



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*
DOUTORADO EM ENSINO

**INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO DE EDUCAÇÃO
FINANCEIRA E ECONOMIA: UMA VIVÊNCIA COM LICENCIANDOS
EM MATEMÁTICA**

Patricia da Graça Rocha Franzoni

Lajeado, 27 de novembro de 2020.

Patricia da Graça Rocha Franzoni

**INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO DE EDUCAÇÃO
FINANCEIRA E ECONOMIA: UMA VIVÊNCIA COM LICENCIANDOS
EM MATEMÁTICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Doutorado em Ensino, da Universidade do Vale do Taquari - Univates, como parte da exigência para obtenção do título de Doutora em Ensino na linha de pesquisa Recursos, Tecnologias e Ferramentas no Ensino.

Orientadora: Prof.^a Dra. Marli Teresinha Quartieri.

Lajeado, 27 de novembro de 2020.

Patricia da Graça Rocha Franzoni

**INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO DE EDUCAÇÃO
FINANCEIRA E ECONOMIA: UMA VIVÊNCIA COM LICENCIANDOS
EM MATEMÁTICA**

A banca examinadora aprova a Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Doutorado em Ensino, da Universidade do Vale do Taquari – Univates, como parte da exigência para obtenção do grau de Doutora em Ensino, na linha de pesquisa Recursos, Tecnologias e Ferramentas no Ensino.

Prof^ª. Dra. Marli Teresinha Quartieri – Orientadora
Universidade do Vale do Taquari – Univates

Prof^ª. Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
Universidade do Vale do Taquari – Univates

Prof^ª. Dra. Ieda Maria Giongo
Universidade do Vale do Taquari – Univates

Prof^ª. Dra. Márcia Regina Godoy
Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL

Prof^ª. Dra. Cleci Teresinha Werner da Rosa
Universidade de Passo Fundo – UPF

Lajeado, 27 de novembro de 2020.

A principal meta da educação é criar homens que sejam capazes de fazer coisas novas, não simplesmente repetir o que outras gerações já fizeram. Homens que sejam criadores, inventores, descobridores. A segunda meta da educação é formar mentes que estejam em condições de criticar, verificar e não aceitar tudo que a elas se propõe (PIAGET, 1982, p. 246).

Ao meu filho
Lucas Franzoni de Oliveira
e aos meus pais
Valmor Carlos Franzoni e Berenice da Rocha Franzoni
por tanto amor, apoio e incentivo para que esse sonho se concretizasse.

AGRADECIMENTOS

Ao governo brasileiro, pelas bolsas concedidas, mais especificamente a CAPES por financiar os meus estudos no Mestrado em Economia e Doutorado em Ensino.

À Universidade Federal do Rio Grande (FURG) pela minha formação na graduação em Ciências Econômicas e atualmente por fazer parte do corpo docente do curso de Economia. Agradeço por todo apoio na minha qualificação, liberação em tempo integral para a realização do Doutorado, assim como ter autorizado que a prática desta pesquisa fosse efetivada no curso de licenciatura em Matemática.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade do Vale do Taquari (Univates) e a todo corpo docente pelo conhecimento adquirido e qualidade do ensino. Aos funcionários da secretaria pela atenção em todas as horas. Ao corpo discente pela amizade e troca de experiências.

A minha orientadora, *Prof^a. Dra. Marli Teresinha Quartieri*, por tantos ensinamentos e dedicação, sempre pronta a orientar e contribuir, certamente sem ela eu não teria chegado até aqui.

A minha *Tia Kika* pelo carinho, sugestões, revisões linguística e ortográfica da Tese.

Ao meu filho e aos meus pais por compreenderem a minha ausência e acreditarem que este sonho seria possível.

E principalmente a *Deus* por ter me dado força e proteção na conclusão deste estudo em um momento de tanta incerteza e tensão no qual estamos passando a nível mundial, devido à pandemia do Coronavírus (*Covid-19*).

Muito Obrigada!

RESUMO

Esta Tese caracteriza-se como pesquisa qualitativa e teve o objetivo geral de analisar como uma prática pedagógica a luz da Investigação Matemática pode contribuir nos processos de ensino e de aprendizagem de Educação Financeira e Economia, em um curso de licenciatura em Matemática. Como aporte teórico foram utilizados estudos de autores como Bauman (2008); Chen e Volpe (1998); Lusardi e Mitchell (2014); Lipovetsky (1989, 2007); Baudrillard (2008); Denegri (1998); Stiglitz e Walsh (2003); Mankiw (2005); Flavell (1976, 1979, 1987); Rosa (2011); Tardif (2002); Ponte (2002, 2003); Ponte, Brocardo e Oliveira (2015); entre outros. A pesquisa foi realizada com vinte licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande, sendo que foram exploradas dez tarefas investigativas focando em conteúdos relacionados à Educação Financeira e Economia. Para coleta de dados foram utilizados os seguintes instrumentos: resolução de tarefas investigativas, gravação, filmagem, entrevista, fórum de discussões em ambiente virtual, questionário de finanças pessoais e questionário metacognitivo. Os dados produzidos foram analisados mediante a análise textual discursiva, de Moraes e Galiuzzi (2016). Os resultados demonstram que a maioria dos licenciandos, a princípio, não conhecia a metodologia da Investigação Matemática e evidenciou ter pouco conhecimento de Economia, além de acreditar não ser importante o seu entendimento nos processos de ensino e aprendizagem de Educação Financeira. Com o desenvolvimento das tarefas investigativas, os futuros professores perceberam que a Matemática Financeira é uma ferramenta indispensável no ensino de Educação Financeira, mas que é preciso entender de Economia para se resolver o problema, fazer a melhor escolha e atingir um consumo consciente e sustentável, de forma a aumentar a qualidade de vida. Os alunos conseguiram formular, testar e validar as conjecturas, assim como manifestaram indícios de aprendizagem relacionados à Educação Financeira a partir da metodologia da Investigação Matemática. Pode-se observar, também, que os licenciandos têm consciência de suas capacidades e fragilidades; conseguem estabelecer relações entre as tarefas e conteúdos já aprendidos; e reconhecem o tipo e grau de dificuldade de cada atividade. Conclui-se que as manifestações de aprendizagem, desenvolvimento da criatividade, argumentação, pensamento crítico e metacognitivo foram provenientes da oportunidade dos futuros professores vivenciarem os quatro momentos da Investigação Matemática, na qual foi possível perceber a importância da Economia, da Matemática e do tema Sustentabilidade no ensino de Educação Financeira, assim como estabelecer relações do conteúdo com situações do cotidiano (ligação teoria e prática). Pode-se inferir que existe conexão entre a metodologia da Investigação Matemática e a metacognição, uma vez que o professor ao usar tarefas investigativas está fomentando o pensamento metacognitivo no estudante, pois a todo momento instiga os alunos a pensarem e a refletirem sobre a resolução das tarefas e, conseqüentemente, sobre seu processo de aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Financeira. Economia. Investigação Matemática. Ensino. Metacognição.

ABSTRACT

This Thesis is characterized as qualitative research and has the overall objective to analyse how a pedagogical practice in the light of Mathematical Investigation can contribute to Financial Literacy and Economics teaching and learning processes, at a Mathematics undergraduate. Studies from authors such as Bauman (2008), Chen and Volpe (1998), Lusardi and Mitchell (2014), Lipovetsky (1989, 2007), Baudrillard (2008), Denegri (1998), Stiglitz and Walsh (2003), Mankiw (2005), Flavell (1976, 1979, 1987), Rosa (2011), Tardif (2002), Ponte (2002, 2003), Ponte, Brocardo and Oliveira (2015), among others, were used as a theoretical contribution. The research was performed with twenty graduates in Mathematics at Federal University of Rio Grande do Sul, and ten investigative tasks focusing on contents related to Financial Literacy and Economics were explored. The following instruments were used for the data collection: investigative tasks solving, recording, footage, interview, virtual discussion forum, personal finances questionnaire and metacognitive questionnaire. The data produced were analyzed through the discursive textual analysis, from Moraes and Galiazzi (2016). The results demonstrate that the majority of the graduates, at first, did not know the Mathematical Investigation methodology and showed to have little knowledge about Economics, besides believing its knowledge was not important for the Financial Literacy teaching and learning processes. With the investigative tasks development, the future teachers realized that Financial Math is an indispensable tool for the Financial Literacy teaching, but it is necessary to understand Economics to solve the problem, make the best choice and reach a conscious and sustainable consumption, in order to increase life quality. The students could formulate, test and validate the conjectures, and also have presented signs of learning related to Financial Literacy through the Mathematical Investigation methodology. It's possible to observe, also, that the graduates have consciousness of their capabilities and fragilities; they can establish relations between the tasks and contents already learned; and recognize the type and degree of difficulty in each activity. We conclude that the learning manifestations, creativity development, argumentation, critical thinking and metacognitive came from the future teachers' opportunity to live the four moments of Mathematical Investigation, in which it was possible to realize the importance of Economics, Mathematics, and the topic Sustainability in the Financial Literacy teaching, as well as establish relations between the content and daily situations (theory-practice connection). We can infer that a connection exists between the Mathematical Investigation methodology and the metacognition, once the teacher, when using investigative tasks, is fomenting metacognitive thinking in the student, because all the time they instigate the students to think and ponder about the task solving, and consequently, about their learning process.

Keywords: Financial Literacy. Economics. Mathematical Investigation. Teaching. Metacognition.

RESUMEN

Esta Tesis se caracteriza como una pesquisa cualitativa y tuvo por objetivo general analizar como una práctica pedagógica a la luz de la Investigación Matemática puede contribuir para los procesos de enseñanza y aprendizaje en Educación Financiera y Economía, en un curso de licenciatura en Matemáticas. Como aporte teórico fueron utilizados estudios de autores como Bauman (2008), Chen y Volpe (1998), Lusardi y Mitchell (2014), Lipovetsky (1989, 2007), Baudrillard (2008), Denegri (1998), Stiglitz y Walsh (2003), Mankiw (2005), Flavell (1976, 1979, 1987), Rosa (2011), Tardif (2002), Ponte (2002, 2003), Ponte, Brocardo y Oliveira (2015), entre otros. La pesquisa fue realizada con veinte licenciandos en Matemáticas, siendo que han sido exploradas diez tareas investigativas enfocando en contenidos relacionados a la Educación Financiera y Economía. Para la colecta de los datos han sido utilizados los siguientes instrumentos: solución de tareas investigativas, grabación, filmación, foro de discusiones en ambiente virtual, cuestionario de finanzas personales y cuestionario metacognitivo. Los datos producidos han sido analizados mediante el análisis textual discursiva, de Moraes y Galiazzi (2016). Los resultados demuestran que la mayoría de los licenciandos, al principio, no conocía la metodología de la Investigación Matemática y ha evidenciado que tenían poco conocimiento de Economía, además de que creían no ser importante su entendimiento en los procesos de enseñanza y aprendizaje de Educación Financiera. Con el desarrollo de las tareas investigativas, los futuros profesores percibieron que la Matemática Financiera es una herramienta indispensable en la enseñanza de Educación Financiera, pero es necesario entender de Economía para resolver el problema, hacer la mejor elección y alcanzar un consumo consciente y sostenible, de modo a aumentar la calidad de vida. Los alumnos consiguieron formular, testar y validar las conjeturas, así como han manifestado indicios de aprendizaje relacionados a la Educación Financiera a partir de la metodología de la Investigación Matemática. Se puede observar, también, que los licenciandos tienen consciencia de sus capacidades y fragilidades; consiguen establecer relaciones entre las tareas y contenidos ya aprendidos; y reconocen el tipo y grado de dificultad de cada actividad. Se concluye que las manifestaciones de aprendizaje, desarrollo de la creatividad, argumentación, pensamiento crítico y metacognitivo provinieron de la oportunidad de que los futuros profesores vivan los cuatro momentos de la Investigación Matemática e del tema Sostenibilidad en la enseñanza de Educación Financiera, así como establecer relaciones del contenido con situaciones del cotidiano (ligación teoría-práctica). Se puede inferir que existe conexión entre la metodología de la Investigación Matemática y la metacognición, una vez que el profesor al usar las tareas investigativas está fomentando pensamiento metacognitivo en el estudiante, pues a todo momento instiga los alumnos a pensar y a reflexionar sobre la solución de las tareas y, consecuentemente, sobre su proceso de aprendizaje.

Palabras-clave: Educación Financiera. Economía. Investigación Matemática. Enseñanza. Metacognición.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Distribuição das famílias por grau de dificuldade para chegar ao fim do mês com rendimento familiar, segundo situação do domicílio – BRASIL – 2008 – %...	26
Quadro 2: Educação Financeira: uma proposta de estudo de questões do Enem e concursos públicos com abordagem transversal e contextualizada	56
Quadro 3: Educação Financeira: análise de uma proposta desenvolvida no 7º ano do ensino fundamental.....	58
Quadro 4: Atividades investigativas no ensino da Matemática Financeira: as estratégias empregadas com uso de planilhas eletrônicas	60
Quadro 5: Programa de Educação Financeira nas escolas de ensino médio: uma análise dos materiais propostos e sua relação com a Matemática.....	61
Quadro 6: Educação Financeira e Educação Matemática: inflação de preços.....	63
Quadro 7: Cenários para investigação como ambiente de aprendizagem no contexto da Matemática Financeira.....	64
Quadro 8: Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre Educação Financeira e Matemática Financeira	66
Quadro 9: Resolução de Problemas (RP) e Investigação Matemática (IM): um processo de intervenção formativa para licenciandos em Matemática	68
Quadro 10: Ambiente virtual de aprendizagem e cenários para investigação: contribuições para uma Educação Financeira acessível.....	70
Quadro 11: Educação Financeira e Sustentabilidade Ambiental: uma reflexão em aulas de Matemática do ensino médio	71
Quadro 12: Educação Financeira: uma abordagem experimental.....	72
Quadro 13: Educação Financeira: investigação com uma turma de 1º ano do ensino médio por meio de práticas colaborativas.....	74
Quadro 14: ¿Consumidores o ciudadanos? Una propuesta de inserción de la Educación Económica y Financiera en la formación inicial docente	77
Quadro 15: The Economic importance of Financial Literacy: theory and evidence	78
Quadro 16: The impact of Financial Education in high school and college on financial literacy and subsequent financial decision making	79
Quadro 17: An analysis of personal financial literacy among college students.....	81
Quadro 18: Financial literacy among turkish college students: the role of formal education, learning approaches, and parental teaching	82
Quadro 19: The influence of metacognition in mathematical problem solving.....	84
Quadro 20: A Metacognitive Approach to Financial Literacy	86
Quadro 21: Participantes da Pesquisa (por turma/ano)	90
Quadro 22: Instrumentos de Coleta de Dados – Nomenclatura	90
Quadro 23: Questionário Inicial: Conhecimento de Educação Financeira e Economia	91
Quadro 24: Grupos e Licenciandos (por turma).....	93
Quadro 25: Tarefas Investigativas e Aprendizagem – Questionário Metacognitivo – QM ..	94
Quadro 26: Perguntas da Entrevista – E	95
Quadro 27: Atividades e Objetivos	103
Quadro 28: Subcategorias	164
Quadro 29: Conexões entre Metacognição e Investigação Matemática.....	184

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Resolução de Tarefa Investigativa (pequenos grupos).....	101
Figura 2: Socialização da Tarefa Investigativa.....	102
Figura 3: Cafeteria A, B e C – sem consumo de café/ lanche	113
Figura 4: Cafeteria A, B e C – com consumo de café/ lanche.....	114
Figura 5: Tarefa Investigativa 2 – Custo de Passagem de Avião e Bagagem	117
Figura 6: Tarefa Investigativa 2 – Custo de Passagem de Avião e Bagagem	117
Figura 7: Tarefa Investigativa 3 – Custo de Viagem Internacional	121
Figura 8: Tarefa Investigativa 3 – Custo de Viagem Internacional	122
Figura 9: Tarefa Investigativa 4 – Porcentagem	123
Figura 10: Tarefa Investigativa 4 – Porcentagem	124
Figura 11: Tarefa Investigativa 5 – Regimes de Capitalização.....	127
Figura 12: Resolução Tarefa Investigativa 5	128
Figura 13: Resolução Tarefa Investigativa 5	128
Figura 14: Resolução Tarefa Investigativa 5	128
Figura 15: Resolução Tarefa Investigativa 5	129
Figura 16: Resolução Tarefa Investigativa 5	129
Figura 17: Resolução Tarefa Investigativa 5	130
Figura 18: Resolução Tarefa Investigativa 5	130
Figura 19: Resolução Tarefa Investigativa 5	131
Figura 20: Resolução Tarefa Investigativa 5	131
Figura 21: Resolução Tarefa Investigativa 5	132
Figura 22: Resolução Tarefa Investigativa 5	133
Figura 23: Resolução Tarefa Investigativa 6	134
Figura 24: Resolução Tarefa Investigativa 6	135
Figura 25: Resolução Tarefa Investigativa 6	136
Figura 26: Resolução Tarefa Investigativa 6	136
Figura 27: Resolução Tarefa Investigativa 6	138
Figura 28: Resolução Tarefa Investigativa 6	139
Figura 29: Resolução Tarefa Investigativa 6	140
Figura 30: Generalizações – Tarefa Investigativa 7.....	142
Figura 31: Resolução Tarefa Investigativa 7	143
Figura 32: Resolução Tarefa Investigativa 8	146
Figura 33: Resolução Tarefa Investigativa 8	147
Figura 34: Resolução Tarefa Investigativa 9	152
Figura 35: Resolução Tarefa Investigativa 9	153
Figura 36: Resolução Tarefa Investigativa 10	158
Figura 37: Resolução Tarefa Investigativa 10	159
Figura 38: Resolução Tarefa Investigativa 10	160

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	14
2. REFERENCIAL TEÓRICO	22
2.1 Educação Financeira.....	22
2.2 Economia e o Processo de Tomada de Decisão.....	31
2.3 Formação Docente.....	37
2.4 Investigação Matemática	43
2.5 Metacognição	48
2.6 Estado da Arte	55
3. CONTEXTUALIZANDO A PESQUISA	88
3.1 Procedimentos Metodológicos.....	88
3.2 Desenvolvimento da Prática Pedagógica.....	98
4. ANÁLISE E RESULTADOS	106
4.1 Ideias Iniciais dos Alunos sobre Educação Financeira e Economia.....	107
4.2 Estratégias de Resolução e Formulação de Conjecturas das Tarefas Investigativas	111
4.3 Percepções dos Alunos com relação às Tarefas Investigativas e Aprendizagem	164
4.3.1 <i>Importância do trabalho em grupo na resolução da tarefa</i>	165
4.3.2 <i>Desenvolvimento da criatividade, autonomia, argumentação e pensamento crítico</i>	168
4.3.3 <i>Manifestações de aprendizagem a partir das relações da Educação Financeira com conteúdos da Matemática, Matemática Financeira, Economia e Sustentabilidade</i>	172
4.3.4 <i>Análise das capacidades, dificuldades e conhecimento sobre o tema durante a resolução de cada tarefa investigativa</i>	178
4.4 Metacognição e Investigação Matemática	183
5. CONCLUSÃO	204
REFERÊNCIAS.....	211
APÊNDICES	223
Apêndice 01: Termo de Concordância da Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática (declaração de anuência)	223
Apêndice 02: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (dos alunos).....	224
Apêndice 03: Atividade 1 – Cafeteria – Tomada de Decisão	225
Apêndice 04: Atividade 2 – Custo de Passagem de Avião e Decisão de Compra..	226

Apêndice 05: Atividade 3 – Custo de Viagem Internacional e Decisão de Compra	228
Apêndice 06: Atividade 4 – Porcentagem	229
Apêndice 07: Atividade 5 – Regimes de Capitalização Simples e Composto	230
Apêndice 08: Atividade 6 – Formas de Pagamento e Juros Compostos	231
Apêndice 09: Atividade 7 – Formas de Investimento – LCI, LCA, CDB, P	232
Apêndice 10: Atividade 8 – Previdência Complementar – FUNPRESP, VGBL e PGBL	234
Apêndice 11: Atividade 9 – Aluguel ou Financiamento Imobiliário – Prestação – Juro Composto – Sistemas de Amortização	236
Apêndice 12: Atividade 10 – Produção de Tarefa de Investigação Matemática sobre Educação Financeira.....	242
Apêndice 13: Investigação Matemática e Indícios de Aprendizagem – Respostas dos Licenciandos	243
Apêndice 14: Conexões da Metacognição, Investigação Matemática e Resultados da Pesquisa	250

1. INTRODUÇÃO

Larrosa (2000) ressalta que a experiência é aquilo que acontece, que toca e que por isso representa a nossa identidade no tempo. Portanto, gostaria de fazer alguns comentários sobre a minha trajetória enquanto estudante, docente e as experiências vivenciadas que me constituem. Na época em que cursava o ensino fundamental e médio, sempre fui uma aluna dedicada, sendo que meu empenho maior era nas disciplinas de Ciências e Matemática. Eu tinha um verdadeiro fascínio por essas disciplinas, gostava muito do conteúdo. Lembro que esses professores pareciam mais motivados e interessados com o conteúdo e aprendizado da turma. No entanto, sentia-me, por vezes, entediada com a monotonia do processo a que era submetida, nunca me conformei com as exigências de alguns professores de que era necessário decorar para garantir a aprendizagem e aprovação na disciplina.

Eu me perguntava: por que somos obrigados a repetir, decorar tabuada, fórmulas e conceitos para aprender? Por que tanto dever de casa? Por que o ensino tem que ser dessa forma? Por essas razões, entre outras, a busca por mudanças tornou-se um desafio para professores, no qual as dificuldades encontradas são objetos de estudo e reflexão em conjunto para melhorar a prática pedagógica, tendo em vista que, segundo Santos (2007), os estudantes não são capazes de extrair significado do conteúdo transmitido pelo professor, em função do ensino se limitar, na maioria das vezes, a um processo de memorização de vocábulos, sistemas classificatórios e fórmulas.

Lembro do meu professor de Física, no ensino médio, de olhar sério, insatisfeito e sempre cobrando que eu estudasse mais. Fiquei com aversão à Física, não conseguia entender para que servia aquele conteúdo, quadro-negro cheio de fórmulas e sem sentido algum para mim. Hoje me pergunto por que o professor colocava tanto terror, não proporcionava uma aula mais agradável, ao ar livre, em laboratórios, com exemplos próximos da realidade do aluno? Ele parecia não se preocupar se a turma estava entendendo todas aquelas fórmulas. Segundo Scarpató (2006), o professor deve adotar uma metodologia de ensino em que o estudante tenha êxito na aprendizagem, mas para tanto é necessário conhecer seus alunos, a realidade em que

vivem, seus anseios, medos e sonhos. Portanto, é necessário respeitar suas individualidades e adotar uma maneira de ensinar em que cada estudante aprenda integralmente o conteúdo.

A facilidade com a disciplina de Matemática e o interesse em trabalhar em um banco na adolescência me aproximou do curso de Economia. Cheguei a fazer estágio no Banco do Brasil no período da graduação, mas no último ano meu orientador me convidou para trabalhar em um projeto de pesquisa com bolsa, na área de desenvolvimento econômico. Foi neste período que descobri o significado da pesquisa e do ensino e o prazer em estar, de fato, inserida na academia, local em que eu gostaria de permanecer e atuar como docente. Resolvi então seguir a carreira acadêmica. Sou graduada em Ciências Econômicas pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG), em seguida prestei seleção da ANPEC (Associação Nacional de Pós-Graduação em Economia) e fui aprovada com bolsa da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) para cursar o Mestrado em Economia na Universidade Federal da Paraíba (UFPB/João Pessoa).

Após o término do Mestrado, trabalhei seis anos (2002-2008) na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), como professora, me dedicando ao ensino e à extensão, além de coordenar o primeiro Laboratório de Mercado de Capitais do Brasil (LabMec), uma parceria da PUCRS com uma corretora de investimentos. O LabMec acompanhava o mercado em tempo real, contava com simuladores de investimentos, tinha aulas diárias e era aberto ao público com o objetivo de demonstrar na prática o funcionamento do mercado financeiro. A minha dedicação era integral à universidade e à coordenação do laboratório, que aprofundou os meus conhecimentos nessa área, permitindo um contato mais direto com as operações da BOVESPA e BM&F, corretoras de investimentos, empresas, universidades e escolas. Além dos alunos e professores da PUCRS e outras universidades, muitas escolas de Porto Alegre e região metropolitana visitavam o laboratório e percebi o quanto essas pessoas tinham interesse em aprender como funciona o mercado de capitais.

Na minha atuação profissional, como docente, no ensino superior percebo o quanto os alunos, muitas vezes, chegam desmotivados em sala de aula, reclamam que parte dos conceitos apresentados são abstratos ou não são significativos para eles, não entendem o mundo em que vivem. Frente a essas dificuldades, penso que trabalhar com questões do cotidiano possibilitaria um maior envolvimento dos alunos, oportunizando que eles se manifestem sobre o entendimento que possuem do assunto. Sendo assim, como afirma Ghedin (2009) é preciso pensar sobre o modo de agir; um processo de reflexão significa pensar no momento que se está agindo, registrando a experiência em ação. Desse modo, o profissional que trabalha com ensino

não pode abrir mão da reflexão, do processo de tomada de consciência de si mesmo para dar sentido ao que se faz e tornar a ação (prática pedagógica) significativa.

Por isso, é preciso problematizar com os alunos, por exemplo, por que o Governo aumenta a taxa de juros quando tem inflação no país, como uma crise externa pode repercutir no Brasil, como uma desvalorização cambial influencia nos preços internos, como uma crise financeira e política pode repercutir no resto do mundo, como o preço é determinado *etc.* No início de 2008, resolvi prestar concurso para Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Assim, em agosto de 2008, tomei posse nesta Universidade, local em que estou até hoje, assumindo as disciplinas de Teoria Microeconômica I e II e Contabilidade Social.

Nestes anos como docente também percebi o quanto a maioria dos alunos da graduação tem dificuldades em compreender operações básicas de Matemática, as aplicações da Matemática no cotidiano e a sua relação com outras ciências como, por exemplo, a Economia. Os conceitos de Economia utilizados no cotidiano estão vinculados aos matemáticos, que também estão relacionados a outros saberes como a Geografia e a História, por exemplo. Dessa forma, ao se perceber um caráter interdisciplinar da ciência por excelência, interlocuções com outros campos de conhecimento são de fundamental importância.

A falta de entendimento sobre Economia pode ser um dos empecilhos para a promoção do aumento do nível de bem-estar, pois uma sociedade informada e com conhecimento é capaz de realizar melhores escolhas. É importante destacar que embora as políticas públicas de Educação Financeira¹, foco deste estudo, forneçam valiosas contribuições na área de finanças pessoais, aspectos econômicos devem ser contemplados, em função da Educação Financeira estar relacionada ao gerenciamento de renda e às decisões de consumo.

Portanto, é necessário levar Educação Financeira para a sala de aula, bem como conceitos de Economia e essa percepção advém da experiência docente. Pimenta e Ghedin (2000) ressaltam que os saberes da experiência que o professor adquire em sala de aula são constitutivos de sua profissionalidade e somam-se aos saberes teóricos adquiridos na formação inicial e no processo de formação contínua. Ghedin (2009) complementa que o saber oriundo da própria prática pedagógica, da experiência de ser professor, é elaborado à medida que o docente constrói a sua profissionalidade. Assim, ao olhar para esse processo de construção e reconstrução constante, como professora universitária, doutoranda em Ensino pela Universidade do Vale do Taquari, bolsista da CAPES e participante do projeto de pesquisa

¹ O tema Educação Financeira será discutido, com mais detalhes, no capítulo do referencial teórico.

“Ciências Exatas da Educação Básica ao Ensino Superior”, sinto-me gratificada com as experiências vivenciadas, pelos momentos que me proporcionaram refletir e perceber como deveria ser o ensino.

Cabe ressaltar que o grupo de pesquisa do qual faço parte contribuiu para que, a partir dos estudos, tarefas de investigação matemática, cursos de formação realizados e publicações produzidas, pudesse definir a metodologia a ser utilizada na Tese para ensinar Educação Financeira e Economia. O objetivo principal de escolher a investigação matemática para ensinar conteúdos de Educação Financeira é desenvolver no aluno o pensamento crítico no processo de tomada de decisão. A investigação matemática² está relacionada, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) à formulação de conjecturas que se procura testar e provar, o aluno é convidado a agir como um matemático não somente por esses motivos, mas também na apresentação dos resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e professor. Dessa forma, é possível preparar indivíduos para o mundo, que sejam capazes de fazer melhores escolhas, ter consciência sobre seus atos e consequências, refletir, analisar, discutir e interpretar situações diversas, posicionando-se criticamente frente a algum tema e/ou problema que se apresente.

Na época dos PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) já se sinalizava que os alunos, na disciplina de Matemática, deveriam ser capazes de questionar a realidade, formular problemas e resolvê-los, utilizando do pensamento lógico, da criatividade, da intuição e da capacidade de análise crítica (BRASIL, 1998). Cabe, de acordo com a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), ao professor relacionar os conteúdos desenvolvidos com o cotidiano, estimulando a autonomia e o pensamento crítico de seus alunos, contribuindo dessa forma para a cidadania e o desenvolvimento de seu país (BRASIL, 2017). Neste contexto, de acordo com Moreira *et al.* (2017) formar cidadãos é uma das funções do professor. Por isso, para se obter cidadãos ativos e críticos é preciso estar em constante formação e buscar contribuições e estratégias metodológicas que visem à aprendizagem. Na disciplina de Matemática é necessário levar em consideração problemas que envolvem o cotidiano dos alunos, que os levem a refletir, investigar, buscar soluções e participarem criticamente nos processos de ensino e aprendizagem, isso contribuirá para que esses alunos possam tomar decisões corretas e interferir positivamente na sociedade.

Sendo assim, o ensino no Brasil ainda enfrenta problemas com relação ao baixo interesse dos alunos em aprender. Na maioria das escolas, o professor ministra aulas no quadro

² Esta metodologia será discutida com mais detalhes no próximo capítulo.

negro, no qual é visto pelos alunos como transmissor da informação, desestimulando a criatividade, o pensamento crítico e o envolvimento dos alunos, que acabam memorizando conceitos somente para serem aprovados na disciplina.

Para a maioria dos alunos, o conhecimento adquirido em sala de aula está totalmente alheio as suas experiências cotidianas, não existindo uma conexão entre o que se aprende na escola e o mundo ao seu redor. Então para que aprender se não existe correspondência com a realidade? De acordo com Ulhôa *et al.* (2008), o cidadão de agora precisa se inserir adequadamente no meio social, não pode mais ignorar o que se passa no mundo e ter o mesmo perfil de habilidades do século passado. O cidadão deste século, segundo a BNCC, para consolidar uma formação científica geral, na área de Matemática precisa utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das ciências da natureza e humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas (BRASIL, 2017).

Essa competência da área da Matemática, entre outras, contribui para a formação de cidadãos críticos e reflexivos, em que os alunos passam a investigar os desafios do mundo contemporâneo e interpretar situações econômicas para fazer melhores escolhas a respeito de um problema. Ainda, segundo Brasil (2017), entre as habilidades dos alunos estão: resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática Financeira e de outras áreas de conhecimento; interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de juros, inflação e câmbio, investigando os processos de cálculo desses números; elaborar planilhas para o controle de orçamento familiar; e resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e juros compostos, destacando o seu crescimento exponencial.

Dessa forma, utilizei tarefas investigativas com o intuito de contribuir no desenvolvimento do pensamento crítico e metacognitivo dos licenciandos em Matemática e na melhoria do ensino, em particular em relação à Educação Financeira e Economia. Acredito na importância do futuro professor ter contato com a metodologia da investigação matemática e adquirir conhecimento de finanças, assim como ter consciência da sua relação com outras ciências na formação inicial, tendo em vista que, provavelmente, terá que ensinar Educação Financeira.

Goldenberg (1999) salienta que as tarefas investigativas facilitam a aprendizagem, motivam os alunos a trabalhar em grupo e desenvolvem capacidades que contribuem para um conhecimento mais amplo do conteúdo abordado. Portanto, a investigação matemática foi a

metodologia de ensino utilizada e a metacognição auxiliou na identificação de aprendizagem dos futuros professores de Matemática.

Neste contexto, surgiu o problema de pesquisa: como a investigação matemática pode colaborar no ensino e na aprendizagem de Educação Financeira e Economia? Penso que a partir das tarefas investigativas sobre Educação Financeira o aluno pode fazer melhores escolhas e desenvolver o pensamento crítico no processo de tomada de decisão.

Com base nas tarefas de investigação matemática, os alunos tiveram possibilidade(s) de analisar melhor cada situação, refletir sobre o problema, antes de aceitar um único resultado como verdadeiro. Ademais, este estudo teve a importância de contribuir para a formação inicial do futuro professor que ensinará Educação Financeira nas escolas e/ou no ensino superior. A partir da problemática, o objetivo geral foi analisar como uma prática pedagógica a luz da investigação matemática pode contribuir nos processos de ensino e de aprendizagem de Educação Financeira e Economia, especialmente dos alunos de um curso de licenciatura em Matemática.

Para mediar o alcance do objetivo geral, cabe destacar que foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos: investigar o perfil e o conhecimento de Educação Financeira e Economia dos alunos de uma turma de licenciatura em Matemática; identificar as conjecturas e estratégias de resolução em tarefas que envolvem conhecimentos vinculados à Educação Financeira e Economia; analisar as percepções dos alunos em relação às tarefas investigativas e à sua própria aprendizagem a partir de questionamentos metacognitivos.

A metacognição³ está relacionada, segundo Beber, Silva e Bonfiglio (2014) à consciência do indivíduo sobre a sua própria aprendizagem e foi escolhida nesta Tese pela sua visão construtivista, ou seja, o conhecimento não é algo pronto e acabado, está em constante evolução. Portanto, a aprendizagem é construída a partir das interações entre o pensamento metacognitivo dos licenciandos e o meio em que estão inseridos. Nessa perspectiva, a investigação matemática pode contribuir nos processos de ensino e aprendizagem de Educação Financeira e Economia e no desenvolvimento do pensamento metacognitivo dos licenciandos, de modo que o futuro professor de Matemática adquira um conhecimento mais aprofundado, ao recorrer a sua estrutura metacognitiva para identificar o que sabe sobre o assunto e confrontar com as ideias dos colegas, assim como reconhecer as suas potencialidades e dificuldades sobre

³ Este conceito será discutido com mais detalhes no próximo capítulo.

o tema. Logo, associar a metodologia da investigação matemática, tomada de decisão financeira e metacognição é um dos diferenciais desta Tese.

Ademais, o ser humano está vivendo na sociedade “líquido-moderna”, de acordo com Bauman (2008), na qual a felicidade está associada ao consumo excessivo e à rápida substituição de objetos. Essa busca incessante de felicidade associada à compra de novos objetos vem, de certa forma, tornando-se um problema para um número significativo da população que acabou tornando-se inadimplente. Denegri (1998), por sua vez, salienta que a sociedade avança rapidamente em uma realidade mundial impregnada de mudanças, cujas consequências e causas são, entre outras, de origem sócio-econômicas, tanto no âmbito governamental como familiar. Ainda, segundo Denegri (1998), existe uma indiferença em introduzir conceitos econômicos no cotidiano das pessoas. Para a autora, nas famílias não é comum os pais discutirem com os filhos seus problemas econômicos e a educação básica apresenta de forma muito superficial o tema consumo nos temas transversais. No ensino superior, somente alguns cursos abordam os conceitos econômicos no currículo, não existe uma proposta curricular para a inclusão de tais conceitos.

Nessa mesma linha argumentativa, Kistemann Jr. (2011) enfatiza a necessidade de incluir Educação Financeira em todos os contextos de formação dos estudantes desde a educação elementar até o ensino superior, objetivando fornecer aos indivíduos-consumidores, noções básicas sobre Economia e consumo. Assim sendo, existe a necessidade de proporcionar-lhes estratégias que auxiliem na tomada de decisões e condução de situações cotidianas, e se posicionarem como indivíduos críticos.

Cabe destacar, também, que esta pesquisa é qualitativa (não se preocupa com aspectos quantificáveis) e foi realizada na disciplina de Matemática Financeira, do curso de licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande, localizada na cidade de Rio Grande (RS/ Brasil), com vinte alunos.

Para tanto, esta Tese está organizada em cinco capítulos. O primeiro constitui a introdução que apresenta a trajetória discente e docente da pesquisadora, a contextualização do tema da Tese, apresentando justificativas, problema de pesquisa, objetivos geral e específicos. O segundo capítulo trata da abordagem teórica que sustenta a pesquisa e está dividido em seis seções: Educação Financeira; Economia e o Processo de Tomada de Decisão; Formação Docente; Investigação Matemática; Metacognição; e Estado da Arte Nacional e Internacional, trazendo as principais pesquisas sobre o tema. O terceiro capítulo versa sobre os procedimentos metodológicos adotados no desenvolvimento da pesquisa. Neste, descrevo o contexto da pesquisa, tipo de pesquisa, delimitação da área, sujeitos investigados, instrumentos de coleta de

dados, análise de dados e tarefas de investigação matemática. O quarto capítulo apresenta os resultados com as discussões e as considerações finais fazem parte do quinto capítulo. Por fim, constam as referências utilizadas e os apêndices (Termo de Concordância da Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática, Termo de Consentimento Livre e Esclarecido dos Alunos, Tarefas Investigativas Desenvolvidas, entre outros).

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O presente capítulo apresenta discussões referentes à Educação Financeira, bem como a importância da Matemática Financeira, Economia e o tema Sustentabilidade nos processos de tomada de decisão dos consumidores. O capítulo aborda, também, a formação docente, a metodologia da investigação matemática e a metacognição. Por fim, consta o estado da arte nacional e internacional. Cabe ressaltar que o aporte teórico deste capítulo, além de sustentar e destacar a relevância deste estudo, teve a finalidade de servir como base na análise dos dados coletados com a investigação.

2.1 Educação Financeira

A Educação Financeira está entre os temas da atualidade sugeridos para compor a Base Nacional Comum Curricular. Trata-se do conjunto de conhecimentos entendidos como essenciais para o fortalecimento da cidadania e voltados para ajudar a população a tomar decisões financeiras mais autônomas e conscientes (BRASIL, 2016).

A definição de Educação Financeira, segundo o Banco Central do Brasil (BRASIL, 2018, p. 1) é:

Educação Financeira é o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e produtos financeiros. Com informação, formação e orientação claras, as pessoas adquirem os valores e as competências necessárias para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos a elas associados e, então, façam escolhas bem embasadas, saibam onde procurar ajuda e adotem outras ações que melhorem o seu bem-estar. Assim, a Educação Financeira é um processo que contribui, de modo consciente, para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro.

Nesse sentido, a Educação Financeira está associada ao gerenciamento da própria renda, decisões de consumo e investimento, orçamento doméstico, de modo que o indivíduo perceba a importância de ter conhecimento de finanças para utilizar de modo racional a sua

renda. Aliado a isso, o pensamento crítico é imprescindível no processo de tomada de decisão para fazer escolhas acertadas, levando em consideração a relação custo-benefício⁴, para que se tenha um aumento na qualidade de vida.

A Educação Financeira tem sido um tema bastante discutido em nível nacional e principalmente internacional. Organismos representantes de diferentes países, autoridades governamentais tem manifestado interesse crescente acerca da necessidade dos cidadãos de adquirir conhecimentos que os ajudem na condução das suas finanças pessoais, além de auxiliá-los a orçar e gerir sua renda, bem como a poupar e investir (TEIXEIRA, 2015, p. 49).

O Banco Mundial, Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), Ministério da Educação, entre outros órgãos têm mostrado preocupação com o grau de endividamento das famílias. Para Kistemann Jr. (2011, p. 30) é fundamental ter conhecimento de Educação Financeira: “entendemos que a sociedade do século XXI não pode prescindir de discutir uma Educação Financeira, bem como significados em torno de ideias, que se embasam em práticas conscientes de consumo”. Assim sendo, o ensino de Educação Financeira passou a fazer parte do currículo de diversas escolas do Brasil e exterior.

No Brasil, temas como orçamento doméstico, poupança, aposentadoria, seguros e financiamentos passam a fazer parte do ambiente escolar. O Governo, em conjunto com o Ministério da Educação e com representantes da iniciativa privada e pública, elencou um conjunto de procedimentos, focados na contextualização do ensino, de forma que os alunos desenvolvam competências para sua inserção na vida adulta, mediante a multidisciplinaridade, o incentivo ao raciocínio e a capacidade de aprender (VARGAS, 2012, p. 59).

Nesse contexto, segundo o Banco Central do Brasil (BRASIL, 2015), a Educação Financeira possibilita ao indivíduo o acesso à informação de conceitos para que possa desenvolver os valores e as competências necessárias a fim de estar mais consciente das oportunidades e riscos nelas envolvidas. De modo geral, significa que a Educação Financeira pode ajudar as pessoas nas suas escolhas e a serem responsáveis sobre o planejamento das finanças pessoais.

O tema da Educação Financeira emergiu com a crise econômica mundial, em 2008. Especialistas de organismos internacionais, como a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) voltaram a sua atenção para a importância das questões

⁴ É preciso analisar o custo-benefício, ou seja, “comparar os custos com os benefícios que provavelmente resultarão do investimento. Deve-se escolher, entre as várias opções, aquela que apresenta a maior diferença positiva entre os benefícios e os custos” (SANDRONI, 2008, p. 216).

associadas à Educação Financeira começarem na escola, segundo OCDE (2012). Na União Européia, os governos determinaram que a Educação Financeira deveria fazer parte do currículo do ensino médio, na Austrália o governo também votou a favor. De acordo com o relatório do Banco Mundial, Brasil, Colômbia, Índia, Indonésia e Uganda são países em desenvolvimento que estão introduzindo este tema no seu currículo (BRASIL, 2016).

“Apesar de um certo nível de maturidade na disseminação da Educação Financeira em muitos países, no Brasil o conceito ainda é novo” (SOARES, 2017, p. 99). No entanto, segundo o autor, desde a última década, autoridades têm mostrado preocupação em instruir as pessoas com relação à tomada de decisões financeiras. De acordo com Saito, Savóia e Petroni (2006), o Ministério da Educação (MEC) brasileiro apresenta orientações sobre como deve ser o ensino de Educação Financeira, com foco na contextualização do tema para criar uma compreensão geral dos tópicos que serão importantes na vida adulta.

Cabe destacar que na BNCC a Educação Financeira está incluída como tema integrador denominado “Consumo e Educação Financeira”, ou seja, deve ser trabalhado de forma contextualizada e interdisciplinar na educação básica (BRASIL, 2016). Ainda conforme Brasil (2016), o conteúdo do material didático produzido pelo MEC abrange nove temas diferentes: vida familiar cotidiana, vida social, grandes projetos, bens pessoais, trabalho, empreendedorismo, bens públicos, Economia do país e Economia do mundo.

A experiência do projeto piloto desenvolvido pelo Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF) e o MEC, com alunos do ensino médio no Brasil, rendeu ao país o relatório do Banco Mundial: *The impact of high school education – experimental evidence from Brazil* (O impacto do ensino médio – a experiência do Brasil). Nesse projeto piloto, o tema foi integrado às matérias de Matemática, Ciência, História, Geografia e Português. A intenção não foi de introduzir uma disciplina de Educação Financeira, mas sim de integrá-la ao conjunto de conteúdos. O resultado, segundo o relatório do Banco Mundial, comprovou a capacidade dos alunos de se tornarem agentes de mudança de hábitos familiares.

Morin (2000) já ressaltava que embora tenha havido no século XX grandes progressos nos conhecimentos, a excessiva especialização resultou na fragmentação dos contextos, das globalidades e das complexidades. “Os problemas fundamentais e os problemas globais estão ausentes das ciências disciplinares” (MORIN, 2000, p. 40). Nestas condições, ainda segundo o autor, a formação disciplinar perde suas aptidões naturais para contextualizar, ocasionando um individualismo centrado no domínio de saberes especializados, desvinculados ou distantes de questões a serem enfrentadas na realidade cotidiana, o que justifica a necessidade do conhecimento de Educação Financeira.

A temática sobre a Educação Financeira faz parte da história recente de nosso país, pois em uma sociedade com sérios problemas ligados à estabilidade econômica torna-se praticamente impossível realizar planejamentos futuros consolidados [...]. A partir de 1994, ano da implantação do Plano Real, passa-se a viver outro momento da história do Brasil, pois com a estabilização da Economia e com o controle inflacionário, grande parte do povo brasileiro passou a ter acesso a uma série de situações que, até então, eram chamadas de “sonhos de consumo”. Com o controle da inflação, com o acesso de um maior número de pessoas ao sistema bancário e a facilidade de obtenção de crédito criou um ambiente favorável ao crescimento do consumo do cidadão médio [...]. A partir dessa mudança de comportamento da sociedade brasileira, desenvolvem-se outras preocupações e novas demandas ligadas ao consumo em excesso e ao planejamento financeiro das pessoas e das famílias [...] (TEIXEIRA; KISTEMANN, 2017, p. 227-228).

Portanto, o consumismo em excesso, decorrente das facilidades na concessão de crédito, levou muitas famílias ao endividamento, aumentando a intervenção do Banco Central do Brasil tanto na Economia para reduzir o consumo, como nas escolas para ensinar Educação Financeira. A OCDE (2012) assim como Vital (2014) apontam como justificativas para ensinar Educação Financeira: o envolvimento dos jovens cada vez mais cedo e frequente em decisões financeiras, no qual é preciso saber lidar com o dinheiro; o aumento do número de produtos financeiros disponibilizados nos bancos, tornando cada vez mais complexas as decisões na hora de eleger o melhor investimento; as tecnologias para acesso e comercialização de produtos financeiros; o aumento da expectativa de vida; as mudanças nos sistemas previdenciários; e a recente crise financeira.

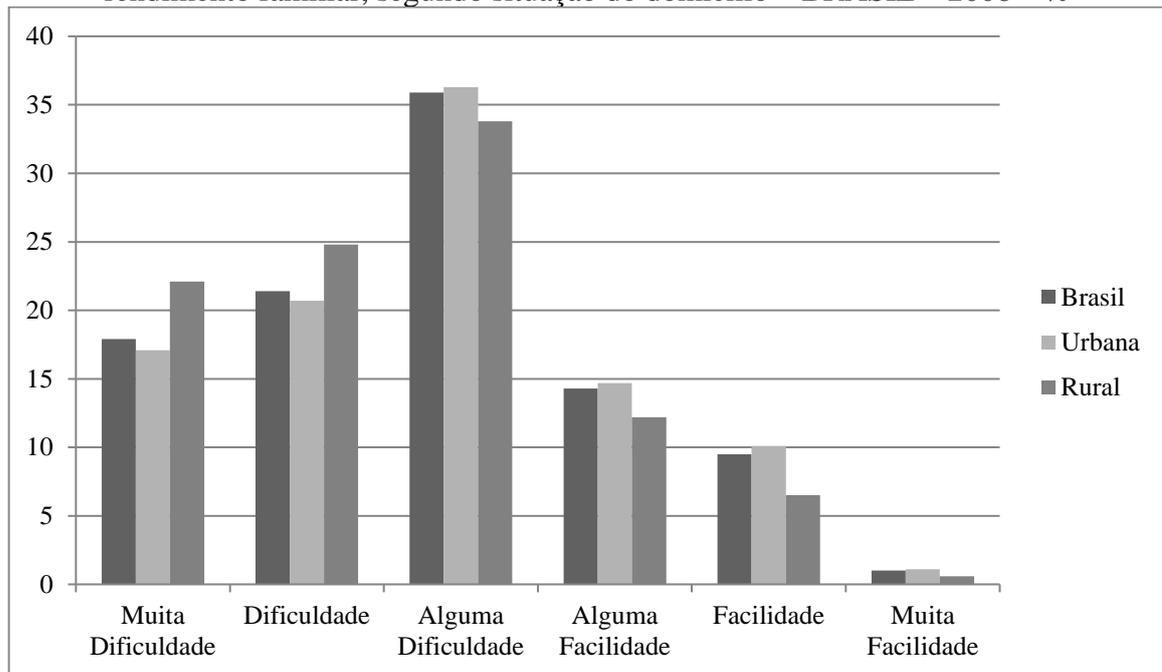
Se a compreensão do mundo econômico requer um indivíduo que construa uma visão sistêmica do modelo econômico social em que está inserido, a não compreensão desses modelos pode agravar os problemas sociais já existentes e criar outros como o endividamento ou superendividamento (DENEGRÍ; TORO; LOPEZ, 2007, p. 49).

Nesse sentido, o Brasil, em particular, tem inumeráveis motivos para se preocupar em ensinar Educação Financeira nas escolas e universidades. A Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) publicada pelo IBGE em 2004 já revelava que mais de 80% das famílias tem alguma dificuldade para chegar até o final do mês com seus recursos. Além disso, naquele período, quase metade das famílias (47%) considerou insuficiente a quantidade de alimento consumida. Para 73% das famílias, nem sempre ou raramente os alimentos consumidos eram do tipo preferido. Essas e outras avaliações subjetivas foram, pela primeira vez, incluídas na Pesquisa de Orçamentos Familiares, para investigar a percepção da população quanto à sua qualidade de vida.

Os resultados da POF de 2008, publicados posteriormente pelo IBGE, em 2010, não foram diferentes, sinalizando que mais de 75% dos brasileiros apresentaram dificuldade para

chegar ao final do mês com seus rendimentos. De acordo com o gráfico do Quadro 1, quanto aos rendimentos: 17,9% das famílias brasileiras declararam ter muita dificuldade para chegar ao final do mês com o rendimento familiar; 21,4% afirmaram ter dificuldade e 35,9% alguma dificuldade.

Quadro 1: Distribuição das famílias por grau de dificuldade para chegar ao fim do mês com rendimento familiar, segundo situação do domicílio – BRASIL – 2008 – %



FONTE: IBGE – Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Índices de Preços, Pesquisa de Orçamentos Familiares, 2010.

Ainda, conforme o gráfico do Quadro 1, entre os que encontraram graus diferentes de facilidade para chegar ao final do mês: 14,3% disseram encontrar alguma facilidade; 9,5% facilidade e 1,0% muita facilidade. Cabe destacar que na publicação da POF-2017-2018 (primeiros resultados) não constam ainda informações com relação ao grau de dificuldade das famílias para chegar ao final do mês com rendimento. No entanto, as despesas de consumo com alimentação, habitação, saúde, educação, transporte, entre outras, continuam altas e correspondem ao mais importante componente da estrutura de despesas das famílias. A estimativa da participação das despesas de consumo na despesa total, obtida a partir da POF 2017-2018, foi de 81,0% para o Brasil (IBGE, 2019).

Além disso, segundo IBGE, metade dos brasileiros sobrevive com R\$438,00 mensais, ou seja, quase 105 milhões de pessoas têm menos de R\$15,00 por dia para as necessidades básicas. Os 10% mais pobres, o equivalente a 20,95 milhões de pessoas, sobrevivem com apenas R\$112,00 por mês, ou R\$3,73 por dia (JORNAL DO COMÉRCIO, 2020).

Ademais, as famílias brasileiras nunca estiveram tão endividadas com o sistema financeiro nos últimos 10 anos, conforme apontam dados do Banco Central do Brasil (BACEN) no ano de 2015. O BACEN começou a fazer o levantamento em janeiro de 2005 e o retrato sobre o nível de dívidas brasileiras passou a ser incorporada na nota de crédito pelo BACEN em agosto de 2015. Ainda de acordo com o Banco Central do Brasil (2015), de março para abril de 2015, o volume de dívidas passou de 46,20% para 46,30%, o maior percentual desde janeiro de 2005, quando começou a série histórica do Banco.

O endividamento das famílias brasileiras com o sistema financeiro continua alto, em torno de 46%, com registro de 46,20% em abril de 2020, conforme BACEN. Os dados também revelam que o segmento de imóveis é o principal responsável pelo endividamento. O cálculo do BCB leva em conta o total das dívidas dividido pela renda no período de 12 meses e incorpora os dados da Pesquisa Nacional de Amostragem Domiciliar (PNAD) contínua e da Pesquisa Mensal de Emprego (PME), ambas do IBGE (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2020).

Indo ao encontro do cenário apresentado, tem-se percebido, no Brasil, que a Educação Financeira vem conquistando espaço como política a partir da publicação do Decreto nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010, que instituiu a ENEF (Estratégia Nacional de Educação Financeira). Desde então, ações sobre a temática são compartilhadas, de forma integrada, por órgãos e entidades públicas e da sociedade, nos âmbitos federal, estadual e municipal (PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA, 2010).

Sendo assim, o governo brasileiro, seguindo uma tendência mundial, elaborou essa política no qual um dos objetivos é fomentar a Educação Financeira para as escolas do ensino básico. A Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) é uma política pública⁵ lançada em 2010, com a finalidade de promover a Educação Financeira e previdenciária da população, além de contribuir para o fortalecimento da cidadania, a eficiência e solidez do sistema financeiro nacional e a tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores (ENEF, 2013).

⁵ Não existe uma única, nem melhor, definição sobre o que seja política pública. Mead (1995) a define como um campo dentro do estudo da política que analisa o governo à luz de grandes questões públicas e Lynn (1980), como um conjunto de ações do governo que irão produzir efeitos específicos. Peters (1986) segue o mesmo veio: política pública é a soma das atividades dos governos, que agem diretamente ou através de delegação, e que influenciam a vida dos cidadãos. Dye (1984) sintetiza a definição de política pública como “o que o governo escolhe fazer ou não fazer”. A definição mais conhecida continua sendo a de Laswell, ou seja, decisões e análises sobre política pública implicam responder às seguintes questões: quem ganha o quê, por quê e que diferença faz (SOUZA, 2006, p. 24).

Após a apresentação e aprovação da proposta para a criação da ENEF, foi constituído o Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF), criado para gerir e coordenar programas da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF). O CONEF⁶ propôs que a Educação Financeira fosse disseminada em ações para escolas de nível fundamental e médio e também em ações para aposentados e mulheres beneficiárias de bolsa-família. A proposta do CONEF é incentivar a participação das escolas, consideradas o espaço ideal para promover a Educação Financeira, aplicada como tema transversal e em diálogo com as diversas disciplinas do sistema de educação do ensino médio e fundamental. A intenção é promover um ambiente em que estudantes adquiram não somente conhecimentos curriculares, mas também que lhes proporcionem capacidade de administrar sua vida em sociedade; que possam aprender a fazer escolhas e sonhar, além de descobrir formas de realização (BRASIL, 2016).

Em 27 de julho de 2016, foi sancionada a Lei n° 12.102, que inclui Educação Financeira no currículo das escolas de ensino fundamental e médio da rede pública municipal da cidade de Porto Alegre (RS). A referida lei entrou em vigor em 2017 e preconiza que as atividades e os conteúdos relativos à Educação Financeira constituirão matéria da base diversificada do currículo escolar, devendo ser contemplados como tema transversal, bem como fazer parte nas diferentes disciplinas do contexto escolar e ser desenvolvidos de forma interdisciplinar⁷ (ZERO HORA, 2016).

Dessa forma, a Educação Financeira deve aparecer em diversas disciplinas (Matemática, Matemática Financeira, Geografia *etc.*), conforme a BNCC, OCDE, Banco Central do Brasil, Banco Mundial, ENEF e a lei n° 12.102 do município de Porto Alegre (RS). No entanto, segundo Teixeira (2015), os conteúdos de Matemática Financeira estão sendo transmitidos aos estudantes de maneira descontextualizada, existindo uma preocupação excessiva em ensinar por meio de fórmulas e tabelas, sem fazer referência ao cotidiano, o que dificulta o aprendizado, acarretando desinteresse do estudante.

Ainda segundo o autor, é preciso unir teoria e prática, objetivando conectar essa disciplina com a Educação Financeira. A Matemática Financeira é o conhecimento técnico de

⁶ O CONEF é formado pelos seguintes órgãos e entidades públicas: Ministério da Fazenda, Ministério da Educação, Ministério da Previdência Social, Ministério da Justiça, Banco Central do Brasil, Comissão de Valores Mobiliários, Superintendência de Previdência Complementar, Superintendência de Seguros Privados, Associação Brasileira das Entidades do Mercado Financeiro e de Capitais, BOVESPA e BM&F - Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros, Confederação Nacional das Empresas de Seguros Gerais, Previdência Privada e Vida, Saúde Suplementar e Capitalização e Federação Brasileira de Bancos (BRASIL, 2011).

⁷ “A interdisciplinaridade caracteriza-se pela intensidade das trocas entre os especialistas e pelo grau de integração real das disciplinas no interior de um mesmo projeto de pesquisa” (JAPIASSU, 1976, p. 74).

fórmulas, estuda o valor do dinheiro no tempo e é uma ferramenta indispensável para se ensinar conteúdos de Educação Financeira. A Educação Financeira está relacionada ao gerenciamento da renda, decisões de consumo e investimento de forma a aumentar a qualidade de vida.

Portanto, a proposta da Educação Financeira nas salas de aula, segundo Santos, Menezes e Rodrigues (2016) nasce na expectativa de mudança de um cenário de consumo irresponsável pelo qual está passando a sociedade. A ideia é tornar os consumidores mais conscientes, capazes de tomar melhores decisões com relação ao consumo e à administração das finanças, que naturalmente impactará na sua qualidade de vida e Sustentabilidade.

De acordo com Grando e Scolari (2016, p. 674) “ao pensar em Educação Financeira, deve-se ter em mente os vários aspectos que estão ligados ao tema, como ética e dinheiro, consumo consciente, altas taxas de produção de lixo, impacto ambiental, exercício de cidadania e sustentabilidade”. O consumo excessivo e irresponsável contribui para as altas taxas de produção do lixo. Silva (2014, p. 36) destaca que:

Ser um consumidor consciente é o mesmo que ser um cidadão melhor, mudando sua maneira de encarar os desafios atuais relacionados às nossas fontes de água potável e de energia, ao lixo produzido, às embalagens plásticas que destroem a natureza, à reciclagem, à redução dos níveis de gás carbônico na atmosfera *etc.*

Sendo assim, o consumo desenfreado gera um custo social, desestabilizando a Economia e o meio ambiente. Segundo Santos, Menezes e Rodrigues (2016, p. 109):

As tecnologias avançam rapidamente, levando algumas pessoas a trocarem seus bens por mais comodismo e desempenho, perdendo a noção do que é realmente necessário ou supérfluo. Os lixos tecnológicos, como celulares, *tablets*, baterias, aumentam e, esgotam-se cada vez mais rápido as fontes de matéria prima. A preocupação neste caso tem uma perspectiva macro, pois impacta no meio ambiente e na qualidade de vida das próximas gerações.

Muitas pessoas acabam adquirindo modelos mais avançados de celulares, computadores, televisores sem necessidade, como se os aparelhos antigos perdessem a utilidade, favorecendo o acúmulo de lixo tecnológico e a degradação do meio ambiente.

Lipovetsky (2007, p. 21) acrescenta: “na sociedade do consumo, inaugura-se uma sociedade do desejo, onde o progresso e a felicidade são cada vez mais associados à melhoria das condições de vida e à aquisição de objetos de consumo”. Ainda, segundo Lipovetsky (1989, p. 208) “na vida agorista dos cidadãos da era consumista o motivo da pressa é, em parte, o impulso de adquirir e juntar, não interessando de como isso será pago ou se será, mas o motivo mais premente que torna a pressa imperativa é a necessidade de descartar e substituir”.

Nesse contexto, é necessário que o indivíduo tenha conhecimento de Educação Financeira com o objetivo de obter um consumo consciente e sustentável, mostrando preocupação, também, com o meio em que vive e as próximas gerações, tendo um pensamento de altruísmo inter-geracional, contribuindo, dessa maneira, para o desenvolvimento econômico e sustentável do seu país.

Todas as sociedades desperdiçaram, gastaram e consumiram sempre além do estrito necessário. Sabe-se muito bem como a abundância das sociedades ricas está associada com o desperdício, ou seja, o supérfluo precede o necessário. Por fim, toda produção e despesa que vá além da estrita sobrevivência, pode ser rotulada de desperdício (BAUDRILLARD, 2008, p. 38-40).

Atualmente, conforme Bauman (2008) verifica-se uma instabilidade dos desejos aliada a uma insaciabilidade das necessidades, pela conseqüente tendência ao consumo instantâneo, bem como a rápida obsolescência dos objetos consumidos. Esse ambiente é desfavorável ao planejamento, ao investimento e ao armazenamento de longo prazo.

Baudrillard (2008, p. 6) ressalta que “os consumidores sabem muito bem o que não querem, porém não sabem e ainda não aprenderam o que desejar”. Parece que muitos consumidores agem por impulso, querem ter quase tudo e em muitas quantidades, mas ao mesmo tempo não sabem se o produto realmente terá utilidade, porque o desejam de fato e qual a necessidade de consumo.

Dessa forma, percebe-se que o consumo em níveis adequados, sem exageros e de acordo com a necessidade (utilidade), é imprescindível para o bom funcionamento da Economia. Segundo Bauman (2008) a questão é torná-lo uma prática ética, consciente e responsável, equilibrada com a poupança. Ainda de acordo com o autor, o consumo é tratado como um direito e todas as pessoas, indistintamente, são estimuladas a consumir, independentemente de sua condição para tal.

A partir da discussão realizada observa-se que as justificativas para a defesa da importância de se educar financeiramente os alunos (consumidores) são diversas. Percebe-se, também, como a Educação Financeira está relacionada à Economia e à Sustentabilidade. Dessa forma, a próxima seção tem o objetivo de ressaltar a relevância do conhecimento de Economia no processo de tomada de decisão dos consumidores, para se atingir uma Educação Financeira de modo que contribua para o desenvolvimento econômico e sustentável do país.

2.2 Economia e o Processo de Tomada de Decisão

Yamane (1997) definiu alfabetização econômica como um conjunto de conceitos, habilidades, destrezas e atitudes que permitam ao indivíduo a compreensão do seu entorno econômico mais próximo e global e a tomada de decisões eficientes conforme seus recursos financeiros. Vasconcellos e Garcia (2005, p. 1) destacam que “o objetivo do estudo da ciência econômica é analisar os problemas econômicos e formular soluções para resolvê-los, de forma a melhorar a nossa qualidade de vida”. Assim sendo, o entendimento de Economia é importante para que a sociedade possa fazer melhores escolhas e solucionar problemas, com o intuito de maximizar o bem-estar.

Fortalecer a qualidade de vida deve ser mais importante que o nível de vida, é o que permite o discernimento entre o essencial e o supérfluo, esse discernimento parte da realização de escolhas. Escolher entre o ócio e o trabalho, entre um bem de consumo e outro, um consumo presente ou um consumo futuro. Diante do quadro ora traçado torna-se obrigatório aos educadores em geral estudar os conceitos econômicos, porque ou nos viabilizamos coletivamente, ou pereceremos juntos (SILVA, 2008, p. 240).

Denegri (1998) complementa que a compreensão do mundo econômico requer que o indivíduo construa uma visão sistêmica do modelo financeiro social em que está inserido, o que implica manejar uma série de informações específicas e desenvolver atributos e atitudes que lhe possibilitem um uso adequado de seus recursos econômicos, incluindo hábitos e condutas de consumo e de uso geral do dinheiro de forma racional e inteligente.

Kistemann Jr. (2011, p. 54) acrescenta que “o fato do consumo ter adquirido importância central em nossas vidas, pode indicar algo bem diferente do que se costuma sugerir, qual seja, de que somos todos vítimas de uma aquisitividade e um materialismo egoísta”. Sendo assim, pode-se dizer que uma sociedade de consumo, de acordo com Sandel (2013, p. 11) “fundamentada numa cultura consumista insufla as pessoas ao reconhecimento, definindo a sua identidade e posicionamento social, ficando claro que vivemos numa época em que quase tudo pode ser comprado e vendido”.

No entanto, a limitação da renda, para a maioria dos consumidores, obriga-os a fazer escolhas, não podem ter tudo que é desejado. É claro que, quando a renda aumenta, tem-se mais para gastar em consumo. Stiglitz e Walsh (2003, p. 8) destacam que “a Economia estuda como pessoas, empresas, governo e outras organizações de nossa sociedade fazem escolhas e como essas escolhas determinam a forma como a sociedade utiliza seus recursos”.

Vasconcellos e Garcia (2005, p. 2) complementam que a “Economia é a ciência social que estuda como o indivíduo e a sociedade decidem empregar recursos produtivos escassos na

produção de bens e serviços, de modo a distribuí-los na sociedade, a fim de satisfazer as necessidades humanas”. Portanto, os recursos (fatores de produção) são escassos enquanto as necessidades humanas são ilimitadas e sempre se renovam em função do crescimento populacional ou pelo desejo incessante de melhorar o padrão de vida. Surge assim, um problema de escassez que é estudado pela ciência econômica.

Bodie e Merton (2000) definem finanças como o estudo de como as pessoas alocam recursos escassos ao longo do tempo, tendo como princípio fundamental satisfazer as preferências de consumo dos indivíduos, inclusive as necessidades básicas da vida. Nesse sentido, o conhecimento de finanças também está relacionado ao problema da escassez e é estudado pela ciência econômica.

Pinho e Vasconcellos (2006, p. 8) ressaltam que a “Economia é uma ciência social que estuda a administração dos recursos escassos entre usos alternativos e fins competitivos”. No entanto, as escolhas envolvem *trade-offs*⁸, nada é grátis, ter mais de algo significa abrir mão de outra coisa. Vasconcellos e Garcia (2005) destacam que, em função da escassez de recursos, a sociedade tem que escolher entre alternativas de produção. Essa é a questão central do estudo da Economia: como alocar recursos produtivos limitados para satisfazer todas as necessidades da população. Nesse contexto, “a escassez significa que os *trade-offs* são um fato básico da vida” (STIGLITZ; WALSH, 2003, p. 9). As escolhas são importantes porque os recursos são escassos.

Escolhas envolvem *trade-offs*, optar por gastar mais em alguma coisa nos deixa com menos para gastar em outra. Os recursos são escassos, portanto *trade-offs* são fatos básicos da vida. No momento da escolha, tomadores de decisão respondem a *incentivos*. As pessoas se beneficiam com as *trocas* voluntárias, e, nas economias de mercado, as *trocas* de mercado conduzem a um uso eficiente dos recursos. A estrutura dos mercados e seu funcionamento dependem fundamentalmente da *informação* de que os tomadores de decisão dispõem. Os mercados determinam como os bens e serviços produzidos na Economia são alocados (*distribuídos*) entre os membros da sociedade (STIGLITZ; WALSH, 2003, p. 13).

De acordo com os referidos autores não se pode esquecer que um dos princípios básicos da Economia é a escassez dos recursos e que no processo de escolha é necessário pensar nessa restrição, nos *trade-offs* e incentivos.

O conjunto de possibilidades de consumo que um indivíduo tem é definido pela restrição orçamentária e pelo reconhecimento dos *trade-offs*. Segundo Stiglitz e Walsh (2003,

⁸ Ato de escolher uma coisa em detrimento de outra (MANKIOW, 2005).

p. 17) “não é possível fugir das escolhas, porque os bens e serviços desejados e os recursos existentes são inevitavelmente escassos”. A escassez, de acordo com Mankiw (2005) implica que os consumidores se deparam com *trade-offs* e devem fazer escolhas, agindo racionalmente, ou seja, os consumidores ponderam os custos e benefícios de cada possibilidade sempre que se deparam com um processo de tomada de decisão.

Assim sendo, os consumidores fazem escolhas de acordo com a restrição orçamentária, ponderando os benefícios de consumir mais de um bem contra os custos, ao ter que renunciar de consumir de outros bens. “Os *trade-offs* sempre envolvem a comparação de custos e benefícios. O que você ganha é o benefício. O que você perde é o custo. Muitas vezes, os benefícios dependem das preferências dos consumidores” (STIGLITZ *et al.*, 2003, p. 30).

Mankiw (2005, p. 145) acrescenta que “os consumidores racionais também pensam na margem, mudanças marginais são ajustes ao redor dos extremos daquilo que você está fazendo”. Nesse caso, a tomada de decisão envolve a análise dos benefícios marginais e custos marginais. Krugman e Wells (2007, p. 184) afirmam que “um indivíduo tomador de decisões classificado como racional é aquele que executa uma ação se e somente se o benefício marginal de sua ação ultrapassar o custo marginal da mesma ação”, ou seja, se o acréscimo (variação) no benefício total, ao consumir mais uma quantidade de bem e/ou serviço, for superior ao acréscimo no custo total, ao consumir mais uma quantidade desse mesmo bem e/ou serviço.

Os benefícios referem-se à utilidade que os consumidores obtêm ao consumir uma combinação de bens, de acordo com as suas preferências. De acordo com Pindyck e Rubinfeld (1994, p. 112), “a teoria da preferência do consumidor baseia-se na premissa de que as pessoas se comportam de modo racional em sua tentativa de maximizar o grau de satisfação que podem obter, por meio da aquisição de uma determinada combinação de bens e serviços”.

Portanto, a utilidade representa o grau de satisfação que os consumidores atribuem aos bens e serviços que podem adquirir no mercado, que pode diferir de consumidor para consumidor em função de as preferências não serem necessariamente as mesmas. De acordo com Varian (2016), a teoria da demanda baseia-se na teoria da utilidade, a utilidade total tende a aumentar quanto maior a quantidade demandada de um bem ou serviço. Contudo, a utilidade marginal, que é a satisfação adicional obtida pelo consumo de mais uma unidade do bem, é decrescente, em função da utilidade proporcionada pela aquisição de maiores quantidades do mesmo produto diminuir, até chegar no ponto de saciedade (ponto de saturação da mercadoria).

Ainda, segundo o autor, a utilidade nada mais é do que um modo de descrever as preferências e o consumidor é capaz de ordená-las. A maneira como o consumidor ordena as

cestas de consumo descreve suas preferências, que podem ser visualizadas a partir das curvas de indiferença⁹.

Vale ressaltar que a teoria da utilidade marginal decrescente foi elaborada por William Stanley Jevons, economista inglês, da escola neoclássica (marginalista), em 1870. Sandroni (2008) complementa que, em 1871, Jevons reuniu todas as análises anteriores baseadas na utilidade para formular uma teoria mais abrangente do valor, da troca e da distribuição. Em seguida, aparece o economista francês Marie-Ésprit Léon Walrás, que elaborou, em 1874, uma teoria geral do equilíbrio econômico, combinando a teoria do valor-utilidade com uma teoria matemática precisa do equilíbrio de mercado.

Segundo Vasconcellos e Garcia (2005) a teoria do valor-utilidade permitiu distinguir o valor de uso do valor de troca de um bem. O valor de uso é a utilidade que ele representa para o consumidor e o valor de troca se forma pelo preço no mercado, pelo encontro da oferta e da demanda. Stiglitz e Walsh (2003, p. 55) destacam que “o preço de um bem ou serviço é aquilo que deve ser dado em troca do mesmo. Quando as forças de oferta e demanda operam livremente, o preço mede a escassez”. Os preços são uma sinalização no mercado, um modo de comunicação entre produtores e consumidores, ou seja, em um período de seca em que a produção de café fica escassa, um modo de informar ao consumidor que ele precisa reduzir a demanda é aumentando os preços.

