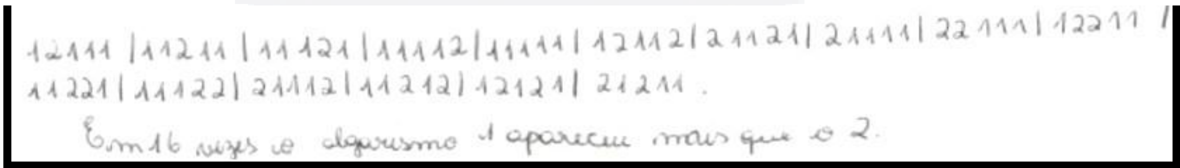
9) A figura abaixo mostra 5 pontos pertencentes à circunferência e 3 pontos pertencentes à reta. Qual o número máximo de triângulos distintos que podem ser formados de modo que os vértices sejam 3 pontos dos 8 dados.



Ana Cláudia Glufke e Tassiana Eckhardt (3º ano do Ensino Médio).
Colégio Evangélico Alberto Torres – Lajeado/RS.

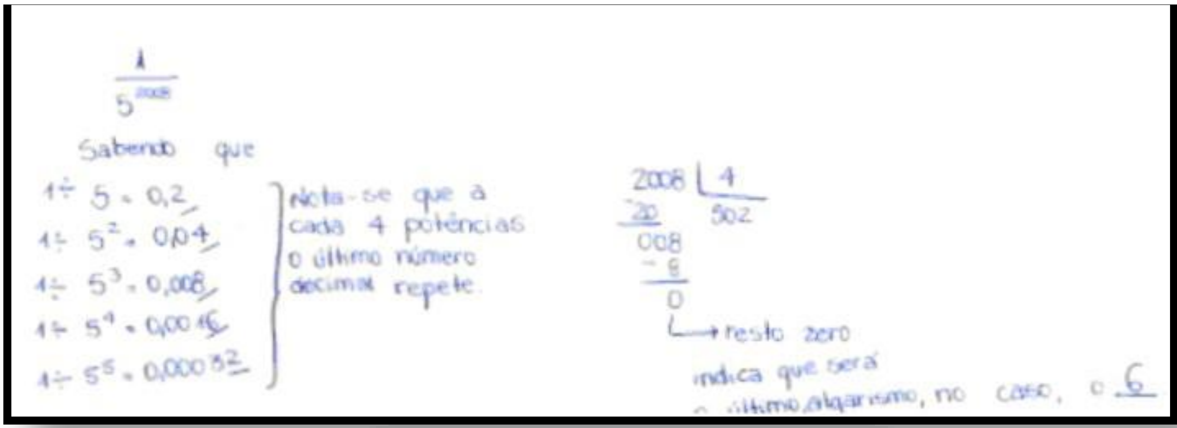
OMU – 12ª edição:

2) Considere os números de 5 dígitos formados apenas pelos algarismos 1 e 2. Em quantos deles o algarismo 1 aparece mais vezes que o algarismo 2?



Bruna Metz / Egon Felipe Horst (1º ano do Ensino Médio)
Colégio Sinodal Conventos – Lajeado/RS.

4) Ao dividir 1 por 52008, qual o seu último algarismo decimal?


$\frac{1}{5^{2008}}$

Sabendo que

$1 \div 5 = 0,2$
$1 \div 5^2 = 0,04$
$1 \div 5^3 = 0,008$
$1 \div 5^4 = 0,0016$
$1 \div 5^5 = 0,00032$

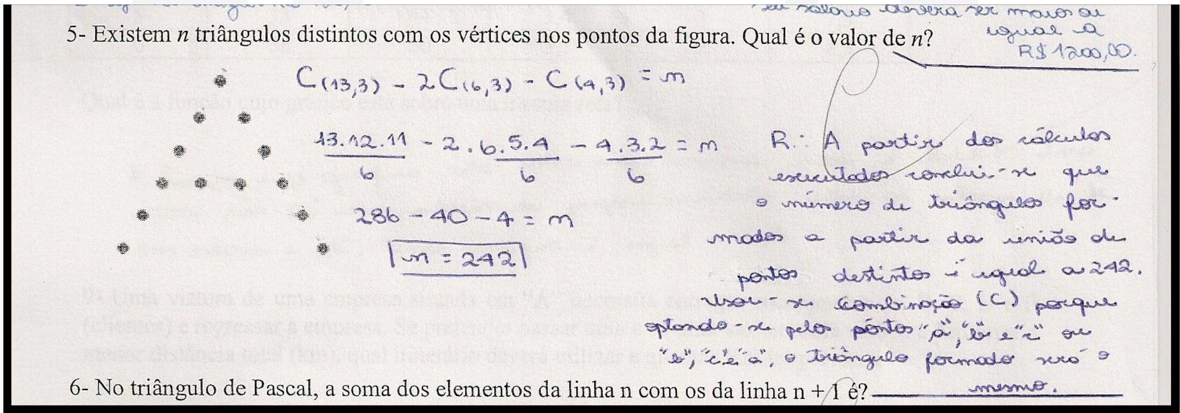
Nota-se que a cada 4 potências o último número decimal repete.

$2008 \div 4 = 502$, resto 0

resto zero indica que será o último algarismo, no caso, o 6

Ana Elisa Endler / Carolina Hoffman de Mattos (2º ano do Ensino Médio).
Colégio Martin Luther – Estrela/RS.

OMU – 13ª edição:


5- Existem *n* triângulos distintos com os vértices nos pontos da figura. Qual é o valor de *n*?

