



MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA FORMAÇÃO
CONTINUADA DE PROFESSORES**

Rosilene Inês König

Lajeado, julho de 2013.

Rosilene Inês König

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário UNIVATES, como parte da exigência para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Madalena Dullius

Coorientadora: Profa. Dra. Silvana Neumann Martins

Lajeado, julho de 2013.

Rosilene Inês König

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

A Banca examinadora abaixo aprova a Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário Univates, como parte da exigência do Grau em Mestra em Ciências Exatas.

Profa. Dra. Maria Madalena Dullius - orientadora
Centro Universitário Univates

Profa. Dra. Silvana Neumann Martins - coorientadora
Centro Universitário Univates

Profa. Dra. Nélia Maria Pontes Amado
Universidade do Algarve

Profa. Dra. Marli Teresinha Quartieri
Centro Universitário Univates

Profa. Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
Centro Universitário Univates

Lajeado, julho de 2013



Dedico esta dissertação aos meus grandes amores, ao meu esposo Adriano, aos meus filhos Eduardo Felipe e Ana Carolina, aos meus pais Valter e Asta e aos meus irmãos César e Altair, pois, se arrisquei explorar novos horizontes, foi porque vocês estão ao meu lado.

Rosilene Inês König

Julho/2013

AGRADECIMENTOS

A produção deste trabalho tornou-se possível devido ao apoio de muitas pessoas que me aconselharam, estimularam, orientaram e colaboraram ao longo desta caminhada. Além disso, contribuíram com ideias, palavras, críticas, observações. Assim, como forma de carinho e agradecimento, obrigada:

A Deus e a Maria, por me permitirem percorrer este caminho e me iluminaram nos momentos difíceis. Suas bênçãos me protegeram, me fortaleceram e me fizeram seguir em frente.

Ao meu marido Adriano e aos meus filhos Eduardo Felipe e Ana Carolina, que entenderam minha opção pelo estudo, compreenderam e respeitaram a minha ausência em muitos momentos e que me apoiaram nos momentos difíceis, festejando comigo cada etapa vencida. Obrigada principalmente a você, Adriano, lição mais profunda de amor.

Aos meus pais Valter e Asta, pelas orações e pelo constante incentivo durante esta caminhada. Obrigada por sempre me desejarem o melhor e pelo imenso amor que sentem por mim.

Aos meus irmãos Cesar e Altair e suas famílias, agradeço pelo estímulo e pelos bons momentos vividos juntos.

Aos amigos e familiares que cuidaram da minha filha com todo amor e carinho durante a organização do meu trabalho.

Aos colegas e amigos do grupo do Projeto Observatório da Educação, pelo apoio, incentivo e auxílio.

À minha orientadora Profa Dra. Maria Madalena Dullius e à coorientadora Profa Dra. Silvana Neumann Martins, pelas orientações, ensinamentos, incentivos, sugestões e pela compreensão durante a realização deste trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, pelas contribuições teóricas que proporcionaram importantes reflexões para este trabalho.

À colega Rosmeri Herdina, pela disposição e pelo auxílio na revisão e correção do meu trabalho.

Aos docentes Ana Paula Dick, Ana Paula Krein Müller, Daniela Cristina Schossler, Diana Lazzaron Borelli, Elise Cândida Dente, Fabiane Maria Datsch, Fernanda Eloisa Schmitt, Liziane Cristine Sonda Zenere, Luciana Caroline Kilpp Fernandes, Marceli Brummelhaus, Marivani Maia Feil, Michele Delazeri, Neiva Althaus, Ricardo Marcelo Martini, Tatiane Cristine Bernstein, Tiane Cristina Diedrich e Vanessa Paula Reginatto, pela participação na formação continuada de professores. Agradeço por tudo aquilo que aprendi durante este período em que estivemos juntos.

A todos os colegas da turma cinco do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, pelo coleguismo, pelos momentos de reflexão e pelas alegrias.

À colega Virginia Furlanetto que me auxiliou e incentivou para que esta formação continuada tivesse êxito.

À colega e grande amiga Elisângela Nicaretta, pelas palavras de apoio, pelos ensinamentos, pela ajuda, pelo carinho e companheirismo e, principalmente, pela amizade construída ao longo destes anos de trabalho.

À amiga e concunhada Marisete Dullius König pelo apoio nos momentos em que mais precisei.

A todos os amigos não mencionados, que festejaram comigo mais uma etapa da minha vida, conquistada com muito estudo e muita dedicação.

Enfim, a todos que me apoiaram, acreditaram e torceram por mim.





“Educar é colaborar para que professores e alunos – nas escolas e organizações – transformem suas vidas em processos permanentes de aprendizagem”

(Moran, 2007).

RESUMO

O presente estudo é resultado da investigação realizada a partir de uma intervenção pedagógica desenvolvida com um grupo de dezessete docentes da Educação Básica do Vale do Taquari, que participaram de uma formação continuada, realizada no Centro Universitário UNIVATES, localizado em Lajeado, RS/BRA. Tem como problema central analisar em que aspectos as atividades desenvolvidas em uma formação continuada de professores, com foco na resolução de problemas matemáticos, podem impactar no fazer pedagógico. Com base nas respostas e nos relatos dos docentes, nas transcrições das filmagens e nas observações, foi possível investigar como a formação continuada de professores pode auxiliar os docentes na abordagem de resolução de problemas matemáticos visando à melhoria das práticas pedagógicas. O referencial teórico segue pressupostos que abordam a formação continuada de professores e a resolução de problemas matemáticos. A metodologia utilizada para realizar o estudo foi de cunho qualitativo com foco na pesquisa-ação. A coleta de dados foi realizada através de dois questionários (preliminar e posterior) compostos por perguntas abertas, fechadas e mistas; relatos escritos; transcrições de filmagens e diário de campo. Os resultados que emergiram através da pesquisa realizada foram analisados a partir da metodologia de Análise Textual Discursiva, proposta por Moraes, e organizados em quatro categorias: 1. Análise dos conhecimentos teóricos e práticos constituídos; 2. Aplicação de resolução e de formulação de problemas matemáticos com os discentes; 3. Verificação de indícios de que a formação continuada auxilia na prática docente; 4. Reflexões complementares relacionadas à prática pedagógica. As análises das categorias foram realizadas de acordo com as concepções de autores como Sousa, Pinto e Costa; Moran; Dante; Polya e outros. Finalmente, foi possível verificar que os estudos teóricos e as atividades propostas na formação continuada contemplaram as expectativas iniciais dos docentes, contribuíram para a produção de novos conhecimentos relacionados à resolução e à formulação de problemas matemáticos, auxiliaram os docentes no desenvolvimento de aulas mais inovadoras e próximas da realidade dos discentes e proporcionaram momentos de reciprocidade de conhecimentos, reflexão e diálogo.

Palavras-chave: Formação Continuada de Professores. Matemática. Resolução de Problemas. Práticas Pedagógicas.

ABSTRACT

This paper presents a study that is the result of the investigation accomplished from a pedagogical intervention developed with a group of seventeen Basic Education teachers of the Vale do Taquari, who participated in a continuing training, held in the Centro Universitário Univates, located in Lajeado, RS/BRA. It has as the central problem to analyze in what aspects the developed activities in a continuing education of teachers, with the focus on the mathematical problems resolution, can impact on pedagogical practice. Based on responses and on the teachers' reports, on the video recording transcriptions and on observations, it was possible to investigate how the continuing training of teachers can help them on the approach of mathematical problems resolutions aiming the improvement on pedagogical practices. The theoretical framework follows assumptions on continuing education of teachers and the mathematical problems resolutions. A qualitative methodology with the focus on action research was used to accomplish this study. The data collection was carried out using two questionnaires (preliminary and subsequent) with open, closed and mixed questions; written reports; video recording transcriptions and field diary. The results that came up through the research, were analyzed from the Discursive Textual Analysis methodology, proposed by Moraes, and organized in four categories: 1. Analyses of the established theoretical and practical knowledge; 2. Put the resolution and the formulation of mathematical problems into practice with the students; 3. Check the evidence that the continuing training helps teaching practice; 4. Additional reflections related to pedagogical practice. The category analysis were carried out according to the conceptions of the authors such as Sousa, Pinto and Costa; Moran; Dante; Polya and others. Finally, it was possible to verify that the theoretical studies and the proposed activities in the teacher training courses contemplated the teachers initial expectations, contributed to the production of new knowledge related to the resolution and the formulation of mathematical problems, helped teachers preparing more innovative classes and close to the students reality and provided moments of knowledge, reflection and dialogue reciprocity.

Keywords: Continuing Teacher Education. Mathematics. Problems Resolution. Pedagogical Practices.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Resumo do perfil dos docentes.....	67
Quadro 2 – Atividades desenvolvidas durante a formação continuada.....	70
Quadro 3 – Resumo da abordagem metodológica da pesquisa.....	76
Quadro 4 – Categorias, objetivos e subcategorias.....	77
Quadro 5 – Ideias de alguns autores sobre resolução de problemas.....	83
Quadro 6 – Categorias e subcategorias que emergiram na pesquisa.....	133

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Proposta de trabalho.....	80
Figura 2 – Problemas 1, 2, 3, 4, 5 e 6 resolvidos pelo Professor P4.....	85
Figura 3 – Problemas 7, 8, 9 e 10 resolvidos pelo Professor P9.....	86
Figura 4 – Quebra-cabeça.....	88
Figura 5 – Tipos de problemas.....	89
Figura 6 – Problemas 1 e 2 resolvidos por um aluno do Professor P9.....	92
Figura 7 – Problemoteca.....	93
Figura 8 – Problema dos sanduíches.....	94
Figura 9 – Resolução do problema dos sanduíches por um aluno do Professor P14.....	95
Figura 10 – Dinâmica: Jogo da velha humano.....	96
Figura 11 – Problemas resolvidos pelos professores no 1º encontro.....	98
Figura 12 – Importância do uso de diferentes estratégias.....	99
Figura 13 – Problema dos cilindros.....	100
Figura 14 – Cilindro com feijões.....	100

Figura 15 – Estratégias passíveis de serem utilizadas.....	101
Figura 16 – Dinâmica: Mão no joelho, boca fechada e cabeça pensando.....	103
Figura 17 – Problemas 3 e 4 resolvidos pelo Professor P6.....	104
Figura 18 – Problemas resolvidos pelos discentes do ensino médio nas provas da Olimpíada Matemática da UNIVATES.....	105
Figura 19 – Problema resolvido por um aluno do Professor P9.....	107
Figura 20 – Problema proposto aos docentes.....	109
Figura 21 – Interpretações e tendências.....	111
Figura 22 – Princípios.....	112
Figura 23 – Confecção do acervo da problemoteca.....	113
Figura 24 – Aprendendo a resolver problemas.....	114
Figura 25 – As quatro fases de Polya.....	115
Figura 26 – Problema resolvido pelo aluno do Professor P11.....	116
Figura 27 – Problemas resolvidos pelo aluno do Professor P15.....	118
Figura 28 – Problema resolvido pelo aluno do Professor P1.....	119
Figura 29 – Por que formular problemas.....	121
Figura 30 – Formular um problema a partir da palavra “Primavera”.....	123
Figura 31 – A partir de uma figura dada, criar perguntas.....	123
Figura 32 – A partir de um início dado, continuar o problema.....	124
Figura 33 – Desafio proposto aos docentes.....	125
Figura 34 – Análise de erros na resolução de problemas da OMU.....	127
Figura 35 – Atividade desenvolvida com um aluno da educação infantil.....	129

Figura 36 – Resolução de alguns problemas por um aluno do Professor P8.....	130
Figura 37 – Confeção de um livro de desafios por um aluno do Professor P10.....	131
Figura 38 – Caderno de desafios.....	161



SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	17
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	25
2.1 Formação continuada de professores.....	25
2.2 Resolução de problemas matemáticos.....	39
2.2.1 Problema matemático: resolução e formulação.....	41
2.2.2 Interpretações e princípios.....	47
2.2.3 Tipos de problemas, estratégias e procedimentos de resolução.....	50
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	59
3.1 Caracterização da pesquisa.....	59
3.1.1 A pesquisa-ação.....	60
3.2 Sujeitos envolvidos.....	66
3.3 A intervenção pedagógica.....	68
3.4 Procedimentos para coleta dos dados.....	72
3.5 Técnica de análise dos dados.....	73

4 INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA.....	79
4.1 Descrição dos encontros.....	80
5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS.....	132
5.1 Categoria 1 - Análise dos conhecimentos teóricos e práticos constituídos.....	134
5.1.1 Motivação que levou o docente a participar da formação continuada.....	134
5.1.2 Principais dificuldades dos docentes ao abordar a resolução de problemas matemáticos.....	135
5.1.3 Relevância do ensino da Matemática por meio da resolução de problemas.....	137
5.2 Categoria 2 – Aplicação de resolução e de formulação de problemas matemáticos com os discentes.....	140
5.2.1 Como os docentes trabalham problemas matemáticos com seus alunos.....	140
5.2.2 Principais dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos.....	145
5.2.3 A importância de formular problemas.....	150
5.3 Categoria 3 – Verificação de indícios de que a formação continuada auxilia na prática docente.....	155
5.3.1 Melhorias ocorridas em relação à abordagem de problemas matemáticos no planejamento das aulas.....	155
5.3.2 Fatores importantes observados pelos docentes ao selecionar os problemas abordados com os discentes.....	167
5.3.3 Dificuldades que persistem ao abordar a resolução de problemas matemáticos.....	168

5.4 Categoria 4 – Reflexões complementares relacionadas à prática pedagógica.....	173
5.4.1 Desvalorização da carreira docente.....	173
5.4.2 Conceitos matemáticos.....	176
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	179
REFERÊNCIAS.....	186
APÊNDICES.....	192
ANEXOS.....	265

1 INTRODUÇÃO

Desde os primórdios da civilização, o homem, como “ser pensante”, sempre quis entender o mundo em que vive: será que a Terra é plana? Como são seus limites últimos? Como explicar os movimentos do Sol e da Lua? Perguntas como estas atormentaram o homem por milênios até que começaram a ser respondidas a partir de ideias matemáticas simples, de semelhança de figuras geométricas e proporcionalidade, que permitiram aos astrônomos calcular o tamanho da Terra, do Sol e da Lua e as distâncias a que se encontram esses astros da Terra.

Já no século XX, e graças a eficazes ideias matemáticas, novamente o homem alargou as fronteiras do mundo em que vive, calculando distâncias astronômicas e formulando teorias cosmológicas que indicam que o universo em que vivemos teve origem há bilhões de anos.

Mais recentemente, os avanços da Biologia Molecular, alicerçados em ideias matemáticas, abriram perspectivas de progressos até há algumas décadas nem sequer sonhados sobre os mistérios da vida, a diversidade das espécies e a engenharia genética. Além disso, a Matemática tem tido uma influência substancial e direta, até mesmo em vários domínios da Arte, como na Arquitetura, na Escultura, na Pintura e na Música. Assim, para justificar o ensino da Matemática nas escolas, basta considerar o relevante papel que desempenha na construção do conhecimento humano.

Na área da Educação, porém, o que se percebe é que, apesar da importância da Matemática, mesmo mediante os esforços das pessoas envolvidas, o ensino e a

aprendizagem desta disciplina andam em descompasso. De um lado, estão os professores tentando aproximar a Matemática do cotidiano do aluno; de outro lado, alunos que estão desmotivados, desinteressados, pois muitos deles já não querem pensar.

Os alunos, muitos deles, têm dificuldade em interpretar e lidar com a Matemática fora do contexto escolar, deixando transparecer uma visão superficial sobre as ações desta disciplina na sociedade. O que ocorre, usualmente, é uma dissociação entre a Matemática que a escola trabalha e a Matemática do dia a dia e, por isso, não encontram uma justificativa que os convença da necessidade e da importância da disciplina em suas vidas. Chegam a questionar a utilidade do que estão lhes ensinando.

A Matemática deve fazer sentido para o aluno. Para Moran (2007), o currículo precisa estar relacionado com a vida, o cotidiano do aluno, deve ter significado e principalmente ser contextualizado. Muitas das noções que os discentes estudam lhes parecem vagas, não estão relacionadas com a realidade deles, as suas expectativas e necessidades. De acordo com o autor, o conhecimento acontece quando alguma coisa faz sentido, quando pode ser experimentado, quando pode ser aplicado em algum momento ou de alguma forma.

A problemática da dissociação entre as duas Matemáticas tem seus reflexos: o desempenho dos alunos na Matemática nas avaliações externas está muito aquém do que se desejaria como ideal. São notícia e motivo de análise de técnicos e estudiosos os baixos números do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB); repercutem na mídia as dificuldades com o ensino da Matemática nas escolas públicas; merece destaque o insatisfatório desempenho dos alunos no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), nos vestibulares. E quem está na retaguarda de toda essa situação?

Recai sobre a escola e seus professores a responsabilidade: os alunos não podem ser desmotivados por um estudo mal dirigido. A aprendizagem deve ser significativa, ativa: deve fazer o aluno pensar. O professor deve ser o fio condutor, seu objetivo deve ser levar o discente a “aprender a aprender”. As aulas devem conter situações desafiadoras para os alunos em forma de situações-problema para

introduzir e desenvolver conceitos; devem explorar, dentro das possibilidades, situações do seu cotidiano. Frente a isso, programas de estudos devem ser repensados e professores necessitam atualizar-se.

Se o desempenho dos discentes não corresponde às expectativas, o olhar volta-se ao professor, que pela sua ação deve buscar mudanças. E, para que sua ação traga resultados mais eficazes, torna-se necessário que repense suas práticas. Ensinar é uma ação complexa que depende, em grande parte, das personalidades envolvidas e das condições locais. Depende também da formação de profissionais competentes para o exercício da profissão.

Ora, o que faz um professor ser competente? De que conhecimentos necessita? Não basta ao professor conhecer teorias, perspectivas e resultados de investigação; tem de ser capaz de construir soluções adequadas para os diversos aspectos de sua ação profissional, o que requer não só a capacidade de mobilização e articulação de conhecimentos teóricos, mas também a capacidade de lidar com situações concretas, competências que têm de se desenvolver progressivamente ao longo de sua formação, ao longo da carreira profissional.

Uma formação que privilegie a estruturação de suas ideias, a análise de seus acertos e de seus erros, a expressão de pensamentos e resolução de problemas é um processo contínuo de que todo o professor deve participar. Para o professor de Matemática também este é um caminho: a formação continuada é a manifestação do comprometimento com o papel que assume em relação ao aluno. É na reavaliação de práticas, na busca constante de novos saberes, na troca de experiências, que se há de continuar construindo o conhecimento. E é também desta forma que se deve encarar o desafio de preparar o ser humano para a vida e a diversidade que nela se apresenta.

Segundo Perrenoud (2000, p. 160), a partir de seu surgimento, a formação continuada de professores refere-se às práticas profissionais, mas recentemente ela parte regularmente das práticas em vigor, a fim de fazê-las mudarem, devido a um desvio reflexivo.

O professor deve contribuir para que cada aluno seja autor de sua história, de uma história que revele crescimento pessoal, compreensão da estrutura social, onde

possa agir e desempenhar funções com competência, apontando para uma real aprendizagem. Assim, avaliações da própria escola, avaliações externas, concursos e vestibulares, poderão revelar outros indicativos e a repercussão provavelmente será positiva.

Frente a essa realidade, o professor deve rever suas práticas, suas metodologias e também analisar os recursos de que dispõe para realizar o seu trabalho e a melhor maneira de utilizá-los. As tecnologias atuais são, ao mesmo tempo, ferramenta de ensino e fonte de informações e exercem uma influência tal que a função do professor merece ser repensada. Já não é papel do docente apenas trazer a informação; deve auxiliar o aluno a interpretar essas informações, a relacioná-las e contextualizá-las.

Segundo Moran (2007), obter a informação depende cada vez menos do professor. As tecnologias se encarregam de levar as informações até as pessoas de forma rápida e atraente. O principal papel do professor, segundo o autor, é auxiliar o discente a interpretar, relacionar e a contextualizar os dados. E, para cumprir essa função, deve estimular o aluno para que este se sinta sempre com vontade de aprender mais.

Então, diante de toda essa conjuntura em que o avanço tecnológico é fator de constantes inovações, em que as exigências da sociedade como um todo estão em contínuo processo de transformação, a escola também deve rever suas metodologias. E o professor se constitui como agente transformador na medida em que analisa e/ou assimila as inovações, as exigências, as situações-problema do cotidiano escolar, no qual o educando figura como personagem principal.

O objetivo de transformar o aluno, de fazê-lo pensar, de fazê-lo aprender a aprender, deve nortear a ação do professor que, por sua vez, necessita também de constante aprimoramento e atualização. Ao professor que é comprometido com sua função docente cabe buscar desenvolver no aluno a própria compreensão e a vontade de aprender; deve estimular-se na sua própria aprendizagem, sendo que esta pode ser reforçada pela formação continuada.

Nesse sentido, a formação continuada de professores é vista atualmente como uma alternativa na busca de novos conhecimentos e de novas perspectivas

que auxiliem o docente nesse processo de melhoria da sua prática pedagógica e da qualidade da educação. Promover formação que conscientize e instigue o docente a repensar as concepções de aluno como ser pensante, crítico, inovador, criativo, empreendedor e comprometido com o desenvolvimento social são fundamentais. Preocupada com estas questões, a Univates mantém grupos de pesquisa e estudos, dentre os quais situa-se o Projeto Observatório da Educação¹, voltado à análise, reflexão e busca de novos caminhos para a educação.

Assim, ao longo de 2011 e 2012, o grupo de pesquisa do Projeto Observatório da Educação (do qual a professora pesquisadora é bolsista), realizou estudos referentes às provas de avaliações externas de Matemática, como o Sistema Avaliativo da Educação Básica (SAEB), a Prova Brasil, o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Exame Nacional de Desempenho do Estudante (ENADE), sendo que se percebeu que o foco destas avaliações está na resolução de problemas matemáticos.

Além disso, constatou-se, por meio da própria prática pedagógica e da vivência com colegas de escola, que o ensino da Matemática voltado à resolução de problemas da forma como são abordados pelos professores e trazidos por alguns livros didáticos revelou-se como uma metodologia a ser questionada. A partir dessas constatações, investigou-se sobre outras possibilidades de abordar a resolução de problemas nas aulas de Matemática.

Entendeu-se então que, um estudo com foco nesta tendência de ensino da Matemática poderia vir a melhorar a prática pedagógica vigente, auxiliando no fazer pedagógico dos professores desta disciplina. Com base nas inquietações em relação ao estudo realizado pelo Projeto Observatório da Educação, à abordagem de problemas matemáticos na sala de aula e à necessidade da melhoria da prática docente, surgiu assim o problema de pesquisa: **Em que aspectos as atividades desenvolvidas em uma formação continuada de professores, com foco na resolução de problemas, podem impactar no fazer pedagógico?** Ficou definido assim o tema da pesquisa: A formação continuada de professores auxiliando o docente na abordagem de problemas matemáticos na sala de aula.

¹ O projeto Observatório da Educação vem sendo desenvolvido no Centro Universitário UNIVATES, com apoio da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), entidade do governo brasileiro voltada para a formação de recursos humanos.

Frente a esta problemática, o objetivo geral deste estudo é investigar como a formação continuada de professores pode auxiliar os docentes na abordagem de resolução de problemas matemáticos visando à melhoria de práticas pedagógicas.

Os objetivos específicos desta pesquisa são:

- a) investigar os conhecimentos constituídos pelos docentes em relação à resolução de problemas matemáticos;
- b) auxiliar os docentes no desenvolvimento de aulas de matemática mais próximas da realidade dos discentes, por meio da resolução de problemas matemáticos;
- c) estruturar algumas estratégias de ação para melhorar o processo de resolução de problemas;
- d) analisar e investigar conjuntamente com os docentes a solução de alguns problemas matemáticos resolvidos pelos discentes;
- e) criar momentos de reciprocidade de conhecimentos, reflexão e diálogo entre os colegas docentes;
- f) avaliar as contribuições da formação continuada na intervenção pedagógica dos docentes;
- g) estimular os docentes na busca de conhecimento fundamentado na leitura de livros e artigos científicos.

A proposta deste estudo contempla aspectos profissionais, compartilhamento de experiências, leitura de textos teóricos que fundamentam a formulação e a resolução de problemas, reflexão sobre a própria prática pedagógica, exposição e confronto de ideias, criatividade na resolução e formulação de problemas, uso de estratégias para resolver problemas, busca por conhecimentos teóricos sobre resolução e formulação e construção de novos saberes.

A formação continuada de professores apresentada neste trabalho quer oportunizar uma mudança, a princípio em pequena escala, nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática abordando a resolução de problemas

matemáticos. Não pretende trazer a resolução de problemas como uma metodologia de ensino a ser adotada, mas que este tipo de atividade auxilie os docentes na preparação de aulas de Matemática mais próximas da realidade dos discentes e que também os preparem para a vida fora do contexto escolar. Como bem aponta Freire (1996), mudar não é fácil, mas é possível. Mais que possível, pode-se dizer que é preciso mudar.

O trabalho de pesquisa desenvolveu-se no Centro Universitário UNIVATES, localizado na cidade de Lajeado (RS). A escolha por este centro para realizar a formação continuada deve-se ao fato de, além de a professora pesquisadora ser aluna da instituição desde a graduação, ser de fácil acesso para os participantes da formação. Além disso, a UNIVATES zela pela tradição em oferecer assessorias pedagógicas, destacando-se sua preocupação com a formação continuada de professores.

A metodologia utilizada para realizar o estudo foi de cunho qualitativo com foco na pesquisa-ação, visto que investigou-se e entrevistou-se na prática docente dos professores envolvidos neste processo de formação, mediante o uso de teorias, a reflexão da própria prática, a troca de conhecimentos e a intervenção desses professores na escola. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram questionários, fotos e filmagens, relatórios e diário de campo.

Realizadas as considerações iniciais, destaca-se que esta dissertação, além do capítulo introdutório, é constituída por mais cinco capítulos. O capítulo de Introdução aborda o problema de pesquisa que estimulou a realização deste trabalho, bem como o contexto do problema. Além disso, apresenta o tema e os objetivos da pesquisa.

No segundo capítulo, Fundamentação Teórica, apresenta-se uma revisão de literatura dividida em duas seções. Na primeira seção traz-se uma reflexão sobre a formação continuada de professores e, na segunda seção (organizada em três subseções), conceitua-se resolução de problemas matemáticos.

No terceiro capítulo, Procedimentos Metodológicos, expõem-se as características da pesquisa e explica-se a metodologia usada para desenvolver o estudo, sendo dividido em cinco seções. No quarto capítulo, Intervenção

Pedagógica, relatam-se os dez encontros da formação continuada. No quinto capítulo, Análise e Discussão dos Dados, realiza-se a análise dos dados apresentando as quatro categorias resultantes dos objetivos específicos e as subcategorias que emergiram na pesquisa. No sexto e último capítulo, tecem-se as Considerações Finais do estudo, ressaltando as conclusões e implicações da intervenção pedagógica desenvolvida.

Essa dissertação está vinculada à linha de pesquisa Epistemologia da Prática Pedagógica no Ensino de Ciências Exatas e ao Projeto Observatório da Educação.

Na sequência, serão apresentadas as contribuições no que se refere às teorizações da formação continuada de professores e da resolução de problemas matemáticos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, encontra-se uma abordagem sobre a formação continuada de professores e a resolução de problemas matemáticos. Na seção formação continuada de professores destacam-se: o conceito, pesquisas internacional e brasileira acerca da formação de professores de Matemática, história acerca da formação continuada de professores de Matemática, a formação continuada de professores, a formação continuada em relação aos alunos e o papel do docente. Já a seção que apresenta conhecimentos sobre a resolução de problemas matemáticos abrange-se as seguintes subseções: problema matemático – resolução e formulação; interpretações e princípios; tipos de problemas; estratégias e procedimentos de resolução.

2.1 Formação continuada de professores

A formação continuada de professores, de acordo com Porto (apud FERNANDES, 2010, p. 93), “[...] traz em sua origem o processo de desenvolvimento que ocorre ao longo da vida profissional, como um percurso contínuo à formação inicial e que se relaciona com a prática pedagógica”.

Para Lopes (2006), a educação contínua tem admitido diversas concepções, de acordo com o momento político da época em que esse processo se desenvolve, contudo, denomina-se formação contínua de professores o método pelo qual os docentes, no desempenho de sua prática profissional, por meio de palestras, seminários, cursos, oficinas ou outras propostas, procuram adequar sua formação às exigências do ato de ensinar. Assim, segundo a autora, a formação continuada

proporciona “[...] o reapetrechamento dos professores, reestruturando e aprofundando conhecimentos adquiridos na formação inicial, bem como a produção de novos conhecimentos” (LOPES, 2006, p. 140).

Espera-se, no mínimo, segundo a autora, que a formação continuada auxilie os indivíduos envolvidos nesse processo a compreenderem e a refletirem sobre as diversidades do ato de ensinar, sendo imprescindível que esses docentes tenham consciência das implicações do seu fazer na vida dos estudantes colocados sob a sua responsabilidade.

Ferreira (2003) assevera que tanto os programas de formação quanto os estudos referentes ao ensino e suas aplicações em cursos de educação inicial e continuada, têm acompanhado historicamente os conceitos teóricos e sóciopolíticos (sobre as funções da educação, do ensino da Matemática, da função do docente dessa disciplina) de cada época. Em função da falta de pesquisas sobre o tema até o final da década de 60, torna-se difícil avaliar como se dava a formação de professores e a que aspectos se dava ênfase. Durante muito tempo a educação em geral e a formação de professores não tiveram relevância política, ou seja, não eram temas valorizados pelas políticas públicas. Além dos cursos de licenciatura, a formação consistia em programas emergenciais que eram voltados para a solução de problemas, envolvendo o número de professores que era necessário. Isso deu origem, ainda segundo a autora, à criação de esquemas de treinamento de emergência, de qualidade duvidosa, sendo uma situação que ajudou no declínio dos padrões educacionais.

A autora explica que até o final dos anos 70, o tipo de pesquisa da educação que predominava (em especial nos Estados Unidos, mas em outros países também) era formado por estudos experimentais quantitativos em relação à eficácia de diferentes metodologias para treinar docentes em tarefas específicas. A maior preocupação era de “[...] modelar o comportamento do professor e examinar os efeitos de determinadas estratégias de ensino” (FERREIRA, 2003, p. 21).

A autora afirma ainda que, na década de 1980, a investigação passou a abranger uma gama maior de questões e temas de pesquisa e deu-se início à utilização de uma vasta diversidade de metodologias. O pensamento do docente e

as influências do curso de formação de professores sobre seu desenvolvimento cognitivo e moral se tornaram pontos relevantes. Mas a pesquisa e a prática de formação de docentes se mantinham com pouco reconhecimento e se orientavam para a atualização do conhecimento específico do educador. O progresso nessa dimensão era visto como uma eficaz transferência de princípios da pesquisa acerca do ensino para o treinamento de professores.

Em meados da década de 1990, muitas pesquisas centradas não somente na maneira de aprender e ensinar dos docentes como também nas suas crenças, suas concepções e seus valores, começaram a ser desenvolvidas e passaram a explorar os processos de mudança e inovação, baseando-se em dimensões organizacionais, curriculares, didáticas e profissionais (FERREIRA, 2003).

De acordo com a autora, nos últimos anos a pesquisa acerca da formação de professores vem crescendo tanto quantitativamente quanto qualitativamente. A inquietação de conhecer melhor o processo de aprender a ensinar conduziu a mudanças no modelo da formação de professores. O profissional da educação se torna um agente importante dos processos de ensino e de aprendizagem. Apontado como um profissional com capacidade para pensar, refletir e articular sua prática, segundo seus princípios, crenças e saberes, passa a ser reconhecido como um agente fundamental no processo de formação e mudança. O professor, antes objeto passivo de estudo e formação, passa a ser considerado como sujeito do estudo com envolvimento ativo e colaborativo em muitos casos.

Segundo Ferreira (2003), a partir da segunda metade da década de 1970, emergem as primeiras pesquisas acadêmicas brasileiras (dissertações de mestrado) sobre formação de professores de Matemática. A preocupação voltava-se ao desenvolvimento de estratégias eficazes de treinamento e pesquisas que faziam diagnósticos e verificavam a influência de características do docente sobre o desempenho do aluno, ou seja, eram estudos exploratórios que pretendiam dar informação aos programas e metodologias de treinamento. Quase nenhuma pesquisa dessa época parece evidenciar alguma preocupação a respeito daquilo que o docente teria a dizer sobre os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, assim como sobre suas crenças, suas concepções e seus valores. Era um executor de propostas que eram produzidas por estudiosos.

Já nos últimos anos da década de 1980, conforme Ferreira (2003), a formação de professores de Matemática começa a delinear-se consistentemente e torna-se uma das mais ativas áreas de pesquisa, visto que antes desse período não há muito material escrito e nem pesquisado sobre o assunto. A autora comenta que a tese e os artigos de pesquisa de Fiorentini – que foram desenvolvidos com seus orientandos – fornecem importantes elementos acerca das pesquisas sobre formação de professores de Matemática no Brasil. Segundo a autora, em 1994, Fiorentini fez um minucioso inventário da produção acadêmica na área da Educação Matemática no Brasil, envolvendo desde os anos 60 ao início da década de 1990, sendo que o autor analisou 204 teses e dissertações que foram produzidas nos cursos de pós-graduação, sendo que 34 desses trabalhos tinham como temática “Formação de Professores”.

Ferreira (2003, p. 29) destaca que, ao final dos anos 80, pesquisas começam a perceber o professor (ou futuro professor) matemático como alguém que pensa, reflete acerca de sua prática, e cujas concepções e percepções precisam ser reconhecidas:

Mais que uma “peça” útil ao sistema, ele começa a ser visto como um elemento importante no processo de ensino-aprendizagem. Essa tendência, embora apenas incipiente no Brasil da década de 1980, surge e se desenvolve com força em diversas partes do mundo. Mesmo que timidamente, o Brasil também começa a transformar seu paradigma de pesquisa. É o paradigma do “pensamento do professor” que lentamente procura seu espaço no âmbito da pesquisa sobre a formação de professores de matemática.

Junto a essa tendência, segundo a autora, é possível perceber que a atenção dos pesquisadores nos últimos 25 anos está voltada às cognições dos docentes sobre sua própria formação, sendo que esses trabalhos conseguiram espaço no início da década de 1990. A análise de temas como representações, visões, percepções, crenças, concepções, reflexões dos docentes sobre seu próprio processo de formação, representa uma tendência que se ajusta ao panorama nacional, onde os pesquisadores começam a interessar-se pelo que os docentes pensam acerca de sua própria formação.

A formação continuada de professores de Matemática, de acordo com Ferreira (2003), sofreu grandes mudanças ao longo das décadas de 1970, 1980 e 1990. No começo, essa formação era desenvolvida como um programa de

treinamento, reciclagem e atualização e, mais tarde, passa a ser desenvolvida por projetos de parcerias entre formadores de professores (quase sempre universitários) e professores. A partir daí, metodologia, métodos de coleta de informações e perspectivas de pesquisa são transformados. Muitos projetos coletivos têm sido desenvolvidos, nos quais os indivíduos não são apenas participantes, mas também investigadores das suas próprias práticas, e constituem-se em sujeitos de conhecimento.

Os estudos realizados com os professores dos anos iniciais do ensino fundamental ou com os docentes de Matemática de qualquer outro nível têm algo em comum: a preocupação de acompanhar e de investigar o processo de formação que é vivenciado por equipes que trabalham de forma coletiva e colaborativa (FERREIRA, 2003). Segundo Ferreira (2003, p. 29):

Isso representa uma contraposição à perspectiva vigente durante várias décadas na qual os professores deveriam “se beneficiar” dos conhecimentos produzidos pelas universidades e procurar aplicá-los na sua prática. Agora, além da voz do professor começar a ser ouvida com interesse, ele passa a ser visto como parceiro, como companheiro de um processo coletivo de construção de conhecimentos.

De acordo com o exposto até aqui, percebe-se que há novos rumos para a formação de professores de Matemática. Conforme a autora, os pesquisadores não apresentam mais apenas interesse no desenvolvimento de “[...] novas e inusitadas técnicas ou em propor ‘treinamentos’ para os professores, os pesquisadores agora se dedicam a procurar compreender melhor quem é esse professor de Matemática, como ele pensa e como isso se relaciona com a prática” (FERREIRA, 2003, p. 38).

A formação continuada de professores, segundo Sousa, Pinto e Costa (2009) está ocupando lugar de destaque nos debates relativos às políticas públicas no que se refere à melhoria da qualidade da educação. Essa preocupação torna-se clara nas políticas de formação de professores que estão sendo implementadas pelos órgãos oficiais, como Secretarias da Educação, Universidades, Instituições de Pesquisa, para capacitar o docente nas pesquisas e publicações da área e nas discussões acerca da formação inicial e continuada de professores. Sob esse olhar, os debates a respeito da formação continuada de professores aparecem associados ao processo de melhoria da qualidade da educação e das práticas pedagógicas que

são desenvolvidas pelos docentes no seu cotidiano escolar (SOUSA, PINTO, COSTA, 2009).

A formação do professor, segundo os autores em questão, não deve fundamentar-se no treinamento de receitas e métodos que podem ser diretamente aplicados na sala de aula, mas sim, primeiramente devem auxiliar o docente a desenvolver sua autonomia. Nessa abordagem, segundo Sousa, Pinto e Costa (2009, p. 55), é necessário que se apoie os profissionais da educação:

[...] em um sentido emancipador do seu conhecimento sobre o aprender e o ensinar - como os alunos aprendem, sobre a qualidade dos materiais de ensino, sobre ser educador que assume seu papel, tendo como foco principal os valores que induzem à autonomia e partindo do princípio de que compete a cada um criar o seu saber.

Corroborando as ideias dos autores, Ponte (1998, p. 2-3, grifo do autor) também comenta sobre a importância do desenvolvimento do professor no decorrer de sua carreira profissional:

O desenvolvimento profissional ao longo de toda carreira é, hoje em dia, um aspecto marcante da profissão docente. [...] a finalidade do desenvolvimento profissional é tornar os professores mais aptos a conduzir um ensino da Matemática adaptado às necessidades e interesses de cada aluno e a contribuir para a melhoria das instituições educativas, realizando-se pessoal e profissionalmente.

Diante de uma nova realidade é imprescindível que se tenha profissionais da Educação Matemática com um novo perfil. Profissionais que não se preocupem em apenas transmitir informações, mas que repensem as concepções de aluno, de docente e de processos de ensino e de aprendizagem Matemática. Para tanto, a participação em formação continuada pode abrir novos horizontes para o professor, pode trazer-lhe novas ideias e expectativas. O aperfeiçoamento do profissional da educação está previsto pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional 9394/96 – LDB – Brasil (art. 70, 1996, p. 22) quando diz que:

Considerar-se-ão como de manutenção e desenvolvimento do ensino as despesas realizadas com vista à consecução dos objetivos básicos das instituições educacionais de todos os níveis, compreendendo as que se destinam a:

I – remuneração e aperfeiçoamento do pessoal docente e demais profissionais da educação.

Nessa mesma direção os PCNs do Ensino Médio (BRASIL, 2000) abordam a urgência de se romper com modelos tradicionais, a fim de que se atinjam os

objetivos propostos para o Ensino Médio. Assim, “a perspectiva é de uma aprendizagem permanente, de uma formação continuada, considerando como elemento central dessa formação a construção da cidadania em função dos processos sociais que se modificam” (BRASIL, 2000, p. 13).

Trigo (2011, p. 3) contribui ressaltando a importância de os professores participarem de uma formação continuada, visto que têm a oportunidade de envolverem-se em diversas atividades que abordem a resolução de problemas:

En los programas de formación y desarrollo profesional de los profesores, los participantes tendrán oportunidad de participar en diversas actividades de resolución de problemas. Estas actividades incluyen la comprensión de algún concepto matemático, la formación de algún problema o la resolución de problemas situados en diversos contextos. En cada una de las tareas o problemas se recomienda presentar un pasaje que describa el contexto de la actividad.²

Souza, Pinto e Costa (2009, p. 56) ainda acrescentam que “a formação continuada pode caracterizar-se como um processo em que predominam a reflexão e a construção de saberes”.

Reforçando as ideias dos especialistas supracitados, no que se refere à reflexão sobre a prática, Freire (1996, p. 43) afirma que “[...] na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática”, ou seja, na formação é imprescindível que se reflita criticamente sobre as práticas presentes e passadas para que se possa indubitavelmente melhorar a prática seguinte.

Na esteira dessas ideias, Tardif (2010, p. 286, grifo do autor) também faz uma referência importante no que se refere à reflexão dos professores enquanto profissionais da educação, quando explica que os docentes:

[...] são considerados práticos refletidos ou “reflexivos” que produzem saberes específicos ao seu próprio trabalho e são capazes de deliberar sobre suas próprias práticas, de objetivá-las e de introduzir inovações susceptíveis de aumentar sua eficácia. A prática profissional [...] *torna-se um espaço original e relativamente autônomo de aprendizagem [...] bem como um espaço de produção de saberes e de práticas inovadoras pelos professores experientes.*

² Nos programas de formação e desenvolvimento profissional dos professores, os participantes terão a oportunidade de participar em diversas atividades de resolução de problemas. Estas atividades incluem a compreensão de algum conceito matemático, a formação de algum problema ou a resolução de problemas situados em diversos contextos. Em cada uma das tarefas ou problemas se recomenda apresentar uma passagem que descreva o contexto da atividade.

Na mesma perspectiva, Alarcão (2008) comenta que o professor reflexivo não é um mero agente que reproduz ideias e práticas que são externas a ele, mas sim alguém que pensa e reflete, sendo estas características que o tornam um ser humano criativo. A sociedade atual necessita de educadores que sejam seres pensantes, intelectuais e aptos para gerir sua ação profissional.

Em relação aos saberes docentes, Tardif (2010, p. 16, grifo do autor) ainda aponta que estes “[...] são uma realidade social materializada através de uma formação, de programas, de práticas coletivas, de disciplinas escolares, de uma pedagogia institucionalizada, etc., e são também, ao mesmo tempo, os *saberes dele*”. Os saberes dos professores estão relacionados ao meio social e também ao individual.

Dessa forma, pode-se afirmar que participar de formação continuada pode trazer muitos benefícios aos docentes, principalmente em relação a reflexão da própria prática e à inovação de práticas pedagógicas e metodológicas, visto que no contexto atual é necessário acompanhar a demanda de novas informações que surgem frequentemente. Para Dante (2010), é necessário que os professores melhorem suas práticas pedagógicas a fim de acompanhar todo esse processo de mudança que envolve a crescente onda de globalização. O autor afirma que “o maior desafio da educação contemporânea é um ensino que prepare o ser humano para a vida e a diversidade que nela se apresenta” (DANTE, 2010, p. 18).

Corroborando as ideias de Dante (2010) em relação a esse processo de mudanças, Moran (2007, p. 28) assevera que as mudanças no âmbito educacional dependem, primeiramente, de “[...] termos educadores maduros intelectual e emocionalmente, pessoas curiosas, entusiasmadas, abertas, que saibam motivar e dialogar. Pessoas com as quais valha a pena entrar em contato, porque dele saímos enriquecidos”. Além disso, no entendimento do autor, o docente autêntico é humilde e confiante, expõe seus conhecimentos e está atento ao novo. Ele está preocupado em apresentar ao discente a complexidade do aprender, de lidar com novos obstáculos. Ao ensinar, o docente aprende a relativizar, a considerar a diferença, a admitir o provisório. Para o escritor, “aprender é passar da incerteza a uma certeza provisória, que dê lugar a novas descobertas e a novas sínteses” (MORAN, 2007, p. 28).

Em meio a todas essas mudanças, a demanda de informações é muito grande e, segundo Moran (2007), é difícil escolher dentre elas quais são significativas para nós. De acordo com o autor, a obtenção das informações depende cada vez menos do docente, visto que as tecnologias se encarregam disso de uma maneira muito rápida e atraente. O papel do professor, como já foi citado no capítulo de introdução, é o de auxiliar o aluno a interpretar essas informações, a relacioná-las, a contextualizá-las. A função do professor é de estimular a vontade de aprender, a fim de que o discente se sinta motivado a conhecer mais. Para tornarem-se verdadeiramente significativas ao discente e serem aprendidas verdadeiramente, essas informações precisam fazer parte do contexto pessoal (intelectual e emocional) desse aluno.

Martins (2010, p. 132) na sua tese escreve sobre a importância da formação continuada afirmando que para muitos docentes mudança é um enorme desafio, “que começa pela concepção da necessidade de uma nova prática, que atenda aos anseios atuais. [...] Prática essa que pode ser (re) construída por meio da formação continuada, apoiada na aceitação da importância da troca de experiências”. Nessa continuidade ressalta que a formação continuada é um meio que pode levar os docentes a reafirmarem a identidade profissional, compreendendo o contexto no qual estão inseridos e, a partir de então, recomeçarem a acreditar na educação como processo possível e pelo qual também são responsáveis. Dessa forma, corroborando as ideias de Martins, acredita-se ser necessário que a formação continuada mude as concepções dos docentes, levando-os a trabalharem no sentido de transformar o contexto no qual estão inseridos – a escola – e resgatando assim o seu papel frente à sociedade.

Outro fator importante em relação à formação continuada é o fato de que é necessário, segundo Bassanezi (2002, p. 205), nos encontros, proporcionar aos docentes:

[...] o instrumental de aplicação de uma estratégia educacional que lhes permita identificar e selecionar informações e conteúdos relevantes e adequados a cada situação e os capacite a desenvolver a educação matemática motivadora e criativa em qualquer nível em que atuem.

Nesse sentido, os PCNs (BRASIL, 1997a, p. 30), abordam que é preciso investir em uma educação contínua para que os conteúdos e os métodos sejam revistos:

Além de uma formação inicial consistente, é preciso considerar um investimento educativo contínuo e sistemático para que o professor se desenvolva como profissional de educação. O conteúdo e a metodologia para essa formação precisam ser revistos para que haja possibilidade de melhoria do ensino. A formação não pode ser tratada como um acúmulo de cursos e técnicas, mas sim como um processo reflexivo e crítico sobre a prática educativa. Investir no desenvolvimento profissional dos professores é também intervir em suas reais condições de trabalho.

Dentre as várias modalidades de formação de professores, cabe enfatizar uma forma utilizada por Fiorentini (2010): o grupo colaborativo. O autor trabalha com grupos colaborativos e afirma que são muitos os motivos que mobilizam os professores a participarem desses grupos, dentre os quais podem-se destacar “[...] buscar apoio e parceiros para compreender e enfrentar os problemas complexos da prática profissional; enfrentar colaborativamente os desafios da inovação curricular na escola; [...] buscar o próprio desenvolvimento profissional [...]” (FIORENTINI, 2010, p. 56).

Em um desses grupos, denominado de “Grupo de Sábado”, o especialista comenta que nos encontros os docentes têm a oportunidade de compartilhar expectativas, sucessos, aflições e dificuldades da prática pedagógica. Os professores recebem, além do apoio dos colegas, incentivo emocional e suporte teórico-metodológico no que se refere às inovações pedagógicas, às investigações e às tentativas de escrita.

No contexto da posição colaborativa dos docentes, Fiorentini (2010, p. 68-69) assevera que isso envolve parceria e também trabalho em grupo entre os participantes:

A pesquisa colaborativa [...] implica parceria e trabalho conjunto – isto é, um processo efetivo de colaboração e não apenas de cooperação, ao longo de todo o processo investigativo, passando por todas as suas fases, as quais vão desde a concepção, planejamento, desenvolvimento e análise do estudo, chegando, inclusive, a coparticipar do processo de escrita e de autoria do relatório final.

Dessa forma, pode-se ressaltar que, frente ao exposto até aqui, a formação continuada de professores, como sinalizam Sousa, Pinto e Costa (2009, p. 59), “[...]”

é um processo inconcluso e mediado por práticas reflexivas e investigativas, subsidiado por propostas teóricas e práticas [...] permitem ao professor intervir em seu desenvolvimento profissional, no currículo e na escola como um todo [...]” e visa assim melhorar os processos de ensino e de aprendizagem e consequentemente a qualidade da educação.

Ao participar de uma formação continuada que se preocupe em capacitar os professores para ações inovadoras e empreendedoras, o docente não estará somente qualificando o seu trabalho pedagógico, mas também beneficiando o seu aluno, pois este perceberá que o seu professor está preocupado em, além de inovar e melhorar os processos de ensino e aprendizagem Matemática, desenvolver o espírito empreendedor. Nesse contexto, o aluno também deve estar aberto a mudanças e disposto a auxiliar o docente nesse processo, sendo ele o maior interessado em ampliar seu conhecimento, tornando-se assim um indivíduo criativo, inovador, crítico, empreendedor e disposto a encarar as mudanças que acontecem na sociedade.

Moran (2007, p. 29) comenta que as mudanças na educação não dependem somente dos professores, pais, entre outros, mas também dos alunos, “alunos curiosos e motivados facilitam enormemente o processo, estimulam as melhores qualidades do educador, tornam-se interlocutores lúcidos e parceiros de caminhada do professor-educador”. Complementa ainda que estudantes motivados aprendem e ensinam, avançam mais, ajudam o docente a auxiliá-los melhor.

Aprender, segundo o autor, depende também do estudante de modo que ele se mostre pronto, maduro, a fim de “incorporar a real significação que a informação tem para ele para incorporá-la vivencialmente, emocionalmente. Enquanto a informação não fizer parte do contexto pessoal – intelectual e emocional – não se tornará verdadeiramente significativa” (MORAN, 2007, p. 33), ou seja, não será compreendida verdadeiramente.

Conforme Moran (2007), para que se avance mais pela educação é preciso começar pelo positivo, pelo estímulo, pela esperança, pelo apoio na capacidade de aprender e de mudar. É preciso ajudar o estudante a ter confiança em si mesmo, sentir-se seguro, a valorizar-se como ser humano. Ao acreditar em si mesmo, será

mais fácil para o professor explorar os limites, a disciplina, o equilíbrio entre os direitos e deveres, a vida em sociedade.

O aluno deve ser preparado para atuar na sociedade que está em constante mudança e que exige pessoas com senso crítico, inovadoras, que estejam preparadas a enfrentar novos desafios, novas possibilidades e situações. Para que a sociedade receba pessoas com estes perfis é necessário, primeiramente, segundo Moran (2007), capacitar os docentes para ações inovadoras, para ter iniciativa, para estudar novas possibilidades nos seus exercícios didáticos, na sua carreira e na sua vida. É preciso sensibilizar os discentes a fim de desenvolver novas atividades em sala de aula, no laboratório, nos ambientes virtuais, garantindo vínculos diretos com a prática. Sair mais da sala de aula e adentrar-se no cotidiano do bairro, no conhecimento e contato com outras pessoas. É necessário também trabalhar com os pais, para que mudem e estimulem os filhos a aprender a planejar e firmar metas. Enfim, inserir a escola como organização que divulga na cidade sua visão empreendedora (MORAN, 2007).

Corroboram-se as ideias da tese de Martins (2010, p. 137), quando comenta que a base para a mudança é o desenvolvimento de alunos preparados para a construção de novos caminhos para a sociedade:

O foco para a mudança é desenvolver alunos criativos, empreendedores, inovadores e corajosos para construir novos caminhos para a sociedade. Alunos e professores que busquem soluções novas, diferentes, que não tenham medo de arriscar, que se envolvam com o social e que consigam sair do previsível.

Atualmente o papel do professor não se reduz mais à simples transmissão de conteúdos, sendo que a escola e a sociedade exigem muito mais do que isso. Conforme os PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b), uma das funções do professor é a de organizador da aprendizagem: a fim de desempenhá-la, ele precisará, além de compreender as condições socioculturais, expectativas e competências cognitivas dos alunos, selecionar o problema que oportuniza a construção de conceitos/procedimentos e fomentar o processo de resolução, não esquecendo os objetivos que se pretende atingir. O professor, além de organizador, também é consultor nesse processo, ou seja, ele não expõe mais todo o conteúdo aos alunos, mas lhes dá as informações necessárias e que eles não têm condições de obter sozinhos, faz explanações, disponibiliza materiais, textos, etc (BRASIL, 1997b).

Outra função, segundo os PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b), é de ser mediador, ao instigar a confrontação das propostas dos alunos, ao instruir as condições em que cada estudante pode intervir para apresentar sua solução, perguntar, contestar. “Nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas” (BRASIL, 1997b, p. 40).

O professor atua também como controlador ao estabelecer as condições para a realização dos trabalhos e estipular prazos, não esquecendo de dar o tempo suficiente aos alunos (BRASIL, 1997b). Além disso, segundo os Parâmetros, o professor deve ser um incentivador da aprendizagem, estimulando a cooperação entre os discentes. Confrontar aquilo que um aluno pensa, com o que pensam seus colegas, seu professor e outras pessoas com as quais vive, é uma forma de aprendizagem significativa, basicamente por pressupor a necessidade de formular argumentos e de comprová-los.

Moran (2007, p. 74) vê o docente hoje “[...] como um orientador, um sinalizador de possibilidades, em que ele também está envolvido e se coloca como um dos exemplos das contradições e da capacidade de superação que todos temos”. Ressalta que o docente é um testemunho vivo de que é possível evoluir sempre, ano após ano, tornando-nos dessa forma muito mais humanos, evidenciando que vale a pena viver.

No contexto apresentado, o professor exerce um papel muito importante no que se refere aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática de qualidade, pois a metodologia adotada por ele para ensinar irá auxiliar na formação de cidadãos cada vez mais críticos, inovadores, independentes, reflexivos, empreendedores, preparados para acompanhar as mudanças e também solucionadores de problemas, sendo estas algumas das habilidades exigidas atualmente na sociedade como um todo.

Desse modo, a formação continuada é uma importante alternativa para auxiliar os professores de Matemática a usarem diferentes metodologias na sala de aula, visto que a Matemática ensinada através de resolução de problemas pode ser

uma alternativa de ensino desta disciplina. Tornam-se mais importantes ainda, quando se constata que as concepções dos professores sofreram mudanças e que essas mudanças estão se refletindo no meio em que estão inseridos, ou seja, a escola.

Ao realizar uma breve análise dos trabalhos apresentados no último Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), verificou-se que atualmente a formação continuada de professores de Matemática, com foco em resolução de problemas, é reduzida. No X ENEM, realizado em Salvador – Bahia, no ano de 2010, com o Tema “Educação Matemática, Cultura e Diversidade”, foram publicados 124 trabalhos sobre Formação Continuada de Professores: 54 tratavam de comunicações científicas, 43 relatos de experiência, 18 pôsteres e 9 minicursos. Dentre as publicações, o pôster de Oliveira (2010) relacionava-se ao ensino e aprendizagem de matemática a partir da resolução de problemas com um grupo de 57 professores; já a comunicação científica de Azerêdo (2010) abordou a formação docente de EJA, a matemática e a resolução de problemas como metodologia.

Constatou-se que dos 79 trabalhos sobre Resolução de Problemas e Investigações Matemáticas, 24 associavam-se a comunicações científicas, 29 a relatos de experiências, 10 a pôsteres e 16 a minicursos. No minicurso de Leite e Araujo (2010), alunos de graduação e professores da educação básica participaram de atividades que estavam relacionadas a como trabalhar a matemática a partir da resolução de problemas.

Através da busca, verificou-se que as pesquisas em formação continuada docente, desenvolvidas no âmbito da resolução de problemas, mesmo em número ainda restrito, vêm se propagando e acompanhando as mudanças sociais. Muitos estudos relacionados à resolução de problemas têm como público alvo discentes das escolas da Educação Básica.

Na próxima seção, abordam-se aspectos relevantes à resolução de problemas matemáticos, buscando significados para problema matemático, apresentando algumas interpretações e tendências, como também tipos de problemas, estratégias e procedimentos de resolução.

2.2 Resolução de problemas matemáticos

Ensinar Matemática através da resolução de problemas é uma das propostas que vem sendo discutida ao longo dos últimos anos por muitos pesquisadores, professores e especialistas em Educação Matemática, sendo que todos se mostram interessados e também preocupados com os processos de ensino e de aprendizagem desta disciplina. O método tradicional, no qual o professor apresenta o conteúdo, expõe a definição, passa exemplos, logo em seguida atividades e exercícios de revisão e, por fim, realiza uma avaliação a fim de “verificar o aprendizado”, tem se mostrado um método que precisa ser revisto.

Essa metodologia é questionável, pois não garante que o aluno tenha realmente aprendido o conteúdo, ou seja, não é garantia de conhecimento adquirido, podendo apenas reproduzir o que foi passado pelo professor. Assim, o ensino dessa disciplina por meio de resolução de problemas apresenta-se como uma alternativa capaz de romper o método tradicional e buscar novas possibilidades de ensinar Matemática.

O destaque dado à resolução de problemas, de acordo com Onuchic (1999), é recente e só nas últimas décadas é que os educadores matemáticos aceitaram a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia atenção. Caracterizar a Educação Matemática, em termos de resolução de problemas, revela uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos, algorítmicos ou um conhecimento adquirido por rotina ou atividade mental. Atualmente, a tendência é caracterizar essa atividade considerando os discentes como participantes ativos, os problemas como ferramentas precisas e bem definidas e o trabalho com foco na resolução de problemas como um método complexo simultâneo de vários níveis de trabalho (ONUCHIC, 1999).

Segundo a autora, o ensino de resolução de problemas, como campo de pesquisa em Educação Matemática, começou a ser explorado de forma sistemática tendo a influência de Polya, nos Estados Unidos, na década de 60. Ao final dos anos 70, a resolução de problemas conquistou espaço no mundo inteiro, iniciando-se o movimento em prol do seu ensino. Já em 1980 é editada, nos Estados Unidos, uma

publicação do *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) – An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's*, que convidava todos os interessados, para unidos, num trabalho cooperativo maciço, buscar uma melhor Educação Matemática para todos.

Uma das recomendações, de acordo com Onuchic (1999), dizia que resolver problemas deveria ser o foco da Matemática nas escolas nos anos 80, que o desenvolvimento da habilidade em resolver problemas deveria conduzir as energias dos profissionais da Educação Matemática por toda a década e que o desempenho em saber resolvê-los iria avaliar a eficiência de um domínio pessoal e nacional, da competência matemática.

No decorrer da década de 80, como advoga a autora, inúmeros meios de resolução de problemas foram desenvolvidos, apontando para o trabalho em sala de aula, sob forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações a fim de avaliar o desempenho na resolução de problemas. Muito desse material auxiliou os docentes a fazerem da resolução de problemas o foco de seu trabalho. No entanto, os resultados alcançados não foram satisfatórios, uma vez que faltou aos envolvidos no processo a coerência de ação e a concordância em relação ao objetivo proposto. Isso pode ter ocorrido, de acordo com a autora, devido ao fato de as pessoas ou grupo de pessoas terem concepções diferentes sobre o significado de resolução de problemas matemáticos.

Para os anos 90, a resolução de problemas como metodologia de ensino se torna o lema das pesquisas e estudos. “Ao se ensinar matemática através da resolução de problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso” (ONUCHIC, 1999, p. 207).

Diniz (2001) define a resolução de problemas como “perspectiva metodológica”, visto que corresponde a uma forma de organizar o ensino o que envolve mais que fatores puramente metodológicos, abrangendo uma postura frente ao que é ensinar e, conseqüentemente, ao que significa aprender. Assim, a escolha do termo “perspectiva”, cujo significado é “uma certa forma de ver”, corresponde a ampliar o conceito de resolução de problemas como simples metodologia ou

conjunto de orientações didáticas. Segundo a autora, a resolução de problemas aborda situações que não possuem solução evidente e que demandam que o resolvidor combine seus conhecimentos e defina a maneira de usá-los buscando uma solução.