Da mesma forma, quando o preço de um recurso (fator de produção) se torna mais caro para o empresário, ele tem mais incentivo em economizar tal recurso. Quando o preço do produto aumenta, é mais vantajoso para o empresário aumentar a produção, porém não existe incentivo por parte do consumidor em aumentar a demanda por este produto. Sendo assim, segundo os autores, os preços transmitem informações econômicas fundamentais no mercado, mudanças nos preços são determinadas por mudanças na oferta e na demanda.

Ademais, segundo Varian (2016, p. 22) “para consumir mais do bem 1 é preciso deixar de consumir um pouco do bem 2. Abrir mão da oportunidade de consumir o bem 2 é o custo econômico real de consumir mais do bem 1”. Stiglitz e Walsh (2003, p. 31) complementam:

Aplicar um recurso em alguma coisa significa não poder usá-lo para outra. Assim, precisamos considerar o melhor uso alternativo de qualquer recurso quando decidimos destiná-lo a uma utilização determinada. Esse melhor uso alternativo é a medida formal do custo de oportunidade.

⁹ “Curva de indiferença é a representação gráfica de um conjunto de cestas de mercadorias que tem a propriedade de ser indiferentes entre si” (VASCONCELLOS; OLIVEIRA, 2009, p. 41).

Em vista disso, o custo de oportunidade mede o valor da oportunidade perdida e implica a realização de uma troca, para se ter mais de alguma coisa, é preciso renunciar a outras oportunidades. Assim, o consumo, de acordo com Santos, Menezes e Rodrigues (2016, p. 106) não pode ser encarado como “algo banal, rotineiro, sem planejamento e sem consequências, nem pode ser associado puramente à satisfação de nossas necessidades, ao prazer e a recompensas. Pelo contrário, deve ser responsável, planejado, estratégico, razoável, prudente”.

Assim sendo, as tarefas de investigação matemática deste estudo tiveram o intuito de servir de instrumento para a formação da cidadania, fomentando consciência de escolhas, atos e consequências. Esta metodologia de ensino tem o intuito de que o cidadão aumente o seu poder de argumentação ao refletir sobre as suas preferências nos processos decisórios relativos a situações-problema do cotidiano, tornando-se mais crítico e comprometido com a nação.

As questões relacionadas com a Educação Econômica só se efetivam quando existe um esforço intencionado de todos os agentes educativos porque ela é uma aprendizagem contínua que envolve resolução de problemas e tomada de decisões que afetam a todos os membros da sociedade em que vivemos. A atitude crítica se faz necessária a todas as atividades cotidianas, as necessidades de qualidade de vida, pressupõe a realização de escolhas, que permita diferenciar o essencial do supérfluo (SILVA, 2008, p. 238).

Scolari (2014, p. 20) complementa que “ao pensar em Educação Financeira, deve-se ter em mente os aspectos que estão ligados ao tema, como ética e dinheiro, consumo consciente, altas taxas de produção de lixo, impacto ambiental, exercício de cidadania e sustentabilidade”. Sendo assim, é preciso, também, proteger o meio ambiente, ter um pensamento de altruísmo intergeracional e não ser egoísta com as próximas gerações tendo em vista que, de acordo com Vasconcellos e Pinho (2011), as necessidades humanas são ilimitadas, mas os recursos, escassos.

Muitas práticas que utilizamos na vida adulta foram aprendidas na infância, como não desperdiçar comida, cuidar dos objetos para que tenham uma maior durabilidade, dosar o uso da água para ajudar na Economia familiar. Todas essas práticas são defendidas pela Educação Financeira como temas a serem explorados em sala de aula, permitindo, dessa forma, uma formação pautada na conscientização da melhor administração dos bens e dos recursos (SANTOS; MENEZES; RODRIGUES, 2016, p. 104).

É necessário saber que as escolhas podem gerar custo ou benefício a outras pessoas, é preciso ter consciência dos nossos atos, refletir sobre as consequências e avaliar o que está estabelecido como moralmente correto. Varian (2016, p. 667) ressalta “que uma situação econômica envolve uma externalidade de consumo se um consumidor se preocupar com o consumo do outro agente”.

Dessa forma, no momento em que o indivíduo não se preocupa com o consumo da água, da energia, da quantidade de lixo, está gerando uma externalidade negativa (custo) a outras pessoas. No entanto, se o indivíduo se preocupa com os recursos, economiza e contribui na limpeza da sua cidade, por exemplo, está gerando uma externalidade positiva (benefício) a outras pessoas, contribuindo dessa forma para o meio-ambiente e desenvolvimento sustentável.

Só é possível construir um mundo melhor, e garantir uma sociedade mais equânime para as próximas gerações se houver um esforço conjunto na educação do consumidor. Esta se converteu em uma necessidade fundamental no mundo moderno para: proteger o meio ambiente, economizar energia, melhorar a qualidade dos produtos, fortalecer ações cooperativas entre os povos, sanar práticas fundamentais de saúde e higiene e estimular o uso responsável de bens e serviços, tornou-se imperativo para a qualidade de vida das próximas gerações (SILVA, 2008, p. 240).

Nesse sentido é preciso educar as pessoas em prol de um consumo consciente e sustentável. Oliveira *et al.* (2016) complementam que a Sustentabilidade nada mais é do que a relação harmoniosa do indivíduo com a sociedade e com a natureza, e a ética é determinada pelo modo de agir em sociedade, atribui-se a uma maneira exemplar de viver, fundamentada em valores morais. Desse modo, nem toda pessoa com *Moral* está sendo *Ética*, os hábitos e costumes de uma pessoa podem ser questionados pela *Ética*. Taille, Souza e Vizioli (2004, p. 98) explicam que “pode-se falar em *Moral* para designar os valores, princípios e regras que, de fato, uma determinada comunidade, ou um determinado indivíduo legitima e, falar em *Ética* para se referir à reflexão sobre tais valores, princípios e regras”. Assim sendo, a *Ética* nada mais é do que a reflexão sobre a *Moral*, ou seja, sobre os hábitos e costumes de um indivíduo ou sociedade.

O tema consumo sustentável foi introduzido nas atividades do IDEC (Instituto Brasileiro de Defesa do Consumidor) não como mais um item de nossa extensa agenda de trabalho na defesa do consumidor. O tema foi incorporado como uma decorrência natural da consciência do impasse em que nos encontramos: ou se alteram os padrões de consumo ou não haverá recursos, naturais ou de qualquer outro tipo, para garantir o direito das pessoas a uma vida saudável. Não será possível garantir ao cidadão o direito de acesso universal sequer aos bens essenciais (MINISTÉRIO DO MEIO AMBIENTE, 2005, p. 12).

Portanto, o ensino de Educação Financeira e Economia são importantes para que os alunos participem de maneira mais ativa na sociedade, desenvolvam o pensamento crítico, reflitam sobre as suas escolhas e consequências individuais e coletivas, atingindo dessa forma um consumo consciente e sustentável. É fundamental que o estudante tenha compreensão sobre os problemas econômicos, sociais e ambientais vivenciados no seu cotidiano, mostrando preocupação em resolvê-los, lutando pelos seus direitos e cumprindo com seus deveres. Denegri

et al. (1999) *apud* Silva (2008, p. 239) complementa esse raciocínio e apresenta quatro proposições que caracterizam um consumidor eficaz:

- 1) Um consumidor que tenha consciência de suas próprias necessidades dentro da sociedade de consumo em que vive. Conhece as características do mercado, sistemas de produção e comercialização, conhece seus direitos e deveres de consumidor. Busca informações, é capaz de analisar, criticar e formar suas próprias ideias sobre o consumo. Desenvolve hábitos, e condutas de consumo que impliquem decisões racionais e equilibradas, evitando a impulsividade;
- 2) É capaz de compreender e interpretar o meio circundante. Possui conhecimentos básicos da Economia e do mercado, bem como os recursos disponíveis e as implicações legais que regem esses fenômenos. Conhece os mecanismos de persuasão da publicidade e as formas de abordagem. Reconhece os fundamentos básicos do funcionamento do sistema ecológico e as estratégias de preservação do meio ambiente;
- 3) É atuante na sua comunidade quanto aos movimentos de consumidores que atuam junto aos poderes públicos e privados; participa ativamente dessas organizações, da formação, defesa e representação dessas entidades;
- 4) Reconhece as relações entre consumo e degradação ambiental. Seleciona os produtos de acordo com suas características de preservação do meio ambiente. Utiliza de forma racional os recursos energéticos não renováveis, participa de ações junto a instituições públicas e privadas a fim de conservar o meio ambiente saudável para as futuras gerações.

Nesse contexto, pode-se inferir que o ensino de Educação Financeira e de Economia são fundamentais, desde a educação básica até o ensino superior, para que a sociedade possa alcançar um consumo consciente, adquirir o hábito de se planejar financeiramente, desenvolver o pensamento crítico e possa fazer melhores escolhas econômicas, políticas, sociais e/ou ambientais. Dessa forma, os cidadãos podem contribuir para o aumento da qualidade de vida e o desenvolvimento econômico e sustentável do seu país.

A presente seção explicitou sobre a importância da Economia nos processos decisórios financeiros e o quanto esse conhecimento está relacionado ao tema Sustentabilidade. Portanto, na formação inicial é importante trabalhar com esses conceitos, para que os futuros professores possam se sentir preparados para ensinar Educação Financeira. A seguir, serão discutidos os saberes docentes e quais são os desafios contemporâneos, de forma a compreender como as tarefas de investigação matemática podem contribuir na melhoria da prática pedagógica docente, mais especificamente no ensino de Educação Financeira.

2.3 Formação Docente

Segundo Nóvoa (2009, p. 2), “a educação vive um tempo de grandes incertezas e perplexidades. Sentimos a necessidade de mudança, mas nem sempre conseguimos definir-lhe o rumo. Há um excesso de discursos, redundantes e repetitivos, que se traduz na pobreza de

práticas”. Nesse sentido, os professores têm sido cada vez mais estimulados a repensarem suas práticas pedagógicas, os métodos de ensino e os instrumentos de avaliação para responder aos desafios contemporâneos.

E aí vem o maior desafio: que ações se fazem necessárias para lidar com toda essa dinâmica que hoje conhecemos? Para romper com as formas tradicionais memorizativas, estabelecidas ao longo da história, a saída tem sido a criação coletiva de momentos de experimentação, vivência e reflexão sistemática, com relatos de experiências socializados pelos colegas, em que dificuldades são objetos de estudo, visando à superação dos entraves (ANASTASIOU e ALVES, 2005, p.79).

Portanto, a busca por mudanças tornou-se um desafio, no qual as dificuldades encontradas são objetos de estudo e reflexão em conjunto para melhorar a prática pedagógica. De acordo com Santos (2007), as crescentes transformações sociais impõem às instituições de ensino um repensar dos processos de ensino e de aprendizagem visando à formação de um cidadão com um novo perfil, no qual habilidades como proatividade, cooperação, criticidade, dentre outras, se sobressaíam em detrimento à simples memorização e repetição. O que nos faz inferir que essa atual configuração tem como prioridade o desenvolvimento do pensamento do aluno como uma dimensão fundamental da cognição.

Werner e Boer (1984, p. 8) ressaltam que “o papel predominante do professor deixa de ser o de ensinar e passa a ser o de ajudar o aluno a aprender. Educar deixa de ser a arte de introduzir ideias na cabeça das pessoas, mas de fazer brotar ideias”. Logo, os professores da educação básica têm sido cada vez mais estimulados a refletir sobre as suas práticas pedagógicas e trabalhar por meio de grupo de estudos colaborativos, agregando no seu conhecimento as contribuições de pesquisadores das universidades.

De acordo com Nóvoa (2009, p. 7):

O registro escrito, tanto das vivências pessoais como das práticas profissionais, é essencial para que cada um adquira uma maior consciência do seu trabalho e da sua identidade como professor. A formação deve contribuir para criar nos futuros professores hábitos de reflexão e de autorreflexão que são essenciais numa profissão que não se esgota em matrizes científicas ou mesmo pedagógicas, e que se define, inevitavelmente, a partir de referências pessoais.

Segundo o referido autor, é importante que os professores registrem as suas vivências pessoais e profissionais para que reflitam e tenham consciência da trajetória percorrida e das suas contribuições na sua identidade como professor. Tardif (2002) confirma e complementa que um professor nunca define sozinho e em si mesmo o seu próprio saber profissional. Ao contrário, esse saber é produzido socialmente, resulta de uma negociação entre diversos grupos.

Nessa perspectiva, o vínculo do futuro professor com os seus próprios saberes é acompanhado de uma relação social, e esses saberes não se limitam apenas aos conhecimentos disciplinares, mas também abrangem as reflexões sobre a sua prática e a relação com o meio social em que está inserido.

Diante disso, é fundamental compreender o conceito de saberes e a importância deles para a transformação da prática pedagógica. Tardif (2002) classifica os saberes dos professores em:

- 1) *Saberes profissionais*: “conjunto de saberes transmitidos pelas instituições de formação de professores” (TARDIF, 2002, p. 36).
- 2) *Saberes pedagógicos*: “apresentam-se como doutrinas ou concepções provenientes de reflexões sobre a prática educativa; reflexões racionais e normativas que conduzem a sistemas mais ou menos coerentes de representação e orientação das atividades educativas” (TARDIF, 2002, p. 37).
- 3) *Saberes da disciplina*: “correspondem aos diversos campos do conhecimento, e se encontram hoje integrados nas universidades, sob a forma de disciplinas que emergem da tradição cultural e dos grupos sociais produtores de saberes” (TARDIF, 2002, p. 38).
- 4) *Saberes curriculares*: “correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais a instituição escolar categoriza e apresenta os saberes sociais por ela definidos e/ou selecionados como modelos da cultura erudita e de formação para a cultura erudita” (TARDIF, 2002, p. 38).
- 5) *Saberes experienciais*: “saberes que os professores, no exercício de suas funções e na prática de sua profissão desenvolvem, baseados em seu trabalho cotidiano e no reconhecimento de seu meio. Esses saberes brotam da experiência e são por ela validados” (TARDIF, 2002, p. 39).

Desse modo, de acordo com Tardif (2002), pode-se afirmar que os saberes docentes constituem um saber social, oriundo da formação profissional e de saberes disciplinares, pedagógicos, curriculares e experienciais. Segundo Ponte (2002, p. 2-3), entre as competências para o exercício da docência que devem ser analisadas em cursos de formação inicial estão:

A formação pessoal, social e cultural dos futuros docentes. Esta formação é, muitas vezes, completamente ignorada. Parte-se do princípio que todo o estudante universitário teve oportunidade, pela sua formação escolar e não escolar anterior, de se desenvolver como pessoa e como cidadão o suficiente para poder vir a ser um bom professor, mas, na verdade, isso nem sempre acontece. A formação nestes campos pode favorecer o desenvolvimento de capacidades de reflexão, autonomia, cooperação

e participação [...]. Em segundo lugar, surge, naturalmente, a formação científica, tecnológica, técnica ou artística na respectiva especialidade. Sem dominar, com um elevado grau de competência, os conteúdos que é suposto ensinar, o professor não pode exercer de modo adequado a sua função profissional [...]. Em terceiro lugar, temos a formação no domínio educacional. A herança da pedagogia, os contributos das ciências da educação, a reflexão sobre os problemas educacionais do mundo de hoje, as problemáticas e os contributos da investigação realizada pela didática e pelas outras áreas das ciências da educação, são, naturalmente, elementos essenciais na constituição da profissionalidade docente [...]. Em quarto lugar, surgem as competências de ordem prática. Não basta ao professor conhecer teorias, perspectivas e resultados de investigação. Tem de ser capaz de construir soluções adequadas para os diversos aspectos da sua ação profissional, o que requer não só a capacidade de mobilização e articulação de conhecimentos teóricos, mas também a capacidade de lidar com situações concretas, competências que se têm de desenvolver progressivamente ao longo da sua formação, durante a etapa da formação inicial e ao longo da carreira profissional. E, finalmente, temos as capacidades e atitudes de análise crítica, de inovação e de investigação pedagógica. O professor não é um mero técnico nem um simples transmissor de conhecimento, mas um profissional que tem de ser capaz de identificar os problemas que surgem na sua atividade, procurando construir soluções adequadas. Para isso é necessário que possua, ele próprio, competências significativas no domínio da análise crítica de situações e da produção de novo conhecimento visando a sua transformação.

Cabe destacar que o ensino de Educação Financeira e Economia, a partir de tarefas de investigação matemática, contribuiu para o saber profissional e pedagógico dos futuros professores, ao proporcionar momentos de estudo, discussão e reflexão em pequenos grupos, conforme a classificação dos saberes de Tardif (2002). Ademais, de acordo com Ponte (2002), as tarefas investigativas contribuem na formação inicial dos futuros professores, tanto na formação pessoal e social ao proporcionar momentos de reflexão, cooperação e aprendizado durante o desenvolvimento da prática pedagógica, como também na formação científica.

Entre os problemas na formação inicial dos licenciandos, apontados nas Diretrizes Curriculares Nacionais – DCN's (BRASIL, 2015), estão: o distanciamento entre o ensino na formação inicial e as necessidades da profissão docente; a falta de articulação entre teoria e prática; a não abordagem de conhecimentos voltados para o uso das TIC (Tecnologias de Informação e Comunicação) na formação inicial, a necessidade de metodologias diferenciadas de ensino e contextualização curricular; e a dificuldade dos alunos com relação à escrita e argumentação. Tais problemas são considerados desafios contemporâneos que precisam ser solucionados.

Skovsmose (2000) complementa que a Educação Matemática não se reduz à técnica de ensinar Matemática, mas se configura como uma ação de educar matematicamente para a vida. D' Ambrósio (2000) ressalta que os alunos precisam ter conhecimento de Matemática para enfrentar os problemas do cotidiano, saber analisá-los de forma crítica para que consigam fazer melhores escolhas.

As competências de ordem prática dos licenciandos desta pesquisa foram alcançadas ao imbricar a parte teórica do conteúdo de Matemática Financeira a casos do dia-a-dia (ligação teoria e prática), além de contribuir na escrita, argumentação e conseqüentemente na formação de capacidade de análise crítica frente aos problemas do cotidiano. Cabe destacar que não é obrigatório trabalhar com questões do cotidiano na metodologia da investigação matemática, mas podem ser usadas de acordo com Ponte, Skovsmose, D' Ambrósio, Diretrizes Curriculares Nacionais, Base Nacional Comum Curricular, entre outras fontes citadas neste estudo.

Para Altrichteret, Posch e Somekh (1996) *apud* Freitas (2006, p. 44):

Existem lacunas em nossos argumentos e achamos que alguns conceitos são muito vagos quando novas conexões e implicações surgem na mente. Essas dificuldades aparecem pelo fato que a escrita não é apenas sobre a comunicação de um resultado definitivo de uma análise, mas é propriamente uma forma de análise.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) aludem que a escrita é necessária para ajudar o aluno a construir e organizar seu pensamento. Smole (2001, p. 31) declara que “a escrita leva os alunos a refletirem sobre o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizou e aprendeu”. Desse modo, pode-se afirmar que escrever é um desafio principalmente quando se trata de registrar no papel o pensamento envolvido em uma discussão, análise e/ ou resultado e a investigação matemática pode beneficiar a escrita do aluno.

O professor pode colocar seus alunos em situações em que se mobilizem tarefas de Educação Financeira e Economia a partir da investigação matemática. Para Freire (1980), o professor deve desenvolver uma postura dialógica em suas aulas, promovendo debates em que o aluno possa tomar parte com suas próprias ideias. Anastasiou e Alves (2005) complementam que é preciso compreender que a aula, iniciando de forma expositiva e dialogada, já pode caracterizar um avanço no ensino tradicional. O aluno vai para a escola esperando assistir à exposição do conteúdo pelo professor. Em uma exposição dialogada, já ocorre um processo de parceria entre professor e aluno. Gil (2012) complementa que cabe ao professor incentivar, orientar e organizar as situações de aprendizagem.

Sendo assim, nos cursos de licenciatura o professor deveria atuar como um mediador, promovendo debates, proporcionando momentos de discussão e reflexão em sala de aula e/ou à distância (ambientes virtuais), valorizando o conhecimento dos alunos (futuros professores) a partir de metodologias diferenciadas de ensino, como por exemplo a investigação matemática, tornando dessa forma o ensino mais atrativo.

A formação inicial deveria proporcionar momentos em que os futuros professores se sintam responsáveis pela sua própria aprendizagem, de modo que desenvolvam o senso crítico a partir de problemas que fazem parte do seu dia a dia, tornando-se preparados para, posteriormente, ensinarem Educação Financeira. Aliado a isso, pode-se inferir que quando os futuros professores adquirem conhecimento sobre Educação Financeira e Economia a partir de tarefas envolvendo investigação matemática e refletem sobre sua aprendizagem poderão desenvolver o pensamento metacognitivo¹⁰.

Destaca-se que a Educação Financeira vai muito além do entendimento de fórmulas da Matemática Financeira, como vimos anteriormente, e é na formação inicial dos licenciandos que é necessário proporcionar esse conhecimento. “Para além de questões pessoais, como saber poupar, investir, lidar com créditos, entre outros, acreditamos que a Educação Financeira precisa discutir questões maiores como o que está por traz dos processos de produção e consumo e que envolvem toda a sociedade” (SILVA, 2017, p. 33). O indivíduo precisa saber gerenciar a sua própria renda para que esta não se esgote, assim como entender de Economia para tomar decisões mais acertadas com relação aos seus recursos financeiros, sem esquecer que as suas escolhas com relação ao consumo podem gerar custo a outras pessoas e ao meio em que vive.

Nesse sentido, é importante que os futuros professores vivenciem essas experiências na graduação para ter segurança sobre tais conceitos e metodologias na prática pedagógica futura. Segundo Denegri e Palavecinos (2003), a necessidade de partir das representações dos alunos é mais importante ainda, no caso da educação para o consumo em que se pretende a aquisição de hábitos, atitudes e valores; é necessário, a partir das concepções dos alunos, discutir, analisar, contrastar e refletir. Sendo assim, é preciso ter um pensamento cada vez mais crítico nos dias de hoje, em função dos recursos serem limitados, dos *trade-offs*, dos custos marginais e externalidades de consumo, como vimos na seção que tratou do tema de Economia.

Ademais, conforme afirma Scolari (2014, p. 22) “pensar em Educação Financeira é também pensar no ensino de Matemática Financeira e essa por sua vez, lançaria o desafio aos educadores de refletir sobre a sua prática pedagógica”, com o objetivo de oportunizarem aulas mais contextualizadas, relacionadas com o tema de Educação Financeira e Economia, desenvolvendo dessa forma o espírito crítico do aluno. Posto isto, é importante problematizar, discutir conteúdos de Educação Financeira e Economia e relacioná-los com a Matemática

¹⁰ A metacognição será discutida com mais detalhes no subcapítulo 2.5.

Financeira, na formação inicial dos licenciandos, de maneira diferenciada em que todos sintam prazer em aprender, sejam capazes de argumentar e desenvolver o senso crítico.

Nesse contexto, foi escolhida a metodologia da investigação matemática, que será discutida a seguir, para ensinar Educação Financeira e Economia, com o objetivo de desenvolver o pensamento crítico e metacognitivo dos futuros professores da educação básica e/ou ensino superior.

2.4 Investigação Matemática

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), a escola é responsável pela construção da cidadania. Cabe à escola formar cidadãos reflexivos e críticos que participem de maneira mais ativa na sociedade, transformando e aperfeiçoando a realidade social. Dessa forma, atividades de Matemática sem sentido para o aluno podem não contribuir para a cidadania.

No entanto, sabe-se que o ensino de Matemática ainda é pautado pelo modelo, quase que exclusivo, da exposição dos assuntos pelo professor, seguido de exemplos e exercícios. Entre as competências específicas da Matemática, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017, p. 523) destaca-se:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Assim, percebe-se que o professor deveria instigar a investigação, deixar o aluno apresentar as suas próprias respostas e discutir os resultados obtidos, evitando prejudicar o desenvolvimento da criatividade e criticidade do aluno. Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), salientam que, com a investigação matemática, o aluno age como um matemático na formulação e reformulação de conjecturas, além de apresentar os resultados aos colegas.

De acordo com os referidos autores, as tarefas de investigação matemática incentivam o aluno a desenvolver sua autonomia, definindo objetivos e conduzindo a investigação, formulando estratégias, testando suas conjecturas e analisando criticamente os resultados obtidos. Partindo desse pressuposto, não existe uma resposta única, seu objetivo é instigar a investigação e discutir as situações propostas. É preciso desenvolver a capacidade do aluno

envolver-se com a própria aprendizagem, criar estratégias próprias, oportunizar-lhe o envolvimento com tarefas que demandem exploração.

Ponte (2003) salienta que as tarefas investigativas podem provocar curiosidade nos alunos e despertar a vontade de querer saber mais sobre o problema, favorecendo o desenvolvimento da autonomia, criticidade e a construção do conhecimento em conjunto, por meio da troca de informações, experiências e questionamentos nos pequenos e grandes grupos. Brocardo (2001) ressalta que é com esse tipo de tarefa que os alunos se motivam a buscar a solução do problema e adquirir conhecimento. Por meio das percepções iniciais sobre o tema, formulação de hipóteses e elaboração de estratégias de resolução que os pequenos grupos encontram o desfecho da situação.

Portanto, a investigação matemática contribui para a integração e socialização, pois ela oportuniza um ambiente estimulador e criativo, no qual o aluno tem a liberdade de expor seus pensamentos e resoluções aos colegas e ao professor. Schmitt (2015) complementa que a prática da tendência da investigação matemática possibilita ampliar o conhecimento, tanto dos alunos como professores. Partindo desse pressuposto, Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 23) salientam que o “[...] envolvimento ativo do aluno é a condição fundamental da aprendizagem”. Assim sendo, é importante desenvolver momentos desafiadores, em que o aluno se sinta motivado a envolver-se durante toda a tarefa proposta.

Nessa mesma perspectiva, Skovsmose (2000) destaca que é importante oportunizar um cenário para investigação que convide os alunos a formular questões e procurar explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são responsáveis pelo processo. Conforme Brocardo (2001), a realização de investigação na sala de aula pode ajudar a estabelecer um ambiente em que os alunos participam ativamente, facilitando a compreensão dos processos e ideias matemáticas e da atividade matemática.

[...] investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE, 2003, p. 2).

Investigar relaciona-se a fazer descobertas, explorar problemas e hipóteses, construir argumentos e justificativas que apoiam a ideia. Ponte (2003) salienta que investigar é descobrir relações, padrões, procurando identificar e comprovar as propriedades levantadas pelo investigador. Para que uma tarefa seja considerada como investigação, conforme Oliveira,

Segurado e Ponte (1998), é fundamental que a situação seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessíveis, ao aluno, o processo de resolução e a solução ou soluções da questão.

Levando em consideração a importância do desenvolvimento e envolvimento do aluno nas tarefas, Castro (2004, p. 34) destaca que “[...] as aulas investigativas supõe o envolvimento dos alunos com tarefas investigativas que permita a eles realizar atividade matemática”, assim salienta-se a importância do aluno sentir-se envolvido durante o processo de investigação da situação, na qual está desenvolvendo. Essa investigação pode envolver questões mais abertas com um grau de dificuldade maior ou até questões relativamente simples que surgem na sala de aula. As atitudes desenvolvidas pelos alunos nessas atividades contribuem para mobilizar e consolidar seus conhecimentos matemáticos para desenvolverem capacidades.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 23) definem a investigação matemática como uma “atividade de ensino-aprendizagem” que envolve quatro principais passos. O primeiro momento refere-se ao conhecimento inicial, englobando a verificação, análise e a elaboração de questões em referência à situação-problema. O segundo momento abrange a elaboração de ideias e constatações, que se baseia em suposições elaboradas a partir de uma situação, essas hipóteses são chamadas de conjecturas. O terceiro momento implica a realização de testes das conjecturas, na qual será definido se a hipótese se fundamenta ou não como verdadeira. Ao final, na quarta etapa, ocorre a demonstração e avaliação da situação, sendo que esta última deve vir sempre acompanhada de uma argumentação que justifica o seu raciocínio.

Frente a essa constatação, Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) afirmam que o professor não deve limitar sua metodologia e suas relações na sala de aula com o aluno e com o conteúdo. Para os autores é importante que o professor e os alunos tenham autonomia para articular diferentes tipos de atividades de maneira motivadora para que possam desenvolver o raciocínio matemático em diferentes níveis.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) destacam, que no momento que os alunos descobrem diversas conjecturas, estas precisarão ser testadas e matematicamente registradas e comprovadas. Brasil (1998) ressalta que o aluno precisa descrever, representar, apresentar resultados com precisão e argumentar suas conjecturas a partir da linguagem matemática oral e escrita.

Conforme Palhares (2004), as investigações matemáticas são tarefas que têm um caráter mais aberto do que os problemas comumente trabalhados em sala de aula, ou seja, poderão ter mais de uma resposta e demandam do aluno tempo, criatividade e interesse para resolvê-las.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), nas tarefas de caráter fechado, o enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido, sem quaisquer ambiguidades. O professor sabe de antemão a solução e se a resposta apresentada pelo aluno está certa ou errada. Nas tarefas abertas, a questão não está completamente definida, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua concretização. Sendo possível concretizar de vários modos os pontos de partida, e os pontos de chegada, também, podem ser diferentes. Portanto, as tarefas de caráter aberto tendem a favorecer o envolvimento do aluno na aprendizagem ao ter a oportunidade de elaborar e/ou resolver uma questão, escolher diversos caminhos de resolução, formular e testar conjecturas, e perceber que existem vários fatores que alteram a solução.

Nesse contexto, as tarefas de investigação matemática (questões abertas) sobre Educação Financeira e Economia foram elaboradas e exploradas, com o intuito de promover a aprendizagem e despertar o espírito crítico e reflexivo dos alunos para atuarem de maneira mais ativa na sociedade, contribuindo para a formação da cidadania e conseqüentemente para o desenvolvimento econômico e sustentável.

Segundo Abrantes (1999, p. 155), “uma contribuição da prática de atividades que envolvem os alunos em problemas abertos é o fato de lidar com processos fundamentais da atividade e do pensamento matemático, como formular problemas e fazer e demonstrar conjecturas”. Nessa perspectiva, a referida metodologia corrobora com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017, p. 519):

É necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática. [...] A identificação de regularidades e padrões exige, além de raciocínio, a representação e a comunicação para expressar as generalizações, bem como a construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado. [...] Com relação à competência de argumentar, seu desenvolvimento pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativas.

O trabalho em grupo tem-se mostrado eficiente, principalmente em tarefas que exigem a formulação das conjecturas, pois um aluno pode auxiliar o outro na elaboração das tarefas em pequenos grupos para depois socializar a discussão com o grande grupo.

As atividades de investigação constituem uma boa oportunidade para os alunos trabalharem em grupo. Deste modo, mais facilmente se conjugam ideias e se ultrapassam dificuldades. O grupo aumenta também a confiança em enfrentar novos problemas e promove a discussão entre alunos (BRUNHEIRA; FONSECA, 1995, p. 17).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017, p. 223), é essencial ao aluno:

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com ele.

A cooperação e interação que os estudos em pequenos grupos proporcionam são fundamentais para que os alunos adquiram confiança, saibam enfrentar as suas dificuldades, discutam o problema com os colegas e aprendam com eles. Faz-se necessário reforçar a ideia de que, segundo Anastasiou e Alves (2005, p. 75-76), “trabalhar em um grupo é diferente de fazer parte de um conjunto de pessoas, sendo fundamentais a interação, o compartilhar, o respeito à singularidade, a habilidade de lidar com o outro em sua totalidade, incluindo suas emoções”.

Segundo Macalli (2017), o trabalho em grupo possibilita momentos de discussões, nos quais um aluno auxilia o outro. É necessária a formação de pequenos grupos, pois o aluno sente-se mais confortável para tirar suas dúvidas com os demais colegas, enriquecendo a sua aprendizagem. Para Deaquino (2008, p. 37):

Uma discussão em pequenos grupos é uma técnica de implementação de aprendizagem que permite aos aprendizes compartilhar experiências e ideias na busca de solução de problemas. O ambiente dos pequenos grupos é menos ameaçador, fazendo com que eles se sintam mais confiantes e confortáveis para expor e discutir ideias, chegando com maior facilidade a uma posição consensual, se esse for o objetivo.

As tarefas em pequenos grupos permitem que os alunos dialoguem sobre os problemas vivenciados, construindo, dessa forma, espaços de ressignificação da sua realidade e aprendizagem. “O desenvolvimento pessoal, profissional e educação são coisas que nós mesmos construímos na relação com os outros, com base em valores escolhidos, partilhados e elaborados em conjunto” (RINALDI, 2016, p. 248). Macalli (2017) complementa que o envolvimento dos grupos na busca da solução do problema, a partir dos quatro passos da investigação matemática, pode-se tornar um momento de aprendizagem dos alunos.

Assim sendo, a Matemática deve desenvolver no educando a capacidade de comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre conjecturas. Nas atividades que exigem raciocínio e atenção, nos

pequenos grupos, um integrante pode auxiliar o outro a encontrar a solução de um problema e, em seguida, socializar a discussão com o grande grupo.

Nesta pesquisa, os licenciandos em Matemática assumiram o papel de investigadores em tarefas que envolveram a Educação Financeira, construíram suas respostas e formularam conjecturas nos pequenos grupos, compartilharam seus resultados com o grande grupo, argumentaram suas conjecturas, desenvolveram a autonomia e a vontade de aprender Educação Financeira e Economia. Dessa forma, as tarefas de investigação matemática sobre Educação Financeira tiveram a finalidade de contribuir nos processos de ensino e aprendizagem, como também, na formação inicial dos futuros professores, com o intuito de se sentirem melhor preparados para ensinar o conteúdo para os seus alunos.

Aliado a resolução das tarefas de investigação matemática, os alunos responderam a um questionário metacognitivo, com o objetivo de investigar as suas percepções tanto em relação às tarefas investigativas propostas como a sua própria aprendizagem. Portanto, optou-se pelos estudos metacognitivos para identificar indícios de aprendizagens dos alunos. Na próxima seção, apresentam-se algumas ideias em relação à metacognição que foram fundamentais para a efetivação desta pesquisa.

2.5 Metacognição

A metacognição, segundo Flavell (1979), está associada ao conhecimento que o indivíduo tem sobre a sua cognição quando reflete como pensa, memoriza e aprende uma determinada tarefa, é a tomada de consciência do seu próprio saber. “A metacognição é a consciência de si próprio, conhecendo seu processo de aprender. Os aspectos de cognição estimulam a confiança, a autoestima e o afeto. É um processo de interação, em que os elementos principais são seus processos de aprendizagem” (BEBER, SILVA e BONFIGLIO, 2014, p. 145).

A metacognição nada mais é do que a forma como o sujeito aprende. Para Grillo e Freitas (2010, p. 46), “a metacognição consiste em uma atitude reflexiva pela qual o aluno toma consciência dos próprios processos mentais”. O aluno, de acordo com os autores, quando passa a refletir sobre o modo como aprende, tem condições de adotar estratégias para ter uma aprendizagem com compreensão.

A palavra metacognição foi referenciada, pela primeira vez, pelo psicólogo americano John Hurley Flavell, em 1971, como a tomada de consciência do aluno sobre os seus conhecimentos. O conhecimento metacognitivo está atrelado à reflexão do aluno sobre seus

conhecimentos e ao sentimento deste em relação à atividade e como as suas experiências podem contribuir na escolha da estratégia para resolver o problema. Para Flavell (1987), o conhecimento metacognitivo e as experiências metacognitivas estão interligados, na medida em que o conhecimento permite interpretar as experiências e o agir sobre elas, contribuindo para o desenvolvimento e a modificação desse conhecimento.

Em 1976, Flavell ampliou o conceito de metacognição, incluindo a autorregulação, em função da necessidade de que o aluno recorra à sua estrutura cognitiva não apenas para identificar o que e quanto sabe, mas também para monitorar e supervisionar os seus próprios conhecimentos, como aprende, o que falta aprender, qual a melhor estratégia a ser utilizada para resolver determinado problema ou ampliar os seus conhecimentos em determinado assunto.

Assim sendo, a palavra metacognição refere-se, de acordo com Flavell (1976, p. 232), ao:

Conhecimento que se tem dos próprios processos e produtos cognitivos ou de qualquer outro assunto relacionado a eles, por exemplo, as propriedades relevantes para a aprendizagem de informações ou dados. Por exemplo, eu estou praticando a metacognição (meta-memória, meta-aprendizagem, meta-atenção, meta-linguagem, ou outros), se me dou conta de que tenho mais dificuldade para aprender A do que B; se compreendo que devo verificar C antes de aceitá-lo como verdade (fato); quando me ocorre que eu teria de examinar melhor todas e cada uma das alternativas em algum tipo de teste de múltipla escolha, antes de decidir qual é a melhor; se eu estiver consciente de que não estou seguro que o experimentador realmente quer que eu faça; se eu perceber que seria melhor tomar nota de D porque posso esquecê-lo; se eu pensar em perguntar a alguém sobre E, para ver se está correto. Esses exemplos podem se multiplicar indefinidamente. Em qualquer tipo de transação cognitiva com o meio ambiente humano ou não humano, uma variedade de atividades que processam informações pode surgir. A metacognição se refere, entre outras coisas, à avaliação ativa e consequente regulação e orquestração desses processos em função dos objetivos e dados cognitivos sobre o que se quer e, normalmente, a serviço de alguma meta ou objetivo concreto.

Sendo assim, Flavell (1976) incluiu em sua definição de metacognição a autorregulação, ou seja, o indivíduo deve recorrer à sua estrutura cognitiva para monitorar e supervisionar seus próprios conhecimentos, e não apenas identificá-los.

Nesse contexto, Flavell (1979) cunhou o termo metacognição para rotular o aprender sobre aprendizagem, utilizando exemplos como: aprender a planejar, monitorar o sucesso, corrigir erros, entre outros. A metacognição, segundo Rosa (2011) passa a englobar dois fatores: a consciência do próprio conhecimento e o controle auto-regulador das ações. O primeiro está vinculado aos conhecimentos que os alunos possuem sobre os seus recursos cognitivos. O segundo está relacionado ao controle e à regulação dos processos cognitivos, ou seja, à capacidade de planejar estratégias de ação para atingirem determinado objetivo, assim como dos ajustamentos necessários para que isso se concretize.

Nesse sentido, Rosa (2014) sintetiza as variáveis (pessoa, tarefa e estratégia) apresentadas por Flavell (1976) e os três aspectos em relação ao mecanismo de controle executivo e autorregulador (planificação, monitoração e avaliação), apresentados por Brown (1978) em seis elementos metacognitivos, subdividindo a metacognição em dois momentos:

1) Conhecimento do conhecimento

O componente metacognitivo **conhecimento do conhecimento** faz referência à consciência que o indivíduo tem sobre si mesmo, os seus conhecimentos e recursos cognitivos e engloba três elementos metacognitivos: **pessoa, tarefa e estratégia**.

Ainda de acordo com Rosa (2014), o conhecimento do primeiro elemento metacognitivo (variável **pessoa**) é representado pelas convicções que os indivíduos apresentam sobre si mesmos e em comparação com os outros. O conhecimento do segundo elemento metacognitivo (variável **tarefa**) está relacionado às suas demandas, representadas pela abrangência, pela extensão e pelas exigências envolvidas na sua realização. É a identificação das características da tarefa pelo indivíduo, que identifica sobre o que se refere a tarefa e o que ela envolve. Se envolver algo muito complexo, o sujeito pode-se sentir desmotivado para executá-la. Nesse sentido, de acordo com a autora, quando associada aos processos de ensino e de aprendizagem, é importante que o professor reconheça essa variável e não proponha tarefas distantes da capacidade de seus alunos, pois estes podem-se sentir incapazes de realizá-la. O conhecimento do terceiro elemento metacognitivo (variável **estratégia**) vincula-se ao “quando”, “onde”, “como” e “por que” aplicar determinadas estratégias. É o momento em que o sujeito se questiona sobre o que precisa ser feito e quais os caminhos a serem seguidos para atingir o objetivo.

Sendo assim, conforme Flavell (1979), cabe destacar que as variáveis pessoa, tarefa e estratégia não são independentes e o conhecimento metacognitivo é o resultado da integração entre elas, ou seja, juntas compõem o conhecimento do conhecimento que o indivíduo precisa ter para desenvolver suas atividades da forma mais eficaz. Rosa (2014) complementa que o conhecimento metacognitivo está relacionado à consciência metacognitiva referente à pessoa e seus recursos cognitivos, às tarefas cognitivas e suas variáveis e às estratégias para a realização das tarefas cognitivas.

2) Controle executivo e autorregulador

Segundo Rosa (2014), estudos da psicóloga Ann Brown, trouxeram contribuições para o termo metacognição:

A psicóloga Ann Brown, embasada nas pesquisas de Flavell, utilizou-se do entendimento do autor sobre o termo “metacognição”, acrescentando o detalhamento do processo de controle executivo e autorregulador. Brown (1978), também nos moldes de Flavell, entende que a metacognição não se refere apenas ao conhecimento do conhecimento, mas também envolve a capacidade do sujeito de monitorar, autorregular e elaborar estratégias para potencializar sua aprendizagem (ROSA, 2014, p. 34).

Portanto, para Brown (1978), a metacognição representa um mecanismo autorregulatório constituído por operações vinculadas aos mecanismos de ação do indivíduo, e não simplesmente um mecanismo de monitoramento do próprio conhecimento, como defendido por Flavell (1976). Para Brown (1978), somente quando o sujeito tem controle sobre as tarefas cognitivas é que poderá escolher as estratégias mais adequadas. No entendimento da autora, “não basta que o estudante tome consciência de seus conhecimentos; é preciso que ele os operacionalize, pois somente assim saberá se sabe o que julga saber” (ROSA, 2014, p. 37).

Nesse contexto, o componente metacognitivo **controle executivo e autorregulador** está relacionado, segundo Rosa (2014), à capacidade de planejar estratégias de ação para atingir um determinado objetivo, assim como dos ajustamentos necessários para que isso se concretize, e engloba três elementos metacognitivos: **planificação, monitoração e avaliação**.

De acordo com a autora, o primeiro elemento metacognitivo – **planificação** – é responsável pela previsão de etapas e escolha de estratégias em relação ao objetivo pretendido, o que supõe fixar metas sobre como proceder para realizar a ação. Brown (1978) explica que o planejamento somente poderá ocorrer à medida em que o sujeito conhecer o problema em sua forma global e iniciar a busca pela solução. O segundo elemento metacognitivo – **monitoração** – consiste em controlar a ação e verificar se está adequada para atingir o objetivo proposto, avaliando o desvio em relação a este, percebendo erros e corrigindo-os, se necessário. Brown (1978) destaca a importância de monitorar-se ou revisar cada procedimento executado, reorganizando estratégias como forma de manter o rumo da ação.

O terceiro elemento metacognitivo – **avaliação** – está relacionado à avaliação do raciocínio e validação dos resultados encontrados. De acordo com Rosa (2014, p. 38), este é o momento em que “os estudantes retomam e avaliam a aprendizagem com o intuito de identificar como a realizaram. Esse momento pode servir para entender o processo de execução da atividade e o conhecimento dela decorrente”. Nesta visão, é na etapa da avaliação que o aluno retoma e avalia como ocorreu o processo de aprendizagem, analisando as ações que foram tomadas para se atingir o objetivo proposto e solucionar o problema.

Segundo Rosa (2011), a metacognição funciona como uma estratégia de aprendizagem, ao permitir que os alunos executem ações a partir da identificação de seus

conhecimentos. A potencialidade da metacognição está associada ao fato de promover nos alunos “um pensar sobre seus conhecimentos, oferecendo-lhes condições de controlar a execução de suas ações como se um supervisor monitorasse seus pensamentos” (ROSA, 2011, p. 32). Almeida (2018, p. 35), ao buscar apoio na literatura sobre autorregulação, destaca:

Wolters (2003) descreveu como alunos autorreguladores ou autorregulados, aqueles envolvidos ativamente no seu processo de aprendizagem. Para o autor, os alunos autorreguladores são autônomos, reflexivos e eficientes, têm habilidades cognitivas e metacognitivas necessárias para aprender, monitorar e dirigir seu próprio aprendizado. Para Ames (1992), os aprendizes autorreguladores possuem uma crença de que o esforço leva ao sucesso, o que impulsiona a sua vontade de assumir um compromisso com o seu aprendizado e com as tarefas acadêmicas.

Nesse sentido, investir na promoção de estratégias de autorregulação¹¹ da aprendizagem valoriza e estimula o desenvolvimento de habilidades e competências que promovem o aprender e o reaprender. A aprendizagem, de acordo com Beber, Silva e Bonfiglio (2014), ocorre pelo envolvimento de fatores cognitivos/metacognitivos, além das atividades que dependem de propostas e alternativas diferenciadas para estimular a superação de etapas já estabelecidas pelos processos de aprender.

Flavell (1979, p. 910) ressalta que “a avaliação crítica da fonte de mensagem, qualidade do recurso e prováveis consequências necessárias para lidar com essas entradas de forma sensata, ‘pode levar a’ sábios e decisões de vida pensativa”. Dessa maneira, a metacognição como processo da aprendizagem é o conhecimento dos próprios produtos cognitivos, isto é, o conhecimento que o sujeito tem sobre seu conhecimento. A metacognição, segundo Flavell (1979) é um pensar sobre o pensamento e o pensamento crítico deste sujeito também se relaciona com a metacognição.

Assim sendo, quando a metacognição está presente, o aprendiz reconhece suas potencialidades e/ou dificuldades, ultrapassando limites e obstáculos. O avanço, conforme Beber, Silva e Bonfiglio (2014), está na tomada de consciência do saber e do não saber, em um processo constante de autoavaliação para alcançar a autorregulação. Segundo Kuhn (2000), a metacognição diz respeito à cognição que reflete, monitora ou regula a cognição de primeira ordem.

¹¹ A autorregulação é um sistema auto-organizado que necessita cognição, emoção, motivação, objetivo e motivo para a ação. A construção da autorregulação depende do desenvolvimento de competências que permitem ao indivíduo saber o que necessita aprender, organizar, planejar e desenvolver, determinando objetivos e selecionando estratégias para a realização da atividade (BEBER, SILVA e BONFIGLIO, 2014).

A metacognição, conforme Peixoto (2007) desenvolve-se a partir da capacidade do homem de refletir sobre seu processo de conhecimento, durante a realização de tarefas, sobre os processos mentais que facilitam essa realização e sobre as estratégias que utiliza para a resolução de problemas. Nessa perspectiva, a metacognição é a consciência do modo pelo qual o conhecimento é adquirido, tornando possível que os próprios indivíduos gerenciem este processo, mediante a utilização de estratégias metacognitivas para a aprendizagem e resolução de problemas.

De acordo com Neves (2007), uma forma de facilitar o aprendizado é o uso de mapas cognitivos que permitem a representação do meio-ambiente no cérebro a partir da interação do indivíduo com o meio. Rosa (2011, p. 93) complementa:

Por conta das estratégias de aprendizagem metacognitivas tem-se que sua operacionalização no ensino ocorre com o auxílio das ferramentas didáticas. Estas, por sua vez, são entendidas como instrumentos a que os professores recorrem em sua ação didática a fim de auxiliar os estudantes na construção do conhecimento específico. Em uma concepção de ensino e aprendizagem construtivista, a literatura especializada relata a existência de uma variedade de ferramentas didáticas, dentre as quais Rosa e Pinho-Alves (2008) destacam quatro, que apresentam uma identificação com a dimensão metacognitiva. São elas: mapas conceituais, “V” epistêmico de Gowin, estratégia predizer-observar-explicar (POE) e questionamentos metacognitivos.

Cabe destacar que foi utilizada a ferramenta didática questionamentos metacognitivos nesta pesquisa, conforme Rosa (2011, p. 93). A aplicação do questionário metacognitivo teve a intenção de verificar se cada situação-problema proposta foi aprendida pelos alunos. Ademais, este instrumento pode proporcionar aos discentes a revisão do raciocínio, o monitoramento do pensamento, a observação das dificuldades e potencialidades encontradas, e a avaliação do próprio aprendizado em cada tarefa de investigação matemática.

Doly (1999) ressalta que a metacognição é útil para construir conhecimentos e competências com mais êxito, para aprender estratégias de resolução de problemas que favoreçam o sucesso e a autorregulação, para que os alunos se tornem mais autônomos na gestão das tarefas e nas aprendizagens. “O estudante, sozinho ou em seu grupo de trabalho, decide sobre a forma de executar a tarefa, os meios e equipamentos necessários, tudo de acordo com os conhecimentos já identificados em sua estrutura cognitiva e de acordo com o objetivo a ser atingido” (ROSA, 2011, p. 55).

Andretta *et al.* (2010) ressaltam que o indivíduo experimenta diversas estratégias de aprendizagem desde criança, tendendo sempre a repetir aquela com a qual obteve maior eficácia. Assim, cada um tem uma estratégia que funciona melhor para si; o processo

metacognitivo é diferente para cada um. Ainda segundo os autores, quanto melhor a capacidade metacognitiva, melhores as habilidades de aprendizagem, sendo possível otimizar o tempo e a qualidade do estudo.

Nos últimos anos, a metacognição tem merecido destaque nas pesquisas no campo da psicologia cognitiva, especialmente pelos resultados que mostram que a habilidade de regular e controlar o pensamento é elemento essencial da aprendizagem (HENNESSEY, 2003; WANG, HAERTEL, WALBERG, 1993). Estudos como os desenvolvidos por Chi, Glaser e Rees (1982), Malone (2008), Pol *et al.* (2009), entre outros, denotam que a utilização dessa forma de pensamento é o diferencial entre os estudantes que apresentam facilidade em disciplinas como a Física, por exemplo, e os que demonstram ter dificuldades nessa área. Ao denominar de “*experts*” os que integram o primeiro grupo, os autores apontam que esses põem em movimento um conjunto de mecanismos internos identificados com o pensamento metacognitivo que os distingue dos integrantes do segundo grupo, denominado de “*novatos*”. Nessa mesma direção, Dunning *et al.* (2003) enfatizam que estudantes com baixas habilidades metacognitivas apresentam dificuldades e baixos rendimentos acadêmicos, o que já não ocorre com os alunos que mostram recorrer a essas habilidades de forma mais intensa e frequente (ROSA; VILLAGRÁ, 2018, p. 582).

Nessa perspectiva, a estreita relação da metacognição com a aprendizagem deve ser explorada, visto que desempenha um importante papel na otimização e qualificação do estudo e de resolução de problemas. Segundo Rosa (2011), a resolução de problemas é considerada uma atividade que impulsiona o pensamento e ocupa papel central nos processos de ensino e aprendizagem. Ainda conforme a autora:

Novais e Cruz afirmam que existe uma relação direta e recíproca entre a metacognição e a resolução de problemas. Argumentam que, se, por um lado, a resolução de problemas leva ao treino da metacognição, por outro, a metacognição “faz aumentar as capacidades cognitivas que envolve” (1987, p. 115-116). A resolução de problemas associada ao uso de estratégias de aprendizagem metacognitivas expressa-se na capacidade do estudante de resolver situações-problema presentes em sua vida cotidiana. Segundo Martin e Marchesi (1990), os processos metacognitivos na resolução de problemas cumprem uma função autorreguladora, que permite desenvolver no estudante a planificação da estratégia de acordo com a qual realizará o processo de busca da solução do problema; a aplicação de estratégias e controle de seus processos de desenvolvimento e execução; a avaliação do desenvolvimento da estratégia a ser desenhada a fim de detectar possíveis erros que tenham sido cometidos; a modificação durante o desenvolvimento da ação em razão dos resultados da avaliação constante (ROSA, 2011, p. 104).

Esta ideia é possível estender-se a tarefas de investigação matemática, que podem ser situações-problemas abertas, em que se impulsiona o pensamento na busca de estratégias para solucioná-las, além de avaliá-las para detectar possíveis erros que tenham sido cometidos. Em vista disso, os processos metacognitivos na investigação matemática também cumprem uma função autorreguladora.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 22) destacam que “as investigações matemáticas constituem uma das atividades que os alunos podem realizar e que se relacionam, de muito perto, com a resolução de problemas”. A diferença, de acordo com os autores, é que em um problema não existe um método que permita a resolução imediata, ao passo que um exercício pode ser resolvido a partir de um método conhecido. Ao relacionarmos as tarefas investigativas à metacognição pode-se dizer que as tarefas podem estimular os alunos a identificarem o que sabem em relação ao tema de cada situação-problema e quais são as melhores estratégias a serem utilizadas para se chegar a alguma solução, desenvolvendo a autonomia e o senso crítico.

O aluno deve ser capaz de, de posse desses novos saberes, resolver novas situações-problema, realizar atividades de forma a obter êxito em seus propósitos e ser capaz de gerenciar seu processo de apropriação dos saberes. Isso se refletirá na sua autonomia cognitiva, pela qual se busca que os estudantes adquiram conhecimentos suficientes para saber como aprender e, assim, construir seu modo de aprender de forma a utilizá-lo por toda a vida (ROSA, 2011, p. 31).

Nesse contexto, as tarefas de investigação matemática sobre Educação Financeira e Economia foram elaboradas com o intuito de que os futuros professores aprendessem conceitos relacionados a esses temas para ensinar os seus alunos. E, a partir do pensamento crítico e reflexivo, possam atuar de maneira mais ativa na sociedade, contribuindo para o desenvolvimento econômico e sustentável do país.

Na seção a seguir apresentam-se algumas pesquisas aproximadas dos focos de estudo desta Tese, realizadas no Brasil e no exterior.

2.6 Estado da Arte

Os critérios de inclusão de trabalhos nacionais foram: estar no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES/ Brasil); pertencer à categoria de publicação: teses e dissertações; tratar de: investigação matemática, Educação Financeira, Educação Financeira e Economia, Metacognição e Ensino; ter sido publicado nos últimos cinco anos (de 2014 a 2019).

A partir desses critérios de busca, foram apurados os seguintes resultados:

- 1) “Educação Financeira e Matemática” = 20 dissertações de mestrado e 2 teses de doutorado;
- 2) “Financeira e Formação” = 2 dissertações de mestrado;
- 3) “Investigação Matemática e Financeira” = 1 dissertação de mestrado;
- 4) “Financeira e Economia” = 1 dissertação de mestrado;

- 4) “Investigação Matemática” = 80 dissertações de mestrado e 4 teses de doutorado;
- 5) “Metacognição” = 122 dissertações de mestrado e 46 teses de doutorado (nenhum trabalho relacionado à Educação Financeira e/ou Matemática Financeira);
- 6) “Educação Financeira” = 233 dissertações de mestrado e 23 teses de doutorado.

Dentre os diversos trabalhos produzidos em relação à Investigação Matemática, Metacognição e Educação Financeira foram selecionadas e analisadas oito dissertações de mestrado e quatro teses de doutorado por estarem mais vinculadas a este estudo e trazerem contribuições teóricas e práticas sobre os temas/foco de pesquisa. A metodologia utilizada foi a partir de um mapa teórico¹², no qual foi possível identificar, conhecer e reconhecer os trabalhos que estão mais relacionados a esta pesquisa.

Sendo assim, os critérios de escolha dos doze trabalhos selecionados foram: não tratar apenas de Matemática Financeira; utilizar metodologias inovadoras de ensino; estar relacionado à prática pedagógica ou cursos de formação de professores; citar autores consagrados na produção textual; e trabalhos mais práticos e relacionados ao cotidiano.

A partir desses critérios, nos Quadros 2 a 13 são destacados os autores, objetivos da pesquisa, referencial teórico, contextualização, metodologia, assim como os resultados de cada um dos doze trabalhos analisados. O título de cada quadro corresponde ao título do trabalho selecionado e após cada quadro destaca-se a importância do referido estudo para esta Tese.

Quadro 2: Educação Financeira: uma proposta de estudo de questões do Enem e concursos públicos com abordagem transversal e contextualizada

Autor	Ronaldo José Rosa Júnior
Orientador	Prof. Dr. Aylton Pagamisse
Nível/ Local	Dissertação, Mestrado Profissional em Matemática, UNESP.
Ano	2018
Objetivo geral	Analisar como resoluções de questões de provas de ENEM e concursos públicos podem ser utilizadas, interagindo com outras áreas do conhecimento matemático, para transcender o conteúdo de Matemática Financeira de forma contextual e transversal, em uma abordagem crítica e reflexiva.
Objetivos específicos	Identificar as possíveis causas da frequente dificuldade no uso de conhecimentos de Matemática Financeira no cotidiano; formular uma proposta de interação dos conteúdos específicos da Matemática Financeira com outras áreas do conhecimento matemático e do cotidiano dos alunos; estimular o uso do raciocínio lógico-

¹² Para Biembengut (2008), mapa teórico implica a revisão da literatura disponível dos conceitos e das definições acerca de um tema e revisão dos trabalhos acadêmicos recentes, preferencialmente os publicados nos últimos anos.

	matemático como base para a autoconfiança na aquisição do saber matemático; promover o convite à reflexão crítica no uso de conhecimentos de Matemática Financeira na formação do cidadão.
Referencial teórico	Meneguetti (2014); Machado e Tavares (2007); Campos (2013); Martins (2011); Saito (2007); Soares (2014); Moreira (2013); Carvalho (1994); Perez e Silva (2009); Mendonça e Paula (2008) <i>etc.</i>
Contextualização e metodologia	A primeira enquete do estudo de caso se deu nas quatro turmas de terceiro ano do Ensino Médio do período matutino da escola e teve um universo de 103 alunos participantes. Foi elaborada com um total de 17 questões, divididas em três grupos de perguntas e aplicada no início da semana que precedeu a prova do ENEM. O primeiro grupo de perguntas, com cinco questões sobre informações pessoais dos alunos, objetivou traçar o perfil dos alunos participantes. O segundo grupo de perguntas, com oito questões de conhecimentos gerais sobre finanças, objetivou levantar o conhecimento destes alunos acerca do tema. O terceiro grupo de perguntas, com quatro questões de Matemática Financeira, objetivou verificar o nível de conhecimento matemático nos assuntos relacionados ao tema. A segunda enquete do estudo de caso, aplicada nas turmas 3º B e 3º C no início da semana posterior à prova do ENEM, teve um universo de 41 alunos participantes. Foi elaborada com 8 questões, todas com perguntas relativas à Matemática Financeira, divididas em dois grupos. O primeiro grupo de perguntas utilizou as mesmas quatro questões aplicadas no terceiro grupo de questões da primeira enquete, dando apenas reordenamento nas alternativas e objetivou fazer o comparativo direto com os resultados da primeira enquete. O segundo grupo de perguntas, também com quatro questões de Matemática Financeira, com grau de dificuldade ligeiramente superior às quatro primeiras, objetivou avaliar situações abordadas nas aulas, mas que não foram mensuradas na primeira enquete. As questões do ENEM e concursos públicos que foram trabalhadas neste estudo foram: Questão 146 (Enem 2013, Caderno Amarelo) e Questão 9 (Concurso CEF 2008, CESGRANRIO).
Resultados	Os dados indicam que os alunos possuem alto grau de dependência financeira da família, considerando que 78,6% dos alunos são menores de idade; 75,7% não trabalham e 87,4% não recebem mesada fixa; 71,8% dos alunos afirmam saber o que é Educação Financeira; apenas 17,5% deles acreditam ter bom ou ótimo conhecimento sobre finanças e investimentos e 8,7% afirmam ter lido pelo menos um livro sobre Educação Financeira. Dos 103 alunos participantes desta fase da pesquisa, 100 alunos, ou seja, 97,1% do total atribuem aos pais à responsabilidade de orientar os adolescentes de como utilizar seu dinheiro, embora apenas 48,5% deles afirmaram sempre conversar com eles a respeito de questões financeiras. 76,7% dos estudantes consideram muito importante a Educação Financeira na adolescência para o sucesso na vida adulta, sendo que 92,2% manifestaram que a Educação Financeira deve se iniciar no Ensino Fundamental ou no Ensino Médio. As questões utilizadas requeriam apenas conhecimentos conceituais básicos e cálculos elementares. Os resultados levam a concluir que foi positiva

	a estratégia didática adotada para as aulas ministradas, particularmente na turma mais fraca, cujo crescimento foi melhor.
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

Segundo Rosa Júnior (2018), a Matemática Financeira, sob um olhar de Educação Financeira, é capaz de oferecer aos alunos acesso a informações em um grau de complexidade crescente e fazê-los adquirir experiências nos contextos de suas relações sociais, de modo a influenciar seus comportamentos com mudanças de atitudes e, assim, despertá-los à cidadania inclusiva. No entanto, os resultados do trabalho demonstraram as dificuldades e o despreparo dos alunos nos assuntos de Matemática Financeira quando foram utilizadas questões de provas de ENEM e concursos públicos.

A dissertação de Rosa Júnior (2018) foi importante para a minha pesquisa no sentido de perceber como resoluções de questões de provas de ENEM e concursos públicos estão sendo aplicadas e podem ser utilizadas de forma mais contextualizada e transversal, ligando a teoria com a prática, em situações do cotidiano, despertando a reflexão e o pensamento crítico dos alunos.

Quadro 3: Educação Financeira: análise de uma proposta desenvolvida no 7º ano do ensino fundamental

Autora	Lidina Castelli Scolari
Orientadora	Prof ^ª . Dr ^ª . Neiva Ignês Grando
Nível/ Local	Dissertação, Mestrado em Educação, Universidade de Passo Fundo.
Ano	2014
Objetivo geral	Analisar se as interações produzidas no desenvolvimento de uma proposta didático-pedagógica possibilitam a apropriação de significados dos conteúdos de Educação Financeira.
Objetivos específicos	Realizar revisão bibliográfica sobre pesquisas relacionadas à Educação Financeira; apresentar o projeto a escola; definir o grupo de estudantes, fonte de informação para a pesquisa; elaborar e desenvolver a proposta de sala de aula sobre Educação Financeira; analisar os materiais produzidos durante o desenvolvimento da proposta.
Referencial teórico	Negri (2010); Oliveira (2007); Peretti (2008); Theodoro (2010); Oliveira (2007); Peretti (2008); Vigotsky (1998); Balke (2011); Walle (2009); Ponte, Brocardo e Oliveira (2013); Pereira (2007); entre outros.
Contextualização e metodologia	A proposta didático-pedagógica foi desenvolvida no 7º ano da Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro Herrerias, na cidade de Getúlio Vargas/RS, com 22 alunos (10 meninos e 12 meninas). A pesquisa é qualitativa na perspectiva de um estudo de caso. Foram utilizadas duas abordagens didático-pedagógicas: resolução de problemas e investigação matemática em sala de aula. Foi elaborado um questionário para conhecer o público-alvo e o seu nível de

	<p>conhecimento, em relação ao tema Educação Financeira, para elaborar a proposta didático-pedagógica. Os estudantes realizaram, também, uma pesquisa sobre o seu próprio consumo de água e de sua família; assistiram a um filme sobre a influência da mídia no consumo; foi dada ênfase a proporção e grandezas diretamente e inversamente proporcionais, introduzindo-os com base em situações-problema retiradas do livro didático adotado pela escola. As situações-problemas foram trazidas para a realidade da turma, como, desconto por litro de combustível, distância entre a escola e zoológico da Universidade de Passo Fundo; foi realizada simulação da cesta básica com capital de R\$100,00 e elaboração de orçamento pessoal; as questões propostas envolviam relação de regra de três simples, entre as grandezas, porcentagem, razão, proporção, grandezas direta e inversamente proporcionais, regra de três simples, porcentagem e juro simples.</p>
Resultados	<p>A maioria dos alunos (84,2%) alegou não ter conhecimento algum sobre Educação Financeira. Quando questionados sobre o que entendiam ser Educação Financeira, 78,9% responderam ser algo relacionado ao dinheiro. Observou-se que alguns alunos têm uma preocupação em relação ao futuro e uma percepção em relação à influência direta das mídias para elevar o grau de consumismo. Muitos estudantes não tinham conhecimento de quanta água sua família gastava e muitos nem sequer sabiam identificar na fatura a quantidade de água gasta no mês, sendo que muitos se deram conta de que estavam gastando muita água em casa. Na internalização dos conceitos de razão e proporção os estudantes não apresentaram dificuldades para identificar quando as grandezas são diretas ou inversamente proporcionais na regra de três simples, assim como não apresentaram dificuldades com porcentagem. No decorrer das tarefas de porcentagem e juro simples, muitos alunos mostraram ter consciência sobre assuntos relacionados à Educação Financeira e apresentaram avanços ao dialogar sobre essas situações, percebendo a importância do tema, de valorizar não só o dinheiro, mas os recursos naturais, tendo o cuidado e o senso crítico de não se deixar influenciar pela mídia.</p>

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

Segundo Scolari (2014), as aulas baseadas nas tendências da Educação Matemática, de resolução de problemas e de investigação matemática em sala de aula, demandaram dos estudantes a utilização de variadas estratégias. A Educação Financeira vista como um tema transversal e interdisciplinar é uma estratégia fundamental para a qualificação do ensino e da aprendizagem, no sentido de auxiliar na formação dos estudantes a fim de torná-los cidadãos mais críticos e autônomos. A dissertação de Scolari (2014) foi útil no sentido de analisar como foi pensada a proposta pedagógica sobre o tema de Educação Financeira e as suas relações com o conteúdo de Matemática Financeira e meio-ambiente.

Quadro 4: Atividades investigativas no ensino da Matemática Financeira: as estratégias empregadas com uso de planilhas eletrônicas

Autor	Vinicius Machacheski Marchi
Orientadora	Prof ^ª . Dr ^ª . Sueli Liberatti Javaroni
Nível/ Local	Dissertação, Mestrado em Educação Matemática, UNESP.
Ano	2014
Objetivo geral	Analisar como se apresentam as estratégias empregadas pelos alunos ao fazerem uso de planilhas eletrônicas, no desenvolvimento de tarefas investigativas em Matemática Financeira.
Objetivos específicos	Elaborar e ministrar um curso de extensão universitária para alunos do curso de Matemática.
Referencial teórico	Goldenberg (2004); Borba (1999; 2004); Bogdan e Biklen (1994); Araújo e Borba (2004); Alves e Mazotti (2004); Trivinos (1987); Tikhomirov (1981); Borba e Villarreal (2005); Levy (1993); Ponte (2010); Ponte, Brocardo e Oliveira (2003); Powel (2004); Carvalho (2011); Javaroni (2007); entre outros.
Contextualização e metodologia	Para o desenvolvimento da pesquisa foi adotada a metodologia qualitativa. As tarefas foram realizadas em 2011 durante um curso de extensão para acadêmicos do primeiro ano do curso de graduação em Matemática, sob a coordenação do Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba. O curso teve duração de 35 horas e foi dividido em 14 encontros de 2,5 horas cada. O curso foi organizado em cinco blocos: O primeiro bloco, composto de três encontros, teve o objetivo de introduzir o uso das Planilhas Eletrônicas entre os participantes. O segundo bloco, composto por dois encontros, abordou a temática relacionada à Matemática Comercial, tendo como objetivo central trabalhar assuntos relacionados à <i>Porcentagem</i> , <i>Valor Principal</i> (Valor atual ou <i>Capital</i>) e <i>Taxa Percentual</i> e suas relações, tratando, ainda, de <i>Descontos</i> e <i>Acréscimos</i> nesse contexto. O terceiro bloco, chamado de Matemática Financeira, teve como objetivo definir as relações entre <i>Capital</i> e <i>Taxa de Juros</i> ao longo do <i>Tempo</i> , abordando-os em dois temas centrais: os Juros Simples e os Juros Compostos. Esse terceiro bloco contou com um total de quatro encontros. O quarto bloco teve o objetivo de explorar o tema Séries Financeiras com foco nos Sistemas de Amortizações e Empréstimos, e contou com um total de três encontros. O quinto e último bloco teve como foco o uso e aplicações das funções financeiras específicas da planilha <i>Excel</i> , abrangendo os tópicos abordados ao longo do curso. O curso contou com a participação de 17 alunos e, apesar do número ímpar, a turma foi dividida, geralmente, ao longo do curso, em duplas, ou, em alguns momentos, pela eventual falta de um ou outro participante, constituíram-se trios. A composição das duplas se deu por livre escolha dos alunos. Para a exploração das tarefas, foram utilizadas as Planilhas Eletrônicas, além da calculadora existente no próprio sistema operacional de cada computador, o acesso à <i>internet</i> , lápis e papel.
Resultados	A abordagem experimental-com-tecnologia possibilitou aos alunos desenvolverem tarefas investigativas relacionadas aos conteúdos com a manipulação de <i>softwares</i> , que, por sua vez, caracterizaram a produção um <i>conhecimento por simulação</i> , gerando, assim, oportunidades aos estudantes de elaborarem conjecturas, propiciando

	<p>situações de reflexões sobre o objeto de estudo. Nesse sentido, à medida em que os alunos foram se familiarizando com os recursos do <i>software</i> da planilha eletrônica <i>Excel</i> e incorporando o propósito da investigação matemática, suas ações foram modificadas, passando de um estágio elementar do uso do <i>software</i>, ou seja, da busca por uma resposta numérica ou por validação de suas propostas para uma situação de exploração das possibilidades presentes no modelo digital, planilha eletrônica. Os alunos, inicialmente, organizaram os dados e encontraram os valores corretos. Em seguida, usaram os dados organizados para a construção de uma fórmula, testando suas conjecturas. Por fim, perceberam que a relação estabelecida entre os dados inseridos nas células pode ser interpretada de outra forma, ou seja, por meio de cálculos equivalentes. À medida que as tarefas de investigação foram percebidas como tais, houve mudanças no processo, com uma abordagem mais centrada em determinar relações matemáticas que pudessem ser traduzidas em fórmulas. Esse processo mostrou que houve empenho em estruturar relação matemática que traduzisse os objetivos da tarefa investigativa, ou seja, houve discussões, argumentações e criação de conjecturas que constituíram um conjunto de descobertas que superaram uma resposta correta a um problema.</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

Segundo Marchi (2014), ao longo da sua pesquisa ficaram evidenciados aspectos sobre a utilização das planilhas eletrônicas, tendo como foco as potencialidades no desenvolvimento cognitivo dos alunos que as empregam diante das tarefas investigativas. Entre tais aspectos, o autor destaca possibilidades como: o aumento da capacidade de trabalhar com diversos dados, assim como sua organização e articulação, a verificação imediata de hipóteses e a exploração do *software*.

A dissertação de Marchi (2014), apesar de não relacionar o conteúdo de Matemática Financeira com o tema de Educação Financeira e Economia, contribuiu para minha pesquisa, pois o autor trabalhou com investigação matemática no ensino de Matemática Financeira, a partir da utilização de planilha eletrônica (*Excel*).