$C_{(13,3)} - 2C_{(6,3)} - C_{(4,3)} = n$

$\frac{13.12.11}{6} - 2.\frac{6.5.4}{6} - \frac{4.3.2}{6} = n$

$286 - 40 - 4 = n$

$\boxed{n = 242}$

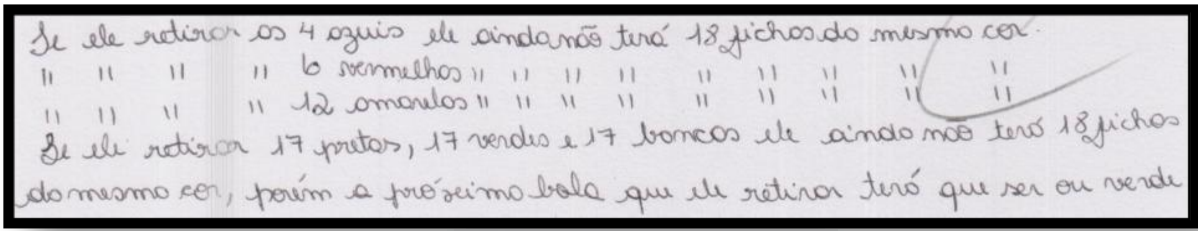
R.: A partir dos cálculos executados conclui-se que o número de triângulos formados a partir da união de pontos distintos é igual a 242. Usou-se combinação (C) porque optando-se pelos pontos "a", "b" e "c" ou "b", "c", "a", o triângulo formado será o mesmo.

6- No triângulo de Pascal, a soma dos elementos da linha n com os da linha n + 1 é?

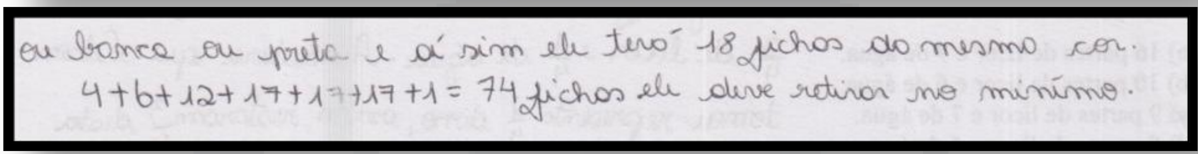
Fernando Iorra e Henrique Dellazeri (2° ano Ensino Médio).
Colégio Bom Jesus São Miguel – Arroio do Meio/RS

OMU – 14ª edição:

5) Em uma caixa há 100 fichas coloridas, das quais 30 são brancas, 28 são pretas, 20 são verdes, 12 são amarelas, 6 são vermelhas e 4 são azuis. Qual o número mínimo de fichas que devem ser retiradas da caixa para que se tenha pelo menos 18 fichas da mesma cor?



Se ele retirar os 4 azuis ele ainda não terá 18 fichas do mesmo cor.
" " " " 6 vermelhos " " " " " " " " "
" " " " 12 amarelos " " " " " " " " "
Se ele retirar 17 pretas, 17 verdes e 17 brancas ele ainda não terá 18 fichas
do mesmo cor, porém a próxima bola que ele retirar terá que ser ou verde

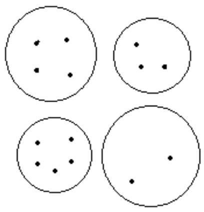


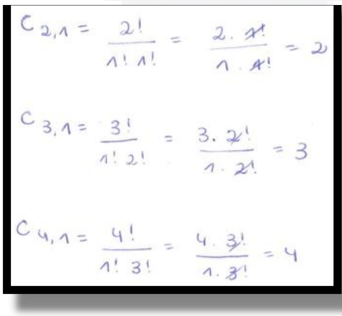
ou branca ou preta e aí sim ele terá 18 fichas do mesmo cor.
4+6+12+17+17+17+1 = 74 fichas ele deve retirar no mínimo.

1º Ano Ensino Médio
Colégio Estadual Poncho Verde
Mato Leitão

OMU – 15ª edição:

7) Na figura abaixo, temos quatro circunferências e alguns pontos destacados no interior delas. Escolhendo exatamente um desses pontos dentro de cada uma das circunferências, e unindo-os por segmentos de reta que não se cruzam, formamos um quadrilátero. Quantos quadriláteros diferentes seremos capazes de desenhar nessas condições?

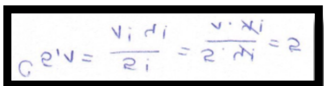




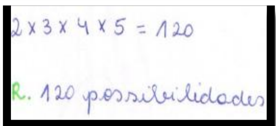
$C_{2,1} = \frac{2!}{1!\,1!} = \frac{2\cdot 1!}{1\cdot 1!} = 2$

$C_{3,1} = \frac{3!}{1!\,2!} = \frac{3\cdot 2!}{1\cdot 2!} = 3$

$C_{4,1} = \frac{4!}{1!\,3!} = \frac{4\cdot 3!}{1\cdot 3!} = 4$



$C_{2,1} = \frac{2!}{1!\,1!} = \frac{2\cdot 1!}{1\cdot 1!} = 2$



2 x 3 x 4 x 5 = 120

R. 120 possibilidades

Amanda Machry Wendt e Tatiane Lindemann (3º Ano do Ensino Médio).
Colégio Martin Luther – Estrela/RS.

ANEXO J – Cópia da Autorização para Utilização de Imagem

Autorização

Eu Claisse de Oliveira Bilhar autorizo o professor Roberto Stenio a utilizar a minha foto que foi publicada em uma reportagem para o Jornal Informativo do Vale no seu trabalho de Mestrado.

Fazenda Vilanova ,16 de maio de 2013

Claisse de Oliveira Bilhar

Claisse de Oliveira Bilhar

Diretora da Escola