A primeira característica da perspectiva metodológica da resolução de problemas, de acordo com Diniz (2001, p. 90) é “considerar como problema toda situação que permita alguma problematização. As situações podem ser atividades planejadas, jogos, busca e seleção de informações, resolução de problemas não-convencionais e mesmo convencionais”, no entanto que possibilitem o processo investigativo.

Onuchic e Allevato (2009) afirmam que a maioria dos relevantes conceitos e procedimentos matemáticos pode ser melhor ensinada por meio da resolução de problemas. As tarefas e os problemas podem e devem ser dados de maneira a engajar os alunos no “pensar sobre” e no desenvolvimento de uma Matemática mais significativa. Ensinar a disciplina por meio da resolução de problemas coloca o foco da atenção dos discentes sobre as ideias e sobre o dar sentido; desenvolve o poder matemático; desenvolve a certeza de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que ela faz parte do seu cotidiano; organiza dados de avaliação contínua que podem ser utilizados a fim de tomar decisões instrucionais, auxiliar os alunos a alcançar o sucesso e comunicar os pais; é bom, visto que os professores que experimentam ensinar a disciplina dessa forma não voltam mais a ensinar do modo “ensinar dizendo”; a formalização da teoria Matemática de cada tópico construído, realizada pelo professor ao final da atividade, faz mais sentido para os alunos.

2.2.1 Problema matemático: resolução e formulação

Em relação à definição de problema, segundo Lester (apud ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 15), é “[...] uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”. Nesse sentido, Echeverría e Pozo (1998) ressaltam que uma situação só será definida como sendo um problema na medida em que há um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos

que nos permitam resolvê-la de maneira mais ou menos rápida, sem exigir, de algum modo, um processo de reflexão ou tomada de decisão sobre a ordem dos passos que devem ser seguidos.

Para Dante (2010), um problema é definido como um obstáculo a ser vencido, algo que deva ser solucionado e que requer o pensar consciente do sujeito a fim de resolvê-lo. De acordo com Dante (2010) e os PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b), uma determinada situação pode representar um problema para alguns, mas para outros não, variando conforme o estágio de desenvolvimento intelectual e os conhecimentos que já possuem, ou ainda, o que pode ser considerado um problema num contexto pode vir a não ser em outro.

Os PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b) também apresentam uma definição para problema matemático e alertam que muitas das questões que são abordadas com os alunos, na realidade não são verdadeiros problemas, pois não há um desafio e os alunos não precisam verificar a solução encontrada. Assim, segundo os PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b, p. 44), problema é:

[...] uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução.

Tradicionalmente, segundo os Parâmetros de Matemática, os problemas não têm cumprido sua verdadeira função no ensino, uma vez que, na melhor das hipóteses, são usados somente como forma de aplicação de conhecimentos que foram adquiridos anteriormente pelos alunos. Para a maior parte dos discentes, resolver um problema é sinônimo de realizar cálculos com os números do enunciado ou de aplicar algo que eles aprenderam em aula (BRASIL, 1997b).

Os problemas matemáticos, geralmente, são passados para os estudantes, depois da abordagem de um determinado conteúdo como uma forma de: “[...] *avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado*” (BRASIL, 1997b, p. 42, grifo nosso).

Os PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b, p. 42), apontam a resolução de problemas como um caminho que pode ser usado para ensinar Matemática e trazem argumentos históricos que justificam o uso dessa metodologia desde a antiguidade:

A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática.

Em seus estudos, Pozo (1998) assevera que a solução de problemas é uma das maneiras mais acessíveis para levar os discentes a aprender a aprender. Frente a um ensino apoiado na transmissão de conhecimentos, além de estabelecer um conteúdo educacional, a solução de problemas também estabelece uma maneira de contemplar as atividades educacionais. Nesse sentido, consiste na apresentação de situações abertas e interessantes que requerem do aluno motivação e empenho para procurar suas próprias respostas e, conseqüentemente, o seu próprio conhecimento. Por este meio, o aluno cria seus próprios métodos e estratégias para resolver os problemas, bem como utiliza conhecimentos prévios a fim de responder a situações diferentes (POZO, 1998).

Assim, ao ensinar o discente a resolver problemas, o professor estará favorecendo a habilidade de aprender a aprender, no sentido de habituar o aluno a descobrir por si só as respostas às questões que o inquietam ou que precisam ser respondidas, ao invés de aguardar uma resposta do colega, do livro ou do professor (POZO, 1998).

Conforme Echeverría e Pozo (1998), encaminhar o currículo para a resolução de problemas significa pesquisar e organizar situações abertas a fim de que o aluno seja induzido a buscar e criar suas estratégias para a solução dos problemas, o que o deixará preparado para dar respostas não somente às perguntas escolares, como também às mais variadas situações da realidade cotidiana. Além disso, irá adquirir habilidades para aprender por si só novos conhecimentos.

Os mesmos estudiosos ainda ressaltam que o principal objetivo da aprendizagem da resolução de problemas está em “[...] fazer com que o aluno adquira o hábito de propor-se problemas e de resolvê-los como forma de aprender” (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 15). Reforçam que um dos objetivos claros da

Educação Básica é fazer com que os estudantes não só se coloquem alguns problemas, mas que cheguem a adquirir os meios para conseguir resolvê-los. Echeverría e Pozo (1998, p. 15) ainda inferem que:

[...] a aprendizagem da solução de problemas somente se transformará em autônoma e espontânea se transportada para o âmbito do cotidiano, se for gerada no aluno a atitude de procurar respostas para suas próprias perguntas/problemas, se ele se habituar a questionar-se ao invés de receber somente respostas já elaboradas por outros, seja pelo livro-texto, pelo professor ou pela televisão.

De forma semelhante, Polya (2006) afirma que resolver problemas é achar os meios desconhecidos para um final claramente imaginado. Acrescenta que “se o fim por si só não sugere de imediato os meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos de resolver um problema”. Polya (2006, p. 4) ainda complementa:

A resolução de problemas é uma habilitação prática como [...] a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem [...] e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os.

Dante (2010, p. 18) afirma que a formulação e a resolução de problemas trazem muitos benefícios aos estudantes em vários aspectos, principalmente por desenvolver o poder de comunicação do aluno quando são trabalhados oralmente; além disso, valorizam o conhecimento prévio do discente visto que os problemas “[...] dão a oportunidade de ele mesmo explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática”. Além desses objetivos, o autor ainda cita outros:

- a) fazer o aluno pensar produtivamente: constitui um dos principais objetivos do ensino de Matemática. É importante apresentar situações-problema que envolvam o discente, o desafiem e o motivem a resolvê-las;
- b) desenvolver o raciocínio do aluno: é necessário que se desenvolva no aluno a habilidade de criar raciocínios lógicos e também fazer uso inteligente e eficaz dos métodos disponíveis, a fim de que ele possa apresentar boas soluções às perguntas que aparecem no seu cotidiano, no contexto escolar ou na sociedade;

- c) ensinar o aluno a enfrentar situações novas: as rápidas mudanças da sociedade e o desenvolvimento da tecnologia não permitem fazer uma previsão exata de quais habilidades, conceitos e procedimentos matemáticos são úteis hoje para preparar o aluno para o futuro. Ensinar somente conceitos, habilidades, métodos e atitudes que hoje são essenciais parece não ser o caminho, pois podem se tornar obsoletos daqui a alguns anos, quando o discente estiver no auge de sua vida produtiva. É preciso desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade e independência através da formulação e resolução de problemas;
- d) dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática: a chance de usar os conceitos e procedimentos matemáticos no cotidiano favorece o desenvolvimento de uma atitude positiva do estudante em relação à disciplina, evitando perguntas do tipo, “Para que serve isso?” ou ainda “Onde vou aplicar isto na minha vida?”;
- e) tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras: uma aula de Matemática na qual os discentes são incentivados e orientados pelo docente a trabalhar de maneira ativa, individualmente ou em pequenas equipes, na busca da solução de um problema que os desafia é muito mais motivador do que o clássico roteiro de explicar e repetir. “O real prazer de estudar matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a satisfação em resolvê-lo. Sua autoestima aumenta [...] ‘eu sou capaz de fazer isso’” (DANTE, 2010, p. 21). Um bom problema fomenta a curiosidade e estimula no aluno um comportamento de pesquisa, diminuindo a passividade e o conformismo;
- f) equipar o aluno com estratégias para resolver problemas: ao resolver problemas é necessário desenvolver algumas estratégias que, em geral, aplicam-se a grande número de situações. Esse mecanismo ajuda na análise e na solução de situações nas quais os elementos não conhecidos são procurados;
- g) dar uma boa base matemática às pessoas: precisa-se, mais do que nunca, de pessoas que sejam ativas e participativas, que tomem decisões rápidas e

precisas. A sociedade globalizada exige mais das pessoas: raciocínio rápido, conhecimentos gerais e informações atualizadas. Dessa forma, é preciso formar pessoas matematicamente alfabetizadas, preparadas para resolver seus problemas domésticos, de economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros do cotidiano. Para tanto é imprescindível que o aluno tenha no seu currículo de Matemática, a formulação e resolução de problemas, para que desenvolva desde cedo a capacidade de encarar situações-problema;

- h) liberar a criatividade do aluno: através da formulação e resolução de problemas que exigem do aluno o pensamento produtivo, é possível que se criem condições nas aulas de Matemática para que a criatividade emerga e se desenvolva.

Acredita-se que, se o professor trabalhar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática através da resolução de problemas tendo como objetivos os citados anteriormente, ele estará auxiliando os alunos a pensar matematicamente; a desenvolver a iniciativa, o espírito explorador, a criatividade e a independência; a ter ideias e fazer relações entre elas; a desenvolver o raciocínio lógico; a evidenciar as aplicações da matemática no cotidiano; a desafiar e motivar o estudante na solução de problemas reais. Assim, o docente estará favorecendo um dos principais objetivos do ensino: a compreensão do estudante.

Onuchic (1999, p. 208) explica que “quando os professores ensinam Matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão”. Evidencia que, enquanto a compreensão dos discentes vai se aprofundando e enriquecendo, sua habilidade em utilizar matemática na resolução de problemas aumenta consideravelmente. Acredita-se que é uma boa alternativa de ensinar a Matemática, visto que os alunos aprendem com compreensão e de maneira significativa.

Entende-se assim que a metodologia usada para desenvolver a Matemática na sala de aula vem sofrendo mudanças nos últimos anos em consequência da necessidade de aproximar esta disciplina da realidade dos estudantes, resultando

numa aprendizagem mais significativa para eles. Onuchic e Allevato (2009, p. 213) consideram que “[...] a Matemática tem desempenhado um papel importante no desenvolvimento da sociedade e que problemas matemáticos têm ocupado um lugar central no currículo escolar desde a Antiguidade. Hoje, esse papel se mostra ainda mais significativo”. As autoras inferem que a urgência de entender e ser capaz de utilizar a Matemática no cotidiano e no espaço de trabalho nunca foi tão intensa.

Segundo os PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b, p. 44-45), resolver um problema matemático implica que o aluno: “[...] elabore um ou vários procedimentos (como por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); compare seus resultados com os de outros alunos e valide seus procedimentos”. Ainda de acordo com os Parâmetros, compreender o que foi sugerido e dar respostas usando procedimentos apropriados não é o bastante quando se fala em resolver um problema, pois aprender a dar uma resposta correta pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, porém não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido.

É importante, de acordo com os Parâmetros, que se desenvolvam habilidades que permitam testar os resultados, testar seus efeitos e confrontar vários caminhos até chegar à solução. Assim a resposta correta cede lugar à importância do processo de resolução. O aluno, quando incentivado a rever sua resposta, a questionar o problema, a transformar uma dada questão numa fonte de novos problemas, comprova uma concepção de ensino e de aprendizagem pela via da ação refletida que constrói conhecimentos e não por simples reprodução de conhecimentos.

2.2.2 Interpretações e princípios

Branca (1997) destaca três interpretações mais gerais para resolver problemas: como uma meta, como um processo e como uma habilidade básica. A seguir, conceitua-se cada uma:

- a) a resolução de problemas ao ser vista como uma meta, “[...] independe de problemas específicos, de procedimentos ou métodos e do conteúdo

matemático [...] aprender a resolver problemas é a razão principal para estudar matemática” (BRANCA, 1997, p. 5);

- b) como processo, o importante é considerar como o aluno resolve um problema, quais são suas estratégias, seus métodos e os procedimentos usados para resolvê-los;
- c) e como uma habilidade básica: “[...] ao interpretar a resolução de problemas como uma habilidade básica [...] considerar especificidades do conteúdo de problemas, tipos de problemas e métodos de solução” (BRANCA, 1997, p. 8). A questão é o que basicamente deve ser ensinado aos alunos em se tratando de resolução de problemas, sendo necessário fazer escolhas difíceis em relação às técnicas que serão usadas.

Em relação a essas três interpretações, Branca (1997, p. 10) ainda faz uma reflexão sobre a importância delas na vida dos alunos, visto que irão passar parte da vida resolvendo problemas do século XXI:

[...] temos de compreender a importância da resolução de problemas no que se refere a cada uma das três interpretações. Precisamos estar conscientes de que os alunos que estão iniciando a vida escolar nesta década consumirão a maior parte de sua vida produtiva resolvendo os problemas do século XXI. Embora não tenhamos um meio de saber como serão esses problemas, considerar a resolução de problemas segundo as diferentes interpretações pode ajudar a nos preparar para eles.

Nesse mesmo contexto, segundo Dante (2010, p. 16), resolver problemas “[...] é uma competência mínima, básica, que todos os alunos devem ter para que construam sua cidadania e usufruam plenamente dela”.

Este autor ainda acrescenta uma quarta interpretação que é a resolução de problemas como metodologia do ensino de Matemática. Essa interpretação é mais proveitosa ao referir-se aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, já que considera as três interpretações mencionadas e enriquece-as com um componente metodológico valioso, desencadeando conceitos e procedimentos através de situações-problema motivadoras e trabalhando com a problematização de situações e com projetos.

Em consonância com a perspectiva citada anteriormente, os PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b) abordam alguns princípios que podem ser seguidos quando a resolução de problemas matemáticos é o foco:

- a) ao realizar uma atividade matemática, partir do problema e não da definição. Definições, ideias e métodos matemáticos são abordados durante a resolução do problema, ou seja, quando o aluno precisa desenvolver alguma estratégia de resolução;
- b) o problema não é uma atividade na qual o discente pode aplicar uma fórmula ou um método operatório. Somente haverá problema se o estudante for orientado a interpretar o que diz a questão e organizar a situação que lhe é apresentada;
- c) aproximações consecutivas ao conceito são construídas para resolver um determinado tipo de problema; o aluno pode utilizar aquilo que aprendeu para resolver outros problemas em outros momentos, o que requer transferências, ajustes e rompimentos;
- d) ao solucionar um problema, o aluno não constrói só um conceito, mas muitos conceitos que servem para solucionar muitos problemas. Um conceito matemático se constitui articulado com outros conceitos, através de muitos ajustes e generalizações;
- e) resolver problemas não é uma atividade que pode ser desenvolvida como uma maneira de aplicar a aprendizagem, porém como uma orientação para a aprendizagem, pois a resolução de problemas proporciona o contexto no qual o aluno pode compreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Ao aprender Matemática através da resolução de problemas, o aluno estará mobilizando conhecimentos já constituídos por ele e, a partir destes, irá construir novos saberes. Nesse sentido, o professor, ao abordar problemas matemáticos deve considerar os princípios apresentados e não utilizar-se da resolução como um simples exercício matemático. Para tanto, é necessário também que o docente tenha conhecimento dos vários tipos de problemas, a fim de selecioná-los de acordo com a finalidade estabelecida por ele.

2.2.3 Tipos de problemas, estratégias e procedimentos de resolução

Quanto aos tipos de problemas matemáticos, existem, na visão de Dante (2010), seis diferentes tipos que estão relacionados a seguir:

- a) exercícios de reconhecimento: visam ao reconhecimento ou à lembrança de algum conceito ou fato matemático;
- b) exercícios de algoritmo: estes podem ser solucionados passo a passo. Tem como objetivo treinar a capacidade em aplicar um algoritmo;
- c) problemas-padrão: são aqueles que não exigem estratégias, pois a solução está no próprio problema. O aluno só precisa transformar a linguagem usual em Matemática e reconhecer as operações necessárias para solucioná-lo. O objetivo é lembrar e fixar usando os algoritmos das quatro operações. De maneira geral, não desafiam e nem estimulam a curiosidade do discente;
- d) problemas-processo ou heurísticos: são problemas que requerem do estudante um tempo para pensar e montar um plano de ação, uma estratégia que leve o aluno ao resultado. Este tipo de problema se torna interessante para ele, pois estimula a curiosidade do aluno e faz com que ele libere a criatividade, a iniciativa e também o espírito explorador;
- e) problemas de aplicação: representam situações reais do cotidiano do aluno e requerem a aplicação da matemática para resolvê-los. Em geral, exigem investigação e levantamento de dados e podem ser apresentados em forma de projetos;
- f) problemas de quebra-cabeça: são aqueles que atraem e instigam os alunos a resolvê-los. A solução depende, muitas vezes, de um golpe de sorte, da descoberta de algum truque.

Dentre os tipos de problemas supracitados, pode-se acrescentar mais quatro tipos, de acordo com Stancanelli (2001), descritos a seguir:

- a) problemas sem solução: desenvolvem no aluno a capacidade de aprender a duvidar, o que faz parte do pensamento crítico. Nem todo problema tem solução;
- b) problemas com mais de uma solução: a aplicação desse tipo faz com que o aluno perceba que nem todo problema tem uma única resposta e que não existe só uma maneira de resolvê-lo. Ajudam a perceber que resolvê-los é um processo de investigação e o aluno participa como ser pensante e construtor de seu próprio conhecimento;
- c) problemas com excesso de dados: nem todas as informações fornecidas pelo problema são utilizadas na sua solução. São interessantes para o aluno, pois ressaltam a importância da leitura, fazendo com que aprenda a escolher os dados que são importantes na sua solução;
- d) problemas de lógica: requerem raciocínio dedutivo. Fomentam a análise dos dados, facilitam a leitura e a interpretação do problema e são motivadores, pois diminuem a pressão para chegar ao resultado imediatamente.

Pode-se verificar que existem muitos tipos de problemas a serem abordados pelos professores no planejamento de suas aulas. Dessa forma, ele não precisa optar sempre pelo mesmo tipo, podendo diversificar, o que torna-se muito mais interessante e motivador para o aluno. Além disso, proporciona o uso de diferentes estratégias de resolução para os problemas propostos.

As estratégias passíveis de serem utilizadas também são abordadas na resolução de problemas matemáticos, sendo que Musser e Shaughnessy (1997) destacam cinco:

- a) tentativa-e-erro: esse método envolve o uso das operações relativas às informações apresentadas;
- b) padrão: essa estratégia contempla casos particulares do problema. Chega-se à solução, fazendo-se a generalização a partir desses casos;
- c) resolver um problema mais simples: esse método pode abranger a resolução de um caso específico de um problema;

- d) trabalhar em sentido inverso: essa estratégia difere das outras, pois parte do objetivo do problema, ou do que deve ser provado, e não dos dados. Então, procura-se um teorema ou vários teoremas dos quais se deduz o objetivo;
- e) simulação: solucionar um problema abrange preparar e realizar um experimento, reunir dados e tomar decisões considerando a análise dos dados. A realização do experimento talvez não seja prática, então, uma simulação pode ser uma estratégia de resolução de problemas conveniente e poderosa.

Além das estratégias citadas anteriormente, Cavalcanti (2001, p. 127) cita uma estratégia utilizada por alguns alunos, que é o desenho. Afirmar que “[...] o desenho serve como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução”.

Stancanelli (2001) também apresenta mais uma estratégia que é o uso de tabelas na resolução de problemas, pelas quais o discente monta e representa sua solução.

Dentre as várias estratégias passíveis de serem utilizadas para resolver problemas matemáticos, uma merece destaque, pois é muito utilizada pelos estudantes: o cálculo formal. De acordo com um estudo realizado por Dullius et al (2011, p. 31), grande parte dos 311 alunos do ensino médio que participaram das provas da 11ª Olimpíada Matemática da UNIVATES (OMU) resolveram os problemas utilizando o cálculo formal:

A pesar de que las preguntas de la 11ª OMU puedan ser resueltas de varias formas, la mayoría de los alumnos se mostró fuertemente apegada al algoritmo. En muchas escuelas, esta es la única forma de resolución aceptada, lo que acaba privando al alumno de desarrollar sus propias estrategias, desafiando su creatividad y raciocinio y la ampliación del conocimiento matemático, visto que, dependiendo de la estrategia a ser utilizada, él necesita saber otros conceptos, los cuales no están directamente relacionados con la pregunta.³

³ Apesar de que as questões da 11ª OMU podem ser resolvidas de várias formas, a maioria dos alunos se mostrou fortemente apegada ao algoritmo. Em muitas escolas, esta é a única forma de resolução aceita, o que acaba privando o aluno de desenvolver suas próprias estratégias, desafiando sua criatividade e raciocínio e a ampliação do conhecimento matemático, visto que, dependendo da estratégia a ser utilizada, ele necessita saber outros conceitos, os quais não estão diretamente relacionados com a questão.

Sendo a sala de aula um ambiente rico, diversificado e propício para aplicar as diferentes estratégias passíveis de resolução, o professor continua utilizando “regras” para solucionar os problemas. Nesse sentido, Cavalcanti (2001, p. 125) assevera que, para que os discentes possam mostrar ao professor as diferentes formas que utilizam para resolver problemas, é função do docente “[...] propiciar um espaço de discussão no qual eles pensem sobre os problemas que irão resolver, elaborem uma estratégia e façam o registro da solução encontrada ou dos recursos que utilizaram para chegar ao resultado”. Complementa ainda que dar esse tempo é uma forma de intervenção didática que facilita a organização do pensamento matemático, sem apego às regras e às crenças vivenciadas nas aulas de Matemática.

Outra situação vivenciada em sala de aula que dificulta o uso de estratégias pelos alunos acontece quando o professor aborda, dentro do conteúdo que está trabalhando, problemas matemáticos que estejam relacionados a este assunto. A aprendizagem se torna muito limitada e o discente, na maioria das vezes, resolverá o problema fazendo uso do cálculo ou regra proposto pelo professor considerando aquele conteúdo. A esse respeito, Cavalcanti (2001, p. 123) assevera que:

[...] o trabalho de resolução de problemas se inicia após a introdução de conteúdos matemáticos, ou seja, após as operações serem apresentadas aos alunos. [...] a exigência precoce pelo algoritmo na resolução de problemas pode criar dificuldades para os alunos, quer na compreensão do que o problema pede, quer na elaboração adequada de uma estratégia para a sua resolução.

Nessa abordagem, pode-se ressaltar que trabalhar com problemas matemáticos é oportunizar ao aluno a construção do seu próprio conhecimento, fazendo uso de uma ou várias estratégias passíveis de serem utilizadas na resolução de problemas. O importante é que o aluno faça essa escolha e verifique qual é a estratégia mais acessível para cada questão, não tendo a preocupação de fazer relação com o conteúdo que foi ensinado, mas sim, saber ler, compreender, elaborar um plano, executar o plano e verificar o resultado a que chegou, sem se preocupar com regras ou crenças matemáticas.

Dentre os mais variados procedimentos usados para resolver um problema matemático, o modelo criado e usado por Polya – as quatro fases da resolução de problemas – foi e continua sendo um método muito eficaz, pois dentre suas várias

metas, pode-se afirmar que esta não está focada somente na resposta do problema, mas também nas estratégias usadas pelos professores, alunos ou qualquer outro indivíduo que tenha interesse em resolver problemas matemáticos. Ele é flexível, visto que não é necessário seguir a sequência das fases, podendo alterar ou transpor sua ordem (o que não é tão conveniente). Sendo assim, o modelo de Polya (2006, p. XIX e XX, grifo do autor) pode ser compreendido mediante as seguintes fases:

- a) primeiro: é necessário compreender o problema. Perguntas como: “*Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? [...]*”, são de fundamental importância no primeiro momento da aplicação do problema;
- b) segundo: é preciso estabelecer um plano a fim de resolver o problema. Nessa fase se faz uma conexão entre os dados e a incógnita e talvez seja necessário considerar problemas auxiliares se não for encontrada uma conexão imediata. Questões como: “[...] *Conhece um problema correlato? [...] É possível utilizá-lo? [...] É possível reformular o problema? [...] Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?*”, são importantes nessa fase;
- c) terceiro: executar o plano. Nessa etapa, ao executar o plano é preciso que se “verifique cada passo”. Perguntas importantes: “É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?”;
- d) quarto: examinar a solução alcançada. Nesse último e importantíssimo momento é imprescindível fazer um retrospecto do resultado encontrado. Questões: “É possível *verificar o resultado?* É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isso num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?”.

Ao citar o modelo criado e usado por Polya para resolver problemas matemáticos, é imprescindível que se mencione o que DeGuime (1997, p. 99) em seus estudos comenta sobre o autor: se refere a George Polya como sendo “[...] um mestre como resolvidor de problemas e professor de resolvidores de problemas”.

Aponta que o autor ensina por meio do exemplo, é um companheiro quando ensina a resolver problemas; apresenta problemas a serem resolvidos; através de questionamentos conduz a turma à solução. Por vezes, torna-se um comentarista reexaminando parte da solução que já foi apresentada. Os comentários de Polya esclarecem a diferença que existe entre simplesmente resolver um problema com uma turma e ensinar os alunos a resolvê-los.

DeGuime (1997) continua acrescentando que o autor não passa para os alunos uma lista de problemas que requerem do discente o uso da mesma sugestão heurística. Ele inicia com algumas heurísticas e, à medida em que os alunos vão assimilando, vai introduzindo outras. Por fim, ressalta que o autor assume sua função de comentarista, não somente no decorrer do problema, mas no final também. Repetidamente leva os seus alunos a refletirem sobre o problema e sua solução, buscando outros métodos de solução, generalizando as soluções e as estratégias e gerando novas questões.

Ao analisar a lista de Polya (2006), percebe-se que uma das funções mais importantes do professor é a de auxiliar seus alunos, nem muito e nem pouco, porém de tal maneira que ao discente reste uma parcela plausível do trabalho. No entendimento do estudioso, o professor precisa se colocar no lugar do aluno e assim perceber o ponto de vista dele para tentar entender o que se passa na cabeça do estudante e, a partir daí, fazer uma pergunta. Acrescenta que, quando o docente auxilia o aluno com discrição e naturalidade, este é levado amiúde a fazer as mesmas perguntas e a apontar os mesmos passos.

O objetivo das indagações, segundo o autor, é prender a atenção do discente à incógnita. Além disso, o professor pode ter dois objetivos em vista ao fazer uma indagação da lista a seus alunos: ajudar o estudante a resolver o problema e desenvolver no aluno a habilidade de resolver os próximos por si mesmo (POLYA, 2006). Procedendo dessa maneira, o professor estará oferecendo ao aluno a oportunidade de aprender Matemática de forma significativa.

Ao desenvolver a habilidade de resolver problemas por si mesmo, o docente pode montar com o aluno uma problemoteca que o incentive a solucionar outras situações, sejam formuladas pelos professores ou pelos próprios alunos ou ainda

provenientes das mais variadas fontes que abordem a resolução de problemas. A problemoteca é uma coleção organizada de problemas que pode ser colocada dentro de uma caixa ou de um fichário, com fichas numeradas nas quais conste um problema e que podem ter a resposta no verso, o que possibilita que o aluno faça a autocorreção e também acaba favorecendo o trabalho independente (STANCANELLI, 2001).

A organização de uma problemoteca exige do professor tempo e disposição para equipá-la. A autora explica que uma das maiores dificuldades do docente ao montar uma problemoteca é encontrar problemas que não sejam convencionais. Os problemas devem, de acordo com Stancanelli (2001), ser variados e desafiadores para o aluno. Assim, os problemas selecionados periodicamente devem ser avaliados a fim de excluir os muito fáceis ou muito difíceis, pois estes devem motivar o aluno. Se for do interesse do professor e dos alunos, Stancanelli (2001) diz que é possível montar um banco de problemas no computador, o que torna a escolha e a troca mais rápida e também mais fácil.

O professor poderá fazer uso da problemoteca como achar mais conveniente, podendo deixá-la na sala de aula ou trazer para os alunos quando quiser. Os problemas podem ser resolvidos individualmente, em grupos, ou seja, a critério do professor ou dos alunos. A fim de deixá-la atualizada e bem equipada, o docente matemático pode incluir situações-problemas formuladas por ele e pelos próprios alunos, visto que a formulação é muito importante para auxiliar o discente na resolução de problemas.

Formular problemas matemáticos não é uma tarefa tão simples, pois exige do formulador muita criatividade e dedicação. O professor que não tem por hábito formular problemas para seus alunos poderá encontrar muitos obstáculos no início. É preciso que se tenha claro qual é o objetivo a ser alcançado antes de iniciar a formulação do problema e para isso o professor terá que ter conhecimento dos tipos que existem. Ao iniciar essa atividade com os alunos, é necessário que o professor tenha bem claro o(s) objetivo(s) que ele pretende alcançar. Com certeza dar a oportunidade ao discente de criar problemas é uma atividade que desenvolve muito o raciocínio lógico, a criatividade, o espírito explorador, a organização, a escrita, a

leitura, a troca de ideias quando a proposta de formulação for em grupo, entre outras. Nesse sentido Chica (2001, p. 152) explica que:

Dar oportunidade para que os alunos formulem problemas é uma forma de levá-los a escrever e perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma dada situação; que relação há entre os dados apresentados, a pergunta a ser respondida e a resposta; como articular o texto, os dados e a operação a ser usada.

A autora comenta que, na formulação de problemas, o aluno se empenha em refletir sobre ele como um todo, não se preocupando apenas com os números, com algumas palavras-chave ou com a pergunta da questão. Ele se familiariza e entende melhor as características das situações-problema. Chica (2001, p. 152) diz que “[...] ao formularem problemas, os alunos sentem que têm controle sobre o fazer matemática e que podem participar desse fazer, desenvolvendo interesse e confiança diante de situações-problema”.

Concorda-se com a autora quando ressalta que a formulação de problemas deve ser vista como algo desafiador e motivador. É necessário estimular a capacidade de inventar e questionar dos discentes, desenvolvendo na sala de aula um clima de interação e respeito, no qual é possível “[...] *fazer matemática* através da possibilidade de questionar, levantar hipóteses, comunicar idéias, estabelecer relações e aplicar conceitos. Para que o aluno torne-se um escritor eficaz, a escrita não deve ser sinônimo de trabalho cansativo [...]” (CHICA, 2001, p. 153, grifo do autor).

As primeiras propostas de elaboração devem ser preparadas com cuidado, já que os alunos não estão habituados a formular problemas, mas estão acostumados a somente resolvê-los (CHICA, 2001). Para isso, a autora aborda algumas propostas de produção:

- a) a partir de um problema dado, criar uma pergunta que possa ser respondida através dele;
- b) a partir de uma figura dada, criar uma pergunta;
- c) a partir de um início dado, continuar o problema;
- d) a partir de um problema dado, criar um parecido;

- e) formulando problemas a partir de uma pergunta;
- f) formulando problemas a partir de uma palavra;
- g) formulando problemas a partir de uma resposta dada;
- h) formulando problemas a partir de uma operação;
- i) formulando problemas a partir de um tema;
- j) formulando problemas com determinado tipo de texto.

As quatro primeiras propostas são mais simples para que os alunos percebam aos poucos a complexidade de formular problemas e as demais serão abordadas quando o aluno já estiver mais habituado.

Além de todos os trabalhos citados, acredita-se que há ainda muito potencial a ser explorado na abordagem da formação continuada e da resolução de problemas matemáticos. No capítulo seguinte, apresentam-se os procedimentos metodológicos que foram adotados a fim de realizar o desenvolvimento e a caracterização desta pesquisa.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentam-se as ideias que nortearam os caminhos investigativos e os procedimentos metodológicos utilizados durante a realização da investigação deste estudo. Sendo assim, descreve-se a caracterização da pesquisa, os sujeitos envolvidos, a intervenção pedagógica, os procedimentos utilizados para a coleta dos dados e a técnica de análise dos dados.

3.1 Caracterização da pesquisa

Os procedimentos adotados tanto na coleta quanto na análise dos dados revelam uma perspectiva qualitativa de investigação. Moreira e Caleffe (2008, p. 73) destacam que “a pesquisa qualitativa explora as características dos indivíduos e cenários [...]. O dado é freqüentemente verbal e é coletado pela observação, descrição e gravação”.

O presente estudo traz como método de pesquisa a pesquisa-ação, definida por Moreira e Caleffe (2008, p. 90) como sendo “[...] uma intervenção em pequena escala no mundo real e um exame muito de perto dos efeitos dessa intervenção”. Ao adotar essa metodologia de pesquisa na formação continuada, foi possível realizar algumas intervenções pedagógicas com o grupo de docentes envolvidos no processo e também fazer uma análise a fim de verificar o quanto estavam contribuindo na prática docente dos participantes. Na subseção seguinte abordam-se algumas características da pesquisa-ação.

3.1.1 A pesquisa-ação

No campo educacional, conforme Pereira (1998), pesquisar pressupõe procurar estratégias de mudança e de transformação para aprimorar a realidade concreta que se opera. A função do professor é de aperfeiçoar o conhecimento que já existe, transformando-o em hipóteses de ação, e buscar instaurar um elo de ligação entre teoria, ação e contexto individual. Os problemas que serão investigados só aparecem na prática e o comprometimento do prático é imprescindível.

A mesma autora ainda infere que, no âmbito da pesquisa das ciências sociais, o método da pesquisa-ação revela-se um modelo muito utilizado e promissor. O termo pesquisa-ação foi usado por Kurt Lewin nos anos 40, sendo o pioneiro neste modelo de pesquisa. Lewin, segundo a autora, entende este método de pesquisa como uma posição real da ação, que segue um pensamento autocrítico objetivo e apreciação de resultados.

Pereira (1998, p. 163) esclarece que “[...] o objetivo da pesquisa-ação não é simplesmente resolver um problema prático da melhor forma, mas, pelo delineamento do problema, pretende compreender e melhorar a atividade educativa”. Nesse sentido, a pesquisa-ação está preocupada com a mudança da situação e não somente com sua interpretação. Pode-se concluir, segundo Pereira (1998, p. 166), que pesquisa-ação é:

O estudo de uma situação social para tratar de melhorar a qualidade da ação que nela intervém. Seu objetivo consiste em proporcionar elementos que sirvam para facilitar o juízo prático em situações concretas e a validade das teorias e hipóteses que geram não depende de provas científicas de verdade, mas de sua utilidade para ajudar os professores a atuar de modo mais inteligente e acertado. Na pesquisa-ação as teorias não se validam de forma independente para aplicá-las logo mais à prática, senão através da prática.

Conforme a autora, mediante o método da pesquisa-ação percebe-se uma posição colaborativa dos docentes, tendo em vista que a prática educativa não é uma atividade individual. Entende que os professores-pesquisadores, quando refletem sobre suas práticas, trabalham-nas dialogicamente com os colegas e não esquecem a influência das estruturas curriculares. A pesquisa-ação é vista como uma estratégia de formação, de pesquisa educativa e também de mudança social.

Na esteira dessas ideias, os autores Kemmis e Wilkinson (2008) afirmam que esse tipo de investigação é melhor definida em termos colaborativos, embora alguns teóricos defendam a ideia de que seja um processo solitário de autorreflexão sistemática. No seu auge, a pesquisa-ação revela-se como “[...] um processo social e colaborativo de aprendizado conduzido por grupos de pessoas que se reúnem em torno da mudança de práticas por meio das quais interagem em um mundo compartilhado socialmente [...]” (KEMMIS; WILKINSON, 2008, p. 45). Sendo este um mundo no qual, para o bem ou para o mal, vivemos uns com as consequências das ações dos outros. Os autores explicam que o processo da pesquisa-ação, geralmente, envolve uma espiral de ciclos autorreflexivos:

- a) planejamento de uma mudança;
- b) ação e observação do processo e das consequências dessa mudança;
- c) reflexão sobre esses processos e suas consequências;
- d) replanejamento.

Esta espiral de ciclos esteve presente no desenvolvimento deste estudo: os docentes foram convidados a participar do planejamento de uma mudança, a fim de melhorar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, visto que contribuíram com sugestões e materiais para a formação continuada. Por meio de atividades e abordagens teóricas relacionadas à formulação e à resolução de problemas, os docentes minimizaram as dificuldades em relação ao tema e analisaram a importância de ensinar Matemática usando problemas. Ao refletirem sobre suas práticas pedagógicas e as mudanças propostas na formação continuada, os docentes realizavam o replanejamento de suas aulas e aplicavam as atividades propostas na formação com seus alunos.

Contudo, o processo de pesquisa-ação não é tão organizado quanto essa espiral. Segundo os autores, o processo é mais aberto, pois o critério de avaliação do sucesso da pesquisa-ação não depende de os sujeitos envolvidos terem ou não seguido os passos, mas sim de eles terem um senso definido e autêntico do desenvolvimento e da evolução das próprias práticas, de seu entendimento a respeito de suas práticas e das situações em que exercem essas práticas.

Kemmis e Wilkinson (2008) ainda apresentam algumas características centrais da pesquisa-ação consideradas por eles tão importantes quanto a espiral autorreflexiva:

- a) é um processo social: pesquisa a relação entre os domínios individual e socialmente. É um processo que é utilizado em investigações de ambientes como o da educação e do desenvolvimento comunitário, nos quais as pessoas procuram entender (individualmente ou coletivamente) como elas são (re) construídas enquanto indivíduos, e em relação umas às outras, em diversos contextos, como por exemplo, quando os docentes trabalham em conjunto ou juntamente com seus alunos a fim de melhorar os processos de ensino e de aprendizagem na sala de aula;
- b) é participativa: envolve indivíduos para o exame de seu conhecimento (entendimentos, habilidades e valores) e categorias que são interpretativas (as maneiras pelas quais as pessoas interpretam a si mesmas e sua ação no mundo social e material). É um processo no qual cada pessoa de um grupo busca participar da condução de como seu conhecimento delineia sua noção de identidade e de ação, e refletir criticamente sobre como seu conhecimento atual articula e controla sua ação;
- c) é prática e colaborativa: envolve os indivíduos para a avaliação das ações que as ligam a outras pessoas na relação social. Aqueles que realizam pesquisa-ação desejam trabalhar juntos na reconstrução das suas interações sociais através da reconstrução de atos que as compõem. É uma pesquisa que é realizada com outros;
- d) é emancipatória: visa auxiliar os indivíduos a recuperarem-se e libertarem-se das amarras dos suportes sociais irracionais, inúteis e não satisfatórias que determinam seu autodesenvolvimento e sua autodeterminação;
- e) é crítica: é um processo no qual os indivíduos consideravelmente partem para contestar e para reconstruir modos irracionais, improdutivos, injustos e não satisfatórios de interpretar e descrever o próprio mundo, de trabalhar e de relacionar-se com outros;

- f) é recursiva (reflexiva, dialética): através de mudanças nas suas práticas por meio de uma espiral de ciclos de ação e reflexão crítica e autocrítica enquanto processo social deliberado, planejado para auxiliá-las a aprender mais sobre suas práticas. É um processo de aprendizado através do fazer e também aprendizado com outros por meio de mudanças nos modos com que interagem num mundo compartilhado socialmente.

A pesquisa-ação, segundo Fiorentini (2010, p. 72), ainda que considerada um método especial para coletar informações, da mesma forma, pode ser tratada como uma forma de pesquisa que:

[...] torna o participante da ação um pesquisador de sua própria prática e o pesquisador um participante que intervém nos rumos da ação, orientado pela pesquisa que realiza [...]. E, em que pese o sufixo “ação”, a pesquisa-ação também deve ser concebida como um processo investigativo intencional, planejado e sistemático de investigar a prática.

De acordo com Fiorentini (2010, p. 71), a pesquisa-ação é um processo investigativo de mediação no qual seguem unidas a “prática investigativa, a prática reflexiva e a prática educativa. Ou seja, a prática educativa, ao ser investigada, produz compreensões e orientações que são [...] utilizadas na transformação dessa mesma prática, gerando novas situações de investigação”.

Moreira e Caleffe (2008, p. 90) identificam algumas características que são relevantes na pesquisa-ação:

- a) a pesquisa-ação é situacional – está preocupada com o diagnóstico do problema em um contexto específico para tentar resolvê-lo nesse contexto; b) é usualmente (embora não inevitavelmente) colaborativa – equipe de pesquisadores trabalham juntos no projeto; c) ela é participativa – os participantes da equipe tomam parte diretamente ou indiretamente na implementação da pesquisa; e d) ela é auto-avaliativa – as modificações são continuamente avaliadas, pois o principal objetivo é melhorar a prática.

Nesse sentido, as atividades desenvolvidas na formação continuada tinham como propósito detectar obstáculos que os docentes enfrentam na sala de aula ao abordar problemas matemáticos e propor alternativas que contribuíssem nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Cabe ressaltar que, em todos os encontros, os momentos de reflexão eram constantes, pois seguidamente os docentes avaliavam e repensavam as suas práticas desenvolvidas em sala de aula. Constatou-se que os participantes estavam empenhados e motivados a aprimorar suas ações docentes.

Os autores Moreira e Caleffe (2008) apresentam três possibilidades de realizar a pesquisa-ação na escola, dentre as quais destaca-se a terceira, que se refere a uma ocasião na qual o professor procede conjuntamente com o pesquisador numa união sustentada, com a possibilidade desta acontecer com outros segmentos que se interessem, como orientadores, repartições universitárias e patrocinadores. Pouco pode ser feito se somente uma pessoa está envolvida para tentar transformar suas ideias e práticas.

Algumas ocasiões nas quais a pesquisa-ação é um método adequado para ser utilizado em determinadas áreas da escola, são citadas por Moreira e Caleffe (2008, p. 93):

- 1) Métodos de ensino – substituir um método tradicional por um progressista.
- 2) Estratégias de aprendizagem – adotar uma abordagem integrada de aprendizagem em preferência a outro estilo de ensino [...]
- 5) O desenvolvimento pessoal dos professores – melhorar as habilidades de ensino, desenvolver novos métodos de aprendizagem, aumentar a capacidade de análise.

Nessa abordagem, a pesquisa-ação além de ser utilizada nas escolas para aperfeiçoar os processos de ensino e de aprendizagem Matemática, também pode ser estendida a outras áreas de ensino. Para tanto é necessário que o profissional da educação esteja disposto a participar, a se expor, a inovar e se dedicar a fim de melhorar suas práticas e desenvolver outros métodos de ensino e aprendizagem sempre visando à qualidade dos processos.

Thiollent (2011) afirma que para que uma pesquisa seja denominada como pesquisa-ação é necessário haver efetivamente uma ação por parte dos indivíduos ou grupos implicados no problema observado. Dessa forma pode-se afirmar que a pesquisa realizada com o grupo de professores foi pesquisa-ação, pois pelos relatos dos docentes verificou-se que, além de participarem da formação, também desenvolveram e experimentaram atividades exploradas nos encontros com seus alunos no contexto escolar.

Nessa mesma perspectiva, o mesmo autor salienta que “[...] os pesquisadores e os participantes representativos da situação [...] estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo” (THIOLLENT, 2011, p. 20). Dessa forma, toda pesquisa-

ação, segundo o autor, é do tipo participativo, ou seja, a participação dos indivíduos envolvidos nos problemas a serem investigados é impreterivelmente necessária.

De acordo com o autor, este método de pesquisa não é composto somente pela ação ou pela participação, mas também é preciso produzir conhecimentos, adquirir experiência, colaborar para a discussão ou fazer progredir o debate que considere as questões abordadas. Fomenta a participação dos indivíduos do sistema escolar na procura de soluções aos seus problemas.

Thiollent (2011, p. 23) cita alguns dos principais aspectos da pesquisa-ação, levando em consideração que a pesquisa-ação é uma estratégia metodológica da investigação social, onde:

a) há uma ampla e explícita interação entre pesquisadores e pessoas implicadas na situação investigada; b) desta interação resulta a ordem de prioridade dos problemas a serem pesquisados e das soluções a serem encaminhadas sob forma de ação concreta; c) o objeto de investigação não é constituído pelas pessoas e sim pela situação social e pelos problemas de diferentes naturezas encontrados nesta situação; d) o objetivo da pesquisa-ação consiste em resolver ou, pelo menos, em esclarecer os problemas da situação observada; e) há, durante o processo, um acompanhamento de decisões das ações e de toda atividade intencional dos atores da situação; f) a pesquisa não se limita a uma forma de ação [...]: pretende-se aumentar o conhecimento dos pesquisadores e o conhecimento [...] das pessoas e grupos considerados.

Assim, através da pesquisa-ação, metodologia de pesquisa designada para a realização deste trabalho, visou-se investigar e intervir na prática pedagógica dos indivíduos envolvidos neste processo de formação, mediante o uso de teorias; a reflexão da própria prática; a investigação sobre seu próprio trabalho docente; a troca de conhecimentos; o planejamento de aulas de Matemática mais significativas e próximas do cotidiano dos alunos; a intervenção desses professores na escola, a fim de que os discentes consigam obter melhor êxito na resolução de problemas matemáticos, assim como desenvolver a habilidade de resolver os problemas do seu dia a dia.

Na próxima seção, far-se-á um relato do perfil dos sujeitos que contribuíram na pesquisa e participaram dos encontros desenvolvidos na formação continuada de professores.

3.2 Sujeitos envolvidos

Participaram da formação, professores da Educação Básica de instituições municipais, particulares e estaduais do Vale do Taquari, assim como alunos do curso de Ciências Exatas da UNIVATES, que atuam esporadicamente em escolas de Educação Básica. A fim de divulgar a formação continuada aos professores foram confeccionados fôlderes (APÊNDICE A) e distribuídos no Centro Universitário UNIVATES e nas seis escolas dos professores que atuam como bolsistas do Projeto Observatório da Educação.

O Quadro 1 apresenta um resumo do perfil dos sujeitos envolvidos na pesquisa. Cabe salientar que dos vinte inscritos na formação, somente dezenove participaram dos encontros, sendo que dentre estes, dois desistiram: um em virtude de assumir um concurso e outro, por motivo desconhecido; portanto, dezessete tiveram efetiva participação e concluíram a atividade.

Esses dados foram coletados a partir de um questionário distribuído pela professora pesquisadora no primeiro encontro e respondido pelos professores que se fizeram presentes neste dia.

Analisando-se o Quadro 1, pode-se afirmar que dos participantes da formação, grande parte leciona em escola municipal e/ou estadual. Quanto aos níveis de ensino, constata-se que a maioria dos docentes leciona nos anos finais e ensino médio.

Observa-se também que entre os envolvidos na pesquisa, há uma diversidade muito grande em relação ao tempo de atuação como profissional de educação: desde alunos da graduação que ainda não estão atuando em sala de aula permanentemente, até profissionais que estão há 28 anos atuando na carreira do magistério. É interessante esse dado, pois percebe-se que existe interesse, tanto por parte dos futuros profissionais da educação quanto daqueles que atuam na área educacional há quase 30 anos, em participar de atividades que ofereçam a oportunidade de mudar e melhorar sua atuação em sala de aula, inovar as aulas e atualizar sua prática pedagógica. Nesta perspectiva, Moran (2007, p. 165) dá indicações de como a mudança é importante:

Vale a pena inovar, testar, experimentar, porque avançaremos mais rapidamente e com segurança na busca de novos modelos, que estejam de acordo com as mudanças rápidas que experimentamos em todos os campos e com a necessidade de aprender continuamente.

Quadro 1 – Resumo do perfil dos docentes

Participantes	Atua em escola			Nível de ensino				Há quantos anos leciona
	Estadual	Municipal	Particular	Ed. Infantil	Anos iniciais	Anos finais	Ens. Médio	
1	X	X				X	X	10
2	X		X			X	X	4
3		X				X		17
4		X				X		4 meses
5	X		X				X	9
6	X	X				X	X	4
7	X					X	X	8
8		X			X			21
9			X		X			28
10	X		X		X	X	X	7
11	X	X				X	X	15
12		X		X				7
13	X	X				X	X	3
14		X		X	X	X		2 anos (estágio)
15								Alunos de graduação
16	X	X				X	X	2
17	X						X	7
18								Alunos de graduação
TOTAL	10	10	4	2	4	11	10	

Fonte: Da autora (2012).

Há muitos docentes e futuros docentes que querem e estão mudando sua prática pedagógica. Isto pode ser confirmado pelo interesse que os docentes apresentam ao participar de congressos, cursos, palestras, formação continuada, simpósios, entre outros. Esse pequeno grupo de pessoas além de melhorar a sua

metodologia de ensino, pode contribuir na prática docente dos colegas e de todo o contexto escolar.

Na sequência, esclarece-se de que forma a formação continuada de professores transcorreu e apresenta-se o desenvolvimento da intervenção pedagógica.

3.3 A intervenção pedagógica

A formação continuada de professores vem ao encontro de novas perspectivas que visam melhorar a prática pedagógica do docente. Um professor bem preparado e disposto a enfrentar as mudanças, os novos desafios que a sociedade impõe a ele e ao seu aluno é um docente que se preocupa com os processos de ensino e de aprendizagem. É necessário, segundo Veiga e Viana (2010), formar professores que preparem o estudante para encarar as diversidades sociais da conjuntura atual, que, através de práticas inovadoras e interessantes, estimulem no aluno a vontade de adquirir e construir o conhecimento a fim de responder aos desafios sociais.

As autoras afirmam que para isso é preciso fazer um investimento contínuo na formação do docente. Destacam que “a formação é um processo, por isso, inacabado, não avança no isolamento, no individualismo. O compartilhar é imprescindível para que haja crescimento pessoal e coletivo” (VEIGA ; VIANA, 2010, p. 32).

À luz dessas ideias desenvolveu-se no Centro Universitário UNIVATES uma formação continuada de professores ministrada pela autora deste trabalho, que contou com o apoio e a participação da professora Virginia Furlanetto, bolsista do Projeto Observatório da Educação. Os sujeitos envolvidos na pesquisa participaram de dez encontros ocorridos quinzenalmente, sendo que a formação ocorreu durante o período de 25 de maio até 28 de setembro de 2012.

No início da formação continuada, os participantes foram informados sobre as finalidades da pesquisa e os procedimentos que seriam utilizados para a coleta de dados. Ao concordarem em participar da pesquisa, assinaram o Termo de

Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (APÊNDICE B), em duas vias, sendo que uma via ficou com o participante e a outra com a professora pesquisadora.

Ao grupo informou-se que seria preservada a identidade e a integridade dos sujeitos e, para tanto, foram usados números para a identificação de cada integrante. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 199), “o pesquisador, ao relatar os resultados de sua pesquisa, precisa também preservar a integridade física e a imagem pública dos informantes. Por isso, geralmente, omite os verdadeiros nomes [...]”.

A pesquisa teve como propósito investigar como a formação continuada de professores pode auxiliar os docentes na abordagem de resolução de problemas matemáticos visando à melhoria de práticas pedagógicas. Assim, nos referidos encontros, os docentes tiveram a oportunidade de relatar experiências vivenciadas em sala de aula ao abordarem problemas matemáticos, trocar informações com os demais participantes, refletir sobre suas práticas, produzir conhecimentos novos e significativos na área educacional e aplicar os conhecimentos adquiridos durante a formação no contexto escolar.

O fato de participar de uma formação continuada demonstra que os sujeitos estão abertos a mudanças e inovações, assim como dispostos a contribuir na qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Nessa abordagem, as ideias de Moran (2007, p. 28) são fundamentais quando diz que:

As mudanças na educação dependem, em primeiro lugar, de termos educadores maduros intelectual e emocionalmente, pessoas curiosas, entusiasmadas, abertas, que saibam motivar e dialogar. Pessoas com as quais valha a pena entrar em contato, porque dele saímos enriquecidos.

É muito importante ressaltar que os docentes experimentavam com seus alunos as atividades que eram propostas, desenvolvidas e exploradas em cada encontro. Esta constatação foi possível, visto que em muitos momentos da formação os docentes, além de relatarem experiências vivenciadas em sala de aula, ansiedades, incertezas, práticas positivas e negativas, também mencionavam as aplicações das atividades abordadas na formação, assim como os seus devidos resultados.

No Quadro 2 apresentam-se as atividades que foram desenvolvidas nesta pesquisa. Cabe ressaltar que cada encontro será detalhado no capítulo “Intervenção Pedagógica”.

Quadro 2 – Atividades desenvolvidas durante a formação continuada

Encontro	Atividades
1 25/05	- Apresentação da proposta - Aplicação de um questionário para levantamento de dados - Discussão sobre o que é um problema - Objetivos da resolução de problemas - Relatos de experiências - Resolução de problemas matemáticos - Avaliação do encontro
2 22/06	- Atividade de motivação - Tipos de problemas - Resolução de problemas matemáticos - Formulação de problemas - Relatos de experiências - Problemoteca - Avaliação do encontro
3 06/07	- Dinâmica: Jogo da velha humano - Relatos de experiências - Análise dos problemas resolvidos no 1º encontro - Resolução de problemas matemáticos - Importância de permitir o uso de diferentes estratégias de resolução - Estratégias de resolução de problemas - Avaliação do encontro
4 (13/07)	- EaD – intervenção pedagógica dos professores com seus alunos
5 03/08	- Dinâmica: Mão no joelho, boca fechada e cabeça pensando - Relatos de experiências - Resolução de problema matemático - Paralelo das estratégias utilizadas pelos docentes e pelos discentes - Formulação de problemas - Avaliação do encontro

(Continua...)

(Continuação)

Encontro	Atividades
6 17/08	- Atividade de motivação - Relatos de experiências - Resolução de problema matemático - Formulação de problemas - Interpretações e tendências na resolução de problemas matemáticos - Problemoteca
7 24/08	- EaD – intervenção pedagógica dos professores com seus alunos
8 31/08	- Aprendendo a resolver problemas - Relatos de experiências - Fases para resolução de problemas matemáticos - Resolução de problemas matemáticos - Considerações - Importância da formulação de problemas - Aplicação de dois problemas com os alunos
9 14/09	- Relatos de experiências - Leitura e análise textual: Por que formular problemas - Produções em grupos - Formulação de problemas pelos alunos - Considerações
10 28/09	- Atividade de motivação - Relatos de experiências - Erros que os docentes e discentes cometeram - Apresentação de soluções para os erros - Exposição do dicionário matemático - Apresentação de <i>sites</i> matemáticos sobre resolução de problemas - Resolução de problemas matemáticos - Sistematização - Entrega de CDs contendo todo o material da formação continuada - Aplicação de um novo questionário

Fonte: Da autora (2012).

Na seção seguinte, apresentam-se os procedimentos que foram utilizados a fim de registrar os dados sobre como a formação continuada de professores contribuiu na prática pedagógica.

3.4 Procedimentos para coleta dos dados

Para a coleta de dados sobre a formação continuada, utilizaram-se questionários, fotos e filmagens, relatórios dos docentes e diário de campo da professora pesquisadora, os quais estão descritos a seguir:

- a) questionários: aplicaram-se dois questionários (no primeiro e no último encontro) os quais foram estruturados com questões abertas, fechadas e mistas. Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 117) afirmam que “os questionários podem servir como uma fonte complementar de informações [...] podem ajudar a caracterizar e a descrever os sujeitos da pesquisa”. Segundo os autores, as questões fechadas são fáceis de serem respondidas, reunidas e tratadas estatisticamente. As questões abertas coletam informações qualitativas e as questões mistas são uma combinação das duas anteriores. É importante explicitar que os questionários não foram identificados pelos docentes;
- b) fotos e filmagens: os encontros foram fotografados e filmados, sendo que as filmagens foram transcritas com o objetivo de analisar as angústias, expectativas, relatos de experiências e contribuições de cada docente. Como bem apontam os autores Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 201) esses instrumentos “[...] permitem registrar, com mais acuidade, eventos importantes que farão parte do material de análise da pesquisa”. Acrescentam ainda que o uso deles altera o curso normal das práticas. Para tanto, é necessário que se desenvolva, inicialmente, um processo de familiarização dos envolvidos com os equipamentos;
- c) relatórios dos docentes: nos relatórios organizados e entregues pelos docentes, solicitou-se que descrevessem as atividades desenvolvidas em sala de aula, anexassem o material produzido pelos alunos e apontassem críticas e sugestões relacionadas a formação continuada. A partir dos relatos

escritos, foi possível propor intervenções a fim de aprimorar os métodos utilizados pelos professores na resolução de problemas matemáticos. Os relatos também serviram para verificar que atividades foram abordadas e os procedimentos utilizados pelos docentes na sala de aula;

- d) diário de campo da professora pesquisadora: no diário de campo registraram-se todos os momentos que foram considerados interessantes, construtivos e marcantes no decorrer da formação. Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 118) explicam que o diário de campo é um dos recursos mais ricos utilizados na coleta de informações e “é nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, descreve episódios ou retrata diálogos”. Acrescenta ainda que se for feito imediatamente no ato da observação, maior será a perspicácia da informação.

A fim de realizar a análise do material que foi coletado durante a formação, utilizou-se o método da análise textual discursiva (MORAES, 2003), que será abordado na próxima seção.

3.5 Técnica de análise dos dados

A técnica utilizada para analisar as informações obtidas durante a pesquisa é de suma importância e os autores Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 134) afirmam que “dela depende a obtenção de resultados consistentes e de respostas convincentes às questões formuladas no início da investigação”. Além disso, a análise, segundo os autores, é um processo trabalhoso e minucioso que envolve muitas leituras do material coletado, tentando buscar nesse material unidades de significados ou, então, padrões e regularidades a fim de, depois, agrupá-los em categorias.

Nessa perspectiva, a metodologia utilizada para realizar a análise dos dados coletados foi a Análise Textual Discursiva (ATD) entendida por Moraes (2003, p. 207), como sendo:

[...] um processo emergente de compreensão, que se inicia com um movimento de desconstrução [...] seguindo-se um processo intuitivo auto-organizado de reconstrução, com emergência de novas compreensões que, então, necessitam ser comunicadas e validadas cada vez com maior clareza em forma de produções escritas. Esse conjunto de movimentos constitui um exercício de aprender que se utiliza da desordem e do caos, para possibilitar a emergência de formas novas e criativas de entender os fenômenos investigados.

A ATD, segundo Moraes (2003, p. 192), propõe “[...] descrever e interpretar alguns dos sentidos que a leitura de um conjunto de textos pode suscitar [...] parte do pressuposto de que toda leitura já é uma interpretação e que não existe uma leitura única e objetiva”. A análise textual parte de um conjunto de hipóteses em relação à leitura dos textos que são pesquisados. O pesquisador confere a eles significados referentes aos seus conhecimentos e teorias.