Quadro 5: Programa de Educação Financeira nas escolas de ensino médio: uma análise dos materiais propostos e sua relação com a Matemática

Autora	Inglid Teixeira da Silva
Orientadora	Prof. ^a Dr. ^a Ana Coelho Vieira Selva
Nível/ Local	Dissertação, Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica, UFPE.
Ano	2017
Objetivo geral	Investigar o material didático sobre Educação Financeira, proposto pela ENEF e encaminhado para o Ministério da Educação, para o Ensino Médio e suas relações com a Matemática.

Objetivos específicos	Analisar as atividades dos livros do aluno no que se refere: aos conteúdos matemáticos mobilizados, à necessidade de uso de cálculos matemáticos, aos ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000), aos contextos que permeiam tais atividades e suas mensagens subjacentes; analisar as orientações presentes nos livros do professor para o desenvolvimento das atividades; analisar a experiência de professores e alunos que trabalharam com o programa de Educação Financeira para Ensino Médio em escolas de Pernambuco.
Referencial teórico	Skovsmose (2000, 2001, 2014); Bauman (2008); Campos e Silva (2014); Kistemann (2011); Brito (2012); Silva e Powell (2015); Kern (2009); Campos, Teixeira e Coutinho (2015); Borba e Skovsmose (2001); Brasil (1998, 2013); Campos (2013); Hofmann (2013) <i>etc.</i>
Contextualização e metodologia	Nos livros do aluno foram investigados nas atividades propostas: as relações com a Matemática, os ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000), os contextos e as mensagens subjacentes de Educação Financeira que tais atividades podiam passar aos alunos. Skovsmose (2000) define seis ambientes de aprendizagem fruto do cruzamento das referências com as práticas de sala de aula. Considera-se importante ressaltar que a análise foi feita a partir de atividades contidas em um material didático que <i>a priori</i> apresentam atividades definidas, assim, analisou-se o potencial que essas atividades têm para desenvolver tais ambientes de aprendizagem. Nos livros do professor foram analisados: as orientações para as atividades que são propostas aos alunos, identificando as relações com a Matemática, os ambientes de aprendizagem que as orientações podem desenvolver em sala de aula e as relações com os livros do aluno. O material proposto para as escolas desenvolverem o programa de Educação Financeira é composto por três livros para o aluno, acompanhados de três cadernos de atividades; e três livros para o professor. Cada livro foi denominado de Bloco, sendo assim, Blocos 1, 2 e 3 para o aluno com os respectivos Blocos 1, 2 e 3 do caderno de atividades e Blocos 1, 2 e 3 para o professor. Os cadernos de atividade não foram objetos de análise, pois os mesmos não traziam novas atividades.
Resultados	Não há indicações nos livros do professor para o trabalho com Educação Financeira a partir da transversalidade. Assim, foi sugerido a necessidade de deixar claro no material do professor qual a proposta do trabalho para as aulas do Ensino Médio, bem como sugeriu-se que as orientações presentes nos livros do professor explicitem melhor as relações que podem ser construídas com todas as disciplinas que fazem parte do currículo. A partir da análise dos ambientes de aprendizagem, proposto por Skovsmose (2000), observou-se que a maioria das questões propostas aos alunos podem desenvolver cenários para investigação (76), estando 32 situações na semi-realidade e 44 na realidade. Além disso, as atividades podem servir para aproximar a Matemática vista em sala com a Matemática vivenciada pelos alunos no dia a dia, considerando que 52 das 84 situações propostas nos livros do aluno podem desenvolver aspectos relacionados à realidade dos alunos, sendo 18 no paradigma do

	exercício e 44 no paradigma do cenário para investigação. Os contextos explorados nos livros são importantes de serem trabalhados, mas precisam ser acompanhados de uma reflexão crítica para que possam servir também à formação financeira do aluno e não apenas para atender a interesses econômicos. Existe necessidade de oferecer formação aos professores que busque fortalecer a Educação Financeira do professor, apresentar o material didático proposto, analisar a relação do material com as disciplinas do currículo, garantir uma reflexão crítica sobre todas as questões que a Educação Financeira pode abarcar.
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

Segundo Silva (2017), os resultados da pesquisa demonstraram vinculação da Matemática com a Educação Financeira no material didático dos alunos, porém esta relação não é evidenciada no livro do professor. Para a autora, as atividades dos livros do aluno apresentam potencial para o desenvolvimento dos ambientes de aprendizagem, tendo como referência, principalmente, a realidade e cenários de investigação; entretanto, as orientações do livro do professor, em geral, não auxiliam a exploração dessas atividades.

Assim, existe necessidade de formação específica para o professor atuar com o programa de Educação Financeira, de forma a estimular o melhor aproveitamento das atividades propostas, bem como atuar de forma interdisciplinar. A dissertação de Silva (2017) foi proveitosa para analisar os livros elaborados pelo MEC voltados ao ensino de Educação Financeira nas escolas e perceber o quanto esse material precisa ser aperfeiçoado. Ademais, este estudo contribuiu para o entendimento da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) além de ter um aprofundamento teórico com relação ao tema desta pesquisa.

Quadro 6: Educação Financeira e Educação Matemática: inflação de preços

Autor	Márcio Carlos Vital
Orientador	Prof. Dr. Amarildo Melchades da Silva
Nível/ Local	Dissertação, Mestrado Profissional em Educação Matemática, UFJF.
Ano	2014
Objetivo geral	Investigar o ensino de Educação Financeira, mais especificamente sobre o tema inflação de preços, para estudantes do ensino fundamental em salas de aula de Matemática.
Objetivos específicos	Compreender o que vem a ser Educação Financeira; pesquisar trabalhos sobre Educação Financeira.
Referencial teórico	Silva e Powell (2013); Lins (1994, 1997, 1999, 2012); Silva (2003, 2013); Brasil (2010, 2011); Campos (2012); Bogdan e Biklen (1994); Losano (2013); Souza (2012); Fernandes (2011); Hofmann (2013); entre outros.
Contextualização e metodologia	A metodologia de pesquisa se caracterizou como uma abordagem qualitativa de investigação. As tarefas elaboradas tiveram o objetivo

	de estimular a produção de significados de estudantes do 8º ano do ensino fundamental. Estes se dispuseram a resolver e discutir tarefas relacionadas ao tema inflação de preços. Esse estudo é parte de um projeto maior intitulado Design e Desenvolvimento de um Programa de Educação Financeira para a Formação de Estudantes e Professores da Educação Básica. As tarefas eram sobre conceito de inflação, causas, consequências, análise de tomada de decisão, hiperinflação. As tarefas, além de fazerem parte de uma proposta curricular presente no projeto maior em que a pesquisa está inserida, dão origem também a um produto educacional.
Resultados	Durante a aplicação das tarefas foram poucas vezes que os alunos utilizaram as definições disponíveis nas fichas para sustentar suas justificações. Em geral, eles falavam a partir de suas experiências pessoais. Os professores deveriam exercitar os estudantes na sustentação de suas justificações com base no que se apresenta nos conceitos e informações disponíveis no texto. A possibilidade de apresentar tomadas de decisões distintas e respostas diferentes para as tarefas causou divergência e conflito entre os alunos com discussões acaloradas. A possibilidade de não haver uma resposta única para as tarefas causou um enorme desconforto em vários alunos. Os sujeitos de pesquisa não aceitaram a possibilidade de uma tarefa poder ter várias soluções. Os alunos, por sua vez, deverão ser orientados a mudar sua postura de buscar respostas prontas, únicas, baseadas na cultura do “certo” e do “errado” do ensino tradicional.

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

Segundo Vital (2014), a análise da produção de significados dos alunos sugeriu a necessidade de abordar, no ensino de Educação Financeira, temas como impostos, bancos, comércio entre países e mercado de câmbio.

De acordo com o autor, a temática inflação pode ser abordada em outras direções, como por exemplo: apresentar aos alunos outros índices de inflação da Economia de um país, a existência de uma inflação para cada perfil de consumidor e os cuidados que se deve tomar em investimentos financeiros oferecidos pelos bancos para poder amenizar as perdas com os efeitos da inflação. Essas questões foram profícuas para a minha pesquisa, pois estudei outros aspectos da área da Economia que influenciam no processo de tomada de decisão e não estão sendo discutidos no ensino de Educação Financeira.

Quadro 7: Cenários para investigação como ambiente de aprendizagem no contexto da Matemática Financeira

Autora	Flávia Márcia Cruz Moreira
Orientadora	Prof. ^a Dr. ^a Maria do Carmo Vila
Nível/ Local	Dissertação, Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto.

Ano	2014
Objetivo geral	Investigar as contribuições de uma proposta de ensino baseada nos Cenários para Investigação como ambiente para (re)construção e desenvolvimento de conceitos e procedimentos de Matemática Financeira no 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual em Belo Horizonte (MG).
Objetivos específicos	Compreender a Matemática Financeira no tempo e as suas potencialidades no desenvolvimento da cidadania.
Referencial teórico	Publicações de Skovsmose (2001, 2007, 2008) que tratam de temas como a Educação Matemática Crítica e os Ambientes de Aprendizagem.
Contextualização e metodologia	A pesquisa possui abordagem qualitativa e pretendeu contribuir para a formação do cidadão crítico, para que seja potencialmente capaz de exercer sua cidadania. As tarefas, questões abertas, relacionam a Matemática Financeira com situações comuns da realidade, como financiamentos, uso do cartão de crédito, promoções e interpretação de informações, que envolvem Matemática, apresentadas em reportagens e produtos alimentícios. Os participantes foram 28 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual em Belo Horizonte – MG. Na coleta de dados foram utilizados três instrumentos metodológicos: gravação em áudio; relatório da participação dos alunos e Grupo Focal.
Resultados	Os alunos se envolveram e formularam questões imprevisíveis, que se constituem cenários para investigação, desenvolveram a reflexão, a argumentação e o pensamento crítico. Os alunos refletiram sobre a prática pedagógica dos professores e perceberam a necessidade da Matemática na vida cotidiana. A partir da pesquisa foi gerado um livreto com uma proposta de ensino detalhada e acessível, de modo que sirva como consulta e orientação para professores da Escola Básica. Observou-se que propostas de ensino que tenham em vista a Educação Matemática Crítica e, em especial, os cenários para investigação, podem contribuir para o enriquecimento profissional do professor. Notou-se resultado positivo na mudança de postura do professor ao substituir a função de meramente ensinar pela função de orientar os alunos em suas diferentes formas de aprender. Ao lidar com referências reais em sala de aula, questionamentos imprevisíveis apareceram e enfraqueceram a autoridade do professor. Essa incerteza apresentou contribuições para a prática pedagógica, de modo a impor ao professor a necessidade de atualizar seus conhecimentos constantemente.

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

Segundo Moreira (2014), as atividades realizadas possibilitaram contribuições relevantes para a formação escolar e para a formação de futuros cidadãos capazes de exercer sua cidadania. De acordo com a autora, seguir em direção aos cenários para investigação não é uma tarefa fácil, porém, conforme os benefícios constatados, ressalta-se a importância e a relevância de novas pesquisas que possam contribuir para o ensino. Este estudo contribuiu no

sentido de aprofundar os aspectos relativos à importância da Matemática Financeira no tempo e na formação da cidadania.

Quadro 8: Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre Educação Financeira e Matemática Financeira

Autor	James Teixeira
Orientadora	Prof. ^a Dr. ^a Cileda de Queiroz e Silva Coutinho
Nível/ Local	Tese, Doutorado em Educação Matemática, PUCSP.
Ano	2015
Objetivo geral	Averiguar o letramento financeiro dos professores de Matemática Financeira no ensino médio, de modo que possam conduzir seus alunos no desenvolvimento da Educação Financeira, em conformidade com a ENEF.
Objetivos específicos	Verificar os atuais níveis de discussão acadêmica relativas à Educação Financeira por meio do exame de artigos científicos, dissertações de mestrado e teses de doutorado; refletir sobre a conveniência da abordagem de elementos da Matemática crítica na discussão, haja vista que a Educação Financeira contribui para a melhoria da consciência cidadã (alunos); analisar as relações entre a Matemática Financeira, Educação Financeira, proposta da ENEF e letramento financeiro.
Referencial teórico	Huston (2010) e Orton (2007); Goodman (2008) e Park (2007); Feijó (2007); Piton-Gonçalves (2005); Mathias e Gomes (2008); Assaf Neto (2009); Gitman (1997); Puccini (1998); Samanez (2009); Kassai-Casanova e Assaf Neto (2007); Pilão e Hummel (2003); Teixeira (2012); Blank e Tarquin (2008); Souza e Clemente (2009); Coutinho e Teixeira (2013); OCDE (2004, 2009); Banco Central do Brasil (2014); Silva (2004); Araújo e Souza (2012); Souza e Clemente (2009); Kiyosaki (2002); Banco Mundial (2012); IBGE (2012); IPEA (2014); PNAD (2011); Holzmann e Miralles (2005); CNC (2014); Sá (2008); Tommasi e Lima (2007); Skovsmose (2006); Skovsmose (2007); Simon e Blume (2004); D'Ambrósio (2002); Sá (2011).
Contextualização e metodologia	O aumento da complexidade dos produtos financeiros, aliado à necessidade de sensibilizar a população para a importância da poupança, para os riscos da inadimplência e para as vantagens de se ter uma boa Educação Financeira, são algumas das razões que explicam e justificam a tese. Esta está fundamentada nos princípios da pesquisa qualitativa e quantitativa. A pesquisa utiliza a Análise Estatística Implicativa (AEI), que é um método de análise e de classificação de dados multidimensionais, seus fundamentos podem ser encontrados em <i>Gras e Almouloud</i> (2002). A AEI tem como objetivo principal a estruturação de dados de cruzamento de indivíduos e variáveis, a partir da contingência de regras e determinando os conceitos de intensidade de envolvimento, a coesão de classe, o significado dos níveis hierárquicos, a contribuição de adicionais <i>etc.</i> AEI também permite extrair de um conjunto de dados categóricos relações entre sujeitos e variáveis (ou atributos) e associações entre variáveis por meio de um índice de qualidade dessa associação. Analogamente, o tratamento de variáveis binárias é

	<p>adicionado ao de variáveis modais, frequenciais e tratamento das variáveis – intervalo. A pesquisa utilizou fontes secundárias, por meio do levantamento de dados em material publicado, impresso e <i>on-line</i>, sendo livros, revistas, exame de artigos científicos, dissertações de mestrado e teses de doutorado com o objetivo de averiguar o entendimento de diferentes autores acerca da importância da Matemática Financeira como instrumento de trabalho para o processo de ensino da Educação Financeira. Utilizou-se também fonte primária, por meio da pesquisa de campo, qualitativa e quantitativa, envolvendo 30 questões, aplicada a um grupo de 161 professores formados em Matemática que ministram a disciplina de Matemática e, portanto, conteúdos de Matemática Financeira, em cinco cidades do estado de São Paulo no ano de 2014: São Paulo (36 professores), Barueri (110 professores), Osasco (4 professores), Sorocaba (10 professores) e São José dos Campos (1 professor). A participação dos professores foi voluntária, amostragem por acessibilidade, sendo 61% do sexo feminino, 77% dos professores com mais de 8 anos de magistério, 26% com mais de 22 anos de magistério. Os dados da pesquisa de campo foram analisados pela metodologia da AEI que a partir do exame de árvores de coesão e grafos implicativos, suportados por ferramentas de estatística descritiva foi possível responder ao problema.</p>
Resultados	<p>As análises feitas, tendo como pano de fundo a estatística descritiva e a implicativa, as quais geraram tabelas e gráficos, bem como árvores de coesão e grafos implicativos (CHIC), além de corroborarem as considerações apresentadas, comprovam a questão central da pesquisa e valida sua hipótese. Para efeito ilustrativo, resgatou-se quatro estatísticas extraídas da amostra pesquisada, que vêm ao encontro dessa questão: 42% dos professores acham que Educação Financeira e Matemática Financeira são a mesma coisa. Apenas 36% dos respondentes comparam situações envolvendo juros simples e juros compostos. Somente 24% solicitam aos alunos que busquem exemplos de emprego de juros compostos. Em relação aos professores respondentes, 75% desconhecem a ENEF. A hipótese fica ainda mais evidenciada quando se analisam as respostas da questão 30 da pesquisa (problema proposto) e constata-se que 20% (1 a cada 5) dos professores erraram o conceito ou o desenvolvimento e 52% (mais da metade) não responderam à questão. As ferramentas da Análise Estatística Implicativa (AEI), mostrando as várias implicações, reforçam toda argumentação referente à ausência de letramento financeiro por parte do professor.</p>

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

A tese de Teixeira (2015) é relevante e pode-se constatar que a Matemática Financeira é uma ferramenta necessária para se ensinar Educação Financeira e se alcançar o letramento financeiro. No entanto, conforme resultado da pesquisa, realizada com professores de Matemática Financeira, mais de 50% dos professores não conseguiram resolver o problema

proposto no questionário, 75% desconhecem a ENEF e 42% acreditam que Matemática Financeira é sinônimo de Educação Financeira. O resultado da pesquisa foi considerado frustrante para o autor, visto que se trata de professores de Matemática Financeira, com anos de experiência, que não conseguiram acertar as questões da sua própria área de conhecimento.

Dessa forma, fica evidente a necessidade de qualificar os futuros professores em relação à Educação Financeira. O professor, para ser considerado letrado financeiramente e ensinar em consonância com a ENEF, também precisa relacionar a teoria com a prática, trazer exemplos da realidade do aluno, entender de planejamento financeiro e orçamento (não foi perguntado nada no questionário com relação ao gerenciamento das finanças pessoais, hábitos de consumo, investimento e poupança, noções de endividamento por parte do professor). É preciso entender também de Economia, produtos financeiros, formas de pagamento, previdência social, seguros, sistemas de amortizações, proteção e defesa do consumidor e não apenas ter conhecimento de crédito, juros simples e compostos isoladamente.

Quadro 9: Resolução de Problemas (RP) e Investigação Matemática (IM): um processo de intervenção formativa para licenciandos em Matemática

Autora	Gabriela Castro Silva Cavalheiro
Orientadora	Prof. ^a Dr. ^a Renata Cristina Geromel Meneghetti
Nível/ Local	Tese, Doutorado em Educação para Ciência, UNESP.
Ano	2017
Objetivo geral	Investigar quais as contribuições, para licenciandos em Matemática, de um processo de intervenção formativa que envolve teoria, prática e análise da RP e da IM como metodologias de ensino e aprendizagem de Matemática.
Objetivos específicos	Investigar as potencialidades e as dificuldades didático-pedagógicas no uso em sala de aula das metodologias da RP e IM; investigar as preferências dos sujeitos da pesquisa a alguma dessas metodologias ao utilizá-las na prática, com as suas justificativas.
Referencial teórico	Moreira (1999); Ausubel (2003); Ponte <i>et al.</i> (1998, 2015); Onuchic e Allevato (2004); Ponte (2003); Meneghetti e Redling (2012); Lamonato e Passos (2011); Vieira e Allevato (2012); Reis e Zuffi (2007); Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005); entre outros.
Contextualização e metodologia	Na área de Educação Matemática, há de se destacar a RP e a IM como metodologias de ensino e aprendizagem de Matemática, que vão na contramão do ensino tradicional. Nelas o professor passa a ser um observador, mediador e avaliador do trabalho discente e os alunos se tornam o centro do processo, na figura de participantes ativos, que compreendem os conteúdos por meio dos próprios raciocínios, constroem novos saberes a partir de antigos e, portanto, conseguem relacioná-los e aplicá-los em diferentes situações. A utilização dessas duas metodologias – RP e IM – pode favorecer a aprendizagem significativa pelos estudantes (MENEGHETTI; REDLING, 2012). Nesse sentido, este trabalho trata da resolução de

	<p>problemas (RP) e da investigação matemática (IM) na formação inicial de professores de Matemática. Realizou-se uma investigação qualitativa, mediante estudo de caso a seguir: um processo de intervenção formativa, com sete licenciandos em Matemática, de uma instituição pública de Ensino Superior no interior do estado de São Paulo, matriculados na disciplina Prática Pedagógica VI, vinculada ao estágio supervisionado II, que aborda observação e regência nos anos finais do Ensino Fundamental. Tal processo foi constituído por cinco fases: Discussão sobre a RP e a IM como metodologias de ensino e aprendizagem de Matemática; Elaboração de planos de aula de RP e de IM; Simulação das regências de aula na disciplina Prática Pedagógica VI; Aplicação das regências em aulas de Matemática nas escolas, no qual os licenciandos estagiavam; e Análise do uso da RP e da IM em termos de potencialidades e dificuldades didático-pedagógicas. A coleta/ produção dos dados foi realizada durante três meses, por meio de questionários, análise documental, observação participante e entrevista, sendo analisados à luz dos pressupostos teóricos da análise textual discursiva.</p>
Resultados	<p>O processo de intervenção formativa permitiu aos futuros professores: a) ampliar seus conhecimentos prévios e construir novos, b) investigar sua própria prática docente, c) contrastar uma metodologia com a outra, d) refletir na e sobre a ação docente, e) relacionar teoria e prática. Os sujeitos apontaram potencialidades e dificuldades didático-pedagógicas próprias do uso da RP ou IM e também comuns à utilização de ambas as metodologias. Entende-se que esta pesquisa contribuiu para as áreas de Educação e Educação Matemática, pois o processo de intervenção formativa deu origem a uma metodologia de formação docente e também trouxe elementos para práticas pedagógicas efetivas na Educação Básica.</p>

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

A pesquisa de Cavalheiro (2017) contribuiu para a área de Educação Matemática devido ao processo de intervenção formativa que foi realizado. Por meio desse processo, levando em consideração as crenças e os conhecimentos prévios dos licenciandos, estes sujeitos puderam investigar e refletir sobre a própria prática. Os licenciandos interligaram o “conhecer” – saberes da formação profissional, disciplinares e curriculares com o – “fazer” – saberes experienciais – e, assim, apontaram potencialidades e dificuldades didático-pedagógicas no uso da resolução de problemas e da investigação matemática em sala de aula, trazendo elementos para práticas pedagógicas efetivas na educação básica.

A tese de Cavalheiro (2017) foi importante devido à análise de quais potencialidades e dificuldades percebidas pelos licenciandos (formação inicial de professores) quando utilizam a metodologia da investigação matemática.

Quadro 10: Ambiente virtual de aprendizagem e cenários para investigação: contribuições para uma Educação Financeira acessível

Autor	Carlos Eduardo Rocha dos Santos
Orientador	Prof. ^a Dr. ^a Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes
Nível/ Local	Tese, Doutorado em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo.
Ano	2016
Objetivo geral	Investigar as características de um cenário de investigação, que considera aspectos da Educação Financeira Crítica, oferecido em um ambiente virtual de aprendizagem, que favorecem a interação de usuários que utilizam diferentes canais sensoriais.
Objetivos específicos	Avaliar se os cenários para investigação propostos contribuiu para a emergência da <i>matemacia</i> nos fóruns de discussão; apontar elementos que caracterizam criticidade nas discussões que envolveram Educação Financeira considerando aspectos do cotidiano dos participantes; caracterizar, diante das especificidades presentes na diversidade dos participantes, quais estratégias devem ser utilizadas pelo tutor durante as interações ocorridas nos fóruns.
Referencial teórico	Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2007, 2008, 2013); Princípios e Diretrizes do <i>Design</i> Universal (CUD, 1997) e <i>Design</i> Universal para Aprendizagem (CAST, 2012); entre outros.
Contextualização e metodologia	A presente pesquisa visa alinhar reflexões sobre Educação Financeira, Educação Inclusiva e Educação a Distância (EAD). O <i>lôcus</i> de pesquisa foi o ambiente virtual de aprendizagem <i>Moodle</i> e a coleta de dados ocorreu nos fóruns de discussão. A pesquisa foi organizada em quatro ciclos, cada um com duas fases. O primeiro ciclo contou com uma revisão de literatura, em que se procura levantar as barreiras encontradas por pessoas com deficiência. No segundo ciclo, nos debruçamos no <i>design</i> do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) e no <i>design</i> das tarefas que foram utilizadas no curso. O terceiro ciclo foi destinado à criação, desenvolvimento e aplicação de um curso de noções básicas de Educação Financeira, chamado Estudo Piloto a nove participantes, sendo quatro surdos, um cego e quatro sem deficiências. Ainda nesse ciclo, em sua segunda fase, procurou-se realizar o <i>redesign</i> , tanto do AVA quanto das tarefas, a partir da observação e dos resultados coletados nos fóruns de discussão. No último ciclo, aplicou-se novamente o curso redesenhado, nomeado de Curso Final, para dez pessoas, sendo quatro delas surdas, duas cegas, uma com deficiência visual, duas que declararam não possuir deficiências e uma que não revelou sua condição sensorial.
Resultados	Os resultados indicam que os cenários para investigação propostos no curso contribuíram para o desenvolvimento da <i>matemacia</i> e que as argumentações utilizadas nas interações nos fóruns de discussão estavam carregadas de criticidade, o que leva a crer que saber realizar cálculos matemáticos não é condição suficiente para a tomada de decisões financeiras. No que tange ao processo de acompanhamento do professor/ tutor em cursos à distância, diante das diversidades, barreiras e desafios, conseguiu-se apresentar uma proposta de sistema de tutoria que pode ser utilizado como um

	modelo inicial para cursos que atendam, inclusive, pessoas com deficiência. Por fim, evidenciou-se que o EAD, por meio de cursos estruturados com base em cenários para investigação que passamos a denominar Cenários para Investigação Inclusivos a Distância, pode ser uma alternativa à capacitação profissional de pessoas com deficiência.
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

A tese de Santos (2016) foi proveitosa para a minha pesquisa ao destacar aspectos da Educação Financeira Crítica, oferecidos em um ambiente virtual de aprendizagem, que favoreceram a interação entre os usuários. A utilização do ambiente virtual também é adotada na minha Tese e consta na metodologia (próximo capítulo) como instrumento de coleta de dados, seja com comentários dos alunos no fórum de discussão ou postagens das tarefas e questionários. Percebeu-se na prática da Tese e investigação piloto que os fóruns de discussão abertos para cada tarefa, proporcionaram um fortalecimento no aprendizado e maior interação da turma, desenvolvendo o pensamento crítico, como relatado por Santos (2016) no ensino de Educação Financeira.

Quadro 11: Educação Financeira e Sustentabilidade Ambiental: uma reflexão em aulas de Matemática do ensino médio

Autora	Cristiane Pizzolatto
Orientador	Prof. Dr. Edilson Pontarolo
Nível/ Local	Dissertação, Mestrado em Desenvolvimento Regional, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Ano	2019
Objetivo geral	Analisar possíveis mudanças na concepção de consumo voltadas à Sustentabilidade Ambiental, apresentadas por alunos do ensino médio ao participarem de práticas pedagógicas em Matemática Financeira, dirigidas à Educação Financeira e Ambiental.
Objetivos específicos	Investigar o conhecimento prévio dos alunos em Matemática Financeira e de que forma esta é associada por eles com Educação Financeira e Sustentabilidade Ambiental; planejar e desenvolver práticas pedagógicas em Matemática Financeira, baseadas na Educação Matemática Crítica, direcionadas à Educação Financeira visando à Sustentabilidade Ambiental; diagnosticar a concepção de consumo dos alunos relacionando Educação Financeira e Sustentabilidade Ambiental antes e após o desenvolvimento das práticas pedagógicas.
Referencial teórico	Skovsmose (2000, 2007, 2008); Kistemann (2011); Bauman (2008); Sen (2010); Sachs (2008); Latouche (2009); Leff (2010), Baudrillard (2008); Engels (1974); OCDE (2017); entre outros.
Contextualização e metodologia	A pesquisa de campo ocorreu por meio de intervenção pedagógica realizada em duas turmas de 3º ano do ensino médio, em um colégio localizado na zona urbana periférica de Pato Branco (PR), em aulas

	regulares de Matemática durante o primeiro semestre de 2018, com a professora da disciplina assumindo o papel de pesquisadora. Para a coleta de dados, empregou-se questionário semi-estruturado individual, utilizado como base para a preparação das práticas pedagógicas, grupo focal realizado antes e após as aulas e diário de campo que complementou a conclusão dos resultados. Para a leitura dos dados coletados adotou-se a técnica de análise de conteúdo.
Resultados	Os resultados da pesquisa demonstraram que uma quantidade significativa de estudantes apresentou, após a realização das práticas pedagógicas, a compreensão de que a Matemática ajuda a entender o mundo financeiro e contribui para a construção da criticidade em relação à sociedade de consumo e suas artimanhas que movem o mercado, sendo a Sustentabilidade Ambiental alvo de benefícios diante de tais mudanças de pensamento e quiçá, comportamento. A Educação Matemática Crítica, filosofia de ensino que alicerçou as práticas pedagógicas, foi de fundamental importância para desenvolvê-las de forma democrática, crítica e emancipatória.

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

A dissertação de Pizzolatto (2019) é relevante por relacionar a Educação Financeira com o tema Sustentabilidade Ambiental, na qual percebe-se que os resultados encontrados convergem para o que foi discutido na parte inicial da minha pesquisa: reaproveitamento de mercadorias para evitar compras desnecessárias e separação e reciclagem do lixo como método de Sustentabilidade. A redução do consumo como forma de dar um tempo para a natureza se recompor da exploração dos seus recursos também passou a ser vista, pelos alunos da pesquisa de Pizzolatto (2019), como necessária para a restauração ambiental. Sendo assim, esta conclusão seria uma das possibilidades de amenizar o que é tratado como princípio básico da Economia, em que as necessidades humanas são ilimitadas e os recursos são escassos.

Quadro 12: Educação Financeira: uma abordagem experimental

Autor	Kelson de Almeida Barroso
Orientador	Prof. Dr. Thiago Christiano Silva
Nível/ Local	Tese, Programa de Pós-Graduação em Economia, Universidade Católica de Brasília.
Ano	2019
Objetivo geral	Analisar experimentalmente questões versando sobre finanças e previdência complementar.
Objetivos específicos	Utilizar o método SVO Slider com o propósito de saber se determinados indivíduos apresentam diferenças no nível de Educação Financeira; ampliar a multidisciplinaridade entre a Economia e a Psicologia por meio do método comportamental SVO Slider para avaliar a tomada de decisão dos agentes, e; avaliar o grau de Educação Financeira e se este está correlacionado com o nível de conhecimento em previdência privada e se esta relação auxilia os

	indivíduos a tomarem decisões mais eficientes quando planejam aposentadoria.
Referencial teórico	Lusardi e Mitchell (2008, 2011); Beal e Delpachitra (2003); Bowlby (1984); Braunstein e Welch (2002); Bussab (1990, 1997); Chen e Volpe (1998); Christelis, Jappell e Padula (2010); Condon e Sanders (1974); Donohue e Levitt (2001), Kahneman e Tversky (2013); Kiliyanni e Sivaraman (2018), entre outros.
Contextualização e metodologia	Foram conduzidos experimentos de campo para estudar as determinantes da Educação Financeira dos indivíduos, utilizando vários componentes, incluindo: econômicos, sociais, biológicos e comportamentais. Por meio de questionários aplicados em 288 alunos de diferentes cursos de graduação da Faculdade La Salle, na região da Amazônia, avaliou-se o nível de Educação Financeira dos indivíduos e também as características comportamentais por meio da metodologia de Orientação de Valor Social - SVO.
Resultados	Nas análises observadas no tocante sexo, os homens demonstraram menor propensão ao uso do cheque especial, em comparação às mulheres. Há evidências no experimento que o sexo masculino é mais educado financeiramente do que o feminino. Os solteiros de maneira geral tendo ou não Educação Financeira irão fazer uso do cheque especial, diferentemente dos casados, que se mostraram mais contidos no uso desta modalidade de empréstimo. Ainda neste experimento estudou-se a relação entre conhecimentos em previdência privada e Educação Financeira. Pode-se dizer, em termos relativos, que há vestígios de que indivíduos com melhor Educação Financeira entendem mais sobre previdência privada, podendo facilitar suas decisões quando planejam aposentadoria. Nesse contexto, foi observado que pessoas que acreditam no governo como forma de financiamento exclusivo de sua aposentadoria são associadas a menores níveis de Educação Financeira. Fazendo uma análise de gênero, as mulheres foram as que mais concordaram que planejamento de aposentadoria é obrigação do governo, já que os resultados evidenciam que o público feminino tem menos conhecimentos em previdência privada. O componente emocional que caracteriza indivíduos como ansiosos está associado de maneira geral às pessoas que menos entendem de previdência privada, sendo consideradas avessas ao risco. Analisando o estado civil, os divorciados e os viúvos apresentaram maior conhecimento em previdência privada comparativamente aos solteiros e aos casados. Os resultados são robustos a diferentes especificações econométricas, incluindo saturação do modelo de efeitos fixos de gênero, raça, lateralidade, estado civil e período cursado na faculdade.

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

Os resultados da pesquisa de Barroso (2019) apontam poucos conhecimentos em relação à Educação Financeira e sobre planos de previdência privada, evidenciando que indivíduos menos educados financeiramente têm mais dificuldade de compreender os planos

PGBL e VGBL, entre outros. Sendo assim, são necessários mais estudos nessa área, o que torna apropriada a tarefa investigativa sobre previdência complementar (tarefa 8) elaborada nesta Tese. O trabalho de Barroso (2019) colaborou para a questão sobre a importância da Educação Financeira no comportamento dos agentes a longo prazo, notadamente no que concerne à concentração de planos de previdência privada em complemento com a aposentadoria tradicional do governo, além de destacar como variáveis como sexo, raça, lateralidade, estado civil, período cursado na faculdade, entre outros, interferem na Educação Financeira dos indivíduos.

Quadro 13: Educação Financeira: investigação com uma turma de 1º ano do ensino médio por meio de práticas colaborativas

Autor	Tcharles Schneider
Orientador	Prof. Dr. Ítalo Gabriel Neide
Nível/ Local	Dissertação, Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari.
Ano	2019
Objetivo geral	Investigar como oportunizar o processo de tomada de decisões financeiras de acordo com suas reais condições e prioridades, harmonizando desejos e necessidades ao planejamento financeiro.
Objetivos específicos	Discutir os possíveis impactos financeiros ocasionados pela influência dos grupos sociais na vida dos alunos; verificar como ocorre o processo de tomada de decisões financeiras pelos jovens; explorar conceitos da Matemática Financeira.
Referencial teórico	Cerbasi (2014); D'Aquino (2014); Capel e Martins (2012); Theodoro (2015); Vital (2014); Teixeira (2015); Kistemann (2011); Freitas e Jabbour (2011); Yin (2015); entre outros.
Contextualização e metodologia	O trabalho foi caracterizado como uma pesquisa qualitativa, com procedimentos que se assemelham a um estudo de caso de Yin (2015). Referentemente ao público e ao local de desenvolvimento da proposta, a mesma ocorreu com um grupo de 24 alunos do 1º ano do ensino médio do período matutino de uma escola pública, no município de Vera/ MT. A pesquisa foi organizada para 12 encontros, sendo 2 encontros semanais, e a coleta de dados ocorreu por meio de gravação de áudios, observação, caderno de campo do pesquisador, entrevistas coletivas através de rodas de conversas e análise dos documentos produzidos, como pesquisa de preços e planilhas de custo. O processo de análise das evidências foi realizado através das três fases de Freitas e Jabbour (2011), sendo que a análise dos dados foi realizada de forma descritiva.
Resultados	Os alunos, por unanimidade, reconheceram já terem feito algum tipo de compra por insistência do amigo. Uma compra incentivada pelos "amigos", muitas vezes, é caracterizada como um ato de "camaradagem", sinônimo de ser "legal". No caso dos estudantes pesquisados, eles se desfaziam de pequenos valores por coleguismo, sem pensar que estes poderiam-lhe fazer falta em um futuro

	<p>próximo. Segundo os alunos, os responsáveis por essa influência eram "geralmente os amigos mais próximos". Quanto à vaidade, as meninas confessaram que compravam produtos de beleza por indicação das "blogueiras". Além disso, atribuíam o valor e a qualidade dos produtos à marca, ou seja, quanto mais cara, melhor. Por fim, os estudantes compreenderam que a Educação Financeira não apenas ensina a economizar ou apresentar fórmulas prontas, mas, sim, a reconhecer, em suas atitudes financeiras, a coerência do processo de tomada de decisão avaliando a diferença entre necessidade, desejos e bem-estar. No entanto, a realização dos desejos não impõe ao indivíduo uma característica de analfabeto financeiro, uma vez que, ao suprimir todos os seus anseios em função do economizar, até poderá lhe garantir uma reserva de dinheiro, mas não o seu bem-estar.</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

Na dissertação de Schneider (2019) foi possível perceber que o aprimoramento do processo de tomada de decisão financeira está relacionado às atitudes financeiras, nas quais se deve avaliar a diferença entre necessidade, desejos e bem-estar. A pesquisa, também, chegou à conclusão de que os indivíduos, ao realizarem os seus desejos, não necessariamente são considerados analfabetos financeiros, pois ganharam bem-estar em vez de economizarem. No entanto, é importante avaliar o custo de oportunidade e pensar no bem-estar coletivo e não somente individual, é preciso avaliar a real necessidade de adquirir o produto, em função da escassez dos recursos e da Sustentabilidade do planeta. O conceito de Educação Financeira é mais amplo, ultrapassa o “economizar” e a análise individual, o que é abordado nesta Tese.

Cabe destacar que não foi encontrado qualquer trabalho no Banco de Teses da Capes, no período de 2014 a 2019, que relacionasse o conteúdo de Educação Financeira com Economia de uma maneira mais aprofundada, apenas com conceitos relativos à inflação, como mencionado por Vital (2014). Também não foi encontrado qualquer trabalho que analisasse os processos de ensino e de aprendizagem de Educação Financeira e Economia por meio de tarefas de investigação matemática e metacognição. Portanto, as teses e dissertações selecionadas foram proficientes para a pesquisa no sentido de perceber como o tema Educação Financeira vem sendo explorado na educação básica e ensino superior, quais os pontos de convergência (ensino de Educação Financeira com a utilização de conceitos da Matemática Financeira e metodologias inovadoras) e diferenciais da minha Tese (processos de ensino e aprendizagem de Educação Financeira com o estabelecimento de relações entre os temas Economia, Sustentabilidade e Matemática Financeira a partir da metodologia da investigação matemática

e questionamentos metacognitivos). Foi possível identificar, também, que vários autores citados na minha Tese são fonte no referencial teórico desses estudos.

A seguir serão analisados sete artigos, produzidos fora do Brasil, que estão relacionados ao foco/tema desta pesquisa (Investigação Matemática, Metacognição, Matemática Financeira e Educação Financeira). É importante salientar que, nos estudos internacionais lidos, também não foram encontrados trabalhos que relacionassem investigação matemática mais metacognição com Educação Financeira e/ou Matemática Financeira.

Para verificar como o tema Educação Financeira está sendo explorado em outros países, se existem estudos que relacionam Educação Financeira com Economia, metacognição e investigação matemática, foram utilizadas as seguintes palavras-chave no portal de periódicos da Capes e *Google* acadêmico, em português, espanhol e inglês, no período de 1990 à 2019: “ensino educação financeira”; “ensino educação financeira investigação matemática”; “educação financeira investigação matemática”; “financeira investigação matemática”; “educação financeira economia”; “metacognição educação financeira”; “metacognição matemática”; e após foi realizada a pesquisa com o conector “e” entre as palavras, em português, inglês e espanhol.

Foram encontrados 143 trabalhos na Universidade de Lisboa, alguns relacionados à investigação matemática ou formação docente, mas nenhum artigo sobre Educação Financeira ou Matemática Financeira com a utilização da investigação matemática e metacognição. Cabe destacar, também, que alguns autores dos artigos dos Quadros 14 a 19 são bastante citados em teses e dissertações nacionais na área de finanças. Portanto, os critérios de inclusão de trabalhos internacionais foram: estar no Banco de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES/ Brasil), *Google* Acadêmico e Biblioteca da Universidade de Lisboa (artigos sobre investigação matemática, de autoria de João Pedro da Ponte); pertencer à categoria de publicação artigos; tratar de: Educação Financeira e investigação matemática, Educação Financeira, Educação Financeira e Economia, Educação Financeira e Metacognição; e ter sido publicado nos últimos trinta anos.

Nos Quadros 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20 são destacados os autores, nome do periódico, ano de publicação, objetivos, referencial teórico, contextualização e resultados de cada um dos trabalhos¹³ analisados.

¹³ O título dos Quadros 14 a 20 se referem ao título dos artigos.

Quadro 14: ¿Consumidores o ciudadanos? Una propuesta de inserción de la Educación Económica y Financiera en la formación inicial docente

Integrantes	Marianela Denegri C., Carlos Del Valle R., Yéssica González G., Soledad Etchebarne L., Jocelyne Sepúlveda A., Diego Sandoval G.
Periódico e ano de publicação	Estudios Pedagógicos, 2014.
Objetivo	Detectar lacunas de conhecimento em Educação Econômica e Financeira, com base em pesquisas desenvolvidas no Chile e propor um modelo educacional de alfabetização econômica e financeira na formação inicial de professores.
Referencial teórico	Bauman (2007); Denegri e Martínez (2004); Denegri, Iturra, Palavecinos e Ripoll (1999); McElprang, Haskell e Jenkins (2005); Norvilitis, Sazblicki e Wilson (2003); Norvilitis Santa María (2002); PNUD (2002); Walstade Allgood (1999); Denegri e Martínez (2004); Yamane (1997); Denegri, Martínez e Etchebarne (2007); Lyons (2004); OCDE; PISA; entre outros.
Contextualização	O modelo econômico chileno aumentou o risco de operações financeiras em uma população com baixos níveis de alfabetização econômica. É preocupante a situação dos professores e estudantes de Pedagogia, devido ao impacto multiplicativo de seu comportamento sobre os futuros alunos. Tanto a alfabetização econômica como a alfabetização matemática são importantes para a alfabetização financeira. Propôs-se, então, um programa sistemático de Educação Econômica, com utilização de Matemática Financeira, para a formação inicial de professores que incorpora três aspectos: avaliação inicial; imersão teórica e reforço das competências de ensino com acompanhamento e orientação rigorosa durante o processo de formação; e avaliação final focada no desenvolvimento de um produto tangível pelos participantes. Assim, os professores serão futuros cidadãos críticos, reflexivos e ativos.
Resultados	Existe relevância dos cursos de Economia no desenvolvimento acadêmico de futuros professores, demonstrando que os professores que participam de um programa de Educação Econômica alcançam maior desenvolvimento em sua compreensão, conhecimento e gestão da Economia global e cotidiana, que tem um efeito positivo, tanto na sua própria vida financeira quanto na aprendizagem de questões econômicas pelos seus alunos. Os resultados indicam a precária formação econômica no currículo educacional e a necessidade de intervir em diferentes segmentos da população, especialmente professores e estudantes de Pedagogia. É necessário incorporar nos processos de formação inicial de professores aprendizagem de conceitos-chave de Economia. Foi proposto um modelo que pudesse integrar os componentes da Educação Econômica e seus conceitos de articulação com as diretrizes da OCDE, os conteúdos específicos e a metodologia didática em uma proposta de Educação Econômica para a formação inicial de professores.

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

O artigo Denegri *et al.* (2014) propõe um modelo de Educação Econômica na formação inicial do curso de Pedagogia para que os futuros professores possam ensinar, de fato, Educação Financeira. Denegri, uma das autoras de Denegri *et al.* (2014) é uma referência na América Latina em estudos que envolvem Educação Financeira e muito citada em teses, dissertações e artigos científicos no Brasil. Tanto este artigo Denegri *et al.* (2014) como outros da autora contribuíram para a minha pesquisa por explicitar a importância do conhecimento de Economia na alfabetização financeira dos alunos.

Quadro 15: The Economic importance of Financial Literacy: theory and evidence

Integrantes	Annamaria Lusardi e Olivia S. Mitchell.
Objetivos	Oferecer uma avaliação do quanto é importante entender de Economia para tomar melhores decisões com relação a planejamento financeiro, dívidas, empréstimos, acumulação de riqueza, investimentos e previdência; avaliar os efeitos da alfabetização financeira sobre importantes comportamentos, usando evidências sobre o que as pessoas sabem e quais grupos são os menos alfabetizados financeiramente.
Periódico e ano de publicação	Journal of Economic Literature, 2014.
Referencial teórico	Bruhn, Legovini e Zia (2012); Romagnolie Trifilidis (2013); Bernheime Garrett (2003); Clark e D'Ambrósio (2008); Clark, Morrill e Allen (2012); Duflo e Saez (2003, 2004); Lusardi e Keller (2008); Goda, Manchester e Sojourner (2012); Collins e O'Rourke (2010); entre outros. Foram utilizadas mais de 300 referências.
Contextualização	Mudanças no panorama previdenciário estão cada vez mais impelindo as pessoas a se responsabilizarem e saber que precisam entender e investir em planos privados para terem um ganho na sua aposentadoria, necessitam saber quanto investirem e por quanto tempo terão que economizar para terem uma vida digna na sua aposentadoria. Apesar da rápida disseminação de tais produtos (complexos) no mercado, as pessoas não estão letradas financeiramente ao ponto de tomarem decisões acertadas. Enquanto esses produtos têm as suas vantagens, eles também impõem às famílias uma responsabilidade muito maior para tomar decisões com relação a investimentos e financiamentos.
Resultados	A literatura investigada no trabalho mostrou que muitas pessoas ao redor do mundo são financeiramente analfabetas. Modelos econométricos e experimentos confirmam o impacto causal da alfabetização financeira na tomada de decisão econômica, na educação e capacidade cognitiva. Pesquisas sobre os esforços para melhorar a Educação Financeira sugerem que algumas intervenções funcionam bem, mas o trabalho experimental adicional é fundamental para controlar a endogeneidade e confirmar a causalidade. Modelos de poupança e tomada de decisão financeira devem ser enriquecidos para incorporar o fato de que o conhecimento financeiro é uma forma de capital humano. Pesquisa

	<p>experimental adicional seria útil para se aprender mais sobre as direções de causalidade entre conhecimento financeiro e bem-estar econômico, embora os primeiros resultados oferecidos sejam promissores. Indivíduos que obtêm conhecimento financeiro podem ganhar acima da média em seus investimentos. O conhecimento financeiro tem implicações importantes para o bem-estar, e essa perspectiva também oferece <i>insights</i> sobre programas destinados a aumentar os níveis de conhecimento financeiro na maior parte da população. Além disso, a literatura analisada permitiu afirmar o impacto da alfabetização financeira na tomada de decisão nos Estados Unidos e no exterior.</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

O artigo de Lusardi e Mitchell (2014) foi valioso na minha pesquisa ao confirmar o que penso em relação aos conteúdos que deveriam constar nas tarefas de investigação matemática sobre Educação Financeira. Além disso, as autoras corroboram o valor do conhecimento de Economia para que as pessoas façam melhores escolhas financeiras e destacam que a maioria das pessoas em todo o mundo são consideradas analfabetas financeiramente, por isso a necessidade de se estudar Educação Financeira.

Quadro 16: The impact of Financial Education in high school and college on financial literacy and subsequent financial decision making

Integrantes	Lewis Mandell
Periódico e ano de publicação	Handbook of Consumer Finance Research, 2009.
Objetivo	Examinar evidências sobre a eficácia da educação em finanças pessoais tanto na Educação Financeira quanto no comportamento financeiro.
Referencial teórico	Apoiar a eficácia da educação na promoção do comportamento financeiro auto-benéfico é um artigo bem conhecido de Bernheim, Garrett e Maki (2001), que vinculou o ensino médio exigido em finanças pessoais a níveis mais altos de poupança, décadas depois, na meia idade. Por outro lado, cinco pesquisas de alunos do ensino médio conduzidas desde 2000 pela Jump Start Coalition (MANDELL 2001, 2002, 2004, 2006, 2009) não mostram que os alunos que fizeram um curso de duração de um semestre em finanças pessoais são mais alfabetizados financeiramente do que as que não receberam a educação.
Contextualização	Muitos consumidores parecem não ter conhecimento de Educação Financeira necessário para tomar decisões financeiras de seu interesse. Um número crescente de analistas e políticos tem culpado a interseção de baixos níveis de alfabetização financeira com produtos complexos, projetados financeiramente para o atual colapso econômico e propuseram uma série de soluções para este problema. Essas soluções vão desde a educação obrigatória em

	<p>finanças pessoais até a simplificação exigida dos produtos financeiros e o aumento da regulamentação. Este artigo baseia-se na primeira amostra nacional de estudantes universitários de graduação em período integral, concebida para medir a alfabetização financeira e o comportamento financeiro. A pesquisa foi realizada em 2008 e questionou os entrevistados sobre a Educação Financeira que receberam no ensino médio e faculdade. Uma vantagem de entrevistar universitários é que são legalmente adultos e já devem tomar muitas decisões financeiras. Uma segunda vantagem é que a capacidade de lembrar cursos relacionados a finanças pessoais provavelmente será melhor agora do que no futuro.</p>
Resultados	<p>Existem poucas evidências que os cursos de ensino médio (ou faculdade) em finanças pessoais aumentam a alfabetização financeira. Porém, há evidências convincentes de que tais cursos melhoram o comportamento financeiro. Essas descobertas ajudam a reconciliar os resultados dos levantamentos do JumpStart e os de Bernheim, Garrett e Maki e justificam a continuação de tais cursos, embora os resultados, conforme medidos tradicionalmente, não sejam encorajadores. Uma hipótese é que grande parte do conteúdo do curso não é percebido pelos estudantes, que são muito jovens, como sendo relevantes para o futuro imediato e pode ser prontamente esquecida, à semelhança do que ocorreria com um curso de trigonometria. No entanto, diversamente da trigonometria, uma aula sobre finanças pessoais é pessoal e o professor tem a possibilidade de estimular emoções como o medo da pobreza, a falta de dinheiro ou até mesmo gastar mais dinheiro do que se tem em uma conta. Essas emoções podem permanecer adormecidas até que o aluno tenha a necessidade e a capacidade de recorrer a elas.</p>

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

O artigo de Mandell (2009) conclui que os cursos de finanças pessoais realizados no ensino médio ou na faculdade parecem ter pouco impacto positivo na alfabetização financeira dos alunos. Apesar de alguns estudantes começarem a economizar desde cedo e outros mais à frente, os cursos não contribuem no letramento financeiro dos alunos, apenas no seu comportamento futuro. O artigo foi útil no sentido de explicitar que é preciso adotar metodologias inovadoras no ensino, que instiguem o aluno ao aprendizado e ao desenvolvimento do pensamento crítico, a fim de que esteja capacitado a tomar melhores decisões com relação aos produtos e serviços financeiros oferecidos no mercado. Após o estudo deste artigo, fiquei me perguntando: como o ensino de Educação Financeira a partir da investigação matemática é capaz de despertar o interesse dos alunos pelo assunto? O conteúdo é aprendido? Nesse sentido, foi importante verificar se os alunos aprenderam Educação Financeira, por meio das tarefas investigativas propostas nesta Tese.

O artigo de Mandell (2009) nos alerta para fatos que realmente são perceptíveis na nossa sociedade. As pessoas começam a poupar com medo do futuro ou por precaução, confiam no que é oferecido pelos bancos, seja para investimentos ou financiamentos, mas a maioria não dispõe de entendimento claro sobre finanças a ponto de escolher a melhor alternativa e ser crítico para questionar o que está sendo oferecido.

Quadro 17: An analysis of personal financial literacy among college students

Integrantes	Haiyang Chen e Ronald P. Volpe
Periódico e ano de publicação	Financial Services Review, 1998.
Objetivo	Fornecer evidências de alfabetização em finanças pessoais entre estudantes universitários; examinar porque alguns estudantes universitários são relativamente mais entendidos do que outros. A análise pode ajudar a identificar fatores que determinam o nível de competência possuído por estudantes universitários; e examinar como o conhecimento de um aluno influencia suas opiniões e decisões sobre finanças pessoais e problemas cotidianos.
Referencial teórico	Mandell (1997); EBRI (1995); KPMG (1995); PSRA (1996, 1997); Oppenheimer Funds/ Girls Inc. (1997); Vanguard Group/ Money Magazine (1997); HSR (1993); Hira (1993); O'Neill (1993); Bakken (1967); CFAJAMEX (1991); HSR (1993); Langrehr (1979); NAEP (1979); entre outros.
Contextualização	A capacidade de gerir as finanças pessoais tornou-se cada vez mais importante nos dias de hoje. As pessoas devem planejar investimentos de longo prazo para a aposentadoria e educação dos filhos. Elas também devem decidir sobre Economia de curto prazo e empréstimos para férias, pagamento de uma casa, empréstimo de carro e outros itens caros. Além disso, as pessoas devem gerenciar suas próprias necessidades médicas e de seguro de vida. Infelizmente, estudos mostraram que os americanos têm conhecimento inadequado de finanças. Este estudo pesquisa 924 estudantes universitários de várias universidades dos Estados Unidos para examinar sua alfabetização financeira pessoal, a relação entre a alfabetização e as características dos alunos e o impacto da alfabetização nas suas opiniões e decisões.
Resultados	Embora as perguntas incluídas na pesquisa sejam razoavelmente básicas, a média geral de respostas corretas para a pesquisa é de cerca de 53%. Nenhum dos escores médios para cada área de interesse geral (conhecimento), poupança e empréstimos, seguros e investimentos estão acima de 65%. De longe a área mais fraca é a do investimento, no qual, em média, 40% dos participantes responderam às perguntas corretamente. Níveis mais baixos de alfabetização financeira são encontrados entre os subgrupos. Eles incluem aqueles que são não-profissionais, estudantes de classes mais baixas, mulheres, estudantes com menos 30 anos e pouca experiência de trabalho. Verifica-se também que os participantes com menos conhecimento tendem a manter opiniões incorretas e

	tomar decisões erradas nas áreas de interesse geral. A capacidade preditiva do conhecimento de finanças pessoais demonstra que melhorar o conhecimento de estudantes universitários é fundamental. Sem conhecimento adequado, eles cometerão erros no mundo real. Os estudantes universitários não têm conhecimento sobre finanças pessoais. Os achados deste estudo sugerem que há uma falta de Educação Financeira pessoal em nosso sistema educacional. A falta de educação resultou em grave analfabetismo financeiro encontrado nos americanos. Essa questão desafiadora precisa ser tratada.
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

O artigo de Chen e Volpe (1998) conclui que os estudantes universitários precisam melhorar seus conhecimentos de finanças e Economia, pois, sem conhecimento adequado, cometerão erros no mundo real. A incompetência limitará a capacidade de tomar decisões financeiras. O estudo revelou que existe uma falta de Educação Financeira pessoal no sistema educacional americano e, quando os indivíduos não conseguem administrar suas finanças, isso se torna um problema para a sociedade que precisa ser solucionado.

A pesquisa evidenciou que o conhecimento de Educação Financeira não está vindo das escolas e/ou universidades ao destacar que o rendimento no teste foi mais baixo para estudantes desempregados ou pouca experiência de trabalho, mulheres e estudantes com menos de 30 anos ou de baixa renda. O artigo de Chen e Volpe (1998), ao destacar a importância do estudo de finanças pessoais e o quanto o sistema educacional precisa mudar para que os alunos tenham acesso a esse conteúdo e realmente aprendam, contribuiu para a reflexão e importância desta minha pesquisa, em particular por ter realizado o trabalho em curso de Licenciatura em Matemática (habilita o aluno para ser professor). Foi possível refletir sobre a preocupação de diversos pesquisadores do mundo, como estão conduzindo suas pesquisas no ensino superior e o que pode ser feito para que a Educação Financeira aconteça na escola e se torne um tema atrativo para todos os alunos, independente de nível social, sexo, idade e situação profissional.

Quadro 18: Financial literacy among turkish college students: the role of formal education, learning approaches, and parental teaching

Integrantes	Elif Akben-Selcuk e Ayse Altiok-Yilmaz
Periódico e ano de publicação	Psychological Reports: Employment Psychology & Marketing, 2014.
Objetivo	Investigar os fatores que afetam a alfabetização financeira entre os estudantes universitários turcos.
Referencial teórico	Lusardi (2008); Lusardi e Mitchell (2007); Wickramasinghe e Gurugamage (2012); Huston (2012); Danes (1994); Danes e Hira (1987); Hira (2002); OCDE (2012); Volpe (1996); Goldsmith

	(1997); Chen e Volpe (1998, 2002); Mandell (2009); Lusardi (2010); Jorgensen (2007); Altintas (2011); entre outros.
Contextualização	Alfabetização financeira é essencial para tomar decisões e melhorar o bem-estar financeiro das famílias. O analfabetismo financeiro dos consumidores leva a decisões econômicas ineficientes, menor poupança e maior custo de empréstimos. Estudantes universitários constituem uma amostra útil para investigar alfabetização financeira, já que o conhecimento financeiro é crítico para jovens consumidores de 18 a 30 anos de idade. Os alunos que são analfabetos financeiros enfrentam dificuldades financeiras que continuam em anos posteriores. Quanto melhor for a alfabetização financeira quando saem da faculdade, menos problemas financeiros eles podem enfrentar na vida real. O aumento da alfabetização financeira é ainda mais importante no desenvolvimento de Economias emergentes, nas quais os consumidores têm pouca experiência com sistemas financeiros. A alfabetização financeira foi medida pelo Colégio <i>Student Financial Literacy Survey</i> , que avalia o conhecimento em quatro áreas: gestão financeira, poupança e empréstimos, seguros e investimentos. 853 estudantes participaram da pesquisa (416 homens, 437 mulheres; média de idade = 20,3 anos).
Resultados	Apresentaram um maior conhecimento financeiro: estudantes do sexo masculino, com mais idade, empregados, com mais renda, que têm mais tempo para estudar, procuram por mais cursos de finanças, têm conhecimento de Economia, pais com ensino superior e pais que trabalham em turno integral. Os resultados mostraram que a educação formal de finanças na faculdade, com uma abordagem profunda de aprendizagem, bem como o ensino financeiro vindo da família foram significativamente associados a um maior nível financeiro de alfabetização pelos estudantes. Mais pesquisas poderiam investigar o efeito de variáveis explicativas adicionais, tais como fatores motivacionais, etnia, comportamento financeiro ou a cidade de origem dos estudantes, que conduzam a uma maior pontuação quanto ao conhecimento financeiro.

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

O artigo de Akben-Selcuk e Altiok-Yilmaz (2014) conclui que a Educação Financeira deve começar em casa, e uma abordagem valiosa poderia ser a criação de um módulo de ensino para os alunos compartilharem com seus pais, um projeto financeiro que fosse analisado e discutido em família. Os pais precisam estar cientes do papel que têm e devem discutir questões financeiras com seus filhos, assim como mostrar interesse pelo conteúdo que está sendo ensinado na escola e/ou universidade.

O estudo de Akben-Selcuk e Altiok-Yilmaz (2014) cooperou com a minha pesquisa não somente por constatar que os alunos com maior conhecimento de Economia atingiram maior pontuação de letramento financeiro, como também por destacar a importância da família

na Educação Financeira. Foi percebido o quanto a tarefa proposta de orçamento financeiro e outras tarefas de investigação matemática podem ser discutidas em casa com seus familiares, sejam pais, irmãos, filhos, cônjuge, ou seja, a Educação Financeira não deve ficar somente em sala de aula.

Os autores sinalizam que fatores motivacionais podem influenciar positivamente na alfabetização financeira. Portanto, o artigo também contribui no sentido de explicitar que quando o professor foca na aprendizagem efetiva do aluno, o conhecimento de Educação Financeira aumenta. Nesse contexto ficou o questionamento: será que as tarefas de investigação matemática são capazes de tornar os alunos mais motivados e interessados em resolver o problema, favorecer a aprendizagem e o aumento no nível de conhecimento financeiro por parte do aluno?

Quadro 19: The influence of metacognition in mathematical problem solving

Integrantes	Izzati, L. R.; Mahmudi, A.
Periódico e ano de publicação	Journal of Physics: Conference Series 1097 - 012107, 2018.
Objetivo	Analisar a influência da metacognição na resolução de problemas matemáticos em alunos de baixo, médio e alto desempenho.
Referencial teórico	Walle, Karp e Bay-Williams (2010); Wena (2011); Foshay e Kirkley (2003); Schoenfeld (1985); Tzohar-Rozen e Kramarski (2014); Yoong (2013); Mokos e Kafoussi (2013); Flavell (1978, 1979); Gama (2004); Schraw e Dennison (1994); Anderson e Krathwohl (2010); Barbacena e Sy (2015); Abdullah, Rahman e Hamzah (2017); Ozsoy e Ataman (2009); Desoete, Roeyers e Buysse (2001); Kazemi, Fadae e Bayat (2010), entre outros.
Contextualização	Foi realizada uma pesquisa para encontrar estudos empíricos sobre a influência da metacognição em resolução de problemas matemáticos. A pesquisa foi realizada com a palavra-chave “Matemática” adicionada com as palavras-chave específicas referentes aos subdomínios deste estudo “Metacognição” e “Matemática Solução de Problemas”. Além da Matemática, foram utilizadas as seguintes palavras-chave no resumo para definir esta pesquisa: “Resolução de Problemas Matemáticos, Metacognição/ Metacognitiva”. Os estudos foram incluídos na análise baseada nos seguintes critérios: o artigo é publicado em um periódico científico; o estudo é executado em educação formal; o estudo visa explicitamente analisar a influência da metacognição na resolução de problemas matemáticos com desempenho baixo, médio e alto dos alunos; e o número de alunos no estudo é apropriado para as análises desta pesquisa. Após a primeira seleção, muitos estudos foram descartados por não se enquadrarem nos critérios mencionados acima. Por exemplo: eles não eram sobre metacognição ou resolução de problemas matemáticos ou não foram executados em ambientes

	educacionais. Após leitura atenta, 10 estudos foram admitidos para análise.
Resultados	Vários estudos destacam que as estratégias metacognitivas podem melhorar as habilidades de resolução, de modo que os alunos estão acostumados a aprender usando sua metacognição. Alguns estudos também evidenciaram que os alunos com alta metacognição também têm alta capacidade de resolução de problemas. Disso decorre que os alunos que utilizam sua metacognição de maneira ideal terão boas habilidades para resolver problemas. A conclusão desta pesquisa é que a metacognição tem influência positiva na resolução de problemas matemáticos. Quanto maior a metacognição dos alunos, melhor será a sua capacidade de resolver problemas matemáticos.

Fonte: Elaboração própria com base no Banco de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil, 2020.

O artigo de Izzati e Mahmudi (2018) trata de uma revisão de dez artigos sobre a relação da metacognição com a resolução de problemas matemáticos. A metacognição é um fator importante na resolução de problemas matemáticos. Segundo os autores, a metacognição é a capacidade de monitorar e controlar nossos próprios pensamentos, como se abordar um problema e como se escolher as estratégias para encontrar uma solução. Para resolver problemas matemáticos é necessária a análise do problema, o planejamento da estratégia a ser usada para resolver o problema, a realização da estratégia planejada e a verificação final de que se o raciocínio está correto em todas as etapas previstas.

Portanto, de acordo com os autores, a metacognição é necessária para a resolução “bem-sucedida” de problemas matemáticos. O artigo conclui que, quanto maiores as habilidades metacognitivas, mais facilidade os alunos terão na resolução de problemas matemáticos. Isso se justifica porque na metacognição o aluno recorre à sua estrutura cognitiva para descobrir o que sabe sobre o problema, formula conjecturas, adota estratégias de resolução, detecta possíveis erros e valida os resultados encontrados, como ocorreu na prática desta Tese.

Os licenciandos em Matemática tiveram experiência real em sala de aula (graduação), recorreram à sua estrutura cognitiva para resolver as tarefas investigativas de Educação Financeira e Economia, responderam ao questionário metacognitivo de cada tarefa e participaram dos fóruns de discussões e em aula. Esse foi o diferencial da minha Tese, na qual foi possível identificar a presença da metacognição na resolução das tarefas investigativas, questionários, discussões no fórum e em sala sobre o tema Educação Financeira e a sua relação com a Matemática Financeira, Economia e Sustentabilidade.

Quadro 20: A Metacognitive Approach to Financial Literacy

Integrantes	Antonietti, A.; Borsetto, A.; Iannello, P.
Periódico e ano de publicação	International Handbook of Financial Literacy, 2016.
Objetivo	Delinear uma abordagem na Educação Financeira, utilizando e integrando algumas contribuições de ambos os campos da Educação Financeira e psicologia cognitiva em um consistente quadro teórico.
Referencial teórico	Berti e Bombi (1988); Duflo e Saez (2003); Legrenzi e Cervellin (2011); Lusardi (2008); Lyons <i>et al.</i> (2006); Mastrobuoni (2011); Roa Garcia (2013), OCDE (2005); Barberis e Thaler (2003); Shefrin (2002); Bernheim <i>et al.</i> (2001); Gross <i>et al.</i> (2005); Bernheim e Garrett (2003); Lusardi e Mitchell (2007); Mandell e Klein (2007); Danes e Haberman (2007); Carpena <i>et al.</i> (2011); entre outros.
Contextualização	A abordagem metacognitiva, que enfatiza a necessidade dos indivíduos refletirem sobre os seus processos mentais, que são ativados, quando enfrentam uma tarefa (SERRA; METCALFE, 2009) tem-se mostrado uma perspectiva promissora em ambientes educacionais (HOFER; SINATRA, 2010) ao promover a capacidade de identificar as estratégias relevantes a serem aplicadas em uma situação e autorregular o comportamento (DISMORE <i>et al.</i> , 2008). Aplicada à Educação Financeira, tal abordagem sugere que uma pessoa, ao fazer uma decisão financeira, deve, por um lado, possuir conhecimento relevante em relação a essa questão e, por outro lado, ser capaz de identificar qual sistema mental é mais relevante para o caso específico. Sendo assim, o artigo começa com a descrição de três diferentes modos de pensar e relaciona-os às decisões financeiras, destacando seus pontos fortes e limites.
Resultados	O artigo fornece ao leitor uma descrição da abordagem metacognitiva que visa promover a capacidade do indivíduo identificar as estratégias relevantes a serem aplicadas em uma situação específica. Essa abordagem pode ajudar as pessoas a gerenciar os três sistemas de pensamentos de forma adequada e flexível para tomar decisões financeiras eficazes. Cabe destacar que nenhum dos três sistemas mentais, modos de pensar, é absolutamente melhor do que os outros, uma vez que são tipos qualitativamente diferentes de processamento de informações. A eficácia de uma decisão financeira depende da capacidade do indivíduo selecionar e adaptar o modo específico de pensar que melhor se adapta à situação.

Fonte: Elaboração própria com base no *Google Acadêmico*, Brasil, 2020.

O artigo de Antonietti, Borsetto e Iannello (2016), conforme Quadro 20, delineou uma possível abordagem alternativa em Educação Financeira, no que diz respeito à metacognição como um fator crucial e relevante para que programas de Educação Financeira sejam eficazes. Baseando-se em contribuições específicas tanto do campo da alfabetização financeira como da psicologia cognitiva, propôs um sistema integrado que ainda é puramente conceitual. Segundo

os autores, o próximo passo desse estudo será projetar programas de treinamento para melhorar a Educação Financeira. Uma etapa posterior dessa abordagem será a aplicação do teste empírico para verificação da eficácia de tais programas. A perspectiva teórica subjacente ao artigo é principalmente individualista, ou seja, estreita o foco para os processos mentais individuais.

Esse artigo foi de grande importância para a minha Tese, por ser o único encontrado que associa a metacognição ao ensino de Educação Financeira. No entanto, como o próprio artigo anuncia, as pessoas não vivem isoladas e, portanto, pistas contextuais, que desempenham um papel importante nas escolhas financeiras diárias, como as questões relacionadas à sustentabilidade/esgotamento dos recursos ambientais, devem ser adequadamente levadas em consideração.

Nesse sentido, suprimindo a lacuna referida, a presente Tese adotou a interação entre pequenos grupos, a socialização das atividades e os questionamentos do professor em todos os momentos da prática pedagógica, a partir da investigação matemática. Sendo assim, é fundamental associar a metacognição ao ensino de Educação Financeira e à investigação matemática (metodologia escolhida nesta Tese) para desenvolver o pensamento metacognitivo dos alunos e, conseqüentemente, seus processos decisórios financeiros.

Por fim, cabe destacar que este capítulo, além de sustentar e destacar a relevância deste estudo, teve a finalidade de contribuir na metodologia utilizada que será exposta a seguir, tendo em vista que as respostas dos alunos foram analisadas à luz dos referenciais teóricos discutidos neste trabalho. O propósito foi responder ao problema de pesquisa, isto é, como a investigação matemática pode colaborar no ensino e na aprendizagem de Educação Financeira e Economia, com alunos de um curso de licenciatura em Matemática?

3. CONTEXTUALIZANDO A PESQUISA

Neste capítulo serão apresentados os aspectos metodológicos da pesquisa e os procedimentos relacionados à prática pedagógica. A primeira seção trata dos fundamentos metodológicos, ou seja, características do estudo, instrumentos de coleta de dados (gravação nos pequenos grupos, filmagem com o grande grupo, fórum de discussão, questionário sobre o conhecimento de Educação Financeira, questionário metacognitivo e entrevista), análise de dados, assim como o ambiente e sujeitos da pesquisa. A segunda seção faz referência ao desenvolvimento da prática pedagógica, o que foi realizado, quando, como e quais foram os objetivos das tarefas de investigação matemática.

3.1 Procedimentos Metodológicos

De acordo com Gil (2002, p. 44), pode-se definir pesquisa “como o processo que tem por finalidade descobrir respostas para os problemas mediante a utilização de procedimentos científicos. A pesquisa constitui o processo de operacionalização do método científico”. Pesquisar é encontrar respostas para as questões-problema apresentadas, investigar o que não se sabe, a partir de métodos científicos. Portanto, para compreender como as tarefas investigativas podem contribuir para o ensino de Educação Financeira e Economia dos alunos de um curso de licenciatura em Matemática, foi escolhida a abordagem qualitativa, com o propósito de compreender como acontecem os processos de ensino e aprendizagem, sem levar em consideração aspectos quantificáveis. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), na pesquisa qualitativa o relevante é a maneira como algo acontece.

Minayo (2010, p. 21) complementa que “a pesquisa qualitativa trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes”. Portanto, o pesquisador não está interessado somente no produto final, mas no processo, no significado dos pensamentos e no modo de ser das pessoas. Nesse sentido, a pesquisa qualitativa, segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 31-32), “não se preocupa com

representatividade numérica, mas com a compreensão de um grupo social, com aspectos da realidade que não podem ser quantificados”. Assim, esta Tese caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, pelo fato de não levar em consideração dados numéricos, especialmente em razão do estudo estar relacionado ao significado, à compreensão e interpretação dos processos de ensino e aprendizagem de Educação Financeira e Economia por meio do desenvolvimento das tarefas investigativas. Para contextualizar este estudo, saliento que foi realizada uma intervenção didática na Universidade Federal do Rio Grande (FURG), na disciplina de Matemática Financeira do curso de licenciatura em Matemática, com o devido consentimento, conforme Apêndice 1.