O autor organizou a ATD em torno de quatro focos, sendo que os três primeiros são compostos por um ciclo, constituídos pelos seguintes elementos principais:

- a) desmontagem dos textos: desconstrução e unitarização. Envolve a leitura minuciosa dos textos, considera os diversos sentidos que essa leitura permite construir a partir de um mesmo texto e a divisão em unidades, possibilitando a emergência de novas compreensões relacionadas aos fenômenos investigados;
- b) estabelecimento de relações: o processo de categorização. Consiste em construir relações entre as unidades de base, combinando-as e classificando-as na perspectiva de compreender como esses elementos unitários podem ser reunidos na formação de conjuntos que combinam elementos próximos, resultando nos sistemas de categorias;
- c) captando o novo emergente: expressando as compreensões atingidas. O terceiro ciclo aborda como a intensa impregnação nos materiais da análise possibilita a emergência de uma nova compreensão do todo. O último elemento do ciclo de análise proposto é resultado do investimento na comunicação da nova compreensão, como também de sua crítica e validação. O resultado de uma análise textual discursiva é um metatexto que expressa e organiza as principais descrições e interpretações construídas a

partir dos textos analisados. Resultante desse processo, o metatexto representa um esforço em evidenciar a compreensão que se apresenta como resultado de uma nova combinação dos elementos que foram construídos nos dois primeiros focos;

- d) auto-organização: um processo de aprendizagem viva. A análise dos textos, culminando na produção de metatextos, pode ser entendida como um processo de compreensão, que começa com uma desconstrução e é seguida por um processo auto-organizado de reconstrução do qual emergem novas compreensões. É um aprender que se utiliza da desordem e do caos, para que possam emergir novas e criativas formas de compreender os fenômenos que foram investigados. Não é possível prever os resultados finais (criativos e originais). Mesmo assim é imprescindível o esforço de preparação e impregnação para que a emergência do novo se concretize.

Nesse contexto, pode-se assegurar, segundo Moraes (2003, p. 192), que a ATD é “[...] um processo auto-organizado de construção de compreensão em que novos entendimentos emergem de uma sequência recursiva de três componentes [...]”, sendo estes, a desmontagem dos textos ou desconstrução e unitarização; o estabelecimento de relações ou processo de categorização e a captação do novo emergente. Os três componentes formam o ciclo da análise textual discursiva. A qualidade do produto final não depende somente da descrição e da interpretação dos textos, mas sim dos argumentos utilizados pelo pesquisador. Assim, a partir dos dados coletados, realizou-se uma análise e produção de novos significados com relação ao material selecionado.

No Quadro 3 apresenta-se um resumo da abordagem metodológica da pesquisa e, no Quadro 4 organizam-se as categorias criadas, seus objetivos e subcategorias.

Quadro 3 – Resumo da abordagem metodológica da pesquisa

Tema: A formação continuada de professores auxiliando o docente na abordagem de problemas matemáticos na sala de aula.
Problema: Em que aspectos as atividades desenvolvidas em um curso de formação continuada de professores, com foco na resolução de problemas, podem impactar no fazer pedagógico?
Objetivo Geral: Investigar como a formação continuada de professores pode auxiliar os docentes na abordagem de resolução de problemas matemáticos visando à melhoria de práticas pedagógicas.
Objetivos Específicos:
1) investigar os conhecimentos constituídos pelos docentes em relação à resolução de problemas matemáticos;
2) auxiliar os docentes no desenvolvimento de aulas de Matemática mais próximas da realidade dos discentes, por meio da resolução de problemas matemáticos;
3) estruturar algumas estratégias de ação para melhorar o processo de resolução de problemas;
4) analisar e investigar conjuntamente com os docentes a solução de alguns problemas matemáticos resolvidos pelos discentes;
5) criar momentos de reciprocidade de conhecimentos, reflexão e diálogo entre os colegas docentes;
6) avaliar as contribuições da formação continuada na intervenção pedagógica dos docentes;
7) estimular os docentes na busca de conhecimento fundamentado na leitura de livros e artigos científicos.
Categorias criadas a partir dos objetivos:
1) análise dos conhecimentos teóricos e práticos constituídos;
2) aplicação de resolução e de formulação de problemas matemáticos com os discentes;
3) verificação de indícios de que a formação continuada auxilia na prática docente;
4) reflexões complementares relacionadas à prática pedagógica.

Fonte: Da autora (2012).

Quadro 4 – Categorias, objetivos e subcategorias

Categorias criadas	Objetivos atingidos	Subcategorias
Análise dos conhecimentos teóricos e práticos constituídos	1) Investigar os conhecimentos constituídos pelos docentes em relação à resolução de problemas matemáticos; 7) estimular os docentes na busca de conhecimento fundamentado na leitura de livros e artigos científicos.	Motivação que levou o docente a participar da formação continuada; principais dificuldades dos docentes ao abordar a resolução de problemas matemáticos; relevância do ensino da Matemática por meio da resolução de problemas.
Aplicação de resolução e de formulação de problemas matemáticos com os alunos	4) Analisar e investigar conjuntamente com os docentes a solução de alguns problemas matemáticos resolvidos pelos discentes; 3) estruturar algumas estratégias de ação para melhorar o processo de resolução de problemas.	Como os docentes trabalham problemas matemáticos com seus alunos; principais dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos; a importância de formular problemas.
Verificação de indícios de que a formação continuada auxilia na prática docente	2) Auxiliar os docentes no desenvolvimento de aulas de Matemática mais próximas da realidade dos discentes, por meio da resolução de problemas matemáticos; 6) avaliar as contribuições da formação continuada na intervenção pedagógica dos docentes.	Melhorias ocorridas em relação à abordagem de problemas matemáticos no planejamento das aulas; fatores importantes observados pelos docentes ao selecionar os problemas abordados com os discentes; dificuldades que persistem ao abordar a resolução de problemas matemáticos.
Reflexões complementares relacionadas à prática pedagógica	5) Criar momentos de reciprocidade de conhecimentos, reflexão e diálogo entre os colegas docentes.	Desvalorização da carreira docente; conceitos matemáticos.

Fonte: Da autora (2012).

Acredita-se que, além das atividades que foram propostas no desenvolvimento da formação continuada, ainda existe muito potencial a ser explorado no que se refere à resolução de problemas. Investigar como a formação continuada de professores pode auxiliar os docentes na abordagem de resolução de problemas matemáticos visando à melhoria de práticas pedagógicas é o principal objetivo desse estudo. Para isso, elaborou-se uma Intervenção Pedagógica que foi desenvolvida a partir de dez encontros descritos no capítulo que segue.



4 INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

No relato dos encontros, apresentam-se as atividades envolvendo as práticas que foram desenvolvidas nesta pesquisa, sendo que, a análise do material será realizada no capítulo seguinte. Cabe ressaltar que, como atividade inicial, em praticamente todos os encontros, abordou-se uma dinâmica, um desafio ou uma situação-problema que, além de estimular os docentes para o encontro, servia também como sugestão de atividades a serem exploradas com seus alunos. Ao final de cada encontro, realizava-se uma reflexão e uma avaliação da formação.

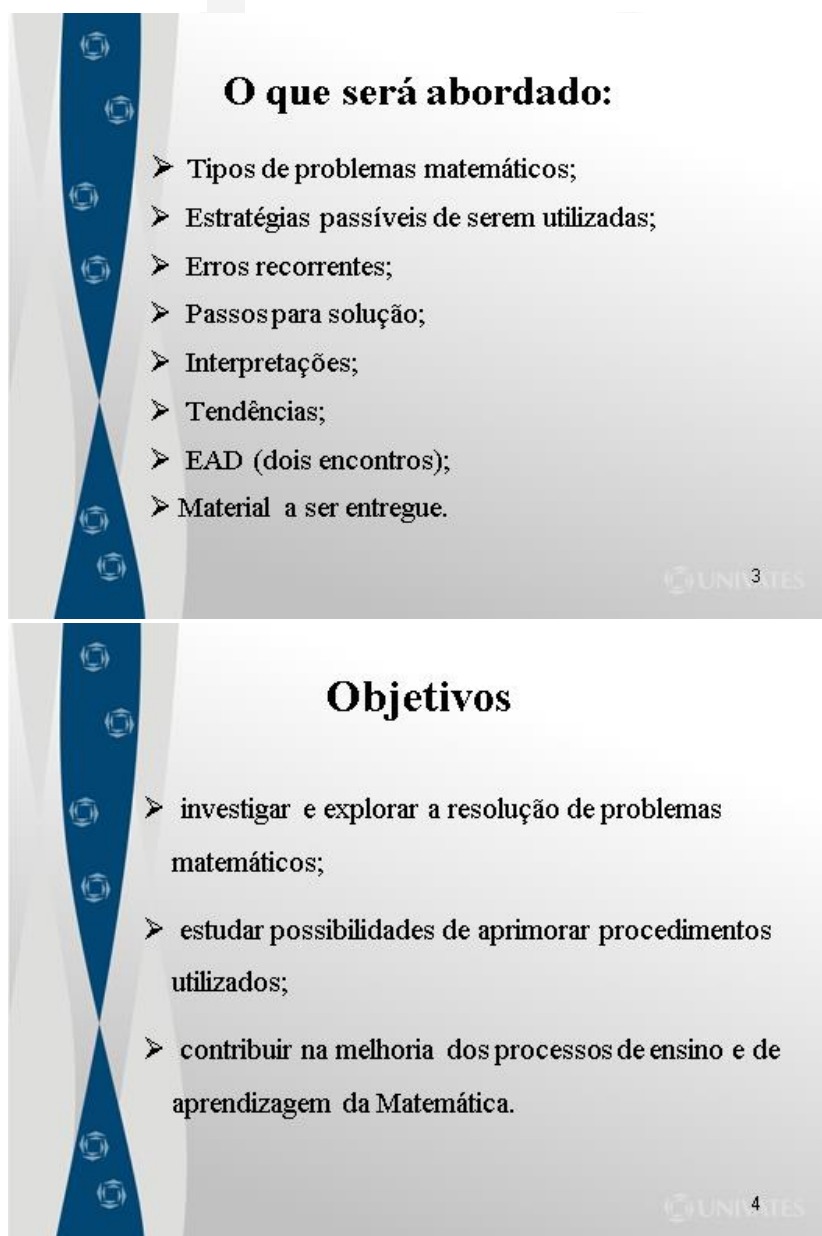
Tendo em vista preservar a identidade e a integridade dos sujeitos envolvidos na pesquisa, foram usados números a fim de identificar cada integrante. Para tanto, nos relatórios os professores são codificados como Relatório 1 (R1), Relatório 2 (R2), Relatório 3 (R3), etc.; nos questionários são definidos como Questionário 1 (Q1), Questionário 2 (Q2), Questionário 3 (Q3), etc.; nas transcrições das falas são caracterizados como Transcrição 1 (T1), Transcrição 2 (T2), Transcrição 3 (T3), etc. e na resolução de problemas são identificados como Professor 1 (P1), Professor 2 (P2), Professor 3 (P3), etc., sendo que R1, Q1, T1 e P1 não são necessariamente os mesmos docentes. É necessário que se faça essa relação já que nenhum dos instrumentos foi identificado.

4.1 Descrição dos encontros

1º encontro:

Iniciou-se a formação continuada apresentando aos participantes em lâminas a proposta de trabalho: o título da formação; o cronograma com as datas dos encontros; alguns dos temas propostos e os objetivos a serem alcançados durante o desenvolvimento das atividades, conforme pode ser observado na Figura 1.

Figura 1 – Proposta de trabalho



Fonte: Da autora (2012).

Apresentou-se um vídeo com uma mensagem “O valor de ser educador” (2010) que aborda um pouco sobre as várias funções do professor e da sua importância, assim como suas responsabilidades e satisfações, a fim de estimular os docentes neste primeiro encontro. Logo após, foram convidados a responderem um questionário (APÊNDICE C).

A aplicação individual do questionário aos dezoito participantes presentes na formação teve por objetivo averiguar: o perfil dos sujeitos envolvidos no estudo; as suas expectativas, os conhecimentos sobre o ensino de Matemática através da resolução de problemas, as dificuldades enfrentadas por professores e pelos alunos ao abordar problemas matemáticos e a relevância de ensinar Matemática através da resolução de problemas. Por meio deste instrumento, também foi possível verificar como, quando e para quê os docentes abordam os problemas com seus alunos.

Na continuidade deste encontro, os participantes foram instigados a refletirem sobre as seguintes perguntas: “Por que ensinar matemática através da resolução de problemas?” “Mas o que é um problema?” “Qual é o objetivo de resolver problemas?”. Cada questão foi discutida separadamente e algumas das respostas estão destacadas a seguir:

Por que ensinar matemática através da resolução de problemas?

[...] eu penso que quando o problema é associado à realidade é mais fácil de entender porque na nossa vida a gente resolve problemas [...] (T1);

[...] mas trabalhar cálculo, me parece que para a criança, não tem muito sentido e nem significado [...]. Registra como tu pensaste, como chegou a este cálculo, qual foi tua estratégia, qual teu caminho e qual tua dificuldade (T8);

Em resolução de problemas eu falo leiam o problema, eles falam ok. Explique com suas palavras o que você acabou de ler, daí eu começo a observar as dificuldades (T4);

[...] ou a própria dramatização do problema, que no momento que ele consegue dramatizar o que ele leu e por que ele conseguiu entender (T15);

[...] também percebo que no momento em que tu trabalhas problema matemático, que tu levas a desafiá-los, eles correm da briga logo, porque eles têm tudo pronto, se eles não sabem alguém os auxilia, ou está pronto em algum lugar, e daqui a pouco está muito difícil e então eles desistem (T15);

Eu gosto muito de trabalhar desafios com eles. Daí tu faz grupinhos de três ou quatro, e dá para eles fazerem. Eles quebram a cabeça para fazerem, eles gostam disso, interação entre eles, para conseguirem achar uma resposta (T7);

Fazem os alunos pensarem uma estratégia, que nem sempre precisa só de fórmulas para resolver problemas e acho que é isso, eles têm que aprender a se virarem sozinhos, sem ter fórmulas, regras (T14).

Mas o que é um problema?

Problema é o que a gente encontra no nosso dia a dia, [...]. É uma situação que eu tenho que resolver de um jeito ou de outro (T1);

Que nos desafia a encontrar a solução de um jeito ou de outro, a pensar sobre (T11);

[...] nossos alunos estão acostumados que todos os problemas têm solução (T12);

Qual é o objetivo de resolver problemas?

Desenvolver o raciocínio e daqui a pouco assim: hoje é um problema, a partir do momento que eu consigo resolver, para mim não é mais problema, mas para ela é (T1);

[...] a gente tem que escutar o que eles trazem de diferente porque só o que eu digo não tá certo, a gente tem que mostrar vários jeitos de fazer (T7).

Em seguida, apresentaram-se as ideias de alguns autores sobre cada uma das questões discutidas. O Quadro 5 mostra o que foi exposto e analisado em lâminas sobre a importância da resolução de problemas.

Ao concluir esta atividade, os integrantes da formação resolveram alguns problemas matemáticos (APÊNDICE D), com a finalidade de, a partir deles, abordar os tipos, estratégias passíveis de serem utilizadas e identificar erros recorrentes, a serem estudados nos próximos encontros. As Figuras 2 e 3 apresentam alguns dos problemas resolvidos pelos professores da formação.

Quadro 5 – Ideias de alguns autores sobre resolução de problemas

Por que ensinar Matemática através da resolução de problemas?	De acordo com Dante (2010, p. 18), “O maior desafio da educação contemporânea é um ensino que prepare o ser humano para a vida e a diversidade que nela se apresenta”.
	Dante (2010) ainda ressalta que a Matemática tem um papel fundamental visto que é uma área do conhecimento direcionada ao raciocínio lógico e diretamente relacionada com o cotidiano das pessoas. É imprescindível que a metodologia de ensino nessa área considere os pensamentos e as perguntas dos discentes através da exposição de suas ideias.
	Segundo Moran (2007) a obtenção das informações depende cada vez menos do docente, visto que as tecnologias se encarregam disso de uma maneira muito rápida e atraente. O papel do professor é o de auxiliar o aluno a interpretar essas informações, a relacioná-las e contextualizá-las. A função do professor é de estimular a vontade de aprender, a fim de que o discente se sinta motivado a conhecer mais. Para tornarem-se verdadeiramente significativas para o aluno e serem aprendidas realmente, essas informações precisam fazer parte do contexto pessoal (intelectual e emocional) desse aluno.
	Pozo (1998) comenta que a resolução de problemas é uma das maneiras mais acessíveis para levar os discentes a aprender a aprender.
	Dante (2010, p. 18) assevera que resolver problemas matemáticos com o aluno “[...] dão a oportunidade de ele mesmo explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática”.
	“Quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão” (ONUCHIC, 1999, p. 208).
Mas o que é um problema?	Segundo Lester (apud ECHEVERRÍA e POZO, 1998, p. 15), pode-se dizer que problema é “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”.

(Continua...)

(Continuação)

Mas o que é um problema?	De acordo com Dante (2010) e PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b), uma determinada situação pode representar um problema para alguns, mas para outros não, conforme o estágio de desenvolvimento intelectual e de acordo com os conhecimentos que já possui, ou ainda, o que pode ser considerado um problema num contexto pode vir a não ser em outro.
	Exemplo 1: “Carla tem 3 bolinhas de pingue-pongue. Roberto tem 2. Quantas bolinhas eles têm juntos?” (DANTE, 2010, p. 12).
	Exemplo 2: “Na equipe de Pedro há 5 alunos. Eles vão se despedir para ir embora. Pedro está curioso para saber o seguinte: se cada um cumprimentar todos os outros com um aperto de mão, qual será o total de cumprimentos?” (DANTE, 2010, p.12).
Qual o objetivo de resolver problemas?	Echeverría e Pozo (1998, p. 15) afirmam que o principal objetivo da aprendizagem da resolução de problemas está em “[...] fazer com que o aluno adquira o hábito de propor-se problemas e de resolvê-los como forma de aprender”.
	Nos PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b, p. 44-45) resolver um problema matemático implica que o aluno: “elabore um ou vários procedimentos (como por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); compare seus resultados com os de outros alunos e valide seus procedimentos”.
	De acordo com Dante (2010, p. 18-22), os objetivos são, dentre outros, • Fazer o aluno pensar produtivamente; • Desenvolver o raciocínio do aluno; • Ensinar o aluno a enfrentar situações novas; • Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática; • Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras; • Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas; • Dar uma boa base matemática às pessoas; • Liberar a criatividade do aluno.

Fonte: Da autora, adaptado de Dante (2010), Moran (2007), Pozo (1998), Onuchic (1999), Echeverría e Pozo (1998), Brasil (1997b).

Figura 2 – Problemas 1, 2, 3, 4, 5, e 6 resolvidos pelo Professor P4


UNIVATES

Problemas matemáticos:

1) Dados os números 2, 7, 26, 29, 45, 71, 83, 95, 101, 116, 127, 131 e 153 quais são primos?

2) Calcule o valor de x e y no sistema linear:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -16 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

Handwritten solution for problem 2:

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= -16 \rightarrow 2x - 3y = -16 \\ 5x + 3y &= 2 \\ \hline -7x &= -14 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Handwritten solution for problem 2 (continued):

$$\begin{aligned} 2(-2) - 3y &= -16 \\ -4 - 3y &= -16 \\ -3y &= -16 + 4 \\ -3y &= -12 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Handwritten solution for problem 2 (final):

$$S = \{-2, 4\}$$

3) Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2400 palitos de fósforo. Sabendo que cada caixa contém em média, 40 palitos e que cada pacote contém 10 caixas, quantos pacotes serão usados nesse trabalho?

Handwritten solution for problem 3:

$$\frac{2400}{40} = 60 \text{ caixas}$$

$$\frac{60}{10} = 6 \text{ pacotes}$$

Handwritten note: Serão usados 6 pacotes nesse trabalho.

4) Uma escola ganhou, por doação, uma tela de 40 m de comprimento. A direção da escola resolveu, então, cercar um terreno retangular que tivesse a maior área possível, para fazer experiências com plantas. Vamos ajudar a direção da escola a descobrir quais devem ser as dimensões do terreno?

Handwritten solution for problem 4:

10m por 10m

Handwritten calculations:

$$10 \times 10 = 100 \text{ m}^2$$

$$13 \times 7 = 91 \text{ m}^2$$

5) Mariana tem 3 chapéus, um amarelo com flores, um vermelho e outro azul. Ela empresta seus chapéus à sua prima Raquel. Hoje elas foram juntas a uma festa usando chapéus. Siga as pistas e descubra que chapéu cada uma usou. Quando chove Mariana não usa seu chapéu predileto que é vermelho. O chapéu com flores não serve para Raquel. Hoje choveu o dia todo. Quando Mariana não usa seu chapéu amarelo ela não sai com Raquel.

Handwritten solution for problem 5:

Mariana tem AMARELO, VERMELHO e AZUL

RAQUEL AMARELO, AZUL, VERMELHO

Handwritten conclusion:

Mariana - AZUL
RAQUEL - VERMELHO

6) Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura abaixo. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?

Handwritten solution for problem 6:

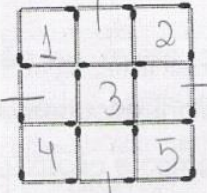


Figura 3 – Problemas 7, 8, 9, e 10 resolvidos pelo Professor P9

- 7) Um menino possui 3 carrinhos com 4 rodas em cada um. Qual é a idade do menino?

Qualquer idade

- 8) Eu e você temos juntos 6 reais. Quanto dinheiro eu tenho?

Você tem R\$6,00, eu não tenho nada.

- 9) Caio é um garoto de seis anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo, ele havia perdido um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha o triplo de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?

Caio ganhou bolinhas. Perdeu $\frac{1}{4}$ = 6 bolinhas

2 dúzias = 24

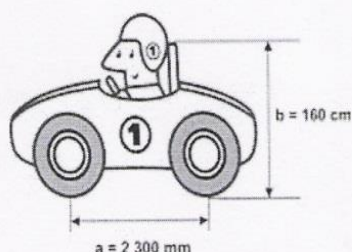
$24 - 6 = 18 \times 3 = 54$

$\frac{54}{4} = 13,5$

48 bolinhas ele tinha no início

- 10) Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

- a) distância **a** entre os eixos dianteiro e traseiro;
b) altura **b** entre o solo e o encosto do piloto.



*160
100
1,6*

2300 10

*230cm
- 100*

2,3m

Fonte: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf, acesso em 20/05/2012.

Ao optar pelas medidas **a** e **b** em metros, obtêm-se, respectivamente:

- a) 0,23 e 0,16.
b) 2,3 e 1,6.
c) 23 e 16.
d) 230 e 160.
e) 2300 e 1600.

Fonte: Material do Professor P9 (2012).

No decorrer da formação, os relatos das vivências em sala de aula apresentavam indícios das dificuldades que esses docentes enfrentam ao abordar problemas matemáticos.

[...] fazer os alunos tirarem os dados [...] tem muita dificuldade (T2);

[...] essa linguagem matemática falta [...] (T8);

Mas se você diz para ele eu quero todo o desenvolvimento, eu não quero só a resposta final, daí tem os alunos “mas profe eu fiz nos rascunhos”, daí entrega aquele monte de papelada [...] (T7);

Eu só queria colocar que é esse o nosso trabalho, de resgatar esse processo de analisar todo esse processo [...] (T11);

Eles estão com uma mania de olhar os números que têm nos problemas. O que tiver de número eles pegam, mas não conseguem ver o que o problema está pedindo [...] (T13).

Ao final desse encontro, realizou-se uma reflexão e uma avaliação oral sobre as atividades que haviam sido propostas durante a tarde:

Foi uma tarde produtiva e que gerou uma boa reflexão sobre práticas, as minhas práticas pedagógicas e também fez rever nossas vivências e também fiquei com uma maior expectativa para os nossos próximos encontros (T8);

[...] todo mundo falou “ah, os nossos alunos não sabem resolver problemas”, mas na hora de resolver problemas, a gente também rebolou um pouco e a gente tem que prestar atenção [...]. Vive dizendo para os nossos alunos “lê de novo, presta atenção no que tu tá lendo”, só que nós, eu pelo menos quando fui resolver o problema [...] a gente muda a resposta umas três vezes (T14);

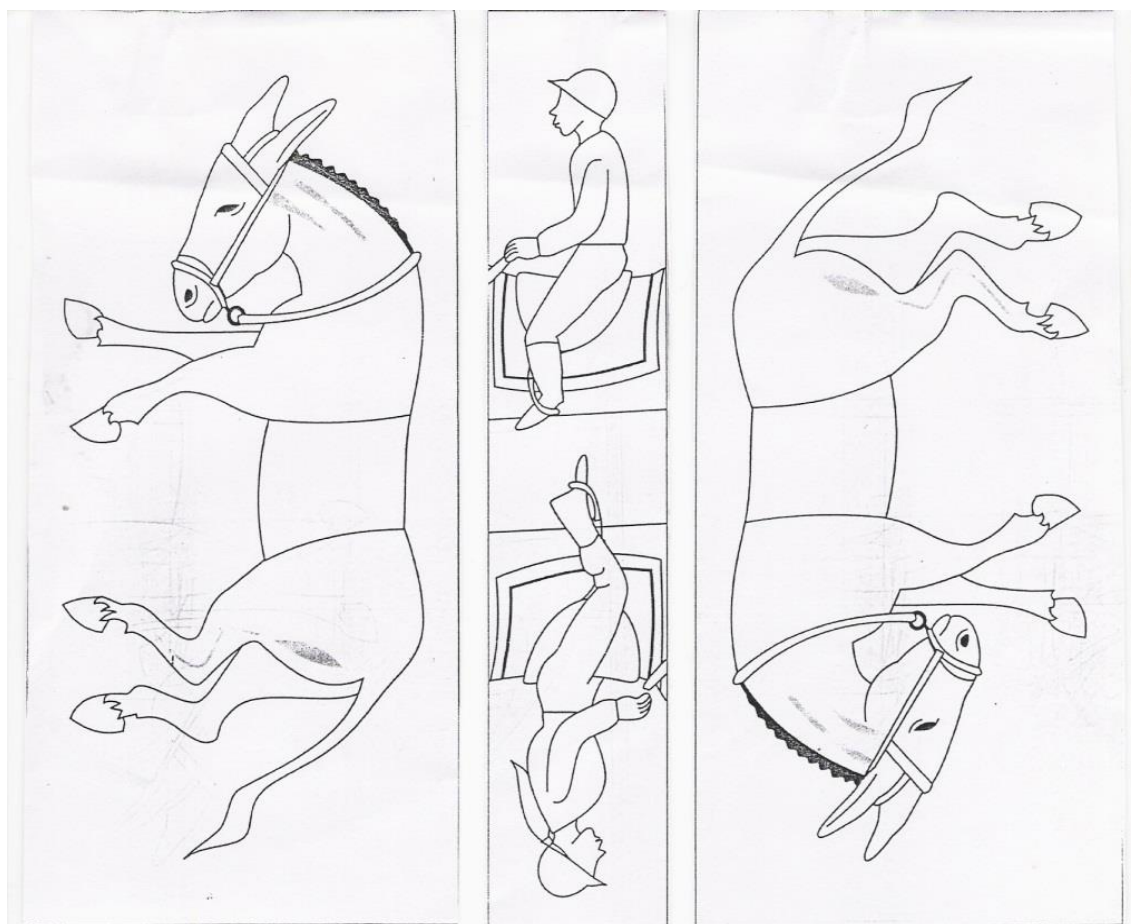
[...] eu tenho muita dúvida, sinceramente, eu várias vezes me pergunto, será que eu trabalho resolução de problemas de maneira correta com meus alunos? Eu não sei. Será que eu levo eles a pensar sobre isto? Em vários momentos a gente fez isso hoje de tarde, a gente parou para se questionar um pouco [...] (T5).

2º encontro:

No início deste encontro, como atividade de estímulo e reflexão, entregou-se um problema matemático (quebra-cabeça) a fim de que os docentes juntassem as tiras de maneira a deixar os jôqueis sentados sobre os cavalos (FIGURA 4). Logo

após, passou-se um vídeo “Ex-E.T.” (2009), para que os professores refletissem e discutissem sobre o papel do professor na sociedade atual.

Figura 4 – Quebra-cabeça



Fonte: desconhecida.

Em seguida, deixou-se aos docentes um tempo para o relato de experiências e atividades que foram aplicadas e que estavam vinculadas ao primeiro encontro da formação:

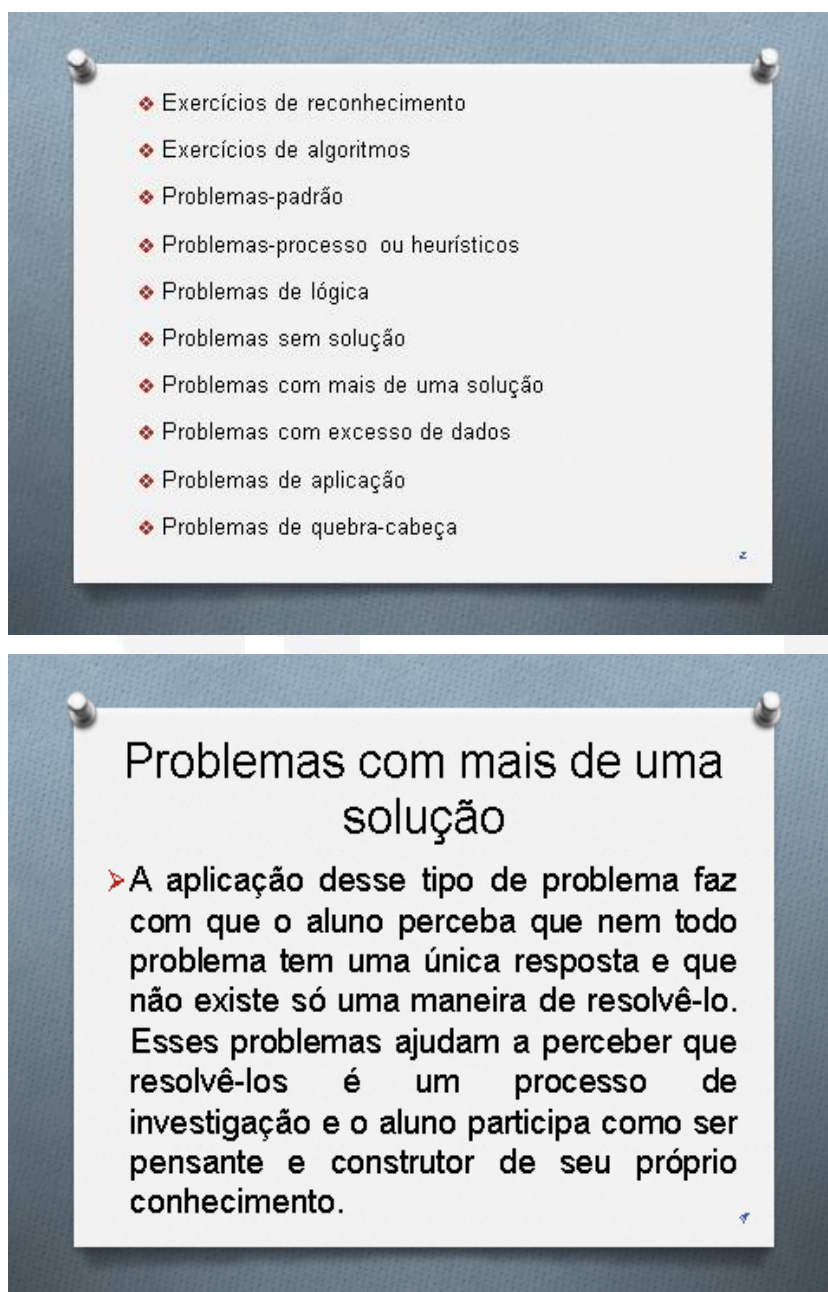
Eu peguei cinco questões, porque eles têm bastante dificuldade, então usei a dos números primos, a dos palitos de fósforos, a dos chapéus, aquele do quadrado que não podia faltar e aquele que envolvia fração que era das bolinhas [...] (T9);

Eu usei, mas com as minhas colegas. Gosto muito de compartilhar. Fiz aquelas situações-problemas sem solução [...] rimos porque elas estavam pensando (T8).

Como próxima atividade da formação, realizou-se um estudo sobre os tipos de problemas matemáticos, abordando o conceito e o objetivo de cada um (FIGURA

5). Os docentes foram desafiados a classificar os problemas resolvidos no primeiro encontro de acordo com os tipos estudados (APÊNDICE E).

Figura 5 – Tipos de problemas



Fonte: Da autora, adaptado de Dante (2010), Stancanelli (2001).

Concluído esse estudo, uma questão foi alvo de muita discussão entre os participantes: “Quais são os tipos de problemas mais usados pelos professores na sala de aula?”. Percebeu-se que há uma diversidade de opiniões em relação à questão proposta:

Eu acho que são os padrões porque tá lá no livro, é fácil, segue o livro. Na física eu uso bastante os de processo (T5);

Nas minhas aulas de química esses são os problemas que aparecem muito: com excesso de dados (T10);

[...] com os anos iniciais, primeiro ao quinto ano, a gente quase não coloca esse com excesso de dados, porque realmente as crianças se apavoram de um jeito (T8).

Na continuidade, cada integrante da formação recebeu uma questão matemática que visava à resolução, à classificação quanto ao tipo e à formação de grupos a partir das questões iguais (APÊNDICE F). A seguir, apresentam-se algumas das questões:

- 1) Uma torneira sozinha enche um tanque em 2 horas. Um buraco, no fundo do tanque, quando aberto, esvazia-o em 3 horas. Se a torneira e o buraco estiverem abertos (uma enchendo e o outro esvaziando), em quanto tempo o tanque ficará cheio?
- 2) Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28 m de comprimento por 12 m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1:250. Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?
 - a) 4,8 e 11,2
 - b) 7,0 e 3,0
 - c) 11,2 e 4,8
 - d) 28,0 e 12,0
 - e) 30,0 e 70,0

Em seguida, a tarefa dos grupos foi selecionar um tipo de problema estudado anteriormente, e a partir da escolha, formular uma questão matemática (APÊNDICE G) para ser apresentada a todos os integrantes da formação. Ao final da exposição, todos os problemas elaborados foram repassados aos participantes para futura aplicação. Dentre as questões formuladas apresentam-se algumas:

Grupo 1:

Júlia, amiga de Ana, tem sete pulseiras e comprou mais 3 pulseiras para dar de presente a Ana em seu aniversário. Ana disse para sua mãe que quer de aniversário o dobro de pulseiras que Júlia. A mãe de Ana comprou o número de pulseiras que Ana pediu. Quantas pulseiras Ana ganhará de aniversário?

Grupo 3:

Em um estacionamento cabem 145 automóveis. Quantos carros cabem em um mês?

Grupo 5:

Um celular é vendido nas seguintes condições:

- À vista: R\$ 379,00
- A prazo, com 20% de entrada e o restante em 9 parcelas de R\$ 44,80.

Nessas condições:

Qual o valor da entrada? Qual o valor total pago a prazo?

Quanto economizaria, se o pagamento fosse à vista?

Qual o percentual de acréscimo em relação ao preço à vista?



Na Figura 6, apresentam-se problemas resolvidos pelos alunos de um dos professores que aplicou os problemas formulados pelos grupos da formação continuada.

Figura 6 – Problemas 1 e 2 resolvidos por um aluno do Professor P9

1. Júlia, amiga de Ana, tem sete pulseiras e comprou mais 3 pulseiras para dar de presente à Ana em seu aniversário. Ana disse para sua mãe que quer de aniversário o dobro de pulseiras que Júlia. A mãe de Ana comprou o número de pulseiras que Ana pediu. Quantas pulseiras Ana ganhará de aniversário?

Ana ganhará 17 pulseiras de aniversário

2. Em um estacionamento cabem 145 automóveis. Quantos carros cabem em um mês?

Não consigo decifrar a operação.

Fonte: Material do Professor P9 (2012).

Para dar seguimento a este encontro, foram repassadas e discutidas várias informações sobre o que é uma problemoteca, tipos de problemas que podem ser utilizados (FIGURA 7), como e onde montá-la, bem como as suas finalidades (APÊNDICE H).

Ao final dessa discussão, os docentes sugeriram a construção de uma problemoteca, a fim de explorá-la com os seus alunos. Decidiu-se então, que num dos próximos encontros se confeccionaria uma problemoteca e que cada participante traria material para sua construção. Além disso, emergiu a ideia de organizar um banco de problemas no computador, pois assim é possível atualizá-lo constantemente.

[...] a gente podia sair daqui com uma problemoteca montada (T10).

Figura 7 – Problemoteca

O QUE É UMA PROBLEMOTECA?

É um conjunto organizado de problemas colocado em uma caixa ou fichário, com fichas numeradas nas quais consta um problema em cada uma, que pode ter a resposta no verso. Ao fornecer a resposta do problema, o professor estará possibilitando a autocorreção e beneficiando o trabalho independente.

TIPOS DE PROBLEMAS

Com o propósito de fazer com que os alunos sintam-se desafiados a resolver os problemas, esses devem ser variados e não-convencionais. Assim, a coleção de problemas deve ser avaliada constantemente, a fim de excluir os problemas muito fáceis ou difíceis, como também aqueles que não motivaram os alunos. Incluir novos problemas, alguns propostos ou elaborados pelos próprios alunos, incentiva-os a resolvê-los.

Fonte: Da autora, adaptado de Stancanelli (2001).

Para finalizar este encontro, propôs-se a resolução de um problema matemático (FIGURA 8), que foi resolvido oralmente, a fim de desafiar os professores e fazê-los refletir e discutir sobre as várias formas de resolvê-lo (APÊNDICE I).

Figura 8 – Problema dos sanduíches

Problema dos sanduíches

Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R\$ 5,00 por sua parte. Que parte dos R\$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?

Jô



Pat



Cris

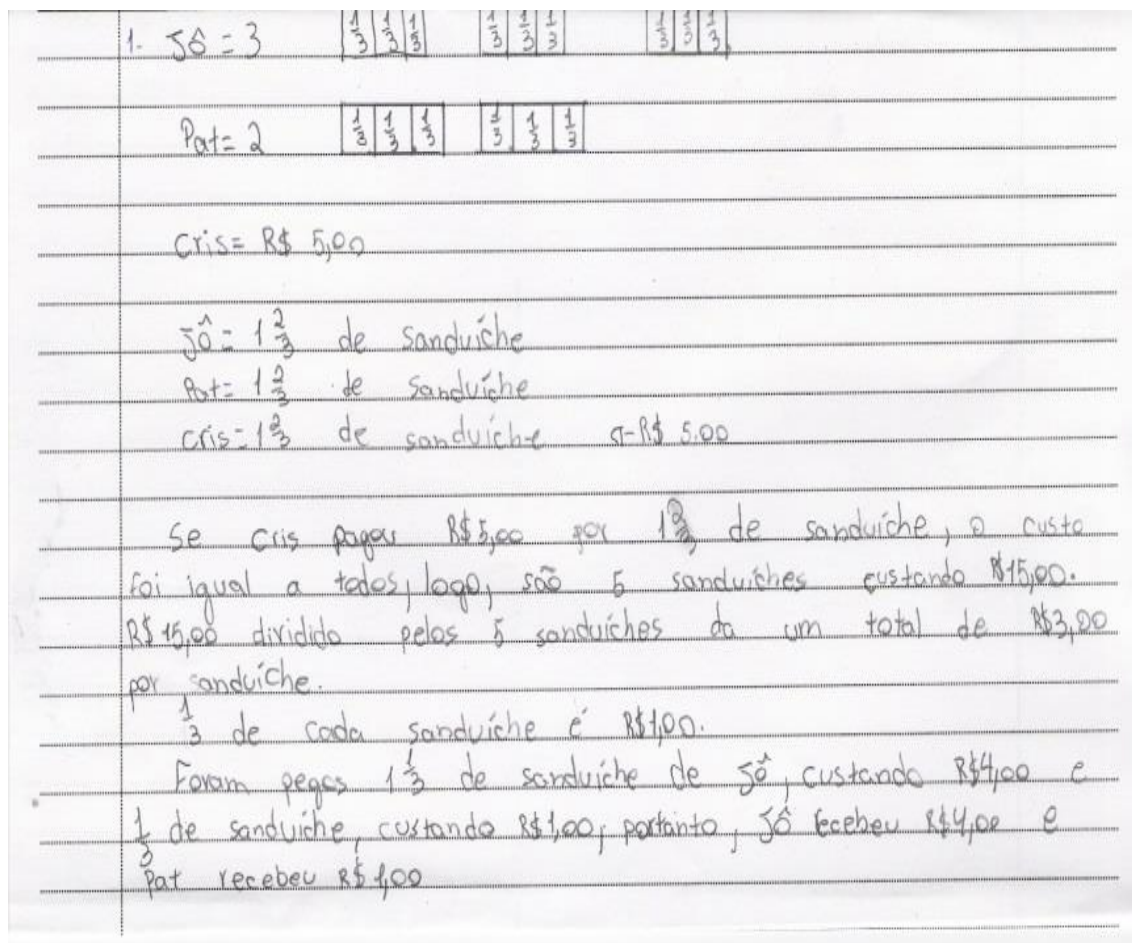
RS 5.00 por sua parte

O que fazer para resolver esse problema na sala de aula?

Fonte: Da autora, adaptado de Onuchic (IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática).

A Figura 9 mostra a resolução deste mesmo problema por um aluno de um dos professores da formação continuada.

Figura 9 – Resolução do problema dos sanduíches por um aluno do Professor P14



Fonte: Material do Professor P14 (2012).

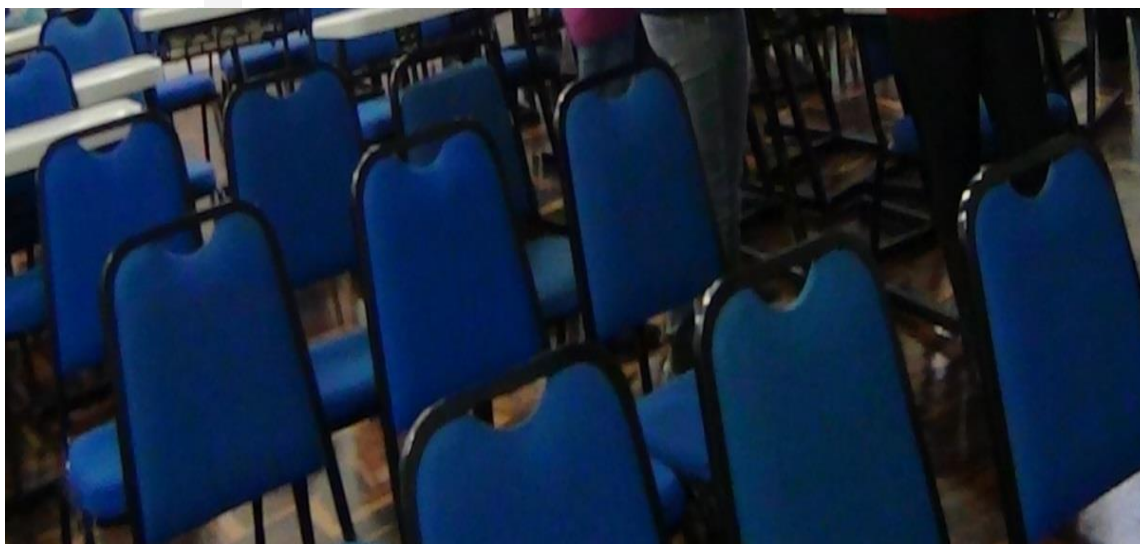
3º encontro:

Para dar início a este encontro, os docentes foram convidados a participar de uma dinâmica conhecida como “Jogo da velha humano” que segue as seguintes orientações: dispor nove cadeiras no centro da sala distribuídas em três colunas de três linhas (formato de tabuleiro) (FIGURA 10), formar duas equipes de três participantes cada uma e numerar cada integrante de 1 a 3. As equipes são diferenciadas pela cor de uma fita (azul ou vermelha). As cadeiras são dispostas como se representassem os quadrados nas quais preenchemos os símbolos “X ou O” do jogo da velha tradicional. Inicia o jogo a equipe que vencer no “par ou ímpar”.

O jogador 1, da equipe vermelha, por exemplo, posiciona-se no tabuleiro e logo em seguida o jogador 1 da equipe azul escolhe uma cadeira; na sequência, o

jogador 2 da equipe vermelha joga e depois o jogador 2 da equipe azul e assim sucessivamente. Ganha o jogo aquele grupo que conseguir fechar uma coluna, linha ou diagonal. Na hipótese de nenhuma equipe conseguir completar linha, coluna ou diagonal, os participantes continuam movimentando-se iniciando pelo jogador 1 da equipe que começou o jogo, em seguida o jogador 1 da outra equipe e assim por diante, até que algum grupo consiga atingir o objetivo. Neste jogo é muito importante que todos fiquem atrás das cadeiras para não haver comunicação entre os integrantes.

Figura 10 – Dinâmica: Jogo da velha humano



Fonte: Da autora (2012).

Para finalizar esta atividade os docentes, em grupos, trocaram ideias sobre o que é possível explorar com essa dinâmica, dentre as quais destacam-se a seguir algumas sugestões que emergiram:

Grupo 1:

[...] explorar a formação dos times através de análise combinatória [...];

No conteúdo de matrizes pensamos nas peças, poderiam dizer quando se sentam uma localização do termo, por exemplo, vou me sentar no lugar A21, daí eles memorizam os termos de uma matriz;

Tem muita memorização, eles precisam prestar muita atenção na próxima peça que vai se mover e diferentes estratégias, três cabeças pensando diferente para ganhar o mesmo jogo.

Grupo 2:

[...] trabalhar a questão da concentração [...];

É, memorização, observação;

[...] é uma brincadeira, mas eu tenho que pensar bem como eu vou me posicionar, então para a criança, também é compromisso com o jogo.

Grupo 3:

Pensamos na probabilidade. Qual a probabilidade de um grupo ganhar do outro, qual a de acertar e de errar, dá para trabalhar de várias formas a questão da probabilidade;

A gente também comentou de frações, da questão do tabuleiro, das cadeiras estarem ocupadas;

A questão da geometria também, a gente pensou que não deixa de ser algo geométrico, ou linha da coluna, de trabalhar alguma questão sobre geometria. A diagonal também, que é uma forma de ganhar;

[...] a questão das matrizes também, discutimos bastante a questão de localizar o elemento da matriz, vê o que é diagonal principal, diagonal secundária, linha, coluna, então tem um monte de coisa que em cima de matrizes dá para trabalhar;

[...] poderia ter grupo de quatro pessoas e um ficar de fora, um que comandasse, já daria um jogo totalmente diferente. Que nem nós olhando aqui era fácil de pensar: “porque ela não sentou lá e a outra sentou aqui”, mas até nos darmos conta disso na hora que tem um monte de gente pensando, é outra situação;

[...] a gente pode tá trabalhando a história do jogo da velha. De onde que vem esse jogo? Desde os mais pequenos até ensino médio pode tá trabalhando, um pouco da história do jogo.

Como próxima atividade, realizou-se uma análise das soluções dos problemas que foram resolvidos no primeiro encontro da formação (FIGURA 11). Por meio das soluções, verificaram-se as estratégias passíveis de serem utilizadas de acordo com a concepção dos próprios docentes (APÊNDICE J).

Figura 11 – Problemas resolvidos pelos professores no 1º encontro

- Uma escola ganhou, por doação, uma tela de 40 m de comprimento. A direção da escola resolveu, então, cercar um terreno retangular que tivesse a maior área possível, para fazer experiências com plantas. Vamos ajudar a direção da escola a descobrir quais devem ser as dimensões do terreno?

Resoluções:

$P = 40 \text{ m}$

P	Comp	Larg	A
40	10	10	100 m^2
40	15	5	75 m^2
40	17	3	51 m^2
40	19	1	19 m^2

Quais devem ser as dimensões do terreno?

Devem ter 10 m por 10 m
Todo quadrado é retângulo

para fazer experiências com plantas

quais devem ser as dimensões do terreno?

$x + y = 20$
 $10 + 10 = 20$
 $9 + 11 = 20$
 $8 + 12 = 20$
 $7 + 13 = 20$

$A_{\text{max}} = x \cdot y$
100
99
96

Comprimento: 10 m
Largura: 10 m

$2x + 2y = 40$
 $x + y = 20$
 $y = 20 - x$
 $A = x \cdot y$
 $A = x(20 - x)$
 $A = 20x - x^2$

Fonte: Da autora (2012).

Discutiu-se com os professores da formação a importância de permitir o uso de diferentes estratégias (FIGURA 12) na resolução de problemas matemáticos (APÊNDICE K).

Figura 12 – Importância do uso de diferentes estratégias

- Cavalcanti (2001, p. 125) assevera que, para que os discentes possam mostrar ao professor as diferentes formas que utilizam para resolver problemas, é função do docente,

[...] propiciar um espaço de discussão no qual eles pensem sobre os problemas que irão resolver, elaborem uma estratégia e façam o registro da solução encontrada ou dos recursos que utilizaram para chegar ao resultado.

Abordar problemas matemáticos é oportunizar ao aluno a construção do seu próprio conhecimento, fazendo uso de uma ou várias estratégias passíveis de serem utilizadas na resolução de problemas. O importante é que o aluno faça essa escolha e use a estratégia mais acessível para cada questão.

Fonte: Da autora, adaptado de Cavalcanti (2001).

Após essa atividade, os docentes resolveram o problema matemático dos cilindros usando material concreto (FIGURA 13), sendo que, para isso, cada um recebeu uma folha de desenho 20 cm por 30 cm (APÊNDICE L). Ao construir os cilindros, perceberam que nem todos eram iguais, iniciando-se assim uma discussão sobre qual deles tinha o maior volume. A situação só foi resolvida quando os

cilindros foram preenchidos com feijões (FIGURA 14), concluindo-se que possuem volumes diferentes.

Figura 13 – Problema dos cilindros

Problema dos cilindros

A professora Norma entregou a cada um de seus alunos uma folha de papel, de 20 cm por 30 cm, e fita adesiva. Ela lhes pediu para enrolar o papel e fazer um cilindro. Os alunos seguiram as instruções, mas seus cilindros se mostraram de dois tamanhos diferentes. A professora pediu, então, que determinassem qual desses dois cilindros tinha o maior volume.

[1]

Fonte: Da autora, adaptado de Onuchic (IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática).

Figura 14 – Cilindro com feijões



Fonte: Da autora (2012).

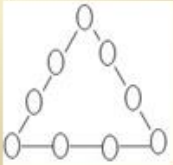
A próxima ação proposta foi explorar e estudar as estratégias passíveis de serem utilizadas, sendo que para cada estratégia abordada, apresentava-se um problema matemático (FIGURA 15). Dessa forma, os docentes foram convidados a pensar sobre cada estratégia e resolver um problema (APÊNDICE M). Também fez-se uma retrospectiva dos problemas já abordados nos encontros anteriores a fim de classificá-los quanto à estratégia.

Figura 15 – Estratégias passíveis de serem utilizadas

**Musser e Shaughnessy (1997)
destacam cinco estratégias:**

1) **Tentativa-e-erro:** esse método envolve o uso das operações relativas às informações apresentadas.

- Ex.: a) Encontre o menor número primo maior que 840.
- b) Disponha os algarismos de 1 a 9 no triângulo apresentado na figura 1, de tal forma que a soma de cada lado seja 17.



Cavalcanti (2001) apresenta outra estratégia

6) **Desenho:** "[...] o desenho serve como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução" (p. 127). Explica que, quando desenhavam, os alunos evidenciam com mais facilidade os significados que estão no problema (palavras, cenas, dados, operações,...) e constroem uma representação mental desses significados. Através do desenho o professor terá pistas sobre como o aluno pensou e agiu para solucionar o problema.

Fonte: Da autora, adaptado de Musser e Shaughnessy (1997), Cavalcanti (2001).

Ao final desse encontro, os integrantes da formação reuniram-se em grupos para refletir e fazer uma avaliação escrita sobre as atividades propostas para este dia (APÊNDICE N).

Grupo 1:

“Gostamos das atividades propostas na formação continuada, pois nos possibilitam a aplicação com os nossos alunos, além de fazer a gente pensar nas várias possibilidades de resoluções dos problemas. As discussões que emergiram facilitaram a análise dos diferentes desenvolvimentos. Além de nos proporcionar atividades diferentes para que a gente possa aplicar com nossos alunos”.

Grupo 3:

“O encontro do dia foi bastante produtivo. Iniciamos destacando a atividade inicial, desconhecida por nós, que, além de tornar o encontro mais dinâmico, permitiu a discussão da mesma, inclusive com diversas aplicações (em vários “conteúdos” diferenciados). O espaço reservado para a troca de ideias, ou seja, o que estamos aplicando (da formação) em nossas aulas, também é muito significativo, pois é o momento de percebermos que algumas angústias podem ser gerais, não acontecem somente conosco, assim como os aspectos positivos (o que deu certo para alguém e pode dar certo para nós também). A atividade que expôs as formas de resolução dos colegas referente aos problemas do 1º encontro, também foi bastante produtiva, sendo relacionada consecutivamente as estratégias citadas por alguns autores (os exemplos utilizados também foram muito interessantes e podem ser utilizados por nós em nossas aulas)”.

4º encontro:

Este encontro foi a distância, sendo que os docentes aproveitaram o momento para escreverem os relatórios e intervirem junto aos seus alunos com atividades propostas durante a formação.

5º encontro:

A dinâmica proposta para iniciar este dia é conhecida como “Mão no joelho, boca fechada e cabeça pensando”, que exige habilidade, concentração e silêncio (FIGURA 16). Neste jogo todos podem participar e as orientações são as seguintes: organizar um círculo e colocar as mãos nos joelhos dos colegas sentados ao lado. Um integrante do grupo inicia batendo levemente a mão no joelho do colega sentado

à direita ou à esquerda e este, por sua vez e na mesma direção, também bate levemente no joelho do seu colega e assim sucessivamente. Inverte-se o sentido da brincadeira quando um dos integrantes der duas batidas rápidas e seguidas no joelho do colega. Deixa de participar do jogo, o participante que, não estando na sua vez, levantar a mão ou bater no joelho do colega. Ganha a brincadeira quem conseguir permanecer no jogo até o final.

Figura 16 – Dinâmica: Mão no joelho, boca fechada e cabeça pensando

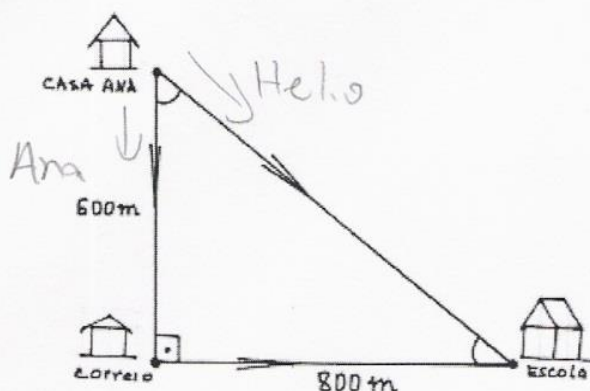


Fonte: Da autora (2012).

A seguir, foram apresentadas aos docentes as resoluções e estratégias utilizadas pelos alunos do ensino médio nas provas da Olimpíada Matemática da UNIVATES, de acordo com o artigo de Dullius et al (2011). Antes de realizar as análises das estratégias utilizadas pelos alunos, solicitou-se aos docentes para que resolvessem os mesmos problemas a fim de fazer um paralelo entre as estratégias usadas pelos professores, como mostra a Figura 17, e as estratégias dos alunos, conforme Figura 18.

Figura 17 – Problemas 3 e 4 resolvidos pelo Professor P6

3 – Hélio e Ana partiram da casa dela com destino à escola. Ele foi direto de casa para a escola e ela passou pelo correio e depois seguiu para a escola, como mostra a figura:



$$c^2 = 600^2 + 800^2$$

$$c = 1000$$

De acordo com os dados apresentados, a distância percorrida por Ana foi maior que a percorrida por Hélio em:

- a) 200m.
- ☒ b) 400m.
- c) 800m.
- d) 1400m.

Ana

$$\begin{array}{r} 600 \\ + 800 \\ \hline 1400 \text{ andou} \end{array}$$

Hélio

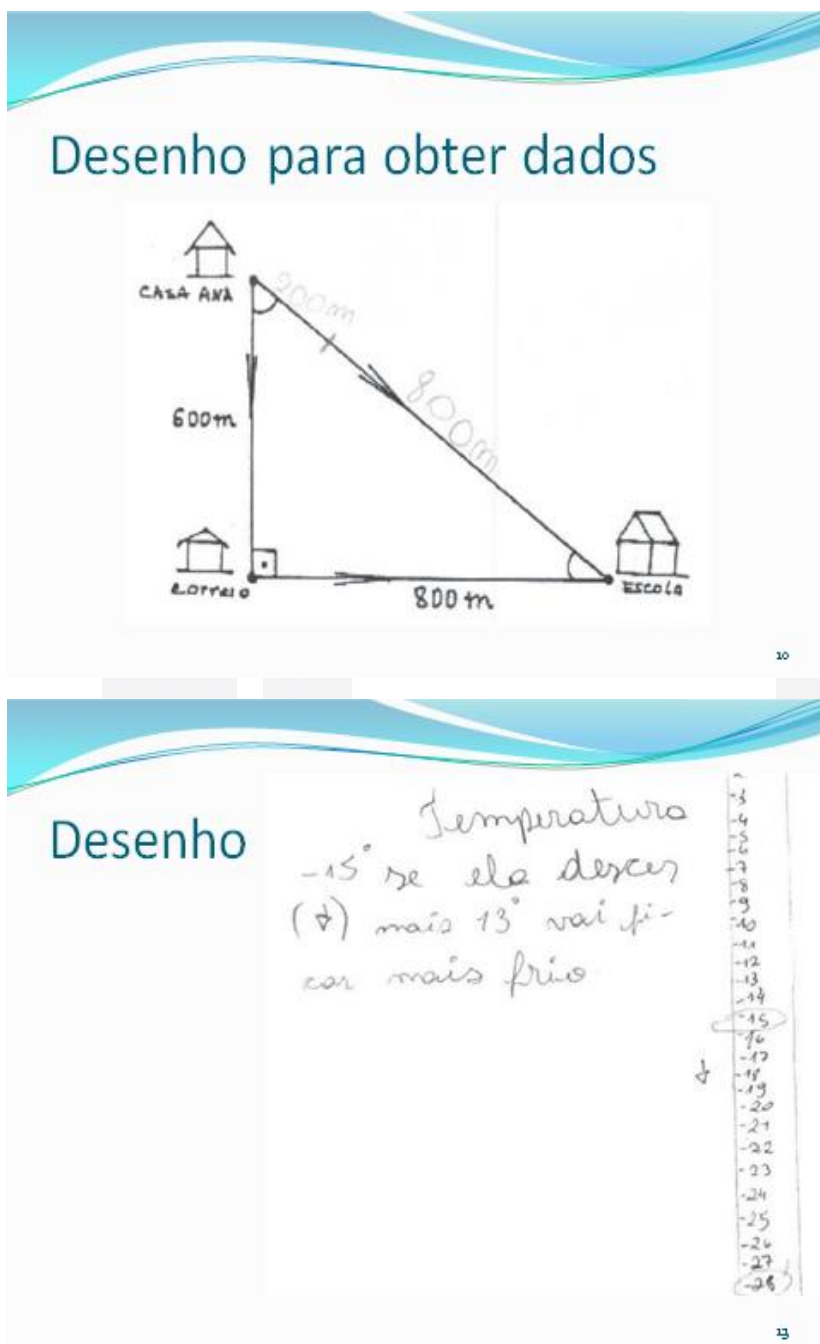
$$\begin{array}{r} 1000 \text{ andou} \\ 1400 \\ - 1000 \\ \hline 400 \text{ metros} \\ \text{Ana} \end{array}$$

4 – Em uma cidade do Alasca, o termômetro marcou -15° pela manhã. Se a temperatura descer mais 13° , o termômetro vai marcar:

- ☒ a) -28° .
- b) -2° .
- c) 2° .
- d) 28° .

$$\begin{array}{r} -15^\circ \text{ manhã} \\ -13^\circ \text{ descer} \\ \hline -28^\circ \end{array}$$

Figura 18 – Problemas resolvidos pelos discentes do ensino médio nas provas da Olimpíada Matemática da UNIVATES



Fonte: Organizada pela autora (2012).

Para finalizar este encontro, os professores receberam um bilhete contendo uma resposta de um problema. A atividade estabelecia que os docentes, a partir dessa resposta, formassem um problema matemático (APÊNDICE O). A seguir, apresentam-se alguns dos problemas elaborados pelos professores.

Problema 1:

Resposta dada: R\$ 1463,78

Problema formulado: As despesas de Paulo

Paulo pretende comprar um televisor novo. Sabe-se que seu salário é o dobro do salário de seu irmão Júlio, o qual ganha R\$ 1341,90. No próximo sábado, ele irá comprar o televisor e pagar a conta de água, no valor de R\$ 43,54. Após pagar à vista a televisão e a conta de água, Paulo calculou que lhe sobrarão exatamente R\$ 1220,02 de seu salário. Levando estes dados em consideração, qual será a despesa total de Paulo no sábado?

Problema 8:

Resposta dada:

a) de 2ª feira a 6ª feira foram vendidas_____ revistas, e durante o fim de semana, sábado e domingo, foram vendidas_____ revistas.

b) no total, nessa semana foram vendidas_____ revistas.

Problema formulado: As revistas

Senhor João fez uma tabela para mostrar a quantidade de revistas vendidas durante uma semana.

Domingo	2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira	Sábado
21	20	18	20	25	25	19

Ajude o Senhor João a preencher algumas informações sobre a venda dessa semana.

Problema 9:

Resposta dada: Faltam ainda 346 quilômetros para concluir a viagem.

Problema formulado: Mais Fração

Leonardo precisa fazer uma viagem de trabalho até o município Mais Fração. Sabendo que já percorreu $\frac{3}{5}$ do percurso, o que corresponde a 519 quilômetros, quantos quilômetros ainda faltam para concluir a viagem até Mais Fração?

A Figura 19 apresenta a resolução, por um aluno, de um dos problemas formulados pelos docentes.

Figura 19 – Problema resolvido pelo aluno do Professor P9

As revistas

Senhor João fez uma tabela para mostrar a quantidade de revistas vendidas durante uma semana.

Domingo	2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira	Sábado
21	20	18	20	25	25	19

Ajude o Senhor João a preencher algumas informações sobre a venda dessa semana.

A. De 2ª feira a 6ª feira foram vendidas 108 revistas, e durante o fim de semana, sábado e domingo, foram vendidas 40 revistas.

B. No total, nessa semana foram vendidas 148 revistas.

Handwritten calculations:

$$108 = 100 + 10 + 8$$

$$+ 40 = 0 + 40 + 0$$

$$\hline 100 + 40 + 8 = 148$$

$$20 = 20 + 0$$

$$18 = 10 + 8$$

$$20 = 20 + 0$$

$$+ 25 = 20 + 5$$

$$25 = 20 + 5$$

$$\hline 100 + 8 = 108$$

$$21 = 20 + 1$$

$$+ 19 = 10 + 9$$

$$\hline 40 + 0 = 40$$

Fonte: Material do Professor P9 (2012).

6º encontro:

Na atividade inicial deste encontro, solicitou-se aos professores que fizessem duas estimativas sobre a quantidade de grãos que havia dentro de um pote deixado sobre a mesa. Explicou-se que este problema “Quantos grãos de feijão há dentro do pote?” foi extraído da revista “Cálculo” de junho de 2012 (FIGURA 20), que chega às escolas todos os meses e é distribuída pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE).

Na sequência, os professores reuniram-se em grupos com o objetivo de formular problemas matemáticos de acordo com a estratégia distribuída pela professora pesquisadora e, logo após, apresentaram-nos aos demais grupos para que, além de descobrir a estratégia utilizada, também os resolvessem (APÊNDICE P). Seguem alguns dos problemas formulados de acordo com a estratégia:

Grupo 1:

Estratégia: Desenho

Dois amigos ganharam, cada um, uma barra de chocolate de igual tamanho. Pedro comeu 75% da sua barra e João $\frac{3}{4}$ da sua. Considerando que cada barra tinha 24 tabletes de chocolate, quantos cada um comeu?

Grupo 3:

Estratégia: Sentido inverso

Pense em um número par. Multiplique por ele mesmo. Tire a raiz deste número. Multiplique por um e em seguida multiplique por dois. O resultado será?

Grupo 4:

Estratégia: Tentativa e erro

Qual é o maior número par múltiplo de três compreendido entre um e cem?

Figura 20 – Problema proposto aos docentes

DIAGRAMA Sólidos | Volume | Agricultura | Brinquedos

Quantos grãos de fei

A certa altura do filme *Melancolia*, de Lars von Trier, há uma festa de casamento, e alguém se aproxima da noiva com um pote de vidro cheio de grãos de feijão crus, e pergunta:

— Quantos grãos há dentro desse pote?

É uma brincadeira comum em festas nos Estados Unidos, e quem acerta o número de grãos ganha alguma coisa, ou tem de pagar algum tipo de mico. Essa brincadeira tem aparecido também em hotéis e spas do Brasil. No caso do hotel, supondo que o hóspede acerte o número de grãos dentro do pote, ganha um drinque, ou uma massagem, ou um desconto num passeio.

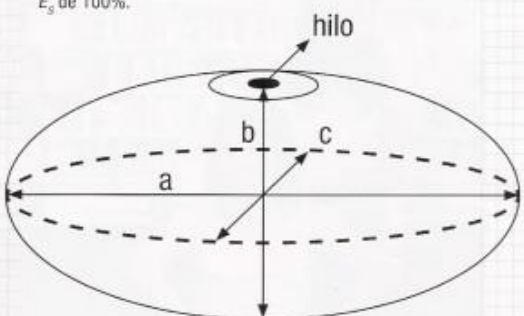
Quantos grãos de feijão pode haver num pote?

O formato do grão

Um grão de feijão é, mais ou menos, um esferoide oblato. Sendo a o maior eixo do grão, b o eixo médio e c o menor eixo, com todas as medidas em milímetros, o estudante pode calcular a esfericidade (E_s) do grão com a fórmula:

$$E_s = \left[\frac{\sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}}{a} \right] \cdot 100$$

A multiplicação por 100 se justifica porque a esfericidade é uma porcentagem; se o estudante topasse com um grão de feijão com a , b e c idênticos, teria nas mãos uma esfera, e calcularia uma esfericidade E_s de 100%.




O volume médio de um grão de feijão brasileiro
 $V_g \approx 305,9426 \text{ mm}^3$

14

jão há dentro do pote?

O volume do grão

Para que o estudante tenha uma ideia de quantos grãos cabem num pote qualquer, precisa ter uma ideia do volume de cada grão de feijão. Usando ainda os eixos a , b e c , o estudante calcula o volume V_g do grão com a fórmula:

$$V_g = \frac{\pi \cdot a \cdot b \cdot c}{6}$$

Essa fórmula é consistente com a conhecida fórmula para calcular o volume de uma esfera (V_s) de raio igual a r :

$$V_s = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

Caso o grão de feijão tenha esfericidade de 100% (com $a = b = c$), o estudante terminará calculando o volume de uma esfera de diâmetro igual a a , cujo raio é igual a $a/2$:

$$V_s = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a^3}{8} = \frac{\pi \cdot a^3}{6}$$

Conforme Osvaldo Resende, Paulo César Corrêa, André Luís Duarte Gonelli e Paulo Roberto Cecon, autores de um artigo científico publicado na *Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais*, as medidas a , b e c médias de um grão de feijão no Brasil são:

$$\begin{aligned} a &= 12,74 \text{ mm} \\ b &= 7,84 \text{ mm} \\ c &= 5,85 \text{ mm} \end{aligned}$$

Sendo assim, a esfericidade média E_g de um grão de feijão é de 65,59%, e o volume médio V_g é quase igual a 305,9426 milímetros cúbicos.

A quantidade de grãos

Conhecendo o volume médio, o estudante, antes de embarcar na viagem de férias ou antes de ir à festa de casamento organizada por Lars von Trier, já pode enfiar no bolso uma tabelinha com a quantidade de grãos de feijão dentro de cada pote mais comum:

Contêiner	Volume	Número de grãos de feijão
Garrafa PET	600 ml	1.962
Garrafa PET	1,5 l	4.900
Garrafa PET	2 l	6.537
Garrafa de Coca-Cola	290 ml	948
Pote de maionese	250 g (= 246 ml)	804
Pote de maionese	500 g (= 493 ml)	1.611
Copo americano	200 ml	654
Garrafa de vinho	750 ml	2.451
Garrafa de espumante	1,5 l	4.900
Garrafão de bebedouro	20 l	65.372

Cálculos mentais

De modo geral, o estudante pode pensar assim: cada litro corresponde a 3.268 grãos de feijão. Há uma variação em razão da quantidade de água que cada grão de feijão perdeu; então, o desafio do estudante é acertar essa variação — mas pelo menos, depois desta reportagem, ele dará um chute mais consistente com a realidade.

Grãos por litro

1 mililitro = 3,268 grãos de feijão
1 litro = 3.268 grãos de feijão

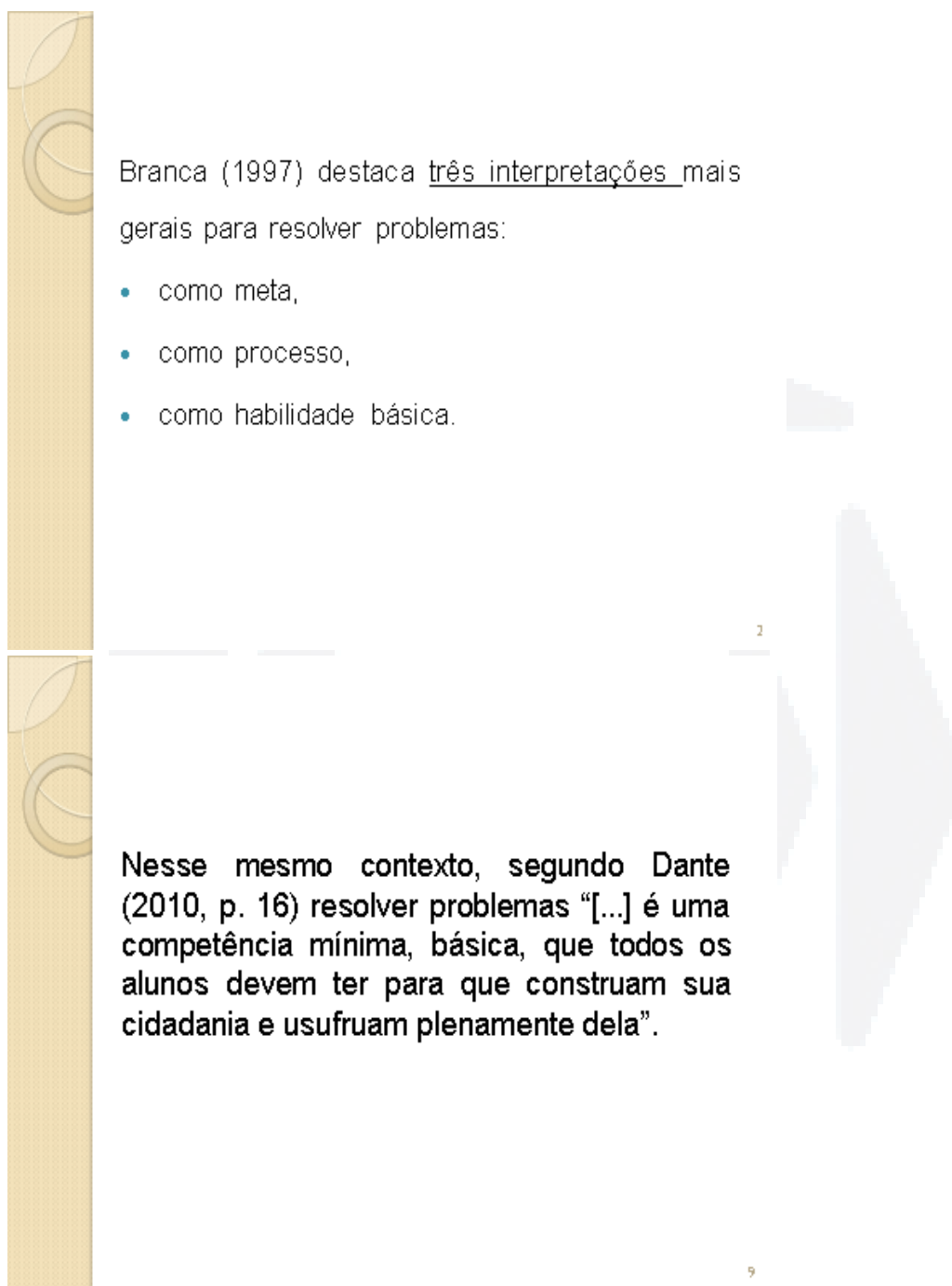


15

Fonte: Revista Cálculo, ano 2, n.17, p. 14-15, jun. 2012.

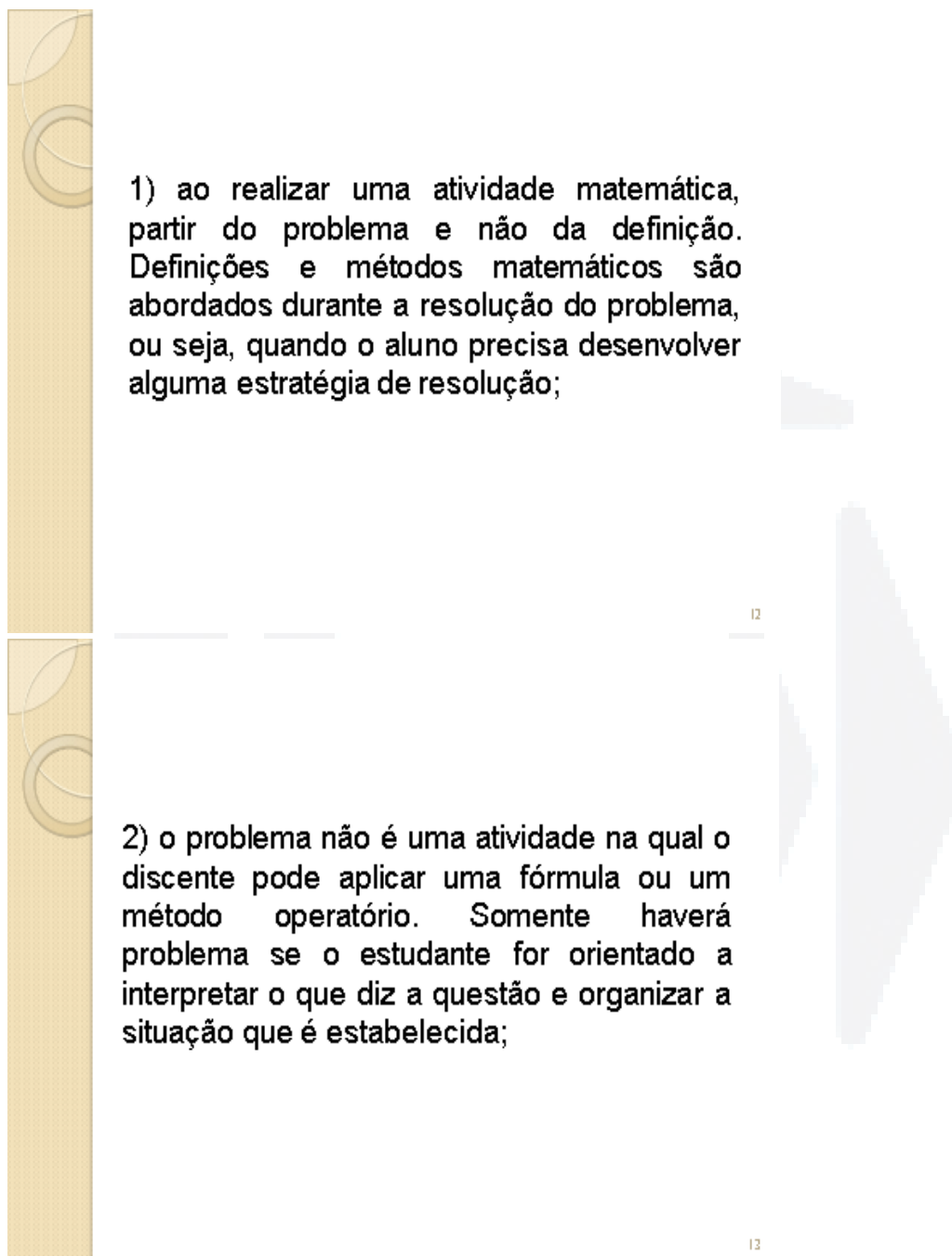
A fim de levar os professores a refletir um pouco mais sobre a resolução de problemas matemáticos, apresentaram-se algumas interpretações gerais e tendências de acordo com as ideias de Branca (1997), Dante (2010) e alguns princípios dos PCNs (BRASIL, 1997b), conforme as Figuras 21 e 22 (APÊNDICE Q).

Figura 21 – Interpretações e tendências



Fonte: Da autora, adaptado de Branca (1997), Dante (2010).

Figura 22 – Princípios



Fonte: Da autora, adaptado de Brasil (1997b).

Como atividade final desse encontro, os participantes montaram um arquivo com vários problemas matemáticos, ou seja, uma problemoteca (FIGURA 23). O arquivo foi separado em três níveis: ensino fundamental anos iniciais; ensino fundamental anos finais e ensino médio. Os problemas selecionados eram de diversas fontes: livros, revistas, olimpíadas matemáticas, *internet*, questões do ENEM e também problemas formulados pelo próprio grupo.

Figura 23 – Confeção do acervo da problemoteca



Fonte: Da autora (2012).

7º encontro:

Este encontro também foi a distância, oferecendo aos docentes um tempo para descreverem as atividades abordadas com os alunos, como também para repensarem sua prática pedagógica.

8º encontro:

Como primeira proposta de trabalho para este encontro, os professores receberam cópias de várias atividades intituladas “Aprendendo a resolver problemas”, extraídas do livro “Matemática já não é problema!” (FIGURA 24), das autoras Daniela Jarandilha e Leila Splendore (2010). Estas atividades sugerem situações-problema que podem ser abordadas ou adaptadas a qualquer nível de ensino (APÊNDICE R).

Figura 24 – Aprendendo a resolver problemas

Aprendendo a resolver problemas III

Esta atividade auxilia:

- o desenvolvimento da capacidade de interpretar fatos matemáticos.

Você vai precisar de:

- uma folha xerocopiada, para cada aluno, com diversas situações-problema com lacunas nos dados numéricos.

Exemplo:

1. A biblioteca de uma escola tem um acervo de ____ livros. ____ são de literatura infantil, ____ são de livros de Matemática e ____ são de atlas geográficos. Quantos livros tem essa biblioteca?

2. Num prédio, de ____ andares, funciona um estacionamento de automóveis. Em cada andar cabem ____ carros. Quantos carros cabem no estacionamento todo?

3. Um professor de Educação Física tem ____ alunos. Ele quer formar equipes de futebol de salão com ____ jogadores cada equipe. Quantas equipes o professor poderá formar? Sobrará algum aluno?

Procedimento:

- Distribuir a cada aluno uma folha de problemas.
- Fazer, junto com eles, a leitura de cada situação apresentada na folha.
- Pedir-lhes que completem o texto de modo que fique coerente.
- Escolher alguns alunos para mostrar como completaram as situações.
- Escolher outros alunos para demonstrar como se calcula o resultado de algumas situações, de acordo com os dados numéricos que preencheu.



Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. Matemática já não é problema! - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Fonte: JARANDILHA, Daniela; SPLENDORE, Leila. Matemática já não é problema! – 4 ed. – São Paulo: Cortez, 2010.

No próximo momento, instigou-se os docentes a refletirem sobre duas questões: “como eles resolvem os problemas matemáticos” e “como os seus alunos

resolvem os problemas propostos pelos professores”. A partir das respostas dadas, destacou-se a importância de resolver problemas seguindo as quatro fases de Polya (2006) (APÊNDICE S) e propôs-se aos participantes que resolvessem uma situação-problema seguindo estas fases (FIGURA 25).

Figura 25 – As quatro fases de Polya

Dentre os mais variados procedimentos usados para resolver um problema matemático, o modelo criado e usado por Polya – as quatro fases da resolução de problemas – foi e continua sendo um método muito eficaz, pois dentre suas várias metas, pode-se afirmar que a resolução de problemas não está focada somente na resposta do problema, mas também nas estratégias usadas pelos professores, alunos ou qualquer outro indivíduo que tenha interesse em resolver problemas matemáticos.

(4)

Ontem à noite, terminei de fazer a lista de convidados para o jantar que vou dar no próximo mês. Como haverá trinta pessoas, vou precisar tomar emprestadas algumas mesas de jogo, de tamanho que permita sentar-se uma pessoa de cada lado. E eu quero dispô-las numa longa fileira, encostadas umas nas outras. Naturalmente, quero tomar emprestadas o mínimo de mesas possível. De quantas mesas de jogo vou precisar? Tente resolver meu problema.

Fonte: DEGUIME, L. J. Polya visita a sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.). A resolução de problemas na matemática escolar. – São Paulo: Atual, 1997, p. 99-113.

(16)

Fonte: Da autora, adaptado de Polya (2006), Deguime (1997).

A Figura 26 apresenta a resolução do problema anterior por um aluno de um dos docentes que participou da formação.

Figura 26 – Problema resolvido pelo aluno do Professor P11

Ontem à noite, terminei de fazer a lista de convidados para o jantar que vou dar no próximo mês. Como haverá trinta pessoas, vou precisar tomar emprestadas algumas mesas de jogo, de tamanho que permita sentar-se uma pessoa de cada lado. E eu quero dispô-las numa longa fileira, encostadas umas nas outras. Naturalmente, quero tomar emprestadas o mínimo de mesas possível. De quantas mesas de jogo vou precisar? Tente resolver meu problema.

$30 \div 2 = 15$ Pois em cada mesa podem se sentar duas pessoas. Mas como ele quer ocupar o mínimo de mesa possível, duas pessoas podem se sentar nas pontas, totalizando 14 mesas ao todo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	---

- significa o nº de pessoas.

Fonte: Material do Professor P11 (2012).

Ao final dessa atividade, a professora pesquisadora juntamente com os docentes produziram as considerações finais sobre o assunto abordado:

A leitura dos problemas matemáticos que são abordados, o diálogo sobre os mesmos, a identificação e organização dos dados e da incógnita necessários para resolver os problemas são passos que auxiliam na elaboração do plano de resolução. Após a resolução, é importante que se realize a análise do resultado, observando se há coerência ou não com a questão proposta e se esse responde a pergunta.

A qualidade dos problemas abordados deveria ser mais importante do que a quantidade.

A persistência e a paciência do professor e do aluno são fundamentais para a resolução de problemas, tornando-se assim um desafio para ambos.

Dessa forma, é fundamental que tanto o aluno como o professor possam vivenciar novas experiências de aprendizagem por meio de resolução de problemas.

Na sequência, foi solicitado aos professores que solucionassem outro problema considerando as quatro fases de Polya (2006) e entre os propostos, poderiam escolher a questão que seria do seu interesse e de acordo com o nível de ensino em que lecionam (APÊNDICE T).

Ensino Fundamental – Anos Iniciais

Na “Parada 2” os ônibus passam de 9 em 9 minutos. O primeiro ônibus passa nessa parada às 7 horas da manhã. Margarete chegou nessa parada às 8 horas. Quanto tempo ela esperou pelo próximo ônibus, sabendo que não houve atraso?

Ensino Fundamental – Anos Finais – 9º ano

Observar o anúncio do quadro a seguir:

VAGA PARA VENDEDORES – Fábrica de LONAS

8 vagas para estudantes, maiores de 18 anos, sem necessidade de experiência.

Salário: R\$ 500,00 fixo + comissão de R\$ 0,50 por m² vendido.

Contato: 0xx81-12341000 ou lonas@lonaboa.br

Na seleção para as vagas deste anúncio uma das questões que o candidato deveria resolver era: calcular o salário de um vendedor que vendeu lona com 600m de comprimento e 1,40m de largura. Qual a resposta certa para esta questão?

A principal ideia dessa atividade era que cada docente poderia aplicar com seus alunos os problemas que escolheu e posteriormente fazer uma análise das suas soluções e as de seus respectivos alunos (FIGURAS 27 e 28).

Figura 27 – Problemas resolvidos pelo aluno do Professor P15

① Num determinado estado, quando um veículo é rebocado por estacionar em local proibido, o motorista paga uma taxa fixa de R\$ 76,88 e mais R\$ 1,25 por hora de permanência no estacionamento da polícia. Se o valor pago foi de R\$ 101,88, qual o total de horas que o veículo ficou no estacionamento

$$101,88 - 76,88$$

$$25,00 \div 1,25 = 20$$

20 horas ficou no estacionamento

② Observe o anúncio do quadro a seguir:

VAGA PARA VENDE DORES

SALÁRIO: R\$ 500,00 fixo + COMISSÃO DE R\$ 0,50 por m² vendida

Na seleção para as vagas disse o anúncio uma das questões que o candidato deveria resolver era: Calcular o valor de um vendedor que vendeu uma casa com 600 m de comprimento e 1,40 m de largura. Qual a resposta dada para essa questão.

$$600 \times 1,40 =$$

$$840 \times 0,50 = 420 \text{ comissão} +$$

$$500 \text{ Fixo}$$

$$920$$

R\$ 920,00 reais o salário do vendedor

Fonte: Material do Professor P15 (2012).

Resolver as seguintes situações-problema, apresentando os procedimentos utilizados:

1. Observar o anúncio do quadro a seguir:

VAGA PARA VENDEDORES – Fábrica de LONAS

8 vagas para estudantes, maiores de 18 anos,
sem necessidade de experiência.

Salário: R\$ 500,00 fixo + comissão de R\$ 0,50 por m²
vendido.

Contato: 0xx81-12341000 ou lonas@lonaboa.br

Na seleção para as vagas deste anúncio uma das questões que o candidato deveria resolver era: calcular o salário de um vendedor que vendeu lona com 600m de comprimento e 1,40m de largura. Qual a resposta certa para esta questão?

$Y = 500 + 0,50x$ $Y = 500 + 420$

$600 \times 1,40 = 840 \text{ m}^2$ $Y = 920.$

$Y = 500 + 0,50 \cdot 840$

R: O salário do vendedor vai ser R\$ 920,00.

Para concluir o 8º encontro, solicitou-se aos participantes que respondessem duas questões: “Qual a importância de o professor formular problemas matemáticos para seus alunos?” e “Qual a importância de os alunos formularem problemas matemáticos?” Nas respostas das questões, identificaram-se os participantes usando números (APÊNDICE U).

Professor 1: *Acredito que sempre que paramos para elaborar um problema (da nossa disciplina ou interdisciplinar) ou procurar problemas que contemplem situações interessantes, e por que não reais, conseguimos perceber a importância do que estamos propondo. Percebo em mim que, quando trabalho as minhas aulas de Química com situações-problema, os*

conteúdos que estou abordando ali fazem sentido (para mim). Para mim essa é uma das características que dá importância ao problema, enxergar a aplicabilidade do que estamos propondo. Mais importante ainda, quando elaboro o problema consigo aprender mais, desenvolvo-me, articulo minhas ideias e habilidades e por isso é tão importante que eu elabore (pelo menos algumas) as situações que passo aos meus alunos.

Professor 8: *Com a formulação de problemas os professores sempre buscam algum entendimento. Quando a questão é formulada, pelo menos no meu caso, penso na realidade do aluno, e no que ele poderá aprender com aquele problema. Verificando sanar algumas dúvidas ou em alguns casos até lacunas de aprendizagem que podem ser decorrentes de desânimo do aluno ou de dificuldades, o problema por si só pode trazer ao aluno uma vontade maior.*

Qual a importância de os alunos formularem problemas matemáticos?

Professor 5: *Formulando problemas os alunos conseguem participar do processo, identificando ou relacionando a áreas de seu interesse. Além disso, a importância de escrever e ler matemática, perceber que a matemática está presente no nosso cotidiano, que não são apenas “contas” e números.*

Professor 10: *Também é importante que os alunos formulem problemas matemáticos, como forma de desafiá-los a uma situação nova, e envolvê-los de uma forma mais intensa na execução das atividades. Acredito também ser importante para o desenvolvimento de atitudes importantes em sala de aula, como a participação, o interesse, a persistência e a troca de experiências com os colegas.*

9º encontro:

No início deste encontro, os professores relataram várias atividades que desenvolveram com os alunos em sala de aula. É perceptível, pelos relatos, o interesse dos professores em propor as atividades exploradas na formação continuada.

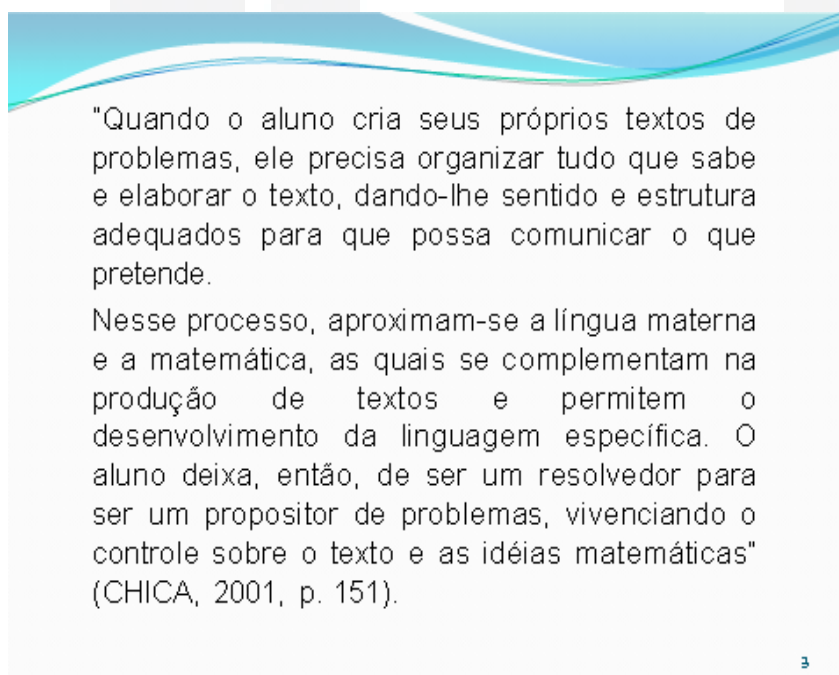
Eu fiz com os meus, com 4 turmas de 8ª série o problema do sanduíche e dos chapéus. Aí eles fizeram em duplas, mas cada um tinha que escrever como resolveu. No problema do sanduíche apenas um aluno conseguiu fazer. Eu não dei pista nenhuma para eles (T4);

Alguns deixaram em branco, outros colocaram “não sei fazer”. E no 1º ano eles usam calculadora, e alguns conseguiram por tentativa. E no 6º ano eles desenvolveram o que fizeram (T2);

Eu apliquei com os pequenos dos anos iniciais. Aquela primeira que tinha foi muito difícil, um aluno que chegou na resposta. E a outra a maioria acertou, eles fizeram por desenho, nem pensaram em calcular, um que calculou, eu mostrei, ele fez ao contrário, ele escreveu a resposta toda certa (T5).

Em seguida, a professora pesquisadora distribuiu uma cópia do texto escrito pela autora Chica (2001), “Por que formular problemas?” (FIGURA 29) e iniciou a análise e interpretação do texto usando lâminas (APÊNDICE V).

Figura 29 – Por que formular problemas



Fonte: Da autora, adaptado de Chica (2001).

Após a análise e a discussão das lâminas, o grupo de professores organizou-se em duplas, sendo que cada uma ficou responsável pela leitura, análise e apresentação de uma das propostas de formulação de problemas contidas no texto. Sugeriu-se às duplas que formulassem um problema a partir da sua proposta (APÊNDICE W). Segue um problema formulado por uma dupla da formação:

Proposta: Formulando problemas a partir de uma palavra.

Palavra: “Desperdício”

No restaurante em que almoço, o valor do “Buffet Livre” é de R\$8,90. Para evitar desperdício de alimentos, o proprietário do restaurante decidiu pesar os pratos com a sobra de alimento cobrando R\$1,90 por cada 100 gramas de alimento que é servido e não consumido pelo cliente. Após almoçar, pesei meu prato e a balança marcou 230 gramas de alimento não consumido. Quanto pagarei pelo meu almoço?

Ao final dessa atividade, cada grupo escreveu suas considerações sobre o assunto que foi abordado e a partir delas montou-se um texto com as ideias dos participantes:

A formulação de problemas aprimora diferentes linguagens do aluno, tornando possível a abordagem de diferentes conceitos matemáticos. Ao mesmo tempo, permite a compreensão da estrutura de um problema, observando que o mesmo precisa de um questionamento que deverá ser respondido.

É importante formular problemas para: abordar temas diferentes; socializar o que foi elaborado pelos alunos; perceber que trabalhar com os possíveis erros pode gerar muita aprendizagem; estimular a escrita e o uso do raciocínio matemático necessário para elaborar problemas; aprimorar a linguagem formal e a linguagem matemática; formalizar situações do dia a dia.

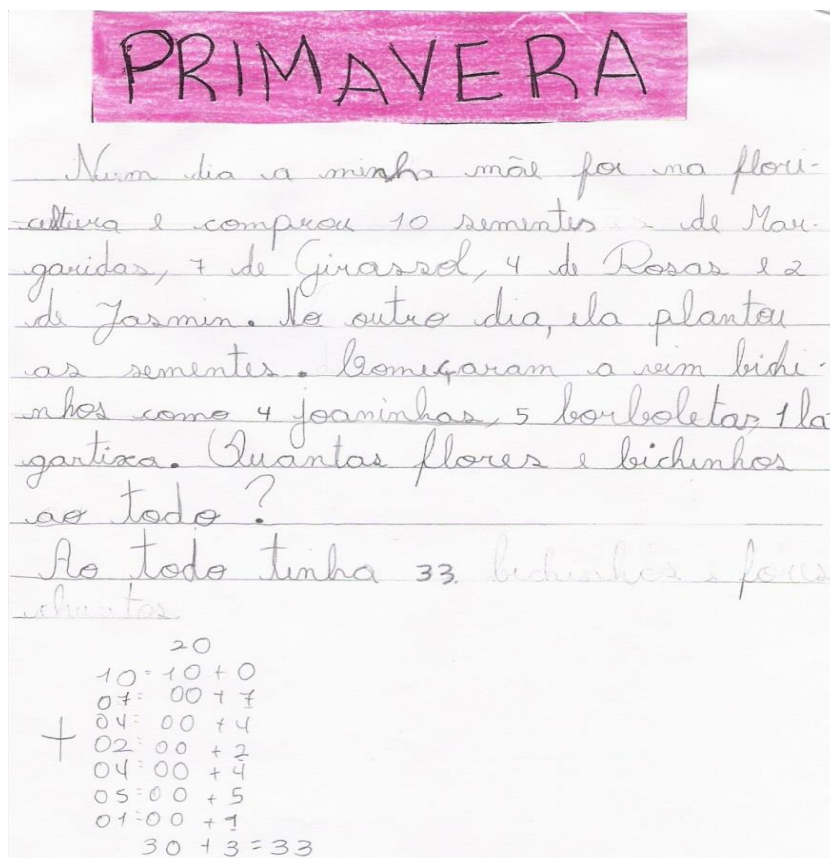
A formulação estimula o raciocínio lógico dos alunos, instigando-os a buscar diferentes meios para solucionar os problemas propostos, pois percebe-se que os alunos motivam-se diante dos desafios.

Formulando problemas o aluno passa a estar no controle (autor) e não só na situação de resolvidor de problemas.

Assim, partindo da formulação de problemas, os alunos desenvolvem diferentes habilidades e estratégias na resolução dos diversos tipos de problemas apresentados a eles.

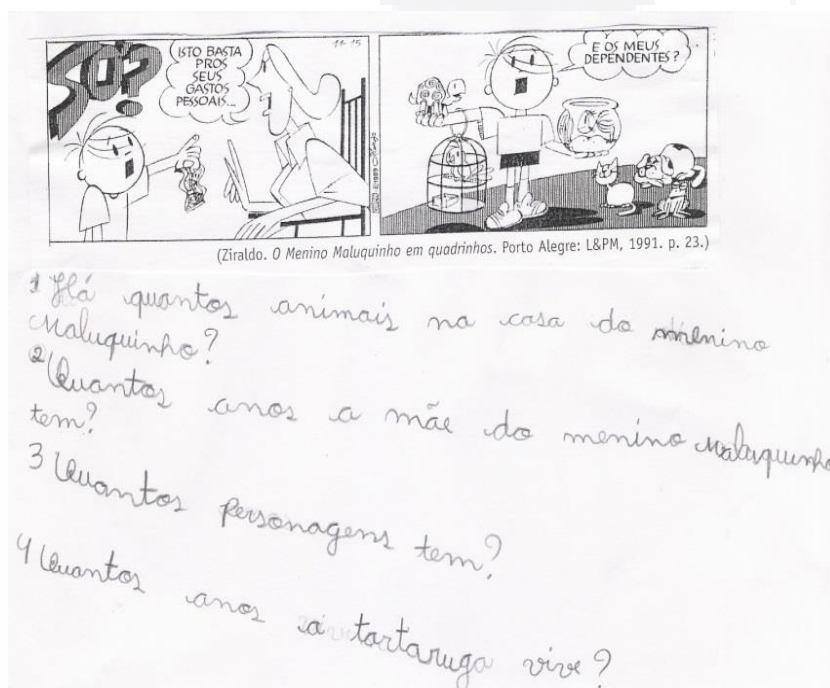
Solicitou-se aos professores que escolhessem uma das propostas estudadas no texto e aplicassem com seus alunos, a fim de que elaborassem um problema matemático de acordo com a escolha feita, conforme as Figuras 30, 31 e 32.

Figura 30 – Formular um problema a partir da palavra “Primavera”



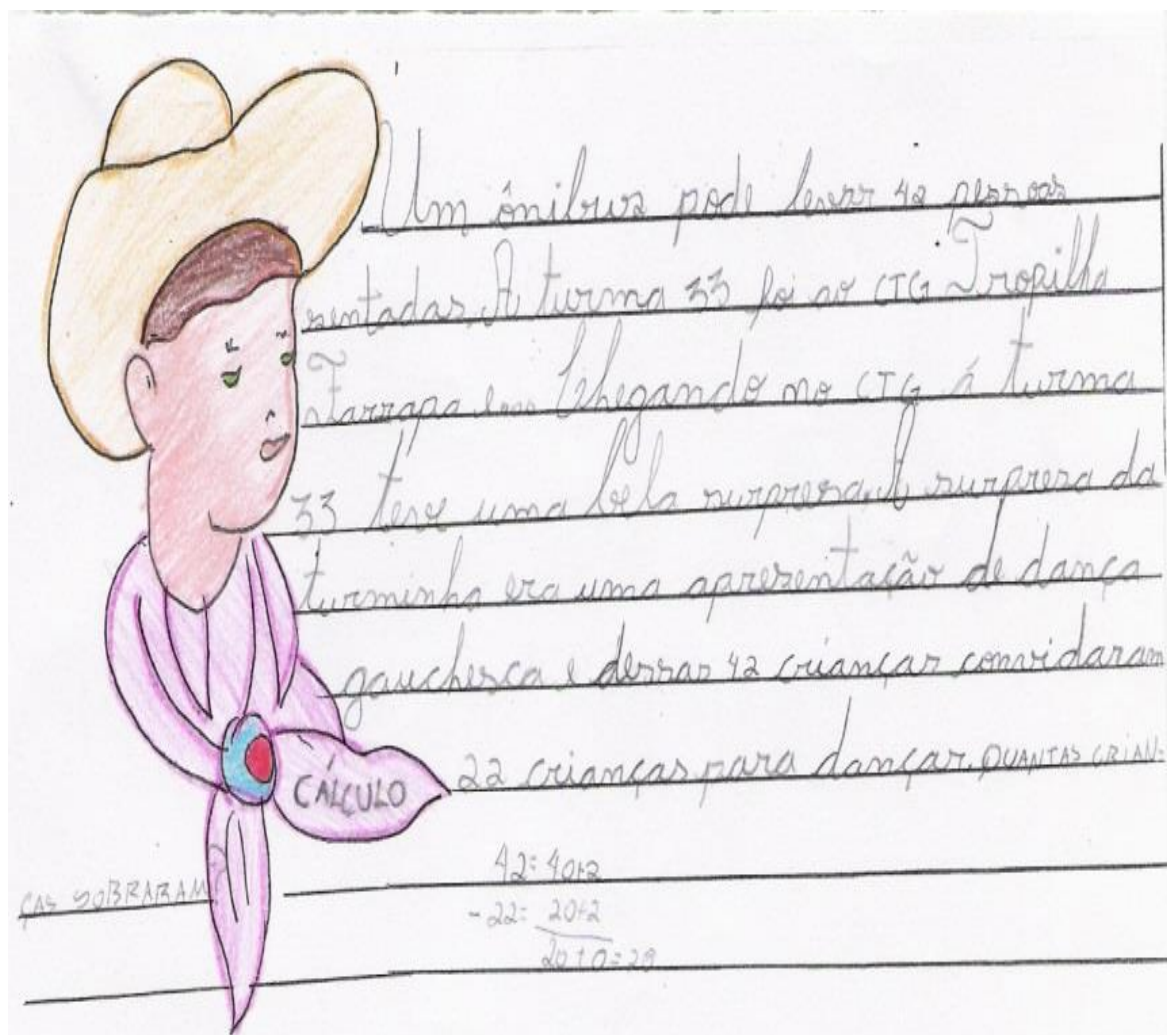
Fonte: Material do Professor P9 (2012).

Figura 31 – A partir de uma figura dada, criar perguntas



Fonte: Material do Professor P9 (2012).

Figura 32 – A partir de um início dado, continuar o problema

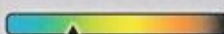


Fonte: Material do Professor P9 (2012).

10º encontro:

Como atividade inicial deste encontro, propôs-se um desafio para os participantes tendo como título “Mentir de improviso só dá problemas”, extraído da revista “Cálculo” de março de 2012 (FIGURA 33), sendo que a questão foi discutida e analisaram-se as possibilidades de respostas.

Figura 33 – Desafio proposto aos docentes

DESAFIO  Análise combinatória | Probabilidades

MENTIR DE IMPROVISO SÓ DÁ PROBLEMAS

Se o receptor da mentira tiver noções de estatística, o mentiroso talvez seja desmascarado mais depressa do que pensa

Quatro amigos vinham se saindo bem nas aulas de cálculo: recebiam elogios por conta das lições de casa caprichadas, e tiravam boas notas nas provas. Assim, no fim de semana antes da última prova do semestre, eles decidiram interromper os estudos e ir a uma festa em outra cidade, mesmo sabendo que a prova ocorreria na segunda-feira pela manhã. Dormiram pouco, beberam demais e, na segunda-feira, de ressaca, não conseguiram acordar a tempo. Quando chegaram à faculdade, a prova já tinha acabado.

Um deles foi bater na porta da sala da professora de cálculo. Assim que entrou, inventou uma história:

— Fomos ao aniversário de um amigo, que mora em outra cidade. Hoje de manhã, quando vínhamos para cá, um dos pneus do carro furou. Só aí descobrimos que o estepe estava murcho! Como estávamos numa estradinha secundária, demorou muito até conseguir ajuda.

A professora sorriu, toda simpática, e disse:

— Tudo bem, acidentes acontecem. Não se preocupem. Estejam amanhã cedo no anfiteatro, assim eu aplico uma prova extra só para vocês quatro.

No dia seguinte, os quatro chegaram no horário; estavam contentes. A professora foi com eles ao anfiteatro, e pediu que cada um deles se sentasse num extremo do salão imenso; os quatro ficaram longe demais um do outro, de modo que não havia como colar ou conversar.

A professora usou um projetor para projetar na parede a primeira questão: ela valia 5 pontos de um total de 100, e era um exercício simples de integração. Os quatro terminaram o exercício em menos de dez minutos. Aí ela apertou um botão projetou a seguinte mensagem:

Segunda questão.
Vocês têm 10 segundos para respondê-la em absoluto silêncio, e ela vale 95 pontos entre 100:

QUAL PNEU FUROU?

O desafio 

Qual é a chance de que os quatro amigos chutem o mesmo pneu?

58



Resolução

Na pressa, muita gente chuta a resposta errada. Essa gente raciocina assim: há quatro pneus; logo, a chance de escolher um dos quatro pneus é de $1/4$. Como são quatro estudantes, a chance de que escolham o mesmo pneu é igual a:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4^4} = \frac{1}{256}$$

Mas o raciocínio certo não é esse. Em problemas de probabilidade, o estudante (vamos chamá-lo de *Marcelo*) deve contar os casos favoráveis e os casos possíveis (incluindo favoráveis e desfavoráveis). Deve também dar bons nomes às variáveis, porque as variáveis ajudam a pensar. Marcelo chama de *M* o evento “todos os quatro estudantes acertam o mesmo pneu” e chama o espaço amostral, com “o número de configurações de pneus que os estudantes podem chutar”, de *S*, só para ficar parecido com os livros didáticos, onde o espaço amostral com frequência é chamado de *S*.

Qual é o número de maneiras pelas quais os quatro estudantes podem chutar qual pneu furou? Como primeiro passo para entender o problema, Marcelo desenha um carro e batiza cada um dos pneus com um nome só dele:

Depois disso, ele se pergunta: o que cada um dos estudantes pode escrever na prova? Como cada um deles pode chutar qual pneu furou?

Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3	Aluno 4
P ₁	P ₁	P ₁	P ₁
P ₁	P ₁	P ₁	P ₂
P ₁	P ₁	P ₁	P ₃
P ₁	P ₁	P ₁	P ₄
P ₁	P ₁	P ₂	P ₁
P ₁	P ₁	P ₂	P ₂
P ₁	P ₁	P ₂	P ₃
P ₁	P ₁	P ₃	P ₄
P ₁	P ₁	P ₃	P ₁
etc.	etc.	etc.	etc.

Marcelo nota que essa tabela contém o *princípio fundamental da contagem*, impresso em tudo quanto é dicionário e livro didático:

Se um evento *A* pode ocorrer de *m* maneiras diferentes e, para cada uma dessas *m* maneiras, um segundo evento *B* pode ocorrer de *n* maneiras diferentes, então o número de maneiras que esses dois eventos podem ocorrer, um seguido do outro, é $m \times n$.

Marcelo nota que, no problema dos pneus, faz sentido aplicar o princípio fundamental da contagem — o número total de maneiras pelas quais os quatro estudantes podem chutar qual pneu furou é igual a:

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$$

Entre todas essas maneiras, em só quatro delas os estudantes chutam o mesmo pneu:

$$\{P_1, P_1, P_1, P_1\}$$

$$\{P_2, P_2, P_2, P_2\}$$

$$\{P_3, P_3, P_3, P_3\}$$

$$\{P_4, P_4, P_4, P_4\}$$

Esses quatro conjuntos fazem parte do evento *M*, que é o conjunto dos casos favoráveis. Então, a probabilidade de que eles chutem o mesmo pneu é:

$$\Pr(M) = \frac{n(M)}{n(S)} = \frac{4}{256} = \frac{1}{64} = 1,562\%$$

Se os estudantes não combinaram a história antes, então é bem provável que venham a tirar 0,5 na prova final — no máximo. Para comparar, caso um deles jogasse uma moeda seis vezes para o alto, 1,562% é a probabilidade de tirar seis caras uma depois da outra.

$n(M)$ significa o número de elementos dentro do conjunto *M*.

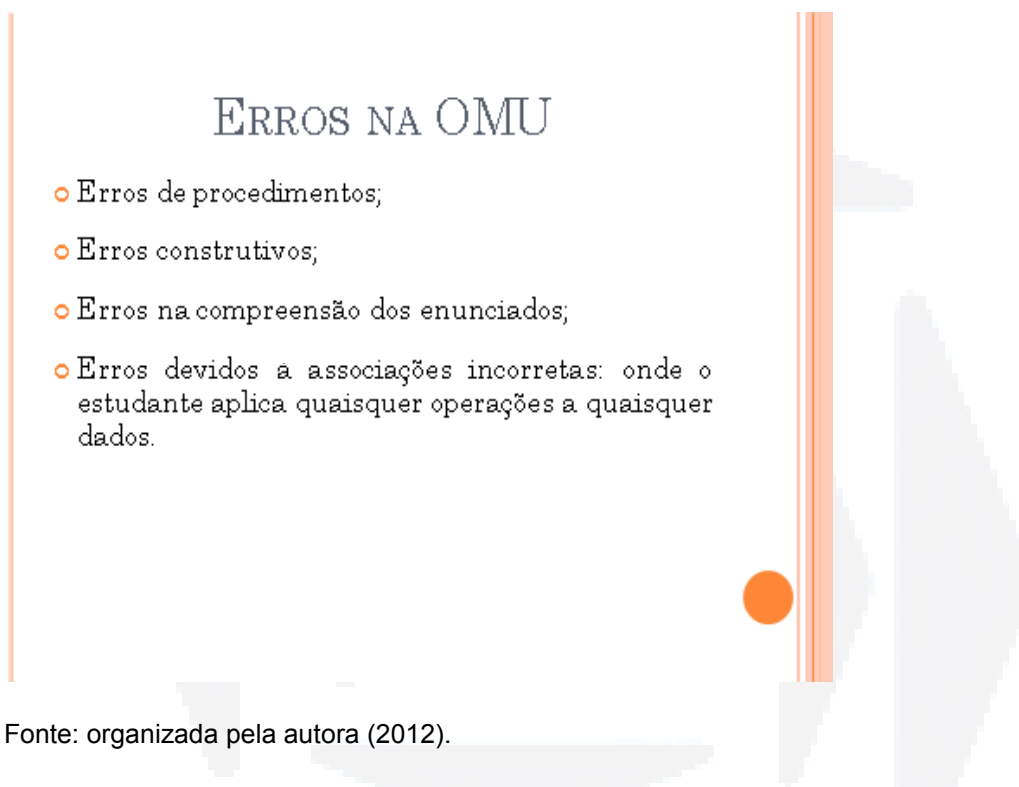


Fonte: Revista Cálculo, ano 2, n.14, p. 58-59, mar. 2012.

Na sequência, fez-se um estudo sobre os erros que tanto os alunos quanto os professores cometem ao resolver problemas matemáticos, sendo que para esta

atividade os docentes resolveram as questões individualmente. Apresentou-se para isso, por meio de lâminas (FIGURA 34), uma análise e classificação de erros na resolução de problemas matemáticos pelos alunos que participaram da Olimpíada Matemática da UNIVATES considerando várias edições.

Figura 34 – Análise de erros na resolução de problemas da OMU



As questões resolvidas no primeiro encontro também foram analisadas, a fim de verificar os erros mais cometidos pelos participantes. Discutiu-se também como o erro é visto no dia a dia das escolas em geral e para que é usado o erro do aluno na maioria dos casos:

Aprovação e reprovação. Se tu sabe, tu acerta, passou (T6);

Eu uso sempre essa frase, “é errando que se aprende”. No momento em que o aluno errou, tu pode naquele momento, levar para o quadro, trabalhar aquele erro. E eu acho que depende da forma que tu leva isso para ele: pode aceitar de uma forma positiva ou de uma forma negativa. Mas eu não vejo o erro como uma forma de aprovação ou reprovação, porque não é só no ensino fundamental e médio, na graduação acontece, às vezes numa prova tu fica nervoso e não consegue fazer as coisas, e isso acontece muitas vezes com os alunos também. Então não é porque eles não sabem que não fazem (T5);

Eu vejo também a questão do erro muito vinculada ao processo avaliativo de cada escola. Então, se for relatório, parecer, ou a nota, enfim, a maneira que for, o erro é bastante discutido. Então, a proposta da avaliação não está para classificar e nem para julgar, ela está como forma de aprendizagem, então o erro provavelmente vai ser um erro construtivo, que a partir de então o professor vai criar novas estratégias para que o aluno atinja o objetivo ou pelo menos tente uma outra forma de chegar lá. Agora, se a avaliação daquela escola é classificatória, é a nota que ele tirou, daí ali entra a questão da reprovação, prova. Isso dentro da escola, mesmo a avaliação, mexe muito com o pensar do professor também, não quer dizer que naquela escola todos pensam assim (T8);

O erro não significa que o aluno não sabe, porque o erro pode acontecer de um descuido, de uma falta de atenção, uma operação invertida, onde o aluno pode estar mal na nota, mas ele sabe todo aquele conteúdo, ele entendeu o que ele estava fazendo (T5);

Alguns locais eu não coloco nem certo nem errado, coloco um ponto de interrogação. Eles já sabem “tem coisa ali que ele não entendeu”. E às vezes eu sei o que é, mas eu gostaria que ele justificasse porque ele fez aquilo, então eles já sabem que quando tem um ponto de interrogação, quer dizer, geralmente eu considero, mas porque essa resposta? Eu faço a correção no quadro, trabalhar a questão do erro, chamar atenção. Por menor que seja, não chegou onde deveria chegar (T4).

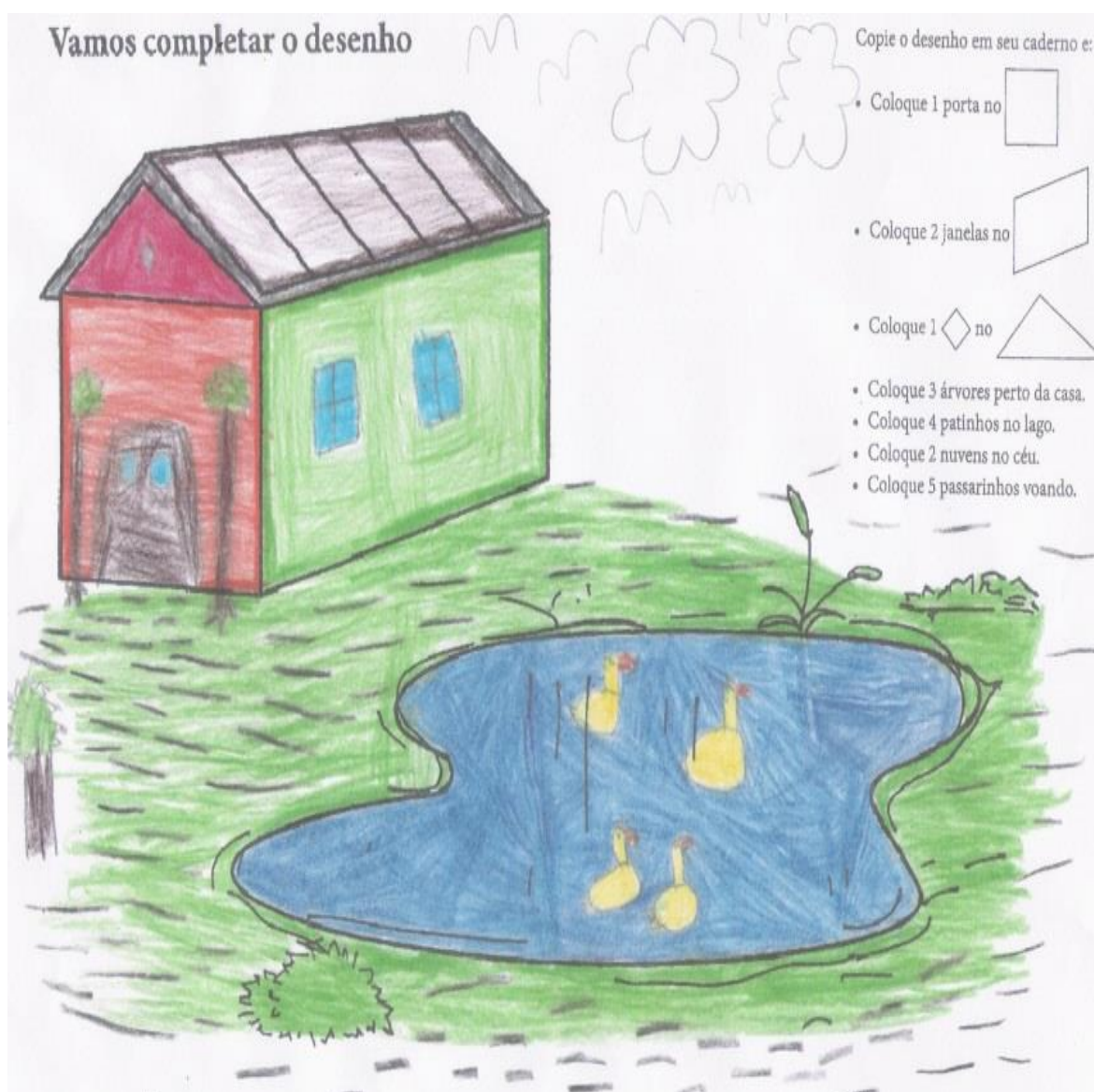
Logo após, os docentes entregaram algumas atividades que desenvolveram com seus alunos durante a formação continuada. As Figuras 35, 36, 37 e 38 mostram algumas dessas tarefas.

A professora pesquisadora também apresentou, a pedido dos participantes da formação, um Dicionário Matemático que foi confeccionado pelos seus alunos. Comentou que a ideia da construção do Dicionário de Matemática surgiu da necessidade de aprimorar alguns conceitos matemáticos que muitas vezes não foram compreendidos ou que simplesmente foram esquecidos pelos discentes.

Em inúmeras situações, percebem-se as dificuldades que os discentes apresentam na resolução de atividades consideradas simples em consequência do não domínio de determinadas definições matemáticas. Considerou-se, então, relevante a utilização de um instrumento nas aulas de Matemática que auxilie os alunos a sanar essas pequenas dúvidas que surgem durante o processo de aprendizado.

Apresentaram-se aos professores vários sites que abordam problemas matemáticos e exploraram-se alguns deles. É uma alternativa de resolver problemas fazendo uso da tecnologia. Além disso, fez-se a entrega de um CD para cada integrante da formação contendo todo o material que foi abordado durante a formação continuada.

Figura 35 – Atividade desenvolvida com um aluno da educação infantil



Fonte: Material do Professor P3 (2012).

Figura 36 – Resolução de alguns problemas por um aluno do Professor P8

1) Observar o anúncio do quadro a seguir:

VAGA PARA VENDEDORES – Fábrica de LONAS
 8 vagas para estudantes, maiores de 18 anos,
 sem necessidade de experiência.
 Salário: R\$ 500,00 fixo + comissão de R\$ 0,50 por m² vendido.
 Contato: 0xx81-12341000 ou lonas@lonaboa.br

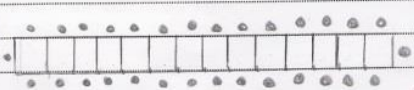
Na seleção para as vagas deste anúncio uma das questões que o candidato deveria resolver era: calcular o salário de um vendedor que vendeu lona com 600m de comprimento e 1,40m de largura. Qual a resposta certa para esta questão?