A disciplina de Matemática Financeira é semestral e está posicionada no 6º semestre da grade curricular. Porcentagem, problemas de capitalização simples e composta, descontos, financiamentos, sistemas de amortizações de empréstimos, análise de investimentos fazem parte da sua ementa. O objetivo geral da disciplina de Matemática Financeira é demonstrar como a Matemática Financeira pode colaborar na vida cotidiana dos cidadãos, por ser um ramo da Matemática Aplicada que trata o valor dos bens e da moeda ao longo do tempo. As habilidades que estão previstas para os alunos são: utilização de modelos financeiros no cotidiano e ampliação do senso crítico para o pleno exercício da cidadania no processo de tomada de decisões financeiras mais racionais em seu cotidiano.

As tarefas investigativas propostas nesta pesquisa atendem não somente à BNCC (BRASIL, 2017) como também ao objetivo e habilidades previstas na disciplina de Matemática Financeira do curso investigado. Cabe destacar, ainda, que as atividades como foram exploradas com Licenciandos de Matemática (futuros professores de Matemática) foram planejadas para poderem ser utilizadas com alunos do ensino médio da escola básica, podendo ser adaptadas para os alunos do ensino fundamental. Assim, as tarefas investigativas contribuem para a formação inicial dos licenciandos, ao estabelecer relações entre a disciplina e os conceitos de Educação Financeira, Economia e o tema Sustentabilidade, o que os ajudará na sua prática, posteriormente.

O estudo desta Tese foi desenvolvido em doze aulas, no período da noite (cada aula/dia com duração de, aproximadamente, 2,5 horas) com duas turmas: a primeira prática pedagógica foi realizada com uma turma de 8 licenciandos em Matemática no ano de 2018 e, a segunda, com 12 licenciandos no ano de 2019, conforme Quadro 21 a seguir:

Quadro 21: Participantes da Pesquisa (por turma/ano)

Alunos – Turma 2 (2018)	Alunos – Turma 1 (2019)
A13	A1
A14	A2
A15	A3
A16	A4
A17	A5
A18	A6
A19	A7
A20	A8
	A9
	A10
	A11
	A12

Fonte: Elaboração própria (2020).

Por questões éticas, não são divulgados os nomes dos participantes, identificados de A1 a A20. Cabe ressaltar que o tamanho da amostra é igual ao número total de alunos que continuaram matriculados e assíduos na disciplina no segundo bimestre.

A respeito do perfil dos vinte participantes da pesquisa, a maioria é do sexo masculino (treze licenciandos), solteiros, sem filhos, 50% são apenas estudantes, com renda proveniente de bolsa de iniciação científica e/ou mesada dos pais. A maior parte dos participantes é jovem, com idade entre 18 e 28 anos, não possui seguro de vida e plano de previdência complementar, considera-se consumista, gasta quase toda a sua renda em bens essenciais e não possui o hábito de fazer planilha de orçamento pessoal e aplicações financeiras. Em contrapartida, os participantes não possuem financiamentos, moram com os pais ou de aluguel, possuem conta-corrente ou poupança e 50% dos alunos não utilizam o cheque-especial.

Os dados da pesquisa emergiram das duas práticas pedagógicas e foram coletados por meio de gravações das discussões das tarefas investigativas em sala de aula (pequenos grupos), filmagens da socialização das resoluções das tarefas investigativas em sala de aula (grande grupo), registro no caderno das dez tarefas de investigação matemática no qual foram postadas no ambiente virtual (por grupo), questionários aplicados e postados (individual), discussões no fórum do ambiente virtual (individual) e entrevista (individual), conforme nomenclatura do Quadro 22:

Quadro 22: Instrumentos de Coleta de Dados – Nomenclatura

Sigla	Instrumento
TI	Tarefa Investigativa
G	Gravação (pequenos grupos)
F	Filmagem (grande grupo)

QM	Questionário Metacognitivo
QI	Questionário Inicial
FD	Fórum de Discussão
E	Entrevista

Fonte: Elaboração própria (2020).

Na aula inaugural foi utilizado o primeiro instrumento de coleta de dados. Cada aluno respondeu a um Questionário Inicial (QI) (Quadro 23), com perguntas fechadas e abertas, sobre Educação Financeira e conceitos de Economia (individualmente), com o propósito de atender a um dos objetivos específicos deste estudo: investigar o perfil do aluno e o seu conhecimento sobre o tema. Segundo Marconi *et al.* (2003), as perguntas abertas possibilitam uma análise aprofundada sobre o pensamento do sujeito, em função deste poder expressar as suas ideias, utilizando linguagem própria.

Quadro 23: Questionário Inicial: Conhecimento de Educação Financeira e Economia – QI

<p>DADOS INICIAIS:</p> <p>Sexo: () Feminino () Masculino</p> <p>Idade: _____</p> <p>Estado civil: () Solteiro () Casado () Separado () Divorciado () Viúvo</p> <p>Tem filhos? () Não () Sim Quantos: _____</p> <p>É somente estudante? () Não () Sim</p> <p>Tem emprego, bolsa ou estágio remunerado? () Não () Sim Onde: _____</p> <p>Conta corrente e/ou poupança ou nenhuma conta? _____</p> <p>Utiliza cartão de crédito? () Não () Sim () Às vezes</p> <p>Utiliza o limite do cheque especial? () Não () Sim () Às vezes</p> <p>Tem algum plano de previdência? () Não () Sim</p> <p>Seguro de vida? () Não () Sim</p> <p>Possui carro ou moto? _____</p> <p>Casa própria, alugada ou mora com os pais? _____</p> <p>RESPONDER:</p> <p>01) O que você entende por Matemática Financeira?</p> <p>02) O que você entende por Educação Financeira?</p> <p>03) O que você entende por Investigação Matemática?</p> <p>04) O que você entende por Economia? Considera importante? Justifique a sua resposta.</p> <p>05) Para entender de Educação Financeira é preciso ter conhecimento de Matemática Financeira e/ou Economia? Justifique a sua resposta.</p> <p>06) Você acredita que a Escola Básica contribuiu na sua Educação Financeira? E a Universidade? E sua Família? Justifique a sua resposta.</p>

- 07) Como, onde e por quanto tempo você adquiriu conhecimento sobre Educação Financeira? O que você aprendeu?
- 08) Você já é professor(a)? Se sim, ensina Educação Financeira para seus alunos? O quê?
- 09) Na sua opinião, o que falta nas Escolas e Universidades para ensinarem Educação Financeira?
- 10) Você se considera econômico ou consumista? Por que?
- 11) Como costuma tomar as suas decisões com relação ao consumo? Justifique a sua resposta.
- 12) Como você se organiza financeiramente?
- 13) Tem o hábito de fazer uma planilha (orçamento doméstico)? Periodicidade? Como é feita?
- 14) Em que você gasta o seu dinheiro?
- 15) Você costuma guardar dinheiro? Quais as formas de investimento?
- 16) Você consegue administrar o seu dinheiro, de maneira que não falte até o final do mês? Quais são as suas estratégias? Acredita ser um consumidor racional?
- 17) Você possui algum financiamento? Que tipo?
- 18) Qual o percentual da sua renda que vai para o consumo e poupança?

Fonte: Elaboração própria (2020).

No que concerne aos instrumentos de coleta de dados Gravador (G) e Filmagem (F), Brum (2012) ressalta a importância de gravadores e filmadoras para que os momentos sejam registrados e o pesquisador-observador não perca qualquer detalhe. No decorrer das dez tarefas investigativas que foram desenvolvidas, em cada mesa de estudo havia um gravador¹⁴, que era entregue no final da aula, com o objetivo de capturar as discussões ocorridas nos pequenos grupos. Os trabalhos em pequenos grupos, segundo Masetto (2003, p. 119) “agregam em si a possibilidade de desenvolver vários aspectos de aprendizagem: aprofundamento de conhecimento, compreensão do assunto, habilidade de trabalhar em grupo, ouvir, dialogar e aprender com colegas”. Assim, os licenciandos em Matemática deste estudo foram separados em pequenos grupos, mediante a escolha de uma palavra (*Ensino, Economia, Finanças, Matemática*); aqueles que escolheram a mesma palavra ficaram juntos, conforme Quadro 24 que segue:

¹⁴ Importante instrumento de coleta de dados, tendo em vista que muitas vezes os acontecimentos não são lembrados ou/e podem ser distorcidos nas anotações do pesquisador e registros dos alunos (MARCONI; LAKATOS, 2003).

Quadro 24: Grupos e Licenciandos (por turma)

		GRUPOS							
		Turma 1				Turma 2			
		A	B	C	D	E	F	G	H
ALUNOS	A1	A4	A7	A10	A13	A14	A15	A16	
	A2	A5	A8	A11	A20	A19	A18	A17	
	A3	A6	A9	A12					

Fonte: Elaboração própria, com base nos participantes da pesquisa (2020).

As filmagens ocorreram no momento de socialização das tarefas investigativas para o grande grupo e tiveram o objetivo de gravar as apresentações das resoluções das atividades (de cada grupo), assim como registrar as discussões, reflexões, emoções, expressões e aprendizado das duas turmas desta pesquisa.

O instrumento de coleta de dados Questionário Metacognitivo (QM) teve o objetivo de investigar as percepções dos participantes da pesquisa sobre a tarefa e a sua própria aprendizagem no final de cada resolução, de acordo com Quadro 25 a seguir.

Segundo Rosa (2011), o objetivo do questionário metacognitivo é verificar se os alunos tiveram dificuldades nas atividades, qual foi o entendimento e que estratégias foram utilizadas na resolução da questão, se houve aprendizado, como aprenderam, além de comprovar, a partir dos resultados, se o problema de pesquisa do estudo foi respondido. Assim sendo, o questionário foi elaborado com este propósito e foi respondido individualmente logo após a socialização, para a turma, do que foi desenvolvido nos pequenos grupos.

Quadro 25: Tarefas Investigativas e Aprendizagem – Questionário Metacognitivo – QM

01	Qual era o objetivo da questão-problema apresentada?
02	Que conhecimentos de Economia você tinha para resolver a questão-problema? Eles eram suficientes? Que conhecimentos novos foram adquiridos com a tarefa?
03	Como o grupo planejou resolver o problema proposto? Que mudanças houve (e se houve) no decorrer da tarefa?
04	Descreva as estratégias e hipóteses utilizadas pelo seu grupo no desenvolvimento da questão e quais as utilizadas pelos outros grupos? Explore os aspectos em que elas se diferenciam.
05	Que resultado o grupo havia previsto para a questão-problema no início da tarefa? Como esse resultado se relaciona com o encontrado ao final da tarefa (os resultados encontrados foram os esperados)? Que dificuldades foram encontradas na resolução e quais seriam as causas?
06	Caso a mesma questão-problema fosse apresentada novamente como você resolveria?
07	O que você aprendeu com essa tarefa?
08	Como você avalia o seu conhecimento antes (<i>ex-ant</i>) e depois (<i>ex-post</i>) de realizar a tarefa investigativa? <i>Observação: Ex-ant</i> tarefa = conhecimento sobre o tema da questão, anterior a resolução pelo grupo; demais grupos (socialização); e discussão. <i>Ex-post</i> tarefa = conhecimento sobre o tema da questão, posterior a resolução pelo grupo; demais grupos (socialização); e discussão.
09	De que maneira o trabalho em grupo, contribuiu para a compreensão e resolução da questão-problema proposta nesta tarefa?
10	Comente sobre a tarefa investigativa proposta, destacando de que forma esta contribuiu para o seu aprendizado.

Fonte: Elaboração própria (2020).

A resolução de cada Tarefa Investigativa (TI) registrada no caderno, por cada grupo, teve o objetivo de investigar com mais profundidade as formulações de conjecturas e estratégias utilizadas no desenvolvimento das tarefas. Cada TI, também, foi postada no ambiente virtual para fomentar as discussões fora de sala de aula por meio do fórum. Segundo Masetto (2003), os Fóruns de Discussão (FD) proporcionam um ambiente de reflexão profunda e contínua, com debate fundamentado de ideias, com intervenções do professor-pesquisador com o propósito de incentivar o progresso da reflexão, assim como trazer suas contribuições, sem nunca fechar o assunto. Silva (2000) e Bairral (2009) concordam que a interação em ambientes virtuais de aprendizagem oferece nuances cognitivas diversificadas. Essas interações virtuais são facilitadas pela tecnologia digital e proporcionam a seus participantes uma relação de proximidade e aprendizagem. Assim, a tecnologia permite que um grupo de pessoas possa discutir um assunto à distância, a partir do computador (conectado à *internet*), podendo trazer benefícios de aprendizagem aos envolvidos. Branda, Silveira e Ribeiro (2014, p.10) explicam que:

O aumento da interatividade significa também o aumento da compreensão do conteúdo, da absorção e do próprio domínio do assunto tratado. A interação ocorre entre materiais/aluno, aluno/aluno e aluno/professor. Para estimular a interação, o professor deve estabelecer regularmente um contato direto com cada estudante, fornecendo-lhe comentários detalhados sobre as tarefas, estabelecendo horários de atendimento aos estudantes, além de utilizar questões pré-aula.

Neste contexto, quanto maior a interatividade, maior será a compreensão do conteúdo, conforme destacam os autores. Cabe ao professor mediar as discussões, fazer intervenções quando for conveniente, manter um contato direto com os alunos e incentivá-los a participarem, favorecendo a sua argumentação e a capacidade de análise crítica. Os professores devem utilizar dos ambientes virtuais para continuar com as discussões e reflexões extra-classe, fortalecendo o aprendizado. Por conseguinte, o objetivo de incluir o fórum neste estudo foi para que as discussões ocorridas durante a socialização das tarefas investigativas não encerrassem em sala de aula, mas continuassem a acontecer à distância, para fortalecer o aprendizado e desenvolver o espírito crítico, criativo e colaborativo dos alunos, bem como o pensamento metacognitivo.

No último encontro (12ª aula), foi realizada uma Entrevista (E) individual com todos os alunos, a qual foi gravada, com o objetivo de obter um *feedback* de cada aluno sobre a experiência que tiveram de aprender e poder ensinar Educação Financeira a partir da metodologia da investigação matemática, conforme perguntas norteadoras (eixo orientador) no Quadro 26 a seguir. Cabe destacar que nesta última aula também foi realizado um *coffee-break*, momento de confraternização com cada turma e encerramento da prática.

Quadro 26: Perguntas da Entrevista – E

01	Como foi a tua experiência com a metodologia da investigação matemática? Sentiu alguma dificuldade para resolver as tarefas investigativas?
02	A característica principal da investigação matemática é a formulação de conjecturas. Qual o teu sentimento ao formular conjecturas, encontrar generalizações para serem utilizadas em situações da mesma natureza e não depender mais de formulários?
03	Como foi a tua experiência em trabalhar com problemas mais abertos, em que a solução encontrada pode não ser única?
04	Os pequenos grupos foram importantes para o desenvolvimento das tarefas e aprendizagem? E as discussões no momento da socialização das tarefas foram importantes para a aprendizagem? Justifique.
05	Você percebeu que os grupos resolveram as tarefas por caminhos diferentes? O que você achou do fato de existir diversas estratégias de resolução, conjecturas e fatores que podem influenciar no processo de escolha, exigindo uma análise mais aprofundada?
06	A ideia de liberdade que as tarefas investigativas proporcionam foi válida para o teu aprendizado? Você acredita que tenha desenvolvido o pensamento crítico, a autonomia e a criatividade? Comente.
07	Você acredita que trabalhar com situações-problema do cotidiano facilita a aprendizagem? Justifique.

08	Você acredita que tenha aprendido mais sobre Educação Financeira neste semestre? Justifique.
09	Como a investigação matemática pode contribuir nos processos de ensino e aprendizagem de Educação Financeira e Economia em um curso de licenciatura em Matemática?
10	Gostaria de falar mais alguma coisa?

Fonte: Elaboração própria (2020).

Cabe ressaltar que as perguntas da entrevista (Quadro 25) foram aplicadas aos alunos da prática da turma 1, em razão de não terem interagido tanto no fórum como os alunos da pesquisa anterior (turma 2). A escolha das perguntas foi baseada nas discussões que surgiram no ambiente virtual (turma 2) e nas reflexões no momento de socialização das tarefas (turma 1). De acordo com Marconi e Lakatos (2003), a entrevista é o encontro entre dois indivíduos, em que um deles procura obter informações a respeito de um determinado fenômeno. Conforme os autores, existem três tipos de entrevistas: *estruturada* (entrevista fechada – questões perguntadas tal qual como foram escritas, na ordem e sem surgir pergunta nova), *semi-estruturada* (entrevista com guia de perguntas – serve como eixo orientador, permitindo alterar a ordem das perguntas e introduzir questões novas, conforme a discussão; o desenvolvimento da entrevista vai se adaptando ao entrevistado) e *não-estruturada* (entrevista aberta – as questões emergem no fluir da conversa). A entrevista realizada neste estudo foi a semi-estruturada.

Yin (2005) recomenda que se empreguem múltiplas fontes de evidências em relação ao mesmo fenômeno. É preciso construir uma base de dados para o estabelecimento de uma cadeia de evidências que possibilite a triangulação de dados (estratégia de validação) para legitimar o estudo. Foi exatamente esta a técnica adotada nesta Tese, por meio da utilização de vários instrumentos de coleta de dados, aplicados a licenciandos de Matemática, de turmas e anos letivos diferentes.

Em relação aos dados emergentes, estes foram analisados mediante a aplicação da ATD (Análise Textual Discursiva). De acordo com Moraes e Galiazzi (2016), a ATD configura-se como uma metodologia de etapas extremamente minuciosa, requerendo do pesquisador a atenção e a rigorosidade em cada etapa do processo. A ATD visa, inicialmente, à desmontagem dos textos e seu exame nos mínimos detalhes. Na sequência, desenvolve-se o estabelecimento de relações entre cada unidade, procurando-se a identidade entre elas para, em seguida, captar o que emerge da totalidade do texto em direção a uma nova compreensão desse todo.

A ATD, conforme Moraes e Galiazzi (2016), é composta por três etapas, sendo a primeira delas o processo de unitarização, em que é desconstruído o texto, fragmentando-se-o

em unidades de significado. O processo de unitarização é, portanto, a etapa essencial no desenvolvimento da ATD, pois, nesta unidade, estão contidas as mensagens mais significativas dos textos analisados. A segunda compreende a organização de categorias, as quais podem ser constantemente reagrupadas. Por fim, na terceira, produz-se um metatexto com as novas compreensões obtidas.

Quanto a primeira etapa da ATD, para esta Tese, os textos foram desconstruídos da seguinte forma:

- 1) Os dados individuais do questionário sobre o conhecimento dos alunos sobre Educação Financeira foram organizados, separadamente, em um quadro e cada coluna correspondia a uma pergunta subjetiva. Após, foi realizado o mesmo procedimento para os dados individuais do questionário metacognitivo, no qual as colunas referiam-se às perguntas e as linhas apresentavam as palavras-chave provenientes das respostas dos alunos de cada tarefa investigativa;
- 2) Os dados relativos ao fórum de discussão e filmagem do debate sobre as relações do orçamento familiar com consumo consciente e sustentável também foram organizados em um quadro;
- 3) Os dados (por grupo), de cada tarefa de investigação matemática, também foram organizados em um quadro, no qual cada coluna correspondia a uma pergunta da questão;
- 4) Os dados das gravações (pequenos grupos) e filmagens (grande grupo) das tarefas investigativas complementaram o quadro dos dados (por grupo), de cada tarefa de investigação matemática, no qual foram acrescentadas mais duas colunas, uma relativa aos dados das gravações e outra relativa aos dados das filmagens;
- 5) Os dados das postagens no fórum (*Moodle*) foram organizados em um quadro, no qual as colunas eram relativas a cada tarefa de investigação matemática e as linhas apresentavam as palavras-chave provenientes das respostas dos alunos; e
- 6) Os dados das entrevistas foram organizados em um quadro, no qual as colunas se referiam as perguntas e as linhas apresentavam as palavras-chave, dados provenientes das respostas dos alunos.

Na segunda etapa, foram elaboradas as categorias. Inicialmente, foram organizadas 3 categorias, *a priori*, de acordo com os objetivos específicos da Tese e os materiais coletados.

Na primeira categoria, utilizaram-se os dados do questionário inicial de Educação Financeira e Economia (Quadro 22), fórum de discussão e filmagem do debate sobre a relação do orçamento doméstico com consumo consciente e Sustentabilidade para responder ao

primeiro objetivo específico da Tese (investigar os conhecimentos prévios de Educação Financeira e Economia dos licenciandos em Matemática).

Na segunda categoria, foram empregados os dados das resoluções dos pequenos grupos (caderno), gravação, filmagem, fórum de discussão e questionário metacognitivo (Quadro 24), a fim de atender ao segundo objetivo específico da Tese (analisar as conjecturas e estratégias de resolução). Cabe destacar que a análise desta categoria, aproxima-se da ATD e da análise descritiva, uma vez que os dados coletados e analisados estiveram baseados nas resoluções de todas as tarefas investigativas desenvolvidas com os alunos.

A terceira categoria está relacionada ao terceiro objetivo específico da Tese (investigar as percepções dos alunos com relação a atividade e a própria aprendizagem, através de questionamentos metacognitivos), na qual surgiram quatro subcategorias, a partir dos instrumentos de coleta de dados gravação, filmagem, fórum de discussão, entrevista (Quadro 25) e questionário metacognitivo.

Destaca-se que surgiu uma quarta categoria (considerada emergente), na qual foram utilizadas as gravações, filmagens, fórum de discussão, entrevistas e questionário metacognitivo. Nesta categoria, foram relacionados os quatro passos da metodologia da investigação matemática aos seis elementos metacognitivos citados por Rosa (2014), de acordo com Flavell (1976) e Brown (1978).

Por fim, na última etapa da ATD, foram produzidos os metatextos por categoria, correlacionando o aporte teórico deste estudo às respostas dos alunos. O intuito foi o de responder ao problema de pesquisa, isto é, como a investigação matemática pode colaborar no ensino e na aprendizagem de Educação Financeira e Economia?

A próxima seção trata do desenvolvimento da prática pedagógica, como foram realizadas as dez tarefas investigativas de Educação Financeira e Economia, bem como outras atividades programadas para os doze encontros.

3.2 Desenvolvimento da Prática Pedagógica

No primeiro dia de aula, foi apresentado aos grupos o tema da Tese e as suas possíveis contribuições para o ensino de Educação Financeira e Economia, assim como para a formação inicial dos futuros professores da educação básica e/ou ensino superior, a partir das tarefas propostas de investigação matemática. A seguir, foi entregue e lido em conjunto o Termo de Consentimento Livre Esclarecido (Apêndice 2) aos alunos para que o assinassem. Além disso, foi aplicado um questionário em ambiente virtual (via plataforma *Moodle*) sobre os

conhecimentos iniciais dos alunos (Quadro 22 – Seção 3.1), no qual foi ressaltada a importância da Educação Financeira e a sua relação com a Matemática Financeira e a Economia.

Segundo Marchi (2014, p. 26):

A produção de conhecimento está associada a um coletivo pensante formado por atores humanos e não humanos, ou seja, pela relação do humano com uma determinada tecnologia da inteligência. Borba e Villarreal (2005) salientam que o computador molda o ser humano ao mesmo tempo em que é moldado por ele, e o conhecimento é produzido por um coletivo composto por seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias.

Os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) são programas de computador que permitem a interação entre as pessoas. A tecnologia aproxima os seres humanos e favorece a produção do conhecimento, a partir de um grupo pensante, conforme afirma Marchi (2014). Nesta mesma linha argumentativa, Leite *et al.*, (2011, p. 67) destacam que “uma das principais características dos AVAS’s é a possibilidade de oferecer aos alunos a interação virtual com o professor, além de interação entre eles, tornando possível a construção de comunidades virtuais de aprendizagem”.

Na sequência, os alunos tiveram que elaborar uma planilha, no *Excel*, de orçamento doméstico pessoal, e produzir um pequeno texto, relacionando o seu orçamento ao consumo consciente e sustentável, com prazo de postagem de até 48 horas no ambiente virtual (*Moodle*). Para aqueles que nunca fizeram um orçamento financeiro ou quisessem aperfeiçoar a sua planilha, foi solicitado que pesquisassem sobre o assunto, porém cada aluno tinha a liberdade de escolher o modelo que achasse conveniente. Demo (1997) destaca a importância da pesquisa para a aprendizagem, em que o aluno passa de objeto de ensino para parceiro de trabalho, tendo autonomia e assumindo o papel de sujeito ativo do processo de aprender.

No final da primeira aula, além do debate sobre Educação Financeira, foi aberto um tópico no fórum do ambiente virtual da disciplina, sobre o assunto para fomentar as discussões fora de sala de aula. Em tal ambiente, os alunos tiveram a possibilidade de refletir mais detalhadamente sobre o tema e estabelecer relações entre o orçamento financeiro produzido e o consumo consciente e sustentável, proporcionando uma maior interação na turma. As questões orientadoras durante o debate e fórum de discussão estavam relacionadas: 1) à diferença entre Matemática Financeira e Educação Financeira, 2) aos benefícios da realização do planejamento financeiro (orçamento doméstico), 3) às decisões de consumo e investimento, 4) à Educação Financeira na atualidade e a sua ligação com o meio ambiente, 5) à importância do conhecimento de Economia no ensino de Educação Financeira e 6) ao desenvolvimento sustentável.

Nesse mesmo encontro, após ser explicado o funcionamento das próximas aulas, o que vem a ser investigação matemática e a importância do trabalho em pequenos grupos, os alunos foram separados em grupos, conforme Quadro 23 da seção anterior, por meio da escolha de uma palavra (*Ensino, Economia, Finanças, Matemática*), e aqueles que escolheram a mesma palavra ficaram juntos. Cabe ressaltar que, apesar de eu ser professora de Economia da Instituição (FURG), não fui a professora titular da disciplina de Matemática Financeira nas duas turmas. Os professores responsáveis pela disciplina são formados em Matemática, demonstraram confiança e contribuíram para o sucesso da pesquisa, fornecendo total apoio e liberdade para o desenvolvimento das tarefas investigativas.

Nas aulas subsequentes, foram exploradas as tarefas investigativas nos pequenos grupos, dispendo-se, em cada mesa, um gravador para posterior análise das potencialidades e dificuldades dos licenciandos na resolução das questões. Em cada tarefa, os alunos tiveram a oportunidade de vivenciar, na prática, os quatro momentos de realização da investigação matemática:

- 1) Exploração e formulação de questões (reconhecer uma situação problemática, explorar a situação problemática, formular questões), 2) conjecturas (organizar dados, formular conjecturas e fazer afirmações sobre uma conjectura), 3) testes e reformulação (realizar testes, refinar uma conjectura), 4) justificação e avaliação (justificar uma conjectura e avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio) (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2015, p. 21).

No âmbito desta Tese, de acordo com os autores supracitados, o primeiro momento está relacionado ao conhecimento inicial dos licenciandos em Matemática e envolveu a verificação e análise de cada tarefa investigativa (situação-problema apresentada de Educação Financeira e/ou elaboração de tarefa investigativa sobre o tema). O segundo momento abrangeu a organização dos dados, elaboração de ideias, constatações, hipóteses e formulação de conjecturas de cada atividade. No terceiro momento foram realizados os testes e refinamento das conjecturas, no qual foi definido se a conjectura se fundamentava ou não como verdadeira. Ao final, na quarta etapa, ocorreu a demonstração, avaliação da situação e validação das conjecturas, sendo que nesta etapa foi possível que os licenciandos argumentassem e justificassem todo o raciocínio.

Além de cartolinas, foram disponibilizados outros materiais para serem utilizados nos grupos: folhas de papel para rascunho, calculadoras, lápis, borracha, canetas, canetinhas hidrográficas coloridas, um caderno grande (de uso obrigatório) para o registro final de cada tarefa. Deaquino (2008, p. 37) ressalta que “uma discussão em pequenos grupos permite aos

aprendizes compartilhar experiências e ideias na busca de solução de problemas”, conforme pode ser visualizado na Figura 1, em que se observa os alunos participantes desta investigação trabalhando em pequenos grupos.

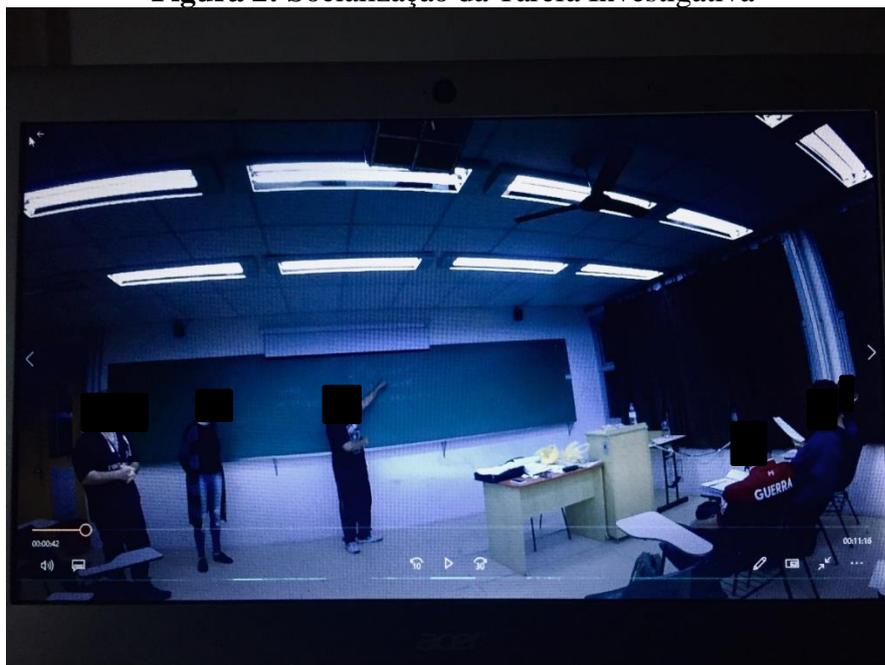
Figura 1: Resolução de Tarefa Investigativa (pequenos grupos)



Fonte: Dados de Pesquisa – Turma 2 (2018).

Após o desenvolvimento das tarefas investigativas nos pequenos grupos, os licenciandos tiveram que socializar as respostas para a turma (grande grupo), a partir de cartolinas, utilização do quadro negro e/ou projetor de imagem, conforme Figura 2. Neste momento, as apresentações, questionamentos e discussões foram filmadas para garantir a integridade das falas, expressões e emoções.

Figura 2: Socialização da Tarefa Investigativa



Fonte: Dados de Pesquisa – Turma 1 (2019).

Na sequência, cada grupo retornava para a sua mesa para responder individualmente o questionário metacognitivo, de acordo com Quadro 24 (seção anterior). Este questionário foi postado no ambiente virtual (plataforma *Moodle*) e o propósito deste instrumento foi de responder a um dos objetivos específicos deste estudo: analisar as percepções dos alunos em relação às tarefas investigativas e à sua própria aprendizagem de Educação Financeira.

As dez tarefas de investigação matemática desenvolvidas (ver Apêndices 3 à 12) não dispunham de um método específico que permitisse a resolução imediata e possibilitavam o uso de diferentes estratégias de resolução. O objetivo principal de cada questão proposta foi analisar o comportamento do consumidor/pensamento do aluno no processo de tomada de decisão em situações-problema que fazem parte do cotidiano.

Além disso, pretendeu-se explicitar: as implicações dos juros compostos ao longo do tempo; a diferença entre valor à vista e a prazo; a importância de fazer pesquisa de mercado e comparar preços, de forma a minimizar custo e/ou maximizar satisfação; o quanto o entendimento de porcentagem, taxas de câmbio, conversão de moeda, taxas pré e pós-fixada de juros podem facilitar o processo de escolha; e que formas de investimento, planos de previdência, regimes de capitalização, formas de financiamento (imobiliário, *leasing*, consórcio, crédito direto ao consumidor) são mais vantajosos, de acordo com o cenário da Economia atual e suas possíveis previsões.

No Quadro 27 consta um resumo das atividades desenvolvidas nesta pesquisa.

Quadro 27: Atividades e Objetivos

Aula	Atividades	Carga Horária	Objetivo	Referências
01	Preenchimento do Termo de Consentimento; Questionário Inicial de Educação Financeira e Economia; Início da Elaboração de Orçamento Financeiro; Debate sobre o tema.	2	Documentar autorizações para participar da pesquisa; Investigar conhecimentos prévios sobre Educação Financeira e Economia.	Apêndice 2; Quadro 22
02	Exploração da Tarefa Investigativa 1 (cafeteria – tomada de decisão); e Questionário Metacognitivo.	2	Identificar a cafeteria com o melhor custo-benefício para se utilizar a <i>internet</i> .	Apêndice 3; Quadro 24
03	Exploração da Tarefa Investigativa 2 (custo de passagem de avião e decisão de compra); e Questionário Metacognitivo.	3	Investigar a companhia aérea mais vantajosa, dadas as possíveis combinações de número de malas despachadas, malas com excesso de peso e com dimensões acima do permitido.	Apêndice 4; Quadro 24
04	Exploração da Tarefa Investigativa 3 (custo de viagem internacional e decisão de compra); e Questionário Metacognitivo.	2,5	Descobrir qual moeda é mais vantajosa para viajar, a partir da análise das taxas de câmbio e conversões de moeda.	Apêndice 5; Quadro 24
05	Exploração da Tarefa Investigativa 4 (porcentagem); e Questionário Metacognitivo.	2	Definir a melhor opção de compra de uma televisão, a partir do estudo de porcentagem.	Apêndice 6; Quadro 24
06	Exploração da Tarefa Investigativa 5 (regimes de capitalização simples e composto); e Questionário Metacognitivo.	2	Encontrar as equações de juros simples e composto a partir de uma analogia com progressões aritmética e geométrica, bem como funções afim e exponencial.	Apêndice 7; Quadro 24
07	Exploração da Tarefa Investigativa 6 (formas de pagamento e juros compostos); e Questionário Metacognitivo.	2,5	Investigar a opção de pagamento mais vantajosa para a compra de um automóvel.	Apêndice 8; Quadro 24
08	Exploração da Tarefa Investigativa 7 (formas de investimento); e Questionário Metacognitivo.	2	Verificar a forma de investimento mais lucrativa para o consumidor.	Apêndice 9; Quadro 24
09	Exploração da Tarefa Investigativa 8 (previdência complementar); Questionário Metacognitivo.	2,5	Investigar o plano de previdência privado mais vantajoso para o consumidor.	Apêndice 10; Quadro 24

10	Exploração da Tarefa Investigativa 9 (aluguel ou financiamento imobiliário); e Questionário Metacognitivo.	3	Investigar a opção mais vantajosa entre adquirir um imóvel ou alugá-lo.	Apêndice 11; Quadro 24
11	Exploração da Tarefa Investigativa 10 (produção de tarefa investigativa sobre Educação Financeira); e Questionário Metacognitivo.	2	Elaborar uma tarefa investigativa sobre Educação Financeira.	Apêndice 12; Quadro 24
12	<i>Coffee-break</i> ; Entrevistas.	2,5	Recolher mais informações sobre as atividades e aprendizagem (turma 1).	Quadro 25

Fonte: Elaboração própria (2020).

Cabe lembrar que todas as atividades realizadas e questionários foram postados como tarefa no ambiente virtual (*Moodle*) para facilitar a análise dos dados deste estudo. Da mesma forma, a resolução de cada tarefa de investigação matemática registrada no caderno foi postada no fórum do ambiente virtual para fomentar as discussões fora de sala de aula, em que os alunos tiveram a liberdade de analisar mais detalhadamente as resoluções das tarefas dos pequenos grupos e cooperar, responder a questionamentos da professora pesquisadora e dos colegas. Esse ambiente proporcionou interação da turma, propiciando trocas de experiências, considerações e comentários para enriquecer o aprendizado, além de desenvolver a autonomia e o pensamento crítico.

Schneider (2016, p. 5) destaca que “o *Moodle* é exemplo de plataforma AVA, cujos pilares pautam-se no ideal pedagógico do construtivismo social e com o propósito de ser um *software* livre. O construtivismo social baseia-se na interação, na conversação e na troca de experiência entre alunos e professores”. O *Moodle* é um ambiente virtual de aprendizagem que tem o objetivo de favorecer a aprendizagem e promover a interação entre os alunos, a partir dos assuntos (relativos ao conteúdo da disciplina) lançados nos fóruns de discussão.

O ambiente virtual (*Moodle*), além de servir de incentivo para que os alunos continuassem com as discussões propostas em sala de aula, também foi utilizado neste estudo para facilitar a análise dos dados, tendo em vista que todos os registros foram lançados na plataforma. Nele, os alunos postaram as resoluções das tarefas de investigação matemática, orçamentos domésticos e questionários. Também participaram das discussões no fórum relativas às tarefas desenvolvidas em sala de aula. Leite (2018, p. 9) afirma que “o fórum facilita a prática consciente de diferentes funções cognitivas, como: observar, identificar, relacionar, comparar, analisar, inferir, sintetizar, divergir, discordar, generalizar *etc.*, possibilita o registro

do processo de construção do conhecimento [...]”. Assim sendo, o aluno pode registrar seu conhecimento no fórum, além de observar, comparar, concordar, divergir do pensamento dos demais colegas, analisando, fazendo inferências e sintetizando o conteúdo aprendido. Conforme o referido autor, a interação que o fórum proporciona permite um ganho de aprendizado coletivo em que os alunos, de um modo geral, continuam aprendendo o conteúdo fora de sala, sendo desafiados, também, a desenvolverem o pensamento crítico sobre o tema.

No último encontro (12^a aula), foi realizado o *coffee-break*, um momento de confraternização e finalização da pesquisa, sendo que neste dia ocorreu, também, a entrevista com os doze alunos da Turma 1, em razão de não terem interagido tanto no fórum de discussão como a Turma 2 (oito alunos). Durante o *coffee-break*, os alunos foram chamados, um de cada vez, para comparecerem a uma mesa no final da sala, a fim de serem entrevistados.

Este capítulo apresentou os aspectos metodológicos da pesquisa e os procedimentos relacionados à prática pedagógica. O capítulo a seguir trata da análise e resultados da Tese.

4. ANÁLISE E RESULTADOS

O presente capítulo tem o propósito de apresentar a análise efetivada em relação aos resultados encontrados com os instrumentos de coleta de dados, imbricando-os com o referencial teórico que fundamentou este estudo, no qual é possível perceber a associação da investigação matemática, tomada de decisão e metacognição. Foram elaboradas três categorias *a priori* de acordo com cada um dos objetivos específicos propostos. Além disso, emergiu uma quarta categoria. Assim, cada seção que segue representa uma categoria.

A primeira seção, intitulada “Ideias Iniciais dos Alunos sobre Educação Financeira e Economia”, tem o objetivo de revelar o conhecimento prévio de Educação Financeira e Economia dos licenciandos em Matemática. O perfil dos alunos está descrito na seção 3.1 e os dados foram retirados do Questionário Inicial (QI – Quadro 22) e do primeiro fórum de discussão, com a finalidade de atender ao primeiro objetivo específico da Tese (investigar o perfil e o conhecimento dos alunos sobre o tema).

A segunda seção, nomeada “Estratégias de Resolução e Formulação de Conjecturas das Tarefas”, está relacionada ao segundo objetivo específico da Tese e tem a intenção de apresentar as conjecturas e estratégias de resolução, formuladas pelos grupos, de cada uma das dez tarefas investigativas de Educação Financeira e Economia.

A terceira seção, denominada “Percepções dos Alunos com Relação a Atividade e Aprendizagem”, tem o objetivo de analisar as percepções dos alunos em relação às tarefas investigativas e à sua própria aprendizagem, na qual emergiram quatro subcategorias: a) importância do trabalho em grupo na resolução da tarefa; b) desenvolvimento da criatividade, autonomia, argumentação e pensamento crítico; c) manifestações de aprendizagem a partir das relações da Educação Financeira com conteúdos da Matemática, Matemática Financeira e Economia; e d) análise das capacidades, dificuldades e conhecimento sobre o tema durante a resolução de cada tarefa investigativa.

Por fim, a última seção, com o título, “Metacognição e Investigação Matemática”, apresenta as relações entre as etapas da metodologia da investigação matemática e a

metacognição, com o intuito de ilustrar as contribuições das tarefas investigativas no desenvolvimento do pensamento metacognitivo dos alunos. Destaca-se ainda que as seções 3 e 4 estão relacionadas ao terceiro objetivo específico da Tese (analisar as percepções dos alunos em relação às tarefas investigativas e à sua própria aprendizagem), por meio de questionamentos metacognitivos.

4.1 Ideias Iniciais dos Alunos sobre Educação Financeira e Economia

No primeiro encontro, os licenciandos em Matemática tiveram que responder a um questionário sobre Educação Financeira, conforme Quadro 22. Este instrumento tinha como foco questões relativas a consumo, investimentos, previdência, seguros, dívidas, organização financeira, Economia, relações entre Matemática Financeira e Educação Financeira, com o propósito de investigar o perfil do aluno e o seu conhecimento prévio a respeito do tema.

Os dados deste instrumento demonstraram que alguns alunos possuem dificuldades em definir Educação Financeira e compreender a diferença entre esta e a Matemática Financeira, tendo quatro alunos inclusive deixado a questão em branco, sob a justificativa de não saber respondê-la. Os licenciandos A10, A11, A17 e A18 não possuíam conhecimento adequado sobre o tema, conforme as explicações a seguir:

Educação financeira é o ato baseado na necessidade de ensinar os conceitos de Matemática Financeira (A10_{Q1})

Educação Financeira é uma forma de aprender como transmitir, aos alunos, os conceitos da Matemática Financeira (A17_{Q1}).

A Educação Financeira faz parte da Matemática Financeira, lida com as fórmulas voltadas para o mercado econômico e conceitos relacionados a isso, como juros simples e juros compostos (A18_{Q1}).

Para entender de Educação Financeira não é preciso ter conhecimento de Matemática Financeira. Educação Financeira é o básico sobre Economia que as pessoas deveriam saber (A11_{Q1}).

As respostas de A10, A17 e A18 confirmaram o resultado encontrado na pesquisa de Teixeira (2015), ao constatar que mais de 40% dos professores acreditam que Matemática Financeira é sinônimo de Educação Financeira. Ainda, segundo o autor, a Matemática Financeira é uma ferramenta necessária para se ensinar Educação Financeira e alcançar o letramento financeiro, o que não foi percebido pelo aluno A11, ao relacionar o conteúdo de Educação Financeira unicamente ao tema Economia.

De acordo com Franzoni, Del Pino e Oliveira (2018), os conceitos de Economia utilizados no cotidiano estão vinculados aos matemáticos, que também estão vinculados a

outros saberes. Dessa forma, ao se perceber um caráter interdisciplinar da ciência por excelência, interlocuções com outros campos de conhecimento são de fundamental importância. No entanto, os resultados da pesquisa de Denegri *et al.* (2014) sinalizaram a precária formação econômica no currículo educacional. Os autores propõem um modelo de educação econômica na formação inicial, a fim de que os futuros professores aprendam Economia, tornem-se mais críticos e possam ensinar sobre Educação Financeira. Sendo assim, existe a necessidade de incorporar a aprendizagem de conceitos-chave de Economia aos processos de formação inicial de professores. Os conhecimentos de Economia e Matemática Financeira são importantes no ensino de Educação Financeira e este conceito não se restringe ao entendimento de produtos financeiros, como foi ressaltado por A13:

A Educação Financeira trata do conhecimento dos produtos financeiros, presentes no dia-a-dia de todos os cidadãos, que nos oferecem e não sabemos como calcular e escolher a melhor alternativa. Por isso, a Matemática Financeira é importante. Penso que não é preciso entender de Economia para tomar decisões financeiras, visto que a Educação Financeira é conhecer que essas estruturas estão presentes no cotidiano de todos os cidadãos e basta ter conhecimento matemático (A13₀₁).

A maioria dos alunos, inicialmente, demonstrou ter pouco conhecimento sobre o tema Economia e acreditava que o seu entendimento não é fundamental nos processos de ensino e aprendizagem de Educação Financeira, conforme se vê pela resposta de A13. Chen e Volpe (1998) concluem em sua pesquisa que os alunos precisam melhorar seus conhecimentos de finanças pessoais e Economia, pois sem estes poderão cometer erros no mundo real, limitando a sua capacidade de tomar decisões financeiras.

Onze alunos acreditavam que o conhecimento prévio de Educação Financeira provém do primeiro bimestre cursado na própria disciplina de Matemática Financeira da graduação, sete alunos responderam que o conhecimento sobre o tema resulta da família e dois alunos apontaram que possuem algum entendimento proveniente de cursos de curta duração em finanças pessoais e *internet*.

Com relação à pergunta sobre o que faltava nas Escolas e Universidades para ensinar Educação Financeira, os alunos responderam que os professores precisam ter mais conhecimento sobre o assunto e despertar o interesse dos seus alunos pelo conteúdo. Além disso, destacaram a importância da adoção de metodologias inovadoras de ensino, conexão entre teoria e prática e aproximação entre as ciências.

Os dados demonstraram que dez licenciandos sabiam diferenciar Educação Financeira e Matemática Financeira. Observou-se que a maioria dos licenciandos não conseguia estabelecer relações da Educação Financeira com os temas Economia, consumo consciente e

Sustentabilidade antes do debate, sendo que quatro alunos obtiveram êxito na conexão, talvez por ter o costume de controlar as suas despesas, por meio da elaboração de planilha de orçamento pessoal, mensalmente, como pode ser deduzido pelas respostas de A1, A4 e A8:

Entendo Economia como um estudo sobre a utilização de recursos escassos que dão base à sociedade e acho importante pela relação com a sustentabilidade (A4_{QI}).

A Economia é uma ciência essencial para entendermos como fazer as melhores escolhas relativas ao consumo. Além de atitudes como uso de lâmpadas de LED, reutilização da água da máquina para atividades de limpeza e tentativa de sempre utilizar somente o necessário no que diz respeito a água e luz. Na minha residência temos uma pequena horta de onde tiramos alguns alimentos que ajudam a compor as refeições diárias e acabam por auxiliar na Economia do nosso orçamento doméstico (A1_{FD}).

O orçamento geral da minha casa está intimamente ligado ao nosso consumo consciente e sustentável, tanto dos alimentos quanto dos objetos materiais. Acredito que existem algumas situações que acarretavam gastos desnecessários para o nosso orçamento e pequenas atitudes podem gerar riqueza e sustentabilidade. Algumas das medidas que adotamos aqui em casa foram: trocamos todas as lâmpadas convencionais para as de LED, o que gerou uma Economia significativa na conta de luz; trocamos a nossa descarga para um modelo de duplo acionamento, reduzindo o consumo de água; reutilizamos a água da máquina de lavar roupa para utilização doméstica; possuímos uma composteira. Escrevendo sobre isso me lembrei desse vídeo que aborda de forma clara e objetiva a relação de consumo e sustentabilidade. É antigo, mas acho bem interessante (https://www.youtube.com/watch?v=3c88_Z0FF4k) (A8_{FD}).

Segundo Varian (2016), a Economia é a ciência que estuda a escassez, a administração dos recursos escassos e está relacionada ao tema Sustentabilidade como destacado por A4. Cabe salientar que esses recursos são financeiros e naturais. Portanto, é necessário que os indivíduos adquiram o hábito do consumo consciente, para evitar o endividamento e a degradação ambiental. De acordo com Grando e Scolari (2016, p. 674), “ao pensar em Educação Financeira, deve-se ter em mente os vários aspectos que estão ligados ao tema, como ética e dinheiro, consumo consciente, altas taxas de produção de lixo, impacto ambiental, exercício de cidadania e sustentabilidade”. Logo, é preciso educar as pessoas em prol de um consumo consciente e sustentável, em função dos recursos serem escassos, como estuda a Economia.

O posicionamento crítico dos alunos durante o debate e participações no fórum de discussão demonstrou terem interesse pelo tema, preocupação com o consumo excessivo e o quanto é valioso ter consciência ambiental. “A atitude crítica se faz necessária a todas as atividades cotidianas, a necessidade de qualidade de vida, pressupõe a realização de escolhas, que permita diferenciar o essencial do supérfluo” (SILVA, 2008, p. 238).

O aluno A20 salientou que o consumo excessivo e irresponsável contribui para as altas taxas de produção do lixo, ao dizer que “costumamos comprar o básico, mas esse básico depois gera muito lixo prejudicando o meio ambiente”. Com efeito:

Educação Financeira está relacionada a não gastar mais do que o necessário, saber se organizar financeiramente para que não se esgote os recursos no futuro. Na minha casa, usamos só o necessário de água e procuramos não utilizar automóveis para nos deslocarmos, porém utilizamos muitas sacolas plásticas e produzimos muito lixo, e não temos o hábito de separar o lixo orgânico e reciclável. Tentamos poupar o máximo de luz (energia) possível, costumamos comprar o básico, mas esse básico depois gera muito lixo prejudicando o meio ambiente (A20_{FD}).

Sendo assim, é preciso, também, proteger o meio ambiente, ter um pensamento de altruísmo intergeracional e não ser egoísta com as próximas gerações, como também destacou o aluno A5:

No meu orçamento pensei em trocar o carro por um veículo elétrico e transformar a energia da residência através de placas solares para a Sustentabilidade do planeta (A5_{FD}).

Silva (2014, p. 36) complementa:

Ser um consumidor consciente é o mesmo que ser um cidadão melhor, mudando sua maneira de encarar os desafios atuais relacionados às nossas fontes de água potável e de energia, ao lixo produzido, às embalagens plásticas que destroem a natureza, à reciclagem, à redução dos níveis de gás carbônico na atmosfera etc.

Com a discussão realizada, a aluna A16 percebeu que não tinha consciência ambiental ao se considerar consumista e estar sempre trocando de celular, relógio e comprando eletrodomésticos para a sua casa:

Toda essa discussão me fez perceber o quanto sou consumista e não tenho o mínimo de preocupação com o meio ambiente, eu não consigo parar de comprar eletrodomésticos, relógios, quando inventam um celular com uma tecnologia mais avançada já descarto o antigo. Tenho um armário cheio de aparelhos velhos que não uso mais, muita coisa acaba indo para o lixo (A16_F).

A aluna A16 ressaltou que a discussão realizada sobre Educação Financeira a fez perceber o quanto o assunto está relacionado ao consumo e ao meio ambiente. Conforme Bauman (2008), verifica-se uma instabilidade dos desejos aliada a uma insaciabilidade das necessidades, pela tendência ao consumo instantâneo, bem como pela rápida obsolescência dos objetos consumidos. Esse ambiente é desfavorável ao planejamento, ao investimento e ao armazenamento de longo prazo. Baudrillard (2008, p. 6) ressalta que “os consumidores sabem muito bem o que não querem, porém não sabem e ainda não aprenderam o que desejar”. Também, de acordo com o autor, alguns consumidores agem por impulso, querem ter quase tudo e em muitas quantidades, mas ao mesmo tempo não sabem se realmente são úteis, tão pouco porque desejam de fato o produto. Isso pode ser observado nos excertos da aluna A16, anteriormente descrito e do aluno A13 a seguir:

É importante fazer um orçamento doméstico para que não haja consumo excessivo e prejuízo financeiro. Entretanto, analisando os gastos da minha família percebo que fazemos muitos gastos e poderíamos economizar em determinadas despesas fazendo com que minimize as contas. Penso que Educação Financeira é consumir conscientemente, é um modo de evitar despesas desnecessárias, porém eu acabo tornando-me um consumidor "irracional", porque acabo gastando com supérfluos, produtos sem utilidade, preciso ser mais crítico e repensar sobre essa estrutura (A13_{FD}).

Pode-se inferir ainda que o consumo em níveis adequados, sem exageros e de acordo com a necessidade (utilidade), é imprescindível para o funcionamento da Economia. Segundo Bauman (2008), a questão é torná-lo uma prática ética, consciente e responsável, equilibrada com a poupança. Ainda de acordo com o autor, o consumo é tratado como um direito de todas as pessoas, pois indistintamente são estimuladas a consumir, independentemente de sua condição para tal.

A aluna A15 destacou que não costuma controlar os seus gastos e descobriu, a partir das discussões e do orçamento doméstico produzido em aula, o quanto é necessário mudar alguns hábitos de consumo para reduzir custos, evitar o desperdício e agir de forma sustentável:

Não paramos em casa devido a correria diária, nossos gastos são feitos de modo desenfreado, não havendo um controle ou se quer planejamento, conforme vai surgindo às necessidades vai se gastando o que se tem. Isso é uma coisa que quero mudar visto tudo o que estamos discutindo e analisando e que me fizeram refletir muitas coisas que até então não parava para pensar. Fazer o orçamento me deu uma visão do todo, de mudar os hábitos de consumo, de reduzir custos e evitar o desperdício, de agir de forma consciente e sustentável (A15_F).

Portanto, é necessário ter consciência ambiental, pois o conhecimento de Educação Financeira relaciona-se não apenas aos recursos financeiros próprios, mas também aos naturais e à preservação do meio ambiente, de forma a aumentar a qualidade de vida e não comprometer o futuro das próximas gerações. Contudo, como foi visto nesta seção, poucos alunos conseguiram relacionar Educação Financeira com o tema Sustentabilidade e a maioria dos alunos, inicialmente, manifestou ter pouco conhecimento de Economia e acreditava que este não era importante nos processos decisórios financeiros. Além disso, os dados demonstraram, também, haver dificuldades por parte de alguns alunos em definir Educação Financeira e compreender a diferença entre esta e a Matemática Financeira.

4.2 Estratégias de Resolução e Formulação de Conjecturas das Tarefas Investigativas

Nesta seção, será apresentada a análise das dez situações-problema que foram exploradas com os alunos de Licenciatura, para contemplar o objetivo específico da Tese: identificar as conjecturas e estratégias de resolução em tarefas de investigação matemática que envolvem conhecimentos vinculados à Educação Financeira e à Economia. Assim, nesta

categoria, optou-se por discutir estratégias e conjecturas utilizadas em cada uma das dez tarefas investigativas desenvolvidas. Cabe ressaltar que as resoluções das dez tarefas investigativas foram produzidas pelos integrantes dos pequenos grupos em cadernos próprios. No entanto, algumas resoluções das atividades foram digitadas (igual ao que os alunos escreveram), pela autora desta Tese e não fotografadas, em função da ilegibilidade das letras e quantidade de páginas utilizadas.

a) Resolução da Tarefa Investigativa 1: Cafeteria – Tomada de Decisão

A primeira tarefa desenvolvida (Apêndice 3) teve como objetivo principal identificar a cafeteria com o melhor custo-benefício para a utilização de *internet*, compreendendo assim o pensamento do aluno no processo de tomada de decisão em situação-problema que faz parte do seu cotidiano. Essa tarefa, apesar de simples, apresentou uma certa dificuldade para dois grupos (A e H), nos quais os alunos alegaram a ausência de dados na questão (como valor do lanche e tempo que o consumidor ficaria na cafeteria) e demoraram a perceber que a tarefa investigativa era aberta.

O grupo “A”, por exemplo, fixou o tempo de conexão de *internet* e considerou zero o custo relativo ao consumo de lanche, tornando a situação-problema fechada, como ressaltou a aluna A1:

O grupo optou por definir as variáveis tempo e custo com alimentação em valores que julgou mais próximos a realidade de quem se encontra na situação problema, a partir de experiências pessoais. Assim, foi definido que o tempo de uso da internet seria curto, de até duas horas, sendo este o tempo de espera no aeroporto e os custos com alimentação seriam zero, já que para o período de até duas horas o consumo não seria necessário. Os demais grupos não atribuíram valores, trabalharam com funções e/ou análise gráfica, testaram outras hipóteses e possibilidades de desfecho, a situação-problema era aberta e não percebemos (A1_{QM}).

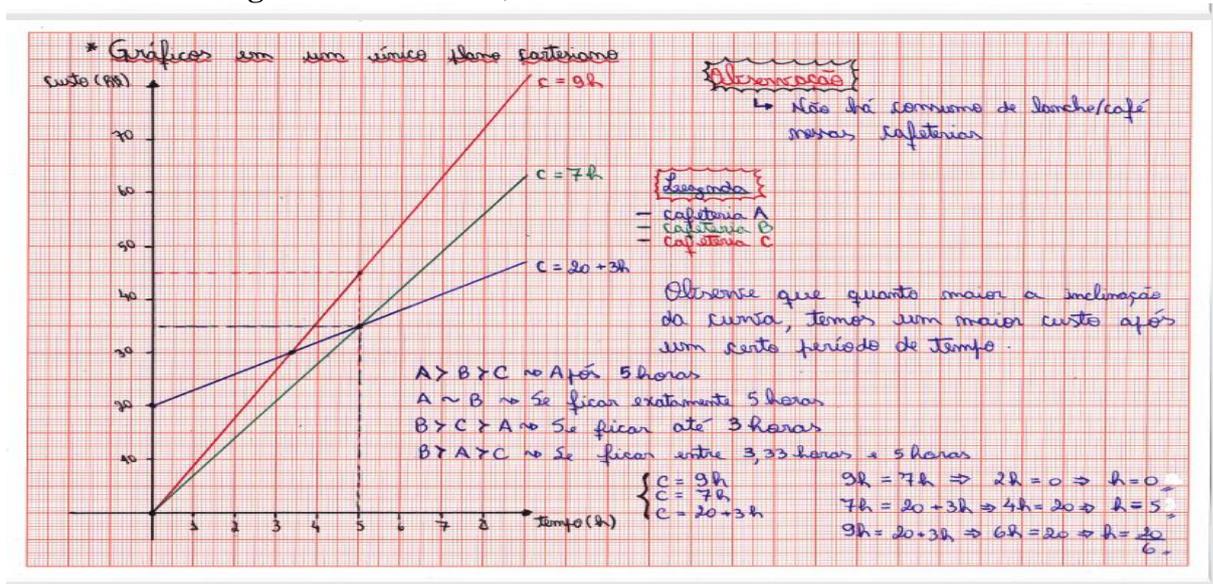
Conforme Palhares (2004), as investigações matemáticas têm um caráter mais aberto do que os problemas habitualmente trabalhados em sala de aula, ou seja, poderão ter mais de uma resposta e exigem do aluno atenção, tempo, criatividade e interesse para resolvê-las. Os alunos dos grupos “A” e “B” destacaram como planejaram resolver a tarefa:

Planejamos organizar os dados e montamos funções (equações) para determinar o gasto conforme o tempo de cada local (A3_{QM}).

No nosso planejamento, decidimos nos basear em funções, com análise de gráficos, não houve nenhuma modificação de raciocínio no decorrer da tarefa (A4_{QM}).

Quatro outros grupos (C, D, F e G) resolveram a tarefa com a utilização de tabelas, mas dois deles não perceberam que o consumidor poderia optar por lanchar na cafeteria C e a função não seria a mesma, implicando uma nova ordenação de preferências. Os outros dois grupos (B e E) resolveram a tarefa encontrando as equações, igualando-as e analisando graficamente os resultados, conforme ilustram as Figuras 3 e 4 a seguir:

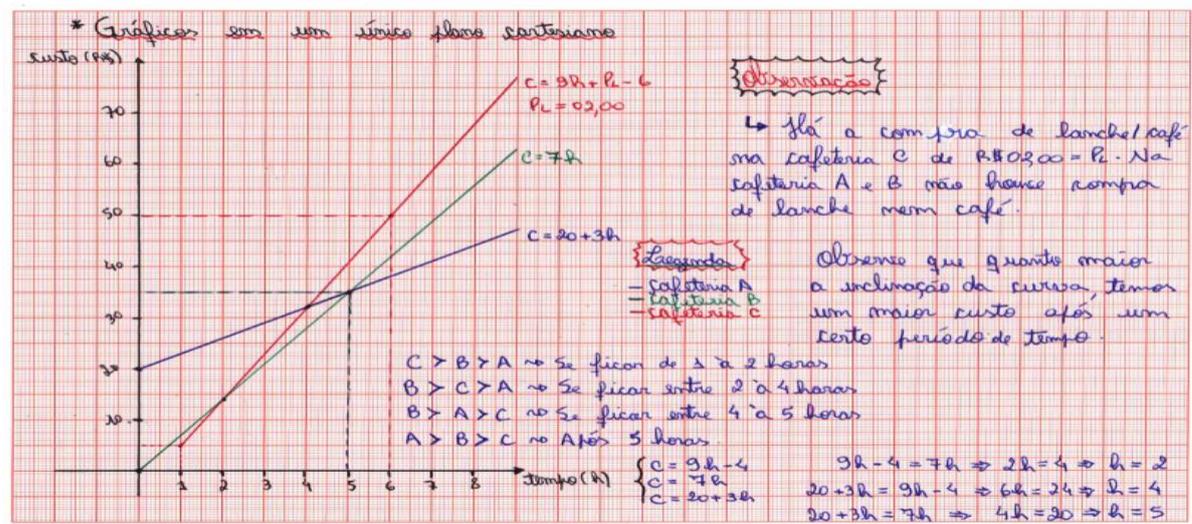
Figura 3: Cafeteria A, B e C – sem consumo de café/ lanche



Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

Percebe-se o cuidado do Grupo “E” em comprovar a solução encontrada a partir da análise gráfica, pela descrição da sua resolução. Foi estipulado um valor de R\$2,00 de consumo na Cafeteria C e, conforme a Figura 4, observa-se que o tempo (número de horas) influencia na escolha da cafeteria, assim como a possibilidade de consumir lanche e/ou café, mas não foram testados valores diferentes de R\$2,00 de consumo na Cafeteria C, para confirmar a hipótese de que o custo com alimentação pode alterar a preferência pela cafeteria.

Figura 4: Cafeteria A, B e C – com consumo de café/ lanche



Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

No momento da socialização das tarefas de cada grupo para a turma foi perguntado: caso o consumidor decida ficar mais de uma hora no local, em que período de tempo a escolha da cafeteria se altera ou se torna indiferente à outra? Os grupos chegaram à conclusão de que quando não existe consumo de alimentos/ bebidas, a cafeteria B apresenta um menor custo até a quinta hora de uso da *internet*; após esse tempo, a cafeteria A passa a apresentar o menor custo. No entanto, dois grupos afirmaram que, quando existe consumo, a cafeteria C apresenta o menor custo até a segunda hora de uso da *internet*, após esse período a cafeteria B torna-se a de menor custo, e se mantém assim até 5 horas de uso da *internet*, quando a cafeteria A passa a ser a mais barata. Diante dessa afirmação, os grupos foram instigados a investigar se realmente, quando existe consumo, a cafeteria C apresenta o menor custo até a segunda hora de uso da *internet* para qualquer valor de lanche. Foi lhes solicitado testarem valores de lanche igual a R\$2,00, R\$5,00 e R\$10,00, conforme as equações relativas à cafeteria C, apresentadas pelos grupos:

$$C = 9h \text{ (quando o consumidor não lancha)} \quad (\text{Eq. 01})$$

$$C = 9h + P_L - 6 \text{ (quando o consumidor lancha obtêm desconto)} \quad (\text{Eq. 02})$$

Notação:

C = custo;

h = horas (tempo);

P_L = preço do lanche/ bebida.

Após a realização dos testes, os grupos chegaram à conclusão de que a escolha da cafeteria que minimiza custo depende não somente do tempo, mas também se o indivíduo consome algum lanche e o valor gasto.

Os grupos não tiveram dificuldades de perceber a importância da tarefa investigativa no ensino de Educação Financeira, a associação da questão com conteúdos de Matemática relacionados a funções de primeiro grau (função afim) e o quanto é relevante a análise mais aprofundada dos custos e benefícios no processo de tomada de decisão. Com relação à pergunta da letra “d”, da tarefa 1, os grupos responderam que fatores como bem-estar proporcionado pela cafeteria, velocidade de conexão da *internet*, distância do portão de embarque, higiene no local, qualidade do atendimento, poluição sonora, cobrança de horas não exatas também podem influenciar no processo de escolha.

b) Resolução da Tarefa Investigativa 2: Custo de Passagem de Avião e Decisão de Compra

A tarefa investigativa 2 está relacionada às decisões de compra de passagem de avião, com o objetivo de determinar a companhia aérea mais vantajosa, dadas as possíveis combinações de número de malas despachadas, com excesso de peso e com dimensões acima do permitido, conforme Apêndice 4.

Relativamente a essa tarefa, todos os grupos constataram que a escolha da companhia aérea depende do número de bagagens despachadas e de problemas de excesso de peso e/ou dimensão, alterando a ordem de preferências. A melhor escolha, que minimiza custo, é adquirir a passagem na classe econômica e comprar as bagagens. A companhia aérea mais vantajosa é a C até 2 bagagens despachadas sem problemas de excesso de peso e/ou dimensão, mas se o número de malas despachadas for igual a 3, a empresa com menor custo será a D. No entanto, se o consumidor tiver preferência por viajar apenas pela companhia B, é melhor adquirir a passagem na classe executiva, pagando R\$3,00 a mais (R\$1270,00 – R\$1267,00), em função de ter o direito de despachar uma bagagem, e caso resolva levar 2 ou 3 malas pagará menos do que na classe econômica.

Entre as possibilidades testadas pelos grupos estão: 1) problema de dimensão em todas as bagagens: a melhor opção é a classe econômica; a empresa C é preferível até 2 malas; e a empresa D preferível para 3 malas despachadas; 2) problema de excesso de peso em todas as bagagens: a melhor opção é a empresa C até 3 malas despachadas, para peso maior que 23kg e menor ou igual a 32kg; a empresa D é preferível até 3 malas despachadas, para peso maior que 32kg; 3) problema de peso e dimensão em todas as bagagens: a empresa C é a mais viável para

até 3 malas despachadas (peso maior que 23kg e menor ou igual à 32kg + problemas de dimensão); a empresa D é preferível para peso maior que 32kg + problema de dimensão em até 3 bagagens; os preços da empresa B (classe executiva) são interessantes se compararmos com outras empresas (classe econômica) em diversas situações (número de bagagens despachadas, problemas de excesso de peso e/ou dimensão). A decisão dependerá das preferências do consumidor, disposição a pagar e análise por exemplo da qualidade do serviço de bordo, número de conexões e escalas, histórico de atrasos no voo, alimentação, tamanho, modelo e estado da aeronave, entre outros. Os caminhos que os grupos percorreram foram diferentes para chegar a essas conclusões, entre outras.

O aluno A13 ressaltou que existem várias maneiras para se resolver um problema e que os grupos, apesar de percorrerem caminhos diferentes, conseguiram compreender a tarefa:

Penso que o modo o qual se chega às conclusões são apenas maneiras distintas, mas o que se espera é conseguir obter êxito. Nessa atividade como nas outras, todos os grupos com maneiras distintas conseguiram concluir a tarefa e, isso, que é legal em aprender. Seu grupo não fez tabela, mas conseguiu compreender a atividade (A13_{FD}).

Ao mesmo tempo, a aluna A17 destacou que a análise dos dados é mais fácil quando estes são organizados em várias tabelas, obtendo-se, com isso, maior compreensão da situação-problema e tornando evidente a opção mais vantajosa:

As tabelas estão extremamente organizadas e com fácil entendimento. Com as tabelas separadas fica mais fácil a visualização da melhor companhia. E as respostas estão claras, é possível ter melhor entendimento da questão. Parabéns ao grupo (A17_F).

Quatro grupos (C, D, E, F) resolveram a situação-problema com a utilização de quadros, conforme exemplo do grupo E (Figura 5):

Figura 5: Tarefa Investigativa 2 – Custo de Passagem de Avião e Bagagem

* Tabela sem excesso ou irregularidades

classe	companhia	1 Bagagem	2 Bagagens	3 Bagagens	4 Bagagens
Econômica	Aerianca	R\$ 1.230,00	R\$ 1.290,00	R\$ 1.330,00	R\$ 1.350,00
	Gol	R\$ 1.267,00	R\$ 1.327,00	R\$ 1.367,00	R\$ 1.387,00
	Latam	R\$ 972,00	R\$ 1.052,00	R\$ 1.082,00	R\$ 1.172,00
	Azul	R\$ 1.000,00	R\$ 1.060,00	R\$ 1.100,00	R\$ 1.130,00
Executiva	Aerianca	R\$ 1.430,00	R\$ 1.430,00	R\$ 1.490,00	R\$ 1.530,00
	Gol	R\$ 1.270,00	R\$ 1.270,00	R\$ 1.330,00	R\$ 1.370,00
	Latam	R\$ 1.496,00	R\$ 1.496,00	R\$ 1.576,00	R\$ 1.606,00
	Azul	R\$ 1.400,00	R\$ 1.400,00	R\$ 1.460,00	R\$ 1.500,00

Observação: 1 Bagagem ele teria abarado.

* Generalizações desse caso

$C_v = P_c + P_b$ C_v : custo de viagem
 P_c : preço da classe
 P_b : preço do despacho

Abstrai que a classe econômica vai mais barato do que a classe executiva. Além disso, as companhias Latam e Azul não são as mais onerosas dependendo da quantidade de bagagens a serem despachadas.

Teste para a validação da generalização.

• Empresa Aerianca, classe econômica $\rightarrow C_v = 1.230,00 + 60,00 \Rightarrow C_v = 1.290,00$ reais.
 + 1 Bagagem despachada } 2 Bagagens.
 + 1 Bagagem abarado } OK!

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

Foram destacadas diversas possibilidades de combinações de bagagens para as seguintes situações: sem problemas de peso e dimensão das bagagens; problema de peso e sem irregularidades com dimensão; sem excesso de peso e com problemas de dimensão; problema de peso e dimensão das bagagens.

Contudo, os grupos “A” e “G” construíram um único quadro para encontrar as conjecturas e os grupos “B” e “H”, conforme a Figura 6, colocaram as informações do enunciado da tarefa em Matrizes [1X4], de uma linha e quatro colunas, para encontrar as generalizações e responder a letra “d”: Quais formalizações são possíveis, a partir dos cálculos realizados, para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza?