2) Ontem à noite, terminei de fazer a lista de convidados para o jantar que vou dar no próximo mês. Como haverá trinta pessoas, vou precisar tomar emprestadas algumas mesas de jogo, de tamanho que permita sentar-se uma pessoa de cada lado. E eu quero dispô-las numa longa fileira, encostadas umas nas outras. Naturalmente, quero tomar emprestadas o mínimo de mesas possível. De quantas mesas de jogo vou precisar? Tente resolver meu problema.

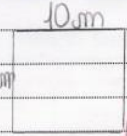
3) Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2400 palitos de fósforo. Sabendo que cada caixa contém em média, 40 palitos e que cada pacote contém 10 caixas, quantos pacotes serão usados nesse trabalho?

4) Uma escola ganhou, por doação, uma tela de 40 m de comprimento. A direção da escola resolveu, então, cercar um terreno retangular que tivesse a maior área possível, para fazer experiências com plantas. Vamos ajudar a direção da escola a descobrir quais devem ser as dimensões do terreno?

1) $600,00 \text{ m} \times 1,40 \text{ m} = 840,00 \text{ m}$
 $840 \times 0,50 = 420$
 $420 + 500 = 920$ e
 → O salário do vendedor foi de R\$ 920,00

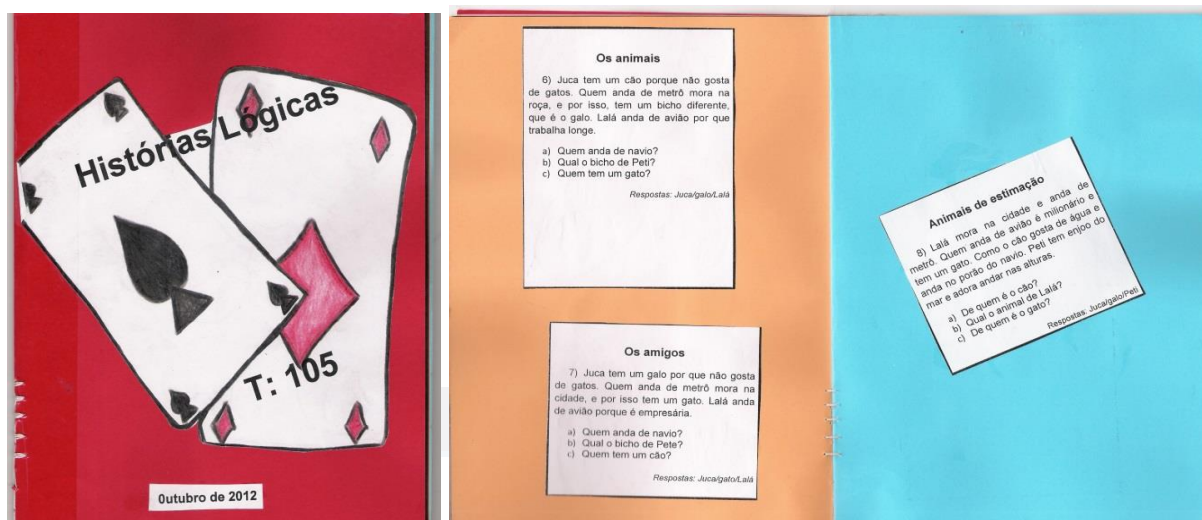
2) 
 → O jogo vai precisar de 14 mesas para receber 30 pessoas.

3) $2400 \div 40 = 60 \text{ caixa}$
 $60 \div 10 = 6$ e
 → serão usados 6 pacotes.

4)  $P = 40,00 \text{ m}$
 * TODO QUADRADO É UM RETÂNGULO ESPECIAL.
 $A = 10 \times 10 = 100 \text{ m}^2$
 → As dimensões do terreno são de 10m de cada lado.

Fonte: Material do Professor P8 (2012).

Figura 37 – Confeção de um livro de desafios por um aluno do Professor P10



Fonte: Material do Professor P10 (2012).

Como atividade final, aplicou-se um novo questionário que visava investigar o quanto a formação continuada e as atividades desenvolvidas haviam impactado na prática pedagógica (APÊNDICE X). O questionário instigou os professores a refletirem sobre: as mudanças ou não ocorridas em relação à abordagem de problemas matemáticos no planejamento das aulas, o que consideram relevante hoje ao selecioná-los, as dificuldades que persistem ao abordar a resolução de problemas, a importância de ensinar Matemática usando essa metodologia, a importância de o professor formular problemas para os alunos e de os alunos formularem os próprios.

Assim, considerando o que foi exposto até aqui, no próximo capítulo apresentam-se a análise e as inferências que emergiram no decorrer desse processo de investigação.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

A análise dos dados que foram coletados junto aos docentes que participaram da formação continuada revelou o quanto a intervenção realizada pela professora pesquisadora contribuiu na prática pedagógica. O Quadro 6 mostra as quatro categorias criadas a partir dos objetivos e as subcategorias que emergiram do material coletado durante os encontros.

As quatro categorias criadas para realizar a análise dos dados coletados não são únicas, sendo que, outro pesquisador poderia sugerir outras. Além disso, como a pesquisa é qualitativa, a concepção da professora pesquisadora está presente em várias partes da pesquisa. Bicudo (2010, p. 106, grifo do autor) destaca que: “o *qualitativo* engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões”.

Os dados foram analisados buscando apoio em referenciais teóricos que exploram a formação continuada de professores e a resolução de problemas matemáticos, tanto os autores já citados na pesquisa quanto aqueles que serão mencionados durante a análise.

Os depoimentos dos docentes, tanto nas respostas dos questionários, quanto nas falas registradas nas filmagens e nos relatórios entregues, evidenciam, além dos saberes já constituídos pelos educadores, as novas experiências vivenciadas durante a formação continuada e a construção de novos saberes. Revelam percepções, manifestam expectativas, relatam angústias, apresentam incertezas e celebram avanços. Outrossim, expressam a experiência de ser professor na atualidade, tendo que conviver com os mais diversos tipos de situações tanto

positivas como negativas da sala de aula, além de agregar várias funções no contexto escolar.

Quadro 6 – Categorias e subcategorias que emergiram na pesquisa

Categorias criadas	Subcategorias
Análise dos conhecimentos teóricos e práticos constituídos	Motivação que levou o docente a participar da formação continuada; principais dificuldades dos docentes ao abordar a resolução de problemas matemáticos; relevância do ensino da Matemática por meio da resolução de problemas.
Aplicação de resolução e de formulação de problemas matemáticos com os alunos	Como os docentes trabalham problemas matemáticos com seus alunos; principais dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos; a importância de formular problemas.
Verificação de indícios de que a formação continuada auxilia na prática docente	Melhorias ocorridas em relação à abordagem de problemas matemáticos no planejamento das aulas; fatores importantes observados pelos docentes ao selecionar os problemas abordados com os discentes; dificuldades que persistem ao abordar a resolução de problemas matemáticos.
Reflexões complementares relacionadas à prática pedagógica	Desvalorização da carreira docente; conceitos matemáticos.

Fonte: Da autora, 2012.

Esses relatos trazem uma gama de informações muito grande, pois a partir dos comentários dos docentes foi possível identificar os conhecimentos e as ideias já consolidadas sobre a resolução de problemas no ensino da Matemática, além de verificar se a formação continuada interfere nas práticas pedagógicas.

Espera-se que as análises e as reflexões dessas quatro categorias auxiliem outros educadores a repensarem suas ações pedagógicas, facilitando e contribuindo nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

5.1 Categoria 1 - Análise dos conhecimentos teóricos e práticos constituídos

Esta categoria originou-se de dois objetivos específicos propostos para a realização da pesquisa: investigar os conhecimentos constituídos pelos docentes em relação à resolução de problemas matemáticos; estimular os docentes na busca de conhecimento fundamentado na leitura de livros e artigos científicos.

A partir das respostas dadas pelos docentes nos questionários, emergiram três subcategorias: motivação que levou o docente a participar da formação continuada; principais dificuldades dos docentes ao abordar a resolução de problemas matemáticos; relevância do ensino da Matemática por meio da resolução de problemas. Na sequência apresenta-se uma descrição de cada subcategoria, bem como citações de professores e uma análise com base em referenciais teóricos.

5.1.1 Motivação que levou o docente a participar da formação continuada

Nesta subcategoria foram classificadas as respostas dos professores que apontam os motivos pelos quais sentiram-se estimulados a participar da formação continuada. Dentre os aspectos citados, percebe-se a preocupação dos docentes em buscar novas metodologias para trabalhar resolução de problemas, melhorar e aprofundar os conhecimentos a fim de desenvolver aulas mais interessantes, motivadoras e desafiadoras, melhorar a prática pedagógica, diminuir a lista de exercícios mecânicos e compartilhar experiências. Seguem respostas concedidas pelos docentes:

Aprender quais são os diferentes tipos de problemas e o mais importante, conseguir entender o que de fato é um problema matemático, que auxilie o aluno a desenvolver algumas habilidades (Q16);

Por ser a resolução de problemas o maior foco das avaliações externas realizadas por nossos alunos, especialmente o ENEM (Q2);

Meus alunos têm muita dificuldade em resolução de problemas e realmente tenho minhas dúvidas se eu sei trabalhar, então busco sugestões (Q1);

Sugestões de como abordar problemas, que tipos devem ser trabalhados e se há necessidade de definir quais problemas para cada série. Alguns passos para haver maior compreensão por parte dos alunos (Q4);

Modificar, melhorar e aprofundar os meus conhecimentos para poder desenvolver aulas mais interessantes (Q3).

As respostas revelam a preocupação do docente em ampliar os conhecimentos que transitam pelo campo da resolução de problemas matemáticos, tendo em vista contribuir nos processos de ensino e de aprendizagem da disciplina da Matemática.

A participação dos docentes em discussões e reflexões que envolvem o tema é de fundamental importância, pois são os professores que, usando os conhecimentos constituídos, dão sentido ao ensino da Matemática. Em relação à busca de novos saberes, Tardif (2010, p. 35) ressalta que:

Todo novo saber implica um processo de aprendizagem e de formação; e, quanto mais desenvolvido, formalizado e sistematizado é um saber, como acontece com as ciências e os saberes contemporâneos, mais longo e complexo se torna o processo de aprendizagem, o qual, por sua vez, exige uma formalização e uma sistematização adequadas.

Ponte (1998, p. 2-3, grifo do autor) faz uma importante referência quanto à finalidade do desenvolvimento profissional, citado no capítulo dois: “[...] *é tornar os professores mais aptos a conduzir um ensino da Matemática adaptado às necessidades e interesses de cada aluno e a contribuir para a melhoria das instituições educativas, realizando-se pessoal e profissionalmente*”. Assim, a formação continuada pode atribuir saberes aos docentes relacionados à temática e contribuir no desenvolvimento de aulas mais significativas para os discentes.

5.1.2 Principais dificuldades dos docentes ao abordar a resolução de problemas matemáticos

Nesta subcategoria apresentam-se os principais obstáculos que os professores enfrentam quando abordam problemas matemáticos na sala de aula, dentre os quais a dificuldade em propor situações criativas, a pouca experiência com o tema, não ter problemas para todos os conteúdos e o conhecimento restrito sobre as diferentes formas de abordar a temática. Nos depoimentos de alguns docentes é possível detectar outros empecilhos:

Vejo como principal dificuldade, a de fazer o aluno interpretar o problema, a situação matemática. Muitas vezes, os alunos não compreendem o que o problema está pedindo (Q2);

Dificuldade em trabalhar a linguagem matemática. Usar os termos adequados (Q13);

Em fazer com que o aluno interprete de maneira correta o problema e crie uma estratégia para resolvê-lo (Q14);

Fazer os alunos se interessarem, a fazer relação com o seu próprio cotidiano. Conseguir com que os alunos apresentem suas formas de resolução, pois parece que para eles, só a maneira explicada deve ser seguida (Q5).

Frente a estas dificuldades relatadas pelos docentes no primeiro encontro da formação, entende-se a necessidade de o professor fortalecer seus conhecimentos sobre a temática para depois abordar com tranquilidade e segurança a resolução de problemas matemáticos com seus alunos. O conhecimento restrito pode levar o docente a usar situações que exigem sempre as mesmas estratégias de solução, abordem os mesmos tipos, explorem os mesmos objetivos, além de não aprimorar a interpretação do problema e a linguagem matemática, sendo que estes são alguns dos principais empecilhos citados pelos docentes ao abordar problemas com os alunos.

As colocações dos professores vão ao encontro das ideias de Onuchic e Alevatto (2009, p. 223) quando afirmam que ensinar os alunos a resolver problemas é difícil e que:

As tarefas precisam ser planejadas ou selecionadas a cada dia, considerando a compreensão dos alunos e as necessidades do currículo. É freqüentemente difícil planejar mais do que alguns poucos dias de aula à frente. Se há um livro-texto tradicional, será preciso, muitas vezes, fazer modificações.

Contudo, segundo as autoras, existem boas razões para realizar o esforço de abordar a resolução de problemas com os alunos, visto que, conforme já citado no capítulo dois: coloca o foco na atenção dos discentes em relação às ideias e em relação a dar sentido; desenvolve o “poder matemático”; concede dados de avaliação contínua que podem ser usados a fim de tomar decisões esclarecedoras; desenvolve a crença de que os discentes são competentes para fazer Matemática e de que ela faz sentido; é bom; faz mais sentido para o aluno.

A formação continuada mostra-se um caminho para minimizar as dificuldades que os professores enfrentam quando ensinam a Matemática através de problemas; contudo, isto não é o suficiente. Selecionar e planejar atividades que utilizem procedimentos que instiguem o discente a ter autonomia intelectual e a desenvolver seu próprio conhecimento não é tarefa fácil, já que os docentes não dispõem de tempo suficiente nas escolas para organizar, de maneira adequada, as atividades que irão abordar com seus alunos.

Os encontros proporcionaram aos professores um pouco do tempo de que necessitam para o seu planejamento. Propiciaram-lhes momentos de desabafo, reflexão, troca de informações e principalmente de busca, aprimoramento e construção de saberes relacionados à resolução de problemas. As respostas dos professores, enfatizadas nesta subcategoria, aproximam-se do pensamento de Sousa, Pinto e Costa, que defendem a ideia de que a formação continuada deve acontecer num ambiente de interação, onde os docentes trabalham juntos e eles se expõem criando condições para melhorar a prática pedagógica e constroem conceitos não trabalhados satisfatoriamente na escola ou na graduação.

Ao participar da formação continuada, os docentes demonstram que estão dispostos a ampliar os conhecimentos consolidados e, segundo Borges (2010, p. 54), “a continuidade nos estudos pressupõe um percurso de caminhos diferenciados que dão sequência às etapas anteriores percorridas pelo docente”. As falas de Veiga e Viana (2010, p. 26-27) atribuem algumas características a um bom profissional da educação:

Um professor com capacidade crítica e inovadora, capaz de participar nos processos de tomada de decisão, de produção de conhecimento, de participação coletiva, consciente do significado da educação. Enfim, que seja um profissional formado para compreender o contexto social no qual se efetivará sua atividade docente.

5.1.3 Relevância do ensino da Matemática por meio da resolução de problemas

Nesta subcategoria evidencia-se a importância de ensinar Matemática através da resolução de problemas. De acordo com os relatos dos professores no primeiro encontro da formação, essa tendência contextualiza, situa e relaciona informações;

favorece o raciocínio, a interpretação, a leitura e a lógica; aborda diversas áreas do conhecimento; aproxima a matemática escolar da realidade; prepara o aluno para os problemas do cotidiano e permite o uso de diferentes estratégias.

No último questionário aplicado ao final da formação, os docentes continuam com as mesmas percepções do primeiro em relação à importância do ensino da disciplina por meio da resolução de problemas e acrescentam mais algumas: desenvolve habilidades cognitivas; torna os alunos responsáveis pela construção do seu conhecimento; possibilita o debate com os colegas; desperta nos alunos mais interesse, envolvimento e motivação; é foco das avaliações externas; instiga os alunos a pensar e a refletir fazendo com que o aprendizado se torne mais significativo. Em relação ao último comentário, as palavras de Castillo (1998, p. 137) contribuem quando este diz que “[...] a solução de problemas é um caminho privilegiado para tornar mais funcionais e significativas as aprendizagens”.

A prática de cálculos repetitivos, nos quais os alunos fixam fórmulas e regras que servirão para aplicar em atividades posteriores, também foi considerada válida por um dos docentes, o que mostra que treinar cálculos é um recurso também importante no ensino da Matemática, segundo este docente.

De acordo com os PCNs de Matemática, já citados no capítulo dois, para a maioria dos alunos, resolver problemas é sinônimo de realizar cálculos com os números do problema ou uma aplicação de algo que eles aprenderam em aula (BRASIL, 1997b). Os professores T10 e T13 também comentam sobre o uso de fórmulas:

Porque ele já usou a fórmula para resolver (T10);

[...] então eles já sabem a fórmula de como calcular juros simples, e aí pegaram a fórmula, pegaram todos os números do problema, mas eu não queria descobrir o juro [...] (T13).

Em contraposição, outro professor aponta que o mais importante é resolver problemas, visto que na vida os problemas surgem e precisam ser resolvidos e, na maioria das vezes, não temos fórmulas para resolvê-los. Nessa perspectiva os PCNs de Matemática defendem que o problema efetivamente “não é um exercício em que o aluno aplica, de forma mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há

problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão [...] e a estruturar a situação que lhe é apresentada” (BRASIL, 1997b, p. 43).

É importante destacar que a meta deste trabalho não era tornar a resolução de problemas numa metodologia de ensino a ser adotada pelos participantes da formação, mas que utilizassem essa tendência mais regularmente no planejamento de suas aulas, de forma que os problemas abordados estivessem desvinculados dos conteúdos em estudo, já que pode-se revelar um caminho interessante e motivador para fazer o aluno compreender melhor a Matemática.

Nesse sentido, é imprescindível que a Matemática seja vista pelo aluno como um conhecimento que pode oportunizar o desenvolvimento do seu raciocínio lógico, de sua habilidade expressiva e de sua imaginação (BRASIL, 1997b). O ensino desta disciplina poderá prestar a sua contribuição conforme forem sendo exploradas metodologias que adotem a elaboração de estratégias, “a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios” (BRASIL, 1997b, p. 31).

O ensino da disciplina de Matemática na verdade deveria estar focado na compreensão do aluno. Nesta perspectiva, a autora Onuchic (1999, p. 208) explica que:

Acreditamos que, ao invés de fazer da resolução de problemas o foco do ensino da matemática, professores, autores de livros, promotores de currículos e avaliadores de aprendizagem deveriam fazer da compreensão seu ponto central e seu objetivo [...]. Com isso não pretendemos tirar a ênfase dada à resolução de problemas, mas sentir que o papel da resolução de problemas no currículo passaria de uma atividade limitada para engajar os alunos, depois da aquisição de certos conceitos e determinadas técnicas, para ser um meio de adquirir novo conhecimento como um processo no qual pode ser aplicado aquilo que previamente havia sido construído.

Contribuir para que os alunos tornem-se agentes responsáveis pela construção dos seus saberes, conforme citado anteriormente por um docente, vem ao encontro das ideias de Pozo (1998) apresentadas no capítulo dois, quando diz que, pela solução de problemas, o discente cria seus próprios métodos e estratégias e também utiliza conhecimentos já constituídos para responder a diferentes situações.

Onuchic (1999) explica que quando os docentes ensinam a disciplina por meio da resolução de problemas, estão proporcionando aos discentes um meio muito importante de desenvolver a própria compreensão.

A seguir, apresenta-se a segunda categoria de análise que emergiu durante o desenvolvimento deste estudo, bem como as três subcategorias relevantes nesse processo de análise.

5.2 Categoria 2 – Aplicação de resolução e de formulação de problemas matemáticos com os discentes

A categoria emergiu de dois objetivos específicos: analisar e investigar conjuntamente com os docentes a solução de alguns problemas matemáticos resolvidos pelos discentes; estruturar algumas estratégias de ação para melhorar o processo de resolução de problemas.

Com base nas justificativas dadas pelos docentes surgiram três subcategorias: como os docentes trabalham problemas matemáticos com seus alunos; principais dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos; a importância de formular problemas. A seguir, descreve-se cada subcategoria, e apresentam-se alguns relatos dos docentes, bem como uma análise a partir do referencial teórico.

5.2.1 Como os docentes trabalham problemas matemáticos com seus alunos

A subcategoria emergiu das respostas dos docentes ao serem indagados sobre a abordagem de problemas matemáticos no planejamento de suas aulas. Dentre as respostas obtidas, percebe-se que nove professores responderam que usam sempre, sete usam às vezes, dois não responderam (alunos de graduação) e nenhum professor respondeu que não utiliza. A maioria respondeu que aborda problemas para desenvolver o raciocínio lógico, refletir sobre os assuntos estudados, esclarecer dúvidas dos alunos e fazer o aluno criar estratégias de solução. Na sequência aparecem outras colocações que enaltecem o uso de problemas nas aulas:

Sempre abordo problemas para introduzir assuntos novos [...]. Para ilustrar situações do dia a dia. Uso problemas para mostrar que a matemática faz parte de nossa vida, sem que às vezes nos demos conta (Q7);

Em todas as aulas eu utilizo problemas, às vezes para introduzir um conteúdo ou para trabalhar o mesmo e também para desenvolver a leitura e principalmente a interpretação que para mim é a principal dificuldade do aluno (Q1);

Para mostrar a aplicação dos conteúdos que estamos trabalhando, trazendo situações do dia a dia para a aula (Q15);

Trago problemas cotidianos para a sala de aula buscando o interesse do aluno em resolvê-los (Q11);

Partindo de uma situação da turma (individual ou em grupo) para que juntos possamos chegar a uma forma de solucionar a situação (Q7);

A maioria dos problemas está sempre ligada com os conteúdos trabalhados. Em algumas situações faço uma listagem de problemas (de vestibular, ENEM) para que eles resolvam dentro do seu nível de aprendizado, ou seja, englobando conteúdos já vistos (Q14);

Para introduzir um conteúdo novo, quando vou revisar um assunto, quando o aluno não entende eu uso um problema, pois na nossa vida temos problemas (Q17);

Através dos conteúdos que são trabalhados. Para introduzir, contextualizar ou revisar conteúdos (Q2).

Dentre as várias possibilidades de trabalhar os problemas matemáticos com os alunos, destaca-se o último relato, no qual o professor declara que aborda problemas para introduzir, contextualizar ou revisar os conteúdos. Este método pode ser encontrado em vários depoimentos, verificando-se assim, sua utilização pela maioria dos docentes da formação.

[...] percebi que trabalho com resolução de problemas, mas os problemas são vinculados com o conteúdo que estou trabalhando naquele momento (R7);

Quando você trabalha um determinado conteúdo é mais fácil, você está focado naquilo, está bem mais fácil de elaborar um problema com base no que você está transmitindo em sala de aula (T4);

[...] fica evidente o quanto enfatizamos a resolução de problemas associados a um conteúdo específico, sendo que muitas vezes aplicamos a resolução de problemas com o objetivo de introduzir ou fixar um determinado conceito ou conteúdo matemático, reforçando a resolução destes por meio da repetição (R3).

Quem prevê a aplicação de problemas dessa forma é Cavalcanti (2001), quando diz que o trabalho de resolução de problemas começa depois que o professor introduziu o assunto, ou seja, após as operações terem sido apresentadas aos alunos. Essa condição precoce pelo algoritmo na resolução de problemas pode trazer dificuldades para os alunos, tanto na compreensão daquilo que a questão solicita, quanto na elaboração apropriada de uma estratégia de resolução.

Conforme mencionado no capítulo dois deste trabalho, a abordagem dos problemas não tem cumprido seu verdadeiro papel no ensino, pois são usados para aplicar conhecimentos que já foram constituídos pelos alunos (BRASIL, 1997b). Nesse sentido, segundo os Parâmetros, os problemas matemáticos, quase sempre são aplicados com os alunos após abordar um determinado conteúdo como forma de avaliar se os discentes conseguem empregar aquilo que o professor ensinou.

Os estudos realizados na formação continuada visavam, além de outros aspectos, auxiliar e estimular os participantes a promover atividades que desvinculassem a resolução de problemas com os conteúdos abordados em sala de aula. Os princípios estabelecidos pelos PCNs de Matemática (BRASIL, 1997b) já expostos no capítulo dois, ressaltam que ao realizar uma atividade matemática, que se inicie do problema e não pelo conceito; resolver problemas não é uma atividade que pode ser desenvolvida como uma forma de aplicar a aprendizagem, mas sim como uma orientação para a aprendizagem.

Trabalhar problemas matemáticos por meio de questionamentos orais também é uma técnica utilizada pelos participantes, como pode ser verificado no depoimento a seguir:

Eu lanço a proposta e os instigo a pensar, fazendo questionamentos orais que os levem a criar uma estratégia para resolver os problemas (Q10).

Nessa abordagem, Dante (2010) afirma que é imprescindível que a metodologia de ensino na área da Matemática considere os pensamentos e os questionamentos dos discentes através da exposição de suas ideias. E acrescenta que é necessário usar a oralidade em matemática, incentivando os estudantes a exporem suas estratégias frente a uma questão. Os docentes R11 e R15 expõem a importância de usar a oralidade nas correções com os alunos:

A correção em forma de conversa, onde os alunos participaram também foi interessante, uma vez que eles mesmos diziam: é mesmo, poderia ter feito assim; não acredito que me esqueci disso... (R11);

[...] a professora questionou os alunos sobre os problemas em foco (R15).

Quanto à lista de problemas que são propostos aos alunos, conforme já relatado por um docente, a autora DeGuime (1997) comenta que Polya, mestre em resolver e ensinar a resolver problemas, não concede aos alunos uma lista de questões que exige a mesma heurística. Inicia com algumas heurísticas e conforme os alunos assimilam, Polya acrescenta outras. Ao apresentar vários problemas de uma vez, os alunos acabam cansando e não exploram estratégias de resolução.

O importante é a qualidade e não a quantidade (T17).

Ao trabalhar com resolução de problemas na sala de aula, de acordo com Polya (2006), o papel do professor é de ajudar o aluno nem muito e nem pouco, de forma que reste para o aluno uma parcela razoável de trabalho.

O professor Q5 respondeu que os alunos não viam sentido na parte abstrata, técnica da Matemática, mas que preferem isso a resolver problemas. Deixou evidente que para alguns discentes é muito mais cômodo aplicar diretamente os algoritmos do que resolver problemas que exigem: pensar, refletir, interpretar, estruturar estratégias de resolução e verificar a resposta encontrada. Nessa perspectiva, conclui-se que o professor precisa mostrar para o aluno, por meio de exemplos práticos, do dia a dia, a aplicação dos problemas matemáticos.

Incentivar os professores a usarem mais a resolução de problemas nas suas aulas para melhorar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática era uma das finalidades da formação continuada e de acordo com as justificativas dadas pelos docentes, o objetivo foi alcançado.

Os dizeres dos professores vêm ao encontro de alguns dos objetivos já citados por Dante (2010) no capítulo dois – fazer o aluno pensar produtivamente, desenvolver o raciocínio lógico, dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática – o que demonstra que os docentes abordam a resolução de problemas matemáticos visando alguns objetivos. Nesse sentido, o autor salienta que a Matemática tem um papel fundamental no aprendizado dos alunos, visto que é

uma área do conhecimento direcionada ao raciocínio lógico e diretamente relacionada com o cotidiano das pessoas. O docente R3 explica que:

Geralmente quando os alunos se deparam com situações mais contextualizadas, há maior participação e envolvimento no processo de resolução, o que oportuniza momentos de interação, descobertas e partilha com os colegas.

Vergnaud (2012) em uma entrevista concedida à revista Pátio relata que ajuda a compreender como as crianças constroem o seu conhecimento (teoria dos campos conceituais). Ressalta que é preciso chegar a mostrar que Matemática é um conhecimento útil e que deve trabalhar com problemas importantes do cotidiano para levar os alunos a se interessarem pela disciplina. Que é necessário propor problemas às crianças pelos quais elas sintam interesse, pois caso contrário não há razão para aprender Matemática. Dante (2010, p. 18) corrobora essas ideias quando afirma que:

Sendo a matemática uma área do conhecimento voltada para o raciocínio lógico e de direta relação com a vida cotidiana das pessoas (usamos matemática quando fazemos compras, quando administramos nossa renda familiar, quando atravessamos ruas e avenidas, quando localizamos um prédio etc.) sua metodologia de ensino deve valorizar os pensamentos e questionamentos dos alunos por meio da expressão de suas ideias.

Quanto à frequência, um professor respondeu que aborda problemas semanalmente; dois comentam que abordam sempre que é possível, já que nem todos os conteúdos contemplam o uso de problemas e procuram problematizar o conteúdo que está sendo trabalhado; um revela que aborda em todas as aulas e outro declara que usa sempre que introduz um assunto novo.

Por meio destes depoimentos é possível entender que a resolução de problemas matemáticos ainda está muito vinculada ao conteúdo que está sendo trabalhado em sala de aula, ou seja, quando é trabalhado, por exemplo, o Teorema de Pitágoras o professor aborda vários problemas que exploram somente o tema. Esse pode ser um dos motivos pelos quais os discentes apresentam dificuldades quando participam de avaliações, como por exemplo, o ENEM, a Prova Brasil, o SAEB, o PISA e as Olimpíadas Matemáticas, visto que não estão focadas em nenhum conteúdo específico, mas exigem do aluno a habilidade de resolver problemas.

5.2.2 Principais dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos

Os dezessete participantes desta pesquisa, ao serem questionados sobre as principais dificuldades dos seus alunos em relação à resolução de problemas, inferem que eles não têm paciência, não criam o passo a passo, têm dificuldades na interpretação e em assimilar as informações, demonstram dificuldades em organizar uma solução, não conseguem identificar a pergunta do problema e não compreendem o vocabulário. Estes apontamentos trazem uma gama de informações muito grande em relação aos fatores que, segundo os docentes, impedem que os alunos obtenham sucesso na resolução das situações propostas. A seguir, apresentam-se mais alguns apontamentos dos professores:

Não elaboram estratégias para tentar resolver; erram ao utilizar conceitos já estudados e que necessitam usar (Q4);

Os alunos não querem mais pensar, querem apenas atividades de siga o modelo. Além disso, têm muita dificuldade em interpretar problemas matemáticos (Q8).

De acordo com vários docentes, os maiores empecilhos estão relacionados à leitura e à interpretação, extrair os dados, aplicar os cálculos e fazer a verificação da resposta:

Muitas vezes a resolução de problemas é uma barreira enfrentada por muitos alunos, pela grande dificuldade apresentada no que se refere à leitura e à interpretação das situações-problema (R3);

[...] os alunos não conseguem responder o que é solicitado na questão (R13);

Acredito que a maior dificuldade é extrair os dados do problema e saber o que deve ser feito. Os alunos apresentam muita dificuldade para interpretar as situações-problema (Q14);

Tirar os dados, interpretar, transformar unidades e no final verificar se a resposta a que eles chegaram responde à pergunta. Também não conseguem fazer estimativas de possíveis resultados (Q12);

O maior desafio é a não compreensão do problema, o que fazer com os dados do problema. Acredito que nossas aulas devam ter este foco: a compreensão e interpretação (Q2).

Em função das dificuldades enfrentadas pelo aluno, o docente, muitas vezes, procura justificativas para explicá-las ao invés de tentar propor atividades para sanar as dúvidas dos alunos. A função do professor é tentar minimizar essas dificuldades e não desistir, como bem apontam os docentes:

Assim, nós educadores tentamos elencar motivos para isto, como a falta de leitura, a não compreensão dos termos matemáticos específicos usados no problema, entre outros. Nesse sentido, precisamos enfrentar esta situação e desenvolver um trabalho constante relacionado à prática da leitura, interpretação, compreensão e resolução de problemas, desde os anos iniciais do ensino fundamental, num trabalho conjunto, criando assim, oportunidades para os alunos desenvolverem as habilidades consideradas essenciais no ensino e aprendizagem matemática (R3);

Percebo uma grande dificuldade de muitos alunos na leitura e interpretação dos mesmos [...] mas não desisto e sempre estão presentes em minhas aulas (R8);

Estou desenvolvendo um projeto voltado à resolução de problemas, onde procuro abordar a questão da leitura e da escrita para auxiliar na resolução de problemas (R6).

Outro obstáculo, que às vezes impede que o aluno compreenda o problema e construa sua própria aprendizagem, está relacionado ao vocabulário empregado nos problemas. Conforme relato do professor T8 que trabalha o significado das palavras nos anos iniciais, isso não deveria ser um empecilho.

Sempre trabalhei com os anos iniciais a questão de histórias matemáticas, como a gente chama geralmente, sempre partindo do concreto. Eles precisam disso. Então quando eles veem assim: três palitinhos mais tantos palitinhos; eles vão contar e irão dar a resposta. Agora vamos registrar isso. Escrevem até o número por extenso. Vamos agora passar para a simbologia, linguagem Matemática: o que é o mais? Então tem toda essa caminhada com os pequenos, primeiro, segundo até o terceiro ano eles já têm uma compreensão desse vocabulário, de adicionar, subtrair. Daí entra a questão da multiplicação, divisão: que palavras que eu posso usar ao invés de divisão, repartir, enfim, essas operações. Mas eles precisam muito visualizar, manusear para depois ir para o abstrato.

Fazendo-se uma análise das respostas dos docentes é possível verificar que muitos são os fatores que dificultam que o aluno resolva os problemas propostos pelo professor, porém é possível dar conta desses empecilhos. Na verdade, o professor deve ter muita paciência e persistência ao mostrar para os alunos que resolver problemas é importante, é bom e que pode levar certo tempo até que consigam entender claramente os procedimentos, técnicas ou passos que podem

ser usados para resolver problemas. Dessa forma, estará dotando-os “[...] da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros [...]” (POZO, 1998, p. 9).

O docente R8 propôs uma avaliação de funções de 1º grau com seus alunos na qual várias questões envolviam a resolução de problemas. Relata que surgiram várias dúvidas durante a resolução, dentre as quais destaca que um estudante não conseguiu resolver uma questão, pois não sabia a sequência dos meses do ano.

Achei isso preocupante, pois são jovens, ingressando no mercado de trabalho, que não conseguem ler e interpretar questões do seu dia a dia (R8).

Constata-se, por meio dessa colocação, a preocupação do professor em relação ao futuro desse aluno como membro integrante do mercado de trabalho, mas ele não desiste e persiste, além de convocar mais pessoas para ajudar, quando profere:

Não posso desistir. Não podemos desistir. Temos que insistir. Acredito que temos que incentivar nossos alunos a pensar mais, sair de situações diferentes com criatividade (R8).

Ao incentivar o aluno a buscar e criar estratégias para a solução dos problemas, segundo Echeverría e Pozo (1998) já aludidos no capítulo dois, o professor estará preparando-o para dar resposta não somente aos problemas escolares, mas também às mais variadas situações do cotidiano.

[...] procuro demonstrar aos alunos o quanto é importante o desenvolvimento; as diferentes estratégias que cada um utiliza para chegar a tão procurada resposta (R3);

Acho que organizar também a resposta, se ela tem coerência com a pergunta (T17);

Se a resposta encontrada é coerente com a pergunta (T10).

Não há idade para iniciar a abordagem de resolução de problemas com as crianças e isso pode ser comprovado no relato de um participante da educação infantil que explorou problemas com crianças na faixa etária de cinco a seis anos. Este docente explica:

O problema que os alunos resolveram, envolvia perguntas que deveriam ser respondidas a partir da observação de desenhos [...]. Para a resolução do problema utilizaram como estratégia a contagem; colocavam o lápis sobre o desenho e contavam (R10).

Este professor comenta que as crianças demonstraram dificuldades para compreender as perguntas do problema, que foi representado por meio de um desenho. Percebe-se dessa forma que a interpretação é um obstáculo que o aluno já enfrenta desde pequeno e que, por isso, deve ser explorada a partir da educação infantil.

A Educação Matemática deve iniciar-se já na educação infantil e mais precisamente com a resolução de problemas. Na reportagem de Nunes (2011, p. 7), intitulada “A Matemática na pré-escola”, da revista Pátio, a autora destaca a importância de iniciar a criança a resolver problemas desde cedo: “devemos dar às crianças na pré-escola a chave que abre a porta da aprendizagem de matemática na escola, ajudando-as a compreender a natureza da representação numérica e o uso de números na resolução de problemas através de ações”.

Promover a leitura para criar o hábito de escrever e interpretar problemas também pode contribuir para que o aluno obtenha sucesso na resolução e na formulação de problemas. Desenvolver a habilidade de ler e escrever em Matemática nem sempre é fácil, mas os professores estão trabalhando para alcançar tal objetivo:

Outro aspecto que estou enfatizando em minhas aulas é tentar desenvolver no aluno a habilidade da leitura e da escrita matemática (R3);

[...] eles acham que a matemática não precisa escrever que é só número que vai ter que aparecer [...] (T11);

Penso que para que o aluno tenha uma boa interpretação, em qualquer área, a leitura é imprescindível [...]. Vejo que esse é o primeiro passo para poder criar uma boa estratégia de resolução ou poder defender uma ideia (R11).

Ao escrever sobre a dificuldade de ler e escrever em linguagem matemática, Carrasco (2006) explica que onde aparecem muitos símbolos, tal fato impede que muitos indivíduos consigam entender o conteúdo daquilo que está escrito, de relatarem o que sabem de matemática, ou fazerem matemática. A autora apresenta duas soluções: explicar e escrever em linguagem usual as soluções matemáticas; e

auxiliar as pessoas a dominarem as ferramentas de leitura, isto é, a entenderem o significado dos símbolos, sinais e notações. Acrescenta que a leitura não pode ser ato mecânico, de memorização, mas ler *“implica compreender o que está sendo expresso pela linguagem e, desta forma, entrar em comunicação com o autor”* (CARRASCO, 2006, p. 194, grifo nosso). A autora ainda infere que a leitura da palavra, do símbolo, ou ainda a leitura do mundo, dar-se-á completamente quando o significado das coisas que estão apresentadas surge pelo ato da interpretação.

Para Carrasco (2006, p. 203), por muitas vezes “[...] a linguagem matemática é imposta aos alunos, em todos os níveis de ensino, sem que estes possam criar suas hipóteses para representar as idéias e os conceitos matemáticos, bem como os procedimentos de cálculo”. Dessa forma, os alunos não têm a oportunidade de expressar suas hipóteses e suas ideias, dificultando cada vez mais a compreensão da Matemática.

O conhecimento, de acordo com Moran (2007, p. 43), não pode ser imposto ao aluno, mas sim construído por ele mesmo e os professores são os principais responsáveis para que essa construção ocorra de forma satisfatória:

O grande desafio da educação é ajudar a desenvolver durante anos, no aluno, a curiosidade, a motivação, o gosto de aprender. O gosto vem do desejo de conhecer e da facilidade em fazê-lo. A facilidade depende do domínio técnico da leitura, da escrita, da capacidade de análise, comparação, síntese, organização de ideias e sua aplicação. Não há gosto sem a facilidade que vem com a prática e o domínio. Não há motivação se esse gosto não foi desenvolvido constantemente, se não foi criado num clima de estímulo, de liberdade, de orientação positiva.

Em uma reportagem da revista Educação intitulada “Fobia de números”, Alvarez (2012) comenta que muitas crianças têm ansiedade matemática, têm medo da disciplina por vezes repassada pelos pais. Quando entrevistada por Alvarez (2012), a professora Márcia Regina de Brito Dias, integrante do grupo de estudos de Psicologia e Educação Matemática (Psiem) da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), ressalta que muitos alunos apresentam dificuldades em resolver os problemas porque não conseguem ler e compreender a história e assim não chegam à estrutura matemática do problema e acabam não percebendo quais estruturas matemáticas estão sendo exigidas. Para sanar a ansiedade do aluno, de acordo com a entrevistada, é preciso que primeiramente o professor perca seu próprio medo da disciplina e prepare-se bem para ensiná-la. É importante que o professor

reveja seus conhecimentos matemáticos e procure renová-los em relação às novas metodologias de ensino da disciplina. Ao perceber que o aluno está ansioso em relação à Matemática, deve tentar descobrir qual é a dificuldade conceitual dele.

5.2.3 A importância de formular problemas

Ao longo da formação continuada foram formulados vários problemas matemáticos com diferentes objetivos previstos. Esta subcategoria emergiu da considerável importância de os docentes e os discentes formularem problemas. Primeiramente apresentam-se as opiniões dos participantes em relação à relevância da elaboração de problemas pelo professor e logo após o que pensam sobre esta prática realizada pelos alunos.

Os docentes entendem que a formulação de problemas permite: que o professor tenha um novo olhar perante os problemas que habitualmente utiliza; que o professor exercite a escrita e a lógica, assim como aproxime a Matemática dos alunos e torne-os mais maduros em relação à aprendizagem dessa disciplina. Oportunizam o uso da realidade do aluno fazendo-os se envolverem mais, já que cada escola tem uma realidade diferente. Ainda de acordo com os docentes:

[...] é mais interessante tu criar um problema dentro do contexto do aluno para que se torne mais interessante para ele, porque assim ele vê sentido naquele problema (T14);

[...] é notável a importância da formulação e da resolução de problemas, visto que possibilitam adequar a matemática a situações mais contextualizadas, sendo ferramentas essenciais para que o aluno desenvolva seu raciocínio matemático (R3).

Nessa continuidade, um participante assevera que considera importante apesar de ser um exercício que exige habilidade. Acredita que, ao formular problemas para os alunos, o ensino se torna mais significativo, já que durante a formulação é necessário ter claro o objetivo.

Diante desses argumentos, entende-se os professores quando dizem que formular problemas requer tempo e que não é tão simples, já que muitos deles não têm o hábito de formular, mas sim de aplicar os convencionais, ou seja, do livro didático. Apoia-se os educadores quando revelam que através da formulação dos

problemas é possível que se aproxime a Matemática escolar do cotidiano do aluno, pois pode-se partir de situações práticas sempre tendo presente os objetivos que se quer alcançar.

Sendo assim, o problema formulado pode estar relacionado com o dia a dia do aluno. Ao formular, o professor estará favorecendo “[...] a compreensão da Matemática, por parte dos alunos [...]” (ONUCHIC, 1999, p. 208), já que para o aluno se torna mais simples de entender o problema, quando faz parte do seu contexto.

Ao questionar o profissional da Educação Matemática se considera importante o aluno formular problemas, as respostas apontam para uma mesma direção: sim, é importante. Nesse sentido, os docentes relatam que a formulação faz com que os alunos reflitam sobre sua aprendizagem. Além disso, trabalha a escrita, estimula a criatividade e desenvolve a interpretação e o raciocínio lógico. O problema deve ser compreensível de modo que outras pessoas possam resolvê-lo. Formular problemas é tão importante quanto resolvê-los, pois é preciso construir um enunciado com informações coerentes.

Vários são os fatores favoráveis que foram indicados pelos docentes quanto à formulação de problemas, pois dessa forma o aluno é capaz, além de melhorar a interpretação, fazer uma melhor assimilação entre aqueles que são propostos.

Eu considero muito importante podermos oportunizar aos alunos que criem problemas matemáticos e resolvam-nos [...] para que fiquem cada vez mais motivados, aprendam e entendam a importância de resolver os mais variados tipos de situações-problema (R5);

A proposta seguinte foi analisar os problemas criados, momento em que os alunos puderam colocar se haviam compreendido ou não o problema do colega [...]. Os alunos puderam ouvir opiniões dos próprios colegas quanto à formulação dos seus problemas e, ao mesmo tempo, tiravam dúvidas. Mesmo sem identificação, os alunos iam dizendo que haviam elaborado o problema [...]. Ainda não tinha parado para pensar no quanto é importante deixar que os alunos criem seus próprios problemas. Realmente, essa é uma atividade muito interessante, que aproxima o conteúdo estudado com a realidade do aluno, pois permite que ele utilize seus conhecimentos cotidianos para criar, formular e reformular seus problemas, expressando com suas palavras o que compreendeu ou não. Além disso, acredito que assim ele também consegue fazer uma interpretação melhor dos problemas que lhe são sugeridos, uma vez que, ao formular, ele teve que parar para organizar os dados e dar sentido ao texto (R11).

Essas perspectivas vêm ao encontro das ideias de Dante (2010), quando afirma que a formulação e a resolução de problemas fazem o aluno pensar produtivamente, desenvolvem o raciocínio lógico, ensinam a enfrentar situações novas, tornam as aulas mais interessantes e desafiadoras e, principalmente, liberam a criatividade do aluno.

Acredita-se que o docente, ao estimular o aluno a formular e a resolver problemas, estará ajudando “o aluno a compreender os conceitos, os processos” (ONUCHIC, 1999, p. 208) matemáticos. E essa compreensão aumenta, segundo Onuchic (1999, p. 208) quando:

[...] o aluno é capaz de relacionar uma determinada idéia matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos; o aluno consegue relacionar um dado problema a um grande número de idéias matemáticas implícitas nele; o aluno consegue construir relações entre as várias idéias matemáticas contidas num problema [...] compreender deve ser o principal objetivo do ensino, apoiados na crença de que o aprendizado de matemática, pelos alunos, é mais forte quando é autogerado do que quando lhes é imposto por um professor ou por um livro-texto.

Concorda-se com o relato de um professor quando diz que os alunos sentem-se motivados a resolver problemas quando eles próprios os formulam, pois podem compartilhar suas ideias e opiniões:

Todos estavam motivados para criar os problemas, tanto que percebi que eles se trocavam para que cada um lesse o seu e depois pediam se tinham entendido, pediam a resposta e viam se estava correta (R16).

Ao questionar-se os docentes se formulam problemas matemáticos para seus alunos resolverem e se estes, os alunos, também têm a oportunidade de elaborar as próprias questões, percebe-se que esta não é uma prática muito frequente entre os participantes da formação. Isto pode ser comprovado por meio dos relatos dos docentes quando dizem que elaboram para avaliações, adaptam aqueles que já estão prontos, baseiam-se em conteúdos.

A maioria dos professores respondeu que tanto eles quanto os seus alunos não têm esse hábito, já que elaboram poucas vezes, porém, desde que estão participando da formação, a formulação ganhou espaço no planejamento de suas aulas. Em relação aos objetivos que pretendem alcançar ao incluir a formulação de problemas nas aulas está:

Aprimorar a leitura, a escrita, a interpretação e a capacidade de resolução (Q14);

Estimular o raciocínio, relacionar a aula com a sua realidade (Q6);

Auxiliar na interpretação e compreensão (Q7);

Melhorar a escrita, interpretação, conhecimento e leitura (Q8).

Durante a formação continuada, os professores, em muitos momentos, tiveram a oportunidade de criar problemas, tanto individualmente quanto em pequenos grupos. Foi possível verificar que os docentes sentiram dificuldades nesta atividade por meio dos relatos de alguns professores:

Tive muita dificuldade na atividade de elaborar um problema a partir de um resultado, esta me fez repensar muito minha prática (R7);

Eu formular é muito difícil (T13);

Que eu formulo é difícil (T11);

[...] naquela tarefa que a professora deu para a gente formular um problema... não foi tão fácil (T13);

[...] na hora que a gente tinha que elaborar esses problemas [...] isso é muito difícil [...] (T8).

Formular problemas não é tarefa fácil e requer tempo e muita dedicação para preparar as atividades, sendo que muitos docentes não dispõem desse espaço para planejar. Mas esse fato também não poderá tornar-se o maior empecilho perante a proposta, pois iniciar e criar o hábito de elaborar problemas fará com que essa tarefa se torne cada vez mais acessível e prazerosa. Por meio das explicações, percebeu-se o interesse dos docentes em agregar a atividade às suas aulas:

[...] a turma foi estimulada a partir de um problema dado, criar um parecido, buscando analisar se os alunos apropriam-se da estrutura de um problema e se percebem o que é essencial em sua formulação (R3);

[...] criaram uma história, me entregaram e eu corriji, aí eu percebi que muitos não fazem pergunta [...] (T12).

A formulação de problemas é prevista como um dos objetivos gerais do ensino fundamental dos PCNs de Matemática e reforçam os argumentos dos professores quando afirmam que esperam que os alunos sejam capazes de “questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los,

utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (BRASIL, 1997b, p. 8).

Na concepção de alguns docentes, formular problemas é uma atividade complexa; portanto, reformulam os já existentes, o que pode ser menos trabalhoso, contudo, talvez não alcancem os mesmos objetivos da formulação na íntegra:

A gente pega o problema e reformula (T15);

Eu reformulo (T2).

Branca (1997), conforme citação no capítulo dois criou três interpretações mais gerais para resolver problemas: como uma meta, como um processo e como uma habilidade básica. Nesta perspectiva, Dante (2010) acrescentou a palavra “formulação” na terceira interpretação, ou seja, “Formulação e resolução de problemas como habilidade básica”. O autor declara que esta é uma competência mínima, básica, que todos os discentes devem ter a fim de construir sua cidadania e usufruir plenamente dela. Ressalta que, nessa interpretação, é imprescindível que se leve em conta o conteúdo implicado nos problemas e os métodos de solução, pois trata-se de algo fundamental que todos os indivíduos devem dominar a fim de que se insiram no mundo do conhecimento e do trabalho.

O professor R11 fez um relato de uma atividade que realizou com seus alunos do 3º ano do ensino médio, turma na qual estava concluindo o ensino de geometria plana. Ele propôs que formassem e resolvessem em duplas um problema a partir da pergunta: “Quanto Marcos gastou?”. Segundo o professor, a escolha por essa questão se deve ao fato das inúmeras possibilidades de surgirem questões relacionadas com o cotidiano dos alunos. De acordo com o docente, isso pode ser confirmado através dos problemas que foram formulados pelos alunos, já que estavam vinculados com a compra de terrenos, a construção de casas, jardins, entre outros. Além disso, outro fator que chamou a atenção do docente foi o fato de que todos criaram situações utilizando a forma geométrica retangular. A próxima atividade, segundo ele, foi fazer uma troca dos problemas entre os alunos:

Vejo isso como mais uma vantagem de permitir aos alunos que criem problemas, pois é gratificante ver nosso trabalho sendo exposto aos demais colegas (R11).

No Anexo 1 é possível verificar alguns dos problemas formulados e também resolvidos pelos alunos dos professores da formação continuada. Na sequência apontam-se os principais aspectos da terceira categoria de análise que surgiu nesta pesquisa e suas três subcategorias.

5.3 Categoria 3 – Verificação de indícios de que a formação continuada auxilia na prática docente

Esta categoria originou-se de dois objetivos específicos: auxiliar os docentes no desenvolvimento de aulas de Matemática mais próximas da realidade dos discentes, por meio da resolução de problemas matemáticos; avaliar as contribuições da formação continuada na intervenção pedagógica dos docentes.

Partindo das justificativas dadas pelos docentes, surgiram três subcategorias: melhorias ocorridas em relação à abordagem de problemas matemáticos no planejamento das aulas; fatores importantes observados pelos docentes ao selecionar os problemas abordados com os discentes; dificuldades que persistem ao abordar a resolução de problemas matemáticos. Apresentam-se a seguir as subcategorias com os principais apontamentos.

5.3.1 Melhorias ocorridas em relação à abordagem de problemas matemáticos no planejamento das aulas

Nesta subcategoria, classificam-se as colocações dos docentes sobre as mudanças ocorridas no planejamento das aulas no transcorrer da formação continuada. Dentre as melhorias, os docentes esclarecem que já abordavam problemas nas aulas, mas com pouca frequência e que, no decorrer dos encontros, passaram a explorar mais este tipo de atividade e a analisar mais cada problema proposto. Passaram a trabalhar as várias possibilidades de solução e acabaram desenvolvendo no aluno o senso crítico, a participação e a autoconfiança, já que

analisavam juntamente com o grupo de alunos as diferentes estratégias utilizadas por eles.

Além disso, começaram a dar mais ênfase para o desenvolvimento de uma resolução, utilizaram os erros para auxiliar os alunos e passaram a abordar outros tipos que antes não exploravam (sem resposta, com mais de uma solução, entre outros). Começaram a usar com mais frequência a formulação de problemas nas suas aulas, pois verificaram que por meio da formulação, ocorreram melhorias na interpretação. Incentivaram mais a leitura, a escrita e o trabalho em grupo instigando a busca de uma solução conjunta. Estabeleceram mais vínculos com os colegas de trabalho socializando as atividades desenvolvidas com seus grupos de alunos. Aplicaram com os alunos as dinâmicas exploradas no início de cada encontro.

O docente Q15 relatou que a formação continuada o encorajou a ousar mais, a realizar atividades diferenciadas e a enfatizar a resolução de problemas, sendo que esta se tornou uma prática constante e importante nas suas aulas. Para o professor Q3, a formação esclareceu várias dúvidas que tinha sobre o tema. A seguir verificam-se alguns relatos:

A partir da clareza sobre a importância da resolução de problemas passei a abordar com mais frequência e com uma metodologia muito mais objetiva (T2);

Pretendo utilizar algumas atividades da Problemoteca, e estou bem confiante quanto a essa atividade, pois acredito que fazendo o aluno escrever sobre como pensou, fará com que ele entenda melhor a matemática, consiga interpretar melhor os problemas e consequentemente se interessar mais pela disciplina (R11);

É possível verificar que 50% dos alunos utilizou o desenho como estratégia para resolução do problema [...]. Tentando agrupar as respostas dos alunos, me organizei da seguinte forma [...] (R13);

O erro é visto como uma potencialidade também para saber onde precisamos dar mais atenção para o aluno atingir os objetivos (T16);

Após a conclusão da atividade, todos os problemas foram corrigidos e os alunos puderam expor as suas estratégias (R11).

Em relação à abordagem de diferentes tipos de problemas na sala de aula, o professor R3 afirma que passou a abordar mais tipos com seus alunos e o

participante R6 ressalta que os alunos, ao formularem problemas, relacionam-nos com a sua realidade:

É o que tenho experimentado em minhas aulas, buscando sempre que possível, envolver a turma com uma situação-problema desafiadora, significativa ou mais relacionada ao seu cotidiano, podendo perceber o interesse, a curiosidade e possibilitando, assim, valiosas oportunidades de aprendizagem (R3);

Podemos perceber perfeitamente a situação de vida de cada um dos alunos, por exemplo, no caso do menino que criou o problema de câncer, é um aluno que presencia um caso na família, ou seja, o aluno traz para dentro da sala de aula, nas mais improváveis situações, a sua realidade de vida (R6).

Os docentes passaram a dar muito mais atenção aos erros cometidos pelos alunos, a diagnosticá-los juntamente com eles e auxiliá-los na busca de uma nova solução. Também constataram que o erro pode ocorrer devido a dificuldades na interpretação e na compreensão do aluno, de acordo com os depoimentos a seguir:

E eles acham que matemática é só continha, só cálculo, então não precisa ler, como na ciência, geografia. A dificuldade de interpretação é geral. Então essa questão de leitura é muito importante [...] e mostrar que essa leitura faz parte da matemática, também (T8);

Eu acho que o nosso problema de interpretação será eterno, porque os nossos alunos leem pouco e pelo que a gente vê a probabilidade é que eles irão ler cada vez menos (T11);

No momento em que o aluno errou, tu podes naquele momento, levá-lo para o quadro e trabalhar o erro [...] não vejo o erro como uma forma de aprovação e reprovação (T5);

O erro é importante para o aluno diagnosticar onde é que está o problema dele (T5);

O erro não significa que o aluno não sabe, porque o erro pode acontecer de um descuido, de uma falta de atenção, uma operação invertida [...] (T10).

Dentre as várias causas que levam os alunos ao erro, duas merecem atenção especial, visto que foram citadas várias vezes durante a formação continuada: a compreensão e a interpretação. De acordo com um estudo realizado por Dullius, Quartieri e Furlanetto (2012, p. 82), grande incidência de erros das 311 provas dos alunos do ensino médio que participaram das provas da 11ª Olimpíada Matemática da UNIVATES são:

[...] devidos à compreensão do enunciado e por dificuldades com o conteúdo (erros construtivos) que aparecem na maioria das questões. Quanto às dificuldades de interpretação, podemos pensar que sejam fruto de metodologias que priorizam a mera resolução de cálculos, sem dar significado matemático para os mesmos.

É imprescindível que o professor, segundo as autoras, consiga detectar as limitações de cada aluno a fim de ajudá-lo, visto que nem sempre conseguem chegar a esta percepção sozinhos. Ressaltam ainda que constatar o erro é fundamental para planejar ações que tenham como objetivo sanar essas limitações, de maneira a fomentar a construção do conhecimento.

Quanto às mudanças no fazer pedagógico, alguns docentes relatam que, como não atuam diretamente na disciplina da Matemática, ainda não podem dizer que mudaram, mas desenvolveram muitas atividades para outras áreas das exatas. O professor Q11 assevera que dificilmente abordava problemas matemáticos que não estavam relacionados aos conteúdos que estava trabalhando, mas que já propõe problemas dos mais diversos tipos. O participante R16 relata que os alunos:

Dedicam-se muito mais do que quando realizamos problemas matemáticos envolvendo o conteúdo que está sendo trabalhado.

Ao trabalhar com a educação infantil, um docente explica que tinha receio em propor problemas matemáticos nessa faixa etária, mas que consegue perceber a importância de explorar com os pequenos. O professor de Química relata que nunca abordava problemas, mas que passou a aplicar na sua disciplina.

Apliquei o problema sugerido no curso com a turma do 3º ano da EJA. Ditei o problema e eles copiaram em uma folha de caderno [...]. Fotografei os cadernos dos alunos após terem desenvolvido a questão (R13).

O docente T13 explica que mudou sua forma de explorar os problemas com os alunos e que passou a praticar as quatro fases de Polya (2006) já citadas no capítulo dois. O educador T13, orienta os seus discentes a:

Primeiro ler com calma todo o problema, tirar os dados, organizar em tabelas, ou pensar o que tem que fazer, e no final as operações. É preciso verificar se aquele resultado é compatível com a pergunta, se não é um número muito grande, ou muito pequeno, se faz algum sentido. Porque eles não têm o costume de analisar. Se for um problema que envolve geometria, pode dar um número negativo? Se ele dá negativo, ou o sinal está errado ou toda operação está errada. No final é preciso voltar e fazer a resposta completa. Eu exijo resposta completa porque caso contrário eles não verificam se responderam certo ou se terminaram de responder.

Dar o tempo necessário para que o aluno resolva o problema matemático também é muito importante, já que alguns discentes requerem mais tempo do que outros. Dessa forma, é imprescindível que o ritmo de cada um seja respeitado. Além disso, problemas bem planejados, criativos e desafiadores aguçam a curiosidade do aluno e o estimulam a chegar à solução.

O autor Polya (2006) defende a ideia de que é importante auxiliar o aluno durante a resolução, e uma das maneiras de fazer isso é indagando o aluno, pois dessa forma prende-se a atenção do estudante à incógnita. O professor pode ter dois objetivos ao usar as perguntas da lista do autor: ajudar o aluno a solucionar o problema e desenvolver no discente algumas habilidades para resolver os próximos por si só. O professor R11 relata que faz as correções de todas as atividades no quadro por meio de questionamentos:

O que o problema nos fornece? O que fazemos com isso? Isso realmente tem sentido?

A partir dessas perguntas as frases dos alunos mudam, “assim parece tão fácil”. Isso aponta que, segundo DeGuime (1997), o professor está seguindo os ensinamentos de Polya, visto que ensina através do exemplo e é um companheiro ao ensinar a resolver problemas, pois através de questionamentos ele leva os alunos à solução. Esclarece a diferença entre simplesmente resolver problemas com os alunos e ensinar a resolvê-los. O professor T2 segue esses ensinamentos:

Eu sempre chamo alguém para ler e então vou questionando “tá e agora o que podemos fazer?” Assim, vamos tirando os dados, montando a estratégia, sempre com a participação deles.

O educador Q11, ao escrever que passou a utilizar diferentes tipos de problemas e diferentes estratégias de solução, confirma o que dizem os autores Dante (2010) e Stancanelli (2001) quando fazem referência, no capítulo dois, sobre os diversos tipos. E em relação aos problemas que envolvem diferentes estratégias, Dante (2010) também cita nos seus objetivos que é necessário equipar o aluno com estratégias para resolver problemas e que esse mecanismo ajuda a analisar e procurar soluções de situações nas quais os elementos desconhecidos são procurados. Além de Dante, vários outros autores fazem referência quanto ao uso de

diferentes estratégias de solução, citados no capítulo dois, como: Musser e Shaughnessy (1997), Cavalcanti (2001), Stancanelli (2001) e Dullius et al (2011).

As atividades abordadas na formação continuada auxiliaram os docentes na preparação de aulas de Matemática mais motivadoras, com mais ênfase no aprendizado, na compreensão do aluno e explorando mais o potencial de cada discente. Relatam que surpreenderam-se ao explorar os problemas do acervo da problemoteca. Além disso, a formação também acabou promovendo nos docentes um confronto interno sobre a prática e o discurso.

Verifiquei que minha aula se tornou mais produtiva (R17);

Ensinar e aprender matemática são um desafio constante para alunos e professores. Penso então, que temos em nossas mãos a grande responsabilidade de discutir o ensino da matemática, repensá-lo e torná-lo mais significativo, para que alcance seus objetivos. Não somente porque é essencial na escola, em provas, exames ou concursos, mas principalmente na vida cotidiana e no pleno exercício da cidadania (R3);

Precisamos nos manter motivados e atualizados (R8);

Antes do curso, os problemas aplicados eram somente envolvendo Pitágoras [...]. Depois trabalhei os problemas da problemoteca, eles conseguiram resolver, e posso garantir que foi mais prazeroso, pois tinham desafios diferentes pela frente [...] (R7);

Com este curso, comecei a aplicar mais problemas e incentivá-los mais. Está sendo difícil, é um processo lento, alguns já entenderam que não existe um único caminho para chegar a uma solução, outros ainda querem saber qual é o “jeito certo de fazer” e esperam pelos colegas (R8);

Destaco que a realização deste trabalho ao grupo de alunos e professores proporcionou novas aprendizagens, bem como um olhar diferenciado para a resolução e formulação de problemas (R15);

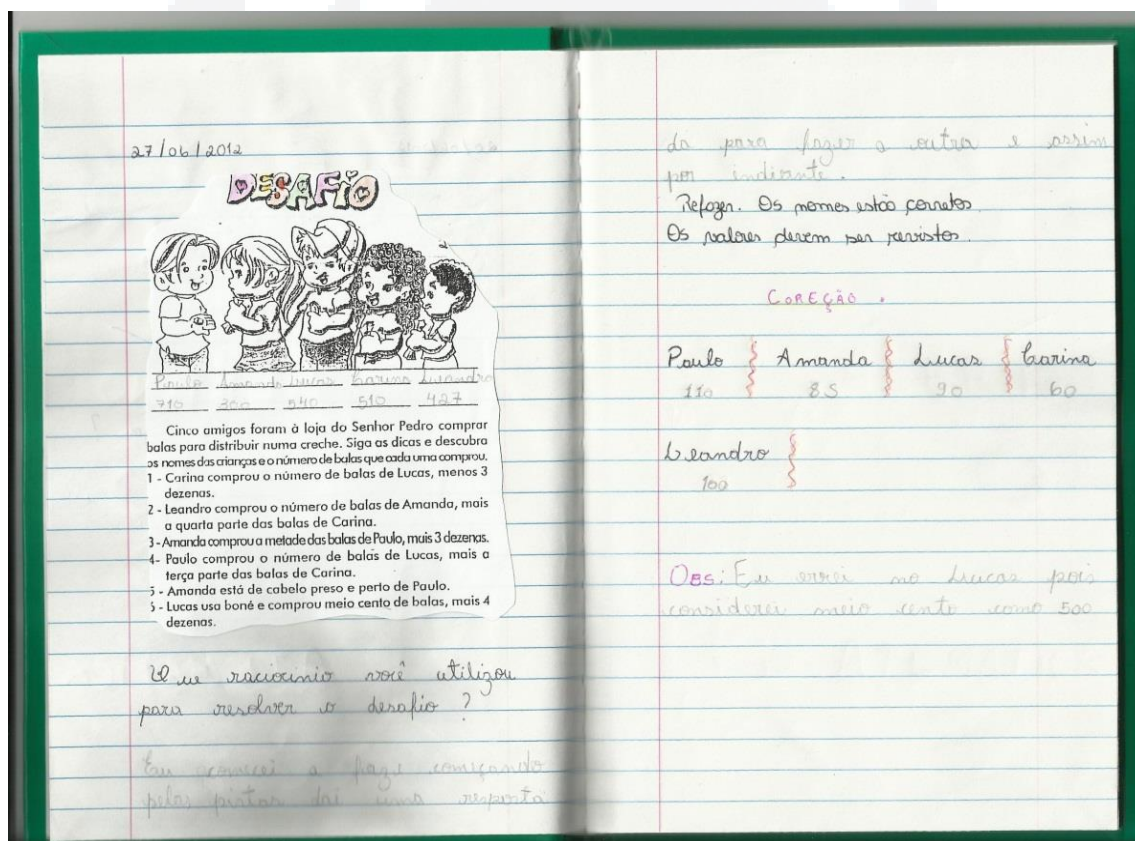
Eles adoraram e debateram os problemas da problemoteca. Quando alguns obtinham respostas diferentes para o mesmo problema, não tinham vergonha de expor seu pensamento até convencer o colega de que a sua resposta é que estava certa (R7);

Como não era acostumada a trabalhar probleminhas com eles, foi a primeira vez que eu trouxe [problemoteca]. Todo mundo ficou interessado, eles espalharam os problemas pela sala e estavam tentando resolver [...]. Quando dava um tempinho na aula, eles sempre pegavam os probleminhas, eu sempre levava junto (T14).

Os problemas que fazem parte do acervo da problemoteca devem ser, de acordo com Stancanelli (2001), variados e desafiadores para o aluno. Assim, periodicamente ela deve ser reavaliada para excluir os muito fáceis ou muito difíceis. É muito interessante que se acrescentem problemas que foram coletados ou formulados pelos próprios alunos.

O docente Q1 explicou no seu questionário que adotou com os alunos do 6º ano um caderno extra chamado de “caderno de desafios” (FIGURA 38), no qual os problemas abordados não estão necessariamente relacionados com o conteúdo que está sendo estudado (ANEXO 2).

Figura 38 – Caderno de desafios



Fonte: Material do Professor Q1 (2012).

Comenta que nesse caderno os alunos devem apresentar o desenvolvimento dos problemas e que as questões sempre devem ser lidas e corrigidas usando as estratégias abordadas na formação, às vezes pelo professor e outras vezes pelos próprios alunos.

Aplicar os mesmos problemas matemáticos em dois níveis de ensino diferentes (6º ano e 1º ano do ensino médio) foi uma das atividades aplicadas pelo professor R11. Relata que sempre solicita aos discentes que descrevam o processo que utilizaram para chegar à resposta, ou seja, as estratégias utilizadas, e neste trabalho não foi diferente. Acrescenta que os alunos do ensino médio foram mais resistentes do que os alunos do 6º ano em se tratando de usar estratégias para resolvê-los, pois não sabiam como explicar e desenvolviam o cálculo na calculadora. Todos os alunos copiavam as questões do quadro, pois segundo o docente:

Acredito que a escrita e a leitura são imprescindíveis para uma boa interpretação de qualquer texto, incluindo os problemas matemáticos (R11).

Realizada a atividade com os alunos, o mesmo professor analisou as estratégias que cada discente utilizou, dentre as quais se destacaram a tentativa e o erro, o desenho e o cálculo formal. Também vale a pena ressaltar que o docente explorou o problema mudando as condicionantes. Nesse sentido, DeGuime (1997) assevera que Polya, ao abordá-los, vai mudando as condicionantes e estimula os alunos a usarem o raciocínio. Polya “[...] continuaria a explorá-lo para discutir as estratégias e os métodos usados e para criar problemas relacionados, modificando, porém, as condicionantes” (DEGUIME, 1997, p. 105). Depois de realizar a análise dos problemas em forma de conversa com os alunos, o professor R11 comentou que:

Usar os mesmos problemas para turmas diferentes foi muito interessante.

O professor T13 criou um livro com seus alunos do 9º ano com histórias lógicas, sendo que cada discente usou da criatividade para construção de seu livro. O docente T8 criou fichas com os alunos com histórias matemáticas criadas por eles. Nos relatos, é possível perceber as aplicações das atividades pelos professores:

Eu também apliquei os problemas com os meus alunos (T17);

Eu fiz com os meus, com quatro turmas de 8ª série, o problema dos sanduíches e dos chapéus. Aí eles fizeram em duplas, mas cada um tinha que escrever como resolveu (T4);

Eu fiz em duplas com meus alunos. E eu achei interessante porque eles discutiram bastante, aquele das cadeiras, eles encostavam, desenhavam e o

outro dizia “não pode ser tão fácil” [...]. Daí eles discutiram bastante, isso eu achei interessante. E dali a pouco tinha uma discussão em duplas e eu até permiti porque eram discussões produtivas (T11);

[...] foi uma situação que eu usei para introduzir o conteúdo de álgebra quando comecei, parecido também [...] (T12);

[...] nós e a colega elaboramos aqui. [...] Esses eu apliquei [...] numa turma de quinto ano (T9);

E tem uns outros que eu fiz, esses eu elaborei [...] (T9).

Dentre as atividades abordadas durante a formação continuada, a realização das dinâmicas no início dos encontros estimulavam os docentes para a tarde do encontro. Pelos relatos constatou-se que aplicavam as dinâmicas com seus alunos:

As dinâmicas se sobressaíram, já que mobilizaram todos os participantes da sala (R16);

Apliquei as brincadeiras educativas com meus alunos (diversas áreas), eles participaram com muito entusiasmo e perceberam a matemática envolvida, fazendo associações com conteúdos que já tinham visto (R7);

Alguns momentos são realmente emocionantes como, por exemplo, quando conseguimos que uma turma de 34 alunos do 1º ano do ensino médio se aquiete e preste atenção em uma disputa de jogo da velha! Foi realmente emocionante e único (R8);

Ao longo do tempo, no desenvolver da atividade, muitos alunos vão desenvolvendo diferentes estratégias para eliminar os colegas [...] (R13);

Estou sempre buscando atividades, jogos, dinâmicas e desafios para trabalhar com os alunos (R16);

Foi bem interessante, pois como eu era professora iniciante naquela turma, serviu para que eu me “enturmasse” com os alunos, trazendo algo novo e ao mesmo tempo desafiador, pois tiveram um grande desafio (R14);

[...] apliquei as dinâmicas com a turma do EJA [Educação de Jovens e Adultos] (T13);

Apliquei com os meus alunos do 8º ano o jogo da velha humano, com o objetivo de estimular o uso de estratégias com os alunos. Também consegui trabalhar a questão da concentração, a qual acredito que seja um problema enfrentado pelos alunos de hoje. Foi muito produtiva a realização do jogo nas duas turmas que tenho, pois conversavam entre eles para elaborar estratégias e percebi que alguns conseguiam jogar muito bem, organizando sua jogada e pensando nos próximos jogadores. O jogo passou a ser jogado no horário do recreio (R6).

Alguns professores procuravam organizar suas aulas de forma a aproximar, juntamente com os alunos, as dinâmicas com certas atividades da sala de aula, como bem esclarecem:

Precisamos adotar estratégias parecidas com as que usamos no jogo quando estamos tentando resolver um problema. Tanto no jogo, quanto nos problemas, os alunos percebem que precisam organizar seus dados e visualizar a possível resposta (R13);

Concluíram que neste jogo, assim como na matemática, e principalmente na resolução de problemas, é necessária extrema concentração para poder compreender o que é solicitado (R6).

Através destes relatos, percebe-se que a formação continuada impactou na prática pedagógica, visto que ocorreram melhorias no planejamento das aulas dos participantes. Garcia (2010, p. 29) afirma que “as mudanças exigem do professor esforços, ao mesmo tempo, intelectuais e emocionais. É preciso de tempo para o desenvolvimento de novos conhecimentos e competências, sobretudo para a alteração das concepções dos docentes”.

As atividades propostas na formação continuada e desenvolvidas pelos professores com os seus alunos, podem ter contribuído na construção da aprendizagem e no desenvolvimento da autonomia intelectual de cada discente. Moran (2007, p. 64), destaca que “o foco para a mudança é desenvolver alunos criativos, inovadores, corajosos. Alunos e professores que busquem soluções novas, diferentes, que arrisquem mais, que relacionem mais, que saiam do previsível, do padrão”, sendo que isto é possível por meio da formação continuada. O professor T11 explicou que houve mudanças principalmente:

Pelo ótimo estudo do aprofundamento teórico que teve durante o curso (T11).

Através dos relatos dos professores, percebeu-se que consideraram muito importante a abordagem e o aprofundamento teórico realizado durante a formação continuada, pois aproximou-se a prática com o teórico:

A parte mais importante foi entender os tipos de problemas e as estratégias diferenciadas e associá-las aos autores para nosso planejamento ficar mais consolidado (R7);

A apresentação de autores [...] o que eles dizem (Q1);

O referencial teórico foi de extrema importância (Q3);

Conhecer o que os autores dizem sobre o tema, também foi muito interessante (Q1);

A abordagem teórica durante a formação aprofundou conhecimentos (Q4).

Basicamente todas as atividades que foram abordadas na formação tiveram uma fundamentação teórica, visto que se trabalhou com muitos teóricos que escrevem sobre a resolução de problemas, como também especialistas da Educação Matemática (Dante; Onuchic; Polya; Stancanelli; Musser e Shaughnessy; Cavalcanti; entre outros).

O autor Nóvoa (1998, p. 30) explica que “a inovação só tem sentido se passar por dentro de cada um, se for objeto de um processo de reflexão e de apropriação pessoal”.

Para Martins (2010, p. 132), a formação continuada é um percurso “que poderá levar os professores a reafirmarem suas identidades profissionais, entendendo o contexto no qual estão inseridos e, a partir daí, voltarem a acreditar na educação como processo possível e pelo qual também são responsáveis”. Corroborando essas ideias, Moran (2007, p. 65) explica que:

Precisamos trabalhar os professores, os gestores, os alunos; focar a pesquisa, o novo, encontrar ângulos, exemplos, relações, adaptações diferentes; superar a aprendizagem meramente intelectual e vivenciar mais os projetos, as experiências e a resolução de problemas [...]. É preciso sensibilizar e capacitar os professores para ações inovadoras, para tomar mais a iniciativa, para explorar novas possibilidades nas suas atividades didáticas, na sua carreira, na sua vida.

Pode-se afirmar que a reflexão sobre a própria prática esteve muito presente em todos os encontros, pois a todo momento os professores manifestavam-se afirmando que trabalhavam de um jeito, mas que poderiam trabalhar de uma maneira mais fácil, buscando assim uma melhor compreensão dos alunos. Estavam constantemente pensando sobre como os alunos aprendem, o que fazer para melhorar os processos de ensino e de aprendizagem Matemática através da resolução de problemas e, conseqüentemente, melhorar sua prática docente. Na sequência, são trazidos vários aspectos que enaltecem a participação dos professores na formação continuada.

No decorrer dos encontros, por muitas vezes, os docentes realizaram reflexões sobre a própria prática pedagógica, foram desafiados muitas vezes, lembraram-se de experiências já vivenciadas, resolveram muitos problemas, mostraram dificuldades em formular problemas, compartilharam ideias, relataram atividades que exploraram com os alunos, socializaram essas atividades com os colegas, preocuparam-se em melhorar a vida dos alunos, procuraram atividades em outras fontes, entre outras.

Eu também me sinto desafiada [...] (T9);

A gente diz que os alunos têm dificuldades de resolver problemas, mas na hora de a gente resolver problemas também rebolamos (T14);

Eu interajo com o professor, com as minhas colegas lá no colégio onde eu trabalho, a gente acaba interagindo também (T8);

Foi um desafio criar problemas [...] (T5);

Eu acho que a troca de ideias é fundamental (T10);

[...] oportunidade de vivenciar novas experiências (T8);

Vou ter que pensar alguma situação que melhore a vida deles lá fora (T1);

Essa atividade eu também tirei de uma das revistas “Cálculo” (T14);

É uma sementinha que a gente vai plantando. Porque conversando com as minhas colegas da área na escola, desse trabalho, elas queriam saber. Daí eu questioneei se elas formulavam problemas e nenhuma formulava (T8).

Nesse processo de constante reflexão no decorrer da formação continuada de professores, Alarcão (2008, p. 41), ao referir-se ao profissional reflexivo, esclarece que:

Baseia-se na consciência da capacidade de pensamento e reflexão que caracteriza o ser humano como criativo e não como mero reproduzidor de ideias e práticas que lhe são exteriores. É central, nesta conceptualização, a noção do profissional como uma pessoa que, nas situações profissionais, tantas vezes incertas e imprevisas, actua de forma inteligente e flexível, situada e reactiva.

A autora continua afirmando que a reflexão, para ser eficiente, necessita ser sistemática nas suas perguntas e estruturante dos saberes dela resultantes. Assim, a metodologia da pesquisa-ação se apresenta com potenciais para servir a este

objetivo. “A pesquisa-ação possui três características importantes muito presentes na formação continuada de professores: a) a contribuição para a mudança; b) o caráter participativo, motivador e apoiante do grupo; c) o impulso democrático” (ALARCÃO, 2008, p. 46).

Por meio dos depoimentos, constata-se que muitas dúvidas em relação à resolução de problemas foram esclarecidas e que, dessa forma, ocorreram mudanças tanto na postura dos professores quanto dos alunos. Guérios (2005, p. 146) complementa as ideias apresentadas pelos professores quando declara que fica claro que a perspectiva inovadora da prática pedagógica não se constitui na utilização pura e simples de um novo método de ensino, “[...] mas sim na postura diferenciada que o professor e os alunos apresentam em relação ao conhecimento. Uma postura interrogativa, questionadora, investigativa, exploratória e de produção e negociação de sentidos perante o saber”.

5.3.2 Fatores importantes observados pelos docentes ao selecionar os problemas abordados com os discentes

Esta subcategoria relaciona as justificativas dos docentes no que se refere aos aspectos que são observados quando selecionam os problemas. Os participantes explicam que escolhem questões que instiguem e desafiem os alunos, que não sejam nem muito fáceis e nem muito difíceis, situações com informações relevantes e condizentes com o contexto e com o cotidiano dos estudantes. Exploram problemas que façam o aluno refletir e que sejam acessíveis ao nível de conhecimento do estudante e, principalmente, utilizam questões que façam o aluno usar diferentes estratégias de solução.

Ao analisar as respostas dos docentes, verifica-se que se preocupam quando selecionam os problemas que aplicam com seus alunos, devendo estes necessariamente auxiliar o estudante na construção do seu próprio conhecimento:

[...] uso para resolver os problemas do dia a dia dele [...] (T1);

Que não pode ser impossível do aluno resolver, ele tem que ter algum sentido para o aluno (T14);

[...] quando a gente consegue contextualizar uma situação mais desafiadora [...] (T11);

Sempre com o cuidado de não utilizar problemas que têm dados muito antigos, mesmo sendo reais, muito antigo não é legal porque eles vão saber que aquilo não é mais assim (T13).

Dante (2010, p. 21), ao se referir ao problema matemático, diz que “um bom problema suscita a curiosidade e desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa diminuindo sua passividade e seu conformismo”.

Nesse sentido, os aspectos mencionados pelos docentes vêm ao encontro das ideias de Dante (2010) no que diz respeito às características de um bom problema:

- ser desafiador para o aluno, pois isto motiva os discentes, aumenta a curiosidade e incentiva a resolvê-lo;
- ser real para o aluno, quer nas informações contidas nele, quer nos valores numéricos apresentados;
- ter um nível adequado de dificuldade, porque o problema deve ser desafiador, mas passível de ser resolvido pelo aluno de determinada faixa etária, já que, se o nível de dificuldade for muito grande, o aluno ficará frustrado e desanimado, traumatizando-o em relação à resolução de problemas e em relação à Matemática;
- ser do interesse do aluno, pois quando os dados e as perguntas do problema fizerem parte do seu cotidiano, ele se sentirá motivado a resolvê-lo.

5.3.3 Dificuldades que persistem ao abordar a resolução de problemas matemáticos

Nesta subcategoria apresentam-se alguns aspectos que não foram contemplados durante a formação continuada. Os docentes relatam situações nas quais é possível verificar que nem todos os obstáculos foram superados:

Ainda é a leitura pouco fluente da maioria dos alunos e a falta de registro das ideias de como chegou a um resultado, pois os alunos resolvem os problemas usando o raciocínio lógico e não escrevem o processo (Q8);

Conseguir auxiliar os alunos na interpretação dos problemas (Q7);

A falta de tempo para selecioná-los e abordá-los da forma correta, conseguindo contemplar os erros e as estratégias que cada um usou (Q14);

Construir a próprio “punho” um problema matemático sem apoio bibliográfico (Q2);

A falta de interesse de muitos alunos, turmas grandes, onde as discussões nem sempre são fáceis e muitas situações e comentários extras deixam de ser aprofundados (Q16);

Falta tempo para formular ou selecionar problemas [...] (R4).

Por meio desses apontamentos, é possível verificar que, em relação às respostas do primeiro questionário, muitas perspectivas foram contempladas durante a formação continuada e outras ainda persistem. Um fato interessante que pode ser observado é de que no primeiro questionário nenhum professor escreveu sobre as dificuldades em relação à formulação de problemas, porém, no último, percebe-se a preocupação do docente em formular problemas, visto que esta não era uma prática frequente dos docentes antes da formação.

Frente às colocações expostas, pode-se concluir que falta tempo no contexto escolar para que o professor possa ler, estudar, pesquisar, produzir, e, principalmente, planejar atividades que estimulem a curiosidade, o interesse, o senso crítico e, conseqüentemente, que promovam aprendizagens que sejam significativas para o docente e para o aluno. Ao selecionar ou formular problemas matemáticos que condizem com a realidade do estudante, é necessário tempo para organizar a atividade. É justamente pela falta de espaço na escola, que o professor faz uso, na maioria dos casos, das atividades propostas nos livros didáticos. Não que o livro não seja uma boa fonte de pesquisa para o planejamento das aulas, mas o professor poderia, ao dispor de mais tempo na escola, adaptar as atividades que são propostas à realidade de sua clientela, o que poderia tornar as aulas mais desafiadoras e interessantes para o seu aluno.

Ao dispor desse espaço, o professor também poderia interagir com outros colegas a fim de trocar ideias de ações metodológicas e práticas pedagógicas que

proporcionariam a aprendizagem dos alunos. Interagindo com diferentes pessoas, o professor também tem a oportunidade de socializar certezas e incertezas relacionadas à sala de aula.

As conversas e trocas de ideias ocorridas no curso vêm mostrando que as angústias e incertezas são as mesmas (R11).

A socialização de ideias entre os professores, prática frequente na formação, pode estimular um trabalho interdisciplinar podendo superar dificuldades apresentadas pelos discentes. Por exemplo, ao aproximar o professor da disciplina de matemática com o de português, num planejamento conjunto, estes podem estruturar atividades que contemplam a leitura pouco fluente dos alunos e a dificuldade em interpretar os problemas matemáticos. Nesse sentido, Carrasco (2006, p. 203) esclarece que:

O ensino da matemática não deve limitar-se ao tratamento de teorias formalizadas. Ele precisa desvelar sua relação com o mundo, tanto no que se refere à sua construção como inter-relação com as outras áreas do conhecimento. Neste processo não existe uma forma objetiva e única de ação. É dentro de uma multiplicidade de fatores que ocorre a produção de conhecimento, o que supõe presença de um pesquisador crítico e ousado. O ensino da matemática, portanto, deve criar condições para que o aluno reconheça sua capacidade de construir conhecimento e proceder continuamente como um pesquisador.

Outra dificuldade relatada pelos professores se deve ao fato de que, na concepção de muitos alunos, não se abordam textos matemáticos, somente cálculos, já que não é aula de português. O professor R8 também desabafa:

Os alunos querem muitas vezes só calcular e não estabelecer estratégias ou interpretações diferenciadas para concluir os seus problemas.

Talvez a maneira como os professores vêm ensinando a Matemática leve o discente a não sentir-se estimulado a ler o problema, visto que o ensino dessa disciplina pode “[...] estar tradicionalmente pautado em manipulações mecânicas de técnicas operatórias, resolução de exercícios, que são rapidamente esquecidos, assim como a memorização de fórmulas, tabuadas, regras e propriedades [...]” (KLÜSENER, 2006, p. 179). Para alguns alunos é muito mais cômodo aplicar uma fórmula e chegar rapidamente à resposta do que ler, interpretar, criar estratégias, resolver a questão e verificar a solução. Mas, segundo o professor T9, devemos insistir e persistir:

Não li os problemas para eles, e aí eles foram fazendo (T9).

Mudar essa forma de pensar e agir do aluno torna-se necessário se o objetivo for ensinar a Matemática através da resolução de problemas, obtendo assim uma aprendizagem significativa e próxima de sua prática cotidiana. Klüsener (2006, p. 181) ainda ressalta que:

Temos ensinado matemática de maneira a não privilegiar linguagem em suas diferentes expressões – oral, escrita, visual – mas enfatizando fundamentalmente os códigos escritos. Esse procedimento pode ser creditado à metodologia utilizada no ensino e que não tem possibilitado, via de regra, nem o desenvolvimento da linguagem em todos os seus aspectos, nem a formação de conceitos, já que vem se utilizando um vocabulário básico limitado, restritivo e específico. Esta tem sido, quem sabe, uma das causas para implementar-se a distância entre a matemática ensinada na escola e a realidade matemática vivenciada pelo aluno.

Segundo a observação de um professor, outro fator que dificulta a aprendizagem da Matemática pela resolução de problemas está relacionado, à “preguiça”:

É a “preguiça” dos alunos, tanto na escrita como na leitura. Muitas vezes nem terminam de ler o problema e já estão perguntando o que deve ser feito (R11);

Alguns têm preguiça de ler os problemas (R17);

Eu acabei lendo o problema para a aluna e ela resolveu-o com facilidade (R1);

[...] não conseguiram solucionar sem auxílio da professora, que por sua vez teve que ler juntamente com eles e fazer as devidas intervenções (R15);

[...] quando a professora lê e interpreta como é fácil (T10);

As coisas muito básicas que às vezes lemos para eles com uma entonação e eles: “ah tá” (T17);

Mas é uma geração de ouvintes (T13);

Lê até o fim (T2).

Acredita-se que, talvez, a palavra mais adequada não seja “preguiça” dos alunos, mas sim comodismo, já que atualmente, muitos alunos têm acesso aos mais diversos tipos de tecnologias de informação, inclusive a redes sociais.

[...] é tudo comodismo (T8).

Suas inquietações podem ser rapidamente consultadas e respondidas quando pesquisadas na *internet*, sendo que não precisam pensar na solução e nem copiar a pergunta.

Toda tecnologia a que eles têm acesso hoje em dia, nós não tínhamos tanto. Tem todo um lado positivo com certeza, mas isso faz com que eles leiam cada vez menos (T11);

A gente trabalha com uma geração que é do imediatismo, eles querem logo a resposta final, exata e pronta. Para eles não importa o processo, o passo a passo e a gente tem que trabalhar e resgatar isso (T11);

Eles têm tudo pronto, se eles não sabem alguém os auxilia, ou está pronto em algum lugar, e daqui a pouco está muito difícil e daí eles desistem (T15);

É como se as crianças não tivessem mais expectativa, nem sonhos. Nós vivemos numa era em que nós tínhamos sonho de estudar, de ir para frente e conquistar as coisas. [...] Talvez eles nem conseguem imaginar porque é tudo a mão também (T8).

Segundo Moran (2007, p. 33), “a aquisição da informação dependerá cada vez menos do professor. As tecnologias podem trazer hoje dados, imagens, resumos de forma rápida e atraente”, mas, de acordo com as situações relatadas, não se tem garantia de conhecimento adquirido. E segue dizendo que, “quanto mais informação, mais difícil é conhecer. A facilidade cria a *acomodação*, a confusão, a dificuldade de escolher, a permanência de convicções” (MORAN, 2007, p. 44, grifo nosso).

O acesso facilitado às informações pode ser um dos fatores que justifique a dificuldade do aluno em ler e interpretar o problema e registrar a solução. O discente não precisa mais se dar o trabalho de ler e interpretar a questão, pois as tecnologias de informação já trazem tudo pronto. Isto pode gerar alunos acomodados e com conhecimento restrito.

Turmas com um número elevado de alunos também são dificuldades enfrentadas pelos docentes, já que comprometem um bom trabalho que contemple estratégias e análise dos erros. De acordo com Moran (2007, p. 45), dentre os principais obstáculos para que se tenha uma aprendizagem inovadora está “[...] o excessivo número de alunos [...]”. Contudo, não podem ser motivo para a não aplicação de problemas, pois o autor ainda acrescenta que muitos docentes estão começando a aprender a trabalhar nesta situação: com poucos e muitos alunos.

Quanto mais situações diversas o docente experimentar, melhor preparado estará a fim de vivenciar diferentes papéis, metodologias e projetos pedagógicos.

Na continuidade desta pesquisa, apresenta-se a seguir, a quarta e última categoria de análise, que aborda algumas reflexões consideradas pertinentes e que não se enquadram nas categorias anteriores.

5.4 Categoria 4 – Reflexões complementares relacionadas à prática pedagógica

Esta quarta categoria refere-se às observações realizadas durante a formação continuada e que não se enquadram em nenhuma das categorias anteriores. Nesse sentido, abordam-se vários aspectos que foram considerados importantes durante a formação. Tem como objetivo específico criar momentos de reciprocidade de conhecimentos, reflexão e diálogo entre os colegas docentes. Assim, surgiram duas subcategorias: desvalorização da carreira docente; conceitos matemáticos. Em seguida, relatam-se as percepções de cada subcategoria.

5.4.1 Desvalorização da carreira docente

Esta subcategoria aborda as principais angústias dos professores relacionadas à desvalorização do seu trabalho. Através dos relatos dos professores, percebe-se um descontentamento e, às vezes, uma desmotivação muito grande em relação a sua carreira, as más condições de trabalho, ao baixo salário, a turmas com um número muito elevado de alunos, inúmeras funções, entre outros. Conforme relatos, verifica-se que:

[...] professores que vêm desacreditados [...] e isso nunca vai mudar e muitos professores que não estão satisfeitos e na primeira oportunidade vão saindo [...] (T5).

Os PCNs também abordam que “essa desvalorização objetiva do magistério acaba por ser interiorizada, bloqueando as motivações” (BRASIL, 1997a, p. 47). Nas salas de aula, é difícil até mesmo, memorizar o nome de cada aluno:

Hoje em dia numa turma de quarenta alunos tu não consegues saber o nome de cada um, porque entra lá, dependendo a disciplina, uma vez por semana e tu não consegues saber aluno por aluno (T2);

Na hora de fechar as notas do trimestre, na hora dos pontos qualitativos, tive que levar o caderno de chamada na sala e pedir para os alunos se identificarem para poder fechar as notas (T12).

O jornal Zero Hora apresentou durante o mês de agosto de 2012 uma campanha (Grupo RBS em parceria com a Fundação Maurício Sirotsky Sobrinho) intitulada “A educação precisa de respostas”, que trazia reportagens que retratavam um pouco sobre a atual situação da educação em nosso país. Uma, dentre várias outras reportagens, aproximou-se dos relatos citados anteriormente pelos participantes da formação continuada.

A reportagem tinha como título: “Por que apenas 2% dos estudantes querem seguir a carreira de professor?” (GONZATTO, 2012, p. 29). Relatou-se nessa reportagem que os estudantes do ensino médio não mostram mais interesse em ingressar na carreira do magistério devido a muitos fatores. Dentre eles, destacaram-se quatro principais: oferta de salários reduzidos; más condições de trabalho; baixo prestígio social da profissão e desgaste causado por acúmulo de obrigações. Os jovens dão preferência a empregos com melhor remuneração e melhores condições de trabalho.

De acordo com a reportagem, para melhorar a qualidade da educação, é necessário investir mais em formação de professores e também na capacidade dos candidatos; melhorar o ambiente de trabalho dos professores em escolas públicas e oferecer uma remuneração compatível. O professor também vem assumindo funções que antes eram compromisso dos pais, mas em função de os pais trabalharem cada vez mais, uma parte da educação doméstica foi transferida às escolas.

[...] os pais não têm tempo (T8);

Na escola nós até já desistimos de fazer reunião de pais, porque vêm aqueles que não precisam, os que precisam não vêm (T12).

Outro fator que desmotiva os docentes em relação a sua prática pedagógica são as mudanças do governo em relação à educação, pois a cada troca de governo

aplica-se um novo projeto de trabalho: “[...] estou trabalhando ainda as lições do Rio Grande⁴” (T15). Os PCNs (BRASIL, 1997a, p. 47) também explicam essa desmotivação dos profissionais da educação:

[...] é a mudança de rumo da educação diante da orientação política de cada governante. Às vezes as transformações propostas reafirmam certas posições, às vezes outras. Esse movimento de vai e volta gera, para a maioria dos professores, um desânimo para se engajar nos projetos de trabalhos propostos, mesmo que lhes pareçam interessantes, pois eles dificilmente terão continuidade.

Moran (2007, p. 20) também faz uma referência em relação aos professores desesperançados e aos pacotes que já vêm prontos: “sentem-se pouco valorizados, incentivados, reconhecidos, motivados. Recebem muitos pacotes prontos, projetos decididos sem consulta”.

Mas os professores participantes da formação, apesar de todos os problemas que enfrentam, ainda mostram esperança. Ressaltam que pelo mundo afora há grandes políticos, grandes educadores, grandes médicos, grandes professores.

A educação tá virada numa coisa, mas nem tudo está perdido (T4);

Isso depende de cada professor também, nós num pequeno grupo acreditamos que isso ainda vai mudar [...] (T5);

Muitas vezes os professores preferem ficar na queixa, mas tu tem que pensar que aquele ano, aqueles alunos são teus, o professor de Matemática é tu. Então se eles não conseguem avançar, tu tem que retornar [...] para dar continuidade (T8).

Moran (2007, p. 156, grifo do autor), em um dos de seus comentários sobre as mudanças e o futuro da educação, mostra-se muito otimista quando diz que:

Toda a sociedade estará mais envolvida na educação, todas as instituições serão educadoras e contribuirão mais diretamente para a educação escolar. A integração entre família, escola, organizações sociais, cidades físicas e digitais será muito maior. Todas as cidades estarão conectadas digitalmente, todos os serviços integrados, com muitas ofertas educativas disponíveis, com graus diferentes de orientação, organização, estruturação.

Em relação à melhoria nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, Simões (2012), em uma reportagem intitulada “Euclides ensinava pra poucos”, realiza uma entrevista com Luiz Márcio Imenes, autor de livros didáticos,

⁴ Proposta metodológica a ser trabalhada nas Escolas Públicas Estaduais do Rio Grande do Sul por ocasião do governo de Yeda Rorato Crusius, em 2009.

sobre as perspectivas de melhora no ensino dessa disciplina nas escolas. Imenes comenta que pais de crianças em idade escolar e professores querem que seus filhos estudem Matemática do mesmo jeito que eles estudaram. Mas, segundo Imenes, esse jeito antigo avilta a Matemática e ressalta que não foi fácil aprender Matemática da maneira como era ensinada na escola e que ele teve suas dificuldades. Afirma que o ensino da disciplina está melhorando, e mais, que a escola para todos é uma instituição ainda muito recente na história da humanidade – tem uns duzentos anos. Está melhorando, pois estamos tentando proporcionar conhecimentos de Matemática para todos e não só a alguns.

5.4.2 Conceitos matemáticos

A fim de auxiliar os discentes nas constantes dúvidas relacionadas aos conceitos matemáticos (o que também dificulta a resolução de problemas em algumas situações) criou-se um dicionário matemático. Em um dos encontros da formação continuada, apresentou-se aos docentes um dicionário matemático construído pela professora pesquisadora juntamente com os seus alunos, tanto do ensino fundamental quanto do ensino médio. O objetivo da confecção do dicionário é esclarecer dúvidas e aprimorar conceitos matemáticos, não entendidos ou esquecidos pelos alunos, durante a realização de atividades matemáticas, inclusive na resolução de problemas.

As dificuldades enfrentadas pelos alunos na resolução de problemas estão, muitas vezes, vinculadas ao fato de lacunas que existem em relação a alguns conceitos matemáticos e isto prejudica o avanço do aluno na atividade proposta pelo professor. A utilização do instrumento vem auxiliando os docentes na resolução de problemas matemáticos, assim como em outras atividades também.

Pelo relato dos docentes, é possível identificar que os alunos apresentam dificuldades em relação ao “vocabulário matemático” (T8). Depois de realizar um trabalho relacionado aos conceitos matemáticos sobre os quais os alunos têm dificuldades, fica mais fácil resolver problemas, segundo alguns professores:

Aí eu trabalhei com eles o significado das palavras, o que significa adição, é somar, ganhar, que palavras representam menos [...] e então fizemos um cartaz na sala [...]. E os cartazes eu deixei lá, estão na sala até hoje. E assim, de vez em quando, aparece uma situação que não tem uma palavra e eles mesmos dizem “professora essa palavra nós não temos lá”, então acrescentamos sempre (T12).

O professor T15 comenta que, certo dia, os alunos estavam tendo muitos problemas em relação ao significado de algumas palavras e, fez uso do dicionário de português:

Para ver o significado das palavras nos problemas para auxiliar. Foi muito bom porque eu percebi que a falta de entendimento do vocabulário fazia com que eles não soubessem resolver a questão.

Para finalizar esta parte da pesquisa, pode-se afirmar que vale a pena inovar, mudar, experimentar, participar de formação continuada e aprender continuamente. Além de os professores enriquecerem suas práticas pedagógicas, quem percebe a diferença são os discentes na sala de aula, pois podem considerar-se alunos privilegiados em ter como professor alguém que se preocupa com as mudanças referentes aos processos de ensino e de aprendizagem matemática. Seguindo a linha de pensamento de Sousa, Pinto e Costa (2009, p. 59), a formação continuada:

É um processo inconcluso e mediado por práticas reflexivas e investigativas, subsidiado por propostas teóricas e práticas, que, no campo da Didática e da estruturação escolar, permitem ao professor intervir em seu desenvolvimento profissional, no currículo e na escola como um todo, visando à melhoria da qualidade da educação.

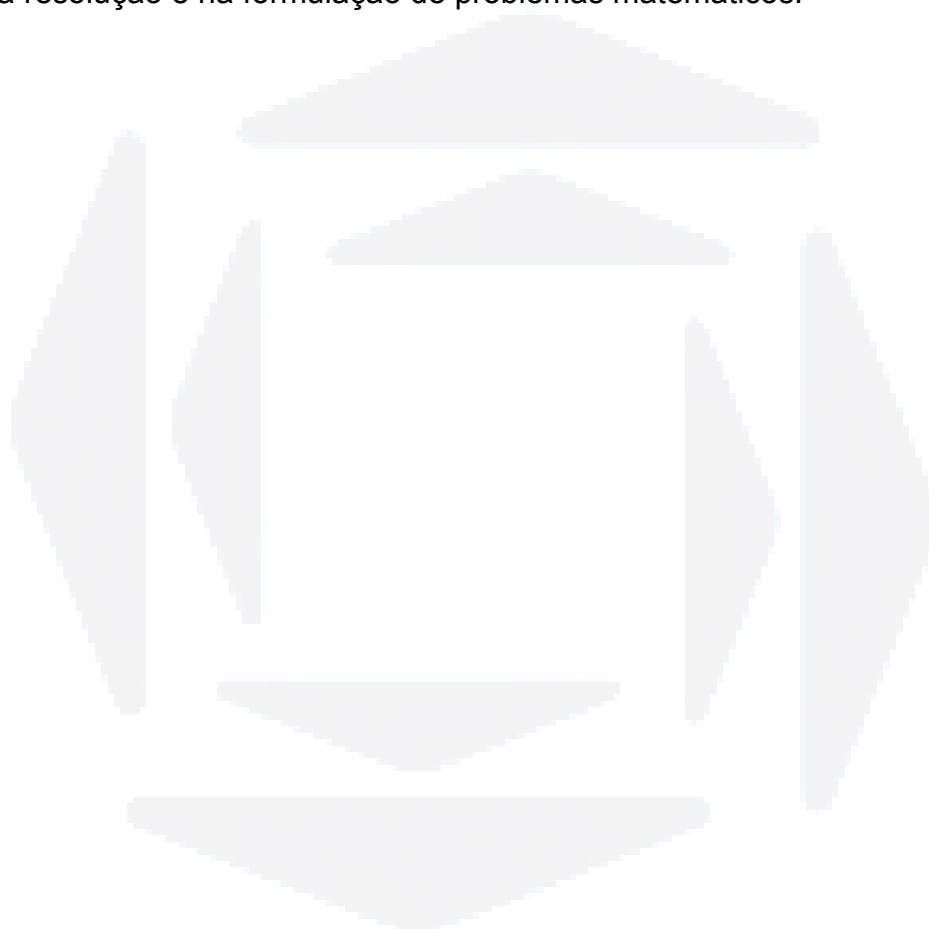
Assim, Moran (2007, p. 167, grifo do autor), nas suas conclusões, ressalta que é imprescindível que a educação estimule nos alunos a vontade de querer aprender das mais diversas formas:

A educação tem de surpreender, cativar, conquistar os estudantes a todo momento. A educação precisa encantar, entusiasmar, seduzir, apontar possibilidades e realizar novos conhecimentos e práticas. O conhecimento se constrói com base em constantes desafios, atividades significativas que excitam a curiosidade, a imaginação e a criatividade.

O autor ainda afirma que o professor não precisa ser “perfeito” para ser um bom profissional. Ele irá fazer um bom trabalho apresentando-se/revelando-se como ele é, sem máscaras. Fará um bom trabalho quando o docente se mostra como uma pessoa que está atenta a evoluir, aprender, ensinar. “O bom educador é um otimista, sem ser ‘ingênuo’, consegue ‘despertar’, estimular, incentivar as melhores

qualidades de cada pessoa” (MORAN, 2007, p. 81). Ao participar da formação continuada, os docentes já mostraram ter todas as qualidades citadas anteriormente e mostraram-se preocupados com a qualidade da Educação Matemática.

Na continuidade, apresenta-se o último capítulo desta pesquisa, as Considerações Finais. Neste capítulo registram-se as principais percepções da professora pesquisadora relacionadas à formação continuada de professores com foco na resolução e na formulação de problemas matemáticos.



6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho propôs uma intervenção pedagógica direcionada à formação continuada de professores com foco na resolução e na formulação de problemas matemáticos. Dessa forma, as atividades planejadas e desenvolvidas durante a formação visavam à melhoria das práticas pedagógicas dos dezessete participantes, voltadas à solução de problemas.

Conforme mencionado no Capítulo da Introdução, os estímulos para a realização da presente pesquisa foram as inquietações em relação ao conhecimento restrito dos professores em relação ao tema, ao estudo realizado pelo Projeto Observatório da Educação e ao desejo em melhorar a prática pedagógica. Tendo em vista este estudo, além de vir a melhorar a prática pedagógica vigente, auxiliou no fazer pedagógico de outros professores, assim como contribuiu nos estudos dos bolsistas do Projeto.

Em relação aos docentes, constatou-se, no primeiro questionário, que abordavam a resolução de problemas matemáticos nas suas aulas, mas sentiam-se inseguros, devido ao conhecimento restrito sobre a temática. Os problemas selecionados estavam, na maioria das vezes, relacionados ao conteúdo trabalhado naquele momento, seja para introduzir, para concluir ou para verificar se o aluno é capaz de aplicar o algoritmo que está sendo explorado. Esta forma de abordar problemas é muito comum nos livros didáticos, o que pode acabar justificando o método usado pelo professor.

Nessa perspectiva, organizou-se uma intervenção pedagógica tendo como foco a resolução de problemas matemáticos. Fundamentou-se o estudo em

pesquisas bibliográficas que abordam a formação continuada de professores e a resolução de problemas. A partir de então, constitui-se o Capítulo 2, no qual relacionaram-se os estudos teóricos acerca da formação continuada, bem como os tipos de problemas, as estratégias, interpretações e tendências e os procedimentos de formulação e de resolução de problemas. Muitos foram os referenciais teóricos que fundamentaram e auxiliaram para a construção e o desenvolvimento da intervenção pedagógica.

Os procedimentos metodológicos, descritos no Capítulo 3, apresentaram as características da pesquisa, os sujeitos que participaram da formação, os procedimentos utilizados para realizar a coleta dos dados e a técnica usada para a análise desses dados.

A intervenção pedagógica, detalhada no Capítulo 4, apresentou a organização e as atividades envolvendo as práticas que foram desenvolvidas em cada encontro da pesquisa. No Capítulo 5, apresentou-se a análise do material que foi coletado junto aos participantes e as quatro categorias que emergiram a partir dessa análise.

Desenvolver uma proposta que minimize as inquietações dos professores em relação à abordagem da resolução e da formulação de problemas na sala de aula era um dos propósitos da intervenção. Nessa perspectiva, organizaram-se várias atividades a fim de auxiliar o professor nesse processo, dentre as quais destacam-se as dinâmicas, a seleção de problemas para cada nível de ensino, as abordagens teóricas, a leitura de textos, a resolução e formulação de problemas, a confecção de um acervo para uma problemoteca, os desafios, os problemas resolvidos pelos alunos, a análise de erros, as reportagens de revistas, os procedimentos para resolver problemas, as interpretações e tendências, os questionamentos, a análise de tipos de problemas e as estratégias passíveis de serem utilizadas.

A fim de estruturar algumas estratégias de ação para melhorar o processo de resolução de problemas, recorreu-se às quatro fases propostas por Polya (2006), o que auxiliou e facilitou a compreensão do processo de resolução. Ao apropriar-se de conhecimentos referentes aos tipos de problemas matemáticos e as estratégias passíveis de serem utilizadas, os docentes revelaram melhorias ao resolver os problemas propostos.

Com o intuito de contribuir no desenvolvimento de aulas de matemática mais próximas da realidade dos discentes, selecionaram-se questões que podem ser aplicadas ou adaptadas a cada nível de ensino. As dinâmicas exploradas a cada início de encontro possibilitaram momentos de distração, interação e aprendizado, além de o docente ter a possibilidade de aproveitá-las nas suas aulas. A apreciação de atividades extraídas de revistas despertou interesse e os motivou a se dedicarem na realização e solução das tarefas que nelas eram propostas.

A formulação de problemas, prática pouco empregada pelos docentes no início da formação, revelou-se uma forma muito importante de ensinar a Matemática, visto que valoriza o conhecimento prévio, contextualiza, explora a realidade, libera a criatividade, desenvolve o raciocínio lógico, pratica a escrita e a leitura, estabelece uma relação entre a língua materna e a Matemática escolar, além de contribuir no processo de resolução de problemas. Para corroborar essas crenças, Chica (2001) assevera que, ao criar os seus próprios problemas, o aluno precisa organizar o que sabe e criar o problema, dando sentido e estrutura compatível a ele a fim de comunicar o que se pretende. Nesse sentido, aproximam-se a língua materna e a Matemática, que se complementam na elaboração de problemas e oportunizam o desenvolvimento da língua específica. Dessa forma, o aluno deixa de ser um resolvidor para tornar-se um criador de problemas, vivenciando o controle sobre o problema e as ideias matemáticas.

A análise e a investigação das soluções de alguns problemas resolvidos pelos discentes proporcionaram aos participantes a verificação das diferentes estratégias aplicadas, dos erros cometidos e das possíveis soluções. A possibilidade de visualizar as resoluções com calma e em conjunto com os demais colegas estimulou os docentes a repensarem suas formas de realizar a análise das soluções dos alunos, valorizando todo o processo de uma resolução.

A formação continuada concedeu momentos de reflexão, de compartilhamento de informações e de atividades, de relatos de experiências e de angústias, assim como despertou a vontade de prosseguir nesta caminhada. Pelo relato de um docente comprova-se a afirmação, *“a troca de experiências e os desabafos despertam um sentimento de renovação e desejo de continuar nossa caminhada que nunca deve deixar de ser gratificante e empolgante para nós e os*

estudantes” (R7). Os dizeres desse professor contemplam outro objetivo da formação, ou seja, criar momentos de reciprocidade de conhecimentos, reflexão e diálogo entre os colegas docentes. Um professor que é reflexivo pode também despertar essa atitude no seu próprio aluno por meio de atividades que permitam a reflexão.

A leitura de material que perpassa pelo campo da resolução e da formulação de problemas enriqueceu e fortaleceu a prática pedagógica. Com o objetivo de estimular os docentes na busca de conhecimento fundamentado na leitura de livros e artigos científicos, foram disponibilizados e explorados vários textos, a fim de estabelecer relações entre a prática e a teoria.

Ao participar da formação continuada, o professor demonstrou preocupação e interesse na capacitação de um discente apto para atuar numa sociedade em constantes e rápidas mudanças, além de oferecer-lhe um ensino de qualidade, que busca, segundo os PCNs (1997a), formar cidadãos que estejam preparados para interferir de forma crítica na realidade a fim de transformá-la e também favorecer o desenvolvimento de capacidades que permitam adequar às complexas condições e alternativas de trabalho atual e a enfrentar a rapidez na produção e na passagem de novos conhecimentos e informações, que têm sido crescentes e impactantes.

As mudanças na educação não ocorrem repentinamente, pois existe, no primeiro momento, uma resistência ao novo, ao desconhecido. Contudo, é preciso ter persistência e ânimo para explorar outras possibilidades educacionais e o mais importante: tomar a iniciativa e não esperar pelos outros. Os docentes da formação demonstraram tudo isso ao participarem das atividades propostas nos encontros. Além disso, mostraram-se capazes de planejar aulas de Matemática mais desafiadoras para os discentes. Nessa perspectiva, Moran (2007) aponta que educar é um processo difícil, pois demanda mudanças significantes, investimento na formação de docentes, a fim de dominar os processos de comunicação da relação pedagógica, assim como dominar as tecnologias. Dessa forma, avançaremos mais rapidamente, com consciência de que, na educação, não é tão fácil mudar, já que existe ligação com o passado, que é preciso conservar, e uma visão de futuro, a que devemos estar atentos. Não podemos jogar a culpa nos outros, a fim de alegar a omissão, a defasagem entre as ambições dos alunos e a maneira de atendê-las.

Por meio da formação continuada, percebeu-se a lacuna de informações dos docentes no que se refere à resolução e à formulação de problemas matemáticos. Esse fato pode estar relacionado a pouca abordagem desse tema com os docentes na sua formação inicial. Direcionar uma disciplina, dentre as várias oferecidas na universidade, à resolução e à formulação de problemas, é no mínimo sugestivo e talvez possa vir a ser uma proposta que auxilie e prepare os futuros educadores matemáticos a adotar essa metodologia de ensino na sua futura atuação profissional. Os resultados, provavelmente, serão verificados na atuação dos alunos desses profissionais em provas classificatórias, avaliações externas e no mercado de trabalho, já que estes estarão preparados para resolver os problemas que eventualmente venham a ocorrer.

A formação continuada de professores não esgotou todas as suas possibilidades de estudo sobre a resolução e a formulação de problemas matemáticos. Sabe-se que muito ainda precisa ser investigado e explorado no que se refere à temática.

Pelos depoimentos dos professores, é possível verificar que muitos aspectos foram alcançados durante os encontros da formação continuada, mas outros ainda persistem, como por exemplo, as dificuldades que os estudantes apresentam na interpretação dos problemas. Nesse sentido, uma bolsista do Projeto Observatório da Educação realizará uma investigação a respeito dessas dificuldades.

A formação continuada de professores mostrou-se um caminho para a mudança e a inovação das práticas pedagógicas. A participação de professores criativos, motivados e dispostos a contribuir com a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem Matemática fez da formação “algo prazeroso”. O repensar das práticas docentes, muito apreciado durante a formação, deve ser algo constante e permanente nas atividades escolares. Espinosa (2005) esclarece que, no modelo de professor reflexivo e investigativo, o docente, diante dos desafios diários, busca constantemente novos saberes e ousa desenvolver novas experiências, ressignificando cotidianamente suas práticas pedagógicas e seus saberes.

A intervenção pedagógica contemplou as expectativas. Nesse contexto, é possível acrescentar que o conhecimento deve ser construído por cada estudante e a função do profissional da Educação Matemática é facilitar essa construção, auxiliando, orientando e monitorando o aprendizado.

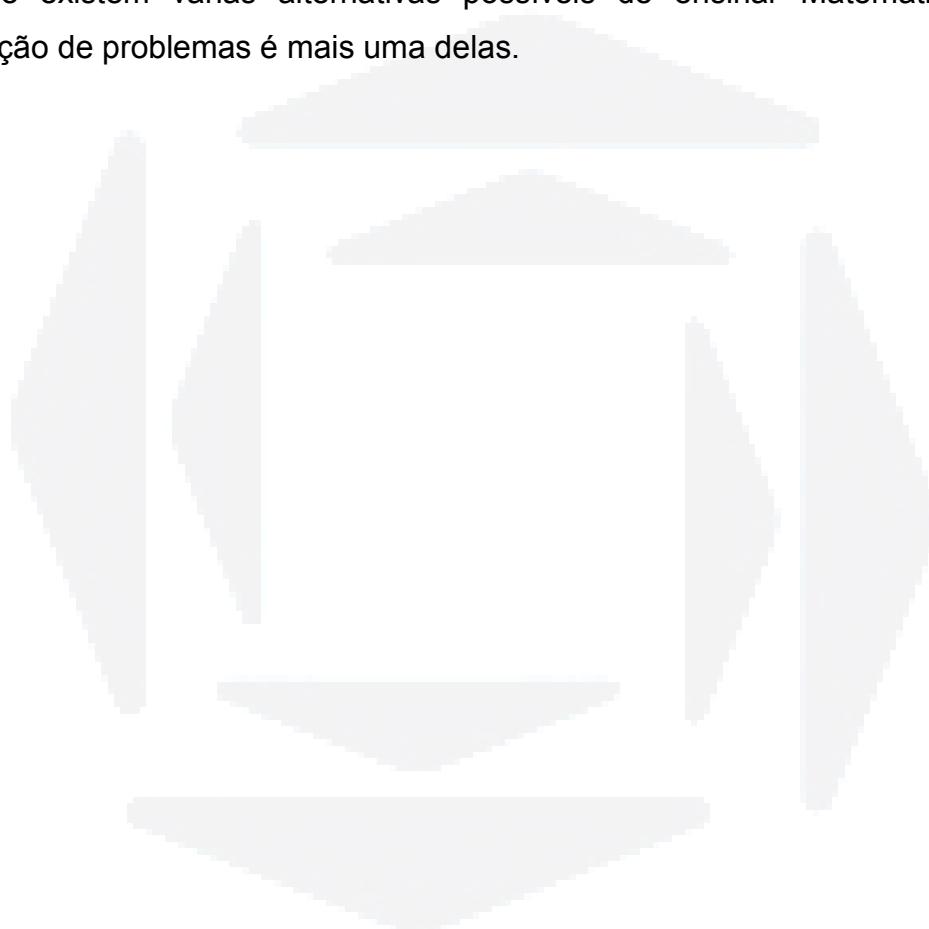
Acreditou-se que, por meio da formação continuada de professores, poder-se-ia estimular os docentes a adotar metodologias de ensino que favorecessem a aprendizagem dos alunos a fim torná-los cidadãos pensantes, críticos, inovadores, reflexivos, empreendedores e prontos para enfrentar as novas mudanças que os esperam. E o presente estudo evidenciou que o professor aberto a essas novas metodologias de ensino é um profissional que, além de preocupar-se com a aprendizagem dos alunos, é comprometido com a educação.

Viver a experiência única da formação continuada, interagindo com profissionais que se mostram preocupados e comprometidos com as questões educacionais, repercutiu de forma positiva na própria prática pedagógica. Por meio dos estudos e da troca de conhecimentos e vivências, muitos procedimentos metodológicos, antes adotados, foram também analisados e repensados. Dentre eles, destaca-se a abordagem da formulação e da resolução de problemas matemáticos desvinculados de conteúdos específicos. Através da investigação sobre o que é um problema, tipos, estratégias de solução, erros, como formular problemas, assim como conhecer outras possibilidades de abordar a resolução e a formulação de problemas, as aulas de Matemática estão sendo reorganizadas, pois entendeu-se a necessidade de produzir um conhecimento mais significativo junto com os alunos, que os faça (professor e alunos) autores dos processos de ensino e de aprendizagem.

Assim, retomando o problema de pesquisa, pode-se concluir que as atividades desenvolvidas na formação continuada de professores, com foco na resolução de problemas, impactaram no fazer pedagógico de diferentes formas: através de um aprofundamento teórico, visando à ampliação de conhecimentos referentes aos tipos de problemas matemáticos, as estratégias passíveis de serem utilizadas e os erros recorrentes; propiciando uma maior compreensão do processo de resolução de problemas; oportunizando o desenvolvimento de aulas de matemática mais próximas da realidade dos alunos; formulando problemas

matemáticos; analisando problemas resolvidos; realizando dinâmicas diversificadas; proporcionando momentos de reflexão, de compartilhamento de informações e de atividades, de relatos de experiências e de angústias.

Dessa forma, espera-se que as contribuições da formação sejam divulgadas a outros docentes, a fim de poder contemplar expectativas e dúvidas que estes venham a ter em relação à resolução e à formulação de problemas. Contudo, sabe-se que existem várias alternativas possíveis de ensinar Matemática e que a resolução de problemas é mais uma delas.



REFERÊNCIAS

ALARCÃO, Isabel. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. – 6 ed. – São Paulo, Cortez, 2008. – (Coleção Questões da nossa época; v. 104).

ALVAREZ, Luciana. Fobia de números. **Revista Educação**, São Paulo, ano 16, n. 183, p. 34-39, jul. 2012.

AZERÊDO, Maria A. Formação docente de EJA: a matemática e a resolução de problemas como metodologia. **Encontro nacional de educação matemática**, 10, 2010, Salvador, Bahia. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html?info_type=Tema13&lang_user=> Acesso em 13 abr. 2013.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. – São Paulo: Contexto, 2002.

BICUDO, Maria A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Quantitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo C.; ARAUJO, Jussara L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 3 ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2010, p. 101-114.

BORGES, Livia F. F. Um currículo para a formação de professores. In: VEIGA, Ilma P. A.; SILVA, Edileuza F. (Orgs.). **A escola mudou**. Que mude a formação de professores! – Campinas, SP: Papirus, 2010, p. 35-60. – (Coleção Magistério: Formação e trabalho pedagógico).

BRANCA, Nicholas A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. – São Paulo: Atual, 1997, p. 4-12.

BRASIL, Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf. Acesso em: 22 jan. 2013.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio** (2000). Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Acesso em: 22 jan. 2013.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997a.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997b.