Figura 6: Tarefa Investigativa 2 – Custo de Passagem de Avião e Bagagem

<p>$p \Rightarrow$ peso (cada mala) $P_x = \sum p, \forall p > 23\text{kg} \Rightarrow$ somatório de pesos acima de 23kg $P_1 = 23 < p \leq 32$; $P_2 = 32 < p \leq 45$; $P_3 = > 45$</p> <p>$X =$ custo econômica sem bagagem; $Y =$ custo executiva com bagagem; $M_1 = 1$ mala; $M_2 = 2$ malas; $M_3 = 3$ malas; $D_L =$ dimensão $> 158\text{cm}$</p> <p>Dados das Matrizes: $A_{11} =$ Companhia Aérea A; $A_{12} =$ Companhia B; $A_{13} =$ Companhia C; $A_{14} =$ Companhia D</p>

$m_{p0} \Rightarrow$ número de malas tal que $p \leq 23\text{kg}$
 $m_{p1} \Rightarrow$ número de malas tal que $23\text{kg} < p \leq 32\text{kg}$
 $m_{p2} \Rightarrow$ número de malas tal que $32\text{kg} < p \leq 45\text{kg}$
 $m_{p3} \Rightarrow$ número de malas tal que $p > 45\text{kg}$
 $m_{px} = m_{p1} + m_{p2} + m_{p3} \Rightarrow$ número de malas com peso excedente
 $m = m_{p0} + m_{px} \Rightarrow$ número total de malas

$d \Rightarrow$ dimensão linear (cada mala)
 $m_{d0} \Rightarrow$ número de malas com $d \leq 158\text{cm}$
 $m_d \Rightarrow$ número de malas com $d > 158\text{cm}$
 $m_{d0} + m_d = m$

De acordo com a legenda acima e informações do enunciado da tarefa é possível definir as seguintes matrizes:

$$X = [1230 \quad 1267 \quad 972 \quad 1000] \quad Y = [1430 \quad 1270 \quad 1496 \quad 1400]$$

$$M_1 = [60 \quad 60 \quad 80 \quad 60] \quad M_2 = [100 \quad 100 \quad 110 \quad 100] \quad M_3 = [120 \quad 120 \quad 200 \quad 130]$$

$$P_1 = [80 \quad 80 \quad 12 * (P_x \div m_x - 23) \quad 130] \quad P_2 = [160 \quad 160 \quad 12 * (P_x \div m_x - 23) \quad 130]$$

$$P_3 = [270 \quad 260 \quad 12 * (P_x \div m_x - 23) \quad 130] \quad D_L = [110 \quad 100 \quad 130 \quad 130]$$

Dessa forma, as duas equações que generalizam as várias possibilidades encontradas são:

$$\text{Para classe econômica sem bagagem inclusa: } X + M_m + \sum_{n=1}^3 (M_{pn} * P_n) + M_d * D_L$$

$$\text{Para classe executiva com bagagem inclusa: } X + M_{m-1} + \sum_{n=1}^3 (M_{pn} * P_n) + M_d * D_L$$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo B).

O aluno A11 salientou que inicialmente a tarefa investigativa parecia simples, mas o grupo percebeu que existiam inúmeras possibilidades durante a resolução e a sua análise teria que ser mais aprofundada:

Achávamos que seria uma questão simples de ser resolvida, porém ao longo do tempo percebemos que haviam muitas possibilidades e tivemos que exercitar o pensamento e analisar com maiores detalhes a questão (A11_{QM}).

O aluno A4 destacou que a resolução da tarefa foi por meio do conhecimento de matrizes para facilitar a sua análise e os cálculos, diferentemente dos outros grupos, que optaram por demonstrar os resultados a partir da elaboração de planilhas:

Os demais grupos utilizaram tabelas para preencher as várias possibilidades de configuração, porém o nosso grupo percebeu que dava para utilizar a noção de matrizes em uma fórmula (A4_{QM}).

A aluna A15 em seu relato demonstrou surpresa com a resolução da tarefa por outro grupo, sem a utilização de tabela. Avaliou que teria dificuldade em resolver sem tabelas, mas ao mesmo tempo constatou ser interessante o modo como o grupo pensou para solucionar o problema:

Achei bem intrigante o modo como pensaram ao realizar a tarefa, como fizeram sem a utilização de uma tabela, eu mesmo teria me perdido nos cálculos e no raciocínio. Eu teria muita dificuldade de fazer esta atividade sem tabela. Parabéns ao grupo (A15_F).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) destacam que, ao resolvermos um problema, temos um caminho de descobertas e esse processo pode-se tornar mais significativo que a sua solução. Isso pode ser percebido no diálogo entre os alunos A13 e A15, quando evidenciam que existe um conjunto de possibilidades para se resolver o problema e que nem sempre a resposta encontrada está correta ou é a única, em função de existirem outros fatores que não foram descobertos durante o desenvolvimento da tarefa:

- Vi que fizeram separadas as tabelas da classe econômica e executiva, ficou bem organizado. O interessante destas atividades é o quanto elas mostram que podemos chegar na mesma conclusão por caminhos diferentes, respeitando o raciocínio de cada um de nós (A15).
- Perfeito sua fala A15, quando todos fazem por um caminho e encontram um mesmo resultado mostra que a Matemática não tem apenas um método único e sim vários de se concluir um resultado (A13).
- Concordo com o que você disse A13, pois se pensarmos como somos cobrados muitas vezes, tanto no ensino básico ou superior, às vezes não se é levado em consideração os diferentes meios de se chegar à mesma conclusão ou que a solução encontrada pode não ser perfeita, porque ainda depende de outros fatores que passaram despercebidos (A15).
(Diálogo entre A13_F e A15_F).

Pode-se constatar que a investigação matemática proporciona pensamentos diferenciados de resolução entre os grupos de alunos, na qual é preciso analisar as diversas possibilidades antes de se chegar a uma conclusão.

c) Resolução da Tarefa Investigativa 3: Custo de Viagem Internacional e Decisão de Compra

No quarto encontro, foi aplicada a terceira tarefa investigativa aos alunos com o propósito de descobrir qual moeda era mais vantajosa para viajar, a partir da análise das taxas de câmbio e conversões de moeda, conforme Apêndice 5. Cabe destacar que, nessa terceira tarefa (custo de viagem internacional), todos os alunos não sabiam o que era taxa de câmbio e após trabalhar com as conversões de moeda (real, rublo, euro e dólar) conseguiram definir o conceito. Segundo Pinho e Vasconcellos (2006), taxa de câmbio nada mais é do que a medida

de conversão da moeda nacional em moeda de outros países, o que vem ao encontro das respostas dos grupos:

Preço de uma moeda em relação à outra (Grupos “C” e “E”).

Razão entre a moeda local e determinada moeda estrangeira (Grupos “D” e “F”).

Valor da moeda de um país em relação à de outro país (Grupos “A” e “G”).

Relação entre dois valores monetários de diferentes países (Grupos “B” e “H”).

Sendo assim, taxa de câmbio é o preço (custo) da moeda estrangeira em termos de moeda nacional, ou seja, o preço (custo) em reais (R\$) de cada moeda estrangeira, conforme Vasconcellos e Garcia (2005), e Pinho e Vasconcellos (2006). Cabe destacar que os grupos chegaram às mesmas conclusões em quase todas as perguntas da tarefa 3, porém por caminhos diferentes, como pode ser visto pela resposta da aluna A8:

A estratégia mais rápida foi desenvolver todos os cálculos com regra de três, utilizando todos os dados fornecidos pela questão, mas um grupo encontrou primeiramente as equações para depois se preocupar com o resultado (A8_{QM}).

Quatro grupos (C, D, E, F) se preocuparam em encontrar, primeiramente, o custo total da viagem ($CT = \text{gasto médio por pessoa} \times \text{n}^\circ \text{ de pessoas} \times \text{n}^\circ \text{ de dias}$), em rublos, e trabalhar com as taxas de câmbio encontradas na letra “a”, para responderem às perguntas das letras “c” à “h” por regra de três ou multiplicando o custo total (CT) pela taxa de câmbio (T) correspondente. Os grupos “A” e “G” resolveram a tarefa com as taxas encontradas na letra “a”, mas não calcularam o custo da viagem para responder as perguntas das letras “c” e “d”, apenas encontraram a generalização.

Nas equações encontradas, quatro grupos não acrescentaram o IOF (Imposto de Operação Financeira), como deflui da resposta do aluno A12:

Organizamos as informações em tabelas e calculamos as taxas de câmbio, para depois encontrar os custos com viagem e generalizações. Esquecemos de acrescentar o IOF em um cálculo e converter rublos para dólar nos gastos com cartão de crédito, tivemos que alterar no final da atividade (A12_{QM}).

Dois grupos não perceberam na resolução da letra “f” que teriam que converter o gasto em rublos para dólares, e que o custo total da viagem do cartão de crédito, em reais (R\$), dependeria da cotação do dólar no dia da compra ou no fechamento da fatura (escolha do titular

do cartão)¹⁵. Outros dois grupos não perceberam que, se a família quisesse comprar rublos no aeroporto, a cotação não era tão vantajosa.

Os grupos “B” e “H” trabalharam com as taxas fornecidas no enunciado da tarefa e não calcularam o custo da viagem, apenas encontraram as generalizações (Figura 7), que pudessem ser aplicadas a qualquer situação da mesma natureza, testando, validando as conjecturas e encontrando a solução do problema, assim como os grupos “A” e “G”: para a conversão de um valor “*a*” de uma moeda A, para um valor “*b*” de uma moeda B, o grupo “B” utilizou a seguinte operação: $bB = aA \cdot \text{Taxa de Câmbio}_{B-A}$; enquanto os grupos “A” e “G” resolveram a questão por uma equação semelhante: $CR_{Mn} = CR_{Me} \cdot T_{Mn-Me}$ ¹⁶.

Figura 7: Tarefa Investigativa 3 – Custo de Viagem Internacional

c) Vale mais a pena comprar dólar ou euro no Brasil para depois fazer a troca da moeda na Rússia?

Se quisermos trocar *x* reais por rublos, usando dólar como intermediário:

$$x \text{ BRL} \cdot T_{\text{USD/BRL}} = x \text{ BRL} \cdot \frac{0,26 \text{ USD}}{1 \text{ BRL}} = 0,26 x \text{ USD}$$

$$0,26 x \text{ USD} \cdot T_{\text{RUB/USD}} = 0,26 x \text{ USD} \cdot \frac{63,21 \text{ RUB}}{1 \text{ USD}} = 16,43 x \text{ RUB}$$

Já se quisermos trocar *x* reais por rublos, usando euro como intermediário:

$$x \text{ BRL} \cdot T_{\text{EUR/BRL}} = x \text{ BRL} \cdot \frac{0,22 \text{ EUR}}{1 \text{ BRL}} = 0,22 x \text{ EUR}$$

$$0,22 x \text{ EUR} \cdot T_{\text{RUB/EUR}} = 0,22 x \text{ EUR} \cdot \frac{73,70 \text{ RUB}}{1 \text{ EUR}} = 16,21 x \text{ RUB}$$

Logo, vale mais a pena comprar dólar no Brasil para depois fazer a troca na Rússia.

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo B).

Quatro grupos, igualmente, não encontraram as generalizações para a letra “*d*”, apenas testaram as hipóteses, estipulando valores percentuais diferentes de desvalorização das moedas euro e dólar. A partir dessas suposições de variações nas taxas de câmbio, encontraram a solução pela própria equação de taxa de câmbio (razão entre os preços da moeda nacional e estrangeira) ou regra de três. Quatro grupos encontraram generalização para essa situação, concluindo que a escolha entre dólares ou euros vai depender do percentual de desvalorização do real em relação a essas duas moedas, conforme se vê na resolução do Grupo B, na Figura 8:

¹⁵ Observação: Entrou em vigor em 01/03/2020, por determinação do Banco Central (Circular 3918), a obrigatoriedade das operadoras de cartão de crédito utilizar apenas a cotação do dólar do dia da compra para conversão do valor em real (AGÊNCIA BRASIL, 2020).

¹⁶ CR = Custo/ Receita; Mn = Moeda Nacional; Me = Moeda Estrangeira; T = Taxa de Câmbio.

Figura 8: Tarefa Investigativa 3 – Custo de Viagem Internacional

d) Se a nossa moeda desvalorizar mais em relação ao dólar do que o euro no dia seguinte, ainda vale a pena comprar dólar? Justifique.

Considerando a desvalorização do real em relação ao dólar e ao euro, pode-se representar as duas novas taxas de câmbio como: $T_{USD/BRL} = 0,26 - d$; $T_{EUR/BRL} = 0,22 - e$

Como a moeda desvalorizou mais em relação ao dólar do que o euro, então $d = e + a$ ¹⁷

Logo, pode-se reescrever:

$$T_{USD/BRL} = 0,26 - d = 0,26 - (e + a) = 0,26 - e - a = \overbrace{(0,22 - e) + 0,04 - a} \rightarrow T_{EUR/BRL} + 0,04 - a$$

Considerando que não houve alteração nas taxas de câmbio do rublo em relação ao dólar e o euro, pode-se afirmar que para x reais teremos as seguintes expressões em rublos:

$$63,21 * (T_{EUR/BRL} + 0,04 - a) \cdot x \Rightarrow \text{valor em rublos após conversão em dólares}$$

$$73,70 * T_{EUR/BRL} \cdot x \Rightarrow \text{valor em rublos após conversão em euros}$$

$$(63,21 * T_{EUR/BRL} + 2,5284 - 63,21a) \cdot x$$

$$(63,21 * T_{EUR/BRL} + 10,49 * T_{EUR/BRL}) \cdot x$$

Após rearranjar percebe-se que para ainda valer a pena a conversão em dólar deve-se ter:

$$2,5284 - 63,21a > 10,49 * T_{EUR/BRL}$$

$$2,5284 - 63,21a > 10,49 * (0,22 - e)$$

$$2,5284 - 63,21a > 2,3078 - 10,49e$$

$$a < 16,59\% e + 0,0034899$$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo B).

De acordo com os dados da Figura 8, a escolha do dólar só valerá a pena se a moeda brasileira não desvalorizar em relação ao dólar além de 16,59% do valor de desvalorização em relação ao euro, mais 0,0034899. O aluno A4 destacou o quanto a representação dos resultados (conversões) ficou clara e organizada a partir da utilização de tabelas, mas que o seu grupo preferiu formular equações para desenvolver toda a tarefa investigativa:

Gostei da organização em tabelas com uma visão clara das conversões, no nosso grupo acabamos optando por resolver sempre a partir de equações (A4F).

O aluno A18 ressaltou que foi possível avaliar o raciocínio e compreender a tarefa de modo geral no momento em que as descobertas foram socializadas e discutidas pela turma:

Iniciamos a tarefa usando regra de três nos nossos cálculos e a partir disso começamos a formalizar nosso pensamento, socializando com os colegas foi possível avaliar nosso raciocínio e compreender

¹⁷ d = desvalorização total do real em relação ao dólar; e = desvalorização do euro em relação ao dólar; a = desvalorização adicional do real em relação ao dólar.

que fatores deixamos de considerar durante a resolução. O aluno a partir de cálculos simples pode chegar em fórmulas mais elaboradas (A18_{FD}).

A aluna A19, ao concluir os quatro passos da investigação matemática, destacou que compreendeu a tarefa, existiu aprendizado ao obter êxito na validação das conjecturas e ter certeza da sua aplicação em outras situações da mesma natureza:

Encontrando, testando e validando as generalizações, estamos aprendendo e entendendo o que acontece e podemos aplicar tais fórmulas em outros acontecimentos de mesma natureza (A19_{QM}).

Portanto, investigar relaciona-se a fazer descobertas, explorar problemas e hipóteses, construir argumentos e justificativas que apoiam uma ideia, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015).

d) Resolução da Tarefa Investigativa 4: Porcentagem

No quinto encontro foi desenvolvida a tarefa investigativa de porcentagem, com o objetivo de definir a melhor opção de compra de uma televisão, conforme Apêndice 6. Nesta tarefa investigativa, quatro grupos não conseguiram encontrar as generalizações para descontos e acréscimos sucessivos.

Na Figura 9, pode-se observar as formalizações encontradas pelos Grupos “A” e “F” para encontrar o valor da televisão e responder as perguntas da letra “b” a “h”:

Figura 9: Tarefa Investigativa 4 – Porcentagem

P (porcentagem) = C (capital) * i (taxa de juros percentual) ; $i = P / C$

Generalizações p/ Acréscimos:

VF (valor futuro) = C (capital) + P (porcentagem)

$VF = C + (C * i)$ $(C * i) = P$

$VF = C (1 + i)$

$VF = C (1 + i_1) * (1 + i_2) * (...)$ Para acréscimos sucessivos

$P = VF - C$

$P = C (1 + i_1) * (1 + i_2) - C$

$P = C [(1 + i_1) * (1 + i_2) - 1]$; $i = (P / C) * 100$

Generalizações p/ Descontos:

VF (valor futuro) = C (capital) - P (porcentagem)

$VF = C - (C * i)$; $(C * i) = P$; $VF = C (1 - i)$

$$\begin{aligned} &VF = C (1 - i_1) * (1 - i_2) * (...) \text{ Para descontos sucessivos} \\ &P = VF - C \\ &P = C (1 - i_1) * (1 - i_2) - C ; P = C [(1 - i_1) * (1 - i_2) - 1]; i = (P / C) * 100 \end{aligned}$$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos “A” e “F”).

Os grupos “B” e “E” percorreram caminhos diferentes, encontraram expressões semelhantes, porém acrescentaram outra generalização para o valor total da taxa (i), aprofundaram o raciocínio para as equações de acréscimo e desconto sucessivo e incluíram mais duas equações ao considerar $i_1 = i_2$. Na Figura 10 a forma de generalização apresentada por esses dois grupos.

Figura 10: Tarefa Investigativa 4 – Porcentagem

Para acréscimos:
 $x_i = x_0 + (x_0 * i) = x_0 * (1 + i_1)$; $x = x_i + (x_i * i_2) = x_i * (1 + i_2) = x_0 * (1 + i_1) * (1 + i_2)$

Para descontos:
 $x_i = x_0 - (x_0 * i) = x_0 * (1 - i_1)$; $x = x_i - (x_i * i_2) = x_i * (1 - i_2) = x_0 * (1 - i_1) * (1 - i_2)$

No caso de $i_1 = i_2$ para acréscimos sucessivos: $x = x_0 * (1 + i_1)^2 = x_0 * (1 + i_2)^2$

No caso de $i_1 = i_2$ para descontos sucessivos: $x = x_0 * (1 - i_1)^2 = x_0 * (1 - i_2)^2$

Taxa total para desconto: $i = (1 - \frac{x}{x_0}) * 100$

Taxa total para acréscimo: $i = (\frac{x}{x_0} - 1) * 100$

Notação:
 x_0 = valor inicial;
 x_i = valor intermediário;
 x = valor final;
 i_1 = primeira taxa;
 i_2 = segunda taxa;
 i = taxa total.

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos “B” e “E”).

Os alunos A15, A14 e A13 ressaltaram que foi possível avaliar o raciocínio e compreender a tarefa de modo geral no momento em que as descobertas foram socializadas e discutidas pela turma:

Vi as questões que fizeram e por mais que tenham usado terminologias diferentes, o modo de fazer foi o mesmo. Também chegamos na mesma conclusão, fato interessante, pois por mais que os grupos não

tenham feito a atividade junto, teve a mesma linha de raciocínio lógico. A observação da mesma atividade com outro olhar é algo que nos faz pensar, por isso que muitas vezes a socialização dos métodos apresentados para resolver as atividades é muito importante para podermos aprender a ter outra visão referente ao mesmo assunto (A15_{FD}).

- A maioria dos cálculos estão iguais ao nosso, as generalizações estão muito bem elaboradas, bem semelhante a um material didático, cheio de considerações. Show! (A14).

- Obrigado A14! Nós procuramos sistematizar alguns conceitos simples e depois avançar um pouco para alguns mais complexos para futuras atividades e aprimorar o conhecimento sobre a Matemática Financeira, visto que nunca tinha feito uma generalização das fórmulas de financeira (A13). (Diálogo entre A14_F e A13_F).

Segundo Brasil (2017, p. 519):

É necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática. [...] A identificação de regularidades e padrões exige, além de raciocínio, a representação e a comunicação para expressar as generalizações, bem como a construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado. [...] Com relação à competência de argumentar, seu desenvolvimento pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativas.

Ponte (2003) complementa que investigar é descobrir relações, padrões procurando identificar e comprovar as propriedades levantadas pelo investigador, como salientou o aluno A13:

É interessante trabalhar com todas as hipóteses que podem influenciar nas escolhas da compra de um produto de qualidade e que esteja em bom estado para a utilização. Penso que no momento em que o estudante ganha liberdade de pensar/elaborar suposições para o problema tornando-o mais complexo, acaba tendo de procurar outros meios de resolvê-lo. Nessa atividade foi constatado essa visão de liberdade e gostei muito de poder pensar em estruturas que influenciavam na compra da televisão tanto na Loja A, B ou C (A13_{QM}).

Para que uma tarefa seja considerada como investigação, conforme Oliveira, Segurado e Ponte (1998) é fundamental que a situação seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessíveis, ao aluno, o processo de resolução e a solução ou soluções da questão. Nesse contexto, destacam-se os comentários dos alunos A13 e A15:

Achei bem boa a atividade, apesar de trabalhosa, porque ela traz um assunto que molda todo estudo de financeira, que é a questão da porcentagem e que muitas vezes não analisamos a situação com a devida atenção. Todo o local que olhamos, notamos uma placa anunciando um desconto ou juros e saber encontrar os juros e/ou desconto é necessário para não cair em golpes, o qual faz o indivíduo ficar pagando por algo que nem deveria (A13_{FD}).

O mais interessante é que antes dessa atividade, eu iria ver muitas fórmulas e iria me apavorar. Agora elas parecem ser fáceis, quando somos nós que a encontramos, só depois é que temos que nos preocupar com a solução ou soluções, diante de vários fatores que podem influenciar no processo de escolha (A15_G).

Portanto, após a análise dos resultados encontrados, os grupos chegaram à conclusão de que a loja C é a opção mais vantajosa, caso seja necessário comprar no mesmo dia a televisão (hoje), porém, se o consumidor quiser economizar e minimizar custo, deve comprar na loja B a partir do outro dia (amanhã), pois a liquidação com descontos entre 6% e 10% garante o menor preço em comparação às outras lojas. Logo, a escolha entre uma loja e outra depende do % de desconto concedido e da data da compra. Entre os demais fatores que podem influenciar na compra, os alunos destacaram: a marca, garantia, qualidade do produto, concorrência (vendas virtuais e lojas mais distantes da casa da família), consumo de energia, tamanho da televisão, frete, taxa de instalação *etc.*

Relativamente à primeira pergunta, significado do símbolo “%”, os grupos “A” e “F” responderam que é uma unidade de medida que representa uma parte de um total de 100; os grupos “B” e “E” responderam que o termo significa a parte centésima de um todo; e os demais grupos responderam que é um número dividido por 100 ($a\% = a / 100$; $a \geq 0$).

Por fim, os alunos concluíram que é possível associar a tarefa investigativa sobre porcentagem com conteúdo da Matemática (álgebra, funções). No caso de acréscimos ou descontos sucessivos de porcentagem fixa, tem-se uma progressão geométrica, identificada pelos Grupos “B” e “E”. Também foi constatado que o problema está relacionado com Educação Financeira e ao tema de Sustentabilidade por alguns grupos, ao apresentarem várias opções em uma situação na qual o consumidor precisa escolher a que mais economiza recursos financeiros, como também minimiza os impactos ambientais, ao refletirem sobre o consumo de energia, produção de lixo (tamanho da televisão) e poluição sonora (capacidade de som).

e) Resolução da Tarefa Investigativa 5: Regimes de Capitalização Simples e Composto

A quinta tarefa investigativa está relacionada aos regimes de capitalização (Apêndice 7) e tem o objetivo de fazer com que os alunos encontrem as equações de juros simples e compostos a partir de uma analogia com progressões aritmética e geométrica, bem como funções afim e exponencial. Primeiramente, os grupos concluíram o preenchimento da tabela, do enunciado da tarefa, para analisar o comportamento dos números ao longo do tempo. Quatro grupos (C, D, F e H) tiveram dificuldade para perceber a variação (razão) do capital da terceira coluna da Figura 11.

Figura 11: Tarefa Investigativa 5 – Regimes de Capitalização

n	\$	\$
0	10.000,00	10.000,00
1	10.100,00	10.100,00
2	10.200,00	10.201,00
3	10.300,00	10.303,01
4	10.400,00	10.406,04
5	10.500,00	10.510,10
6	10.600,00	10.615,20
7	10.700,00	10.721,35
8	10.800,00	10.828,56
9	10.900,00	10.936,85
10	11.000,00	11.046,22
11	11.100,00	11.156,68
12	11.200,00	11.268,25

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos A à H).

Como pode-se verificar, segundo o grupo “B”, a sequência da coluna 2 é uma progressão aritmética (P. A.) de razão $r = 100$, pois sempre que se subtrai um n -ésimo termo do seu sucessor obtém-se 100. Exemplos: $10.500 - 10.400 = 100$; $10.300 - 10.200 = 100$ *etc.* Logo, pode-se generalizar o n -ésimo, nesse caso, com a equação:

$$a_n = a_0 + n \cdot r \quad (\text{Eq. 03})$$

Notação:

a_n = n -ésimo termo;
 a_0 = termo inicial;
 n = prazo;
 r = razão.

Ainda segundo o grupo “B”, a sequência da coluna 3 é uma progressão geométrica (P. G.) de razão $q = 1,01$, pois sempre que divide-se um termo por seu antecessor obtém-se 1,01. Exemplos: $10.100 / 10.000 = 1,01$; $10.201 / 10.100 = 1,01$ *etc.* Logo, pode-se generalizar o n -ésimo, nesse caso, com a fórmula:

$$a_n = a_0 \cdot q^n \quad (\text{Eq. 04})$$

Notação:

a_n – n -ésimo termo;
 a_0 – termo inicial;
 n – prazo;
 q – razão.

O grupo “E” demonstrou matematicamente as equações das razões e o montante acumulado pela análise das seqüências numéricas (P. A. e P. G.), formalizando as equações de juros simples e compostos. Observe-se que a cada termo é acrescido R\$100,00 em relação ao termo anterior na seguinte seqüência (10.000; 10.100; 10.200; 10.300; 10.400 *etc.*):

Figura 12: Tarefa Investigativa 5

$a_0 = 10.000$	
$a_1 = 10.100$	+ 100
$a_2 = 10.200$	+ 100
$a_3 = 10.300$	+ 100
$a_4 = 10.400$	+ 100

Nota-se que essa P. A. possui razão 100

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

Ao generalizar a razão de uma P. A., têm-se:

Figura 13: Tarefa Investigativa 5

$r = 10.100 - 10.000 = 100$	$a_1 = a_0 + r$
$r = 10.200 - 10.100 = 100$	$a_2 = a_1 + r$
	$a_3 = a_2 + r$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

$$r = a_n - a_{n-1} \quad (\text{Eq. 05})$$

$$a_n = a_{n-1} + r \quad (\text{Eq. 06})$$

Notação:

r = razão;

n = tempo (prazo);

a_n = termo no tempo n ;

a_{n-1} = termo anterior à n .

Se considerarmos que o capital de R\$10.000,00 é aplicado a juros simples significa que todos os meses teremos um rendimento de R\$100,00:

Figura 14: Tarefa Investigativa 5

$n = 1$	$\rightarrow a_1 = 10.000 + 100 = 10.100$
$n = 2$	$\rightarrow a_2 = 10.100 + 100 = 10.200$
$n = 3$	$\rightarrow a_3 = 10.200 + 100 = 10.300$
$n = 4$	$\rightarrow a_4 = 10.300 + 100 = 10.400$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

Logo, a taxa de juros é igual a $i = 1\%$ a.m. ($i = 0,01$) e incide sempre no capital inicial (juros simples):

Figura 15: Tarefa Investigativa 5

$$i = \frac{100}{10000} = 0,01 \leftrightarrow i = \frac{r}{C}$$

$$i = \frac{1}{100} = 0,01 \leftrightarrow i = \frac{i\%}{100}$$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

$$i = \frac{r}{C} \quad (\text{Eq. 07})$$

$$i = \frac{i\%}{100} \quad (\text{Eq. 08})$$

Notação:

r = razão;
i = taxa de juros;
C = capital.

Pode-se encontrar, a partir do raciocínio da P. A., as equações de juros simples e o montante, conforme grupos “B”, “C”, “E” e “G”:

$$r = C * i \quad (\text{Eq. 09})$$

Notação:

r = razão;
C = capital inicial;
i = taxa de juros.

De acordo com a tarefa:

$$r = C * i = 10.000 * 0,01 = 100$$

Portanto, a razão (r) é sempre C . i, ao acrescentar o prazo (n), obtém-se a equação de juros simples (J), de acordo com as resoluções dos grupos “B” e “E”:

$$J = C * i * n \quad (\text{Eq. 10})$$

$$J = (C * i) * n \quad (\text{Eq. 11})$$

$$J = r * n \quad (\text{Eq. 12})$$

Conforme constatado no problema:

Figura 16: Tarefa Investigativa 5

$$J = C * i * n = 10.000 * 0,01 * n = 100 * n$$

$$J = r * n = 100 * n$$

$$n = 1 \rightarrow J_1 = 100 * 1 = 100; M_n = C + J = M_1 = 10.000 + 100 = 10.100$$

$$n = 2 \rightarrow J_2 = 100 * 2 = 200; M_n = C + J = M_2 = 10.000 + 200 = 10.200$$

$$n = 3 \rightarrow J_3 = 100 * 3 = 300; M_n = C + J = M_3 = 10.000 + 300 = 10.300$$

$$n = 4 \rightarrow J_4 = 100 * 4 = 400; M_n = C + J = M_4 = 10.000 + 400 = 10.400$$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos B; E).

Assim sendo, o montante (M_n) é igual ao capital inicial (C) mais os juros (J) no tempo (n):

$$M_n = C + J \quad (\text{Eq. 13})$$

O grupo “B” encontrou outra generalização (menos simplificada) para o montante (M), de juros simples, ao responder a letra “d” da tarefa:

$$M_n = C * i * n + C =$$

$$M_n = C (1 + i * n) \quad (\text{Eq. 14})$$

Notação:

M_n = montante;
 C = capital inicial;
 i = taxa de juros;
 n = tempo (prazo).

De acordo com o grupo “E”, a respeito da P. G., tem-se a seguinte sequência: (10.000; 10.100; 10.201; 10.303,01; 10.406,04 *etc.*). Nota-se que a partir do termo inicial obtém-se o segundo, realizando o produto por 1,01. O terceiro termo se obtém multiplicando o segundo termo por 1,01 e assim por diante.

Figura 17: Tarefa Investigativa 5

$b_0 = 10.000,00$		Observa-se que essa P. G. possui razão 1,01
$b_1 = 10.100,00$	x 1,01	
$b_2 = 10.201,00$	x 1,01	
$b_3 = 10.303,01$	x 1,01	
$b_4 = 10.406,04$	x 1,01	

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

Generalizando a razão de uma P. G.:

Figura 18: Tarefa Investigativa 5

$q = \frac{10100}{10000} = 1,01$	$b_1 = b_0 * q$ $b_2 = b_1 * q$ $b_3 = b_2 * q$
$q = \frac{10201}{10100} = 1,01$	
$q = \frac{b_n}{b_{n-1}} = 1,01$	

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

Logo:

$$q = \frac{b_n}{b_{n-1}} \quad (\text{Eq. 15})$$

$$b_n = b_{n-1} \cdot q \quad (\text{Eq. 16})$$

Notação:

q = razão;

n = tempo (prazo);

b_n = termo no tempo n;

b_{n-1} = termo anterior à n.

Como a razão (q) do problema é igual a 1,01 pode-se dizer, por exemplo, que a correção mensal de uma aplicação inicial de R\$10.000,00 é igual a 1% sobre o M (montante), já que trata-se de juros compostos: $100\% + 1\% = (1 + i) = 1 + 0,01 = 1,01$.

Figura 19: Tarefa Investigativa 5

$$i = \frac{i\%}{100} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$q = (1 + 0,01) = 1,01$$

$$i = (1,01 - 1) = 0,01$$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos B; E).

$$q = (1 + i) \quad (\text{Eq. 17})$$

$$i = (q - 1) \quad (\text{Eq. 18})$$

Assim, pode-se concluir, a partir da resolução dos grupos “B” e “E”, que uma aplicação a juros compostos de um capital inicial (C), a uma taxa de juros (i), produz montantes (M) que são termos de uma progressão geométrica (P. G.), de acordo com o termo inicial (C) e razão (q) dada por (1+i).

Figura 20: Tarefa Investigativa 5

$$n = 1 \rightarrow b_1 = b_0 \cdot q = 10.000,00 \cdot 1,01 = 10.100,00 = M_1$$

$$n = 2 \rightarrow b_2 = b_1 \cdot q = 10.100,00 \cdot 1,01 = 10.201,00 = M_2$$

$$n = 3 \rightarrow b_3 = b_2 \cdot q = 10.201,00 \cdot 1,01 = 10.303,01 = M_3$$

$$n = 4 \rightarrow b_4 = b_3 \cdot q = 10.303,01 \cdot 1,01 = 10.406,04 = M_4$$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos B; E).

Logo:

Figura 21: Tarefa Investigativa 5

$n = 1 \rightarrow M_1 = C \cdot (1 + i)^n = 10.000,00 \cdot (1,01)^1 = 10.100,00$
$n = 2 \rightarrow M_2 = C \cdot (1 + i)^n = 10.000,00 \cdot (1,01)^2 = 10.201,00$
$n = 3 \rightarrow M_3 = C \cdot (1 + i)^n = 10.000,00 \cdot (1,01)^3 = 10.303,01$
$n = 4 \rightarrow M_4 = C \cdot (1 + i)^n = 10.000,00 \cdot (1,01)^4 = 10.406,04$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos B; E).

Portanto, obtém-se a equação de juros compostos:

$$M_n = C \cdot (1 + i)^n \quad (\text{Eq. 19})$$

Notação:

C = capital inicial;

n = tempo (prazo);

M_n = montante no tempo n;

i = taxa de juros.

Com relação à pergunta da letra “b” da tarefa investigativa, os grupos, de modo geral, salientaram que, conforme a resolução da pergunta anterior (letra “a”), a coluna 2 é uma P. A. (progressão aritmética), logo pode ser descrita por uma função afim e ter seus termos formalizados da seguinte forma:

$$f(x) = ax + b \quad (\text{Eq. 20})$$

Notação:

x = n (prazo);

a = 100 (razão);

b = 10.000 (capital inicial).

A coluna 3, de acordo com os grupos, é uma P. G. (progressão geométrica), logo pode ser descrita por uma função exponencial e ter seus termos formalizados da seguinte forma:

$$f(x) = k \cdot a^x \quad (\text{Eq. 21})$$

Notação:

x = n (prazo);

a = 1,01 (razão);

k = 10.000 (capital inicial).

Com relação à pergunta da letra “c”, os grupos “B” e “E” encontraram as seguintes generalizações para taxa de juros:

Juros Simples:

$$i = \frac{r}{C} \rightarrow \text{Equação proveniente da P. A.} \quad (\text{Eq. 22})$$

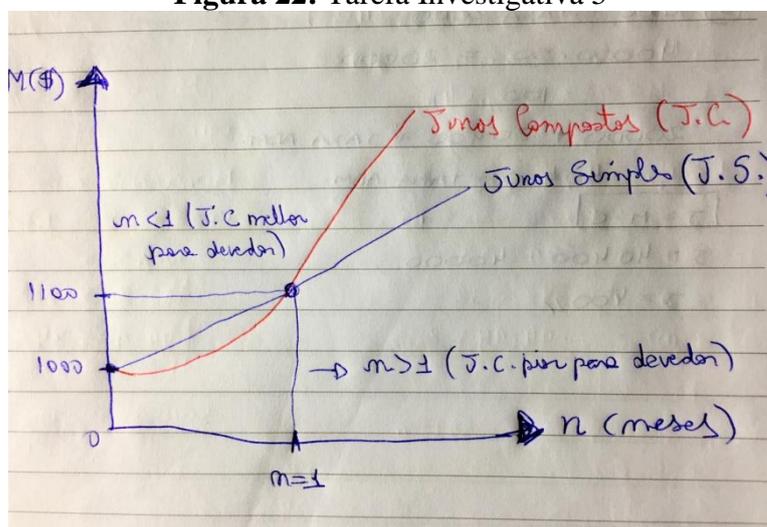
$$i = \frac{a}{b} \rightarrow \text{Equação proveniente da função afim} \quad (\text{Eq. 23})$$

Juros Compostos:

$$i = (q - 1) \rightarrow \text{Equação proveniente da P. G.} \quad (\text{Eq. 24})$$

$$i = (a - 1) \rightarrow \text{Equação proveniente da função exponencial} \quad (\text{Eq. 25})$$

A Figura 22 elaborada pelo grupo “C”, para responder a letra “e” da tarefa, demonstra que é mais vantajoso para o credor emprestar dinheiro a juros compostos, a partir de $n > 1$, pois o crescimento exponencial é maior que o linear. Em contrapartida, os juros simples por serem fixos são mais vantajosos para o devedor para $n > 1$. Para um período de tempo menor que 1, tem-se o raciocínio inverso, é melhor para o credor emprestar dinheiro a juros simples. Portanto, os juros compostos são mais atrativos para o devedor quando $n < 1$.

Figura 22: Tarefa Investigativa 5

Fonte: Dados de Pesquisa: Grupo C).

Os grupos gostaram bastante dessa tarefa, porque conseguiram conectar a Educação Financeira com conteúdos da Matemática (progressões e funções), além de encontrarem as equações pela primeira vez, pois sempre dependiam de um formulário (consulta das fórmulas). Isso pode ser evidenciado nos comentários dos alunos A13, A15, A17:

Na minha opinião, penso que trazer as formalizações como as que estamos fazendo com as atividades propicia uma melhor compreensão por parte dos alunos, já que terão uma visualização do que está ocorrendo. Além disso, a financeira deixará de ser uma decoreba de fórmulas para passar a ser uma disciplina de formalizações desses algoritmos (A13_{FD}). Sim A13! Agora tenho certeza que conseguimos raciocinar, ter um pensamento crítico referente a situações da vida sem precisar ficar "escravos" de formulário (A15_{FD}). Gostei muito dessa atividade porque vimos como existe relação entre juros simples, composto com progressões e funções. Além de poder realizar as generalizações desses elementos financeiros. A atividade consegue fazer com que os estudantes compreendam ainda mais sobre esses conteúdos importantes da Matemática. Além de criar as devidas formalizações e conexões com o conteúdo de juros simples e composto (A13_{FD}).

A atividade foi muito produtiva, pois conseguimos visualizar as equações e como elas são formalizadas através do exercício proposto (A17_{FD}).

Nesse contexto, os alunos ficaram satisfeitos com a tarefa, na qual conseguiram fazer uma analogia dos regimes de capitalização simples e compostos com progressões aritmética e geométrica, exatamente como exposto por Nogueira (2013). Portanto, a investigação matemática contribuiu no aumento da capacidade de raciocínio do aluno ao ter que, a partir de quadros, formular e testar conjecturas, criar generalizações, o que desenvolve o pensamento crítico em situações financeiras do cotidiano da mesma natureza.

f) Resolução da Tarefa Investigativa 6: Formas de Pagamento e Juros Compostos

A sexta tarefa (Apêndice 8) tem o objetivo de investigar a opção de pagamento mais vantajosa para a compra de um automóvel, pelos licenciandos em Matemática. Todos os grupos concluíram que a opção em 10 vezes sem juros é mais vantajosa para a família, porque o capital é diluído ao longo do tempo, apesar do valor do automóvel continuar o mesmo pagando à vista ou parcelado.

Cinco grupos (A, C, E, F e H) testaram a hipótese da família ter R\$40.000,00 e em vez de pagar à vista o automóvel, decide colocar na poupança e retirar R\$4.000,00 mensais, por 10 meses, para comprar o carro parcelado (sem juros).

O grupo “E” considerou a taxa de juros básica da Economia (Selic) = 6,5% a.a., com rendimento mensal da aplicação igual a 70% da Selic:

Figura 23: Tarefa Investigativa 6

<p>70% de 6,5% = 4,55% a.a. ÷ 12 meses = 0,3792% a.m. $i = 0,3792 \div 100 = 0,003792$</p> <p>$q = (1 + i) = 1,003792$ $n = 0 \rightarrow C_{\text{inicial}} = \text{R}\\$40.000,00$ (aplicação) \rightarrow Rendimento mensal = $q = 1,003792$ $M_1 = C * q$ $S_1 = M_1 - R_1 \rightarrow S_n = M_n - R_n$ $M_2 = S_1 * q \rightarrow M_n = S_{n-1} * q$</p> <p><u>Notação:</u> M = montante; C = capital inicial; S = saldo; R = resgate; q = razão; n = prazo; i = taxa de juros.</p>

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

Sendo assim, de acordo com o Grupo “E” e conforme a resolução a seguir, melhor esperar 30 dias para comprar o carro parcelado, pois ao aplicar R\$40.000,00 sobrariam R\$853,36 no décimo mês:

Figura 24: Tarefa Investigativa 6

n (prazo)	M _n (montante) – R\$	R _n (resgate mensal) – R\$	S _n (saldo) – R\$
0		0.000,00	40.000,00
1	40.151,67	4.000,00	36.151,67
2	36.288,74	4.000,00	32.288,74
3	32.411,17	4.000,00	28.411,17
4	28.518,90	4.000,00	24.518,90
5	24.611,86	4.000,00	20.611,86
6	20.690,02	4.000,00	16.690,02
7	16.753,30	4.000,00	12.753,30
8	12.801,66	4.000,00	8.801,66
9	8.835,03	4.000,00	4.835,03
10	4.853,36	4.000,00	853,36 (crédito)

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

Segundo a maioria dos grupos, a melhor opção é o parcelamento em 10 vezes sem juros, supondo que o comprador não consiga um desconto no valor à vista (R\$40.000,00) do automóvel. De acordo com o grupo “G”, se a família decidisse aplicar os R\$40.000,00 sem sacar por 10 meses e só efetuar a compra do automóvel no décimo mês, lucraria R\$1.542,81, supondo que o valor do automóvel não se alterasse no tempo:

$$M_n = C (1 + i)^n = 40.000 (1 + 0,003792)^{10} = R\$41.542,81$$

Esse raciocínio mais os das Figuras 23 e 24 podem ser percebidos pelos comentários dos alunos, no momento de socialização dos resultados, para a turma:

Se a família aplicasse os 40 mil reais na poupança e fosse retirando de 4 em 4 mil reais, sobraria 853,36 reais para poderem gastar com outras necessidades. Isso é muito melhor do que apenas pagar o carro e ficar sem nada depois (A13_F).

Ainda tem a opção da pessoa deixar os 40 mil na poupança por 10 meses e no final dos 10 meses comprar o carro à vista e ainda sobrar 1.542,81 (A18_F).

A minha ideia inicial se tivesse os 40 mil em mão era ir direto comprar o carro, antes da atividade, nunca imaginaria outras opções. Essa problematização até agora foi a que mais gostei, me deixou pensando na situação e, também, no dia a dia está me fazendo refletir sobre as pequenas decisões que tenho que tomar. Eu nunca havia parado para pensar como era feito os cálculos da poupança, quantos por cento de rendimento em cima da Selic, realmente não é tão difícil como eu achava (A15_F).

Além dessas conjecturas, quatro grupos (A, D, E e G) fizeram a suposição da família não ter R\$40.000,00 e estar disposta a esperar dez meses para comprar o automóvel, colocando R\$4.000,00 na poupança mensalmente em vez de pagar a prestação do parcelamento:

Figura 25: Tarefa Investigativa 6

70% de 6,5% = 4,55% a.a. ÷ 12 meses = 0,3792% a.m.
$i = 0,3792 \div 100 = 0,003792$ $q = (1 + i) = 1,003792$
$n = 0 \rightarrow C_{\text{inicial}} = \text{R}\$4.000,00$ (aplicação) \rightarrow Rendimento mensal = $q = 1,003792$
$M_1 = C \cdot q$ $S_1 = M_1 + A_1 \rightarrow S_n = M_n + A_n$ $M_2 = S_1 \cdot q \rightarrow M_n = S_{n-1} \cdot q$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos A; D; E; G).

Figura 26: Tarefa Investigativa 6

n (prazo)	M_n (montante) – R\$	A_n (aplicação) – R\$	S_n (saldo) – R\$
0		4.000,00	4.000,00
1	4.015,17	4.000,00	8.015,17
2	8.045,56	4.000,00	12.045,56
3	12.091,23	4.000,00	16.091,23
4	16.152,25	4.000,00	20.152,25
5	20.228,66	4.000,00	24.228,66
6	24.320,52	4.000,00	28.320,52
7	28.427,91	4.000,00	32.427,91
8	32.550,86	4.000,00	36.550,86
9	36.689,45	4.000,00	40.689,45
10	40.843,73	0.000,00	40.843,73 (crédito)

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos A; D; E; G).

Conforme pode-se perceber, sobrariam R\$843,73 da aplicação de R\$4.000,00 por dez meses, supondo que o automóvel continuasse custando R\$40.000,00. Em resumo, se a família não tiver pressa de comprar o automóvel e/ou não conseguir desconto à vista, é melhor investir o capital por dez meses, caso o preço do veículo se mantenha o mesmo neste período. No momento da socialização, debate-se sobre a incerteza no mercado quanto ao preço futuro do automóvel, em função da desvalorização do real e a matéria-prima ser, de regra, importada, o que encarece os custos de produção.

Portanto, as generalizações encontradas pelos grupos são:

$$q = (1 + i) \quad (\text{Eq. 26})$$

$$M_1 = C \cdot q \quad (\text{Eq. 27})$$

$$S_n = M_n - R_n \quad (\text{Eq. 28})$$

$$M_n = S_{n-1} \cdot q \quad (\text{Eq. 29})$$

$$M_n = C (1 + i)^n \quad (\text{Eq. 30})$$

$$S_n = M_n + A_n \quad (\text{Eq. 31})$$

Notação:

S_n = saldo;
 n = tempo presente;
 $n - 1$ = tempo anterior;
 q = razão;
 i = taxa de juros;
 R_n = resgate;
 A_n = aplicação;
 C = capital inicial;
 M_n = montante.

No entanto, se a família resolver comprar o veículo de imediato, supondo que não tenha R\$40.000,00 para comprar à vista ou não queira parcelar em dez vezes de R\$4.000,00, por considerar a prestação alta, as melhores opções (de acordo com as formas de pagamento do enunciado da tarefa e resoluções dos grupos) são:

- CDC (Crédito Direto ao Consumidor) com zero de taxa de juros, partindo da hipótese que a família possua R\$20.000,00 de entrada. Essa forma de pagamento é a mais em conta, quando comparada com os demais CDC's, *leasing* e consórcio, em função de não incidir juros sobre a prestação (R\$850,00 em 24 vezes), totalizando o valor de R\$40.400,00. A taxa administrativa tem um custo de apenas R\$400,00 e é diluída no valor da parcela do veículo;
- CDC (Crédito Direto ao Consumidor) com taxa de juros igual a 1,99% a. m., supondo que a família não tenha R\$20.000,00 de entrada e precise comprar o veículo de imediato. Essa forma de pagamento não é tão atrativa como o consórcio, que possui um valor de prestação menor (taxa de juros mais baixa e veículo financiado em 60 meses), porém o comprador pode demorar bastante tempo para ser contemplado, principalmente quando não possui recursos financeiros para dar lances. O consórcio, também, possui taxa administrativa que incide sobre o valor das parcelas. Portanto, o CDC com taxa de juros de 1,99% a. m. é mais em conta, quando se compara com o *leasing*, com taxa de juros de 1,69% a. m., em função do valor da parcela ficar praticamente o mesmo em 24 vezes, tendo em vista que neste CDC não existe a taxa administrativa de 1% (R\$400,00) do *leasing*, o comprador pode ainda receber um bônus de até R\$2.000,00 no carro usado e vender seu veículo ou antecipar as parcelas, com desconto nos juros, o que não aconteceria com a forma de pagamento *leasing*.

Apesar dos alunos chegarem às mesmas conclusões com relação às formas de pagamento mais vantajosas para a família, os pequenos grupos percorreram diversos caminhos, diferentes estratégias de resolução e formulação de conjecturas foram encontradas. Alguns grupos utilizaram a equação de juros compostos (eq. 30), analisando o M (montante) das formas de pagamento, com diferentes prazos, sem se preocupar com o valor da parcela. Embora os montantes sejam mais altos, em função de não computar a prestação paga mensalmente pela família, os grupos a partir dessa análise encontraram o desfecho da situação-problema, sem esquecer da taxa administrativa (T_A), como pode ser percebido pela resolução do grupo “B”, na Figura 27 a seguir:

Figura 27: Tarefa Investigativa 6

<p>CDC I) $V_A = x = 40.000$ $50\% x + 24 \times 850 = 20.000 + 20.400 = 40.400$</p> <p>II) $x = 40.000$; $i = 0,0199$; $n_1 = 12$; $n_2 = 48$ $M = x (1 + i)^{n_1} = 40.000 \cdot (1,0199)^{12} = 50.670,02$ – mínimo $M = x (1+i)^{n_2} = 40.000 \cdot (1,0199)^{48} = 102.996,95$ – máximo</p>
<p>LEASING $x = 40.000$; $i = 0,0169$; $n_1 = 24$; $n_2 = 36$; $T_A = 0,01$</p> <p>$M = x \cdot (1+i)^{n_1} = 40.000 \cdot (1,0169)^{24} = 59.805,05$ $59.805,05 \cdot (1,01) = 60.403,11$ – mínimo</p> <p>$M = x \cdot (1+i)^{n_2} = 40.000 \cdot (1,0169)^{36} = 73.126,85$ $73.126,85 \cdot (1,01) = 73.858,12$ – máximo</p>
<p>CONSÓRCIO $x=40.000$; $i = 0,0099$; $n = 60$; $T_A = 0,015$</p> <p>$M = x \cdot (1+i)^n = 40.000 \cdot (1,0099)^{60} = 72.237,43$ $72.237,43 \cdot (1,015) = 73.320,99$</p>

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo B).

O grupo “A” utilizou o sistema de amortização constante, para “n” períodos de tempo, outros grupos utilizaram o sistema de amortização francês, com prestação fixa. Cabe destacar que as prestações calculadas não foram as mesmas, em função de alguns grupos dividirem o valor da taxa administrativa, conforme o prazo, sem incidir juros sobre esta no período financiado, o que na prática nem sempre acontece. No entanto, independentemente do sistema de amortização utilizado e da incidência de juros na taxa administrativa, os alunos encontraram

a solução do problema. Na Figura 28 pode-se verificar uma parte da resolução do grupo “A”. No cálculo do consórcio, consideraram a taxa de juros do *leasing* por engano:

Figura 28: Tarefa Investigativa 6

CDC (n = 24; i = 1,99% a.m.)						
n (prazo)	SD _n	A (amortização)	J (juros)	T _A (tarifa)	P (prestação)	SD _{n-1}
0	-	-	-	-	-	40.000,00
1	40.796,00	1.666,67	796,00	-	2.462,67	38.333,33
...	-
24	1.699,83	1.666,67	33,17	-	1.699,83	0,00
Total:					R\$ 49.950,00	
LEASING (n = 24; i = 1,69% a.m.)						
	-	-	-	-	-	40.000,00
1	40.692,67	1.666,67	676,00	16,67	2.359,33	38.333,33
...
24	1.711,50	1.666,67	28,17	16,67	1.711,50	0,00
Total:					R\$ 48.850,00	
CONSÓRCIO (n = 60; i = 1,69% a.m.; T _A = 1,5%)						
	-	-	-	-	-	40.000,00
1	40.686,00	666,67	676,00	10,00	1.352,67	39.333,33
...
60	687,93	666,67	11,27	10,00	687,93	0,00
Total:					R\$ 61.218,00	

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo A).

Para os grupos que utilizaram o sistema de amortização francês, a equação da prestação foi encontrada a partir do conhecimento de progressão geométrica (P. G.) produzido na quinta tarefa investigativa (regime de capitalização composto), na qual os alunos encontraram a equação do valor presente e prestação, a partir do somatório da P. G., como pode ser visualizado pela resolução do grupo E (Figura 29):

Figura 29: Tarefa Investigativa 6

$$VP \quad \begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ | \quad | \quad | \quad | \quad \dots \quad | \\ 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \dots \quad n \end{array} \rightarrow$$

$$VP = P \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right] \rightarrow \text{VP} = \text{valor presente}$$

$$VP = P \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right] \rightarrow \text{P.G.} = \text{Progressão geométrica}$$

Soma da P.G.:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$qS = a_1 \cdot q + a_2 \cdot q + a_3 \cdot q + \dots + a_{n+1} \cdot q$$

$$S - qS = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n - a_2 - a_3 - \dots - a_n - (a_{n+1} \cdot q)$$

$$S(1-q) = a_1 - (a_{n+1} \cdot q) \rightarrow S = \frac{a_1 - (a_{n+1} \cdot q)}{1-q} \rightarrow S = \frac{a_1 - a_1 \cdot q^n}{1-q}$$

Sabemos que:

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q^2$$

$$a_n = a_{n-1} \cdot q = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{n+1} = a_n \cdot q = a_1 \cdot q^n$$

$$S = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$q^n = \left(\frac{1}{1+i} \right)^n = \frac{1^n}{(1+i)^n} = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$VP = P_0 \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right] = P_0 \left(\frac{1}{1+i} \right) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n} \right]$$

$$VP = P \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot (1+i)} \cdot (1+i) \right] = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot 1} \rightarrow \text{Prestação}$$

$$\text{Valor presente} \rightarrow VP = P \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot 1} \right] \rightarrow P = \frac{VP}{\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot 1}} = P = VP \left[\frac{(1+i)^n \cdot 1}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Considerando as Figuras 27, 28 e 29 e os sistemas de amortização utilizados pelos grupos, as demais generalizações encontradas foram:

$$VT_A = P_A + T_A \quad (\text{Eq. 32})$$

$$A = \frac{VT_A}{n} \quad (\text{Eq. 33})$$

$$J = SD_{n-1} \cdot i \quad (\text{Eq. 34})$$

$$i = \frac{i\%}{100} \quad (\text{Eq. 35})$$

$$P = J + A \quad (\text{Eq. 36})$$

$$SD_n = SD_{n-1} - A \quad (\text{Eq. 37})$$

$$P = VT_A \cdot \left[\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (\text{Eq. 38})$$

$$A = P - J \quad (\text{Eq. 39})$$

Notação:

VT_A = valor total do automóvel = VP = valor presente;

P_A = preço do automóvel;

T_A = taxa administrativa;

A = amortização;

n = prazo;

J = juros;

SD_{n-1} = saldo devedor anterior

i = taxa de juros;

P = prestação (pagamento);

Alguns grupos, como já relatado, foram além do que foi perguntado na tarefa e testaram a hipótese do valor total do automóvel ou do valor da prestação (dez vezes sem juros) ser aplicado em uma caderneta de poupança, utilizando a equação do montante de juros compostos (eq. 30). Destaca-se que os grupos chegaram à conclusão de que teriam que considerar a inflação no período, o rendimento da aplicação teria que ser suficiente para que o veículo realmente fosse adquirido no futuro, independentemente do seu preço ter aumentado.

Dois grupos (“C” e “E”) também pensaram na hipótese da família comprar um carro usado no lugar de zero quilômetro, em função da desvalorização rápida do veículo, como pode ser percebido no diálogo dos alunos A13 e A15:

- *Achei interessante a questão da desvalorização do carro. Muitas pessoas não pensam nesse aspecto e quando vão revender acabam vendo que já não é o mesmo preço de antes, o que acarreta no prejuízo (A13_F).*

- *Não tinha pensado na questão da desvalorização do bem A13! O carro desvaloriza bastante depois que sai da revenda, realmente isso é algo a se pensar (A15_F).*

- *É que depois de comprado, o carro já perde valor por estar em uso. Devemos nos cuidar quando compramos um carro e depois, de um tempo curto, se colocarmos a venda perderíamos muito dinheiro (A13_F).*

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 41), as interações ocorridas entre os grupos são determinantes para o sucesso do aprendizado e, “no final de uma investigação, o balanço do trabalho realizado constitui um momento importante de partilha de conhecimentos [...], sem discussão se perde o risco de perder o sentido da investigação”. Os alunos a partir das conjecturas formuladas desenvolveram a capacidade de refletir e argumentar as conclusões para o grande grupo.

O grupo “B”, ao analisar o dispêndio na compra, do automóvel, sugeriu que fosse realizada uma pesquisa de aluguel anual de veículo ou conforme a necessidade, partindo do pressuposto que essa opção pudesse ser mais vantajosa para a família, em função do carro também ser novo, não ter custo de manutenção, revisão, seguro, imposto e ainda poder aplicar em um banco a diferença entre a disposição a pagar na compra do automóvel e o custo do aluguel. Assim, futuramente a família, se quiser, conseguirá comprar um carro zero à vista, utilizando no presente de um carro alugado.

g) Resolução da Tarefa Investigativa 7: Formas de Investimento = LCI, LCA, CDB e Poupança

A sétima tarefa investigativa (Apêndice 9) desenvolvida tem o objetivo de verificar a forma de investimento mais lucrativa para o consumidor. Essa tarefa foi considerada mais tranquila embora, inicialmente, todos os grupos tenham apresentado dificuldades em função da quantidade de variáveis a serem analisadas para solucionar o problema.

Primeiramente, os alunos formularam conjecturas (Figura 30) para preencherem os quadros da tarefa investigativa (Figura 31). As generalizações encontradas pelos grupos para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza foram:

Figura 30: Generalizações – Tarefa Investigativa 7

REGRA DA POUPANÇA:

1) Taxa de Juros > 8,5% a.a. = 0,5% a.m. + TR% a. m.:

$$\rightarrow R_P = \frac{(0,5+TR)}{100}$$

(Eq. 40)

2) Taxa de Juros < 8,5% a.a. = 70% da Selic a.a. + TR% a. m.:

$$\rightarrow R_P = \frac{\left(\frac{70 * Selic \%}{100}\right) + TR\%}{12} \quad (\text{Eq. 41})$$

MONTANTE:

$$1) M = C * (1 + i)^n$$

$$2) M_{IR} = M * \left(1 - \frac{i\%_{IR}}{100}\right) \quad (\text{Eq. 42})$$

RENDIMENTO DI:

$$R_{DI} = \frac{\frac{\%R_{DI} * i\%_{DI}}{100}}{100} \quad (\text{Eq. 43})$$

RENTABILIDADE REAL:

$$i_r = i_n - i_i \quad (\text{Eq. 44})$$

$$R_R = \frac{(1+i_n)}{(1+i_i)} \quad (\text{Eq. 45})$$

Notação:

R_P = rendimento da poupança;

TR = taxa referencial de juros; Selic = taxa de juros básica da Economia;

a. m. = ao mês; a. a. = ao ano; 12 = prazo n = 1 ano = 12 meses;

R_{DI} = rendimento depósito interbancário; i_{DI} = taxa depósito interbancário;

M = montante; C = capital; n = prazo; i = taxa de juros; i_r = taxa de juros real;

i_n = taxa de juros nominal; i_i = taxa de inflação; R_R = rentabilidade real;

M_{IR} = montante com imposto de renda descontado; i_{IR} = taxa do imposto de renda.

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos "A" à "H").

Após, os grupos calcularam os montantes, de acordo com os prazos e taxas, das quatro formas de investimento da tarefa (Poupança, LCI, LCA e CDB):

Figura 31: Resolução Tarefa Investigativa 7

POUPANÇA			
n meses	VENCIMENTO	MONTANTE APÓS PRAZO	MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA
12	28/05/2020	524.796,39	-
24	28/05/2021	550.822,50	-
60	28/05/2024	636.904,28	-
LCI			
n meses	VENCIMENTO	MONTANTE APÓS PRAZO – 70% DI	MONTANTE APÓS PRAZO – 85% DI
12	28/05/2020	521.409,00	526.104,59
24	28/05/2021	543.734,70	553.572,08
60	28/05/2024	616.612,91	644.882,26
		MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA – 70% DI	MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA – 85% DI
12	28/05/2020	-	-
24	28/05/2021	-	-
60	28/05/2024	-	-

LCA			
n mensal	VENCIMENTO	MONTANTE APÓS PRAZO – 90% DI	MONTANTE APÓS PRAZO – 95% DI
12	28/05/2020	527.678,38	529.256,48
24	28/05/2021	556.888,94	560.224,84
60	28/05/2024	654.585,63	664.432,54
		MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA – 90% DI	MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA 95% DI
12	28/05/2020	-	-
24	28/05/2021	-	-
60	28/05/2024	-	-
CDB			
n mensal	VENCIMENTO	MONTANTE APÓS PRAZO – 100% DI	MONTANTE APÓS PRAZO – 160% DI
12	28/05/2020	530.838,91	550.169,35
24	28/05/2021	563.579,89	605.372,62
60	28/05/2024	674.425,08	806.495,47
		MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA – 100% DI	MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA 160% DI
12	28/05/2020	437.942,10	453.889,71
24	28/05/2021	479.042,91	514.566,73
60	28/05/2024	573.261,32	685.521,15

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo B).

Assim sendo, os alunos conseguiram desenvolver a tarefa e evidenciaram no momento da socialização que a escolha do investimento depende de vários fatores, como por exemplo, prazo, variação da Selic, variação da taxa de depósito interbancário, imposto de renda, liquidez, entre outros, como se depreende pelos comentários dos alunos A3, A4, A13 e A18:

Achávamos que a forma de investimento com maior taxa renderia mais, mas não havíamos considerado o imposto de renda no final e depois vimos que isso tinha uma grande importância (A4_{QM}).

Percebemos que o investimento em poupança não é tão rentável (apesar da facilidade de saque imediato), tornando os investimentos alternativos mais atraentes, conforme o prazo e taxa de juros (A3_F).

Eu pensei igualmente como vocês em relação ao CDB ser o mais vantajoso com 160% do DI, porém devemos levar em consideração que o CDB não pudesse retirar o dinheiro fora do prazo, porque se não paga um imposto alto de 22,5% e, isso, em caso de uma emergência não poderá ser feito, porque causará um grande prejuízo para o investidor. A partir disso, ter um dinheiro na poupança é um jeito bom de investir, porque você poderá sacar ele quando surgir necessidades, diferente do CDB, LCI e LCA (A13_{FD}).

Conseguimos encontrar os mesmos valores e chegamos à conclusão que ter um dinheiro na poupança é bom, já que em casos de imprevistos, podemos sacá-lo com mais facilidade. Ainda tínhamos que cuidar as variações das taxas como a SELIC, DI, TR e fazer uma análise de mercado (PIB, inflação, expectativa de taxa de juros) para considerarmos nos resultados. Por fim, ocorreu tudo bem e

compreendemos as várias formas de investir e saber qual delas é o modelo que terá uma rentabilidade melhor para o indivíduo (A18_{FD}).

Os alunos, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), precisam compreender, comparar e saber utilizar os números na prática, interpretando criticamente os resultados encontrados. Nesse contexto e de acordo com a resolução da tarefa (Figura 30), os licenciandos constataram que a opção mais vantajosa, em termos financeiros, é o CDB com maior taxa de DI, desde que o consumidor respeite o prazo de aplicação de 60 meses (sem necessidade de resgate antecipado), independentemente de ter que pagar imposto de renda de 15%. No entanto, para 100% da taxa de DI, a aplicação em LCA é mais atrativa do que o CDB para todos os prazos. A poupança passa a ser mais rentável do que a LCI quando a taxa de DI for igual a 70%. A diversificação entre os vários tipos de investimento e entre os bancos seria uma alternativa que pode minimizar prejuízos para o consumidor, segundo o aluno A11:

Acreditávamos inicialmente que seria melhor investir tudo no formato que trouxesse um maior rendimento apenas, mas depois chegamos à conclusão que devido a certos riscos, o mais inteligente seria escolher mais de um investimento para minimizar um possível prejuízo, caso algo desse errado (A11_{QM}).

Ainda, segundo os alunos, deve-se pensar também nas necessidades de resgate antecipado, na possibilidade de falência dos bancos, nas preferências do consumidor (VARIAN, 2016), no cenário da Economia brasileira e nas suas possíveis previsões (FRANZONI; MARTINS; QUARTIERI, 2018), no crescimento do PIB e na inflação (KRUGMAN; WELLS, 2007), o que pode alterar os juros, as negociações interbancárias e a TR, influenciando em decisões com taxas pré ou pós-fixadas.

h) Resolução da Tarefa Investigativa 8: Previdência Complementar – FUNPRESP, PGBL e VGBL

A oitava tarefa (Apêndice 10) tem o objetivo de investigar o plano de previdência privada mais vantajoso para o consumidor. Essa tarefa foi uma das problematizações mais difíceis segundo os grupos, em função da quantidade de informações e conceitos que não dominavam, conforme denotam os comentários dos alunos A1, A18 e A20:

Foram encontradas muitas dificuldades na resolução, devido à falta de conhecimento prévio a respeito do tema (A1_{QM}).

Essa atividade parecia ser simples na primeira olhada. No entanto, tinha muita informação para ser considerada nos cálculos, cada análise tinha uma nova informação, podemos ter deixado passar alguma coisa que pode ser importante (A20_{FD}).

Sim, concordo A20! À primeira vista parece tranquilo, mas o excesso de informações nos confunde um pouco, mas foi uma questão problema muito útil (A18_{FD}).

Investigar, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), significa que as questões formuladas são interessantes, mas não existe uma resposta pronta. É preciso analisar todas as informações e refletir sobre as hipóteses, de modo bastante fundamentado e rigoroso para encontrar as possíveis respostas (solução do problema).

Embora a tarefa seja complexa, em função da falta de conhecimento sobre os planos de previdência, os alunos já sabiam a equação da prestação (baseado no capital inicial; valor presente) da tarefa investigativa formas de pagamento. Portanto, os licenciandos buscaram a equação diretamente na tarefa 6 (Apêndice 8) para refletir como ficaria a equação de valor futuro ($VF = M$), com contribuições mensais para previdência (P), conforme Figura 32:

Figura 32: Resolução Tarefa Investigativa 8

$$P = VP * \left[\frac{(1+i)^n * i}{(1+i)^n - 1} \right] \text{ eq. 38}$$

Substituindo $VP = C$ na equação acima, tem-se:

$$P = C * \left[\frac{(1+i)^n * i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Substituindo a equação do montante $C * (1+i)^n$ por VF (valor futuro) na equação acima, tem-se:

$$P = VF * \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (\text{Eq. 46})$$

Para saber o valor futuro (VF) = montante (M), basta isolar VF :

$$VF = \frac{P}{\frac{i}{(1+i)^n - 1}} =$$

$$VF = P * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad (\text{Eq. 47})$$

Notação:

M = montante; VF = valor futuro;

VP = valor presente; C = capital inicial;

P = pagamento/investimento (prestação/contribuição);

i = taxa de juros; n = prazo.

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

Assim, diante da equação de VF (eq. 47), os alunos começaram a calcular os montantes dos três planos de previdência, de acordo com as contribuições mensais, segundo Figura 33:

Figura 33: Resolução Tarefa Investigativa 8

VGBL: Para contribuição mensal de R\$500,00 (a) e R\$1.000,00 (b) e prazo escolhido de 360 meses (30 anos):

$$(a) \rightarrow P = C_M - \left[\frac{C_M * Tx_c(\%)}{100} \right] = 500 - \left[\frac{(500 * 2)}{100} \right] = 490$$

$$VF = P * \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] = 490 * \left[\frac{(1,008)^{360} - 1}{0,008} \right] = R\$1.017.442,48$$

$$CT = P * n = 490 * 360 = R\$176.400,00$$

$$R = VF - CT = 1.017.442,48 - 176.400,00 = R\$841.042,48$$

$$\mathbf{VGBL} \rightarrow M = VF - (R - T_{XIR}) \rightarrow M = VF - \left(\frac{R * T_{XIR}(\%)}{100} \right)$$

$$M = 1.017.442,48 - 84.104,25 = \mathbf{R\$933.338,23}$$

$$R_M = \frac{M}{n} = \frac{933.338,23}{240} = \mathbf{R\$3.888,91} \text{ (R}_M \text{ para 20 anos na aposentadoria)}$$

(b) → o dobro do montante e renda

$$\mathbf{VGBL} \rightarrow M = \mathbf{R\$1.866.676,46}$$

$$R_M = \mathbf{R\$7.777,82} \text{ (R}_M \text{ para 20 anos na aposentadoria)}$$

FUNPRESP: Para contribuição mensal de R\$500,00 (a) e R\$1.000,00 (b) e prazo escolhido de 360 meses (30 anos):

$$(a) \rightarrow P = C_M - \left[\frac{C_M * Tx_c(\%)}{100} \right] = 1000 - \left[\frac{1000 * 26,67}{100} \right] = 733,33$$

$$C_M = C_{MC} + C_{MU} = 500 + 500 = 1000$$

$$VF = P * \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] = 733,33 * \left[\frac{(1,008)^{360} - 1}{0,008} \right] = R\$1.522.696,12$$

$$\mathbf{FUNPRESP} \rightarrow M = VF - T_{XIR} \rightarrow M = VF - \left(\frac{VF * T_{XIR}(\%)}{100} \right)$$

$$M = 1.522.696,12 - 152.269,61 = \mathbf{R\$1.370.426,51}$$

$$R_M = \frac{M}{n} = \frac{1.370.426,51}{240} = \mathbf{R\$5.710,11} \text{ (R}_M \text{ para 20 anos na aposentadoria)}$$

(b) → o dobro do montante e renda

$$\mathbf{FUNPRESP} \rightarrow M = \mathbf{R\$2.740.853,02}$$

$$R_M = \mathbf{R\$11.420,22} \text{ (R}_M \text{ para 20 anos na aposentadoria)}$$

PGBL: Para contribuição mensal de R\$500,00 (a) e R\$1.000,00 (b) e prazo escolhido de 360 meses (30 anos):

$$(a) \rightarrow P = C_M - \left[\frac{C_M * T_{Xc}(\%)}{100} \right] = 500 - \left[\frac{500 * 2}{100} \right] = 490,00$$

$$VF = P * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = 490 * \left[\frac{(1,008)^{360} - 1}{0,008} \right] = R\$1.017.442,48$$

$$\mathbf{PGBL} \rightarrow M = VF - T_{XIR} \rightarrow M = VF - \left(\frac{VF * T_{XIR}(\%)}{100} \right)$$

$$M = 1.017.442,48 - 279.796,68 = \mathbf{R\$737.645,80}$$

$$R_M = \frac{M}{n} = \frac{737.645,80}{240} = \mathbf{R\$3.073,52} \text{ (R}_M \text{ para 20 anos na aposentadoria)}$$

Se o consumidor optar pela declaração completa do imposto de renda, pode deduzir 12% do salário bruto anual (w_a) em previdência, ou seja, de R\$60.000,00 de salário anual, até R\$7.200,00 pode ser deduzido por ano. Logo:

$$w_a = w_m * 12 = 5.000 * 12 = 60.000$$

$$D = \frac{w_a * 12(\%)}{100} = \frac{60000 * 12}{100} = 7.200$$

$$CT = P * n = 490 * 12 = 5.880,00 \text{ (pode ser deduzido anualmente por 30 anos)}$$

Descontando o imposto de renda de 27,5%, o retorno anual será:

$$\text{Rest}_{\text{Anual}} = CT * T_{XIR} = \frac{CT * T_{XIR}(\%)}{100} = \frac{5.880 * 27,5}{100} = R\$1.617,00$$

$$\text{Rest}_{\text{Período}} = \text{Rest} * n = 1.617 * 30 = R\$48.510,00$$

$$M_{\text{DCIR}} = M + \text{Rest}_{\text{Período}} = 737.645,80 + 48.510,00 = \mathbf{R\$786.155,80}$$

(b) → o dobro do montante e renda

$$\mathbf{PGBL} \rightarrow M = \mathbf{R\$1.475.291,60}$$

$$R_M = \mathbf{R\$6.147,05} \text{ (R}_M \text{ para 20 anos na aposentadoria)}$$

Se o consumidor optar pela declaração completa do imposto de renda:

$$\text{Rest}_{\text{Anual}} = CT * T_{XIR} = \frac{CT * T_{XIR}(\%)}{100} = \frac{7.200 * 27,5}{100} = R\$1.980,00$$

$$\text{Rest}_{\text{Período}} = \text{Rest}_{\text{Anual}} * n = 1.980 * 30 = R\$59.400,00$$

$$M_{\text{DCIR}} = M + \text{Rest}_{\text{Período}} = 1.475.291,60 + 59.400,00 = \mathbf{R\$1.534.691,60}$$

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo C).