CARRASCO, Lucia H. M. Leitura e escrita na matemática. In: NEVES, Iara C. B. et al (Orgs.). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas**. – 7 ed. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2006.

CASTILLO, Jesús D. A solução de problemas nos estudos sociais. In: POZO, Juan I. (Org.). **A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. – Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 103-137.

CAVALCANTI, Cláudia T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 121-149.

CHICA, Cristiane H. Por que formular problemas? In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 151-173.

DANTE, Luiz R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010.

DEGUIME, Linda J. Polya visita a sala de aula. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. – São Paulo: Atual, 1997, p. 99-113.

DINIZ, Maria I. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 87-97.

DULLIUS, Maria M. et al. Estrategias utilizadas en la resolución de problemas matemáticos. **Revista Chilena de Educación Científica**, v. 10, nº 1, p. 23-32, jul 2011.

DULLIUS, Maria M.; QUARTIERI, Marli T.; FURLANETTO, Virginia. Análise e classificação dos erros na resolução de uma prova de Olimpíada Matemática. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. UNIÓN, n. 32, p. 71-84, dez. 2012.

ECHEVERRÍA, María D. P. P.; POZO, Juan I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, Juan I. (Org.). **A solução de problemas**: Aprender a resolver, resolver para aprender. – Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 13-42.

ESPINOSA, Alfonso J. **Formación de profesores de matemática**: aprendizajes recíprocos escuela – universidad. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, 2005.

EX-E.T. (2009). Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=Fce5uG18ZTI>>. Acesso em: 21 set. 2010.

FERNANDES, Rosana C. A. Educação continuada de professores no espaço-tempo da coordenação pedagógica: avanços e tensões. In: VEIGA, Ilma P. A.; SILVA, Edileuza F. (Orgs.). **A escola mudou**. Que mude a formação de professores! – Campinas, SP: Papirus, 2010, p. 83-114 – (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

FERREIRA, Ana C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de matemática. In: FIORENTINI, Dario (Org.). **Formação de professores de matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. – Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003, p.19-50.

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo C.; ARAUJO, Jussara L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 3 ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2010, p. 49-79.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. – 2 ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2007. – (Coleção formação de professores)

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: Saberes necessários à prática educativa. – São Paulo: Paz e Terra, 1996. – (Coleção Leitura).

GARCIA, Paulo S. **Inovações e mudanças**: por que elas não acontecem nas escolas. – São Paulo: LCTE Editora, 2010.

GONZATTO, Marcelo. Por que apenas 2% dos estudantes querem seguir a carreira de professor? **Zero Hora**, Porto Alegre, p. 29-31, 14 out. 2012.

GUÉRIOS, Etienne. Espaços intersticiais na formação docente: indicativos para a formação continuada de professores que ensinam matemática. In: FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair M. (Orgs.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**: investigando e teorizando a partir da prática. – São Paulo: Musa Editora, Campinas, SP: GEPPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005, p. 128-151.

JARANDILHA, Daniela; SPLENDORE, Leila. **Matemática já não é problema!** – 4 ed. – São Paulo: Cortez, 2010.

KEMMIS, Stephen; WILKINSON, Mervyn. A pesquisa-ação participativa e o estudo da prática. In: PEREIRA, Júlio E. D.; ZEICHNER, Kenneth M. (Orgs.). **A pesquisa na formação e no trabalho docente**. – Belo Horizonte: Autêntica, 2008, p. 43-66.

KLÜSENER, Renita. Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. In: NEVES, Iara C. B. et al (Orgs.). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas**. – 7 ed. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2006.

LEITE, Angelita. S.; ARAUJO, Maria. C. S. Resolução de problemas x metodologia de ensino: como trabalhar a matemática a partir da resolução de problemas? **Encontro nacional de educação matemática**, 10, 2010, Salvador, Bahia. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Disponível em: <http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html?info_type=Tema21&lang_user=>> Acesso em 13 abr. 2013.

LOPES, Maria S. L. A formação continuada nas palavras dos autores. In: SOBRINHO, José A. C. M.; CARVALHO, Marlene A. (Orgs.). **Formação de professores e práticas docentes: Olhares contemporâneos**. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 139-152.

MARTINS, Silvana N. **Educação empreendedora transformando o ensino superior: diversos olhares de estudantes sobre professores empreendedores**. 2010 – 171f. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2009.

MENTIR de improviso só dá problemas. **Revista Cálculo: Matemática para todos**. São Paulo, ano 2, n.14, p. 58-59, mar. 2012.

MORAES, Roque, **Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva**. Ciência e Educação, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v9n2/04.pdf>> Acesso em: 28 mai. 2012.

MORAN, José M. **A educação que desejamos: Novos desafios e como chegar lá**. 5ª ed. – Campinas, SP: Papirus, 2007.

MOREIRA, Herivelto; CALEFFE, Luiz G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. 2 ed. – Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MUSSER, Gary L.; SHAUGHNESSY, J. Michael. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. – São Paulo: Atual, 1997, p. 188-201.

NÓVOA, António. Relação escola – sociedade: “novas respostas para um velho problema. In: SERBINO, Raquel et al. **Formação de professores**. – São Paulo: Fundação Editora da UNESP, 1998, p. 19-39. – (Seminários e debates).

NUNES, Terezinha. A Matemática na pré-escola. **Revista Pátio** educação infantil. Porto Alegre, ano IX, n. 29, p. 4-7, out./dez. 2011.

OLIVEIRA, Sandra A. O ensino e aprendizagem de matemática a partir da resolução de problemas. **Encontro nacional de educação matemática**, 10, 2010, Salvador, Bahia. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Disponível em: <http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/index.html?info_type=Tema13&lang_user=>> Acesso em 13 abr. 2013.

ONUICHIC, Lourdes R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: Concepções & Perspectivas**. – São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199-218.

ONUICHIC, Lourdes R.; ALLEVATO, Norma S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. – 3 ed. – São Paulo: Cortez, 2009, p. 213-231.

O VALOR de ser educador (2010). Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=eEoH1qNJOnU>>. Acesso em: 24 mai. 2012.

PEREIRA, Elisabete M. A. Professor como pesquisador: o enfoque da pesquisa-ação na prática docente. In: GERALDI, Corinta M. G.; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete M. A. (Orgs.). **Cartografias do trabalho docente: Professor(a)-pesquisador(a)**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 1998, p. 153-181.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. – Porto Alegre: Artmed, 2000.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. – Rio de Janeiro: interciência, 2006.

PONTE, João P. Da formação ao desenvolvimento profissional. Conferência plenária apresentada no Encontro Nacional de Professores de Matemática ProfMat 98, realizado em Guimarães. Publicado In: **Actas do ProfMat 98** (pp. 27-44). Lisboa: APM. Disponível em: <http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0CEAQFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.seduc.mt.gov.br%2Fdownload_file.php%3Fid%3D8738%26parent%3D56&ei=GHDtUOruE4qG8QSf6oHQBQ&usg=AFQjCNFFiMsoiOt2838gd9pylclC1XWzhg&bvm=bv.1357316858,d.eWU> Acesso em: 09 jan. 2013.

POZO, Juan I. Introdução. In: _____ **A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. – Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 9-11.

QUANTOS grãos de feijão há dentro do pote? **Revista Cálculo: Matemática para todos**. São Paulo, ano 2, n.17, p. 14-15, jun. 2012.

SIMÕES, Márcio. Euclides ensinava para poucos. **Revista Educação**. São Paulo, ano 2, n. 19, p. 20-24, ago. 2012.

SOUSA, Sônia M. S.; PINTO, Claudia R. C. C.; COSTA, Shirley C. S. Uma experiência de formação continuada para professores das séries iniciais. In: DINIZ, Leandro N.; BORBA, Marcelo C. (Orgs.). **Grupo EMFoco: diferentes olhares, múltiplos focos e autoformação continuada de educadores matemáticos**. – Natal: Flecha do Tempo; São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009, p. 37-62.

STANCANELLI, Renata. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 103-120.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. – 11 ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18ª ed. - São Paulo: Cortez, 2011.

TRIGO, Manuel S. Cómo debe ser la formación de profesores para seguir una estrategia de resolución de problemas en la educación matemática? Sobre un Programa de Formación y Desarrollo Profesional de los Profesores Sustentado en la Resolución de Problemas. **XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM)**. 2011.

VEIGA, Ilma P. A.; VIANA, Cleide M. Q. Q. Formação de Professores: Um campo de possibilidades inovadoras. In: VEIGA, Ilma P. A.; SILVA, Edileuza F. (Orgs.). **A escola mudou. Que mude a formação de professores!** – Campinas, SP: Papirus, 2010, p. 13-34 – (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

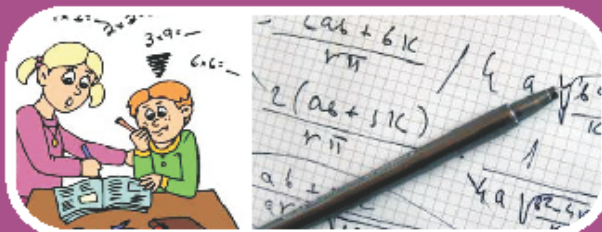
VERGNAUD, Gérard. A matemática além dos números. **Revista Pátio ensino médio, profissional e tecnológico**. Porto Alegre, ano IV, n. 13, p. 14-17, jun./ago. 2012.

APÊNDICES



APÊNDICE A – Folder de divulgação

UNIVATES
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, EXTENSÃO E PÓS-GRADUAÇÃO - PROPEX
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - PPGECE
PROGRAMA OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO



Curso de Extensão **Resolução de Problemas Matemáticos na** **Formação Continuada de Professores**

Objetivos

Explorar a resolução de problemas matemáticos com professores da Educação Básica.

Público-alvo

Professores da Educação Básica, alunos de Licenciatura em Ciências Exatas, Pedagogia e demais interessados.

Conteúdos

Resolução de problemas matemáticos (tipos, estratégias, erros, passos, interpretações e tendências)

Docentes: Rosilene Inês König, Virgínia Furlanetto e Dra. Maria Madalena Dullius

Período de realização

Sextas-feiras: das 13h30min às 17h30min
Dias: 25/05, 08, 22/06, 06, 13/07, 03, 17, 31/08, 14 e 28/09 de 2012

Local: Univates – Lajeado – RS

Carga horária: 40 horas-aula

Número de vagas

Mínimo: 15 Máximo: 20

Responsável

Professora Maria Madalena Dullius

Período de inscrições

Até o dia 15 de maio de 2012.

Investimento

Parcelado: 1 + 1 de R\$29,00, sendo a primeira parcela paga no ato da matrícula e a outra por boleto bancário.

Inscrições

Inscrições podem ser realizadas na Secretaria de Extensão e Pós-Graduação, sala 110 do Prédio 1, ou pelo site www.univates.br/cursosdeextensao.

Informações

Secretaria de Extensão e Pós-Graduação, sala 110 do Prédio 1 da Univates – Lajeado – RS, ou pelos telefones (51) 3714-7011 ou (51) 3714-7000, ramais 5209 e 5210, ou e-mail propex@univates.br.



INEP
 Instituto Nacional de Estudos
 e Pesquisas Educacionais
 Anísio Teixeira

UNIVATES
www.univates.br | 0800 7 07 08 09

APÊNDICE B – Termo de consentimento

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Os integrantes do projeto “Relação entre a formação inicial e continuada de professores de Matemática da Educação Básica e as competências e habilidades necessárias para um bom desempenho nas provas de Matemática do SAEB, Prova Brasil, PISA, ENEM e ENADE”, desenvolvido no Centro Universitário UNIVATES, no âmbito do Programa Observatório da Educação, elaboram ações de intervenção pedagógica com o intuito de melhorar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Uma dessas ações, que constituir-se-á em uma dissertação de mestrado vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da referida Instituição, pretende investigar e explorar a resolução de problemas matemáticos com os docentes da Educação Básica e propor intervenções com embasamento teórico previamente selecionado, a fim de aprimorar esta perspectiva em Educação Matemática, melhorar a qualidade dos processos de ensino e aprendizagem da disciplina e, conseqüentemente, o desempenho nas provas citadas.

Para tanto, aplicar-se-á um questionário escrito e serão realizados encontros gravados em vídeo, visando obter informações a respeito dessa temática na perspectiva dos integrantes do curso de formação continuada.

O conteúdo do referido questionário e das gravações somente será utilizado pelos integrantes da Pesquisa e ficará sob guarda da coordenadora da mesma, dando-se garantia de manutenção do caráter confidencial e anônimo das informações que, juntamente com os resultados, estarão sempre sob sigilo ético, não sendo mencionados os nomes dos participantes em nenhuma apresentação oral ou trabalho escrito que venha a ser publicado. Além disso, a participação na pesquisa não representará nenhum custo para os sujeitos envolvidos.

A concordância em participar deste questionário dá garantia de receber, a qualquer momento, resposta a toda pergunta ou esclarecimento de qualquer dúvida acerca da pesquisa e de seus procedimentos; liberdade de retirar o consentimento a qualquer momento e deixar de participar do estudo, sem que isso traga qualquer prejuízo ao participante.

Pelo presente Termo de Consentimento, o participante declara que foi esclarecido, de forma clara e detalhada, livre de qualquer forma de constrangimento ou coerção, dos objetivos, da justificativa e dos procedimentos a que será submetido e autoriza a participação por meio deste questionário.

A pesquisadora responsável é a professora Maria Madalena Dullius, do Centro Universitário UNIVATES de Lajeado, RS, que poderá ser contatada pelo e-mail madalena@univates.br ou pelo telefone (51) 3714-7000 ramal 5413.

Nestas condições, solicita-se a sua colaboração.

Nome:

Assinatura:

Data:

APÊNDICE C – Questionário preliminar



PPGECE

Programa de Pós-Graduação
em Ensino de Ciências Exatas

Questionário para os professores

1. Em qual esfera educacional você atua?

() Estadual () Municipal () Particular

2. Você atua com alunos de:

() Educação Infantil () Ensino Fundamental (Anos Finais)

() Ensino Fundamental (Anos Iniciais) () Ensino Médio

3. Você leciona em mais de uma escola?

() Sim () Não

4. Há quantos anos você leciona?

5. Você aborda problemas matemáticos nas suas aulas?

() Sempre () Às vezes () Nunca

Quando e para quê?

6. Descreva a motivação que levou você a participar do curso de formação continuada tendo como foco resolução de problemas matemáticos.

7. Como você trabalha problemas matemáticos com seus alunos?

8. Quais são as suas principais dificuldades na abordagem de resolução de problemas matemáticos com seus alunos?

9. Quais as principais dificuldades demonstradas pelos alunos quando resolvem problemas matemáticos?

10. Você considera relevante que o professor ensine Matemática através da resolução de problemas? Por quê?

APÊNDICE D – Problemas matemáticos



PROBLEMAS MATEMÁTICOS:

- 1) Dados os números 2, 7, 26, 29, 45, 71, 83, 95, 101, 116, 127, 131 e 153 quais são primos?

Fonte: a professora pesquisadora

- 2) Calcule o valor de x e y no sistema linear:
$$\begin{cases} 2x - 3y = -16 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

Fonte: a professora pesquisadora

- 3) Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2400 palitos de fósforo. Sabendo que cada caixa contém, em média, 40 palitos e que cada pacote contém 10 caixas, quantos pacotes serão usados nesse trabalho?

Fonte: DANTE, L. R. Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010.

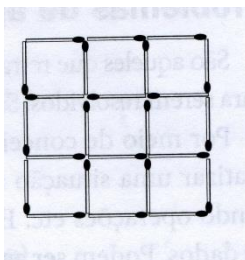
- 4) Uma escola ganhou, por doação, uma tela de 40 m de comprimento. A direção da escola resolveu, então, cercar um terreno retangular que tivesse a maior área possível, para fazer experiências com plantas. Vamos ajudar a direção da escola a descobrir quais devem ser as dimensões do terreno?

Fonte: DANTE, L. R. Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010.

- 5) Mariana tem 3 chapéus, um amarelo com flores, um vermelho e outro azul. Ela empresta seus chapéus à sua prima Raquel. Hoje elas foram juntas a uma festa usando chapéus. Siga as pistas e descubra que chapéu cada uma usou. Quando chove Mariana não usa seu chapéu predileto que é vermelho. O chapéu com flores não serve para Raquel. Hoje choveu o dia todo. Quando Mariana não usa seu chapéu amarelo ela não sai com Raquel.

Fonte: STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

- 6) Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura abaixo. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?



Fonte: DANTE, L. R. Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010.

- 7) Um menino possui 3 carrinhos com 4 rodas em cada um. Qual é a idade do menino?

Fonte: STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

- 8) Eu e você temos juntos 6 reais. Quanto dinheiro eu tenho?

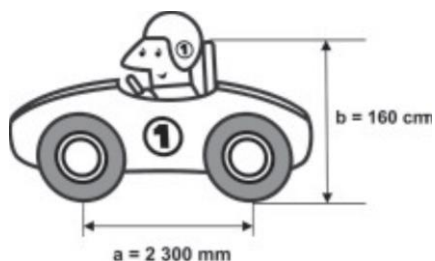
Fonte: STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

- 9) Caio é um garoto de seis anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo, ele havia perdido um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha o triplo de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?

Fonte: STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

- 10) Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

- a) distância **a** entre os eixos dianteiro e traseiro;
- b) altura **b** entre o solo e o encosto do piloto.



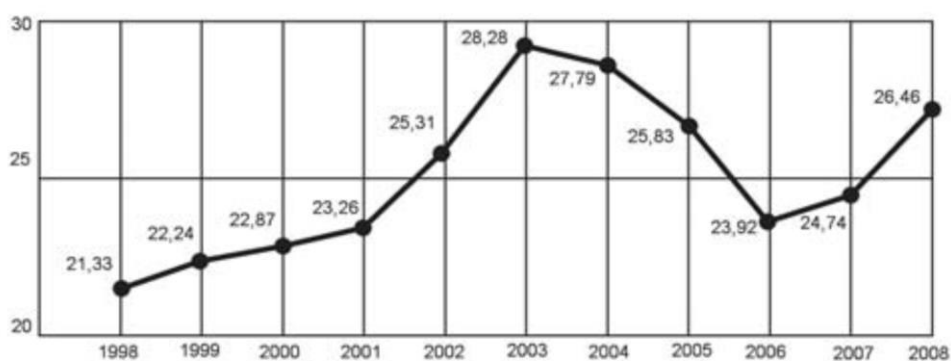
Ao optar pelas medidas a e b em metros, obtêm-se, respectivamente:

- a) 0,23 e 0,16.
- b) 2,3 e 1,6.
- c) 23 e 16.
- d) 230 e 160.
- e) 2300 e 1600.

Fonte: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf> Acesso em: 20 mai. 2012.

11) O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos.

O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). Almanaque abril 2010. São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado).

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais.

Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de:

- a) 1998 e 2001.

- b) 2001 e 2003.
- c) 2003 e 2006.
- d) 2003 e 2007.
- e) 2003 e 2008.

Fonte: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf> Acesso em: 20 mai. 2012.

12) Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4800 W consome 4,8 kw por hora.

Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kw?

- a) 0,8
- b) 1,6
- c) 5,6
- d) 11,2
- e) 33,6

Fonte: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2012.

APÊNDICE E – Tipos de problemas

TIPOS DE PROBLEMAS

- ❖ Exercícios de reconhecimento
- ❖ Exercícios de algoritmos
- ❖ Problemas-padrão
- ❖ Problemas-processo ou heurísticos
- ❖ Problemas de lógica
- ❖ Problemas sem solução
- ❖ Problemas com mais de uma solução
- ❖ Problemas com excesso de dados
- ❖ Problemas de aplicação
- ❖ Problemas de quebra-cabeça

Exercícios de reconhecimento

- Visam ao reconhecimento ou à lembrança de algum conceito ou fato matemático.

Exercícios de algoritmos

- Podem ser solucionados passo a passo. Tem como objetivo treinar a capacidade em aplicar um algoritmo.

Problemas-padrão

- São aqueles que não exigem estratégias, pois a solução está no próprio problema. O aluno só precisa transformar a linguagem usual em matemática e reconhecer as operações necessárias para solucioná-lo. O objetivo é lembrar e fixar usando os algoritmos das quatro operações. De maneira geral, não desafiam e nem estimulam a curiosidade do discente.

Problemas-processo ou heurísticos

- São problemas que requerem do estudante um tempo para pensar e montar um plano de ação, uma estratégia que leve o aluno ao resultado. Este tipo de problema se torna interessante para o discente, pois estimula a curiosidade do aluno e faz com que ele libere a criatividade, a iniciativa e também o espírito explorador.

Problemas de lógica

- Requerem raciocínio dedutivo. Fomentam a análise dos dados, facilitam a leitura e interpretação do problema e são motivadores, pois diminuem a pressão para chegar ao resultado imediatamente.

Problemas sem solução

- Esses problemas desenvolvem no aluno a capacidade de aprender a duvidar, o que faz parte do pensamento crítico. Nem todo problema tem solução.

Problemas com mais de uma solução

- A aplicação desse tipo de problema faz com que o aluno perceba que nem todo problema tem uma única resposta e que não existe só uma maneira de resolvê-lo. Esses problemas ajudam a perceber que resolvê-los é um processo de investigação e o aluno participa como ser pensante e construtor de seu próprio conhecimento.

Problemas com excesso de dados

- Nem todas as informações fornecidas pelo problema são utilizadas na sua solução. São interessantes para o aluno, pois ressaltam a importância da leitura, fazendo com que aprenda a escolher os dados que são importantes na sua solução.

Problemas de aplicação

- Representam situações reais do cotidiano do aluno e requerem a aplicação da matemática para resolvê-los. Em geral, exigem investigação e levantamento de dados e podem ser apresentados em forma de projetos.

Problemas de quebra-cabeça

- São aqueles que atraem e instigam os alunos a resolvê-los. A solução depende, muitas vezes, de um golpe de sorte, da descoberta de algum truque.

Quais são os tipos de problemas mais usados pelos professores na sala de aula?

PROBLEMAS DO PRIMEIRO ENCONTRO

1) Dados os números 2, 7, 26, 29, 45, 71, 83, 95, 101, 116, 127, 131 e 153 quais são primos?

15

2) Calcule o valor de x e y no sistema linear:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -16 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

16

3) Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2400 palitos de fósforo. Sabendo que cada caixa contém em média, 40 palitos e que cada pacote contém 10 caixas, quantos pacotes serão usados nesse trabalho?

17

4) Uma escola ganhou, por doação, uma tela de 40 m de comprimento. A direção da escola resolveu, então, cercar um terreno retangular que tivesse a maior área possível, para fazer experiências com plantas. Vamos ajudar a direção da escola a descobrir quais devem ser as dimensões do terreno?

18

5) Mariana tem 3 chapéus, um amarelo com flores, um vermelho e outro azul. Ela empresta seus chapéus à sua prima Raquel. Hoje elas foram juntas a uma festa usando chapéus. Siga as pistas e descubra que chapéu cada uma usou. Quando chove, Mariana não usa seu chapéu predileto que é vermelho. O chapéu com flores não serve para Raquel. Hoje choveu o dia todo. Quando Mariana não usa seu chapéu amarelo, ela não sai com Raquel.

19

6) Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadrados, como mostra a figura abaixo. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadrados?



Fonte: BIANCHI, L. R. F. Formação e avaliação de habilidades matemáticas e raciocínio lógico. São Paulo, Brasil, 2010.

20

7) Um menino possui 3 carrinhos com 4 rodas em cada um. Qual é a idade do menino?

21

8) Eu e você temos juntos 6 reais. Quanto dinheiro eu tenho?

22

9) Caio é um garoto de seis anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo, ele havia perdido um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha o triplo de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?

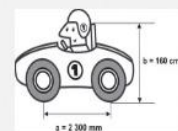
23

10) Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

- a) distância **a** entre os eixos dianteiro e traseiro;
- b) altura **b** entre o solo e o encosto do piloto.

Ao optar pelas medidas **a** e **b** em metros, obtêm-se, respectivamente:

- a) 0,23 e 0,16.
- b) 2,3 e 1,6.
- c) 23 e 16.
- d) 230 e 160.
- e) 2300 e 1600.



Fonte: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf. Acesso em: 20 mai. 2012.

24

11) O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos.

O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). Almanaque abril 2010. São Paulo: Abril, ano 36 (abril 2010).

Fonte: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf. Acesso em: 20 mai. 2012.

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais.

Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de:

- a) 1998 e 2001.
- b) 2001 e 2003.
- c) 2003 e 2006.
- d) 2003 e 2007.
- e) 2003 e 2008.

25

12) Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4800 W consome 4,8 kW por hora.

Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?

- a) 0,8
- b) 1,6
- c) 5,6
- d) 11,2
- e) 33,6

26

Referências

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010.

Problemas disponíveis em:

http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf. Acesso em: 20 mai. 2012.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.) **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

27

APÊNDICE F – Problemas para formação de grupos

- 1) Uma torneira sozinha enche um tanque em 2 horas. Um buraco, no fundo do tanque, quando aberto, esvazia-o em 3 horas. Se a torneira e o buraco estiverem abertos (uma enchendo e o outro esvaziando), em quanto tempo o tanque ficará cheio?

Fonte: DANTE, L. R. Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010.

- 2) Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28 m de comprimento por 12 m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1:250.

Que medidas de comprimento e largura, em cm, o aluno utilizará na construção da maquete?

- a) 4,8 e 11,2
- b) 7,0 e 3,0
- c) 11,2 e 4,8
- d) 28,0 e 12,0
- e) 30,0 e 70,0

Fonte: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf> Acesso em 20 mai. 2012.

- 3) A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



Disponível em: <http://mdmat.psico.ufrgs.br>. Acesso em: 1 maio 2010.

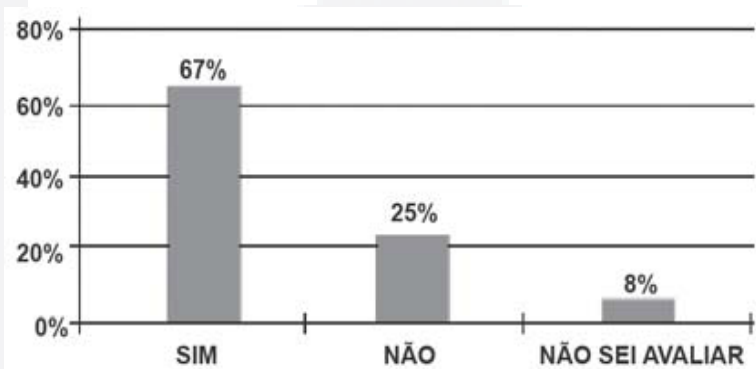
Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de:

- a) Pirâmide

- b) Semiesfera
- c) Cilindro
- d) Tronco de cone
- e) Cone

Fonte: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf> Acesso em 20 mai. 2012.

- 4) Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Época. Ed. 619, 29 de mar. 2010 (adaptado)

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete?

- a) Menos de 23
- b) Mais de 23 e menos de 25
- c) Mais de 50 e menos de 75
- d) Mais de 100 e menos de 190
- e) Mais de 200

Fonte: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/07_AZUL_GAB.pdf> Acesso em 20 mai. 2012.

- 5) Um relógio digital marca 19:57:33. Qual o número mínimo de segundos que devem passar até que se alterem todos os algarismos?

Fonte: <<http://www.somatematica.com.br/desafios/desafio22.php>>. Acesso dia 18 jun. 2012.

- 6) O gavião chega ao pombal e diz:

- Adeus, minhas cem pombas.

As pombas respondem, em coro:

- Cem pombas não somos nós; com mais dois tantos de nós e com você, meu caro gavião, cem pássaros seremos nós.

Quantas pombas estavam no pombal?

Fonte: DANTE, L. R. Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010.



APÊNDICE G – Problemas formulados pelos docentes

Grupo 1:

Júlia, amiga de Ana, tem sete pulseiras e comprou mais 3 pulseiras para dar de presente à Ana em seu aniversário. Ana disse para sua mãe que quer de aniversário o dobro de pulseiras que Júlia. A mãe de Ana comprou o número de pulseiras que Ana pediu. Quantas pulseiras Ana ganhará de aniversário?

Grupo 2:

Considere a sequência de números disposta em linhas:

1ª	1	soma: 1
2ª	3 5	soma: 8
3ª	7 9 11	soma: 27
4ª	13 15 17 19	soma: 64
5ª	21 23 25 27 29	soma: 125
6ª		
.		
.		
.		
10ª		

Com base nas informações de cada linha, determine:

- Os números que formam a 6ª linha.
- A soma dos números que formam a 10ª linha.

Grupo 3:

Em um estacionamento cabem 145 automóveis. Quantos carros cabem em um mês?

Grupo 4:

O dono da Loja de roupas adquire uma calça por R\$100,00 e para revendê-la colocou 50% de margem de lucro. Após um tempo sem conseguir vendê-la, resolve liquidar a mesma com 50% de desconto. Sendo assim o dono da loja obterá:

- lucro

- b) prejuízo
- c) nem lucro e nem prejuízo

Grupo 5:

Um celular é vendido nas seguintes condições:

- À vista: R\$ 379,00
- A prazo, com 20% de entrada e o restante em 9 parcelas de R\$ 44,80.

Nessas condições:

- a) Qual o valor da entrada? Qual o valor total pago a prazo?
- b) Quanto economizaria, se o pagamento fosse à vista?
- c) Qual o percentual de acréscimo em relação ao preço à vista?



Grupo 6:

O salário de Marcos é de R\$ 980,00, mais 3% de comissão sobre as vendas. Quanto Marcos recebeu de comissão em um mês em que efetuou R\$ 40.000,00 em vendas?

Grupo 7:

O preço de etiqueta de um casaco é de R\$ 360,00. A loja oferece como forma de pagamento:

- 10% de desconto à vista
- 6 parcelas iguais sem acréscimo
- em 10 parcelas iguais com 6% de juros sobre o valor da etiqueta.

Quanto pagará Bárbara ao comprar este casaco?

PROBLEMOTECA



7

5





STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática.** – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 103-120.

APÊNDICE I – Problema dos sanduíches

Problema dos sanduíches

Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R\$ 5,00 por sua parte. Que parte dos R\$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?

Jô  Pat  Cris
RS 5.00 por sua parte

O que fazer para resolver esse problema na sala de aula?

- Quantas dessas partes Jô ofereceu?
- Quantas partes Jô comeu?
- Quantas partes dos sanduíches da Jô foram ofertadas a Cris?
- Quantas dessas partes Pat ofereceu?
- Quantas partes Pat comeu?
- Quantas partes dos sanduíches da Pat foram ofertadas a Cris?

Problema apresentado por Lourdes de la Rosa Onuchic na palestra da “IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática” na Universidade de Passo Fundo (RS).

APÊNDICE J – Problemas matemáticos: diferentes estratégias usadas pelos professores para resolvê-los (1º encontro)

**Problemas matemáticos:
diferentes estratégias usadas
pelos professores para
resolvê-los**



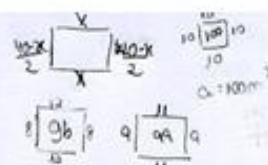
- Uma escola ganhou, por doação, uma tela de 40 m de comprimento. A direção da escola resolveu, então, cercar um terreno retangular que tivesse a maior área possível, para fazer experiências com plantas. Vamos ajudar a direção da escola a descobrir quais devem ser as dimensões do terreno?

Resoluções:

P	comp.	larg.	A
40	10	10	100 m ²
40	15	5	75 m ²
40	17	3	51 m ²
	19	1	19 m ²

quais devem ser as dimensões do terreno?

Devemos ter 10 m por 10 m
Todo quadrado é retângulo



para fazer experiências com plantas

quais devem ser as dimensões do terreno?

$$x + y = 40$$

$$10 + 10 = 20$$

$$15 + 5 = 20$$

$$17 + 3 = 20$$

$$19 + 1 = 20$$

$$A_{\max} = x \cdot y$$

$$100$$

$$75$$

$$51$$

comprimento: 10 m

largura: 10 m



$$2x + 2y = 40$$

$$x + y = 20$$

$$x = 20 - y$$

$$A = x \cdot y$$

$$A = y(20 - y)$$

$$A = 20y - y^2$$

- Mariana tem 3 chapéus, um amarelo com flores, um vermelho e outro azul. Ela empresta seus chapéus à sua prima Raquel. Hoje elas foram juntas a uma festa usando chapéus. Siga as pistas e descubra que chapéu cada uma usou: Quando chove, Mariana não usa seu chapéu predileto que é vermelho. O chapéu com flores não serve para Raquel. Hoje choveu o dia todo. Quando Mariana não usa seu chapéu amarelo, ela não sai com Raquel.

Resoluções:

amarelo ela não sai com Raquel.
 Mariana tem AMARELO, VERMELHO e AZUL
 RAQUEL AMARELO, AZUL, VERMELHO

Mariana - AZUL
 RAQUEL - VERMELHO

amarelo ela não sai com Raquel.
 AM MA RA
 VE AM VE
 AZ AZ AZ

Mariana usou o chapéu Azul e
 Raquel usou o vermelho.

amarelo ela não sai com Raquel. MARIANA : 3 chapéus
 Mariana — A com flores (é usado por Raquel)
 — VERMELHO (é usado quando chove)
 — AZUL

RAQUEL — AZUL
 MARIANA — AMARELO

- Caio é um garoto de seis anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo, ele havia perdido um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha o triplo de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?

Resoluções:

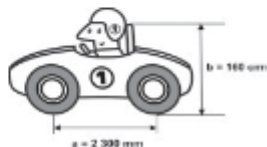
Uma dúzia de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Caio tinha ao iniciar o jogo?
 Caio: 6 anos bolinhas Perdeu $\frac{1}{4}$ = 6 bolinhas
 2 dúzias = 24 $24 - 6 = 18 \times 3 = 54$ $\frac{54}{4} = 13.5$ 48 bolinhas ele tinha no início

Uma dúzia de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Caio tinha ao iniciar o jogo?
 Caio: 24 bolinhas perdeu 6 = 18 bolinhas $54 - 6 = 48$ bolinhas
 Júnior: ? No final Júnior terá 54 bolinhas. (Júnior tinha 48 bolinhas)

$C = 24 - 6 = 18$ Júnior tinha 48 bolinhas ao iniciar o jogo.
 $J = 54$

➤ Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

- a) distância **a** entre os eixos dianteiro e traseiro;
- b) altura **b** entre o solo e o encosto do piloto.



Ao optar pelas medidas **a** e **b** em metros, obtêm-se, respectivamente:

- a) 0,23 e 0,16.
- b) 2,3 e 1,6.
- c) 23 e 16.
- d) 230 e 160.
- e) 2300 e 1600.

8

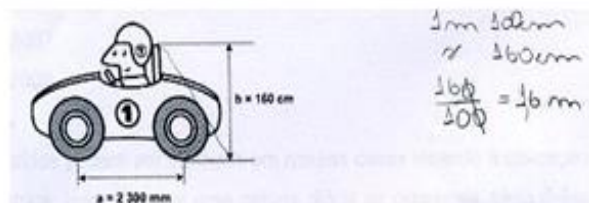
Resoluções:

Ao optar pelas medidas **a** e **b** em metros, obtêm-se, respectivamente:

- a) 0,23 e 0,16.
- ~~b) 2,3 e 1,6.~~
- ~~c) 23 e 16.~~
- ~~d) 230 e 160.~~
- ~~e) 2300 e 1600.~~

$$2\,300\text{ mm} = 2,3\text{ m}$$

$$160\text{ cm} = 1,6\text{ m}$$



$$2\,300\text{ mm} = 2,3\text{ m}$$

$$160\text{ cm} = 1,6\text{ m}$$

m	dm	cm	mm
2	3	0	0
1,	6	0	0

9

- Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4800 W consome 4,8 kw por hora.

Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kw?

- a) 0,8
b) 1,6
c) 5,6
d) 11,2
e) 33,6

Resoluções:

$$\begin{array}{l}
 4,8 \text{ kw/h} \quad 2 \text{ banhos} \rightarrow 20 \text{ min} \\
 \div 3 \left(\begin{array}{l} 4,8 \\ \text{kw} \end{array} \begin{array}{l} 60 \text{ min} \\ 20 \text{ min} \end{array} \right) \div 3 \\
 x = 1,6 \text{ kw} \\
 \times 7 \text{ dias} \\
 \hline
 11,2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 4,8 \text{ kw por hora} \\
 1 \text{ h} = 60 \text{ min} \\
 x = 20 \text{ min} \\
 \frac{60}{20} = \frac{4,8}{x} = \frac{1}{3} \\
 4,8 \text{ kw} = 12x \\
 x = 0,33333 \\
 11 = 3,6 \text{ kw} \\
 \times 7 \\
 \hline
 11,2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 4,8 \text{ kw} - 60 \text{ min} \\
 x - 20 \text{ min} \\
 60x = 96 \\
 x = \frac{96}{60} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ kw} \\
 \times 7 \\
 \hline
 11,2 \text{ kw}
 \end{array}$$

APÊNDICE K – A importância de permitir o uso de diferentes estratégias na resolução de problemas matemáticos

A IMPORTÂNCIA DE PERMITIR O USO DE DIFERENTES ESTRATÉGIAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

- Cavalcanti (2001, p. 125) assevera que, para que os discentes possam mostrar ao professor as diferentes formas que utilizam para resolver problemas, é função do docente,

[...] propiciar um espaço de discussão no qual eles pensem sobre os problemas que irão resolver, elaborem uma estratégia e façam o registro da solução encontrada ou dos recursos que utilizaram para chegar ao resultado.

- Complementa ainda afirmando que dar esse tempo é uma forma de intervenção didática que facilita a organização do pensamento matemático, sem apego às regras e às crenças vivenciadas nas aulas de Matemática.

- A mesma autora ainda assevera que no modelo tradicional, "[...] o trabalho de resolução de problemas se inicia após a introdução de conteúdos matemáticos, ou seja, após as operações serem apresentadas aos alunos" (CAVALCANTI, 2001, p. 123). Dessa forma, trabalham-se problemas de adição depois que os discentes aprenderam a técnica da adição, ocorrendo o mesmo com as outras operações.

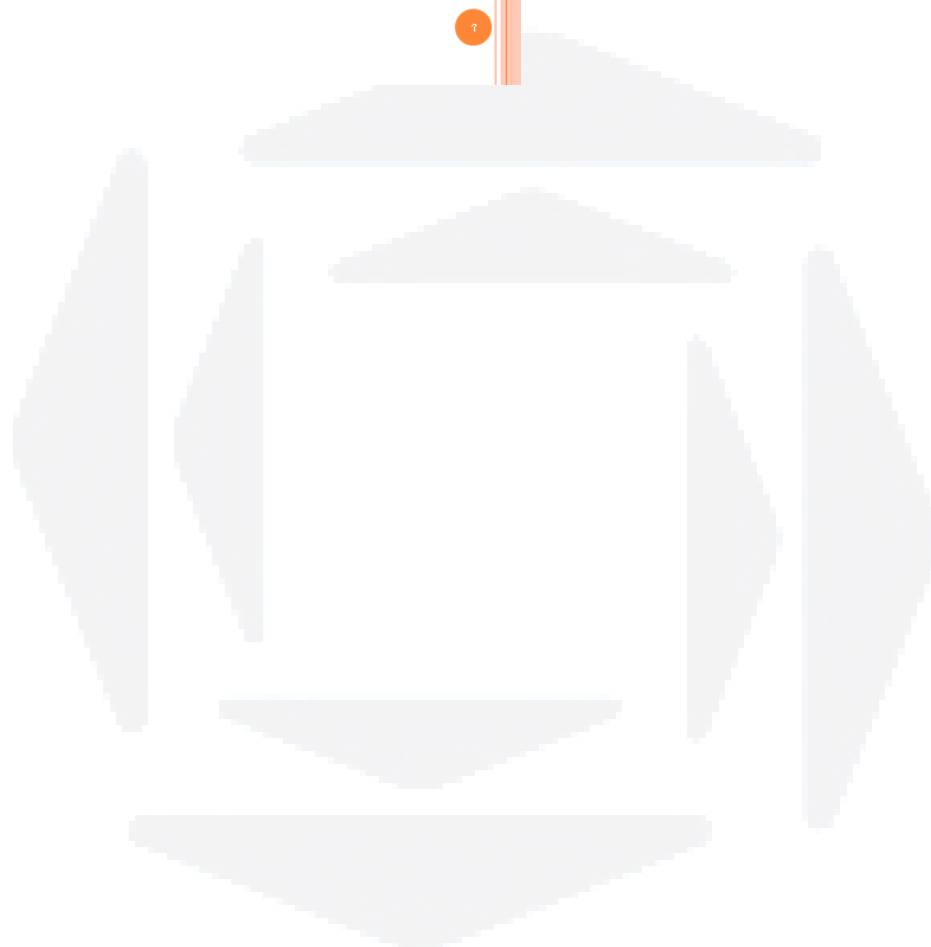
Cavalcanti (2001, P. 123) também acrescenta que

[...] a exigência precoce pelo algoritmo na resolução de problemas pode criar dificuldades para os alunos, quer na compreensão do que o problema pede, quer na elaboração adequada de uma estratégia para a sua resolução.

Abordar problemas matemáticos é oportunizar ao aluno a construção do seu próprio conhecimento, fazendo uso de uma ou várias estratégias passíveis de serem utilizadas na resolução de problemas. O importante é que o aluno faça essa escolha e use a estratégia mais acessível para cada questão.

REFERÊNCIAS

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática.** – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 121-149.



APÊNDICE L – Problema dos cilindros

Problema dos cilindros

A professora Norma entregou a cada um de seus alunos uma folha de papel, de 20 cm por 30 cm, e fita adesiva. Ela lhes pediu para enrolar o papel e fazer um cilindro. Os alunos seguiram as instruções, mas seus cilindros se mostraram de dois tamanhos diferentes. A professora pediu, então, que determinassem qual desses dois cilindros tinha o maior volume.

[1]

- ❖ Jorge disse: - No meu cabe mais, porque é mais alto.
- ❖ Ema disse: - No meu cabe mais, porque é mais largo.
- ❖ Laura disse: - Eles devem conter a mesma quantidade, porque foram feitos a partir de folhas de papel de mesmo tamanho.

Quem está certo? Como você sabe?

[2]

Problema apresentado por Lourdes de la Rosa Onuchic na palestra da "IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática" na Universidade de Passo Fundo (RS).

[3]

APÊNDICE M – Estratégias passíveis de serem utilizadas

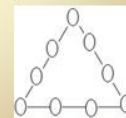
ESTRATÉGIAS PASSÍVEIS DE SEREM UTILIZADAS

Musser e Shaughnessy (1997) destacam cinco estratégias:

1) **Tentativa-e-erro**: esse método envolve o uso das operações relativas às informações apresentadas.

• Ex.: a) Encontre o menor número primo maior que 840.

b) Disponha os algarismos de 1 a 9 no triângulo apresentado na figura 1, de tal forma que a soma de cada lado seja 17.



2) **Padrões**: essa estratégia contempla casos particulares do problema. Chega-se à solução, fazendo-se a generalização a partir desses casos.

• Ex.: a) É dado um quadrado de palitos 1×1 (fig.3). De quantos palitos se necessita para formar um quadrado 10×10 com quadradinhos de palitos 1×1 ? Quantos palitos são necessários para construir um quadrado $n \times n$?



Fig. 3



Fig. 4

b) Calcule a soma dos n primeiros números ímpares.

3) **Resolver um problema mais simples**: esse método pode abranger a resolução de um caso específico de um problema, ou recuar temporariamente de uma questão complicada para uma versão resumida. Neste último caso, a estratégia do problema mais fácil pode vir acompanhada da aplicação de um padrão. Pode exigir o uso de muitas estratégias, uma depois da outra, para que se chegue ao resultado satisfatório.

• Ex.: Quantos quadrados de todos os tamanhos possíveis há num tabuleiro de damas 8×8 ?

4) **Trabalhar em sentido inverso**: essa estratégia difere das outras, pois parte do objetivo do problema, ou daquilo que deve ser provado, e não dos dados. Então, procura-se um teorema ou vários teoremas dos quais se deduz o objetivo.

De acordo com Dante (2010), apresenta-se o exemplo a seguir:

• Pensei em um número, multipliquei-o por 4 e ao resultado somei 5. Resultou 41. Em que número pensei?

5) **Simulação:** solucionar um problema abrange preparar e realizar um experimento, reunir dados e tomar decisões considerando a análise dos dados. A realização do experimento talvez não seja prática, então, uma simulação pode ser uma estratégia de resolução de problemas conveniente e poderosa.

- Ex.: Você e quatro amigos estão conversando em uma festa. De repente, uma estranha se aproxima e diz que aposta um dólar em que pelo menos duas pessoas do seu grupo têm o mesmo signo astrológico. Você deveria topa a aposta?

7

Cavalcanti (2001) apresenta outra estratégia

6) **Desenho:** "[...] o desenho serve como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução" (p. 127). Explica que, quando desenham, os alunos evidenciam com mais facilidade os significados que estão no problema (palavras, cenas, dados, operações,...) e constroem uma representação mental desses significados. Através do desenho o professor terá pistas sobre como o aluno pensou e agiu para solucionar o problema.

8

- Ex.: Clóvis é um colecionador muito estranho. Ele tem 2 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas. Cada aranha tem 8 patas. Se Clóvis tivesse que comprar meias no inverno para suas aranhas, quantas meias compraria?

9

Stancanelli (2001) aborda outra estratégia

7) **Tabela:** usando essa estratégia o aluno pode vir a montar e a representar sua solução por meio de uma tabela.

Conforme Dante (2010), apresenta-se o exemplo a seguir:

- Pedrinho tem 9 notas e moedas, num total de R\$ 93,00. As moedas são de R\$ 1,00 e as notas são de R\$ 5,00, R\$ 10,00 e R\$ 50,00. Quantas moedas e notas de cada valor ele tem?

10

Mais estratégias...

Dentre as várias estratégias passíveis de serem utilizadas para resolver problemas matemáticos, uma merece destaque, pois é muito utilizada pelos estudantes: o cálculo formal. De acordo com um estudo realizado por Dullius et al (2011), grande parte dos 311 alunos do ensino médio que participaram das provas da 11ª Olimpíada Matemática da Univates resolveram os problemas utilizando o cálculo formal.

11

Para refletir...

- Os autores Musser e Shaughnessy (1997, p. 188) ressaltam a importância de aprender as muitas estratégias de resolução de problemas:

Acreditamos que o currículo de matemática deveria basear-se mais em *estratégias* do que em *conteúdo*. Os alunos poderiam aprender primeiro muitas das estratégias de resolução de problemas envolvendo o conteúdo de uma área particular – digamos, matemática –, para só mais tarde, então, tomar conhecimento de como essas estratégias se generalizam quando cruzam com outras áreas do conhecimento, como física, biologia, política e economia.

12

Corroborando as ideias dos autores citados anteriormente, Echeverría e Pozo (1998) ressaltam que encaminhar o currículo para a resolução de problemas implica pesquisar e organizar situações abertas a fim de que o aluno seja induzido a buscar e criar suas estratégias para a solução dos problemas, o que o deixará preparado para dar respostas não somente às perguntas escolares, como também às mais variadas situações da realidade cotidiana. Além disso, adquirirá habilidades para aprender por si só novos conhecimentos.

13

Referências:

- CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática*. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 121-149.
- DANTE, L. R. *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010.
- DULLIUS, M. M. et al. Estratégias utilizadas en la resolución de problemas matemáticos. *Revista chilena de Educación Científica*, Volumen 10, nº 1, p. 23-32, Julio 2011.
- ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). *A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender*. – Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 13-42.
- MUSSER, G. L.; SHAUGHNESSY, J. M. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. – São Paulo: Atual, 1997, p. 188-201.
- STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática*. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 103-120.

14

APÊNDICE N – Avaliação do 3º encontro

Grupo 1:

Gostamos das atividades propostas na formação continuada, pois nos possibilitam a aplicação com os nossos alunos, além de fazer a gente pensar nas várias possibilidades de resoluções dos problemas. As discussões que emergiram facilitaram a análise dos diferentes desenvolvimentos. Além de nos proporcionar atividades diferentes para que a gente possa aplicar com nossos alunos.

Grupo 2:

O encontro foi muito produtivo e teve dinâmicas bem interessantes e aplicáveis como o jogo da velha e o cilindro. Também gostamos bastante dos problemas trazidos para este encontro, muitos deles trazem algum conteúdo por trás (PA e PG), mas os alunos não necessariamente precisam resolver por fórmulas. Muito importante também conhecer as estratégias que os alunos usam, para compreender melhor a forma que os discentes pensam.

Grupo 3:

O encontro do dia foi bastante produtivo. Iniciamos destacando a atividade inicial, desconhecida por nós, que além de tornar a aula mais dinâmica, permitiu a discussão da mesma, inclusive com diversas aplicações (em vários "conteúdos" diferenciados). O espaço reservado para a troca de ideias, ou seja, o que estamos aplicando (do curso) em nossas aulas, também é muito significativo, pois é o momento de percebermos que algumas angústias podem ser gerais, não acontecem somente conosco, assim como os aspectos positivos (o que deu certo para alguém e pode dar certo para nós também). A atividade que expôs as formas de resolução dos colegas referente aos problemas da 1ª aula, também foi bastante produtiva, sendo relacionado consecutivamente as estratégias citadas por alguns autores (os exemplos utilizados também foram muito interessantes e podem ser utilizados por nós em nossas aulas).

Grupo 4:

Achamos muito produtiva a tarde de hoje. A dinâmica e a parte prática enriqueceram as atividades e as discussões. O retorno trazido pelos colegas professores também é interessante. Continue... estamos ansiosas para mais sugestões de atividades. Estamos preparando algumas atividades para aplicar com as turmas após o retorno das férias.

Grupo 5:

Temos que dizer que a tarde de hoje foi:

- inquietante;
- reflexiva;
- sem chão...

Nela aprendemos que devemos, ou deveríamos:

- usar mais problemas do que usamos;
- tentar visualizar os conteúdos a partir de problemas e não os problemas depois dos conteúdos;
- reelaborar o planejamento das escolas para que a base do ensino da matemática sejam os problemas e não os conteúdos...;

Porém: não sabemos o quanto o ensino da matemática a partir de problemas vai garantir alunos mais 'hábeis' em matemática...

Então: o uso de problemas é mais uma estratégia que vem sendo muito discutida dentro da Educação Matemática, diante da situação em que se encontram os índices dessa disciplina, devemos mudar tudo? NÃO.

Devemos adotar essa estratégia TAMBÉM, pois vemos que o necessário para aprender matemática é na verdade vermos tudo o que for possível. É como se para aprender essa disciplina nós precisássemos trabalhar sempre a 100 km/h para propiciar aos nossos alunos uma aprendizagem com movimento, usando corpo, mente e tantos recursos quanto forem necessários.

Tudo em matemática é importante: ler, entender, decorar, mexer, usar jogos, fazer cálculo formal, usar muitos recursos, fazer o cérebro estar em contato permanente com o raciocínio; caso contrário, a matemática não será aprendida.

APÊNDICE O – Problemas formulados pelos docentes a partir de uma resposta dada

Problema 1:

Resposta: R\$ 1463,78

As despesas de Paulo

Paulo pretende comprar um televisor novo. Sabe-se que seu salário é o dobro do salário de seu irmão Júlio, o qual ganha R\$ 1341,90. No próximo sábado, ele irá comprar o televisor e pagar a conta de água, no valor de R\$ 43,54. Após pagar à vista a televisão e a conta de água, Paulo calculou que lhe sobrarão exatamente R\$ 1220,02 de seu salário. Levando estes dados em consideração, qual será a despesa total de Paulo no sábado?

Problema 2:

Resposta: A noiva é 38 dias, 7h e 45 min mais velha que o noivo.

O casamento

Sabrina e Pedro estão no altar para se casar, o padre ficou admirado ao perceber que os noivos têm praticamente a mesma idade, então ele pergunta:

- Qual a diferença de idade de vocês? A noiva responde: - Nasci no dia 03/03/1984 às 16h e 15 min. O noivo diz: - E eu nasci no dia 10/04/1984 às 24h. Com ajuda destes dados, auxilie o padre a sanar sua dúvida.

Problema 3:

Resposta: Patrícia pode se vestir de 24 maneiras diferentes para ir ao baile.

O baile

Patrícia vai ao baile com os amigos. Ela está indecisa com o que vestir, pois possui 4 saias, 3 blusas e 2 sapatos. De quantas formas distintas Patrícia pode se vestir para ir ao baile?

Problema 4:

Resposta: O número 6 foi usado 20 vezes para numerar as páginas do livro.

O livro

Um livro de matemática possui 105 páginas. Quantas vezes foi usado o número 6 para numerar as páginas do livro?

Problema 5:

Problema que apresenta várias respostas:

- 12 laranjas e 15 maçãs
- 9 laranjas e 18 maçãs
- 20 laranjas e 7 maçãs
- 5 laranjas e 22 maçãs... entre outras.

Alimentação saudável

Na escola de Maria e Joana está sendo trabalhado um projeto sobre “Alimentação Saudável”. As duas alunas são responsáveis pelo dia da fruta na merenda escolar, que ocorre semanalmente. Dentre as frutas oferecidas pela escola, laranjas e maçãs, elas organizam a distribuição para seus 25 colegas, de acordo com a preferência de cada um e, no final do recreio, informam a quantidade de cada tipo de fruta que foi consumida pela turma.

Problema 6:

Resposta: A porcentagem de aumento foi de 15%.

A liquidação

Uma loja está liquidando seu estoque de roupas e calçados. No entanto, não pode sair no prejuízo. Para que isso não ocorra, um dos funcionários está verificando se o preço de venda não está menor do que o preço de compra dos produtos. Em sua procura, ele acaba descobrindo vários erros. Por exemplo: uma calça *jeans* que estava sendo vendida na liquidação por R\$ 95,00, havia sido comprada do fabricante por R\$ 109,25. Para obter melhores resultados, este

funcionário organizou uma tabela indicando todos os equívocos para que os mesmos pudessem ser corrigidos. Abaixo está a tabela construída pelo funcionário:

PRODUTO	PREÇO DE COMPRA	PREÇO DE VENDA
Calça <i>jeans</i> marca A	R\$ 109,25	R\$ 95,00
Blusa feminina	R\$ 40,03	R\$ 34,82
Camisa manga longa	R\$ 73,30	R\$ 63,74
Blusa masculina	R\$ 78,48	R\$ 68,24
Calça <i>jeans</i> marca B	R\$ 112,70	R\$ 98,00
Camisa manga curta	R\$ 42,30	R\$ 36,78

De posse desses dados, o funcionário passou a calcular a porcentagem que deveria ser acrescida em cada valor de venda para que o mesmo atingisse o preço de compra de cada produto. Qual terá sido a porcentagem acrescida no preço de cada produto para que se atinja o valor de compra de cada um?

Problema 7:

Resposta: Das 30 rodadas, Marieli acertou 18 e errou 5.

O jogo

Em um jogo de questões em uma aula de matemática com 30 rodadas, jogavam 4 colegas, João, Pedro, André e Marieli. Cada vitória teria pontuação de três pontos e cada erro ficaria com o valor de um ponto. João teve como pontuação 10 pontos sendo 3 acertos e um erro, Pedro teve como pontuação 21 pontos sendo assim 7 acertos e nenhum erro, o colega André, teve um total de pontos de 6 pontos não contendo nenhum erro, e Marieli teve um total de 59 pontos. Quantos acertos e quantos erros ela obteve nesse jogo de questões?

	João	Pedro	André	Marieli	Total de rodadas: 30
Pontuação	10 pontos	21 pontos	6 pontos	59 pontos	
Acertos	3	7	2	?	Quantos acertos faltam para fechar às 30 rodadas
Erros	1	0	0	?	

Problema 8:

Resposta: a) de 2ª feira a 6ª feira foram vendidas_____ revistas, e durante o fim de semana, sábado e domingo, foram vendidas_____ revistas.

b) no total, nessa semana foram vendidas_____ revistas.

As revistas

Senhor João fez uma tabela para mostrar a quantidade de revistas vendidas durante uma semana.

Domingo	2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira	Sábado
21	20	18	20	25	25	19

Ajude o Senhor João a preencher algumas informações sobre a venda dessa semana.

Problema 9:

Resposta: Faltam ainda 346 quilômetros para concluir a viagem.

Mais Fração

Leonardo precisa fazer uma viagem de trabalho até o município *Mais Fração*. Sabendo que já percorreu $\frac{3}{5}$ do percurso, o que corresponde a 519 quilômetros, quantos quilômetros ainda faltam para concluir a viagem até *Mais Fração*?

Problema 10:

Resposta: Faltam dados no problema.

O desconto

Anita foi para o shopping comprar uma televisão. O vendedor da loja falou que se ela pagasse a televisão à vista ganharia 20% de desconto. Em que preço ficaria a televisão com o desconto que a vendedora daria à Anita?

Fonte: Grupo de formação

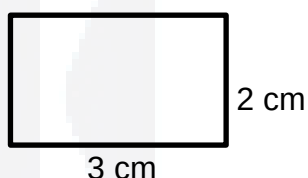
APÊNDICE P – Problemas formulados pelos docentes a partir de uma estratégia

Grupo 1: Desenho

Dois amigos ganharam, cada um, uma barra de chocolate de igual tamanho. Pedro comeu 75% da sua barra e João $\frac{3}{4}$ da sua. Considerando que cada barra tinha 24 tabletes de chocolate, quantos cada um comeu?

Grupo 2: Simulação

Hoje você tem uma tarefa diferenciada. Sua função é trocar o piso da sua sala. O problema é que não temos à disposição nenhum instrumento de medida conhecido (régua, metro,...). Você tem apenas o desenho abaixo:



Quantos desses retângulos você acha que seriam necessários para cobrir todo o chão de sua sala de aula?

Grupo 3: Sentido inverso

Pense em um número par. Multiplique por ele mesmo. Tire a raiz deste número. Multiplique por um e em seguida multiplique por dois. O resultado será?

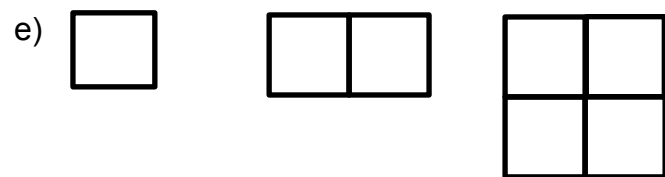
Grupo 4: Tentativa e erro

Qual é o maior número par múltiplo de três compreendido entre um e cem?

Grupo 5: Padrões

Descubra o 10º termo das sequências abaixo:

- | | | |
|------------------|---------------|---------------|
| a) 0,5 | 2 | 3,5 |
| b) $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{4}$ |
| c) 4 | 8 | 16 |
| d) 1 | 3 | 9 |



APÊNDICE Q – Resolver problemas matemáticos (interpretações, tendências e princípios)

Resolver problemas matemáticos

Branca (1997) destaca três interpretações mais gerais para resolver problemas:

- como meta,
- como processo,
- como habilidade básica.

COMO META

A resolução de problemas ao ser vista como uma meta, “[...] independe de problemas específicos, de procedimentos ou métodos e do conteúdo matemático [...] aprender a resolver problemas é a razão principal para estudar matemática” (BRANCA, 1997, p. 5).

COMO PROCESSO

O importante é considerar como o aluno resolve um problema, quais são suas estratégias, seus métodos e os procedimentos usados para resolver um problema.