O que os pequenos grupos não perceberam é que o montante, acumulado em 30 anos, continuaria rendendo juros durante o período da aposentadoria. Na socialização da tarefa investigativa, após o debate, os alunos chegaram à conclusão de que para se obter uma renda mensal entre R\$5.000,00 e R\$10.000,00, por um prazo de 20 anos, a contribuição mensal poderia ser menor. Neste momento, dois grupos começaram a simular novos valores de prestação, com base na renda mensal almejada durante o período da aposentadoria.

Além das equações de valor presente e futuro, as principais generalizações encontradas pelos grupos, de acordo com a Figura 33, foram:

$$P = C_M - T_{Xc} \rightarrow P = C_M - \left[\frac{C_M * T_{Xc}(\%)}{100} \right] \quad (\text{Eq. 48})$$

$$i = \frac{i(\%)}{100} \quad (\text{Eq. 49})$$

$$CT = P * n \quad (\text{Eq. 50})$$

$$R = VF - CT \quad (\text{Eq. 51})$$

$$M = VF - \left(\frac{R * T_{XIR}(\%)}{100} \right) \quad (\text{Eq. 52})$$

$$R_M = \frac{M}{n} \quad (\text{Eq. 53})$$

$$C_M = C_{MC} + C_{MU} \leftrightarrow \text{Funpresp} \quad (\text{Eq. 54})$$

$$M = VF - \left(\frac{VF * T_{XIR}(\%)}{100} \right) \quad (\text{Eq. 55})$$

$$w_a = w_m * 12 \quad (\text{Eq. 56})$$

$$D = \frac{w_a * 12(\%)}{100} \quad (\text{Eq. 57})$$

$$\text{Rest}_{\text{Anual}} = CT * T_{XIR} = \frac{CT * T_{XIR}(\%)}{100} \quad (\text{Eq. 58})$$

$$\text{Rest}_{\text{Período}} = \text{Rest}_{\text{Anual}} * n \quad (\text{Eq. 59})$$

$$M_{\text{DCIR}} = M + \text{Rest}_{\text{Período}} \quad (\text{Eq. 60})$$

Notação:

P = pagamento;
 C_M = contribuição mensal;
 C_{MC} = contribuição mensal consumidor; C_{MU} = contribuição mensal União;
 T_{X_c} = taxa de carregamento;
 VF = valor final;
 R = rendimento;
 CT = custo total;
 M = montante; n = prazo; i = taxa de juros;
 R_M = renda mensal (aposentadoria);
 w_a = salário anual; w_m = salário mensal;
 D = dedução;
 $Rest_{Anual}$ = restituição anual; $Rest_{Período}$ = restituição do período total;
 M_{DCIR} = montante (declaração completa do imposto de renda);
 T_{XIR} = taxa do imposto de renda.

Os dados da Figura 33 demonstram que o plano de previdência mais vantajoso é o FUNPRESP, se levarmos em consideração apenas o montante, segundo os licenciandos. O problema discutido entre os alunos foi o de que em uma emergência não existe a possibilidade de saque de 100%, apenas 25% poderá ser retirado na aposentadoria e o restante percebido em renda mensal até a morte. Outro fator a ser considerado de acordo com os alunos é a expectativa de vida (77 anos), não existe garantia de vida longa, o que inviabiliza o FUNPRESP, pois 75% do capital investido é utilizado para renda mensal até a morte e o brasileiro se aposenta por volta dos 70 anos de idade. De acordo com os comentários dos alunos A3, A13 e A20 são vários fatores que influenciam na escolha do plano de previdência:

As hipóteses levadas em consideração foi a expectativa de vida e a contribuição feita ao longo da vida do indivíduo (A3_{QM}).

Concordo com o grupo que a VGBL é uma das melhores para investir, porém ela terá um rendimento menor que a FUNPRESP, mas foi escolhida porque podemos sacar até 100% do valor final, enquanto na FUNPRESP só poderá retirar 25% quando se aposentar. O modelo que melhor rende dinheiro será a FUNPRESP como bem observado pelo grupo. Porém, eu penso que como estaríamos "velhos", se investíssemos na FUNPRESP só teríamos direito a 25% quando nos aposentarmos e no final o restante seria mensal até a nossa morte... Aí pergunto e o resto do dinheiro que sobrou se morrermos antes de receber todo o dinheiro? Acabamos perdendo... Por isso, creio que seja melhor o VGBL, porque sacamos tudo e podemos gerenciar (A13_{FD}).

O tempo de contribuição é um dos fatores que influencia na escolha do plano de previdência, além do valor a ser investido, direito a saque de 100% e quanto o indivíduo quer receber (A20_F).

Ainda segundo os dados da Figura 33 e a discussão dos alunos, o consumidor precisa levar em consideração, além da taxa de rendimento do plano, o prazo a ser investido, pois, quanto maior o prazo, menor a alíquota do imposto de renda (tributação regressiva), então o plano VGBL pode ser mais atrativo do que o FUNPRESP, em função do indivíduo poder sacar

100% do valor a qualquer momento e a tributação incidir somente sobre os rendimentos e não sobre o montante como nos planos FUNPRESP e PGBL.

De acordo com a análise dos grupos, para um prazo menor, por exemplo, de dois anos, a tributação regressiva pode não ser tão vantajosa, em função do percentual do imposto de renda ser mais elevado (35%). É claro que vai depender do capital investido em um plano de previdência PGBL, pois na tributação progressiva, quanto maior o montante/resgate, maior será a alíquota do imposto a ser pago sobre o montante/resgate e não apenas sobre o valor dos rendimentos como no plano VGBL. Se o indivíduo pretende aplicar uma quantia baixa por um prazo curto, talvez seja interessante o plano PGBL, até porque, se resolver investir por mais tempo, tem a oportunidade de migrar para o plano VGBL. O contrário não é permitido.

O aluno A4 registrou que tinha pouco conhecimento sobre o tema e aprendeu bastante sobre tributação progressiva e regressiva e planos de previdência:

Conhecia algumas coisas de previdências, mas não eram suficientes, aprendi muito sobre regimes progressivos e regressivos e conheci novos planos de previdência (A4_{QM}).

Ademais, os alunos também questionaram o valor da taxa de rendimento ($i = 0,8\%$), destacando que poderiam existir investimentos mais atrativos do que a previdência, como por exemplo, LCA, aplicações na bolsa de valores, entre outros. Segundo os alunos, é preciso fazer uma análise mais aprofundada dos custos e benefícios dos planos de previdência e comparar com os demais tipos de investimentos. Nesse momento, foi salientado o quanto é preciso pensar no custo de oportunidade (valor da oportunidade perdida), no *trade-off*, no fato de escolher por um investimento em previdência em detrimento de outras aplicações.

A análise de cenários da Economia brasileira e mundial, bem como suas possíveis previsões, conforme Banco Central do Brasil (2015; 2018; 2020), Banco Mundial (2017; 2019), e Franzoni, Martins e Quartieri (2018), são primordiais para que o consumidor tome melhores decisões financeiras. Após a discussão no momento de socialização das tarefas, os grupos perceberam o quanto o conhecimento de Economia (*selic*, previsões de taxa de juros, crescimento do PIB e inflação) é importante nos processos decisórios do cotidiano e vem sendo ensinado através das tarefas de investigação matemática.

i) Resolução da Tarefa Investigativa 9: Aluguel ou Financiamento Imobiliário

A nona tarefa (Apêndice 11) tem o objetivo de investigar a opção mais vantajosa entre adquirir um imóvel ou alugá-lo. A tarefa investigativa apesar de extensa foi tranquila para a

maioria dos grupos, em função dos alunos reforçarem o conteúdo e aproveitarem as conjecturas formuladas das atividades anteriores (formas de pagamento e previdência). Conforme os comentários dos alunos A1 e A13, a tarefa foi produtiva e contribuiu para o aprendizado:

A atividade contribuiu para o ganho de conhecimento relativo aos sistemas de amortização, suas características, diferenças e, assim, possibilitou a análise do melhor sistema em um cenário de compra de imóvel (A1_{QM}).

O interessante é que a partir da atividade podemos ver que exige bastante atenção de nós, consumidores, para compreender os conceitos imersos nela (amortização, juros, prestações, saldo devedor). Ainda, podemos pensar na questão da decisão, para não termos prejuízos e sabermos lidar com questões financeiras que nos rodeiam. A atividade foi interessante porque com ela pude compreender o conceito de amortização e saber determinar qual dos cinco modelos de amortização é mais vantajoso para o consumidor. A atividade mostrou os vários sistemas de amortização que não havia conhecimento e, conforme desenvolvia a atividade, pude compreender o fato da TR influenciar na decisão entre taxas pré-fixadas e taxas pós-fixadas. Com a TR baixa (menor que 1%) o bom é investir na taxa de juros pós-fixada, porque tanto os juros, como as prestações caem e o consumidor é beneficiado. Entretanto, TR em alta procura-se uma taxa de juros pré-fixada, pois TR acima de 1% terá juros altíssimos e prestações mais altas também, por exemplo. Entender isso é importante para que não haja investimentos em um modelo de amortização que vai nos prejudicar financeiramente, com juros absurdos (A13_{FD}).

Sendo assim, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), no momento em que o aluno se torna ativo e é convidado a solucionar um problema a partir da formulação e testes de conjecturas, essa tarefa de investigação matemática tende a favorecer o seu envolvimento na própria aprendizagem. Alguns grupos optaram por começar a tarefa preenchendo os quadros dos sistemas de amortização, outros grupos calcularam primeiramente o valor da prestação do financiamento e o custo total, considerando o período de 15 anos, como representado pela resolução dos grupos “C”, “E” e “G” (Figura 34):

Figura 34: Resolução Tarefa Investigativa 9

$$P = VP * \left[\frac{(1+i)^n * i}{(1+i)^n - 1} \right] = 250.000 * \left[\frac{(1+0,01)^{180} * 0,01}{(1+0,01)^{180} - 1} \right] = R\$3.000,00 \leftrightarrow i = \frac{i\%}{100} = \frac{1}{100}$$

$$CT = P * n = 3000 * 180 = R\$540.000,00$$

$$50\% \text{ da prestação para aluguel} = R\$1.500,00 \leftrightarrow A_1 = \frac{(P * \% P)}{100} = \frac{(3000 * 50)}{100} = R\$1.500,00$$

Se a diferença da P e do A₁ for aplicada em uma caderneta de poupança, a uma taxa de juros anual de 6,5% mais TR = 0,03% a.m., segundo a regra da poupança (taxa de Juros < 8,5% a.a. = 70% da Selic a.a. + TR% a. m.), temos:

$$V_I = P - A_1 = 3000 - 1500 = R\$1.500,00$$

$$R_P = \frac{\left(\frac{70 * \text{Selic \%}}{100} \right) + TR\%}{12} = \frac{\left(\frac{70 * 6,5}{100} \right) + 0,03}{12} = 0,0041$$

$$VF = P * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = 1.500 * \left[\frac{(1+0,0041)^{180} - 1}{0,0041} \right] = R\$398.266,18$$

Em 15 anos, R\$1.500,00 aplicados mensalmente renderiam R\$398.266,18. Relembrando que o valor do imóvel é R\$250.000,00, se não acontecer uma variação de preço, em função de um aumento na inflação ou valorização no imóvel, por exemplo, o indivíduo conseguiria comprar o bem após 15 anos e sobrariam R\$ 148.266,18 (morando de aluguel por 15 anos).

$$R_{\text{est}} = VF - VI = 398.266,18 - 250.000 = R\$148.266,18$$

Notação:

VP = valor presente; VI = valor do imóvel = VP;

P = prestação; i = taxa de juros; n = prazo;

CT = custo total do financiamento;

A₁ = valor do aluguel; V₁ = valor à investir;

R_P = regra da poupança;

Selic = taxa de juros básica da Economia;

VF = valor final; TR = taxa referencial de juros;

12 = prazo de um ano = n;

% P = % do valor total da prestação para aluguel;

R_{est} = valor restante.

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupos C, E e G).

Com relação ao preenchimento dos quadros dos sistemas de amortização, o grupo “A” encontrou os seguintes resultados para a análise da situação-problema (Figura 35):

Figura 35: Resolução Tarefa Investigativa 9

RENDIMENTO DE AMORTIZAÇÃO FRANCÊS (RAF) – i = 1% a. m.				
Prazo	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	100.000,00	0,00	0,00	0,00
1	96.292,65	3707,35	1000,00	4707,35
2	92.548,23	3744,42	962,93	4707,35
23	4.660,74	4614,59	92,75	4707,35
24	0,00	4660,74	46,61	4707,35
SOMA		100.000,00	12.976,33	112.976,33

RENDIMENTO DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (RAC) – i = 1% a. m.				
Prazo	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	100.000,00	0,00	0,00	0,00
1	95.833,33	4166,67	1000,00	5166,67
2	91.666,67	4166,67	958,33	5125,00
23	4.166,67	4166,67	83,33	4250,00
24	0,00	4166,67	41,67	4208,33
SOMA		100.000,00	12.500,00	112.500,00

RENDIMENTO DE AMORTIZAÇÃO MISTO (RAM) – i = 1% a. m.					
Prazo		Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0		100.000,00	0,00	0,00	0,00
1		96062,99	3937,01	1000,00	4937,01
2		92107,45	3955,54	960,63	4916,17
23		4413,70	4390,63	88,04	4478,67
24		0,00	4413,70	44,14	4457,84
SOMA			100.000,00	12.738,17	112.738,17

RENDIMENTO DE AMORTIZAÇÃO CRESCENTE (SACRE)					
TR = 0,5% a.m.; i = 1% a.m.; após 12 meses TR' = 1% a.m.					
Prazo	Saldo Devedor + TR	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	0,00	100000,00	0,00	0,00	0,00
1	100500,00	96338,33	4161,67	1005,00	5166,67
2	96820,03	92621,56	4198,47	968,20	5166,67
23	10432,48	5661,62	4770,86	104,32	4875,18
24	5718,24	900,24	4818,00	57,18	4875,18
25	909,24	0,00	909,24	9,09	918,33
SOMA	-	-	108.304,28	13.116,24	121.420,53

RENDIMENTO DE AMORTIZAÇÃO MISTO (RAM)					
TR = 0,5% a.m.; i = 1% a.m.; após 12 meses TR' = 1% a.m.					
Prazo	Saldo Devedor + TR	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	0	100.000,00	0	0	0
1	100500,00	96567,99	3932,01	1005,00	4937,01
2	97050,83	93105,16	3945,67	970,51	4916,18
24	14846,69	10537,32	4309,37	148,47	4457,84
27	3618,87	0,00	3618,87	36,19	3655,06
SOMA	-	-	109.387,87	14.314,11	123.701,98

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo A).

As principais generalizações utilizadas e produzidas, pelos grupos, na nona atividade foram:

$$P = VP * \left[\frac{(1+i)^n * i}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (\text{Eq. 61})$$

$$i = \frac{i\%}{100} \quad (\text{Eq. 62})$$

$$CT = P * n \quad (\text{Eq. 63})$$

$$A_1 = \frac{(P * \% P)}{100} \quad (\text{Eq. 64})$$

$$V_1 = P - A_1 \quad (\text{Eq. 65})$$

$$R_P = \frac{\frac{(70 * Selic \%)}{100} + TR\%}{12} \quad (\text{Eq. 66})$$

$$VF = P * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad (\text{Eq. 67})$$

$$R_{est} = VF - VI \quad (\text{Eq. 68})$$

$$J_n = SD_{n-1} * i \quad (\text{Eq. 69})$$

$$A_n = P_n - J_n \quad (\text{Eq. 70})$$

$$SD_n = SD_{n-1} - A_n \quad (\text{Eq. 71})$$

$$A_n = \frac{VP}{n_{total}} \quad (\text{Eq. 72})$$

$$P_n = J_n + A_n \quad (\text{Eq. 73})$$

$$SD_{SAM(n)} = \frac{SD_{SAF(n)} + SD_{SAC(n)}}{2} \quad (\text{Eq. 74})$$

$$A_{SAM(n)} = \frac{A_{SAF(n)} + A_{SAC(n)}}{2} \quad (\text{Eq. 75})$$

$$J_{SAM(n)} = \frac{J_{SAF(n)} + J_{SAC(n)}}{2} \quad (\text{Eq. 76})$$

$$P_{SAM(n)} = \frac{P_{SAF(n)} + P_{SAC(n)}}{2} \quad (\text{Eq. 77})$$

$$TR = \frac{TR\%}{100} \quad (\text{Eq. 78})$$

$$SD_n = SD_{TR_n} - A_n \quad (\text{Eq. 79})$$

$$J_n = SD_{TR_n} * i \quad (\text{Eq. 80})$$

$$P_{1 \leq n \leq 12} = \frac{SD_i}{n_{total}} + (SD_i * i)$$

$$P_{n > 12 \text{ meses}} = \frac{SD_{ao \text{ completar um ano}}}{n_{total-12}} + (SD_{ao \text{ completar um ano}} * i) \quad (\text{Eq. 81})$$

$$SD_{TR_n} = SD_{n-1} * (1+TR) \quad (\text{Eq. 82})$$

Notação:

VP = valor presente;

VI = valor do imóvel = VP;

P = prestação;

i = taxa de juros;

n = prazo;

CT = custo total do financiamento;

A_I = valor do aluguel;

V_I = valor a investir;

R_P = regra da poupança;

Selic = taxa de juros básica da Economia;

VF = valor final;

TR = taxa referencial de juros;

12 = prazo de um ano = n;

% P = % do valor total da prestação para aluguel;

R_{est} = valor restante;
 J = juros;
 SD_{n-1} = saldo devedor anterior;
 SD_n = saldo devedor presente;
 A = amortização;
 SAM = sistema de amortização misto;
 SAF = sistema de amortização francês;
 SAC = sistema de amortização constante;
 TR = taxa referencial;
 $SDTR$ = saldo devedor + TR ;
 SD_i = saldo devedor inicial.

De acordo com os grupos e dados da Figura 35, no SAF as prestações são constantes, os juros decrescentes e as amortizações crescentes. No SAC as amortizações são constantes, as prestações e os juros são decrescentes. No SAM é realizada uma média aritmética entre o SAF e SAC, sendo que as amortizações são crescentes, enquanto as prestações e os juros são decrescentes. No SACRE as amortizações são crescentes, os juros decrescentes e as prestações fixas corrigidas a cada doze meses. No final do contrato, pode existir um saldo residual e caso seja negativo é devolvido ao consumidor.

No entanto, se o saldo for positivo deve ser liquidado pelo mutuário. Ainda segundo os grupos, no SAM com TR, as prestações são calculadas pela média aritmética das prestações dos SAF e SAC. A TR se mantém fixa por um período de 12 meses igual ao SACRE, depois pode variar. Além disso, se existir saldo residual, o mesmo deve ser liquidado ou devolvido ao mutuário. O SAC é o mais vantajoso para a família se decidir por comprar um imóvel, depois vem o SAM, SAF, SACRE e SAM com TR. Se a TR começar a subir, o melhor para a família é investir em contrato com taxa pré-fixada para não correr o risco de pagar mais juros, de acordo com os grupos. Para o credor, o sistema mais lucrativo é o SAM com TR.

Caso a família optar por alugar em vez de comprar um imóvel, pode ser uma boa alternativa, como já calculado na tarefa (Figura 34), tudo vai depender do valor do aluguel e o quanto sobriaria de renda para aplicar o dinheiro e futuramente conseguir comprar o imóvel. Vários são os fatores, segundo os grupos, que podem influenciar na escolha da família, entre eles estão: momento financeiro do país, localização e tamanho do imóvel, preferências do consumidor e valorização do imóvel no tempo.

j) Resolução da Tarefa Investigativa 10: Produção de Tarefa Investigativa sobre Educação Financeira

Na décima e última tarefa (Apêndice 12), os alunos tiveram que elaborar uma tarefa investigativa envolvendo Educação Financeira com o objetivo de identificar se existiu aprendizagem sobre o tema e a metodologia utilizada.

Os alunos, nesta atividade destacaram que gostaram de produzir tarefas de investigação matemática sobre o tema de Educação Financeira, se sentiram professores de Matemática, sendo-lhes possível, a partir da metodologia, desenvolver a autonomia, a criatividade e o senso crítico. O aluno A14 constatou que, ao elaborar uma tarefa para o outro grupo solucionar, bem como ao analisar, responder e discutir, com a turma, a tarefa elaborada pelo outro grupo, existiu aprendizagem:

Criar um problema faz parte de ser professor, temos que estar sempre preparados. Aprendi por duas vezes, criando uma atividade de investigação e resolvendo-a para que não tivesse erro quando o outro grupo fosse solucionar, aprendi também quando tivemos que explicar para a turma a atividade do outro grupo, como pensamos, o que descobrimos, chegamos ao mesmo resultado do grupo que trocou a atividade conosco, mas por meios diferentes. O legal dessa atividade é que tivemos o prazer de nos sentir professor (A14_{QM}).

O aluno A13 evidenciou que a produção, troca de tarefas e saberes, cooperação e liberdade proporcionados pela metodologia da investigação matemática, além de serem prazerosos são fundamentais para a aprendizagem:

Gosto de criar problemas, achei sensacional essa atividade, aprende-se muito, no início sempre é um pouco trabalhoso e desafiador, mas ao mesmo tempo é prazeroso, porque da liberdade para os alunos serem os construtores de seu próprio saber. O aluno precisa ser criativo, usar da intuição e detectar possíveis erros para que o outro grupo consiga resolver a atividade com êxito. A troca de questões e saberes, cooperação e liberdade que a investigação matemática proporcionou foi algo muito positivo (A13_{FD}).

Conforme pode-se perceber na Figura 36, o grupo “E” relembrou a tarefa desenvolvida da cafeteria e elaborou uma situação envolvendo funções de primeiro grau em que o consumidor precisa escolher a opção mais vantajosa de festa.

Figura 36: Resolução Tarefa Investigativa 10

Atividade 11 - Cuan uma atividade

④ Um indivíduo pode gastar no máximo R\$ 500,00 em festa. Dentre as quais há 3 tipos de festa:

<p>* Festa Open Bar (A)</p> <p>Ingresso: R\$ 100,00 Homem R\$ 20,00 Mulher</p>	<p style="color: red;">observação</p> <p>* Todas as festas começam às 22h e terminam às 6h * Bebida em lata.</p>
<p>* Festa (B)</p> <p>Ingresso: R\$ 20,00 Bebida: R\$ 08,00 cada</p>	
<p>* Festa (C)</p> <p>Entrada livre das 22h às 00h, depois desse horário ingressos R\$ 30,00 Bebida: R\$ 06,00 cada</p>	

a) Se a pessoa vai a festa e fica apenas 3 horas. Qual das 3 festas é mais em conta?

b) Escreva as generalizações para serem aplicadas em qualquer situação.

c) Qual outro conteúdo matemático é possível associar?

④

a) → Festa open bar (A)

Só gastara R\$ 100,00. (A) mais mais mais

→ Festa (B)

$30 + 8 \times 10 = 110$ reais

Substância que sempre 10 latas de cerveja

→ Festa (C)

$6 \times 10 = 60$ reais ; $6 \times 16 = 96$ reais.

Como vai a festa entre 00h à 00h
como ele vai após esse horário, pagará R\$ 30,00

logo, $30 + 6 \times 10 = 102$ reais ; $30 + 9 \times 9 = 126$ reais

É mais favorável a festa C se entrar entre 00h à 00h e ficar apenas 3 horas consumindo no máximo 16 cervejas se não a festa A será mais em conta.

b) $C = C_1 + Q \times P_2$

C_1 : custo
 C_2 : custo do ingresso
 Q : Quantidade de bebida
 P_2 : preço da bebida.

c) Função afim ou função do 1º grau

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo E).

O grupo “B” produziu uma tarefa investigativa parecida com a que foi desenvolvida no segundo encontro da prática (escolha da cafeteria), conforme Figura 37:

Figura 37: Resolução Tarefa Investigativa 10

Grupo Matemática Financeira

1. Considerando um tempo de uso de internet de até 5 horas e o consumo de até 5 café, item-se os seguintes custos para cada cafeteria:

n.º de café	horas de internet	Custo (R\$)		
		Café 1	Café 2	Café 3
1	1	12,00	9,50	10,00
	2	24,00	12,50	16,00
	3	33,00	15,50	22,00
	4	42,00	18,50	28,00
	5	51,00	21,50	34,00
2	1	15,75	16,00	14,00
	2	22,50	19,00	20,00
	3	29,25	22,00	26,00
	4	36,00	25,00	32,00
	5	42,75	28,00	38,00
3	1	20,25	22,50	18,00
	2	27,00	25,50	24,00
	3	33,75	28,50	30,00
	4	40,50	31,50	36,00
	5	47,25	34,50	42,00
4	1	24,45	23,00	22,00
	2	31,50	26,00	28,00
	3	38,25	29,00	34,00
	4	45,00	32,00	40,00
	5	51,75	35,00	46,00
5	1	29,25	35,50	26,00
	2	36,00	38,50	32,00
	3	42,75	41,50	38,00
	4	49,50	44,50	44,00
	5	56,25	47,50	50,00

Analisando apenas o fator custo na escolha da cafeteria

mais vantajosa, conclui-se que para o consumo de 1 café, a cafeteria mais vantajosa é a 2, independente do número de horas de internet. Quando dois cafés são consumidos, a cafeteria 2 é a mais vantajosa a partir de 2 horas de uso de internet e a cafeteria 3 para 1 hora de internet. Quando 3 cafés são consumidos, a cafeteria 3 é a mais vantajosa até 2 horas de internet, quando a cafeteria 2 passa a ser preferível. Quando 4 cafés são consumidos, a cafeteria 3 é a que apresenta menor custo até 3 horas de internet quando a cafeteria 2 passa a ser a mais vantajosa. Quando 5 cafés são consumidos, a cafeteria 3 é a mais vantajosa até 4 horas de uso de internet, quando a cafeteria 2 se torna a mais vantajosa. Além disso, pode-se concluir que para o uso de até 5 horas de internet, a cafeteria 3 é a mais vantajosa quando consumidos dos 6 ou mais cafés.

2. Para formalizar os cálculos para qualquer situação usa-se equações que correspondem aos custos de cada cafeteria em função do tempo de uso de internet e do número de cafés ingeridos conforme abaixo:

$$C_1 = \begin{cases} 6x + 9t & , x < 2 \\ 16x + 9t - 0,75 & , x \geq 2 \end{cases}$$

$$C_2 = 6,5x + 3t$$

$$C_3 = 4x + 6t$$

x : quantidade de cafés ingeridos;
 t : horas de internet utilizadas;

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo B).

Os alunos A1 e A11 pontuaram que alguns grupos produziram tarefas investigativas mais complexas que outros, com vários fatores que influenciam no processo de decisão, tornando a situação-problema mais aberta, a qual demanda uma análise mais aprofundada com relação à opção mais vantajosa para o consumidor. A aluna A1 destacou que, se tivesse que elaborar a tarefa novamente, deixaria mais clara a obrigatoriedade da formulação de conjecturas (generalizações), conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), e da discussão sobre as variáveis que podem alterar a escolha do indivíduo. O aluno A11 salientou que, se tivesse que responder novamente a tarefa, não fecharia a questão, analisaria com mais atenção todos os fatores que podem influenciar na decisão do indivíduo:

Analisando as questões propostas pelos outros grupos, inclusive a questão respondida pelo meu grupo, confeccionada por outro grupo, fica claro que na atividade elaborada pelo nosso grupo ficaram faltando alguns itens, como pedir para que generalizações fossem feitas. Esse item não foi adicionado, pois ao final de nove atividades julgou-se não ser preciso colocar no papel, que implicitamente todos os colegas saberiam da sua necessidade e a fariam, mesmo sem ter sido cobrados, o que não aconteceu. Eu deixaria mais claro a necessidade de generalizações e de discussão de outros fatores que poderiam influenciar na escolha do meio de transporte se tivesse que formular a questão novamente (A1_{FD}).

Buscamos dificultar bastante para o grupo que pegasse e tentasse resolver a nossa questão. Com relação aos outros grupos, percebemos que alguns desenvolveram questões mais objetivas e que outros tentaram e conseguiram deixar a questão-problema mais aberta e ampla, podendo ter diversas respostas, conjecturas e visões diferentes, que é basicamente um dos principais objetivos da investigação matemática, ao menos foi o que entendi ao longo das dez atividades realizadas. Se eu tivesse que criar uma atividade novamente, a questão-problema seria mais simples; e responder a do outro grupo de maneira mais aberta e menos objetiva (A11_{FD}).

Como foram oito tarefas de investigação matemática produzidas pelos grupos, será exposta apenas mais uma atividade, considerada interessante, elaborada pelo grupo “A”, da qual a aluna A1 faz parte. A situação-problema está relacionada ao meio de transporte mais vantajoso para um licenciando em Matemática, que precisa escolher entre moto, carro e ônibus para se deslocar até a universidade, conforme Figura 38:

Figura 38: Resolução Tarefa Investigativa 10

Produção tarefa investigativa de Educação Financeira:

Carlos pretende iniciar o curso de licenciatura em Matemática neste ano e está em dúvida quanto à melhor maneira de se deslocar da sua casa na praia do Cassino até o Campus Carreiros da Universidade Federal do Rio Grande (distância de 15km). Entre as opções de deslocamento estão: ônibus (preço passagem sem desconto: R\$3,85), moto (consumo médio de 35km/l) e carro (consumo médio de 13km/l). Sabe-se que o preço do litro da gasolina é R\$4,95 e Carlos tem aula cinco dias na semana. Qual o meio de transporte mais vantajoso?

Resolução:

As generalizações dos custos para cada meio de transporte são dadas abaixo:

$$C_o = 2 * n * P_p * \beta \quad \leftrightarrow \quad \beta = 1 \text{ (sem cartão escolar); } \beta = 0,5 \text{ (com cartão escolar)}$$

$$C_M = n * \left[\frac{30}{35} * g \right] * \frac{1}{p}$$

$$C_C = n * \left[\frac{30}{13} * g \right] * \frac{1}{p}$$

Notação:

C = custo relativo ao meio de transporte;

2 = número de ida e volta;

30 = quilômetros percorridos por dia (ida e volta);

n = número de dias de aula na semana;

β = coeficiente corresponde a modalidade tarifária;

g = preço do litro da gasolina;

p = número de ocupantes no meio transporte que dividem os custos.

Resultados:

Considerando apenas os gastos referentes aos meios de transporte, conclui-se que a ordem de preferências de Carlos no deslocamento até a universidade é dado por: Moto (com 2 passageiros) > Carro (com 5 passageiros) > Carro (com 4 passageiros) > Carro (com 3 passageiros) > Ônibus (com cartão escolar) > Moto (com 1 passageiro) > Carro (com 2 passageiros) > Ônibus (sem cartão escolar) > Carro (com 1 passageiro).

Logo, o deslocamento de moto com 2 passageiros é o mais vantajoso economicamente. No entanto, questões relativas a preferências pessoais como conforto, aversão a algum dos meios de transporte, número de dias faltados semanalmente e número de ocupantes dispostos a dividir os custos do veículo podem alterar a escolha do transporte.

Fonte: Dados de Pesquisa (Grupo A).

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 23), “o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações”. Portanto, é importante que os alunos elaborem tarefas de investigação matemática para fortalecer o aprendizado. Nesse contexto, os licenciandos em Matemática tiveram a oportunidade de assumir o papel de investigadores nas tarefas de Educação Financeira, construíram suas respostas e formularam conjecturas nos pequenos grupos, compartilharam seus resultados com o grande grupo, argumentaram suas conjecturas, produziram tarefas investigativas, desenvolveram a autonomia e se sentiram responsáveis pela sua própria aprendizagem.

Por fim, pode-se inferir que nas tarefas investigativas, de caráter aberto, existem vários fatores que influenciam no processo de tomada de decisão, os quais foram observados pelos pequenos grupos por meio da resolução das tarefas e das hipóteses por eles formuladas, e da análise de cada uma das possibilidades de desfecho, no momento de socialização das atividades. Alguns grupos decidiram encontrar as generalizações, com base nas hipóteses formuladas, para depois partirem para os cálculos e testes das conjecturas, como ressaltaram os alunos A3 (Grupo A) e A11 (Grupo D). Outros grupos escolheram caminhos diferentes, como por exemplo,

organizar os cálculos em tabelas e gráficos para posteriormente produzirem as generalizações, como espelham os comentários de A4 (Grupo B) e A13 (Grupo E):

Planejamos inicialmente resolver analisando cada uma das possibilidades a partir de criação de hipóteses até finalmente chegar em fórmulas mais diretas (A3_{QM}).

Gostei da organização em tabelas com uma visão clara das conversões, no nosso grupo acabamos optando por resolver sempre a partir de equações (A4_F).

Decidimos generalizar, criar fórmulas já no início para podermos resolver as perguntas com mais facilidade ao longo da aula, outros grupos resolveram por regra de três (A11_{QM}).

A questão gráfica auxilia a entender melhor a questão dos juros simples e composto. Isso é interessante trazer para aprofundar os conhecimentos sobre esses dois conceitos importantes (A13_{FD}).

O aluno A4 destacou o quanto a representação dos resultados (conversões) ficou clara e organizada a partir da utilização de tabelas (tarefa 3 – apêndice 5). O aluno A13 expressou a importância da análise gráfica na solidificação do conhecimento (tarefa 5 – apêndice 7). Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 23) salientam que na investigação matemática “o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na representação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e o professor”. A investigação matemática proporciona pensamentos diferenciados de resolução entre os grupos de alunos, como percebe o aluno A4 na discussão da tarefa 2 (apêndice 4):

Muito bem organizadas as formalizações do grupo de vocês, de fácil entendimento, explorando as várias possibilidades do caso (A4_F).

Portanto, no decorrer das tarefas investigativas é importante proporcionar tempo para que o aluno reflita sobre as diferentes possibilidades de resolução, sem a intervenção do professor, que deve atuar como mediador, o que vem ao encontro de Dante (2009, p. 63) “não devemos dizer para o aluno aquilo que ele pode descobrir por si só”. No momento em que o professor instiga os alunos à investigação, como referiu A12, é possível descobrir o caminho e adotar estratégias:

Nossa estratégia foi comparar resultados para ver se batia as respostas um com outro. Depois da professora ter nos instigado e percebermos que se tratava de progressões aritméticas e geométricas, chegamos a algumas funções. Outros grupos chegaram a mesmas funções que a gente e também funções diferentes, no qual estavam todos certos (A12_{QM}).

Além disso, é interessante associar o tema da situação-problema a outros conteúdos da Matemática e formular conjecturas, como afirmaram os alunos A14 e A20:

Atividade muito semelhante à nossa, até o gráfico, claro que os símbolos variam um pouco, mas as formalizações e gráficos tem o mesmo significado, sendo que o nosso grupo não lembrava de P. A. e P. G., estamos satisfeitos com o resultado (A14_F).

As informações da atividade deram ênfase para análise de diversas possibilidades, estimularam os alunos a investigação, a explorarem ao máximo a situação-problema apresentada. As tabelas foram muito úteis para organização, análise dos dados e comparação dos resultados (A20_{FD}).

Ainda segundo Dante (2009), é importante o aluno utilizar diferentes estratégias para resolver um problema ou adotar uma estratégia para resolver vários problemas da mesma natureza. Dessa forma, quando existir necessidade de fazer escolhas, como por exemplo, em situações financeiras do cotidiano, o aluno, provavelmente, terá conhecimento para decidir o melhor caminho a ser percorrido. Cabe ao professor incentivar os alunos com insinuações, indagações, mas procurar não mostrar as estratégias, o percurso a ser seguido. De acordo com o que foi ressaltado pelos alunos A11, A12, A13, A14 e A20, percebe-se que foram utilizadas estratégias de resolução diferentes entre os grupos. Para Furlanetto (2013), geralmente as resoluções dos alunos são coerentes ao problema proposto, sendo comum os alunos recorrerem a estratégias alternativas e justificarem determinado caminho por ser o mais fácil e menos trabalhoso de resolver, como por exemplo: elaboração de tabelas, análise gráfica, formulação de generalizações, resolução de um problema mais simples (recurso temporário de um problema complicado para uma versão resumida) para depois acrescentar outras variáveis, identificação de padrões, e tentativa e erro.

Após analisar as estratégias e conjecturas das dez atividades desenvolvidas com os alunos de Licenciatura em Matemática foram identificadas as seguintes estratégias: construção de tabelas, análise gráfica, formulação de equações, identificação de padrões que pudessem ser generalizados, resolução de uma situação mais simples para depois acrescentar os demais fatores que alterassem a solução. Em relação às conjecturas, foram encontradas as seguintes: falência do banco, necessidade de resgate antecipado do investimento, óbito do consumidor antes da aposentadoria, compra virtual com preço mais atrativo, consumidor não ter uma grande quantia em dinheiro para comprar à vista ou investir, valorização do imóvel ou automóvel no longo prazo, preferências, impacto ambiental, entre outros. Também foram desenvolvidos diversos conteúdos os quais poderão ser utilizados na prática pedagógica dos envolvidos, tais como: decisões de consumo e investimento, formas de financiamento e pagamento, conversões de moeda, pesquisa de preço, regimes de capitalização, tipos de previdência privada, taxa de câmbio, sistema de amortizações, orçamento doméstico, Economia e Sustentabilidade, análise combinatória, utilização de matrizes, progressões, funções, porcentagem, juros simples, juros compostos, entre outros.

Salienta-se ainda que os alunos, quando compararam os resultados no momento da socialização com os demais colegas, descobriram que, em algumas tarefas, não perceberam algum fator importante (custo de oportunidade, custo-benefício, prazo, inflação, taxa de câmbio, imposto de renda, fundo garantidor de crédito, liquidez, carência para resgate, diferença entre taxas pré e pós-fixadas de juros, regra da poupança, cenário atual e previsões da economia brasileira e mundial) que fazia parte da análise e influenciava no processo de tomada de decisão.

Para Ponte (2006), não existe um único caminho a ser seguido quando se trata de tarefas investigativas, os pequenos grupos podem adotar caminhos e estratégias diferentes para resolver o problema. Nesse sentido, a turma foi estimulada à investigação, a explorarem ao máximo a situação-problema, testando diferentes possibilidades e conjecturas para chegarem à solução de cada tarefa. Schmitt (2015) destaca que a metodologia da investigação matemática estimula os alunos a analisarem as diversas possibilidades, testarem as conjecturas e justificarem as respostas. Diante disso, os alunos tiveram a oportunidade de vivenciar na prática, na resolução de cada tarefa, os quatro momentos da investigação matemática, analisando melhor cada situação e refletindo sobre o problema, antes de aceitar um único resultado como verdadeiro.

4.3 Percepções dos Alunos com relação às Tarefas Investigativas e Aprendizagem

Os dados obtidos durante o desenvolvimento da pesquisa, a partir dos questionários metacognitivos, discussões relativas às tarefas de investigação matemática no fórum, gravações nos pequenos grupos, filmagens no grande grupo, além da entrevista com a turma 1 (último dia de aula), com os vinte licenciandos em Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande, foram agrupados em quatro subcategorias:

Quadro 28: Subcategorias

1	Importância do trabalho em grupo na resolução da tarefa
2	Desenvolvimento da criatividade, autonomia, argumentação e pensamento crítico
3	Manifestações de aprendizagem a partir das relações da Educação Financeira com conteúdos da Matemática, Matemática Financeira, Economia e Sustentabilidade
4	Análise das capacidades, dificuldades e conhecimento sobre o tema durante a resolução de cada tarefa investigativa

Fonte: Elaboração própria, com base nos dados da pesquisa (2020).

Portanto, a partir das percepções e declarações dos alunos em relação às tarefas investigativas e aos seus processos de aprendizagem, surgiram as subcategorias que constam no Quadro 28. São elas: (a) importância do grupo no entendimento de cada situação-problema; (b) desenvolvimento da autonomia e criatividade dos alunos em solucionar questões abertas, para as quais não existe uma resposta imediata, mediante posicionamento crítico e argumentativo nos processos de tomada de decisão; (c) importância da conexão entre as ciências Matemática, Matemática Financeira e Economia nos processos de ensino e aprendizagem de Educação Financeira, de forma a solucionar problemas financeiros do cotidiano e preparar melhor o futuro professor de Matemática, que provavelmente terá que ensinar Educação Financeira a seus alunos. Esta subcategoria também engloba a relação que existe entre os temas Educação Financeira e Sustentabilidade, a preocupação com os recursos escassos e a preservação do meio ambiente; e (d) o conhecimento adquirido pelo aluno sobre o tema, situações-problema propostas e metodologia de ensino, bem como a análise das dificuldades e potencialidades após a aplicação das tarefas investigativas e o questionário metacognitivo.

Nesse contexto, a seguir, serão apresentadas as quatro subcategorias com a referida discussão, de acordo com as respostas dos alunos e imbricação com autores que investigam os respectivos temas. Cabe destacar que no Apêndice 13 consta um quadro-resumo que relaciona as respostas dos licenciandos com as subcategorias.

4.3.1 Importância do trabalho em grupo na resolução da tarefa

Na primeira subcategoria que faz referência à importância do trabalho em grupo na resolução de cada tarefa (item 1 – Apêndice 13), pode-se perceber que a colaboração e interação que os estudos em pequenos grupos proporcionam são fundamentais para os alunos adquirirem confiança, saberem enfrentar as suas dificuldades, discutir o problema com os colegas e aprender com eles, como destacou a aluna A17:

A atividade investigativa pode ser um método válido para se ensinar Educação Financeira, ainda mais quando está relacionada a nossa vida, a nossa realidade, isso gera interesse no estudante através de um desafio em grupo, fazendo com que ocorra motivação para a resolução do problema. A forma de aprendizado diferenciada, propondo primeiramente uma situação-problema e fazendo com que o grupo pense e questione pode ser um ponto positivo, pois instiga os alunos a buscarem o próprio conhecimento. Nosso grupo sempre interage e colabora uns com os outros. E essa colaboração aumenta a capacidade de aprendizado no grupo e da turma inteira, pois nos instiga a pensar em várias possibilidades em conjunto e discutir uns com os outros, a atividade é simples, mas ao mesmo tempo interessante e divertida (A17_{QM}).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017, p. 223, grifos do autor), é essencial ao aluno:

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com ele.

Macalli (2017) complementa que o trabalho em grupo nas tarefas investigativas possibilita momentos de discussão em que um colega auxilia o outro, interagindo de forma cooperativa e colaborativa. Segundo Valadares (1992), Maturana e Varela (2002), Fiorentini (2004) e Dillenbourg *et al.* (1996) *apud* Kemczinski *et al.* (2007), a colaboração envolve o acoplamento mútuo dos participantes, em um esforço coordenado para resolverem o problema. Já a cooperação está caracterizada pela divisão de trabalho entre os participantes, no qual cada um cumpre a sua parte.

Os alunos A1, A2 e A3 evidenciam a importância da tarefa a ser realizada em grupo, em função da diversidade de possibilidades existentes nas tarefas investigativas, principalmente em função do seu caráter aberto:

O trabalho em grupo foi de grande valia, uma vez que trouxe diferentes pontos de vista na discussão das questões em análise (A1_{QM}).

Com mais de um ponto de vista fica mais fácil encontrar soluções para problemas tão abertos, o grupo colabora na visualização de mais possibilidades existente em um único problema (A2_F).

O trabalho em grupo colaborou com uma diversidade de hipóteses e possibilidades que muitas vezes eu não poderia pensar. Além de ajudar muito nas deduções das fórmulas, pois sozinho acho que não conseguiria chegar nelas (A3_E).

Segundo Abrantes (1999, p. 155), “uma contribuição da prática de atividades que envolvem os alunos em problemas abertos é o fato de lidar com processos fundamentais da atividade e do pensamento matemático, como formular problemas, fazer e demonstrar conjecturas”. De acordo com Abrantes (1999), uma contribuição das tarefas investigativas que envolvem os alunos em problemas abertos é o fato de perceberem que existem vários caminhos e possibilidades de conjecturas, exatamente como se observa nas falas dos alunos.

Deaquino (2008, p. 37) considera que “uma discussão em pequenos grupos permite aos aprendizes compartilhar experiências e ideias na busca de solução de problemas”. Os alunos A4 e A11 também destacaram como as discussões e reflexões nos pequenos grupos foram importantes para a resolução da tarefa:

A discussão acerca da previdência entre os integrantes, principalmente nesse momento brasileiro, contribuiu muito para a resolução da atividade (A4_{QM}).

Com meu grupo pude refletir melhor sobre como elaborar uma tarefa investigativa de Educação Financeira e, ainda, como solucionar a atividade formulada pelo outro grupo (A11_E).

Segundo Anastasiou e Alves (2005, p. 75-76), “trabalhar em grupo é diferente de fazer parte de um conjunto de pessoas, sendo fundamentais a interação, o compartilhar, o respeito à singularidade, a habilidade de lidar com o outro em sua totalidade, incluindo suas emoções”. Logo, as tarefas em pequenos grupos permitem que os alunos dialoguem sobre os problemas vivenciados, construindo, dessa forma, espaços de ressignificação da sua realidade e aprendizagem para depois compartilhar o conhecimento adquirido com o grande grupo.

Nesse contexto, Rinaldi (2016, p. 248) salienta que “o desenvolvimento pessoal, profissional e educação são coisas que nós mesmos construímos na relação com os outros, com base em valores escolhidos, partilhados e elaborados em conjunto”. Nas atividades que exigem raciocínio e atenção, nos pequenos grupos, um integrante pode auxiliar o outro a encontrar a solução de um problema e, em seguida, socializar a discussão com o grande grupo.

Os alunos A13, A18 e A19 também destacaram como a cooperação, o estímulo da professora e as discussões foram importantes para resolver as dificuldades de cada um e garantir a aprendizagem:

A atividade foi ótima, visto que eu que não sabia o que era taxa de câmbio consegui formalizar e definir tal conceito que nunca tinha visto antes. Isso mostra que fazer a construção do conhecimento com os estudantes é a melhor forma de ensinar. Gosto quando aprendo coisas que não tinha conhecimento (A13_{QM}).

A aprendizagem em pequenos grupos é dada de forma mais significativa, já que o estudante tem seus colegas para poderem tirar suas dúvidas e se ajudarem nesse processo (A18_{QM}).

A cooperação que as atividades de investigação proporcionaram e a professora nos instigando favoreceu o aprendizado do conteúdo e estimulou a turma a participar das discussões, proporcionando uma maior reflexão e compreensão sobre cada situação, estou muito satisfeita com as aulas, o ensino deveria ser dessa forma (A19_{QM}).

A aluna A16 complementou que a interação e a colaboração que a investigação matemática proporciona auxiliam no entendimento das tarefas, contribuindo para o aprendizado de modo diferenciado:

A atividade investigativa gerou um aprendizado diferenciado, pois aprendemos entre nós mesmos e vencemos as dificuldades através de um diálogo em conjunto. O nosso grupo é bastante colaborativo, interativo e participativo, facilitando a realização dos cálculos e a compreensão das questões (A16_{QM}).

Portanto, os trabalhos em pequenos grupos, segundo Masetto (2003, p. 119), “agregam em si a possibilidade de desenvolver vários aspectos de aprendizagem: aprofundamento de conhecimento, compreensão do assunto, habilidade de trabalhar em grupo, ouvir, dialogar e aprender com colegas”. O trabalho em grupo é fundamental nas tarefas que exigem raciocínio e atenção, em que o aluno pode auxiliar o outro a encontrar a solução de um problema, enfrentar as dificuldades em conjunto, bem como aprender com os colegas. Sendo assim, a interação e a colaboração favorecidas pela investigação matemática auxiliam na compreensão das tarefas e são importantes para o aprendizado. A investigação matemática é uma forma de aprendizado diferenciada, em que o aluno precisa refletir e buscar seu próprio conhecimento.

Como pode-se perceber, a partir das respostas dos alunos, os pequenos grupos auxiliaram no aumento da capacidade de raciocínio, argumentação e na própria aprendizagem, por meio dos momentos de reflexão e discussão, formulação de hipóteses, produção e testes de generalizações e validação das conjecturas. Para tanto, o professor deve atuar como mediador, instigar a investigação e discutir as situações propostas. É importante desenvolver momentos desafiadores em grupo, em que cada aluno sinta-se motivado a envolver-se durante toda a atividade.

4.3.2 Desenvolvimento da criatividade, autonomia, argumentação e pensamento crítico

A segunda subcategoria engloba o posicionamento crítico dos alunos nos processos de tomada de decisão, o desenvolvimento da criatividade, autonomia e argumentação¹⁸ a partir da metodologia da investigação matemática (item 2 – Apêndice 13). Conforme os comentários dos alunos, pode-se constatar que as tarefas de investigação matemática contribuíram no desenvolvimento do espírito crítico em que é necessário analisar os custos e benefícios de todas as possibilidades possíveis em um processo de tomada de decisão. Os licenciandos A3 e A18 referiram a importância de uma análise mais crítica antes de tomar uma decisão:

Todas as atividades realizadas até o momento me ajudaram a ter uma análise mais crítica e também tentar achar mais variáveis que influenciem na minha decisão (A3F).

¹⁸ **Pensamento Crítico:** Capacidade de analisar, discutir, refletir ou buscar informações antes de tomar uma decisão ou tirar uma conclusão. **Criatividade:** Qualidade da pessoa criativa, de quem tem capacidade, inteligência e talento para criar, inventar ou fazer inovações na área em que atua; originalidade. **Autonomia:** Direito ao livre arbítrio que faz com que qualquer indivíduo esteja apto para tomar suas próprias decisões. **Argumentação:** Troca de argumentos, de ideias, de pontos de vista opostos; discussão (DICIONÁRIO AURÉLIO, 2020).

Aprendemos a ser mais críticos em relação à análise de preços de passagens de avião e levar em consideração os possíveis imprevistos que possam ocorrer. Ainda, se fizermos uma viagem internacional poderemos calcular o dinheiro necessário para a viagem e qual a opção mais vantajosa e econômica (A18_{QM}).

A metodologia da investigação matemática contribui nos processos de ensino e aprendizagem de Educação Financeira, conforme pode-se observar nos relatos dos alunos A5, A6 e A12 à seguir:

A atividade relacionada com o nosso cotidiano (ligação da teoria com a prática) aliada à técnica da investigação matemática (formular conjecturas, encontrar e testar as generalizações, ter que provar os resultados e argumentar de que forma as equações podem ser utilizadas para situações da mesma natureza) foi uma maneira de resolver problemas, em grupo, muita positiva para o nosso aprendizado de Educação Financeira. Me sinto mais capacitado de fazer escolhas com questões tão próximas da nossa realidade (A5_{QM}).

As atividades de investigação matemática proporcionaram um ganho de conhecimento coletivo de Educação Financeira e Economia, através da interação no grupo, troca de ideias e reflexões. No final das aulas, quando tínhamos que mostrar as nossas atividades, conseguia expor meus pensamentos e argumentar com a turma. As atividades me tornaram mais crítico, criativo e animado, com vontade de fazer mais tarefas como essas (A6_E).

Meu conhecimento está evoluindo através de questões do nosso cotidiano, a investigação matemática abre a nossa mente, faz a gente pensar e desenvolver o pensamento crítico. Agora consigo aplicar os conhecimentos adquiridos de Educação Financeira com mais confiança no dia-a-dia (A12_{QM}).

Com base nas tarefas de investigação matemática, os licenciandos tiveram a possibilidade de analisar melhor cada situação, refletir sobre o problema, tornando-se mais críticos, antes de aceitar um único resultado como verdadeiro, como ressaltaram o aluno A3, já referido, e a aluna A1 a seguir:

De forma geral, a atividade contribuiu na melhoria das relações interpessoais, no conhecimento de Educação Financeira e Economia, na compreensão de diferentes pontos de vista sobre um mesmo tema, no desenvolvimento do pensamento crítico, além de identificar a presença de ferramentas matemáticas úteis na resolução do problema, sem dependência de formulários, nós escolhemos o método de resolução e encontramos as equações a serem utilizadas em situações semelhantes. Os caminhos, as hipóteses, generalizações não necessariamente serão as mesmas entre os grupos. No momento da socialização, somos surpreendidos com diversos pensamentos e possibilidades de resolução e conjecturas. Não tem como não aprender com essa metodologia, eu desconhecia a investigação matemática e estou no final do curso de licenciatura em Matemática (A1_{QM}).

Nesse contexto, “o professor precisa estar em constante formação, buscando sempre contribuições e estratégias metodológicas que visem à aprendizagem e à formação de cidadãos ativos e críticos, pois afinal formar cidadãos é uma das funções do professor” (MOREIRA *et al.*, 2017, p. 8). O aluno A13 resalta como os colegas do outro grupo foram criativos na

resolução da tarefa sem utilização de tabela. Aliás, o aluno A13 utiliza a palavra criatividade nos seus três comentários:

Achei desafiador o modo como conseguiram resolver o problema, visto que não desenvolveram uma tabela. Gostei bastante do modo como fizeram as generalizações, porque não sabíamos qual nome dar para os parâmetros que surgiam (risos), mas vocês foram bem criativos. Ao entender o processo de escolha consegue-se perceber qual a opção mais vantajosa. Parabéns para o grupo (A13_F).

O ensino por meio da investigação matemática desperta a criatividade e a cooperação entre os alunos. A aprendizagem de Educação Financeira acontece de forma divertida e descontraída (A13_{QM}).

Como professor de Matemática, é necessário elaborar atividades e fazer associação com nosso cotidiano expondo os conteúdos para que haja aprendizado. Essa atividade explorou muito bem nossa criatividade para fazer conexões do conteúdo com o cotidiano (A13_{FD}).

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), as tarefas de investigação matemática incentivam o aluno a desenvolver a criatividade e autonomia, definindo objetivos e conduzindo a investigação, formulando estratégias, testando suas conjecturas e analisando criticamente os resultados obtidos dos grupos, como expõem os alunos A6 e A13. Partindo desse pressuposto, a investigação matemática contribuiu para a integração e socialização, pois ela oportunizou um ambiente estimulador e criativo, no qual o aluno teve a liberdade de expor seus pensamentos e resoluções aos colegas e ao professor.

O aluno A20 a seguir, bem como o aluno A5 em sua resposta apresentada anteriormente, mencionaram o valor da tarefa investigativa para desenvolver o pensamento crítico e estabelecer relações entre a teoria e a prática:

Algumas informações como, por exemplo, taxa de câmbio, nunca ouvimos falar e nesse caso foi a turma inteira. O interessante é que a partir da atividade de investigação matemática, todos conseguiram definir o que era, através do pensamento crítico, formalizando os cálculos e ligando a teoria com a prática (A20_F).

Através da situação proposta aprendemos a analisar diferentes opções de investimento de dinheiro e decidir a partir de nossos cálculos e suposições qual seria a melhor opção de investimento. Situação muito útil para nossas vidas, a nos tornar mais críticos a respeito de situações da mesma natureza (A20_{FD}).

As respostas de A5 e A20 vieram ao encontro de Teixeira (2015), quando destaca que é preciso conectar a disciplina de Matemática Financeira com o conteúdo de Educação Financeira. Além disso, de acordo com Kistemann Jr. (2011), existe a necessidade de proporcionar aos alunos estratégias que auxiliem na tomada de decisões e condução de situações cotidianas, e se posicionarem como indivíduos críticos perante a sociedade. Isso pode ser observado nas falas de A5, A12, A13 e A20, anteriormente transcritas, assim como nas respostas de A15 e A19 que seguem:

A investigação matemática tem muito a contribuir no ensino, no qual as conjecturas precisam ser testadas e validadas, é o aluno que tem que pensar em tudo, analisar todas as possibilidades e depois discutir com a turma, o que contribui para sermos mais críticos na tomada de decisões do dia-a-dia (A15_{QM}).

Atividade muito útil para nossas vidas para nos tornar mais críticos a respeito de situações da mesma natureza (A15_F).

O conhecimento adquirido de Educação Financeira, através da investigação matemática, contribui no processo de reflexão e argumentação, nos tornamos mais críticos e conscientes dos nossos atos, com relação a problemas financeiros do cotidiano (A19_{QM}).

Moreira *et al.* (2017, p. 8) complementam que “na disciplina de Matemática é necessário levar em consideração problemas que envolvem o cotidiano dos alunos, que os levem a refletir, investigar, buscar soluções e participarem criticamente no processo do ensino e aprendizagem [...]”. Nessa perspectiva e conforme os comentários dos alunos, as tarefas de investigação matemática tornam-se mais interessantes à medida em que é possível estabelecer relações entre teoria e prática e aplicações no seu cotidiano.

Skovsmose (2000) destaca que a Educação Matemática não se reduz à técnica de ensinar Matemática, mas se configura como uma ação de educar matematicamente para a vida. Ulhôa *et al.* (2008, p. 2) ressaltam que “o cidadão deste século não pode ter o mesmo perfil de habilidades do século passado. Não pode mais ignorar o que se passa no mundo, necessita se inserir de maneira adequada no meio social”. D’ Ambrósio (2000) complementa que os alunos precisam ter conhecimento de Matemática para enfrentar os problemas do cotidiano, saber analisá-los de forma crítica para que consigam fazer melhores escolhas, exatamente como salientaram os alunos A5, A13 e A15, como descrito anteriormente. Sendo assim, conforme os autores supracitados, cabe ao professor relacionar os conteúdos desenvolvidos com o cotidiano, estimulando a autonomia e o pensamento crítico de seus alunos, contribuindo dessa forma para a cidadania, tal como consta na Base Nacional Comum Curricular quando menciona que a competência dos alunos utilizarem estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, de atividades cotidianas, contribui para a formação de cidadãos críticos e reflexivos (BRASIL, 2017).

Nesse contexto, ao se incluir conteúdos de Matemática Financeira, Educação Financeira e Economia na disciplina de Matemática (educação básica), é possível estabelecer relações entre as ciências, conectar a teoria com a prática e, desse modo, ensejar a consciência dos alunos do quanto os conteúdos possuem ligação estreita com o seu dia-a-dia. Isso foi destacado pelos licenciandos e vem ao encontro do pensamento de Skovsmose (2000), Ulhôa *et al.* (2008), Moreira *et al.* (2017) e D’Ambrósio (2000).

Por fim, em função das tarefas de investigação matemática deste estudo serem, em sua maioria, abertas e baseadas em situações reais, pode-se constatar que a formação prática, citada por Ponte (2002) e nas Diretrizes Curriculares Nacionais – DCN's (2015) no capítulo do referencial teórico, é atendida ao imbricar a parte teórica do conteúdo de Matemática Financeira a casos do dia-a-dia (ligação teoria e prática). Além disso, a metodologia da investigação matemática contribui na escrita, argumentação (como destacado por A5, A6 e A19) e consequentemente na formação da capacidade de análise crítica frente aos problemas do cotidiano.

4.3.3 Manifestações de aprendizagem a partir das relações da Educação Financeira com conteúdos da Matemática, Matemática Financeira, Economia e Sustentabilidade

Com relação à terceira subcategoria (apêndice 13 – item 3), pode-se perceber, a partir dos comentários dos licenciandos, que o conhecimento adquirido se torna mais amplo quando é possível estabelecer relações entre teoria e prática, perceber a ligação do conteúdo com outras ciências, como consta na BNCC, assim como a sua aplicação no cotidiano do aluno.

A Educação Financeira vai muito além do entendimento de fórmulas da Matemática Financeira, conforme Teixeira (2015). O aluno precisa entender de Matemática básica, assim como de Economia, a fim de saber gerenciar a sua própria renda para que não se esgote e tomar decisões acertadas com relação aos seus recursos financeiros, de acordo com Franzoni e Quartieri (2019; 2020a) e como expõem os alunos A8, A13, A15 e A16:

Para aprender finanças e alcançar uma boa Educação Financeira, precisamos ter conhecimento não apenas de Matemática, mas também de Economia, considerar outros fatores no processo de escolha. É preciso fazer analogias da Matemática básica com a financeira (A8_{QM}).

Ensinar Educação Financeira a partir de uma atividade como essa, utilizando da Matemática, faz enxergarmos as coisas com um outro olhar. Hoje em dia, compramos muito rápido sem fazer associações com o que é ensinado em sala de aula, muitas vezes não fazemos pesquisa de preços e analisamos todas as possibilidades, o que pode nos prejudicar. A partir de atividades como essa, paramos para pensar e fazer associações que podem beneficiar o consumidor com uma grande quantia de dinheiro a ser economizada (A13_F).

Conseguimos relacionar a situação das cafeteiras com funções de primeiro grau, ou seja, relacionar conteúdo de Educação Financeira com Matemática. Analisamos o custo em relação ao tempo, opção de lanchar e valor gasto. A partir de tabelas, equações e análise gráfica foi possível encontrar a solução do problema, mostrando que na Matemática não existe apenas um único meio de se chegar à mesma conclusão ou que ainda podem existir outros fatores que precisam ser levados em consideração para que a resposta não fique incompleta. A investigação matemática contribui não apenas no ensino de Matemática, mas também no ensino de Educação Financeira e Economia, justamente porque as questões do nosso cotidiano são totalmente abertas (A15_{QM}).

Aprendemos como a Economia é importante em situações do cotidiano e que em certos momentos se torna imperceptível (A16_{QM}).

O aluno A3 afirmou que sempre dependeu de formulário, que a partir das tarefas investigativas aprendeu a encontrar as equações, utilizar a ferramenta Matemática e fazer escolhas financeiras:

Meu conhecimento era muito baixo sobre investigação, Educação Financeira e Economia, depois dessa atividade posso afirmar que aprendi a resolver problemas, analisar questões abertas e formular conjecturas, sempre dependi de formulários, agora encontrei as fórmulas. Eu posso dizer que hoje aprendi a fazer escolhas e utilizar a Matemática, então essa metodologia aumentou o meu conhecimento sobre Educação Financeira, Matemática e Economia (A3_{QM}).

Os alunos A13 e A20 complementaram que o conhecimento de Educação Financeira está vinculado a outros saberes, ao considerarem que esta envolve tanto o conhecimento de Matemática Financeira, como de Economia para solucionar problemas financeiros do cotidiano:

A Educação Financeira compreende ter noção tanto de Matemática Financeira, como de Economia para enfrentar problemas do nosso cotidiano (A13_F).

Na atividade que foi proposta pra gente resolver, tivemos uma pequena dificuldade na interpretação, pois não percebemos alguns detalhes iniciais. Era necessário ter conhecimento de Economia, pois só por lógica e conhecimento de Matemática resolveríamos de forma errada. O grupo que elaborou a atividade precisou nos ajudar a raciocinar (A20_{QM}).

A aluna A9 reforçou o quanto é importante o conhecimento de Matemática, Matemática Financeira, Economia e Estatística no ensino de Educação Financeira. No diálogo dos alunos A13 e A15 também ficou evidente o relevo da conexão entre as ciências nos processos decisórios financeiros:

Nessa atividade de Educação Financeira trabalhamos áreas da Matemática, Matemática Financeira, Economia, Estatística em uma só questão, aprendendo como realmente devemos proceder em decisões financeiras do nosso cotidiano (A9_{QM}).

- Muitas vezes quando falavam termos da Economia nos jornais e notícias, eu nunca entendia nada. Agora espero não ficar mais perdida, está sendo muito válido aprender Educação Financeira com atividades que fazem parte do nosso dia-a-dia (A15).

- Verdade A15! Quantas vezes, quando vamos ao banco, e aparece um funcionário nos oferecendo questões de investimento ou de liberação de crédito ou coisas do tipo e não compreendemos aqueles termos utilizados por eles. Isso acaba nos levando, em alguns casos, para armadilhas que faz nós nos endividar cada vez mais (A13).

- Sim A13! Se é um gerente que já vem nos acompanhando e pega-se uma certa confiança tudo bem, do contrário, a vida fica bem complicada sem ter um pouco de conhecimento de Economia (A15). (Diálogo entre A13_F e A15_F).

Nesse sentido, pode-se inferir que as tarefas investigativas contribuíram na formação científica (PONTE, 2002), mencionada no capítulo do referencial teórico, dos futuros

professores deste estudo, ao estabelecerem relações entre as ciências para ensinar Educação Financeira.

A resposta do aluno A14 sobre o tema de Educação Financeira vem ao encontro de Teixeira (2015) quando destaca que é preciso unir teoria e prática. Ainda, segundo o autor, a Matemática Financeira trata do conhecimento de fórmulas, estuda o valor do dinheiro no tempo, enquanto a Educação Financeira está relacionada ao gerenciamento da renda, às decisões de consumo e de investimento, de forma a aumentar a qualidade de vida, como atestou o aluno A14:

Eu no primeiro questionário afirmei que não era preciso entender de Economia para fazermos escolhas. O legal é que os números não são os únicos que devemos levar em consideração na resposta final, devemos repensar as possibilidades de investimento a partir de diversos outros fatores, como prazo, imposto de renda, inflação, necessidade de tirar o dinheiro antes, falência do banco, entre outros. Nós como matemáticos só pensamos nos números. Esse tipo de problema faz a gente abrir a mente. Educação financeira, não é somente saber das fórmulas da Matemática Financeira, envolve o conhecimento de planejamento financeiro, consumo e poupança, para as pessoas não se endividarem e viverem melhor (A14_{QM}).

Nesse contexto, de acordo com o aluno A14, observa-se que o entendimento de Educação Financeira, está relacionado ao consumo consciente, racional de sua renda, de forma a aumentar a qualidade de vida. Além disso, Kistemann Jr. (2011) ressalta que existe a necessidade de incluir noções básicas de Economia e consumo no ensino de Educação Financeira, desde a educação básica até o ensino superior, objetivando contribuir no desenvolvimento do espírito crítico e no processo de tomada de decisão dos alunos, como asseverou o aluno A20:

O que se percebe nesse tipo de problema, é que nas coisas mais simples, como um sinal de internet, por não avaliarmos todos os detalhes, podemos perder dinheiro. Sem dúvida, a situação-problema é interessante e pode ser aplicada na educação básica, onde o aluno aprende tanto funções de primeiro grau como Educação Financeira e Economia, relacionando a teoria com a prática e desenvolvendo a capacidade de análise crítica em situações diversas do seu cotidiano (A20_{FD}).

Portanto, a Educação Financeira engloba conhecimentos de Matemática Financeira e Economia, com o objetivo de resolver problemas financeiros do cotidiano. Aliado a isso, o pensamento crítico é imprescindível no processo de tomada de decisão, levando em consideração a relação custo-benefício, para que se tenha um aumento no bem-estar, como declarou A17:

A Educação Financeira faz o indivíduo ter um aumento na qualidade de vida, precisamos de um pensamento crítico dos custos e benefícios que iremos ter a cada situação para fazer a melhor escolha (A17_F).

É preciso analisar o custo-benefício, ou seja, “comparar os custos com os benefícios que provavelmente resultarão do investimento. Deve-se escolher, entre as várias opções, aquela que apresenta a maior diferença positiva entre os benefícios e os custos” (SANDRONI, 2008, p. 216). Mankiw (2005) complementa que os consumidores fazem escolhas, agindo racionalmente, ponderando os custos e benefícios de cada possibilidade sempre que se deparam com um processo de tomada de decisão.

O aluno A13 aduziu que a tarefa investigativa foi importante para o seu aprendizado de Economia, e também a compreensão do sistema de previdência no Brasil, além de contribuir com o desenvolvimento do seu pensamento crítico e do seu processo de escolha:

Gostei bastante dessa atividade, pois conseguimos compreender o modelo de previdência do nosso país. A atividade foi significativa por permitir entender um pouco mais de Economia, compreender como funciona o sistema de previdência no Brasil e saber escolher um plano que nos beneficie. É totalmente válido fazer o uso dessa atividade para a Educação Financeira por conta de que os jovens do Ensino Médio, que querem começar a trabalhar, entendam o processo que leva a pessoa a se aposentar com um salário digno pelos anos de contribuição de serviço prestado a cidadania. Preparar o indivíduo para essas situações é crucial para a formação de cidadãos com pensamento crítico e que saibam discernir as coisas a ele apresentadas (A13_{QM}).

Lusardi e Mitchell (2014) destacam que a maioria das pessoas em todo o mundo são consideradas analfabetas financeiramente e confirma a importância do conhecimento de Economia no ensino de Educação Financeira, com o propósito de que os alunos possam fazer melhores escolhas financeiras a partir da aprendizagem respectiva.

Por fim, a Educação Financeira engloba não somente o conhecimento de Matemática Financeira, mas também de Economia, com o objetivo de que os alunos possam fazer melhores escolhas e analisar, de maneira mais aprofundada, problemas financeiros do cotidiano. O conhecimento adquirido torna-se ainda mais amplo quando é possível estabelecer relações entre Educação Financeira, Matemática Financeira e Economia, e o vínculo do conteúdo com a aplicação prática como afirmaram os alunos.

Ademais, na parte que faz referência às relações da Educação Financeira com o tema Sustentabilidade nos processos decisórios, pode-se deduzir, a partir dos comentários dos alunos a seguir, que é imprescindível ter consciência ambiental. Nessa perspectiva, o conhecimento de Educação Financeira relaciona-se não apenas aos recursos financeiros próprios, mas também aos recursos naturais e à preservação do meio-ambiente, de forma a aumentar a qualidade de vida de todos os cidadãos e não comprometer o futuro das próximas gerações.

Pinho e Vasconcellos (2006, p. 8) ressaltam que a “Economia é uma ciência social que estuda a administração dos recursos escassos”, como salientou A4 ao definir Economia:

Entendo Economia como um estudo sobre a utilização de recursos que dão base à sociedade e é importante, pois a sustenta (A4_{QI}).

De fato, as escolhas envolvem *trade-offs*¹⁹, nada é grátis, ter mais de algo significa abrir mão de outra coisa, ou seja, “optar por gastar mais em alguma coisa nos deixa com menos para gastar em outra” (STIGLITZ; WALSH, 2003, p. 13). As escolhas são inevitáveis e envolvem *trade-offs*, em função da escassez dos recursos. Por isso, a Economia é essencial, para que os consumidores possam fazer escolhas acertadas, exatamente como mencionou a aluna A1:

Economia é a ciência que estuda a produção e como ela se relaciona com a sociedade. É uma ciência essencial para entendermos como fazer as melhores escolhas relativas a consumo (A1_{QI}).

Assim, a análise custo-benefício é fundamental no processo de escolha, o que vai ao encontro de Franzoni e Quartieri (2019, p. 251) quando consideram:

Importante a análise dos custos e benefícios envolvidos em cada possibilidade nos processos decisórios, para se alcançar a eficiência com relação ao emprego dos recursos escassos. Assim sendo, o pensamento crítico e o entendimento de Economia são imprescindíveis nos processos de tomada de decisão para que se possa fazer melhores escolhas.

A aluna A15 realçou que o tema Educação Financeira contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico. Ao se pensar em ter um aumento na qualidade de vida, deve-se levar em consideração, também, a preservação do meio ambiente:

A Educação Financeira faz o indivíduo desenvolver o pensamento crítico nas tomadas de decisões, se preocupar com o meio ambiente e ter um aumento na qualidade de vida (A15_F).

A escassez, de acordo com Mankiw (2005), resulta que os consumidores se deparem com *trade-offs* e devem fazer escolhas, agindo racionalmente, ou seja, os consumidores devem ponderar os custos e benefícios de cada possibilidade sempre que se veem frente a um processo de tomada de decisão, como salientou a aluna A16, quando teceu relações da Educação Financeira com a Economia:

¹⁹ Ato de escolher uma coisa em detrimento de outra (MANKIW, 2005).

Educação financeira abrange mais a questão da consciência consumista, Sustentabilidade, prevenções econômicas, análise dos custos e benefícios individuais e sociais para não cair em ciladas em situações do cotidiano (A16F).

Segundo Stiglitz e Walsh (2003, p. 17), “não é possível fugir das escolhas, porque os bens e serviços desejados e os recursos existentes são inevitavelmente escassos”. Portanto, o conjunto de possibilidades de consumo que um indivíduo tem é definido pela sua restrição orçamentária e pelo reconhecimento dos *trade-offs*. Não se pode gastar mais do que o necessário para que os recursos financeiros não se esgotem. Além disso, é preciso se preocupar em termos de um consumo consciente e sustentável, para que os recursos ambientais sejam preservados, como expôs o aluno A4:

A Educação Financeira está relacionada com o tema Sustentabilidade, na análise dos recursos não somente financeiros, mas também dos recursos ambientais (A4F).

A aluna A8 advertiu que o consumo irresponsável contribui para as altas taxas de produção do lixo:

É preciso pensar porque comprar uma televisão grande, se em seguida ela se tornará descartável, em função do avanço da tecnologia. As pessoas acabam se desfazendo e optando por aparelhos eletrônicos mais modernos, contribuindo para o aumento de lixo (A8F).

Baudrillard (2008, p. 38) evidencia que “todas as sociedades desperdiçaram, gastaram e consumiram sempre além do estrito necessário. Sabe-se muito bem como a abundância das sociedades ricas está associada com o desperdício, ou seja, o supérfluo precede o necessário”. O aluno A13 expressou que é preciso se preocupar com o consumo de energia na compra da televisão e conseqüentemente com a elevação do custo financeiro e ambiental, em função do esgotamento dos recursos:

Nessa atividade precisamos levar em consideração, na escolha da televisão, o consumo de energia para não pagarmos mais luz e pelo bem do planeta, em preservar os recursos que são considerados escassos (A13F).

Nesse sentido, o consumo desenfreado ocasiona um custo social, desestabilizando a Economia e o meio ambiente. No momento em que o indivíduo não se preocupa com o consumo de energia, quantidade de lixo e poluição sonora, como ponderado pelo aluno A10, provoca uma externalidade negativa (custo) a outras pessoas:

Além da poluição sonora que pode gerar custo a outras pessoas que não toleram volume alto (A10F).

Diversamente, quando o indivíduo se preocupa com os recursos, com a poluição, economiza energia e contribui com a reciclagem do lixo, acaba gerando uma externalidade positiva (benefício) a outras pessoas, contribuindo dessa forma para a preservação do meio-ambiente e desenvolvimento sustentável. Nesse contexto, pode-se inferir, de acordo com os comentários dos alunos, que o tema Educação Financeira está diretamente relacionado ao consumo e ao meio ambiente.

De acordo com Lipovetsky (2007, p. 21), “na sociedade do consumo, inaugura-se uma sociedade do desejo, onde o progresso e a felicidade são cada vez mais associados à melhoria das condições de vida e à aquisição de objetos de consumo”. Assim sendo, é necessário que o aluno tenha conhecimento de Educação Financeira a fim de obter um consumo consciente e sustentável, mostrando preocupação, também, com o meio em que vive, contribuindo, dessa maneira, para o desenvolvimento econômico e sustentável do seu país.

4.3.4 Análise das capacidades, dificuldades e conhecimento sobre o tema durante a resolução de cada tarefa investigativa

Por fim, a quarta subcategoria (apêndice 13 – item 4) engloba a análise das capacidades e dificuldades durante a resolução da tarefa, conhecimento sobre o tema, situações-problema e aprendizado. A aluna A15 expressou o quanto foi difícil compreender a situação-problema, em função da quantidade de conceitos econômicos:

Sim, no início foi bem difícil começar a compreender o que tinha que ser feito, com muitos termos que nunca vi. Para mim foi a problematização mais complexa até agora (A15F).

A15, também, expôs que, inicialmente, não tinha conhecimento sobre taxa de câmbio e não compreendia o que era transmitido pela televisão, mas com a resolução da tarefa investigativa obteve êxito na aprendizagem e no desenvolvimento do pensamento lógico:

Aprendi muito com esta atividade, pois eu nem imaginava o que era câmbio quando falavam na televisão, parecia coisa de outro mundo, algo que era fora do meu entendimento. Agora entendi sobre desvalorização da moeda e ter um pensamento lógico (A15FD).

Ao raciocinar (pensar) sobre o seu conhecimento sobre o assunto e se conscientizar do quanto e como aprendeu, recorreu às suas estruturas metacognitivas. A metacognição, segundo Flavell (1979), é um pensar sobre o pensamento e o pensamento crítico deste sujeito também se relaciona com a metacognição. Para Flavell (1987), o conhecimento metacognitivo e as experiências metacognitivas estão interligados, na medida em que o conhecimento permite

interpretar as experiências e agir sobre elas, contribuindo para o desenvolvimento e a modificação desse conhecimento. Nesse sentido, investir na promoção de estratégias de autorregulação da aprendizagem valoriza e estimula o desenvolvimento de habilidades e competências que promovem o aprender e o reaprender.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) salientam que as tarefas investigativas parecem difíceis, em função da sua estrutura aberta, com várias possibilidades de conjecturas, generalizações e estratégias de resolução. No entanto, no momento em que os dados são organizados e o problema analisado detalhadamente, a situação se torna mais clara. O aluno A14 explanou que o grupo apresentou dificuldades em compreender a tarefa e encontrar as equações, pois estão acostumados a utilizar formulário:

Foi difícil generalizar, porém conseguimos entender a lógica que seguimos e logo generalizamos. Eu nunca tinha encontrado fórmulas, acredito que a turma inteira teve dificuldade. No curso de Matemática, o professor geralmente deixa utilizar formulário ou decoramos para resolver o exercício (A14_F).

Tivemos uma dúvida na questão que tinha de passar de dólar para rublos, mas conseguimos concluir, ainda tivemos dúvidas enquanto a generalização de algumas fórmulas, na verdade não estamos acostumados a encontrar fórmulas, sempre usamos formulário (A14_{QM}).

Em outra tarefa, o aluno A13 manifestou dificuldade em trabalhar com questões investigativas de caráter aberto, expôs que escolher é uma tarefa difícil, que existem vários fatores que fazem parte do processo de decisão, o que torna a análise mais complexa, visto que é necessário pensar em várias hipóteses:

Nas investigações precisamos levar várias situações em consideração, o que torna a atividade mais complexa. Isso faz estimularmos nosso cérebro a entender que existem uma série de fatores a se considerar e que escolhermos um modelo que beneficie o indivíduo não é algo simples. Tomar uma decisão parece simples, rápido e prático, mas escolher é uma tarefa difícil, porque devemos incluir várias hipóteses para a análise. Isso é positivo, pois faz compreendermos que as coisas não são tão superficiais quanto parecem (A13_{QM}).

A aluna A17 expressou, ainda, que a questão está muito aberta, havendo várias suposições, o que dificulta a sua análise:

A questão está muito em aberto, podendo fazer muitas suposições, dificultando na escolha da cafeteria, pois a cada suposição a resposta pode ser mudada. Precisamos de um pensamento crítico dos custos (tempo, alimentação, entre outros) e benefícios que iremos ter a cada situação para fazer a melhor escolha. Poderia ter sido especificado o tempo de espera, se a pessoa faria ou não lanche assim como o valor gasto na cafeteria C para facilitar, são tantas possibilidades que dificulta a análise (A17_{QM}).

Mas é exatamente em função da sua estrutura aberta que as tarefas investigativas apresentam dificuldade, como afirmou A16:

A dificuldade encontrada foi a de acertar as fórmulas e fazer a análise, precisaríamos de mais tempo para analisar, entre o próprio grupo, a resolução desse tipo de questão mais aberta. No final só ficou faltando alguns detalhes que não percebemos (A16_{QM}).

Para Franzoni *et al.* (2019, p. 250), “a maioria dos alunos diz aprender com os seus erros [...]”. Por isso, a importância do professor instigar a investigação, questionar os resultados, fazer com que o aluno aprenda ao analisar os erros cometidos e o raciocínio que fez.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), a investigação matemática é considerada uma tarefa que impulsiona o pensamento, possibilita aos alunos analisarem várias possibilidades e ocupa papel central nos processos de ensino e de aprendizagem. Nesse contexto, as tarefas investigativas podem estimular os alunos a identificarem o que sabem em relação ao tema de cada situação-problema e quais são as melhores estratégias a serem adotadas para se chegar a alguma conclusão.

De acordo com o relato dos alunos (A13, A14, A15, A16 e A17), pode-se perceber que as tarefas de investigação matemática (situações-problemas abertas) impulsionaram o pensamento na busca de estratégias para solucionar o problema, ficando evidente a sua percepção em relação ao grau de dificuldade de cada tarefa e quais seriam as causas. Portanto, os processos metacognitivos na investigação matemática também cumprem uma função autorreguladora.

Assim sendo, quando a metacognição está presente, o aprendiz reconhece suas potencialidades e/ ou dificuldades, ultrapassando limites e obstáculos. O avanço, conforme Beber, Silva e Bonfiglio (2014) reside na tomada de consciência do saber e do não saber, em um processo constante de autoavaliação para alcançar a autorregulação. Andretta *et al.* (2010) ressaltam que o indivíduo experimenta diversas estratégias de aprendizagem desde criança, tendendo sempre a repetir aquela com a qual obteve maior eficácia. Dessa maneira, cada um tem uma estratégia que funciona melhor para si, ou seja, o processo metacognitivo é diferente para cada um. Ainda segundo os autores, quanto melhor a capacidade metacognitiva, mais desenvolvidas serão as habilidades de aprendizagem, sendo possível otimizar o tempo e a qualidade do estudo.

A estreita relação da metacognição com a aprendizagem deve ser explorada, visto que desempenha um importante papel na otimização e qualificação do estudo e de resolução de problemas. Doly (1999) resalta que a metacognição é útil para construir conhecimentos e

competências com êxito, para aprender estratégias de resolução de problemas que favoreçam o sucesso e a autorregulação, para que os alunos tornem-se autônomos na gestão das tarefas e nas aprendizagens.

O aluno A13 afirmou ser necessário analisar outros fatores que podem influenciar no processo de tomada de decisão, que as escolhas não são tão simples como parecem e que podemos perder dinheiro. Avaliou a tarefa como útil para outras situações e de significativa aprendizagem:

O que percebo nessa atividade é que não prestamos muita atenção sobre vários fatores que influenciam na hora de fazer uma escolha de modo a economizar nosso dinheiro. Nessa atividade, foi notório que precisamos levar em conta vários outros motivos antes de podermos decidir, olhando para o problema era bem simples e objetivo. Entretanto, após analisar outras situações foi notório que fazemos coisas sem pensar e, isso, faz desperdiçar dinheiro sem necessidade, enfim a atividade foi útil e de grande aprendizagem (A13_{QM}).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 23) destacam que o “[...] envolvimento ativo do aluno é a condição fundamental da aprendizagem”. Esse envolvimento ficou perceptível no decorrer da prática com os licenciandos, evidenciando indícios de aprendizagem, criação de estratégias próprias, envolvimento com atividades que demandaram exploração, atenção, concentração e pré-conhecimentos. Goldenberg (1999, p. 37) complementa que as tarefas investigativas “motivam os alunos, e ainda, desenvolvem capacidades que contribuem para um conhecimento mais amplo de conceitos e facilitam a aprendizagem” como expressaram os alunos A13, A14, A15 e A17:

Houve grande aprendizado com a atividade investigativa, porque através das generalizações desenvolvidas por meio das resoluções dos problemas chegamos em fórmulas do conteúdo de Matemática Financeira. Além disso, as discussões em sala de aula proporcionaram a visualização de um consumidor consciente, por conta de analisar os preços e verificar a loja mais em conta. A mesma coisa aconteceu com a tarefa relacionada às formas de investimento, matematicamente parecia simples de resolver, com a aplicação da fórmula de juros compostos que deduzimos. Por outro lado, no conhecimento financeiro foi de grande aprendizagem e tivemos bastante coisa para analisar, sem a gente jamais imaginar (A13_{FD}).

Encontrando as generalizações, estamos aprendendo muito mais, entendendo o que de fato acontece e podemos aplicar tais fórmulas em outros acontecimentos de mesma natureza (A14_G).

Eu me viro nessas situações quando enfrento-as, porém ao fazer uma atividade como essa estou aprimorando meu raciocínio para em uma situação real eu estar preparado [...] (A14_F).

Existiu aprendizagem por conta do pensamento de como fazer os cálculos, já que era uma atividade com situações simuladas, porém próximas da nossa realidade. Mesmo ainda não tendo aprendido as fórmulas, acabamos as deduzindo com nossas terminologias, pelo pensamento lógico e isso se faz muito mais significativo do que as decorar e nem ao menos pensar o porquê de cada integrante dela. A aprendizagem se dá de forma dedutiva e instigada (A15_{QM}).

Existiu aprendizado com a atividade, pois aprendemos cada vez mais a trabalhar em equipe e que a opinião do colega pode ser diferente, chegar aos mesmos resultados ou a resultados mais completos, melhor analisados. Todos nós devemos aprender a trabalhar em grupos, pois a aprendizagem não se constrói sozinha e sim com a colaboração de cada um. Aprendemos, também, com alguns erros e ajustes e principalmente discutindo cada resolução e erros com o pequeno e grande grupo (A17_{QM}).

Investigar, de acordo com Ponte (2003), não significa lidar com problemas de grande dificuldade, os alunos podem ficar confusos em um primeiro momento, mas a situação se torna mais clara ao analisar detalhadamente o problema, o que vem ao encontro dos comentários dos alunos. A13 e A14 salientam que aprenderam por meio de generalizações, enquanto A15 relacionou a aprendizagem ao fato de se tratar de situações próximas à realidade e A17 ao trabalho em equipe, como fator significativo para a sua aprendizagem.

Nesse contexto, os alunos A13, A14, A15, A17 e A20 pontuaram, também, a validade em se aprender Educação Financeira a partir da investigação matemática, produzindo ou explorando uma situação-problema, formulando hipóteses, testando as conjecturas, avaliando o raciocínio e validando as generalizações. Os alunos A17 e A20 manifestaram ser útil a elaboração e aplicação de uma tarefa investigativa, enquanto futuros professores, ao pensarem nas dificuldades dos alunos durante a resolução, assim como outras explicações que poderão surgir para o desfecho do problema. Skovsmose (2000) destaca que é importante oportunizar um cenário para investigação que estimule os alunos a formular questões e procurar explicações:

Foi muito importante essa atividade como fechamento de nosso aprendizado, pois nos mostrou o quanto tivemos a capacidade de formular uma questão e o quanto nós aprendemos ao longo do bimestre (A17_{FD}).

Como futuro educador, precisamos ser criativos e associar bem o conteúdo com nosso cotidiano. A elaboração de uma atividade nos fez pensar muito de como podemos aplicá-la e compreender as dificuldades que podem surgir quando existe pensares distintos (A20_F).

Ainda segundo Skovsmose (2000), quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são responsáveis pelo processo. Sendo assim, conforme os relatos dos alunos e a classificação dos saberes de Tardif (2002), de acordo com o aporte teórico da Tese, pode-se inferir que o ensino de Educação Financeira, a partir da investigação matemática, contribuiu para o saber profissional e pedagógico dos futuros professores, ao proporcionar-lhes momentos de estudo, discussão e reflexão em pequenos grupos.

Portanto, os licenciandos em Matemática tiveram a oportunidade de assumir o papel de investigadores, construíram suas respostas e formularam hipóteses nos pequenos grupos,

compartilharam seus resultados com o grande grupo, argumentaram suas conjecturas, desenvolveram a criatividade, a autonomia e o senso crítico, favorecendo, dessa maneira, aprendizagens de Educação Financeira, Matemática e Economia. Nesse contexto, as tarefas de investigação matemática sobre Educação Financeira e Economia foram elaboradas com o intuito de que os futuros professores consigam aprender para ensinar os seus alunos e, a partir do pensamento crítico e reflexivo, atuarem de maneira mais ativa na sociedade, contribuindo para o desenvolvimento econômico e sustentável do seu país.

Por fim, diante da discussão realizada na terceira categoria (percepções dos alunos sobre cada atividade e a própria aprendizagem), pode-se perceber que as dificuldades mais recorrentes encontradas pelos alunos nas tarefas investigativas de Educação Financeira estão vinculadas à falta de conhecimento de Economia, à insegurança na formulação de conjecturas/generalizações em função da dependência da utilização de formulários/ fórmulas e à ausência de prática na resolução de problemas de caráter aberto.

As principais manifestações de aprendizagem que surgiram estão relacionadas: 1) ao desenvolvimento da criatividade, do pensamento crítico e reflexivo durante a resolução das tarefas investigativas e momentos de socialização; 2) à cooperação e troca de saberes do trabalho em grupo; 3) à cada tarefa investigativa de Educação Financeira estar vinculada ao cotidiano e a outras ciências, como por exemplo, a Matemática, a Economia e ao tema Sustentabilidade, no qual foi possível estabelecer o ponto de encontro da teoria com a prática; 4) à oportunidade do aluno sentir-se professor ao produzir uma tarefa de investigação matemática e ao trocar a tarefa entre os grupos; 5) à formulação, teste e validação de conjecturas; 6) à elaboração de generalizações e não usar fórmulas prontas; e 7) ao raciocínio nas questões abertas de investigação matemática sobre Educação Financeira, em que vários fatores, como por exemplo, prazo, inflação e imposto de renda, podem influenciar nos processos decisórios.

Na próxima seção serão evidenciadas as relações entre as etapas da investigação matemática e a metacognição, a partir das respostas dos futuros professores de Matemática.

4.4 Metacognição e Investigação Matemática

Com o objetivo de comprovar as contribuições das tarefas investigativas no desenvolvimento do pensamento metacognitivo dos alunos, o Quadro 29 a seguir apresenta as relações entre as etapas da investigação matemática e os elementos da metacognição. No apêndice 14, o Quadro 29 está mais completo ao fazer a conexão da metacognição e

investigação matemática com as respostas dos alunos que, também, serão discutidas nesta seção. Cabe ressaltar que as classificações das respostas dos alunos em relação aos elementos metacognitivos e as etapas da investigação matemática são interpretação da autora desta Tese, podendo variar dependendo da análise que é realizada. Contudo, o mais expressivo é que elas representam manifestações de natureza metacognitiva. Desse modo, procedeu-se à relação entre as quatro etapas da investigação matemática e os seis elementos metacognitivos, citados por Rosa (2014), quando a autora faz referência às variáveis pessoa, tarefa e estratégia (FLAVELL, 1976) e aos aspectos relacionados ao mecanismo de controle executivo e autorregulador, ou seja, as operações de planificação, monitoração e avaliação (BROWN, 1978).

Quadro 29: Conexões entre Metacognição e Investigação Matemática

Elementos metacognição		Etapas investigação matemática
Conhecimento do Conhecimento (FLAVELL E WELLMAN, 1976)	Pessoa (convicção de si mesmo a respeito do conhecimento sobre o tema)	Exploração das capacidades e dificuldades sobre o tema e situação-problema apresentada (Passo 1)
	Tarefa (características da tarefa)	Exploração da situação-problema (Passo 1)
	Estratégia (caminhos, conjecturas, metodologias, resoluções para se atingir o objetivo, solução)	Organização de dados, formulação de conjecturas, estratégias (Passo 2)
Controle Executivo Autorregulador (BROWN, 1978)	Planificação (planejamento, previsão de etapas e estratégias, organização dos dados)	Organização de dados, formulação de conjecturas, estratégias (Passo 2)
	Monitoração (controle de ação, adequação, revisão dos passos e resolução)	Elaboração de testes e refinamento de conjecturas (Passo 3)
	Avaliação (identificar se a solução, ou resultado encontrado, está de acordo com o que foi perguntado no problema e objetivo da tarefa, detectar possíveis falhas)	Demonstração dos resultados, avaliação e validação; avaliar o raciocínio, argumentar, justificar e validar conjecturas (Passo 4)

Fonte: Elaboração própria, com base em Flavell (1976); Brown (1978); Rosa (2014); Ponte, Brocardo e Oliveira (2015).

Cabe destacar que os itens (“a” a “f”) a seguir não são subcategorias, mas evidências da relação entre cada elemento metacognitivo com a etapa da investigação matemática para inferir a conexão entre elas.

a) Elemento metacognitivo “pessoa” e exploração da tarefa investigativa, capacidades e dificuldades sobre o tema (IM)

Com relação à tomada de consciência que os licenciandos têm sobre os seus conhecimentos sobre o tema e situação-problema apresentada (“pessoa” – metacognição), pode-se inferir que os alunos refletiram sobre os seus conhecimentos a respeito das questões propostas e que o elemento metacognitivo “pessoa” está relacionado à “primeira etapa” da investigação matemática (exploração das capacidades, dificuldades sobre o tema e tarefa investigativa apresentada). A aluna A1 destacou ter imaginado, inicialmente, possuir conhecimento de Educação Financeira e Matemática Financeira, mas ao analisar as tarefas investigativas mais detalhadamente constatou que é preciso ter entendimento de Economia nos processos de tomada de decisão financeira. Em outro comentário ressaltou que teve ganho de conhecimento ao trabalhar com outros sistemas de amortização:

Eu pensava que sabia Educação Financeira no primeiro dia de aula, mas no decorrer das atividades fui percebendo que não analisava todos os fatores que podem influenciar nas decisões do dia-a-dia e como o entendimento de Economia é importante no processo de escolha (A1_E).

Eu possuía conhecimentos prévios de amortização constante, price e mista que foram lecionados na própria disciplina. Porém, não foram suficientes já que outras formas de amortização foram cobradas e acabaram por agregar conhecimento sobre o tema (A1_{QM}).

Ainda de acordo com a aluna A1, ao ler a tarefa identificou que o assunto tinha relação com conteúdos de progressão aritmética e geométrica, nos quais é possível fazer uma analogia com regimes de capitalização simples e compostos:

Logo ao iniciar a atividade, já pode-se observar que a coluna 2 correspondia a uma PA enquanto a coluna 3 a uma PG. Sendo essa última a mais vantajosa para o credor, enquanto a primeira alternativa era mais vantajosa para o devedor, resultados estes que se comprovaram ao final da atividade para um tempo maior que um mês. Não foram encontradas dificuldades na resolução dessa questão (A1_{QM}).

Rosa (2014, p. 25), com relação ao elemento “pessoa”, destaca:

No processo de ensino-aprendizagem, ao deparar-se com uma tarefa, o estudante recorre aos seus pensamentos, verificando o grau de dificuldade implicado, podendo sentir-se incapaz de realizá-la ou desmotivado para tal; ou, ao contrário, constatar que já realizou algo semelhante ou reconhecer os conhecimentos envolvidos, sentindo-se capaz e motivado para a tarefa.

Como se pode ver, a aluna sentiu-se capaz de resolver a tarefa e demonstrou conhecimento sobre o assunto ao fazer comparações entre os conteúdos de Educação

Financeira, Matemática e Matemática Financeira. Além disso, manifestou ter consciência de que não dispunha de saberes sobre Educação Financeira, recorrendo ao seu pensamento metacognitivo, como ressaltado por Rosa (2014), para avaliar o que sabia, comparar com outros assuntos já estudados (progressões, sistemas de amortização), verificar se existiriam dificuldades e confrontar com o conteúdo aprendido.

A aluna A19 sentiu-se motivada em resolver a tarefa, por se tratar de uma situação do cotidiano, na qual é possível aproveitar o conhecimento adquirido para outros problemas financeiros da mesma natureza:

A situação-problema é bem realista, o que nos propicia mais estímulo para resolvê-la e aplicá-la no nosso dia-a-dia (A19_F).

Os alunos A3, A4 e A7 reconheceram que dispõem de pouco conhecimento de Economia, o qual não se revelou suficiente:

Todo o conhecimento que eu tinha sobre Economia não era suficiente, mas a colaboração com os colegas do grupo tornou possível realizar a atividade. Aprendi que sempre pode existir mais um fator, uma variável para ser analisada, em algum determinado tipo de decisão (A3_{QM}).

Tenho poucos conhecimentos de Economia, fui mais pela intuição e discussão com os colegas (A4_{QM}).

Eu tinha pouco conhecimento de Economia, sabia alguns nomes de investimentos, não foram suficientes para uma análise mais aprofundada. Adquiri conhecimento de novos tipos de investimentos e taxas, que não conhecia, nessa atividade (A7_{QM}).

Eu gostaria de dizer que só consegui resolver a atividade com a ajuda do meu grupo, sozinha não saberia por onde começar (A9_F).

Os alunos A3, A4 e A9 ficaram convictos de que só conseguiram realizar a tarefa com a ajuda do grupo, o que pode justificar a importância de atividades em grupo para favorecer o aprendizado, a exemplo do que ocorre com a adoção da metodologia da investigação matemática. Pela resposta do aluno A7, constata-se que foi preciso recorrer à sua estrutura cognitiva para avaliar o que sabia de Economia e, mais especificamente, sobre o tema investimentos. Assim, foi possível comparar com outras formas de investimento de que não tinham conhecimento.

Portanto, a partir das respostas dos alunos é possível perceber a consciência destes acerca do conhecimento que possuíam sobre o tema de cada tarefa investigativa, qual seria o entendimento e quais seriam as fragilidades. Dentre os questionamentos metacognitivos realizados na primeira etapa da investigação matemática, que contribuíram para fomentar o

pensamento metacognitivo dos alunos, estão: Quem tem conhecimento de Educação Financeira? Quais conhecimentos? Compreenderam a tarefa investigativa? O que deve ser feito? Identificam o tema da tarefa com outro já estudado na disciplina de Matemática? Que conhecimento cada um de vocês tem sobre o tema e situação-problema? Que dificuldades tiveram? O grupo está sendo importante no entendimento e resolução da tarefa? Qual o entendimento sobre esse conteúdo? Que conhecimentos de Economia você tinha para resolver a questão-problema? Eles eram suficientes? Que conhecimentos novos foram adquiridos com a atividade?

Desse modo, a partir das respostas dos licenciandos, foi possível constatar a contribuição do primeiro passo da investigação matemática no desenvolvimento dos seus pensamentos metacognitivos, justamente pelo fato do elemento “pessoa” estar vinculado à primeira etapa da investigação matemática, em que o professor instiga e faz perguntas durante todo o processo de ensino-aprendizagem. Segundo Rosa (2014, p. 46), quando algum indivíduo faz referência a processos de ensino-aprendizagem, é preciso:

Discutir questões como consciência, memória, linguagem, pensamento, conexões sinápticas, registro e aquisição de informações, além de muitos outros termos que até há bem pouco tempo eram específicos da psicologia, mas que hoje vêm se mostrando a porta aberta quando da emergência de uma visão mais polissêmica do “ato de aprender”. Nessa perspectiva, a aprendizagem envolve um conjunto de funções orgânicas, mas, ao mesmo tempo, é um processo de interação entre o conhecimento novo e o já existente, na estrutura cognitiva do sujeito, bem como na interação entre o sujeito e o meio que o circunda.

Sendo assim, a aprendizagem se estabelece a partir das interações entre o sujeito e o meio. É o pensamento metacognitivo que proporciona a reflexão do aluno sobre o entendimento de que dispõe, ou não, quando compara o que já sabe na sua estrutura cognitiva a respeito do tema e problema proposto. Essa reflexão, ou seja, a consciência de si próprio sobre as suas capacidades e dificuldades, está relacionada à primeira etapa da investigação matemática, assim como quando o aluno reflete sobre as características da tarefa, como veremos a seguir no item “b”. Logo, o conhecimento não é algo pronto e acabado, está sempre evoluindo, em constante transformação e adaptação por meio das interações do sujeito.

b) Elemento metacognitivo “tarefa” & exploração da situação-problema (IM)

Com relação à tomada de consciência que os licenciandos têm sobre as características da tarefa investigativa (“tarefa” – metacognição), pode-se observar que os alunos refletiram

sobre as situações-problema propostas e que o elemento metacognitivo “tarefa” está relacionado à primeira etapa da investigação matemática (exploração da situação-problema), tendo em vista que Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) e Rosa (2011, 2014) esperam que os alunos nessa fase tenham entendimento do tipo de tarefa, suas características e o que é necessário fazer para resolvê-la.

A aluna A1 manifestou conhecer o tipo de tarefa investigativa formulada, questão sobre custos de transporte, para a qual revelou facilidade de elaboração e resolução:

O problema elaborado pelo nosso grupo envolvia custos com transportes, porém a princípio seria acoplado à questão a depreciação de automóveis, o que acabou sendo descartado em um segundo momento para tornar a questão mais clara e objetiva. A construção de uma atividade de investigação matemática consolidou conhecimentos obtidos na disciplina e expandiu a forma de enxergar a Matemática no cotidiano, de maneira didática e acessível (A1_{QM}).

A aluna A1 identificou a questão produzida com conhecimentos obtidos previamente, de modo a compreender as relações existentes entre as tarefas de investigação matemática e situações do cotidiano. Destacou, também, a relevância da Matemática em aplicações práticas do dia-a-dia e o quanto adquiriu de conhecimento a partir da metodologia utilizada no ensino de Educação Financeira.

O aluno A3 caracterizou as tarefas investigativas como complexas, em função da quantidade de informações e possibilidades para serem analisadas:

Existem muitas possibilidades para se analisar em um único problema e por mais simples que ele pareça, quando explorada essas possibilidades, ele se torna muito complexo. Temos que deduzir fórmulas a partir de um raciocínio, o que é bem difícil (A3_{QM}).

A atividade me fez perceber que por mais simples que o problema possa aparentar, o nível de complexidade dele pode aumentar consideravelmente se acrescentarmos outros fatores que influenciam na decisão (A3_{QM}).

Formular conjecturas não pareceu ser algo simples para A3, característica principal da investigação matemática. Classificou a tarefa como difícil em função de precisar deduzir fórmulas. Cabe lembrar que os licenciandos em Matemática desconheciam a metodologia utilizada, consideravam-se dependentes de fórmulas prontas, sendo que muitos deles encontraram generalizações pela primeira vez.

Os alunos A11 e A13 também não consideraram a tarefa simples, destacaram que é preciso ter muita atenção nesse tipo de tarefa, em que existem muitos fatores que podem influenciar no processo de escolha:

Antes dessa atividade eu provavelmente olharia para esse tipo de problema e buscaria uma solução rápida e objetiva, porém agora busco entender melhor a questão e levar em conta todos os fatores e vários cenários possíveis (A11_{QM}).

O que percebo nessa atividade é que não prestamos muita atenção sobre vários fatores que influenciam na hora de fazer uma escolha de modo a economizar nosso dinheiro. Nessa atividade, foi notório que precisamos levar em conta vários outros motivos antes de podermos decidir, olhando para o problema era bem simples e objetivo. Entretanto, após analisar outras situações foi notório que fazemos coisas sem pensar e, isso, faz desperdiçar dinheiro sem necessidade, enfim a atividade foi útil e de grande aprendizagem (A13_{FD}).

O caráter aberto das questões formuladas, a partir da metodologia da investigação matemática, requer dos alunos mais tempo e reflexão na análise de todas as possibilidades que podem alterar o desfecho do problema. O aluno A13 caracterizou a tarefa como útil e de aprendizagem.

A aluna A17, por sua vez, julgou ser valiosa a tarefa investigativa, que instiga, faz pensar, contribui para a reflexão, aprendizado e desenvolvimento do raciocínio crítico:

É importante que haja a realização desse tipo de atividade que nos instiga, faz a gente aprender, nos ajuda a pensar e desenvolver o pensamento crítico. Precisamos de um pensamento crítico dos custos e benefícios que iremos ter a cada situação para fazer a melhor escolha (A17_{FD}).

Para A17 é preciso uma análise crítica dos custos e benefícios para fazer escolhas. Assim, a aluna demonstrou conhecimento para esse tipo de tarefa e identificou o que é essencial para resolvê-la.

A aluna A8 qualificou a tarefa investigativa como muito boa, em função da sua aplicabilidade a situações do cotidiano, conseguindo, dessa forma, aprender mais rápido:

A atividade é muito boa para aprendermos a investir, saber sobre cada um dos investimentos, pois a pior coisa é aceitar algo por impulso que o banco nos oferece, sem saber os reais rendimentos que as aplicações irão nos fornecer na prática (A8_F).

A aluna estabeleceu relações entre teoria e prática e julgou ter mais facilidade em enfrentar problemas financeiros quando aprende algo que pode ser aplicado no seu dia-a-dia:

Gostei da atividade proposta, pois é aplicada no cotidiano de todos nós. Quanto mais tenho contato com este tipo de problema proposto, mais rápido aprendo e tomo atitudes na vida real (A8_{QM}).

Sendo assim, pode-se observar que os alunos têm consciência de suas capacidades e fragilidades, conseguem estabelecer relações entre as tarefas e conteúdos já aprendidos, reconhecem o tipo e grau de dificuldade de cada problema, habilidades que, para Rosa (2011), são indícios de manifestações metacognitivas. A partir das respostas, é possível identificar a

consciência dos alunos com relação às características da tarefa. Dentre os questionamentos metacognitivos realizados na primeira etapa da investigação matemática, que contribuíram para o desenvolvimento do pensamento metacognitivo dos alunos, estão: Você compreendeu que tipo de tarefa é essa? Quais são as características da tarefa investigativa? Você tem alguma limitação para resolver tarefas como esta? A tarefa investigativa está de acordo com o conhecimento de vocês? Consegue identificar esta tarefa investigativa com outra realizada?

Dessa forma, foi viável depreender, de acordo com as respostas dos licenciandos, o quanto o primeiro passo da investigação matemática foi válido para o estímulo dos seus pensamentos metacognitivos, justamente pelo fato do elemento “tarefa” estar vinculado à primeira etapa da investigação matemática, em que o professor instiga e faz perguntas durante o tempo todo. Para Flavell (1976), o aluno tem consciência dos seus conhecimentos quando possui entendimento sobre a tarefa a ser executada e dos requisitos necessários para se resolver o problema. Nesse caso, o aluno consegue diferenciar tarefas simples de complexas e compreende ser necessário um tempo maior para que possa planejar, suprir as suas dificuldades e atingir êxito no desenvolvimento da questão. Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) complementam ser essencial que o aluno interprete a tarefa, compreenda o que se espera da atividade para que consiga iniciar a investigação e formular conjecturas.

De acordo com o que foi exposto por Flavell (1976) e Ponte, Brocardo de Oliveira (2015), quando o aluno analisa a atividade proposta e recorre à sua estrutura cognitiva para avaliar o que sabe a respeito do tema, esses momentos podem ser considerados de aprendizagem, tendo em vista que o conhecimento está sendo construído durante o percurso (resolução da tarefa). Assim, pode-se inferir que o aluno mobiliza seus recursos cognitivos e afetivos, ao realizar tarefas de investigação matemática, favorecendo o seu envolvimento com a própria aprendizagem.

c) Elemento metacognitivo “estratégia” e organização de dados, formulação de conjecturas e estratégias de resolução (IM)

Com relação à tomada de consciência que os licenciandos têm sobre as estratégias a serem utilizadas para resolver a tarefa investigativa, pode-se notar que os alunos nas dez tarefas investigativas exploradas escolheram estratégias, caminhos diferentes para atingir o objetivo (solução do problema), conforme já analisado na seção 4.2. Isso pode ser evidência de que o elemento metacognitivo “estratégia” está vinculado à segunda etapa da investigação matemática, tendo em vista que o objetivo do segundo passo da investigação matemática,

segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), é a organização dos dados, formulação de conjecturas e adoção de estratégias para solucionar o problema. Logo, o elemento metacognitivo “estratégia” está presente na segunda etapa da investigação matemática.

A aluna A1 reconheceu a estratégia (sistema de amortização constante) a ser utilizada para o tipo de tarefa proposta:

A nossa estratégia foi definir que os pagamentos se dariam por sistema de amortização constante, dados os altos preços e grandes períodos de pagamentos. Os demais grupos realizaram a atividade por juros compostos, chegando a generalizações e valores diferentes das obtidas pelo nosso grupo (A1_{QM}).

Ressaltou que os demais grupos escolheram outros caminhos, a partir da equação do montante (regime de capitalização composto). Apesar dos grupos encontrarem valores diferentes, a aluna identificou existir outra possibilidade de equacionar a tarefa.

Em outro comentário, A1 expôs que os grupos seguiram um caminho semelhante para resolver a tarefa, completando os quadros e comparando as opções para definir a escolha mais vantajosa:

Pela análise do trabalho dos colegas, os grupos seguiram um caminho semelhante ao nosso na resolução da atividade: responder item a item, completar as tabelas e comparar as opções para definir a melhor escolha (A1_{QM}).

O grupo do aluno A11 percebeu que a melhor estratégia era encontrar as generalizações enquanto preenchiam os quadros e não deixar para o final:

Nós podemos ir encontrando as generalizações enquanto preenchemos as tabelas, ao invés de deixar tudo para o final (A11_G).

O aluno A4, igualmente, identificou que os demais grupos exploraram aspectos semelhantes:

Todos os grupos exploraram os mesmos aspectos, com algumas hipóteses e formalizações diferentes apenas (A4_{QM}).

No entanto, por terem percorrido variados caminhos, os grupos encontraram hipóteses e formalizações diferentes. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), existem vários caminhos que podem ser percorridos pelos grupos, cheios de descobertas que podem-se tornar mais significativos do que a própria solução. A estratégia utilizada pelo grupo do aluno A13 foi criar

um exemplo para encontrar a generalização de uma das perguntas e resolver as dificuldades de interpretação da tarefa investigativa:

Tivemos dificuldade para interpretar a pergunta da letra “c”, pois não estávamos enxergando a lógica de usar a moeda real para multiplicar o valor total do dólar/euro que precisaria para comprar a moeda rublos. E outra situação, é não conseguirmos achar uma formalização para a pergunta da letra “d”. Claro que depois, compreendemos essas dificuldades a partir de um exemplo mais simples elaborado por nós (A13_{QM}).

O aluno A3 registrou que a estratégia utilizada pelo seu grupo foi primeiramente encontrar os montantes e compará-los no tempo (tarefa investigativa formas de investimento):

As hipóteses elaboradas pelo nosso grupo foram decorrentes de primeiramente encontrar os valores gerados por cada poupança e compará-los em diferentes tempos, para assim ter uma noção de qual seria o investimento mais vantajoso (A3_{QM}).

Assim, formularam hipóteses para definir a melhor escolha. Em outro comentário, A3 salientou que a estratégia de organizar os dados é fundamental para realizar tarefas abertas de investigação matemática, com várias possibilidades de desfecho:

Organização de dados é o principal para se realizar atividades de investigação matemática com muitas possibilidades (A3_{QM}).

O aluno A7 explicou que a estratégia adotada pelo seu grupo foi montar uma planilha com todos os dados, hipóteses e possibilidades para analisar qual seria a melhor resposta para cada situação:

A nossa estratégia foi montar uma planilha com todos os dados, hipóteses, possibilidades e ver qual seria a melhor resposta pra cada situação (A7_{QM}).

O grupo do aluno A12, da mesma forma, analisou todas as situações a partir da formulação de conjecturas, para definir a forma de investimento mais vantajosa:

Nossa estratégia foi analisar cada situação, criando hipóteses de qual seria a melhor forma de investimento e chegamos à mesma conclusão dos demais grupos, que a melhor opção depende de diversos fatores (A12_{QM}).

Em outra tarefa (formas de pagamento/ compra de automóvel), a aluna A9 deixou explícito que seu grupo seguiu os passos da investigação matemática (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2015), formulando e testando hipóteses para validar o resultado encontrado.

Contudo, não cogitaram realizar a tarefa com a possibilidade de aluguel de veículo. A estratégia utilizada foi trabalhar somente com as informações do enunciado da questão e deter a análise às formas de pagamento do automóvel:

Fomos pensando passo a passo no decorrer da atividade, em cada possibilidade, analisando as hipóteses, seguindo os quatro passos da investigação matemática. No entanto, como falei antes em aula, não tínhamos pensado sobre alugar o carro, mas o grupo conseguiu resolver (A9_{QM}).

Dentre os questionamentos metacognitivos realizados na segunda etapa da investigação matemática, que impulsionaram o pensamento metacognitivo dos alunos, estão: Que estratégia pretendes utilizar para resolver a tarefa? Alguma dificuldade com relação a escolha dessa estratégia? Existem outros caminhos? Quais estratégias e hipóteses utilizadas pelo seu grupo no desenvolvimento da tarefa investigativa?

Pode-se observar que o elemento metacognitivo “estratégia” que está relacionado ao “momento em que o sujeito se questiona sobre o que precisa ser feito e quais os caminhos a serem seguidos para atingir o objetivo” (ROSA, 2014, p. 26) está presente no segundo passo da investigação matemática (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2015), etapa em que os alunos devem formular conjecturas, escolher caminhos e adotar estratégias para resolver cada situação-problema proposta.

d) Elemento metacognitivo “planificação” e organização de dados, formulação de conjecturas e estratégias de resolução (IM)

Com relação à tomada de consciência que os licenciandos têm sobre o planejamento da tarefa investigativa (“planificação” – metacognição), verifica-se que os alunos planejaram como resolver as tarefas investigativas, assim como organizaram os dados e fizeram previsões, que são as ações esperadas deste elemento, conforme Rosa (2014). Assim, o elemento metacognitivo “planificação” está vinculado à segunda etapa da investigação matemática, na qual impõe-se, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), organizar os dados, formular conjecturas e estratégias.

A aluna A1 pontuou que a previsão realizada inicialmente mostrou-se verdadeira, ou seja, o grupo identificou que o sistema de amortização constante seria o mais vantajoso para o consumidor, em função das parcelas serem decrescentes (tarefa investigativa 9/ apêndice 11):

A princípio imaginou-se que a amortização constante seria a melhor opção já que não possuía taxa referencial e apresentava parcelas decrescentes, sendo mais seguro quanto ao pagamento das parcelas. Essa previsão se mostrou verdadeira ao final da atividade. As dificuldades encontradas

se devem a falta de conhecimentos prévios referentes às amortizações com taxa referencial, que não haviam sido vistas até o momento (A1_{QM}).

A investigação sobre a opção mais vantajosa foi realizada a partir do preenchimento das tabelas, circulando os valores totais referentes a pagamentos de prestação, juros e amortização. A dificuldade em completar as duas últimas tabelas decorreu da falta de conhecimentos prévios dos sistemas de amortização com taxa referencial. O aluno A11 complementou que o grupo imaginou ser suficiente completar as tabelas para resolver a situação-problema:

Acreditávamos no início que apenas seria necessário completar as tabelas, porém vimos que algumas delas, como as que possuíam taxas TR, eram mais complicadas e complexas (A11_{QM}).

Contudo, perceberam que era necessário encontrar as generalizações para preenchê-las, inclusive com sistemas de amortização com taxa referencial, atividade mais complexa, segundo A11. Além disso, nessa tarefa investigativa (aluguel ou financiamento imobiliário/apêndice 11), era essencial considerar a hipótese de alugar um imóvel em vez de adquirir um, o que também fugia do mero preenchimento das tabelas.

Em outra tarefa (custo de passagem de avião/ apêndice 4), a aluna A1 referiu que o seu grupo não conseguiu, inicialmente, fazer previsões em função da natureza aberta da tarefa investigativa, o que conduz ao exame de inúmeras variáveis que influenciam o processo de tomada de decisão:

Os resultados iniciais encontrados foram os esperados (análise mais simples), mas como a questão era aberta e envolvia inúmeras variáveis que influenciavam no processo de decisão, o grupo, a princípio, não previu o resultado encontrado. Foram encontradas dificuldades para calcular os custos, uma vez que muitas variáveis foram analisadas, necessitando, assim, de conhecimentos de Matemática, referentes a combinações (A1_{QM}).

Desse relato extrai-se que foram encontradas dificuldades para calcular os custos, tendo em vista a falta de conhecimento de Matemática (combinações) e o volume de variáveis que foram analisadas.

O aluno A12 ressaltou que o grupo planejou resolver cada etapa da situação-problema, criando hipóteses e analisando as respostas. Não houve mudanças na solução final encontrada:

Planejamos resolver cada etapa e analisar as respostas, criando hipóteses, não houve mudanças (A12_{QM}).

O aluno A7 narrou que o grupo planejou produzir uma tarefa investigativa e, após, julgou ser crucial resolvê-la para ter certeza que ficou adequada e sem erros. Assim, o outro grupo não enfrentaria dificuldades em solucioná-la:

Planejamos montar a questão e posteriormente resolver a mesma para sabermos se ficou adequada e resolvível conforme solicitava a proposta da tarefa (A7_{QM}).

O grupo da aluna A1 optou por resolver a sexta tarefa investigativa (apêndice 8) calculando o custo total de todas as formas de pagamento apresentadas no enunciado da situação-problema. A maior dificuldade para o grupo estava relacionada à formulação de conjecturas (juros, amortização, prestação, saldo devedor) para organizar os dados em uma planilha:

Logo no início foi previsto que a melhor forma seria 10 vezes sem juros, já que há a possibilidade de investir parte do dinheiro, porém com o decorrer da atividade, outras possibilidades surgiram, de acordo com o dinheiro disponível pela família ao realizar a compra do automóvel. As maiores dificuldades foram referentes a relembrar equações de amortização, ter que formular as conjecturas e a necessidade do uso de uma planilha para obter o total pago em cada modalidade de pagamento, para várias opções de número de prestações (A1_{QM}).

Após, foi lançada a suposição de que, se a família assim o desejasse, poderia investir o valor que seria entregue para o pagamento à vista do automóvel (R\$40.000,00) em um banco e pagar o veículo em dez vezes sem juros, com resgates mensais da aplicação. No entanto, no final da tarefa, o grupo percebeu que a previsão de resultado estava incompleta, já que a família poderia não dispor imediatamente de R\$40.000,00 para desembolsar, fosse para comprar ou mesmo investir.

O aluno A3 salientou que primeiramente o grupo planejou debater as hipóteses formuladas e comparar a diferença de valores, no tempo, das diversas formas de pagamento (sexta tarefa/ apêndice 8):

Planejamos primeiramente debater as hipóteses, ver a diferença entre os preços em seus períodos e depois compará-los (A3_{QM}).

O aluno A11 mencionou que seu grupo previu que determinada modalidade de pagamento seria a mais vantajosa, mas no momento da socialização constatou a existência de outras possibilidades de desfecho mais atrativas:

Achávamos que determinada modalidade era melhor devido aos benefícios e a possibilidade de poder pagar menos e investir parte do dinheiro ao longo do tempo, porém ao final da atividade,

após ouvirmos as conclusões de um dos grupos, mudamos de opinião e percebemos que a visão deles era a mais correta (A11_{QM}).

Dentre os questionamentos metacognitivos realizados durante a segunda etapa da investigação matemática, que fomentaram o pensamento metacognitivo dos alunos, estão: Como estás planejando resolver a tarefa? Como o grupo planejou resolver o problema proposto? Alguma mudança? Como as informações foram organizadas? Como o grupo se planejou para trabalhar com esse tipo de atividade? Como está sendo a tua experiência em trabalhar com problemas mais abertos, em que a solução encontrada pode não ser única? Conseguiu prever algum resultado? Sentiste alguma dificuldade durante o planejamento?

Nesse contexto, cabe lembrar que “a planificação é a responsável pela previsão de etapas e escolha de estratégias em relação ao objetivo pretendido, o que supõe fixar metas sobre como proceder para realizar a ação” (ROSA, 2014, p. 36) e que a segunda etapa da investigação matemática (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2015) também faz referência ao planejamento, organização dos dados, formulação de conjecturas e adoção de estratégias para encontrar a solução do problema. Portanto, pode-se notar que o elemento metacognitivo “planificação” tem conexão com o segundo passo da investigação matemática, quando os grupos planejam como resolver as tarefas investigativas, fazem previsões, organizam os dados, adotam estratégias para alcançar o objetivo e encontrar os possíveis desfechos de cada situação-problema.

e) Elemento metacognitivo “monitoração” e elaboração de testes e refinamento de conjecturas (IM)

No tocante à tomada de consciência que os licenciandos têm sobre a revisão dos passos e verificação de erros nas conjecturas, o que se espera do elemento metacognitivo monitoração (ROSA, 2014), pode-se aferir que os alunos revisaram as suas ações e conferiram se as hipóteses e generalizações formuladas eram válidas. Logo, o elemento metacognitivo “monitoração” está vinculado à terceira etapa da investigação matemática, momento em que é preciso elaborar testes e refinar conjecturas, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2015).

A aluna A1 salientou que não houve mudanças na maneira de resolver a tarefa (regimes de capitalização simples e composto/ apêndice 7). Esta foi revisada, e a resolução e a estratégia utilizadas estão adequadas:

A resolução foi realizada item a item, primeiramente foi analisada a tabela e se existia alguma proporção entre os montantes das tabelas e, assim, comparadas com as progressões. Não houve mudanças na maneira de resolver a atividade (A1_{QM}).

Primeiramente, foi analisada a tabela, na qual foi possível investigar a variação entre os montantes e, assim, fazer uma analogia com progressões aritmética e geométrica.

O aluno A3 salientou que aprendeu Educação Financeira, que a metodologia da investigação matemática proporciona clareza de ideias no momento em que várias hipóteses e generalizações são testadas:

Graças à investigação matemática, aprendi muito mais sobre o tema Educação Financeira. A metodologia faz abrir a nossa mente, testando várias hipóteses e generalizações (A3_{QM}).

O aluno A4 relatou que o grupo, ao revisar a resolução da primeira tarefa investigativa (apêndice 3), percebeu que a escolha mais vantajosa seria a cafeteria “B” e não a “C”, como pensado inicialmente:

Chegamos como resposta na cafeteria C se o indivíduo consumir café, porém ao revisar a resolução percebemos que se ficasse mais horas, a escolha não seria mais em conta, logo escolhemos a cafeteria B (A4_{QM}).

O aluno A5, em outra tarefa investigativa, apontou que o grupo, ao revisar a resolução, entrou em consenso de que alugar o automóvel e aplicar o dinheiro seria mais vantajoso do que comprar um veículo. Portanto, existem outras possibilidades de desfecho para acrescentar na solução do problema:

O grupo entrou em consenso ao revisar a tarefa de que comprar um carro e gastar os R\$40.000 era menos vantajoso do que aplicar os R\$40.000 e alugar um carro, no qual o carro alugado não sofreria com a desvalorização, não pagaria por manutenção, não teria IPVA e todos os anos locaria um carro zero. Portanto, existem outras alternativas mais interessantes que precisamos acrescentar na resolução (A5_{QM}).

O aluno A11 expôs que ao resolver a tarefa aprendeu sistemas de capitalização com taxa referencial, atividade na qual foi preciso testar as generalizações para preencher as tabelas sem erros de raciocínio.

Antes de resolver eu lembrava apenas dos sistemas de amortização constante, tabela price e um pouco do misto, mas quase nada de taxa TR, após resolver a questão aprendi esses rendimentos, ao encontrar generalizações e testá-las para completar as tabelas sem erros (A11_{QM}).

A aluna A16 também afirmou que foi indispensável testar as conjecturas antes de validá-las, para identificar possíveis erros em função da quantidade de hipóteses formuladas, por se tratar de problema aberto e sem informações de certos detalhes, o que dificulta a sua análise (tarefa investigativa 1/apêndice 3):

Estipulamos diferentes tempos de permanência na cafeteria, e também o fato de comprarmos o lanche ou café. Estipulamos também o valor do café, pois o problema não informa esses detalhes o que dificulta a análise e requer muita atenção, por isso precisamos testar as conjecturas antes de validá-las (A16_{QM}).

Desse modo, foram utilizados os seguintes questionamentos metacognitivos nesta terceira etapa da investigação matemática, que contribuiriam para o pensamento metacognitivo dos alunos: Qual era o objetivo da questão-problema apresentada? Revisaram a questão? A estratégia de resolução e conjecturas foram revisadas? Falta algo? As generalizações encontradas foram testadas, estão corretas? Identificaram algum erro? Que mudanças houve (e se houve) no decorrer da atividade?

Segundo Rosa (2014, p. 37), “a monitoração consiste em controlar a ação e verificar se está adequada para atingir o objetivo proposto, avaliando o desvio em relação a este, percebendo erros e corrigindo-os, se necessário”; e pode-se inferir que tem relação com a terceira etapa da investigação matemática, na qual os alunos são chamados a elaborar testes, identificar erros e refinar conjecturas, quando necessário.

f) Elemento metacognitivo “avaliação” e demonstração dos resultados, avaliação e validação (IM)

No que concerne à tomada de consciência que os licenciandos têm sobre as atividades realizadas e quanto ao entendimento sobre o conteúdo estudado, o que se espera do elemento metacognitivo “avaliação”, segundo Rosa (2014), pode-se ver que os alunos avaliaram o raciocínio, verificaram se a solução estava correta e de acordo com o objetivo da tarefa investigativa. Além disso, detectaram possíveis falhas e manifestaram aprendizagem. Portanto, o elemento metacognitivo “avaliação” está relacionado à quarta etapa da investigação matemática, em que é preciso, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), avaliar o raciocínio, demonstrar os resultados, bem como buscar argumentos e justificativas que validem as conjecturas e a solução encontrada.

A aluna A1 descreveu como realizou a tarefa investigativa, tentando aproximá-la ao máximo da realidade para facilitar o seu entendimento:

Houve ganho de conhecimento relativo a maneira de apresentar uma questão e de construir a mesma, tentando trazê-la para a realidade de quem irá resolvê-la para, assim, facilitar seu entendimento (A1_{QM}).

Eu tinha todos os conhecimentos relativos às nove atividades resolvidas até então na disciplina e que foram resgatados para formular a atividade de Educação Financeira em questão, sendo eles suficientes. Foram adquiridos conhecimentos relativos à formulação de problemas, como clareza necessária para que os demais grupos enxerguem as possibilidades de resolução, tendo como base a investigação matemática (A1_{QM}).

A aluna A17 apontou que a última atividade (elaboração de tarefa investigativa) foi muito significativa para o fechamento do aprendizado, porque o grupo percebeu a capacidade que tinha de produzir uma situação-problema e o quanto aprenderam ao longo do bimestre:

Foi muito importante essa atividade como fechamento de nosso aprendizado, pois nos mostrou o quanto tivemos a capacidade de formular uma questão e o quanto nós aprendemos ao longo do bimestre (A17_{FD}).

A aluna A1, em outra resposta, lembrou o objetivo da primeira tarefa investigativa (apêndice 3) e salientou que o resultado encontrado foi o esperado, em função das definições realizadas pelo grupo no início da tarefa:

O objetivo da tarefa foi investigar a melhor opção de cafeteria. Nós chegamos a conclusão que a melhor escolha seria a cafeteria B. O resultado foi o esperado tendo em vista as definições feitas pelo grupo no início da tarefa. Não foram encontradas dificuldades (A1_{QM}).

Em outra tarefa investigativa (previdência/ apêndice 10), a aluna A1 manifestou ter consciência do conhecimento adquirido ao finalizar a atividade. Inicialmente, não tinha entendimento sobre o tema:

Houve um ganho considerável de conhecimento já que, conforme dito anteriormente, não possuía conhecimento algum sobre o tema antes de iniciar a resolução da atividade (A1_{QM}).

O aluno A4 expressou que as tarefas investigativas estimulam o pensamento na reavaliação de toda a situação e possui ciência do conhecimento adquirido:

A partir da apresentação da situação-problema, acredito que despertamos para pensar e reavaliar toda a situação. Dessa forma, contribuiu para o nosso aprendizado (A4_{QM}).

O aluno A12, da mesma forma, manifestou discernimento sobre o quanto aprendeu com as tarefas investigativas:

A cada atividade vamos adquirindo mais conhecimento. Nessa atividade aprendi um pouco mais sobre os planos de previdência (A12_{QM}).

A aluna A9 frisou que na última etapa da investigação matemática é essencial avaliar se o raciocínio está correto, verificar se o grupo realmente conseguiu responder ao que foi perguntado na tarefa e se existem falhas.

Sim, devemos avaliar se o nosso raciocínio está correto, verificar todas as possibilidades, se conseguimos resolver a atividade e se existe algum erro (A9_G).

Em outro comentário, A9 expôs de que modo a metodologia da investigação matemática favoreceu seu aprendizado:

Essa metodologia faz a gente realmente aprender, porque quando pensamos que a nossa resposta estava correta, veio a surpresa da questão ser aberta e existirem outros fatores que podem influenciar no resultado final (A9_F).

A aluna A9 expressou, também, que a metodologia da investigação matemática colaborou com a aprendizagem. Ao conferir e comparar a solução encontrada com outros grupos, percebeu que estava errada, ao constatar a existência de outros fatores que influenciavam na resposta final.

Dentre os questionamentos metacognitivos realizados na quarta etapa da investigação matemática e que favoreceram o pensamento metacognitivo dos alunos, cita-se: Qual era o objetivo da tarefa? O que você aprendeu com essa atividade? A metodologia da investigação matemática contribuiu na aprendizagem? Foi avaliado se a resolução estava correta na quarta etapa da investigação matemática? Que resultado o grupo havia previsto para a questão-problema no início da atividade? Como esse resultado se relaciona com o encontrado ao final da atividade (os resultados encontrados foram os esperados)? Que dificuldades foram encontradas na resolução e quais seriam as causas? Se a mesma questão-problema fosse apresentada novamente como você resolveria? Como a atividade investigativa proposta contribuiu para o seu aprendizado? Que conhecimentos novos foram adquiridos com a atividade? Como você avalia o seu conhecimento antes (ex-ant) e depois (ex-post) de realizar a atividade investigativa? De que maneira o trabalho em grupo, contribuiu para a compreensão e resolução da questão-problema proposta nesta atividade?

A partir das respostas dos licenciandos a esses questionamentos, foi plausível validar a contribuição da investigação matemática para o desenvolvimento do pensamento metacognitivo, justamente pelo fato do elemento “avaliação” (relação ao conhecimento adquirido na tarefa, necessidade de avaliar se o resultado encontrado está de acordo com o objetivo da atividade e se existiram falhas) estar vinculado à quarta etapa da investigação

matemática, na qual o aluno precisa avaliar o que aprendeu, se o raciocínio na resolução de cada tarefa está correto, assim como buscar justificativas que validem a solução encontrada.

Frente a discussões realizadas, as estratégias de aprendizagem envolvem processos mentais de natureza cognitiva e metacognitiva. Por exemplo, no ensino de Física, em atividades experimentais, no âmbito cognitivo “as estratégias de aprendizagem encontram-se presentes quando os estudantes percebem a necessidade de elaborar tabelas, esquemas ou gráficos para registrar os dados coletados, ou ainda, sublinhar itens importantes da atividade [...]” (ROSA, 2014, p. 84), o que também acontece no ensino de Matemática, quando os alunos organizam os dados e informações das tarefas investigativas. Em termos metacognitivos, Rosa (2014, p. 85) acrescenta que:

Os estudantes retomam atividades experimentais anteriores, observando as diferenças em relação à proposta; identificam características pessoais diante da atividade proposta, buscando agir de acordo com elas, ou, mesmo, buscando alternativas para superar possíveis limitações; quando planejam, monitoram e avaliam suas ações de modo a discutir o caminho percorrido *etc.*

De acordo com o que foi exposto pela autora a respeito da natureza metacognitiva do pensamento, pode-se constatar o vínculo entre o exemplo prático e a teoria, ou seja, com os momentos da metacognição: 1) elementos metacognitivos pessoa, tarefa e estratégia (componente metacognitivo: conhecimento do conhecimento), e 2) elementos metacognitivos planificação, monitoração e avaliação (componente metacognitivo: controle executivo e autorregulador). Ao mesmo tempo, a partir do exemplo de Rosa (2014), observa-se que as estratégias de aprendizagem utilizadas pelos alunos (elementos da metacognição) acontecem no decorrer dos quatro momentos da metodologia da investigação matemática (Quadro 28), quando é preciso recorrer às suas estruturas metacognitivas ao explorar a situação-problema, a fim de identificar o que sabem sobre o tema, comparar com questões e conhecimentos anteriores para começar a organizar os dados, formular e testar conjecturas, verificar erros cometidos, avaliar o raciocínio para finalmente validar a solução encontrada.

“A metacognição, enquanto elemento do processo de ensino-aprendizagem, aponta para a necessidade de que os estudantes sejam responsáveis pelo processo de transformação e adaptação de informações a que se denomina de aprendizagem” (ROSA, 2014, p. 47). Assim sendo, no momento em que o aluno navega entre o conhecimento que já possuía e o novo, quando para e reflete, a aprendizagem é construída. Por isso, é importante que o aluno se envolva com as tarefas investigativas, interaja com o seu prévio conhecimento e o novo, a partir do meio em que está inserido, tornando-se o protagonista da sua aprendizagem.

Se o desejo é que os estudantes recorram ao pensamento metacognitivo, faz-se necessário ativá-lo, o que aponta para a importância de se desenvolver alternativas didáticas como meio de subsidiar a ação do professor, principalmente em termos de oportunizar o uso de estratégias de aprendizagem (ROSA, 2014, p. 78).

Nessa perspectiva, afigura-se inquestionável que a investigação matemática é ferramenta que em muito pode auxiliar as manifestações metacognitivas dos alunos, pois deles demanda atividades de analisar/explorar ao máximo cada situação-problema, resgatar conhecimentos anteriores, comparar com os conhecimentos dos colegas, formular e testar conjecturas, avaliar o raciocínio, identificar erros na resolução e por fim validar os resultados para socializá-los no grande grupo. No entanto, não raramente os alunos na fase inicial da socialização (metodologia da investigação matemática) acreditam que a solução encontrada está correta e é única, não existindo outras possibilidades de desfecho. Para a surpresa dos grupos, muitas vezes, deparam-se com outras respostas igualmente corretas, em função do caráter aberto das tarefas (característica da metodologia da investigação matemática), contribuindo, dessa maneira, para a aprendizagem. Em termos metacognitivos, de acordo com Rosa (2014, p. 73), a aprendizagem corrobora a visão construtivista:

Todo conhecimento é construído com base na realidade vivida, decorrendo do modo como se vê a própria realidade. Todo esse processo é uma negociação de âmbito social, no qual os aprendizes compartilham significados e símbolos entre si e com os demais. Mesmo que, num processo metacognitivo, o elemento central vise a que cada indivíduo chegue às suas próprias conclusões, é preciso considerar que a negociação envolve linguagem, cujo compartilhamento se dá num contexto sociocultural.

Nesse cenário, a aprendizagem é construída a partir das interações entre os pensamentos cognitivos de cada aluno nos pequenos e grande grupo. O conhecimento não é algo pronto e acabado, está em constante evolução, tal como descrito anteriormente, quando os alunos acreditavam que a sua solução estava correta e outros grupos apontavam diferentes caminhos e desfechos favoráveis. Portanto, a aprendizagem é edificada a partir das interações entre o pensamento metacognitivo dos alunos e o meio em que estão inseridos.

Diante desse contexto, cabe ao professor atuar como mediador em todas as etapas da investigação matemática, ou seja, orientar, instigar, questionar os alunos, sem fornecer respostas, características desta metodologia, na qual o aluno passa à condição de protagonista, tornando-se responsável pela própria aprendizagem. Dessa forma, a investigação matemática tem muito a oferecer para o desenvolvimento do pensamento metacognitivo dos alunos, especialmente por serem questionados pelo professor em todos os momentos da prática

pedagógica. Conclusivamente, não resta dúvida do forte vínculo entre as etapas da investigação matemática e os elementos da metacognição.

5. CONCLUSÃO

Este estudo, de abordagem qualitativa, teve o propósito de analisar como uma prática pedagógica a luz da investigação matemática pode auxiliar os processos de ensino e de aprendizagem de Educação Financeira e Economia, em um curso de licenciatura em Matemática. A pesquisa apresentou como aporte teórico o estudo de autores como Bauman (2008); Chen e Volpe (1998); Lusardi e Mitchell (2014); Lipovetsky (1989, 2007); Baudrillard (2008); Denegri (1998); Stiglitz e Walsh (2003); Mankiw (2005); Flavell (1976, 1979, 1987); Rosa (2011); Tardif (2002); Ponte (2002, 2003); Ponte, Brocardo e Oliveira (2015); entre outros.

Para a sua realização, foram utilizados os seguintes instrumentos de coleta de dados: resolução das tarefas investigativas; gravação; filmagem; entrevista; fórum de discussões em ambiente virtual; questionário de finanças pessoais; e questionário metacognitivo. Os dados produzidos pelos vinte licenciandos em Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande, foram analisados mediante a Análise Textual Discursiva (ATD), de Moraes e Galiuzzi (2016).

Inicialmente, foi aplicado um questionário de Educação Financeira e Economia para atender ao primeiro objetivo específico (investigar o perfil e o conhecimento de Educação Financeira e Economia dos alunos de uma turma de licenciatura em Matemática). Os dados deste primeiro instrumento demonstraram que alguns alunos tiveram dificuldades para definir Educação Financeira e compreender a diferença entre esta e a Matemática Financeira, tendo quatro alunos inclusive deixado a questão em branco, sob a justificativa de não saber respondê-la.

A maioria dos alunos, também, antes do debate, demonstrou ter pouco conhecimento sobre Economia e não conseguiu estabelecer relações com o tema Sustentabilidade. Além disso, acreditava não ser importante tal entendimento nos processos de ensino e aprendizagem de Educação Financeira. Sabe-se que a Economia é a ciência que estuda a escassez, a administração dos recursos escassos, enquanto a Educação Financeira está relacionada ao gerenciamento de renda e esses conceitos estão diretamente interligados ao tema

Sustentabilidade e ao aumento da qualidade de vida e bem-estar social. Cabe lembrar que a preocupação da ciência econômica não é somente com o esgotamento dos recursos financeiros, mas também dos recursos naturais. Portanto, é necessário que os indivíduos adquiram o hábito do consumo consciente, para evitar o endividamento e a degradação ambiental.

A respeito do segundo objetivo específico (identificar as conjecturas e estratégias de resolução em tarefas investigativas que envolvem conhecimentos vinculados à Educação Financeira e Economia), cabe destacar que os licenciandos envolvidos na pesquisa conseguiram formular, testar e validar as conjecturas, a partir da resolução das atividades nos pequenos grupos, análise de suas dificuldades e discussões com a turma no momento de socialização das tarefas em sala de aula e das participações no fórum (plataforma *Moodle*). Os pequenos grupos, antes de encontrarem as generalizações, tiveram que organizar os dados, formular hipóteses, como por exemplo falência do banco, tendência de queda/alta na taxa de juros, necessidade de resgate antecipado do investimento, óbito do consumidor antes da aposentadoria, compra virtual com preço mais atrativo, valorização do imóvel ou automóvel no longo prazo, consumidor não ter uma grande quantia em dinheiro para comprar à vista ou investir, preferências, impacto ambiental, entre outros. Nessa etapa, os estudantes adotaram diferentes estratégias durante a resolução de cada problema, quais sejam, construção de tabelas, gráficos e/ ou equações, identificação de padrões que pudessem ser generalizados e resolução de um problema mais simples para, após, serem acrescentados outros fatores que alterassem a solução.

Ao compararem os resultados no momento da socialização com os demais colegas, os alunos descobriram que não perceberam algum fator importante (custo de oportunidade, custo-benefício, prazo, inflação, taxa de câmbio, imposto de renda, fundo garantidor de crédito, liquidez, carência para resgate, diferença entre taxas pré e pós-fixadas de juros, regra da poupança, cenário atual e previsões da Economia brasileira e mundial *etc.*) que fazia parte da análise e influenciava no processo de tomada de decisão. Por essa razão, a investigação matemática foi escolhida para ensinar Educação Financeira e Economia a partir de situações do cotidiano (o que não é obrigatório nesta metodologia), com o objetivo de imbricar a teoria com a prática, contribuir para a consciência metacognitiva, desenvolver o pensamento crítico, bem como as habilidades dos futuros professores de Matemática da educação básica e/ou ensino superior.

No que concerne ao terceiro objetivo específico (analisar as percepções dos alunos em relação às tarefas investigativas e à sua própria aprendizagem a partir de questionamentos metacognitivos), pode-se inferir que as questões de investigação matemática propostas impulsionaram o pensamento na busca de estratégias para solucionar o problema, além de

possibilitar a detecção de possíveis erros que tivessem sido cometidos. A falta de conhecimento de Economia, insegurança inicial na formulação de conjecturas e generalizações, em função da dependência do uso de fórmulas prontas, e a ausência de prática na resolução de problemas de caráter aberto foram as principais dificuldades manifestadas pelos alunos. Ademais, os licenciandos demonstraram ter consciência de suas capacidades e fragilidades, conseguiram estabelecer relações entre as tarefas e conteúdos já aprendidos e reconheceram o tipo e grau de complexidade de cada atividade, o que são indícios de desenvolvimento da consciência metacognitiva.

Nesse contexto, os resultados das percepções dos alunos com relação à atividade e a aprendizagem estão vinculados: ao conhecimento adquirido pelo aluno sobre o tema, situações-problema propostas e metodologia de ensino; à análise das dificuldades e potencialidades após a aplicação das tarefas investigativas (desenvolvimento do pensamento metacognitivo); à importância do grupo no entendimento de cada situação-problema; ao desenvolvimento da autonomia e criatividade em solucionar questões abertas nas quais não existe uma resposta imediata; ao posicionamento crítico e argumentativo dos alunos nos processos de tomada de decisão; e às manifestações de aprendizagem a partir das relações da Educação Financeira com conteúdos da Matemática, Matemática Financeira, Economia e com o tema Sustentabilidade.

Nessa perspectiva, os dados representativos das percepções dos licenciandos sobre a atividade desenvolvida demonstraram que a formação de pequenos grupos auxiliaram no aumento da capacidade de raciocínio e de argumentação e da própria aprendizagem, por intermédio dos momentos de reflexão e discussão, formulação de hipóteses, testes das generalizações e validação das conjecturas. Os conteúdos de Educação Financeira aprendidos com as tarefas investigativas e debates em sala de aula estão relacionados a decisões de consumo e investimento, formas de financiamento e pagamento, conversões de moeda, pesquisa de preço, regimes de capitalização, tipos de previdência privada, taxa de câmbio, sistema de amortizações, orçamento doméstico, Economia e Sustentabilidade, análise combinatória, utilização de matrizes, progressões, funções, porcentagem, juros simples e compostos, entre outros.