COMO UMA HABILIDADE BÁSICA

“[...] ao interpretar a resolução de problemas como uma habilidade básica [...] considerar especificidades do conteúdo de problemas, tipos de problemas e métodos de solução” (BRANCA, 1997, p. 8). A questão é o que basicamente deve ser lecionado aos alunos em se tratando de resolver problemas, sendo necessário fazer escolhas difíceis em relação às técnicas que serão usadas.

Qual interpretação é a mais importante para nós professores?

Em relação a essas três interpretações, Branca (1997, p. 10) ainda faz uma reflexão sobre a importância delas para os professores:

Nesse mesmo contexto, segundo Dante (2010, p. 16) resolver problemas “[...] é uma competência mínima, básica, que todos os alunos devem ter para que construam sua cidadania e usufruam plenamente dela”.

Em consonância com essa mesma perspectiva, os PCNs (Brasil, 1997) abordam alguns princípios que podem ser seguidos quando a resolução de problemas matemáticos é o foco:

“[...] temos de compreender a importância da resolução de problemas no que se refere a cada uma das três interpretações. Precisamos estar conscientes de que os alunos que estão iniciando a vida escolar nesta década consumirão a maior parte de sua vida produtiva resolvendo os problemas do século XXI. Embora não tenhamos um meio de saber como serão esses problemas, considerar a resolução de problemas segundo as diferentes interpretações pode ajudar a nos preparar para eles”.

Dante (2010) acrescenta uma quarta interpretação:

Resolução de problemas como metodologia do ensino de matemática.

Essa interpretação é mais proveitosa ao referir-se ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, já que considera as três interpretações mencionadas e enriquece-as com um componente metodológico valioso, desencadeando definições e métodos através de situações-problema interessantes, trabalhando com a problematização de ocasiões e ainda com projetos.

1) ao realizar uma atividade matemática, partir do problema e não da definição. Definições e métodos matemáticos são abordados durante a resolução do problema, ou seja, quando o aluno precisa desenvolver alguma estratégia de resolução;

2) o problema não é uma atividade na qual o discente pode aplicar uma fórmula ou um método operatório. Somente haverá problema se o estudante for orientado a interpretar o que diz a questão e organizar a situação que é estabelecida;

3) aproximações consecutivas ao conceito são organizadas para resolver um determinado tipo de problema; o aluno pode utilizar aquilo que aprendeu para resolver outros problemas em outro momento, o que requer transferências, ajustes e rompimentos;

4) ao solucionar um problema, o aluno não constrói só um conceito, mas muitos conceitos que servem para solucionar muitos problemas. Uma concepção matemática se constitui articulada com outras definições, através de muitos ajustes e generalizações;

5) resolver problemas não é uma atividade que pode ser desenvolvida como uma maneira de aplicar a aprendizagem, porém como um guia para a aprendizagem, pois a resolução de problemas propicia um contexto no qual o aluno pode compreender definições, processos e atitudes matemáticas.

Reflexão...

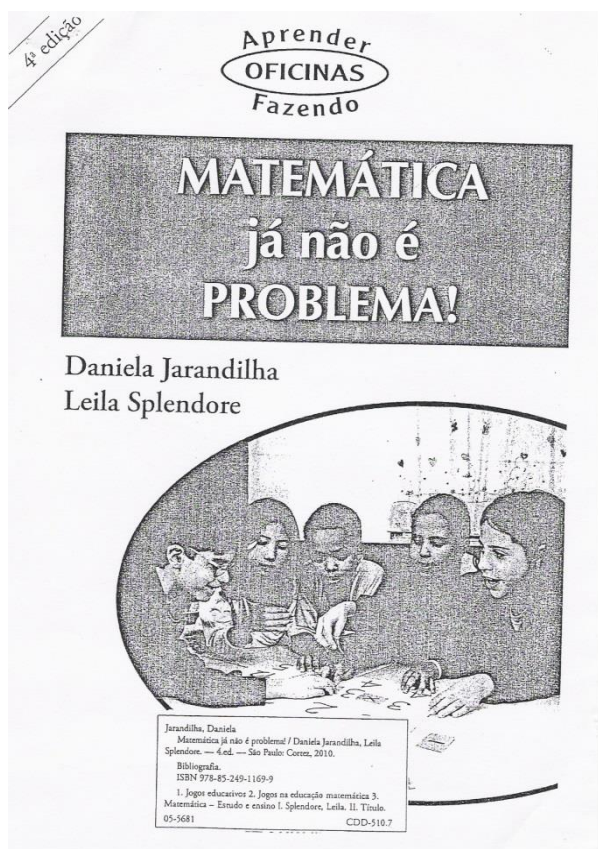
Referências:

BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. – São Paulo: Atual, 1997, p. 4-12.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

APÊNDICE R – Aprendendo a resolver problemas



Aprendendo a resolver problemas I

Esta atividade auxilia:

- a capacidade de interpretar fatos matemáticos.

Você vai precisar de:

- uma folha xerocopiada, para cada aluno, contendo pequenas narrativas, nas quais apareçam situações matemáticas que eles tenham que resolver no decorrer da história.

Exemplo:

Pedro e seus pais decidiram fazer uma viagem de automóvel. Antes de saírem de casa, combinaram que o pai iria dirigindo e, se ficasse cansado, a mãe assumiria o volante. O pai dirigiu 229 km e, depois, pediu à mãe de Pedro que dirigisse os _____ quilômetros que faltavam até o destino da viagem. Durante o percurso, Pedro, impaciente, perguntou a seu pai quantos quilômetros teria a viagem toda, porque parecia que andavam, andavam, e nunca chegavam. Seu pai respondeu-lhe que a viagem era de 335 km, portanto faltavam poucos quilômetros para chegar. Após alguns dias, ao retornarem para casa, Pedro ficou curioso para saber quantos quilômetros percorreram, contando a ida e a volta; ficou surpreso ao constatar que aguentou ficar _____ quilômetros dentro do carro.

Resposta:

106 e 670

Procedimento:

- Entregar uma folha a cada aluno.
- Pedir-lhes que leiam as histórias.
- Em seguida, pedir-lhes que completem as lacunas com dados numéricos que estejam de acordo com a história.



Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. **Matemática já não é problema!** - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas II

Esta atividade auxilia:

- o desenvolvimento da capacidade de interpretar fatos matemáticos.

Você vai precisar de:

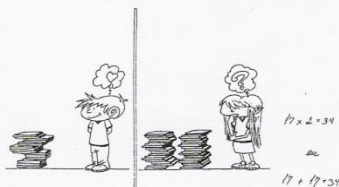
- uma folha xerocopiada, para cada aluno, com algumas situações matemáticas (pequenas histórias).

Exemplo:

- Luana comprou 2 caixas de bombons. Em cada caixa há 24 bombons. Quantos bombons ela comprou?



- Vinícius tem uma coleção de 17 CDs de música popular brasileira. Sara tem, em sua coleção, o dobro de CDs. Quantos CDs há na coleção de Sara?



Procedimento:

- Distribuir a cada aluno uma folha com os problemas.
- Fazer, junto com eles, a leitura de cada história.
- Pedir-lhes que ilustrem cada situação, de acordo com o texto.
- Construir, junto com eles, a representação matemática de cada situação.

Exemplo 1: (desenho e representação)

Exemplo 2: (desenho e representação)

Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas III

Esta atividade auxilia:

- o desenvolvimento da capacidade de interpretar fatos matemáticos.

Você vai precisar de:

- uma folha xerocopiada, para cada aluno, com diversas situações-problema com lacunas nos dados numéricos.

Exemplo:

- A biblioteca de uma escola tem um acervo de ____ livros. ____ são de literatura infantil, ____ são de livros de Matemática e ____ são de atlas geográficos. Quantos livros tem essa biblioteca?

- Num prédio, de ____ andares, funciona um estacionamento de automóveis. Em cada andar cabem ____ carros. Quantos carros cabem no estacionamento todo?

- Um professor de Educação Física tem ____ alunos. Ele quer formar equipes de futebol de salão com ____ jogadores cada equipe. Quantas equipes o professor poderá formar? Sobrará algum aluno?

Procedimento:

- Distribuir a cada aluno uma folha de problemas.
- Fazer, junto com eles, a leitura de cada situação apresentada na folha.
- Pedir-lhes que completem o texto de modo que fique coerente.
- Escolher alguns alunos para mostrar como completaram as situações.
- Escolher outros alunos para demonstrar como se calcula o resultado de algumas situações, de acordo com os dados numéricos que preencheram.



Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas IV

Esta atividade auxilia:

- o desenvolvimento da capacidade de interpretar fatos matemáticos.

Você vai precisar de:

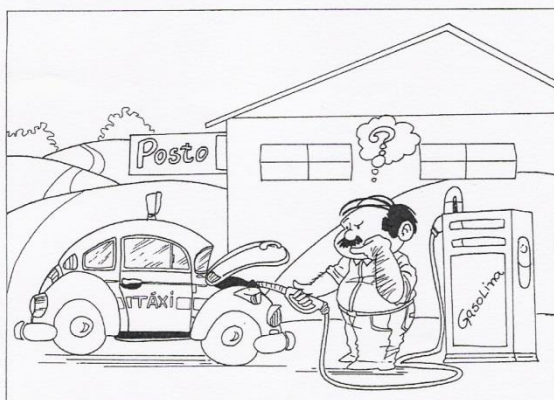
- uma folha com situações-problema já solucionadas, com os cálculos visíveis.

Procedimento:

- Distribuir, a cada aluno, uma cópia com os problemas.
- Pedir-lhes que identifiquem cada parte da resolução apresentada nesses problemas.

Exemplo:

O táxi do seu Zé, rodando durante um dia, gasta 1 litro de combustível a cada 12 quilômetros rodados. A capacidade do tanque do carro é de 46 litros. Quantos quilômetros o seu Zé pode rodar com o combustível de um tanque cheio?



$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 46 \\ \hline 72 \\ + 480 \\ \hline 552 \end{array}$$

Resposta:

12: quilômetros rodados por dia.

46: capacidade do tanque.

72: 6×12 , ou seja, o carro percorre 72 quilômetros com 6 litros.

480: 40×12 , ou seja, o carro percorre 480 quilômetros com 40 litros.

552: 12×46 , ou seja, o carro percorre 552 quilômetros com 46 litros.

Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas V

Esta atividade auxilia:

- a compreensão do papel dos dados numéricos no texto matemático.

Procedimento:

- Apresentar um problema em tiras com dados numéricos separados:

E não conseguia vendê-las. À tarde,
 Vendeu 382 toalhas. Ai, o dono abaixou o preço.
 Uma loja de tecidos tinha. Ele vendeu
 Quantas toalhas? Na manhã desse dia,
 Sobraram no estoque? 382 790 1700.
 A notícia se espalhou e. Um estoque de 1700 toalhas.

- Pedir aos alunos que organizem as frases e procurem, entre os dados numéricos separados, aquele que melhor se encaixa nas condições do texto:

Uma loja de tecidos tinha. Um estoque de 1700 toalhas.
 E não conseguia vendê-las. Ai, o dono abaixou o preço.
 Na manhã desse dia, Vendeu 382 toalhas. À tarde,
 A notícia se espalhou e. Ele vendeu 790.
 Quantas toalhas? Sobraram no estoque?

- Depois de montado o texto, pedir-lhes que resolvam o problema.

$$382 + 790 = 1172$$

$$1700 - 1172 = 528$$

Resposta: Sobraram no estoque 528 toalhas.

Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas VI

Esta atividade auxilia:

- a capacidade de relacionar a situação-problema com sua representação matemática.

Procedimento:

- Dar aos alunos dois ou três problemas e, abaixo deles, a operação que resolve cada um.

Exemplo:

Um ônibus pode transportar 48 passageiros. Se o ônibus fizer 8 viagens totalmente lotado, quantos passageiros ele irá transportar?

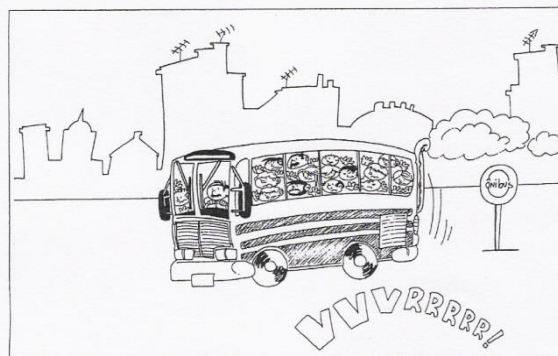
Qual destas operações resolve o problema?

$$48 : 8 \quad 48 - 8 \quad 48 \times 8$$

$$48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48$$

- Pedir aos alunos que leiam cada problema e associe a ele a operação adequada, justificando a escolha feita.

Podem-se incluir na lista de operações duas ou três que também satisfaçam o problema. Isso permite que o aluno analise cada uma e relacione-as.



Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas VII

Esta atividade auxilia:

- a compreensão e interpretação de textos matemáticos.

Procedimento:

- Apresentar aos alunos dois problemas e pedir-lhes que encontrem neles semelhanças e diferenças. Se desejar, pedir-lhes que façam esta atividade em grupo ou coletivamente.

Exemplo:

- Marquinho tinha 36 carrinhos e deu 7 a seu irmão Pedro. Com quantos carrinhos Marquinho ficou?
- Marquinho deu 36 carrinhos a seu irmão Pedro e 7 a seu primo Gustavo. Quantos carrinhos ele deu?

SEMELHANÇAS:

- Nos dois problemas aparecem as mesmas personagens.
- Os dois problemas mencionam 36 carrinhos.
- Os dois problemas falam de carrinhos.
- Uma das personagens deu carrinhos a seu irmão.

DIFERENÇAS:

- No primeiro problema, Marquinho deu carrinhos a seu irmão e, no segundo, deu carrinhos a seu irmão e a seu primo.
 - Um problema fala que Marquinho tinha 36 carrinhos e o outro que ele deu 36 carrinhos.
- Fazer, no quadro de giz, uma lista das semelhanças e diferenças encontradas.
 - Discutir com a classe cada uma delas.
 - Pedir-lhes que elaborem duas situações nas mesmas condições.



Fonte: JARANDILHA, D.; SPENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas VIII

Esta atividade auxilia:

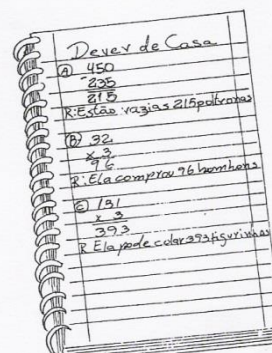
- a compreensão de como se constitui um texto matemático.

Procedimento:

- Elaborar uma lista de perguntas (do tipo tradicional, que sempre aparecem nos problemas de livros didáticos).

Exemplos:

- Quantas poltronas estão vazias?
 - Quantos bombons ela comprou?
 - Quantas figurinhas ela pode colar ao todo?
- Pedir aos alunos que criem uma situação-problema para cada uma dessas perguntas.
 - Em um teatro há 450 poltronas, mas 235 estão ocupadas. Quantas poltronas estão vazias?
 - Juliana comprou 3 caixas de bombons. Em cada caixa há 32 bombons. Quantos bombons ela comprou?
 - Em um álbum Ingrid pode colar 131 figurinhas. Ingrid tem 3 álbuns. Quantas figurinhas ela pode colar ao todo?
 - Como dever de casa, pedir-lhes que solucionem os problemas.



Fonte: JARANDILHA, D.; SPENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas IX

Esta atividade auxilia:

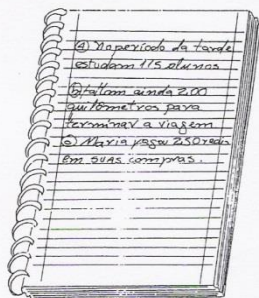
- a compreensão de como se constitui um texto matemático.

Procedimento:

- Elaborar uma lista de respostas (como aquelas que aparecem no final da solução de um problema tradicional).

Exemplos:

- No período da tarde estudam 115 alunos.
 - Faltam ainda 200 quilômetros para terminar a viagem.
 - Maria pagou 250 reais em suas compras.
- Pedir aos alunos que criem situações-problema a partir dessas respostas. Exemplos:
 - Numa escola há 230 alunos. No período da manhã estudam 115 alunos. Quantos alunos estudam no período da tarde?
 - Para chegar ao Rio de Janeiro, precisamos percorrer 600 quilômetros. Já percorremos 400 quilômetros. Quantos quilômetros faltam ainda para terminar a viagem?
 - Maria foi ao *shopping* e fez algumas compras. Comprou: para seu marido um terno de 118 reais, para sua filha uma sandália de 47 reais, para seu filho um CD de 33 reais e para ela um vestido de 52 reais. Quanto Maria pagou em suas compras?



Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas X

Esta atividade auxilia:

- a compreensão de como se constitui um texto matemático.

Procedimento:

- Apresentar aos alunos um problema tradicional.
- Pedir-lhes que reescrevam o problema na forma de poesia.

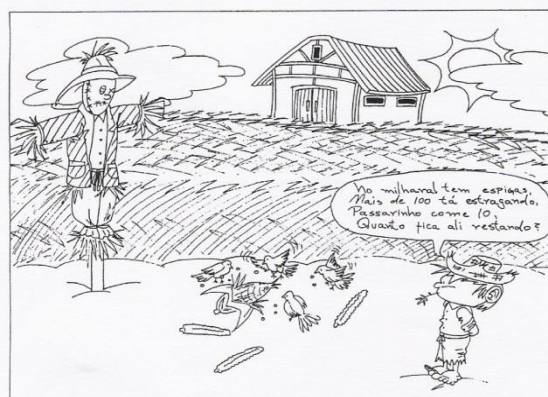
Exemplo:

TRADICIONAL:

Em um milharal há muitas espigas, mas 100 estão começando a estragar. Alguns passarinhos que sobrevoavam o milharal comeram 10 espigas estragadas. Quantas espigas estragadas restaram?

NA FORMA DE POESIA:

No milharal tem espigas,
Mais de 100 tá estragando,
Passarinho come 10,
Quanto fica ali restando?



Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas XI

Esta atividade auxilia:

- o desenvolvimento da capacidade de interpretar fatos matemáticos.

Você vai precisar de:

- jornais;
- revistas;
- folhetos publicitários;
- figuras diversas;
- tesoura.

Procedimento:

- Espalhar os jornais, as revistas e as figuras diversas na mesa.
- Pedir a cada aluno que escolha uma figura (se for de jornal ou revista, eles deverão recortá-las).
- Pedir-lhes que observem bem a figura que escolheram.
- Incentivá-los a falar e escrever o que veem na figura (dar ênfase aos acontecimentos e não às palavras).
- Discutir com eles os fatos matemáticos que podem ser tirados da figura.
- Depois da conversa, solicitar-lhes que elaborem um problema envolvendo a situação apresentada na figura.
- Pedir-lhes que troquem o problema com os colegas e os solucionem.

Exemplo:



FATOS MATEMÁTICOS:

Quantidade de pessoas que aparecem na figura.
Quantidade de homens.
Quantidade de mulheres.
Quantas mãos.
Quantos dedos.

PROBLEMA QUE PODE SER ELABORADO:

No dia 15 de outubro, a diretora de uma escola resolveu juntar todos os professores para tirar uma foto de recordação. Quando a foto ficou pronta, ela observou que a diversidade de cores das peças de roupa deixou a foto bem colorida e resolveu anotar: 3 brancas, 4 cor-de-rosa, 1 vermelha, 1 verde, 1 preta, 1 azul, 1 amarela. Afinal, quantos professores estavam na foto?

Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. **Matemática já não é problema!** - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas XII

Esta atividade auxilia:

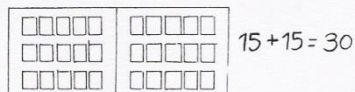
- o desenvolvimento da capacidade de elaborar e interpretar fatos matemáticos.

Procedimento:

- Pedir aos alunos que representem por meio de desenhos e números uma situação que indique:

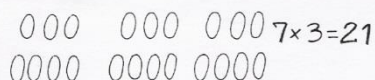
a) adição

Exemplo:



b) multiplicação

Exemplo:



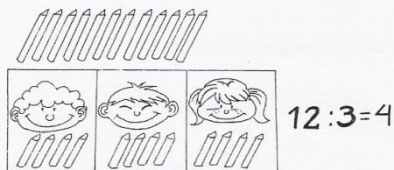
c) subtração

Exemplo:



d) divisão

Exemplo:



Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

Aprendendo a resolver problemas XIII

Esta atividade auxilia:

- a compreensão de como se constitui um texto matemático.

Procedimento:

- Apresentar aos alunos uma situação-problema sem a pergunta tradicional do final do texto.
- Oferecer-lhes quatro ou cinco opções de perguntas.
- Pedir-lhes que escolham aquela que poderia satisfazer o problema e digam o porquê da escolha.
- Para finalizar, pedir-lhes que solucionem a situação.

Exemplo:

Mariana tem um livro com 237 páginas. Ela já leu 49 páginas desse livro e quer terminar a leitura em 5 dias, lendo o mesmo número de páginas em cada dia.

- Quantos dias ela levou para ler as 49 páginas?
- Quantas páginas ela deve ler por dia?
- Quantas páginas ela vai ter de ler nos dois últimos dias?
- Qual é o nome do livro?
- Quantas páginas faltam para ela terminar a leitura?



Fonte: JARANDILHA, D.; SPLENDORE, L. *Matemática já não é problema!* - 4 ed. - São Paulo: Cortez, 2010.

APÊNDICE S – Resolvendo problemas na sala de aula

RESOLVENDO PROBLEMAS NA SALA DE AULA

- O problema pode ser modesto, mas deve ser desafiador;
- Reação dos alunos;
- Resolver problemas gera tensão e satisfação;
- Experiências;
- Operações rotineiras;
- Problemas compatíveis com o conhecimento do aluno.

[2]

Como resolver um problema matemático

Dentre os mais variados procedimentos usados para resolver um problema matemático, o modelo criado e usado por Polya – as quatro fases da resolução de problemas – foi e continua sendo um método muito eficaz, pois dentre suas várias metas, pode-se afirmar que a resolução de problemas não está focada somente na resposta do problema, mas também nas estratégias usadas pelos professores, alunos ou qualquer outro indivíduo que tenha interesse em resolver problemas matemáticos.

[3]

[4]

- O modelo é flexível, visto que não é necessário seguir a sequência das fases, podendo alterar ou transpor sua ordem (o que não é tão conveniente).
- O modelo de Polya (2006, p. XIX e XX) pode ser compreendido mediante as seguintes fases:

[5]

- Primeira: é necessário *compreender* o problema. Perguntas como: "*Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? [...]*", são de fundamental importância no primeiro momento da aplicação do problema.

[6]

- Segunda: é preciso estabelecer um *plano* a fim de resolver o problema. Nessa fase se faz uma conexão entre os dados e a incógnita e talvez seja necessário considerar problemas auxiliares se não for encontrada uma conexão imediata. Questões como: "[...] *Conhece um problema correlato?* [...] *É possível utilizá-lo?* [...] *É possível reformular o problema?* [...] *Utilizou todos os dados?* [...] *Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?*", são importantes nessa fase.

[7]

- Terceira: *executar* o plano. Nessa etapa, ao executar o plano é preciso que se "*verifique cada passo*". Perguntas importantes: "É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?".

[8]

- Quarta: *examinar* a solução alcançada. Nesse último e importantíssimo momento é imprescindível fazer um retrospecto do resultado encontrado. Questões: "É possível *verificar o resultado?* É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? [...] É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?"

[9]

Ao citar o modelo criado e usado por Polya para resolver problemas matemáticos, é imprescindível que se mencione o que DeGuime (1997, p. 99) em seus estudos comenta sobre o autor: se refere a George Polya como sendo "[...] um mestre como resolvidor de problemas e professor de resolvidores de problemas".

[10]

Aponta que o autor ensina por meio do exemplo, é um companheiro quando ensina a resolver problemas; apresenta problemas a serem resolvidos; através de questionamentos conduz a turma à solução. Por vezes, torna-se um comentarista reexaminando parte da solução que já foi apresentada.

[11]

Os comentários de Polya esclarecem a diferença que existe entre simplesmente resolver um problema com uma turma e ensinar os alunos a resolverem problemas.

Repetidamente leva os seus alunos a refletirem sobre o problema e sua solução, buscando outros métodos de solução, generalizando as soluções e as estratégias e gerando novos problemas.

[12]

Ao analisar a lista de Polya (2006), percebe-se que uma das funções mais importantes do professor é a de auxiliar seus alunos, nem muito e nem pouco, porém de tal maneira que ao aluno reste uma parcela plausível do trabalho. No entendimento do estudioso, o professor precisa se colocar no lugar do aluno e assim perceber o ponto de vista dele para tentar entender o que se passa na cabeça do estudante e, a partir daí, fazer uma pergunta. O objetivo das indagações, segundo ele, é prender a atenção do discente na incógnita.

[13]

Além disso, o professor pode ter dois objetivos em vista ao fazer uma indagação da lista a seus alunos: ajudar o aluno a resolver o problema e desenvolver no aluno a habilidade de resolver próximos problemas por si mesmo (POLYA, 2006). Procedendo dessa maneira, o professor estará oferecendo ao aluno a oportunidade de aprender matemática de forma significativa.

[14]

Como resolver esse problema?

[15]

Ontem à noite, terminei de fazer a lista de convidados para o jantar que vou dar no próximo mês. Como haverá trinta pessoas, vou precisar tomar emprestadas algumas mesas de jogo, de tamanho que permita sentar-se uma pessoa de cada lado. E eu quero dispô-las numa longa fileira, encostadas umas nas outras. Naturalmente, quero tomar emprestadas o mínimo de mesas possível. De quantas mesas de jogo vou precisar? Tente resolver meu problema.

Fonte: DEGUIME, L. J. Polya visita a sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.). A resolução de problemas na matemática escolar. – São Paulo: Atual, 1997, p. 99-113.

[16]

- E se tivesse convidado 42 pessoas? Ou 100 pessoas? Ou 500 pessoas?

[17]

Continuando a explorar o problema:

- Poderia eu dispor as mesas em U ou L, ou de alguma forma semelhante (mas mantendo-as unidas), e assim reduzir o número de mesas?
- Se eu decidisse fazer duas fileiras de mesas, em vez de uma fileira longa, de quantas mesas precisaria?
- E se fizesse três fileiras?

[18]

- Qual o número mínimo de mesas de que iria necessitar, independentemente de como as dispusesse?
- Qual é o menor número de mesas de que eu iria precisar se não quisesse deixar nenhum lado vazio?
- Se eu tivesse um número ímpar de pessoas, como a solução original poderia se alterar?
- O que aconteceria às respostas dos problemas mencionados se eu tivesse um número ímpar de pessoas?

[19]

Considerações elaboradas pelos docentes

A leitura dos problemas matemáticos que são abordados, o diálogo sobre os mesmos, a identificação e organização dos dados e da incógnita necessários para resolver os problemas são passos que auxiliam na elaboração do plano de resolução. Após a resolução é importante que se realize a análise do resultado, observando se há coerência ou não com a questão proposta e se essa responde a pergunta.

[20]

A qualidade dos problemas abordados deveria ser mais importante do que a quantidade.

A persistência e a paciência do professor e do aluno são fundamentais para a resolução de problemas, tornando-se assim um desafio para ambos.

Dessa forma é fundamental que tanto o aluno como o professor possam vivenciar novas experiências de aprendizagem por meio de resolução de problemas .

[21]

Referências:

DEGUIME, L. J. Polya visita a sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. – São Paulo: Atual, 1997, p. 99-113.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. – Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

[22]

APÊNDICE T – Resolvendo problemas**PROBLEMAS MATEMÁTICOS****Ensino Fundamental – Anos Iniciais**

Na “Parada 2” os ônibus passam de 9 em 9 minutos. O primeiro ônibus passa nessa parada às 7 horas da manhã. Margarete chegou nessa parada às 8 horas. Quanto tempo ela esperou pelo próximo ônibus, sabendo que não houve atraso?

Ensino Fundamental – Anos Finais

6º ano

Num determinado estado, quando um veículo é rebocado por estacionar em local proibido, o motorista paga uma taxa fixa de R\$76,88 e mais R\$1,25 por hora de permanência no estacionamento da polícia. Se o valor pago foi de R\$101,88, qual o total de horas que o veículo ficou estacionado na polícia?

7º ano

Jorge dispõe de 120 estacas para levantar uma cerca reta. Sabe-se que quatro estacas igualmente espaçadas cercam 12 metros. Usando-se todas as estacas igualmente espaçadas, é possível fazer uma cerca de quantos metros?

8º ano

Numa cidade, neste ano, o número de ratos é de 1 milhão e o número de habitantes é de 500 mil. Se o número de ratos duplica a cada cinco anos e o número de habitantes duplica a cada dez anos, qual o número de ratos por habitante, daqui a 20 anos?

9º ano

Observar o anúncio do quadro a seguir:

VAGA PARA VENDEDORES – Fábrica de LONAS

8 vagas para estudantes, maiores de 18 anos,
sem necessidade de experiência.

Salário: R\$ 500,00 fixo + comissão de R\$ 0,50 por m² vendido.

Contato: 0xx81-12341000 ou lonas@lonaboa.br

Na seleção para as vagas deste anúncio uma das questões que o candidato deveria resolver era: calcular o salário de um vendedor que vendeu lona com 600m de comprimento e 1,40m de largura. Qual a resposta certa para esta questão?

Ensino Médio

Um jornaleiro compra os jornais FS e FP por R\$1,20 e R\$0,40, respectivamente, e os comercializa por R\$2,00 e R\$0,80, respectivamente. Analisando a venda mensal destes jornais sabe-se que o número de cópias de FS não excede 1500 e o número de cópias de FP não excede 3000. Supondo que todos os jornais comprados serão vendidos e que o dono da banca dispõe de R\$1999,20 por mês para a compra dos dois jornais, determinar o número de cópias de FS que devem ser compradas por mês de forma a maximizar o lucro.

Fonte: Anais da 14ª OMU.

APÊNDICE U – Respostas das questões

1) Qual a importância de o professor formular problemas matemáticos para seus alunos?

Professor 1:

Acredito que sempre que paramos para elaborar um problema (da nossa disciplina ou interdisciplinar) ou procurar problemas que contemplem situações interessantes, e por que não reais, conseguimos perceber a importância do que estamos propondo. Percebo em mim que, quando trabalho as minhas aulas de Química com situações-problema, os conteúdos que estou abordando ali fazem sentido (para mim). Para mim essa é uma das características que dá importância ao problema, enxergar a aplicabilidade do que estamos propondo. Mais importante ainda, quando elaboro o problema consigo aprender mais, desenvolvo-me, articulo minhas ideias e habilidades e por isso é tão importante que eu elabore (pelo menos algumas) situações que passo aos meus alunos.

Professor 2:

Para o professor é importante formular problemas para poder abordar as mais variadas situações existentes em sala de aula, analisar a capacidade e o nível dos alunos.

Professor 3:

O professor deve fornecer problemas e discuti-los com seus alunos para facilitar a compreensão e o desenvolvimento de suas habilidades. Relacionando os conteúdos com a realidade do aluno.

Professor 4:

Problemas de interesse do aluno, do seu dia a dia, com temáticas que fazem sentido para eles, o professor com isso interage mais, fica mais próximo. Elaborando problemas o professor assume o controle e dá rumo aos seus trabalhos.

Professor 5:

Poder analisar e discutir diversas estratégias. Fazer o aluno pensar, relacionar, entender matemática. Através da resolução, o professor consegue identificar as dificuldades ou erros apresentados pelos alunos, fazendo interferências para melhorar o aprendizado. Formulando problemas, o professor consegue relacionar os conteúdos (nem todos) com o cotidiano do aluno.

Professor 6:

Ao formularmos problemas matemáticos pensamos em como e qual a forma para melhorar instigar os alunos. Abordar novos temas e diferentes direções para a resolução.

Professor 7:

É importante formular problemas para nossas turmas, pois cada turma tem um perfil diferente com suas dificuldades e aptidões próprias. Daí formulamos os problemas que são adequados à turma e ao momento da aula.

Professor 8:

Com a formulação de problemas os professores sempre buscam algum entendimento. Quando a questão é formulada, pelo menos no meu caso, penso na realidade do aluno, e no que ele poderá aprender com aquele problema. Verificando sanar algumas dúvidas ou em alguns casos até lacunas de aprendizagem que podem ser decorrentes de desânimo do aluno ou de dificuldades, o problema por si só pode trazer ao aluno uma vontade maior.

Professor 9:

Os problemas fazem com que o aluno pense mais e discuta as possibilidades de resolução. Ao darmos apenas cálculos, a atividade torna-se muito mecânica, não desenvolve tanto o raciocínio do aluno.

Professor 10:

É importante que o professor formule problemas matemáticos para seus alunos, para favorecer um ensino-aprendizagem mais significativo, mais contextualizado com as vivências dos alunos. Possibilitando assim, integrar outras

áreas do conhecimento, pois diversos assuntos podem ser explorados na elaboração dos problemas. A resolução de problemas também é de grande importância para o desenvolvimento da capacidade de leitura, interpretação e raciocínio lógico.

2) Qual a importância de os alunos formularem problemas?

Professor 1:

Entendo que para o aluno é importante elaborar um problema porque isso também faz parte da aprendizagem. Quando propomos aos nossos alunos que elaborem um problema, eles também precisarão articular os seus conhecimentos, ler e reler o que escreveram para verificar se escreveram algo que de fato seja legível e entendível pelo colega. Também é interessante fazer essa atividade porque normalmente os alunos iniciam o problema pensando em uma resposta que gostariam de receber, ou seja, fazem o processo inverso do que aquele a que estão acostumados.

Professor 2:

Para o aluno é importante trabalhar a noção de vocabulário, compreender o que estão solicitando, analisar se realmente elaboraram um problema, se colocar no papel inverso.

Professor 3:

Desenvolver o raciocínio crítico dos alunos, fazendo-os pensar nas situações cotidianas para aplicar os cálculos matemáticos verificando assim onde a matemática é aplicada.

Professor 4:

O aluno passa a ser o foco e com isso pode contribuir com os colegas e professores, com sugestões, dicas. Ele aprende, e todos aprendem. O aluno assume o papel de pesquisador, de questionador.

Professor 5:

Formulando problemas os alunos conseguem participar do processo, identificando ou relacionando a áreas de seu interesse. Além disso, a importância de escrever e ler matemática, perceber que a matemática está presente no nosso cotidiano, que não são apenas “contas” e números.

Professor 6:

Os alunos pensam em como criar e resolver os problemas criando estratégias antes de aplicá-los. Têm que encontrar valores ou resoluções coerentes com o tema.

Professor 7:

Para os alunos é importante para eles desenvolverem suas habilidades de raciocínio.

Professor 8:

Para o aluno sempre é mais fácil receber tudo pronto, mas com a elaboração, isso faz o aluno pensar e testar a sua capacidade e muitas vezes se surpreende vendo do que é capaz.

Professor 9:

É importante que o aluno, além de solucionar problemas, formule, pois ele consegue perceber a sua importância e faz a ligação dos problemas, da matemática, com os problemas do dia a dia.

Professor 10:

Também é importante que os alunos formulem problemas matemáticos, como forma de desafiá-los a uma situação nova, e envolvê-los de uma forma mais intensa na execução das atividades. Acredito também ser importante para o desenvolvimento de atitudes importantes em sala de aula, como a participação, o interesse, a persistência e a troca de experiências com os colegas.

APÊNDICE V – Por que formular problemas

POR QUE FORMULAR PROBLEMAS?

- Qual a importância de o professor formular problemas matemáticos para seus alunos?
- Qual a importância de os alunos formularem problemas matemáticos?

"Quando o aluno cria seus próprios textos de problemas, ele precisa organizar tudo que sabe e elaborar o texto, dando-lhe sentido e estrutura adequados para que possa comunicar o que pretende.

Nesse processo, aproximam-se a língua materna e a matemática, as quais se complementam na produção de textos e permitem o desenvolvimento da linguagem específica. O aluno deixa, então, de ser um resolvido para ser um propositos de problemas, vivenciando o controle sobre o texto e as idéias matemáticas" (CHICA, 2001, p. 151).

Quantos fios de cabelo Joice tem a mais que Paula?

Problema das espigas de milho

Joice e Paula são duas espigas de milho que moram num grande milharal no interior de São Paulo.

Resolveram participar de um concurso de cabelos.

Joice estava radiante em frente do espelho penteando seus cabelos, quando percebeu que eles estavam caindo. Decidiu contá-los. Ela estava com 1247 fios e no chão 320 caídos.

Desesperada com a possibilidade de não participar do concurso, foi investigar os fios de Paula.

Espiando, notou alguma coisa muito estranha. Paula penteava os cabelos e eles não caíam.

Joice teve um ataque, pulou em cima da Paula e puxou seus cabelos. Que surpresa! Paula era careca.

Quantos fios de cabelo Joice tem a mais que Paula?

Fonte: CHICA, Cristiane H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

Problema formulado por uma criança de nove anos.

Tarefa:

- Criar um problema a partir da pergunta:
 - Quantos fios de cabelo Joice tem a mais que Paula?

De acordo com Chica (2001):

- ❖ É imprescindível que o aluno (leitor e produtor de textos), durante sua vida escolar, realize diversas experiências com a escrita nas diferentes áreas do conhecimento, dentre elas a matemática;
- ❖ Para que isso ocorra é preciso que os discentes identifiquem as distintas funções da escrita;
- ❖ Oportunizar ao aluno a formulação de problemas é uma maneira de guiá-los a escrever e entender o que é relevante na elaboração e na resolução de uma dada situação;

7

- ❖ Os alunos percebem que têm o domínio sobre o fazer matemática e que eles podem participar desse fazer, desenvolvendo assim interesse e confiança perante situações-problemas;

- ❖ O aluno ao formular problemas se compromete em pensar no problema como um todo, não se limitando apenas aos números, palavras chaves ou perguntas;

8

- ❖ A elaboração de problemas pode ser vista como algo desafiador e motivador;

- ❖ É necessário fomentar a capacidade inventiva e questionadora dos alunos e desenvolver na sala um ambiente de interação e respeito;

- ❖ Para que o aluno se transforme num escritor eficiente, a escrita não pode se tornar algo cansativo, monótono e fracassado.

- ❖ Paciência.

9

Primeiras propostas de formulação de problemas

É importante, segundo Chica (2001), que os alunos tenham contato, primeiramente, com os diferentes tipos de problemas e que também resolvam alguns, antes de propor que formulem os seus próprios problemas.

10

Conforme a autora:

- A partir de um problema dado, criar uma pergunta que possa ser respondida através dele; ★
- A partir de uma figura dada, criar uma pergunta;
- A partir de um início dado, continuar o problema; ★
- A partir de um problema dado, criar um parecido.

11

Organizando o trabalho em sala de aula

Segundo a autora:

- Formular problemas é algo desafiador para o aluno, por isso é importante que seja realizado num espaço em que tenha o compartilhamento de ideias, possibilite investigar relações e conquistem confiança nas suas capacidades de aprendizagem. Dessa forma a organização na sala de aula é importante.

12

- Atividade em duplas ou trios:
 - Discutir e descobrir;
 - Buscar alternativas;
 - Tomar decisões;
 - Superar conflitos;
 - Enriquecer conhecimentos e ideias;
 - Planejar cooperativamente.

A ansiedade de cometer erros é vencida à medida que se compartilha com o outro as dúvidas e dificuldades que surgem.

Criação coletiva.
Professor escreva da sala, mediador dos argumentos levantados.
Orientar os alunos.

13

Intervenções: como avançar?

De acordo com Chica (2001):

- Ao intervir o professor fará com que os alunos progressivamente se apropriem das características de um determinado problema, mas deve haver espaço para questionar e refletir sobre eles.
- O que é um problema matemático?
- Mobilizar os alunos na elaboração de problemas.
- Alunos autônomos e planejadores de suas ações; etapas a serem seguidas:

14

- Planejamento inicial;
- Redigir;
- Expor para um leitor;
- Aprimorar o texto e dar-lhe melhor qualidade;
- Revisá-lo;
- Passá-lo a limpo.

Inicialmente com a turma e depois em dupla ou individual.

15

- Algumas estratégias específicas a fim de promover o avanço na formulação de textos dos problemas:
 - Expor em transparência (cartaz ou quadro) um dos problemas elaborados com falta de dados, ou sem pergunta, ou ainda já resolvido no próprio texto e discutir com os alunos;

16

- Reproduzir alguns problemas numa folha, cada um com algum tipo de erro, e os alunos identificam as falhas e reescrevem os textos; (exemplo)
- Misturar problemas bem elaborados com problemas que trazem falhas e solicitar que os alunos os separem.

17

- Nas propostas de interferência feitas, temos que ter atenção para que os erros dos alunos não sejam enfatizados como falhas não aceitáveis e que estão sendo expostos para intimidar e desmotivar os alunos, mas sim como uma oportunidade de refletir sobre seus erros, levantar opiniões, debater e melhorar o trabalho.
- O erro deve ser visto como uma nova e rica oportunidade de aprendizagem.
- Outra intervenção para melhorar a produção é criar uma intenção real e um destinatário efetivo para os textos.

18

Estratégias

- Sorteio de alguns problemas elaborados;
- Trocar problemas entre os discentes;
- Organizar uma folha com os problemas formulados para serem escolhidos e resolvidos durante a semana;
- Montar um banco de problemas;
- Escolher alguns problemas criados e fazer correio entre classes da mesma série;
- Confeccionar um mural com os problemas mais curiosos escolhidos pelos alunos;
- Fazer um livro de problemas.

19

Avançando nas propostas de formulação de problemas

- Formulando problemas a partir de:
 - uma pergunta; ★
 - uma palavra;
 - uma resposta dada;
 - uma operação;
 - um tema;
- Formular problemas com determinado tipo de texto. ★

20

Considerações finais: pelo grupo da formação

A formulação de problemas aprimora diferentes linguagens do aluno, tornando possível a abordagem de diferentes conceitos matemáticos. Ao mesmo tempo que permite a compreensão da estrutura de um problema, observando que o mesmo precisa de um questionamento que deverá ser respondido.

É importante formular problemas para: abordar temas diferentes; socializar o que foi elaborado pelos alunos; perceber que trabalhar com os possíveis erros pode gerar muita aprendizagem; estimular a escrita e o uso do raciocínio matemático necessário para elaborar problemas; aprimorar a linguagem formal e a linguagem matemática; formalizar situações do dia a dia.

21

A formulação estimula o raciocínio lógico dos alunos, instigando-os a buscar diferentes meios para solucionar os problemas propostos, pois percebe-se que os alunos motivam-se diante dos desafios.

Formulando problemas o aluno passa a estar no controle (autor) e não só na situação de resolvidor de problemas.

Assim, partindo da formulação de problemas, os alunos desenvolvem diferentes habilidades e estratégias na resolução dos diversos tipos de problemas apresentados a eles.

22

Referência:

CHICA, Cristiane H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

APÊNDICE W – Formulação de problemas a partir de uma proposta

Problema 1:

Proposta: Formulando problemas a partir de uma palavra.

Palavra: “Desperdício”

No restaurante em que almoço, o valor do “Buffet Livre” é de R\$8,90. Para evitar desperdício de alimentos, o proprietário do restaurante decidiu pesar os pratos com a sobra de alimento cobrando R\$1,90 por cada 100 gramas de alimento que é servido e não consumido pelo cliente. Após almoçar, pesei meu prato e a balança marcou 230 gramas de alimento não consumido. Quanto pagarei pelo meu almoço?

Problema 2:

Proposta: A partir de um problema dado, criar um parecido.

Problema dado: João precisa transportar sacos, e para isso ele dispõe de jumentos. Se ele transportar 2 sacos em cada jumento, ficam 3 jumentos desocupados. Qual o número total de sacos que João deve transportar?

Lucas quer embalar maçãs para transportar. Se embalar 3 maçãs em cada caixa, sobram 7 maçãs. E se embalar 4 maçãs em cada caixa, sobram 2 caixas. Qual o número total de maçãs que Lucas quer transportar?

Problema 3:

Proposta: A partir de um problema dado, criar uma pergunta que possa ser respondida através do problema.

Mamãe foi ao mercado com 50 reais. Ela comprou 4 pães por 30 centavos cada e 1 litro de leite por R\$2,15.

Problema 4:

Proposta: Formular problemas com determinado tipo de texto.

Sou múltiplo de 3, mas só tenho um algarismo. Também sou divisor de 15 e sou maior que 1. Quem sou?

Problema 5:

Proposta: A partir de um início dado, continuar o problema.

Na semana da criança, a escola A resolveu fazer um piquenique. 90 alunos não irão participar...

Problema 6:

Proposta: Formulando problemas a partir de um tema.

Tema: “Resolução de problemas matemáticos na formação continuada de professores”.

Desde o dia 25 de maio de 2012, vem sendo desenvolvida na Univates, uma formação continuada que tem como título: “Resolução de Problemas Matemáticos na Formação Continuada de Professores”. As ministrantes do curso são as professoras Rosilene I. König e Virginia Furlanetto, devidamente orientadas pela professora Dra. Maria M. Dullius. Os encontros quinzenais duram 4 horas. O curso tem em média 15 participantes.

A cada encontro recebemos uma alta dose de estímulo para aplicar problemas matemáticos em nossas aulas. Certamente os alunos dos professores-alunos já perceberam isso. Como os resultados têm sido satisfatórios, os integrantes da formação continuam levando problemas para suas salas de aula. Esses problemas são bem variados. Alguns são retirados de livros didáticos, outros são elaborados pelos professores-alunos e também pelos alunos desses professores.

Supondo que, a cada encontro, cada integrante da formação relatasse uma determinada quantidade de problemas aplicados em suas turmas conforme a tabela abaixo, indique quantos problemas cada professor-aluno aplicará até o final do curso.

ENCONTRO	QUANTIDADE DE PROBLEMAS
1	0 (zero)
2	2
3	4
...	...

APÊNDICE X – Questionário posterior**PPGECE**

Programa de Pós-Graduação
em Ensino de Ciências Exatas

Questionário referente à formação continuada

Levando em consideração os oito encontros presenciais e os dois a distância da formação continuada de professores, responda as questões que seguem:

- 1) A formação continuada contemplou suas expectativas iniciais em relação à resolução de problemas matemáticos? Comente.

- 2) Houve alguma mudança em relação à abordagem de problemas matemáticos no planejamento de suas aulas? Comente.

- 3) O que você considera relevante (hoje) quando seleciona os problemas que serão trabalhados com os seus alunos?

4) Como você trabalha problemas matemáticos hoje com seus alunos?

5) Caso você tenha mudado a forma de abordagem de resolução de problemas com seus alunos, percebeu mudanças desses em relação à resolução? Quais?

6) Comente sobre suas principais dificuldades na abordagem de resolução de problemas matemáticos com seus alunos.

7) Você considera relevante que o professor ensine Matemática através da resolução de problemas? Por quê?

- 8) Durante a formação, formulamos vários problemas matemáticos. Você considera importante o professor formular problemas para os alunos resolverem? Comente.

- 9) Você considera importante seu aluno formular problemas? Comente.

- 10) Você formula problemas matemáticos? E os seus alunos? Com que objetivos?

- 11) Há mudanças na abordagem de resolução de problemas antes e após participar da formação continuada? Comente.

- 12) A fim de contribuir na avaliação da formação, escreva no quadro abaixo, alguns aspectos que você considera pertinentes.

Aspectos positivos	Aspectos a melhorar

A sua participação em responder este questionário é de suma importância para a ministrante da formação, pois o objetivo principal é o de analisar o quanto a formação interferiu na atuação de vocês professores em relação à abordagem de resolução e formulação de problemas matemáticos.

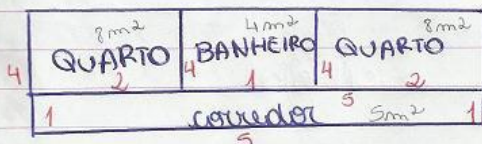
Nesse sentido, agradeço a colaboração de todos ao participarem das atividades e ao responderem o questionário.

OBRIGADA!

ANEXOS

ANEXO 1 – Problemas formulados pelos alunos dos professores da formação

↘ A casa de Marcos tem 75 m^2 . Ele gostaria de colocar um novo piso no corredor, no banheiro e em dois quartos de medidas iguais. Sendo que o m^2 do piso desejado custa R\$ 24,85. Calcule a área a ser colocada o piso e quanto Marcos gastará ao todo.



$$\left. \begin{array}{l} \text{QUARTO} = 8 \text{ m}^2 \rightarrow 16 \text{ m}^2 \\ \text{BANHEIRO} = 4 \text{ m}^2 \rightarrow 4 \text{ m}^2 \\ \text{CORREDOR} = 5 \text{ m}^2 \end{array} \right\} \underline{\underline{25 \text{ m}^2}}$$

$$25 \times 24,85 = \underline{\underline{\text{R\$ } 621,25}}$$

gastará R\$ 621,25

2 Marcos quer colocar azulejo no seu quarto, que tem a forma de um retângulo 4m de largura por 3m de comprimento. Sabendo que cada azulejo de 20cm por 15cm custa $4,00$. Quanto Marcos gastou? (Promoção)

$$15 \cdot 20 = 300\text{cm}^2$$

$$400 \times 300 = 120000\text{cm}^2$$

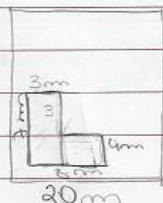
$$\frac{120000\text{cm}^2}{300\text{cm}^2} = 400\text{ azulejos}$$

$$300\text{cm}^2$$

$$400 \times 4,00 \text{ R\$ } 1600,00$$

2 Carolina comprou uma área de terras onde construiu uma casa. No restante do espaço do terreno, quis agrandar. Foi a uma floricultura e viu que o preço de cada placa de grama de $70\text{cm} \times 70\text{cm}$ custa $\text{R\$ } 18,50$. Qual o valor da área que Carolina quis agrandar? Quanto Carolina gastou?

$$70\text{cm} = 0,7\text{m}$$



$$A = 28 \times 20$$

$$28\text{m}$$

$$A = 560\text{m}^2 - \text{terreno}$$

$$A = 7 \times 3 = 21\text{m}^2$$

$$A = 21 + 20 = 41\text{m}^2 - \text{casa}$$

$$A = 5 \times 4 = 20\text{m}^2$$

$$\rightarrow 560 - 41 = 519\text{m}^2$$

$$519 \div 0,49 = 1059,1836 \times 18,50$$

$$1\text{ PLACA} = 0,7 \times 0,7 = 0,49\text{m}^2$$

$$\text{R\$ } 19594,90$$

Marcos está planejando fazer um campo de futebol nos fundos de casa, para seus filhos João e Miguel; ele quer ocupar um espaço retangular de 100 m por 55 m. Sendo que o preço da grama é 3,50 por m^2 . Qual é a área e quanto Marcos gastou?

$$A = b \times h$$

$$5500 \times 3,50 = 19.250,00$$

$$A = 100 \times 55$$

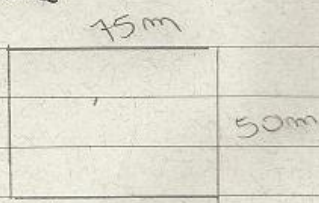
$$A = 5500 m^2$$

Marcos gastou R\$19.250,00 para fazer o campo de futebol

A casa de Marcos tem um gramado que mede 75 m por 50 m. Com 10 sacos de grama podemos gramar $25 m^2$.

a) Qual a área desse gramado?

b) Quantos sacos de grama no mínimo Marcos gastou necessariamente



$$A = b \times h$$

$$A = 75 m \times 50 m$$

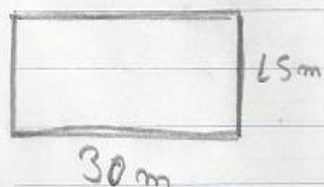
$$A = 3750 m^2$$

$$10 - 25 m^2$$

$$x - 3750$$

1500 sacos

Marcos quer comprar, um terreno, para construir a casa própria. O terreno que ele quer comprar mede $15/30 \text{ m}^2$, cada m^2 custa R\$ 2.200,00. Quanto Marcos gastou?



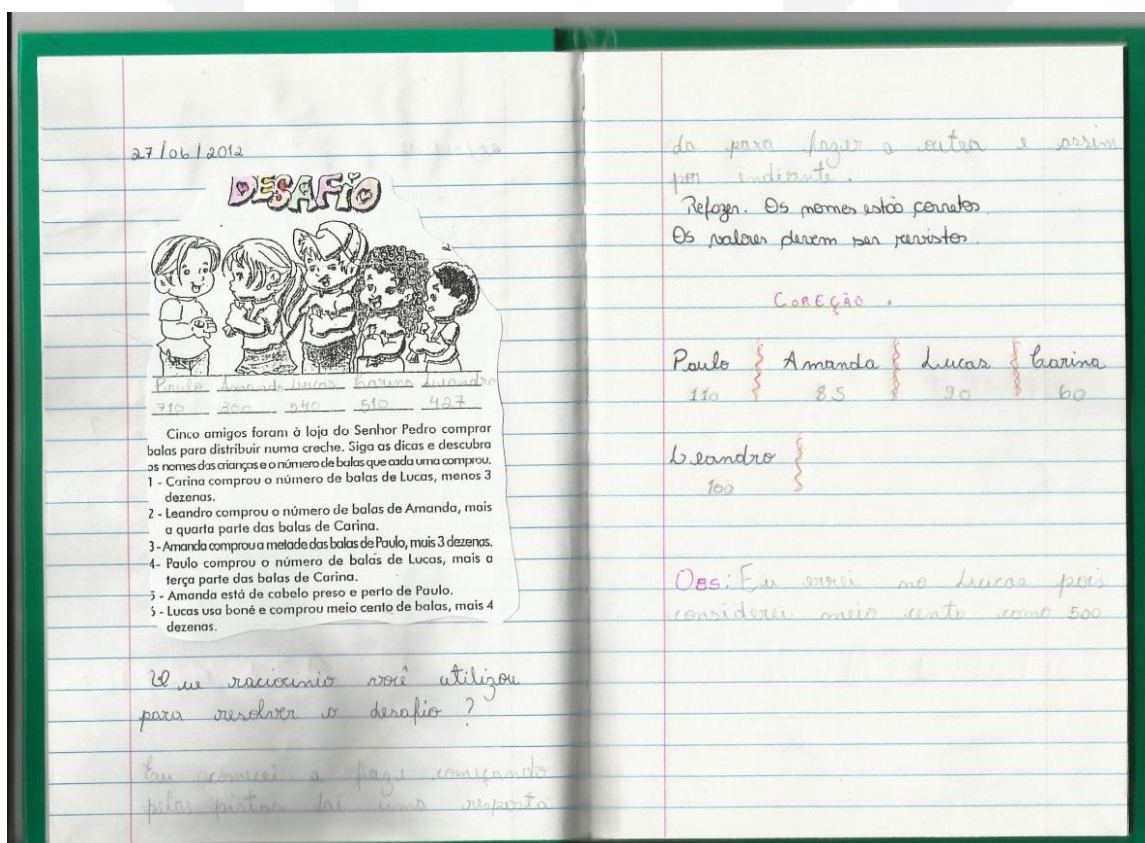
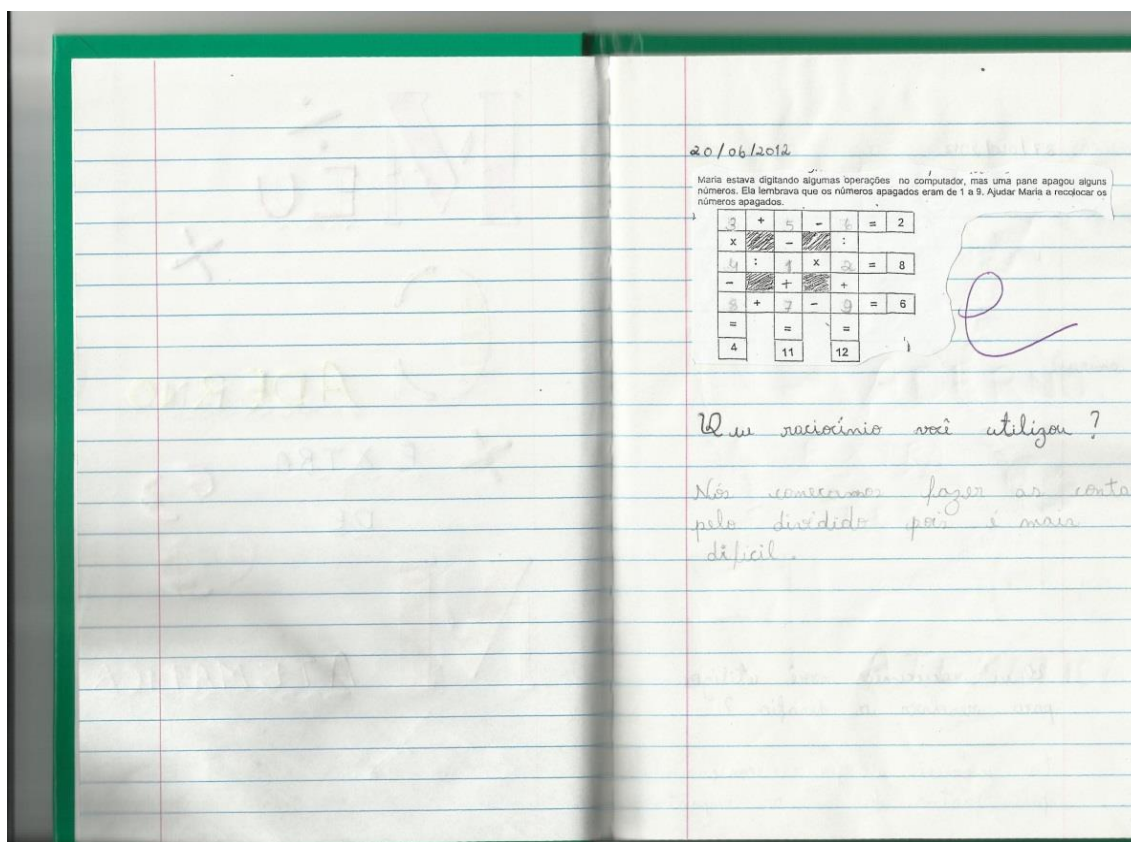
$$A = b \times h$$

$$A = 30 \times 15$$

$$A = 450 \text{ m}^2 \times 2.200 = 54.000,00$$

marcos gastou R\$ 54.000,00

ANEXO 2 – Caderno organizado por um aluno do Professor Q1



QUAL É A IDADE?

Escreva o ano de nascimento de cada membro da família de César e descubra quantos anos cada um completará em 2.009.



O pai de César completará 33 anos em 2.009.
A mãe de César é 3 anos mais velha que o esposo.
Dona Paula tem o dobro da idade do filho.
O senhor Hermes é 6 anos mais velho que o senhor Vicente.
Dona Quésia tem a mesma idade que dona Paula.
O senhor Vicente completará 60 anos em 2.009.
César nasceu em 1.998.

NOME	ANO DE NASCIMENTO	IDADE EM 2.009
CÉSAR	1998	11
JONAS	1976	33
LAURA	1973	36
PAULA	1932	72
HERMES	1933	66
QUÉSIA	1932	72
VICENTE	1939	60

Como você descobriu a idade de cada um?

Comecei por um fácil e fui calculando os outros.

HEXÁGONO MÁGICO

Encontre o valor de cada hexágono vazio, sabendo que a soma dos números em todas as direções de o lado de um hexágono toca o outro é 76.



Comecei por um que faltava 10, um número para ficar 76, e depois fui fechando os outros.