Os alunos perceberam, também, que a Matemática Financeira é uma ferramenta indispensável no ensino de Educação Financeira, mas que é preciso entender de Economia para se resolver o problema, fazer a melhor escolha e atingir um consumo consciente e sustentável, de modo a aumentar a qualidade de vida. Os licenciandos acreditam que é fundamental ponderar os custos e benefícios de cada possibilidade em um processo de tomada de decisão financeira,

o que contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico, em função de uma análise mais aprofundada dos fatores que possam influenciar na escolha.

Dessa forma, pode-se constatar que o conhecimento de Economia influencia nas decisões financeiras e precisa ser discutido no ensino de Educação Financeira, tendo em vista que o tema não está relacionado apenas a fazer a melhor gestão do próprio dinheiro. Segundo os alunos desta pesquisa, o ensino de Educação Financeira não pode ser desenvolvido de forma isolada, desconectado do cotidiano, é preciso estabelecer relações entre teoria e prática, bem como fazer conexões com outras ciências. Ou seja, é necessário adquirir consciência de que o conhecimento de Educação Financeira está vinculado a conceitos econômicos e à degradação do meio-ambiente, em decorrência de um consumo irracional. Nesse sentido, a partir das constatações dos alunos e da discussão realizada neste estudo, percebe-se que existe estreita relação entre Economia, Sustentabilidade e Educação Financeira, e a vinculação desses conceitos torna-se ainda mais evidente quando é possível aplicá-los a situações do dia a dia.

Nesse sentido, observou-se que as tarefas de investigação matemática propostas tiveram ampla aceitação pelos alunos (licenciandos em Matemática), durante as quais foram capazes de compreender as relações entre as ciências, a conexão entre teoria e prática, a importância do pensamento crítico e metacognitivo, de forma a utilizar o conhecimento adquirido em problemas financeiros do dia a dia.

No que diz respeito à relação existente entre as tarefas investigativas e a metacognição, explorada na seção 4.4, pode-se dizer que as atividades estimularam os alunos a identificar o que sabiam em relação ao tema de cada situação-problema e quais eram as melhores estratégias a serem utilizadas para se chegar à conclusão, desenvolvendo a sua autonomia e o senso crítico. Os elementos metacognitivos “pessoa” e “tarefa” estão presentes na primeira etapa da investigação matemática (exploração das capacidades e dificuldades sobre o tema e situação-problema), na qual os licenciandos tomaram ciência dos seus conhecimentos sobre o tema e das características de cada tarefa. Quanto aos elementos metacognitivos “estratégia” e “planejamento”, encontram-se vinculados à segunda etapa da investigação matemática (organização de dados, formulação de conjecturas e estratégias), momento em que os alunos fazem descobertas, formulam conjecturas e escolhem caminhos para atingir o objetivo da tarefa investigativa, assim como planejam os passos, fazem previsões de etapas e adotam estratégias para solucionar o problema. O elemento metacognitivo “monitoração” relaciona-se à terceira etapa da investigação matemática (elaboração de testes e refinamento de conjecturas), através do controle de ação, adequação, revisão dos passos e resolução. O elemento metacognitivo “avaliação” vincula-se à quarta etapa da investigação matemática (demonstração dos

resultados, argumentação, avaliação e validação de conjecturas), na qual os licenciandos identificam se a solução, resultado encontrado está de acordo com o que foi perguntado no problema e objetivo da tarefa, além de detectar possíveis falhas no raciocínio.

Nesse universo, é importante lembrar que o professor atua como mediador em todas as etapas da investigação matemática, o que é inerente a esta metodologia, na qual o aluno passa à condição de protagonista, tornando-se responsável pela própria aprendizagem. Desse modo, no decorrer das tarefas, os alunos foram orientados, instigados e indagados, jamais lhes sendo fornecidas as respostas, mas, isto sim, fazendo-se-lhes questionamentos metacognitivos em vários momentos da prática pedagógica, por meio de diferentes instrumentos de coleta de dados, o que favoreceu o processo de ensino e de aprendizagem. Sendo assim, a investigação matemática tem muito a oferecer para o desenvolvimento do pensamento metacognitivo dos alunos, especialmente por serem questionados em significativa parte do tempo pelo professor. Portanto, a relação da metacognição com a investigação matemática se torna evidente e é de extrema importância essa vinculação nos processos de ensino e aprendizagem de Educação Financeira e Economia. Os licenciandos em Matemática desta pesquisa perceberam que a professora pesquisadora estava sempre fazendo-lhes perguntas, pois essa é uma das características da metodologia. Destaca-se que tentaram fazer o mesmo com os colegas, no momento de socialização das atividades e/ ou no fórum de discussão do ambiente virtual, o que certamente irá colaborar na prática futura, quando vierem a ensinar os seus alunos.

Em apertada síntese, esses são os principais resultados da Tese, na qual o problema de pesquisa foi respondido, sendo inquestionáveis as contribuições da metodologia da investigação matemática para os futuros professores de Matemática da educação básica e/ou ensino superior, ao despertar as competências de criatividade, autonomia, criticidade e cooperação, basilares ao senso coletivo, fortalecendo, dessa maneira, os processos de ensino e de aprendizagem de Educação Financeira e Economia. Segundo Franzoni e Quartieri (2020a), o ensino de Educação Financeira contribui, também, na Sustentabilidade do planeta, no poder de argumentação do aluno, quando reflete e tem consciência sobre as suas escolhas, atos e sobretudo as consequências nos processos decisórios relativos a situações-problema do cotidiano, tornando-se mais crítico, ético e comprometido com a sua nação e mundo.

Exemplo próximo sobre a importância de a população fazer escolhas conscientes e sustentáveis, frente à escassez de recursos do planeta, é a recente pandemia do *Coronavírus-19*, que demonstrou com maior ênfase a necessidade da Educação Financeira, para que em momentos como este, de limitações ainda maiores de recursos, as pessoas consigam sobreviver com tranquilidade. Quer dizer, a educação se presta não apenas para garantir o sustento

financeiro pessoal ou familiar, mas também para o bem-estar da coletividade, além da preservação do meio-ambiente, com impacto direto na qualidade de vida de todos, através da redução do consumo.

Ademais, cabe destacar o visível interesse dos alunos ao lerem cada tarefa proposta, questionarem, levantarem hipóteses, encontrarem generalizações (em outros momentos as fórmulas sempre eram dadas), testarem e validarem as conjecturas. É inegável o potencial da metodologia da investigação matemática para a aprendizagem de Educação Financeira e Economia, que fomenta a interação e motivação, além de favorecer o desenvolvimento do pensamento crítico e metacognitivo dos alunos. Percebe-se o quanto os próprios alunos têm condições de encontrar as generalizações e chegar sozinhos na solução do problema. Mas, para isso, é necessário que o professor questione o aluno em diversos momentos da prática pedagógica e faça com que este reflita sobre os dados, formule as hipóteses e planeje quais seriam as melhores estratégias para encontrar o desfecho da situação. Além disso, é preciso que avalie o resultado final para poder validá-lo, sempre lembrando que a resposta encontrada não será necessariamente a única, em função do caráter aberto que pode existir nas tarefas investigativas.

Nessas circunstâncias, não posso deixar de registrar minha satisfação ao constatar o entusiasmo e engajamento dos licenciandos. O professor deve dar mais espaço para os alunos aprenderem por si mesmos. Foi gratificante, como professora e pesquisadora, utilizar a investigação matemática, pela primeira vez, para ensinar Educação Financeira e Economia. Aprendi muito com a metodologia e pretendo utilizá-la nas minhas aulas de Economia, pois concluí que não é necessário ser a transmissora do conhecimento durante todo o processo de ensino, encher o quadro negro de equações e dar respostas prontas aos alunos. No início foi difícil não dar “uma ajuda”, apenas orientar, questionar, sem dar respostas. Mas, aos poucos, eu fui percebendo que a metodologia era realmente interessante, ao fomentar a autonomia, criatividade e pensamento crítico dos alunos, principalmente em questões abertas, o que na prática é o que vivenciamos no cotidiano, quando precisamos fazer escolhas financeiras, foco desta Tese²⁰.

Portanto, é fundamental problematizar, discutir conteúdos de Educação Financeira e relacioná-los com a Matemática Financeira, Economia e Sustentabilidade na formação inicial dos licenciandos, e que todos sintam prazer em aprender, bem como sejam capazes de

²⁰ Parágrafo redigido na primeira pessoa por se tratar de opiniões da pesquisadora.

argumentar e desenvolver o senso crítico, em si próprios e também nos seus futuros alunos. A Educação Financeira vai muito além do entendimento de fórmulas da Matemática Financeira e a formação inicial precisa proporcionar esse conhecimento a partir de uma metodologia diferenciada e inovadora. Dessa maneira, sugiro, para pesquisas futuras, frente aos resultados promissores obtidos, seja dada continuidade a pesquisas que relacionem a investigação matemática com a metacognição. Sugiro, inclusive, sejam exploradas outras metodologias inovadoras na formação inicial do futuro professor de Matemática que, provavelmente, virá a ensinar Educação Financeira e Economia no ensino básico e/ou superior.

Por fim, ressalta-se que foram produzidos dez artigos da Tese, quatro a serem submetidos a periódicos no primeiro semestre de 2021. Os artigos referem-se a discussões sobre: Educação Financeira e Sustentabilidade; conhecimentos prévios dos licenciandos sobre o tema; as manifestações de aprendizagem; a importância da Economia no ensino de Educação Financeira; as conjecturas e estratégias de resolução; as percepções dos alunos com relação às seis tarefas investigativas; e as contribuições da investigação matemática no desenvolvimento do pensamento metacognitivo dos alunos. Dos seis artigos já enviados, quatro foram recentemente publicados: 1) Investigação matemática e Educação Financeira em um curso de licenciatura em Matemática – Educação em Revista (Qualis A1); 2) Educação Financeira e Sustentabilidade na formação inicial dos futuros professores de Matemática – Revista Interfaces da Educação (Qualis A2); 3) Contribuições da investigação matemática no ensino de Educação Financeira e Economia – Revista Acta Scientiae (Qualis A2); 4) Tarefas investigativas relacionadas à Educação Financeira: possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução – Revista Ciência e Educação (Qualis A1). Um artigo está em edição: 5) Investigação matemática e Educação Financeira: manifestações de aprendizagem em um curso de licenciatura – Revista Diálogo Educacional (Qualis A2) e o outro está em avaliação: 6) Contribuições da Economia no ensino de Educação Financeira – Educar em Revista (Qualis A1). Ademais, os resultados da Tese já foram apresentados em eventos na forma de resumo, resumo expandido e trabalho completo, como por exemplo no Congresso Internacional de Ciência e Tecnologia (2018 e 2019); Congresso Nacional de Educação – Educere (2019) e Jornada Nacional de Educação Matemática (2020).

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. Investigações em geometria na sala de aula. In: Abrantes, P. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: APM, 1999. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/cursos/curso3/Artigos/Artigos_arquivos/p_153-167.pdf. Acesso em 24 de agosto de 2018.

AGÊNCIA BRASIL. **Bancos passam a cobrar dólar do dia da compra com cartão**. Brasília, 2020. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2020-02/bancos-passam-cobrar-dolar-do-dia-da-compra-com-cartao>

AKBEN-SELÇUK, E.; ALTIOK-YILMAZ, A. Financial literacy among turkish college students: the role of formal education, learning approaches, and parental teaching. **Psychological Reports: Employment Psychology & Marketing**, v. 115, n. 2, p. 351-371, 2014.

ALMEIDA, C. M. M. **Sequências didáticas eletrônicas com ferramentas metacognitivas no ensino superior do Brasil e Portugal: construção e avaliação**. Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil, ULBRA, Canos, 2018.

ANASTASIOU, L. das G. C. e ALVES, L. P. **Processos de ensino na universidade: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula**. 5ª ed., Joenville: Univille, 2005.

ANDRETTA, I.; SILVA, J.; SUSIN, N. e FREIRE, S. Metacognição e aprendizagem: como se relacionam? **Revista PSICO**, PUCRS, Porto Alegre, 2010.

ANTONIETTI, A.; BORSETTO, A.; IANNELLO, P.. A Metacognitive Approach to Financial Literacy. In: APREA, C.; WUTTKE, E.; BREUER, K.; KOH, N. K.; DAVIES, P.; Greimel-Fuhrmann, B.; LOPUS, J. S. **International Handbook of Financial Literacy**. Springer Science, Singapore, p. 57 a 68, 2016.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da informação e comunicação na formação e Educação Matemática**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Edur, 2009.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Brasil: implementando a Estratégia Nacional de Educação Financeira**. 2015. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/Estrategia_Nacional_Educacao_Financeira_ENEF.pdf. Acesso em: 20 de janeiro de 2017.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **O Banco Central e a Educação Financeira**. 2018. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pre/bcuniversidade/introducao/pef.asp>. Acesso em: 27 de outubro de 2018.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Endividamento das famílias com o sistema financeiro nacional**. 2020. Disponível em: <https://dadosabertos.bcb.gov.br/dataset/19882-endividamento-das-familias-com-o-sistema-financeiro-nacional-em-relacao-a-renda-acumulada-dos>. Acesso em: 13 de setembro de 2020.

BANCO MUNDIAL. **Responsabilidade financeira**. Estados Unidos. 2019. Disponível em: <http://responsiblefinance.worldbank.org/publications/financial-capability>. Acesso em: 12 de jun. de 2019.

BANCO MUNDIAL. **Global Findex**. 2017. Disponível em: <https://globalfindex.worldbank.org/#GF-ReportChapters>. Acesso em: 25 de setembro de 2020.

BARROSO, K. A. **Educação Financeira: uma abordagem experimental**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Economia, Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2019.

BAUDRILLARD, J. **A sociedade de consumo**. Lisboa: Edições 70, 2008.

BAUMAN, Z. **Vida para consumo: a transformação das pessoas em mercadoria**. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.

BEBER, B.; SILVA, E. e BONFIGLIO, S. Metacognição como processo da aprendizagem. **Revista Psicopedagogia**, São Paulo, 2014.

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na pesquisa educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

BODIE, Z; MERTON, R. **Finanças**. São Paulo: Bookman, 2000.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. de C.; SILVA, R. S. R da.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

BRANDA, N.; SILVEIRA, R.; RIBEIRO, V. Aplicação de recursos de educação à distância em cursos de design: desafios e potencialidades. **Revista Design, Educação, Sociedade e Sustentabilidade**, v. 5, 2014.

BRASIL. **BNCC: Base Nacional Comum Curricular**. 2017. Ministério da Educação. Brasília. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em 16 de julho de 2019.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Resolução nº 02/CP/CNE/2015**. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. Brasília: CP/CNE/MEC, 2015.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1998.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1999.

BRASIL. **Educação Financeira nas escolas – ensino médio**. Brasília: COREMEC, GAP, UNIBANCO, 2010.

BRASIL. **ENEF: Estratégia Nacional de Educação Financeira**. Brasília: Plano Diretor do ENEF, 2011.

BRASIL. **Estudantes aprenderão teoria e prática de finanças nas escolas**. 2016. Ministério da Educação. Brasília. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br>. Consulta em: 20 de janeiro de 2017.

BROCARD, J. Investigações na aula de Matemática: a história da Rita. In: LOPES, I. C.; SILVA, J.; FIGUEIREDO, P. (Ed.). **Actas ProfMat**. APM, Lisboa, p. 155-161, 2001.

BROWN, A. L. Knowing when, where, and how to remember: a problem of metacognition. In: GLASER, R. (Ed.). **Advances in instructional psychology**. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, v. 1. p. 77-165, 1978.

BRUM, M. G. N. **Atividades investigativas para o ensino de Matemática para alunos de 5º série do ensino fundamental**. 127f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física e de Matemática). Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2012.

BRUNHEIRA, L. e FONSECA, H. Investigar na aula de Matemática. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 35, p. 16-18, 1995.

CAVALHEIRO, G. C. S. **Resolução de problemas e investigação matemática: um processo de intervenção formativa para licenciandos em Matemática**. Tese de Doutorado em Educação para Ciência, UNESP, São Paulo, 2017.

CASTRO, J. F. **Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de Matemática**. 2004. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2004.

CHEN, H., & VOLPE, R. P. An analysis of personal financial literacy among college students. **Financial Services Review**, v. 7, n. 2, p. 107-128, 1998.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. São Paulo: Papyrus, 2000.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de Matemática: teoria e prática**. 1º ed. São Paulo: Ática, 2009.

DEAQUINO, C. T. E. **Como aprender: andragogia e as habilidades de aprendizagem**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

DEMO, P. **Educar pela pesquisa**. Campinas, SP: Autores Associados, 1997.

DENEGRI, M. La construcción de nociones económicas em la infância y adolescência. In: FERRO, Jesús; AMAR, José (Ed.) **Desarrollo Humano, Perspectiva Siglo XXI**. Colombia: Ediciones Uninorte, 1998.

DENEGRI, M.; PALAVECINOS, M.; RIPOLL, M.; YAÑEZ, V. Caracterización psicológica del consumidor de la IX Región. In: DENEGRI; FERNANDEZ; ITURRA; PALAVECINOS; RIPOLL. **Consumir para Viver y no Viver para Consumir**. Ediciones Universidade de La Frontera, Temuco, 1999.

DENEGRI, M.; PALAVECINOS, M. Género y alfabetización: ¿oportunidades de desarrollo o nuevos caminos para la discriminación? **Revista Psicología del Caribe**, n. 12, 2003.

DENEGRI, M.; TORO, G. M.; LOPEZ, S. E. La comprensión del funcionamiento bancario en adolescentes chilenos: un estudio de psicología económica. **Revista Interdisciplinaria**, v. 24, n° 2, p. 137-159, 2007.

DENEGRI, M. C.; DEL VALLE, C. R.; GONZÁLEZ, Y. G.; ETCHEBARNE, S. L.; SEPÚLVEDA, J. A.; SANDOVAL, D. G. ¿Consumidores o ciudadanos? Una propuesta de inserción de la educación económica y financiera en la formación inicial docente. **Estudios Pedagógicos**, v. XL, n. 1, p. 75-96, 2014.

DICIONÁRIO AURÉLIO. Dicionário Aurélio *on line* de Português. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/aurelio-2/>. Acesso em: 10 de dezembro de 2020.

DOLY, A. M. Metacognição e mediação na escola. In: GRANGEAT, M. (Coord). **A metacognição, um apoio ao trabalho dos alunos**. Tradução de Teresa Maria Estrela. Porto, Portugal: Porto Editora, p. 17-59, 1999.

ENEF (ESTRATÉGIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA). **Vida e dinheiro**. Brasília, 2013. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br>. Acesso em: 20 de janeiro de 2017.

FLAVELL, J. H. Metacognitive aspects of problem solving. In: RESNICK, L. B. (Ed.). **The nature of intelligence**. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, p. 231-236, 1976.

FLAVELL, J. H. Metacognition and cognitive monitoring: a new área of cognitive developmental inquiry. **American Psychologist**, v. 34, n. 10, p. 906-911, 1979.

FLAVELL, J. H. Speculation about the nature and development of metacognition. In: WERNET, F. E.; KLUWE, R. H. (Eds.). **Metacognition, Motivation and Understanding**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1987.

FRANZONI, P.; DEL PINO, J. C.; OLIVEIRA, E. C. Contribuições da Economia para a alfabetização científica: uma proposta para a educação básica. **Revista Contexto e Educação**. Ano 33, n. 105, p. 119-141, mai/ago. 2018.

FRANZONI, P.; MARTINS, S. N.; QUARTIERI, M. T. A Educação Financeira como política pública no ensino básico: algumas reflexões. **Revista Educação, Cultura e Sociedade**, v. 8, n. 2, p. 383-395, jul./dez. 2018.

FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. T.; AMADO, N. M. P.; CARREIRA, S. Avaliação e aprendizagem: percepção dos graduandos em Economia. **Cadernos Cimeac**, v. 9, p. 234-259, 2019.

FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. T. Economia: percepção de estudantes gaúchos do ensino médio. **Revista Signos**, v. 40, p. 236-255, 2019.

FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. Educação Financeira e Sustentabilidade na formação inicial dos futuros professores de Matemática. **Revista Interfaces da Educação**, v. 11, p. 188-212, 2020a.

FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. Investigação matemática e Educação Financeira em um curso de licenciatura em Matemática. **Educação em Revista**, v. 21, n. 1, p. 129-148, 2020b.

FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. Tarefas investigativas relacionadas à Educação Financeira: possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução. **Revista Ciência e Educação**, no prelo, v. 26, 2020c.

FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. Investigação matemática e Educação Financeira: manifestações de aprendizagem em um curso de licenciatura. **Revista Diálogo Educacional**, no prelo, 2020d.

FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. Contribuições da investigação matemática no ensino de Educação Financeira e Economia. **Revista Acta Scientiae**, no prelo, 2020e.

FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. Contribuições da Economia no ensino de Educação Financeira. **Revista Educar em Revista**, em avaliação, 2020f.

FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade**. São Paulo: Paz e Terra, 1980.

FREITAS, M. T. M. **A escrita no processo de formação contínua do professor de Matemática**. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 2006.

FURLANETTO, V. **Explorando estratégias diferenciadas na resolução de problemas matemáticos**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. Lajeado, RS: Univates, 2013.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GHEDIN, E. **Tendências e dimensões da formação do professor na contemporaneidade**. 4º CONPEF. Universidade Estadual de Londrina, Paraná, 2009.

GIL, A. C. **Técnicas de pesquisa em Economia e elaboração de monografias**. 4º ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, A. C. **O que é didática no ensino superior**. São Paulo: Editora Atlas, 2012.

GOLDENBERG, E. P. Quatro funções da investigação na aula de Matemática. In: ABRANTES, P.; PONTE, J. P.; FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: APMM e Projecto MPT, p. 35-49, 1999.

GRANDO, N. I.; SCOLARI, L. C. Educação Financeira: uma proposta desenvolvida no ensino fundamental. **Revista Educação, Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 2, p. 671-695, 2016.

GRILLO, M. e FREITAS, A. L. Autoavaliação: Por que e como realizá-la. In: GRILLO, M. e GESSINGER, R. **Por que falar ainda em avaliação?** Porto Alegre: EDIPUCRS, 2010.

IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Pesquisa de Orçamentos Familiares 2017-2018: primeiros resultados.** 2019. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101670.pdf>. Acesso em 13 de setembro de 2020.

IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Pesquisa de Orçamentos Familiares 2008-2009.** 2010. Disponível em: <https://sidra.ibge.gov.br/tabela/1807#resultado>. Acesso em 16 de fevereiro de 2018.

IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Pesquisa de Orçamentos Familiares 2002/2003.** 2004. Disponível em: <http://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv45130.pdf>. Acesso em 16 de fevereiro de 2018.

IZZATI, L. R.; MAHMUDI, A. The influence of metacognition in mathematical problem solving. **Journal of Physics: Conference Series**, 1097-012107, 2018.

JAPIASSU, H. **Interdisciplinaridade e a patologia do saber.** Rio de Janeiro: Imago, 1976.

JORNAL DO COMÉRCIO. **IBGE aponta que 10 mais ricos ficam com 43% da renda nacional.** 2020. Disponível em: https://www.jornaldocomercio.com/_conteudo/geral/2020/05/737679-ibge-aponta-que-10-mais-ricos-ficam-com-43-da-renda-nacional.html. Acesso em 13 de setembro de 2020.

KEMCZINSKI, A.; MAREK, J.; HOUNSELL, M.; GASPARINI, I. Colaboração e Cooperação – pertinência, concorrência ou complementaridade. **Revista Produção**, Santa Catarina, v. 7, n. 3, 2007.

KISTEMANN JR., M. A. **Sobre a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos-consumidores.** Tese de Doutorado em Educação Matemática. Rio Claro, SP: UNESP, 2011.

KRUGMAN, P.; WELLS, R. **Introdução à Economia.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

KUHN, D. Metacognitive development. **Current Directions in Psychological Science**, v. 9, n. 5, p. 178-181, 2000.

LARROSA, J. **Pedagogia profana: danças, piruetas e mascaradas.** Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

LEITE, M. T. M. **O ambiente virtual de aprendizagem Moodle na prática docente: conteúdos pedagógicos.** UNIFESP, São Paulo, 2018. Disponível em: http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/artigos/ava/textomoodlevirtual.pdf. Acesso em: 14 de outubro de 2018.

LEITE, L. S.; POCHO, C. L.; AGUIAR, M de M.; SAMPAIO, M. N. **Tecnologia educacional: descubra suas possibilidades na sala de aula.** 6º edição. São Paulo: Editora Vozes, 2011.

LIPOVETSKY, G. **A era do vazio: ensaio sobre o individualismo contemporâneo.** Lisboa: Relógio d'água, 1989.

LIPOVETSKY, G. **A felicidade paradoxal: ensaio sobre a sociedade de hiperconsumo.** São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

LUSARDI, A.; MITCHELL, O. S. The Economic Importance of Financial Literacy: theory and evidence. **Journal of Economic Literature**, v. 52, n. 1, p. 5–44, 2014.

MACALLI, L. **Atividades investigativas para o ensino da álgebra em turmas de 7º ano e 9º ano do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas). Univates, Lajeado, 2017.

MANDELL, L. The Impact of Financial Education in High School and College on Financial Literacy and Subsequent Financial Decision Making. **Handbook of Consumer Finance Research**, New York, 2009.

MANKIW, N. G. **Introdução à Economia.** São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2005.

MARCHI, V. M. **Atividades investigativas no ensino de Matemática Financeira: as estratégias empregadas com uso de planilhas eletrônicas.** Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo, 2014.

MARCONI, M de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica.** 5º ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MASETTO, M. T. **Competência pedagógica do professor universitário.** São Paulo, 2003.

MINAYO, M. C. de S. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade.** 29º ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2010.

MINISTÉRIO DO MEIO AMBIENTE. **Consumo sustentável: manual de educação.** Brasília: Consumers International/ MMA/ MEC/ IDEC, 2005.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. do C. **Análise textual discursiva.** Ijuí: Editora UNIJUÍ, 2016, 224 p.

MOREIRA, F. M. C. **Cenários para investigação como ambiente de aprendizagem no contexto da Matemática Financeira.** Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2014.

MOREIRA, S.; BRIM, J. de F. H.; PINHEIRO, N. A. M.; SILVA, S. de C. R. da. Ensino da Matemática Financeira para alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental: uma proposta na perspectiva da Educação Matemática Crítica. **Revista Espacios**, v. 38, n. 30, p. 1-10, 2017.

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. UNESCO. São Paulo: Cortez, 2000.

NEVES, D. A. B. Meta-aprendizagem e ciência da informação: uma reflexão sobre o ato de aprender a aprender. **Perspectivas em Ciência da Informação**, v. 12, n. 3, p. 116-128, 2007.

NOGUEIRA, J. J. M. **Tabela Price: mitos e paradigmas**. Campinas: Millennium, 2013.

NÓVOA, A. Para uma formação de professores construída dentro da profissão. In: **Professores: imagens do futuro presente**. Lisboa: Educa, 2009.

OCDE - Organisation for Economic Co-operation and Development. **OECD infne guidelines on financial education in schools**. 2012. Disponível em: <https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/2012%20Schools%20Guidelines.pdf>. Acesso em 08 de novembro de 2018.

OLIVEIRA, H., SEGURADO, M. I., PONTE, J. P. Tarefas de investigação em Matemática: Histórias da sala de aula. In: G. Cebola & M. Pinheiro (Eds.), **Desenvolvimento curricular em Matemática**. Lisboa: SEM-SPCE, p. 107-125, 1998.

OLIVEIRA, M. M. de.; MEDEIROS, M. H. A. da S.; SILVA, R. L. da; LUCAS, G. A. P. Desenvolvimento sustentável nas organizações como oportunidade de novos negócios. **Revista Valor**. Volta Redonda, v. 1 n. 1, p. 42-66, 2016.

PALHARES, P. **Elementos de Matemática para professores do ensino básico**. Lisboa: Lidel, 2004.

PEIXOTO, M. A. P., BRANDÃO, M. A. G. e SANTOS, G. Metacognição e tecnologia educacional simbólica. **Revista Brasileira de Educação Médica**, v. 31, n. 1, p. 67-80, 2007.

PIAGET, J. **O nascimento da inteligência na criança**. 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1982.

PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. Saberes pedagógicos e atividade docente. São Paulo: Cortez, 2000.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. **Microeconomia**. São Paulo: Makron Books, 1994.

PINHO, B. P.; VASCONCELLOS, M. A. S. **Manual de Economia**. 5º edição. São Paulo: Saraiva, 2006.

PIZZOLATTO, C. **Educação Financeira e Sustentabilidade Ambiental: uma reflexão em aulas de Matemática do ensino médio**. Dissertação de Mestrado em Desenvolvimento Regional, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Paraná, 2019.

PONTE, J. P. A vertente profissional da formação inicial de professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, nº 11, 2002.

PONTE, J. P. Investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, v. 2, p. 93-169, 2003.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA. **Decreto 7.397 de 22 de dezembro de 2010**. Brasília, 2010. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Decreto/D7397.htm. Acesso em 20 de janeiro de 2017.

RINALDI, C. **Diálogos com Reggio Emilia: escutar, investigar e aprender**. São Paulo: Paz e Terra, 2016.

ROSA, C. T. W. da. **A metacognição e as atividades experimentais no ensino de Física**. 346p. Tese de Doutorado em Educação Científica e Tecnológica. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

ROSA, C. T. W. **Metacognição no ensino de Física: da concepção à aplicação**. Passo Fundo (RS): Editora Passo Fundo, 2014.

ROSA, C. T. W.; VILLAGRÁ, J. A. M. Metacognição e ensino de Física: revisão de pesquisas associadas a intervenções didáticas. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 18, n. 2, p. 581-608, 2018.

ROSA JÚNIOR, R. J. **Educação Financeira: uma proposta de estudo de questões de Enem e concursos públicos com abordagem transversal e contextualizada**. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática. UNESP, Rio Claro, São Paulo, 2018.

SAITO, A. T.; SAVÓIA, J. R. F.; PETRONI, L. M. A Educação Financeira no Brasil sob a ótica da Organização de Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). **IX Semead**. Anais... São Paulo, 2006.

SANDEL, M. J. **O que o dinheiro não compra: os limites morais do mercado**. 5ª ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2013.

SANDRONI, P. **Dicionário de Economia do século XXI**. 4ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

SANTOS, C. E. R. **Ambiente virtual de aprendizagem e cenários para investigação: contribuições para uma Educação Financeira acessível**. Tese de Doutorado em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

SANTOS, W. L. P. dos. Educação científica na perspectiva de letramento como prática social: funções, princípios e desafios. **Revista Brasileira de Educação**, v. 12, n. 36, set./dez. 2007.

SANTOS, B. C. M. dos; MENEZES, A. M. de C.; RODRIGUES, C. K. Finanças é assunto de criança? Uma proposta de Educação Financeira nos anos iniciais. **Revista BoEM**, Joinville, v. 4, n. 7, p. 101-115, ago./dez. 2016.

SCARPATO, M. Procedimento de Ensino: um ato de escolha na busca de uma aprendizagem integral. In Scarpato, M. (org.). **Os procedimentos de ensino fazem a aula acontecer**. São Paulo: Avercamp, 2006.

SCHMITT, F. E. **Abordando geometria por meio da investigação matemática: um comparativo entre o 5º e o 9º ano do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Lajeado, RS: Univates, 2015.

SCHNEIDER. M. B. D. Práticas dialógicas e emancipadoras no ambiente virtual de aprendizagem *Moodle*. In: **SIED, Simpósio Internacional de Educação à Distância**, Universidade Federal de São Carlos. Anais... São Paulo, p. 1-11, 2016.

SCHNEIDER. T. **Educação Financeira: investigação com uma turma de 1º ano do ensino médio por meio de práticas colaborativas**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari, 2019.

SCOLARI, L. C. **Educação Financeira: análise de uma proposta desenvolvida no 7º ano no ensino fundamental**. Dissertação de mestrado. Faculdade de Educação da Universidade de Passo Fundo. Passo Fundo, RS, 2014.

SILVA, I. T. **Programa de Educação Financeira nas escolas de ensino médio: uma análise dos materiais propostos e sua relação com a Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

SILVA, A. B. B. **Mentes consumistas**. 1º ed. São Paulo: Globo, 2014.

SILVA, M. **Sala de aula interativa**. Rio de Janeiro: Quartet, 2000.

SILVA, S. B. **Alfabetização econômica, hábitos de consumo e atitudes em direção ao endividamento de estudantes do curso de Pedagogia**. Tese de doutorado. Faculdade de Educação da Unicamp. Campinas, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Educação Matemática Crítica**. São Paulo: Papirus, 2000.

SMOLE, K. S. Textos em Matemática: por que não? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre: ARTMED, 2001.

SOARES, F. P. **Os debates de Educação Financeira em um contexto de financeirização da vida doméstica, desigualdade e exclusão financeira**. Tese de Doutorado em Ciências Sociais. PUC/RJ, Rio de Janeiro, 2017.

SOUZA, C. Políticas públicas: uma revisão da literatura. **Sociologias**. Porto Alegre, p. 20-45, 2006. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/soc/n16/a03n16>. Acesso em: 16 de fevereiro de 2017.

STIGLITZ, J. E.; WALSH, C. E. **Introdução à microeconomia**. Rio de Janeiro: Campus, 2003.

TAILLE, Y. de La; SOUZA, L. S. de; VIZIOLI, L. Ética e educação: uma revisão da literatura educacional de 1990 a 2003. **Revista Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 30, n. 1, p. 91-108, 2004.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

TEIXEIRA, J. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre Educação Financeira e Matemática Financeira**. Tese de Doutorado em Educação Matemática. PUC/SP, São Paulo, 2015.

TEIXEIRA, W. C.; KISTEMANN JR., M. A. Uma investigação sobre a inserção da Educação Financeira em um curso de serviço de Matemática Financeira para graduandos de um curso de Administração. **Revista Educação, Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n° 1, p. 223-249, 2017.

ULHÔA, E.; ARAÚJO, M. M.; ARAÚJO, V. N.; MOURA, D. G. A formação do aluno pesquisador. In: **I Seminário Nacional de Educação Profissional e Tecnológica**, Minas Gerais. Anais... Minas Gerais, CEFET, 2008.

VARGAS, P. R. R. **Um estudo sobre Educação Financeira e instituição escolar**. Tese de Doutorado. UNISINOS, São Leopoldo, 2012.

VARIAN, H. R. **Microeconomia: uma abordagem moderna**. 9° edição. Rio de Janeiro: Campus, 2016.

VASCONCELLOS, M. A. S.; GARCIA, M. E. **Fundamentos de Economia**. 2° edição. São Paulo: Saraiva, 2005.

VASCONCELLOS, M. A. S. de; PINHO, D. B. **Manual de Economia**. São Paulo: Editora Saraiva, 2011.

VASCONCELLOS, M. A. S.; OLIVEIRA, R. G. **Manual de microeconomia**. 2° edição. São Paulo: Editoria Atlas, 2009.

VITAL, M. C. **Educação Financeira e Educação Matemática: inflação de preços**. Dissertação de Mestrado. UFJF, Juiz de Fora, Minas Gerais, 2014.

WERNER, D.; BOWER, B. **Aprendendo e ensinando a cuidar da saúde**. 3° ed. São Paulo: Paulinas, 1984.

YAMANE, E. **The Meaning of economics education in Japanese elementary and secondary education: an historical perspective**, en **Proceedings of the Second Conference of the International Association for Children's Social and Economics Education**. Malmo, Sweden: Edge Hill University College/ IACSEE, 1997.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e método**. 3ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

ZERO HORA. **Lei 12.102 de 27 de julho de 2016.** Porto Alegre, 2016. Disponível em: <http://zh.clicrbs.com.br/rs/vida-e-estilo/educacao/noticia/2016/08/educacao-financeira-sera-incluida-nas-escolas-de-porto-alegre-a-partir-de-2017-7065790.html>. Acesso em: 20 de janeiro de 2017.

APÊNDICES

Apêndice 1: Termo de Concordância da Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática (declaração de anuência)

À Coordenadora Mauren Porciúncula Moreira da Silva, do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande (FURG).

Eu, **Patricia da Graça Rocha Franzoni**, discente regularmente matriculada no Doutorado em Ensino, da Universidade do Vale do Taquari (Univates), e docente do curso de Ciências Econômicas, do Instituto de Ciências Econômicas, Administrativas e Contábeis (ICEAC), desta Instituição de Ensino (FURG), venho solicitar autorização para coletar dados a partir de tarefas investigativas, na disciplina de Matemática Financeira, do IMEF, da FURG, referente à pesquisa de doutorado, intitulada: **Investigação Matemática no Ensino de Educação Financeira e Economia: uma vivência com licenciandos em Matemática**, sob orientação da **Prof^a. Dr^a. Marli Teresinha Quartieri**, do Programa de Pós-Graduação em Ensino e Ciências Exatas (Univates).

O objetivo geral da Tese é “**analisar como uma prática pedagógica a luz da investigação matemática pode contribuir nos processos de ensino e de aprendizagem de Educação Financeira e Economia em um curso de licenciatura em Matemática**”.

Acredito que a partir das tarefas investigativas sobre Educação Financeira o aluno poderá fazer melhores escolhas e desenvolver o pensamento crítico no processo de tomada de decisão. Ademais, o objeto de pesquisa destaca-se por contribuir para a formação inicial do futuro professor da educação básica que virá a ensinar Educação Financeira nas escolas.

A coleta de dados será realizada por meio de observações, que serão registradas por escrito pela pesquisadora e pelos alunos, gravações de voz, fotografias, filmagens, registros no ambiente virtual, tarefas de investigação matemática e questionários aplicados aos alunos matriculados na disciplina de Elementos da Matemática Financeira.

Desde já, agradeço a disponibilidade, visto que a prática poderá contribuir com a busca de estratégias para a melhoria do ensino, em particular em relação à Educação Financeira e Econômica. Pelo presente termo de anuência, peço que autorize a realização da pesquisa e o uso do nome da FURG, mais especificamente do Curso de Licenciatura em Matemática, na Tese e em publicações nas áreas de Ensino, Educação, Matemática e Economia.

Rio Grande (RS), 22 de outubro de 2018.

Coordenadora do Curso de Licenciatura em Matemática
IMEF/ FURG/ Campus Carreiros

Patricia da Graça Rocha Franzoni - Pesquisadora

Apêndice 2: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (dos alunos)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO (TCLE)

Prezado participante,

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa: **Investigação Matemática no Ensino de Educação Financeira e Economia: uma vivência com licenciandos em Matemática**, desenvolvida por **Patricia da Graça Rocha Franzoni**, discente de Doutorado em Ensino da Universidade do Vale do Taquari (Univates), sob orientação da **Prof^ª. Dr^ª. Marli Teresinha Quartieri**.

O objetivo geral da Tese é “**analisar como uma prática pedagógica a luz da investigação matemática pode contribuir nos processos de ensino e de aprendizagem de Educação Financeira e Economia em um curso de licenciatura em Matemática**”. Acredita-se que a partir das tarefas investigativas sobre Educação Financeira o aluno poderá fazer melhores escolhas e desenvolver o pensamento crítico no processo de tomada de decisão. Ademais, o objeto de pesquisa destaca-se por contribuir para a formação inicial do futuro professor da educação básica que virá a ensinar Educação Financeira nas escolas.

Sua participação é voluntária, isto é, ela não é obrigatória, e você tem plena autonomia para decidir se quer ou não participar, bem como retirar sua participação a qualquer momento. Você não será penalizado de qualquer maneira caso decida não consentir sua participação, ou desistir da mesma. Contudo, ela é muito importante para a execução da pesquisa. Serão garantidas a confidencialidade e a privacidade das informações por você prestadas. Qualquer dado que possa identificá-lo será omitido na divulgação dos resultados da pesquisa, e o material será armazenado em local seguro por pelo menos cinco anos. A qualquer momento, durante a pesquisa, ou posteriormente, você poderá solicitar da pesquisadora informações sobre sua participação e/ou sobre a pesquisa, o que poderá ser feito através dos meios de contato explicitados neste Termo. A sua participação consistirá em responder perguntas relativas às tarefas exploratórias investigativas e questionários com o objetivo de investigar as percepções com relação às tarefas investigativas e a sua própria aprendizagem. A análise dos dados também levará em consideração participações no fórum de discussão em ambiente virtual, entrevistas, gravações de voz e filmagens.

O benefício da sua colaboração nesta pesquisa está relacionado com a possibilidade de contribuir na busca de estratégias para a melhoria do ensino, em particular em relação à Educação Financeira e Econômica. Cabe ressaltar que essa investigação está sendo desenvolvida como requisito para a pesquisadora obter o título de Doutora em Ensino, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino da Univates, e que os resultados da pesquisa serão divulgados por meio de artigos científicos e na Tese.

Rio Grande (RS), _____.

Assinatura da pesquisadora: Patricia da Graça Rocha Franzoni

Declaro que entendi os objetivos e condições de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

Assinatura do participante da pesquisa

Nome do participante: _____.

Apêndice 3: Atividade 1 – Cafeteria – Tomada de Decisão

Um indivíduo precisa escolher entre 3 cafeterias do aeroporto para acessar a *internet* e aguardar o horário do seu voo. Sabe-se que:

CAFETERIA A

R\$20,00 mais R\$3,00 por hora de acesso à *Internet*

CAFETERIA B

R\$7,00 por hora de acesso à *Internet*

CAFETERIA C

R\$9,00 por hora de acesso à *Internet*, menos R\$6,00 de desconto sobre o valor total da nota (desde que consuma algum café/lanche)

- a) Qual das 3 cafeterias é a mais vantajosa? Justifique a sua resposta.
- b) Se você tivesse que formalizar o cálculo realizado, para ser aplicado a qualquer situação da mesma natureza, como ficaria?
- c) É possível associar a algum conteúdo da Matemática? Exemplifique.
- d) Essa situação-problema está relacionada com Educação Financeira? Justifique.
- e) Existem outros fatores que não foram levados em consideração na letra “a”, mas podem fazer parte da análise no processo de tomada de decisão? Se sim, quais?

Apêndice 4: Atividade 2 – Custo de Passagem de Avião e Decisão de Compra

Vamos supor que um amigo tenha conseguido um emprego em Natal (Rio Grande do Norte/ Brasil), precisa se mudar de Porto Alegre (Rio Grande do Sul/ Brasil) nas próximas horas e decidiu viajar de avião. Logo, precisará escolher entre passagens da classe econômica ou executiva, assim como a quantidade de malas que levará que pode variar entre duas a quatro, segundo as suas previsões. Sabe-se que se o passageiro ultrapassar o limite estabelecido de cada bagagem despachada (peso: 23kg; dimensão: 158cm lineares) pagará um valor adicional por excesso. O passageiro pode levar uma única bagagem de mão na aeronave, desde que não ultrapasse 8kg e 115 cm lineares. É permitido despachar até 3 malas por passageiro nesta atividade. De acordo com uma pesquisa realizada na *internet*, o seu amigo precisa escolher entre as seguintes companhias:

COMPANHIA AÉREA “A”

R\$1.230,00 sem bagagem despachada

R\$1.430,00 com direito a uma bagagem despachada

R\$60,00 = 1 mala despachada

R\$100,00 = 2 malas despachadas (valor total)

R\$120,00 = 3 malas despachadas (valor total)

R\$80,00 = acima do peso permitido (até 32 kilos) $\rightarrow 23 < P \leq 32$; por bagagem

R\$160,00 = acima do peso permitido (até 45 kilos) $\rightarrow 32 < P \leq 45$; por bagagem

+ R\$110,00 = acima de 45 kilos (por bagagem)

R\$110,00 = acima da dimensão permitida (por bagagem)

P = Peso

COMPANHIA AÉREA “B”

R\$1.267,00 sem bagagem despachada

R\$1.270,00 com direito a uma bagagem despachada

R\$60,00 = 1 mala despachada

R\$100,00 = 2 malas despachadas (valor total)

R\$120,00 = 3 malas despachadas (valor total)

R\$80,00 = acima do peso permitido (até 32 kilos) $\rightarrow 23 < P \leq 32$; por bagagem

R\$160,00 = acima do peso permitido (até 45 kilos) $\rightarrow 32 < P \leq 45$; por bagagem

+ R\$100,00 = acima de 45 kilos (por bagagem); P = Peso

R\$100,00 = acima da dimensão permitida (por bagagem)

COMPANHIA AÉREA “C”

R\$972,00 sem bagagem despachada

R\$1.496,00 com direito a uma bagagem despachada

R\$80,00 = 1 mala despachada

R\$110,00 = 2 malas despachadas (valor total)

R\$200,00 = 3 malas despachadas (valor total)

R\$12,00 por kilo excedente ao permitido (por bagagem)

R\$130,00 = acima da dimensão permitida (por bagagem)

COMPANHIA AÉREA “D”**R\$1.000,00 sem bagagem despachada****R\$1.400,00 com direito a uma bagagem despachada**

R\$60,00 = 1 mala despachada

R\$100,00 = 2 malas despachadas (valor total)

R\$130,00 = 3 malas despachadas (valor total)

R\$130,00 = excesso de peso (por bagagem)

R\$130,00 = acima da dimensão permitida (por bagagem)

- a) É melhor adquirir a passagem na classe econômica sem direito à bagagem despachada e pagá-la separado ou comprar na classe executiva com direito a despachar uma mala? Justifique.
- b) Qual companhia é a mais vantajosa? Demonstre matematicamente o seu raciocínio.
- c) Se o seu amigo resolver levar mais de uma mala despachada, a escolha da companhia se mantém? Justifique.
- d) Quais formalizações são possíveis, a partir dos cálculos realizados, para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza?
- e) Existem outros fatores que poderiam ter feito parte da análise no processo de decisão e que não foram levados em consideração nos cálculos realizados? Explícite.

Fonte: Elaboração própria (2019).

Apêndice 5: Atividade 3 – Custo de Viagem Internacional e Decisão de Compra

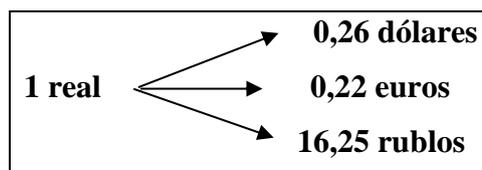
Uma família composta por 4 pessoas ficou 15 dias em Moscou (Rússia) para assistir a Copa do Mundo. Sabe-se que o gasto médio por pessoa na cidade é igual a 4.107,25 rublos por dia e essa família precisou escolher entre comprar rublos no Brasil no aeroporto + IOF de 1,1%, dólar ou euro em corretoras de câmbio no Brasil + IOF de 1,1% para levar para viagem. Para compras no cartão de crédito fora do Brasil o custo de IOF aumenta para 6,38%.

Supondo que a família tenha atingido o gasto médio por pessoa, em rublos, nos 15 dias e sabendo que:

IOF = Imposto de Operação Financeira

1 dólar → 63,21 rublos

1 euro → 73,70 rublos



- a) Encontre as taxas de câmbio.
- b) Defina taxa de câmbio e formalize o seu raciocínio.
- c) Vale mais a pena comprar dólar ou euro no Brasil para depois fazer a troca da moeda na Rússia? Justifique.
- d) Se a nossa moeda desvalorizar mais em relação ao dólar do que o euro no dia seguinte, ainda vale a pena comprar dólar? Justifique.
- e) Sabe-se que nas corretoras de câmbio dos aeroportos do Brasil $1 \text{ real} = 14,164 \text{ rublos} + 1,1\% \text{ de IOF}$. Quantos reais seriam gastos se a família decidir trocar todos os reais por rublos no Brasil? Como foi pensado?
- f) Qual seria o resultado se a família decidir gastar somente no cartão de crédito? Não esqueça do IOF de 6,38%. Quantas conversões serão realizadas?
- g) Formalize o seu raciocínio, em cima dos cálculos realizados (itens a, b, c, d, e, f), para que possa ser aplicado a qualquer situação da mesma natureza.
- h) Compare os resultados e escolha a situação mais vantajosa para a família, justificando a sua resposta.

Apêndice 6: Atividade 4 – Porcentagem

Suponha que você tenha sido escolhido, pela sua família, para fazer uma pesquisa de preço e efetuar a compra de uma televisão Smart TV Led 60 polegadas, entre hoje e amanhã. Só existem 3 lojas próximas a sua residência, por praticidade você decidiu escolher comprar a televisão em uma delas e após a pesquisa fez as seguintes anotações:

LOJA A

TELEVISÃO – R\$3.500,00 HOJE

AMANHÃ sofrerá um acréscimo de 11,5%, mas o gerente garantiu um desconto de 10% no novo preço (amanhã) se o pagamento for em dinheiro.

LOJA B

TELEVISÃO de R\$3.300,00 terá um acréscimo HOJE de 7,5%. O gerente decidiu dar um desconto de 4,4%, após o acréscimo, se eu levar no mesmo dia. Caso apareça AMANHÃ, o desconto será entre 6% a 10% em função da loja entrar em liquidação.

LOJA C

TELEVISÃO de R\$3.448,00 sofre reajuste hoje de 2%. Até amanhã pela manhã, o gerente decidiu dar um desconto sucessivo de 2% e mais 2%. À tarde o desconto será de 4%.

Pergunta-se:

- Qual o significado do símbolo “%” presente nas suas anotações?
- Encontre o valor da televisão após o acréscimo nas 3 opções. Como foi pensado?
- Encontre o valor da televisão após o(s) desconto(s) estipulado(s) nas 3 opções. Justifique.
- Se você tivesse que formalizar o cálculo realizado nos itens “b” e “c”, para ser aplicado a qualquer situação da mesma natureza, como ficaria? Qual(is) formalizações são possíveis?
- Se a televisão da loja C sofresse acréscimos sucessivos de 1% e 1% seria mais benéfico para você do que o acréscimo de 2% presentes em suas anotações? Justifique a sua resposta com base na taxa total de acréscimo (i) praticada nas duas situações.
- Calcule o valor total do desconto sucessivo da loja C, assim como o valor final da televisão. É melhor comprar nesta loja em qual turno do dia? Encontre a taxa total de desconto (i) e justifique a sua resposta.
- Qual(is) formalizações são possíveis a partir dos cálculos dos itens “e” e “f” para que se possa aplicar a qualquer situação da mesma natureza?
- É possível identificar qual a proposta é mais vantajosa? Qual loja e dia você deve efetuar a compra? Justifique as respostas.
- Existem outros fatores que poderiam ter feito parte da análise no processo de decisão entre uma loja e outra que não foram levados em consideração nos cálculos realizados? Se sim, quais?
- É possível associar essa questão a algum conteúdo da Matemática? Qual?
- Essa situação-problema está relacionada com Educação Financeira? Justifique.

Apêndice 7: Atividade 5 – Regimes de Capitalização Simples e Composto

Complete as duas colunas da tabela abaixo, de acordo com os valores (\$) em cada período de tempo (n):

n	\$	\$
0	10.000,00	10.000,00
1	10.100,00	10.100,00
2	10.200,00	10.201,00
3	10.300,00	10.303,01
4	10.400,00	10.406,04
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

- a) É possível fazer alguma analogia com progressões, diante das informações da tabela? Demonstre matematicamente o seu raciocínio. Quais formalizações são possíveis a partir dos cálculos realizados para que se possa aplicar a qualquer situação da mesma natureza?
- b) É possível fazer alguma analogia com funções, diante das informações da tabela? Demonstre matematicamente o seu raciocínio. Quais formalizações são possíveis a partir dos cálculos realizados para que se possa aplicar a qualquer situação da mesma natureza?
- c) É possível descobrir a taxa de juros aplicada nos montantes das colunas 1 e 2? Qual possibilidade de generalização?
- d) Mediante a análise dos resultados da tabela e dos seus conhecimentos sobre funções, identifique e apresente um comparativo entre os montantes a juros simples e a juros compostos, considerando um capital inicial (C) de R\$ 10.000,00 e uma taxa de juros (i) = 1% a.m.. Quais generalizações são possíveis para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza?
- e) Para o credor é mais vantajoso emprestar dinheiro a juros simples ou composto? Em quais situações? E para o devedor? Como deve proceder? Juros compostos são sempre piores para o devedor? Demonstre graficamente o seu raciocínio, considerando o mesmo capital inicial e taxa de juros de 10% a.m.. Justifique a sua resposta com um exemplo numérico.

Fonte: Elaboração própria (2019).

Apêndice 8: Atividade 6 – Formas de Pagamento e Juros Compostos

Depois de muitas pesquisas realizadas, uma família decidiu comprar um automóvel de R\$40.000,00 e precisa escolher entre as 6 formas de pagamento a seguir:

À VISTA R\$40.000,00

**10 X R\$4.000,00
SEM JUROS
NO CHEQUE PRÉ-DATADO**

CDC
CRÉDITO DIRETO AO CONSUMIDOR

TAXA ZERO – Entrada de 50% mais
24 prestações de R\$850,00
Incluído Taxa Administrativa

CDC
CRÉDITO DIRETO AO CONSUMIDOR
i = 1,99% a.m.; n = 12 a 48 meses
BÔNUS de até R\$2.000,00 no seu usado

LEASING
i = 1,69% a.m.
n = 24 a 36 meses
Taxa Administrativa: 1%
(incluída nas parcelas)

CONSÓRCIO
i = 0,99% a.m.
n = 60 meses
Taxa de Adesão: 1,5%
(incluída nas parcelas)

Pergunta-se:

- Para a família seria indiferente entre as opções “à vista” e “10 vezes sem juros no cheque”? Justifique.
- Supondo que a revenda não conceda desconto na opção à vista (pagamento em dinheiro ou débito em conta), escolha a forma de pagamento mais vantajosa para a referida família e justifique a resposta. Sabe-se que no CDC o comprador pode antecipar as parcelas, de modo a pagar menos juros e até vender o veículo repassando a dívida para outro consumidor. No *LEASING*, como se trata de uma locação financeira, o consumidor não pode vender o veículo até a quitação da dívida, mas pode antecipar as parcelas (sem desconto nos juros). No *CONSÓRCIO*, geralmente os lances são altos no início e o comprador pode demorar um tempo para adquirir o veículo.
- Quais formalizações são possíveis a partir dos cálculos realizados para serem aplicados a qualquer situação da mesma natureza?

Apêndice 9: Atividade 7 – Formas de Investimento – LCI, LCA, CDB, P

**LCI – Letra de Crédito Imobiliário; LCA – Letra de Crédito do Agronegócio;
CDB – Certificado de Depósito Bancário; P – Poupança**

Um indivíduo recebeu a quantia de R\$500.000,00 de herança e precisa decidir a melhor forma de aplicá-la para ter o maior rendimento possível. Pense qual seria a melhor forma de alocar o dinheiro recebido, conforme as informações abaixo:

TAXA DE JUROS BÁSICA (SELIC) = $i = 6,5\%$ a.a.
Taxa Referencial TR = $0,025\%$ a.m.
REGRA DA POUPANÇA:
Taxa de Juros $> 8,5\%$ a.a. = $0,5\%$ a.m. + TR
Taxa de Juros $< 8,5\%$ a.a. = 70% da Selic + TR
CDI (Certificado de Depósito Interbancário) – Taxa DI = $0,5\%$ a.m.
INFLAÇÃO = $4,25\%$ a.a.
CRESCIMENTO DO PIB = $1,2\%$ a.a.
DEPÓSITOS EM CONTA-CORRENTE, POUPANÇA, CDB, LCI e LCA contam com a cobertura do FGC (Fundo Garantidor de Crédito) que garante o pagamento de determinado valor investido até R\$250.000,00 caso a instituição financeira venha a falência. A garantia tem um limite total (cobertura) de R\$1.000.000,00 por CPF. Caso o consumidor utilize R\$250.000,00 do FGC em função de um dos bancos decretar falência, seu limite se reduz para R\$750.000,00 por um prazo de 4 anos.

POUPANÇA, LCI E LCA = isento de imposto de renda
CDB → $17,5\%$ de imposto de renda sobre o montante = $n < 2$ anos;
→ 15% de imposto de renda sobre o montante = $n \geq 2$ anos.
→ Se resgatar antes do prazo acordado pagará $22,5\%$ de imposto de renda.

a) Complete os 4 quadros, com base nas informações da tarefa e ordene as preferências.

POUPANÇA

n meses	VENCIMENTO	MONTANTE APÓS PRAZO	MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA
12	28/05/2020		
24	28/05/2021		
60	28/05/2024		

LCI

n meses	VENCIMENTO	MONTANTE APÓS PRAZO – 70% DI	MONTANTE APÓS PRAZO – 85% DI
12	28/05/2020		
24	28/05/2021		
60	28/05/2024		
		MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA – 70% DI	MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA – 85% DI
12	28/05/2020		
24	28/05/2021		
60	28/05/2024		

LCA			
n mensal	VENCIMENTO	MONTANTE APÓS PRAZO – 90% DI	MONTANTE APÓS PRAZO – 95% DI
12	28/05/2020		
24	28/05/2021		
60	28/05/2024		
		MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA – 90% DI	MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA 95% DI
12	28/05/2020		
24	28/05/2021		
60	28/05/2024		
CDB			
n mensal	VENCIMENTO	MONTANTE APÓS PRAZO – 100% DI	MONTANTE APÓS PRAZO – 160% DI
12	28/05/2020		
24	28/05/2021		
60	28/05/2024		
		MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA – 100% DI	MONTANTE COM DESCONTO DO IMPOSTO DE RENDA 160% DI
12	28/05/2020		
24	28/05/2021		
60	28/05/2024		

b) Qual seria a opção mais vantajosa? Aplicar o dinheiro na poupança, LCI, LCA ou CDB? Justifique?

c) A maior diversificação é a melhor possível? Justifique a resposta.

d) Demonstre matematicamente o seu raciocínio, construindo hipóteses de acordo com as informações da tarefa e do cenário da Economia brasileira, de forma a ser aplicado para qualquer situação da mesma natureza. Pense nos investimentos com taxa DI pré-fixada e pós-fixada para aplicações em CDB, LCI e LCA.

e) Que fatores são considerados importantes no processo de tomada de decisão?

Fonte: Elaboração própria (2019).

Apêndice 10: Atividade 8 – Previdência Complementar – FUNPRESP, VGBL e PGBL

FUNPRESP = Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público Federal

VGBL = Vida Gerador de Benefícios Livres (previdência privada)

PGBL = Plano Gerador de Benefícios Livres (previdência privada)

Suponha que um indivíduo de 30 anos tenha sido aprovado em um concurso público federal e ao tomar posse foi orientado de que se quisesse ganhar acima do teto da previdência teria que contribuir para uma previdência complementar (FUNPRESP) ou procurar por outros planos de previdência nos bancos (VGBL/PGBL). Sabe-se que o seu salário bruto é igual a R\$5.000,00 e está disposto a investir em previdência, mensalmente entre R\$500,00 a R\$1.000,00 para se precaver do decréscimo salarial na aposentadoria.

Nesse contexto, o consumidor precisa escolher entre os planos de previdência A, B ou C, definir a contribuição mensal (investimento) e o quanto gostaria de receber na sua aposentadoria (está em dúvida por remunerações mensais, referente à previdência complementar, entre R\$3.700,00 a R\$7700,00).

A: FUNPRESP

Contribuição paritária (a cada contribuição mensal do indivíduo, a União deposita o mesmo valor). Taxa de carregamento do fundo: 26,67% a.m. (desconto sobre a contribuição total mensal – Indivíduo + União). Taxa de rendimento: 0,8% a. m.

Tributação regressiva (Qto > “n”, < alíquota do imposto de renda)

Quando efetuar o saque, pagará imposto de renda sobre o montante/ valor do saque (resgate) e não apenas sobre o valor dos rendimentos.

25% para saque somente após se aposentar. Restante percebido em renda mensal até a morte.

B: VGBL

Tributação regressiva (Qto > “n”, < alíquota do imposto de renda)

Sem carência para saque. Saque de até 100%. Quando efetuar o saque, pagará imposto de renda apenas sobre o valor dos rendimentos e não sobre o valor total acumulado ou sacado (resgatado). Taxa de carregamento: 2% a.m. (desconto da contribuição mensal). Taxa de rendimento: 0,8% a.m. Precisa fazer inventário. Não pode migrar para PGBL.

C: PGBL

Tributação progressiva (Qto > “Valor de saque”, > alíquota do imposto de renda). Sem carência para saque. Saque de até 100%. Quando efetuar o saque, pagará imposto de renda sobre o montante/ valor do saque (resgate) e não apenas sobre o valor dos rendimentos.

O indivíduo pode deduzir, anualmente, o valor mensal investido **até o valor de 12%** do seu salário bruto no modelo completo de declaração de imposto de renda. Taxa de carregamento: 2% a.m. (desconto da contribuição mensal). Taxa de rendimento: 0,8% a.m. Não precisa fazer inventário. Pode migrar para VGBL.

Tributação Progressiva – % Imposto de Renda	Tributação Regressiva – % Imposto de Renda
No momento do resgate (até R\$50.000,00) = 15%	No momento do resgate ou recebimento de renda na aposentadoria:
No momento do resgate (R\$50.000,00 < Montante ≤ R\$150.000,00) = 20%	n ≤ 2 anos = 35%
No momento do resgate (acima de R\$150.000,00) = 25%	2 < n ≤ 4 anos = 30%
No momento do recebimento de renda na Aposentaria = 27,5%	4 < n ≤ 6 anos = 25%
Deduções anuais (retorno) = 27,5%	6 < n ≤ 8 anos = 20%
	8 < n ≤ 10 anos = 15%
	n > 10 anos = 10%

- Faça algumas simulações, encontre os montantes para as possibilidades de investimentos mensais entre R\$500,00 a R\$1.000,00; para os três planos de previdência em “n” períodos, $i = 0,8\%$ a.m. e escolha a melhor opção para o consumidor.
- Qual seria a remuneração mensal do consumidor de acordo com os cálculos da letra “a”? Está dentro da disposição a receber do consumidor? Se o consumidor almeja ter um salário mais alto, acima de R\$5.000,00; o plano de previdência escolhido seria o mesmo?
- Quais formalizações são possíveis, baseado nos cálculos das letras “a” e “b” para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza?
- Com relação à expectativa de vida no Brasil, qual seria o melhor plano de previdência? Existe algum mais vantajoso? Justifique.
- Caso o consumidor opte pelo modelo simplificado de declaração de imposto de renda, anualmente, pela praticidade, o que é mais vantajoso VGBL ou PGBL? Por quê?
- Caso o consumidor precise sacar em um prazo menor do que 5 anos, a escolha do plano de previdência se altera? Justifique.
- Quais variáveis influenciam na escolha do plano de previdência? Formalize o seu raciocínio de modo a ser aplicado a qualquer situação da mesma natureza.

Fonte: Elaboração própria (2019).

Apêndice 11: Atividade 9 – Aluguel ou Financiamento Imobiliário – Prestação – Juro Composto – Sistemas de Amortização

Uma família resolveu procurar uma casa para morar na praia do Cassino (Rio Grande/ RS/ Brasil). Após várias pesquisas em imobiliárias está na dúvida entre comprar ou alugar uma casa. O imóvel que mais se agradaram custa R\$250.000,00, porém a família, por não dispor dessa quantia, teria que fazer um financiamento por, no mínimo, 15 anos com taxa de juros mensal igual a 1% ou procurar uma casa para alugar, por no máximo, 50% do valor da prestação do financiamento. Antes de decidir o que é melhor para essa família, complete os quadros a seguir e compare os Rendimentos de Amortização Francês (*Price*), Constante, Misto e Crescente (*Sacre*).

RENDIMENTO DE AMORTIZAÇÃO FRANCÊS (RAF) – $i = 1\% \text{ a. m.}$

Prazo	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	100.000,00	0,00	0,00	0,00
1	96.292,65	3707,35	1000,00	4707,35
2	92.548,23	3744,42	962,93	4707,35
3	88.766,37	3781,86	925,48	4707,35
4	84.946,68	3819,68	887,66	4707,35
5	81.088,80	3857,88	849,47	4707,35
6	77.192,34	3896,46	810,89	4707,35
7	73.256,92	3935,42	771,92	4707,35
8	69.282,14	3974,78	732,57	4707,35
9	65.267,62	4014,53	692,82	4707,35
10	61.212,95	4054,67	652,68	4707,35
11	57.117,73	4095,22	612,13	4707,35
12	52.981,56	4136,17	571,18	4707,35
13	48.804,03	4177,53	529,82	4707,35
14	44.584,72	4219,31	488,04	4707,35
15	40.323,22	4261,50	445,85	4707,35
16	36.019,10	4304,12	403,23	4707,35
17	31.671,95	4347,16	360,19	4707,35
18	27.281,32	4390,63	316,72	4707,35
19	22.846,79	4434,53	272,81	4707,35
20				
21				
22				
23				
24				
SOMA		=	=	=

- Descreva as características do Rendimento de Amortização Francês (RAF).
- Demonstre quais generalizações são possíveis, a partir dos cálculos realizados, para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza.

RENDIMENTO DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (RAC) – i = 1% a. m.

Prazo	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	100.000,00	0,00	0,00	0,00
1	95.833,33	4166,67	1000,00	5166,67
2	91.666,67	4166,67	958,33	5125,00
3	87.500,00	4166,67	916,67	5083,33
4	83.333,33	4166,67	875,00	5041,67
5	79.166,67	4166,67	833,33	5000,00
6	75.000,00	4166,67	791,67	4958,33
7	70.833,33	4166,67	750,00	4916,67
8	66.666,67	4166,67	708,33	4875,00
9	62.500,00	4166,67	666,67	4833,33
10	58.333,33	4166,67	625,00	4791,67
11	54.166,67	4166,67	583,33	4750,00
12	50.000,00	4166,67	541,67	4708,33
13	45.833,33	4166,67	500,00	4666,67
14	41.666,67	4166,67	458,33	4625,00
15	37.500,00	4166,67	416,67	4583,33
16	33.333,33	4166,67	375,00	4541,67
17	29.166,67	4166,67	333,33	4500,00
18	25.000,00	4166,67	291,67	4458,33
19	20.833,33	4166,67	250,00	4416,67
20				
21				
22				
23				
24				
SOMA		=	=	=

c) Descreva as características do Rendimento de Amortização Constante (RAC).

d) Demonstre quais generalizações são possíveis, a partir dos cálculos realizados, para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza.

RENDIMENTO DE AMORTIZAÇÃO MISTO (RAM) – i = 1% a. m.

Prazo	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	100.000,00	0,00	0,00	0,00
1	96062,99	3937,01	1000,00	4937,01
2	92107,45	3955,55	960,63	4916,18
3	88133,19	3974,27	921,08	4895,34
4	84140,01	3993,18	881,33	4874,51
5	80127,74	4012,28	841,40	4853,68
6	76096,17	4031,57	801,28	4832,84
7	72045,13	4051,05	760,96	4812,01
8	67974,41	4070,73	720,45	4791,18
9	63883,81	4090,60	679,75	4770,34
10	59773,14	4110,67	638,84	4749,51
11	55642,20	4130,95	597,73	4728,68
12	51490,78	4151,42	556,43	4707,84
13	47318,68	4172,10	514,91	4687,01
14	43125,70	4192,99	473,19	4666,18
15	38911,61	4214,09	431,26	4645,34
16	34676,22	4235,40	389,12	4624,51
17	30419,31	4256,92	346,76	4603,68
18	26140,66	4278,65	304,20	4582,84
19	21840,06	4300,60	261,41	4562,01
20				
21				
22				
23				
24				
SOMA		=	=	=

e) Descreva as características do Rendimento de Amortização Misto (RAM).

f) Demonstre quais generalizações são possíveis, a partir dos cálculos realizados, para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza.

RENDIMENTO DE AMORTIZAÇÃO CRESCENTE (SACRE)

TR = 0,5% a.m.; i = 1% a.m.; após 12 meses TR' = 1% a.m.

Prazo	Saldo Devedor + TR	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	0,00	100000,00	0,00	0,00	0,00
1	100500,00	96338,33	4161,67	1005,00	5166,67
2	96820,03	92621,56	4198,47	968,20	5166,67
3	93084,66	88848,84	4235,82	930,85	5166,67
4	89293,08	85019,34	4273,74	892,93	5166,67
5	85444,44	81132,22	4312,23	854,44	5166,67
6	81537,88	77186,59	4351,29	815,38	5166,67
7	77572,52	73181,57	4390,94	775,73	5166,67
8	73547,48	69116,29	4431,20	735,47	5166,67
9	69461,87	64989,82	4472,05	694,62	5166,67
10	65314,77	60801,24	4513,52	653,15	5166,67
11	61105,25	56549,63	4555,62	611,05	5166,67
12	56832,38	52234,03	4598,35	568,32	5166,67
13	52756,37	48408,76	4347,61	527,56	4875,18
14	48892,85	44506,60	4386,25	488,93	4875,18
15	44951,66	40526,00	4425,66	449,52	4875,18
16	40931,26	36465,39	4465,87	409,31	4875,18
17	36830,05	32323,17	4506,88	368,30	4875,18
18	32646,40	28097,68	4548,72	326,46	4875,18
19	28378,66	23787,27	4591,39	283,79	4875,18
20					
21					
22					
23					
24					
25	909,24	0,00	909,24	9,09	918,33
SOMA	-	-	=	=	=

g) Descreva as características do Rendimento de Amortização Crescente (SACRE).

h) Demonstre quais generalizações são possíveis, a partir dos cálculos realizados, para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza.

RENDIMENTO DE AMORTIZAÇÃO MISTO (RAM)					
TR = 0,5% a.m.; i = 1% a.m.; após 12 meses TR' = 1% a.m.					
Prazo	Saldo Devedor + TR	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	0	100.000,00	0	0	0
1	100500,00	96567,99	3932,01	1005,00	4937,01
2	97050,83	93105,16	3945,67	970,51	4916,18
3	93570,68	89611,05	3959,63	935,71	4895,34
4	90059,11	86085,19	3973,92	900,59	4874,51
5	86515,61	82527,09	3988,52	865,16	4853,68
6	82939,72	78936,28	4003,44	829,40	4832,84
7	79330,96	75312,26	4018,70	793,31	4812,01
8	75688,82	71654,53	4034,29	756,89	4791,18
9	72012,81	67962,59	4050,21	720,13	4770,34
10	68302,41	64235,92	4066,49	683,02	4749,51
11	64557,10	60473,99	4083,11	645,57	4728,68
12	60776,36	56676,28	4100,08	607,76	4707,84
13	57243,05	53128,47	4114,58	572,43	4687,01
14	53659,75	49530,17	4129,58	536,60	4666,18
15	50025,47	45880,39	4145,09	500,25	4645,34
16	46339,19	42178,07	4161,12	463,39	4624,51
17	42599,85	38422,17	4177,68	426,00	4603,68
18	38806,39	34611,62	4194,78	388,06	4582,84
19	34957,73	30745,30	4212,43	349,58	4562,01
20	31052,75	26822,10	4230,65	310,53	4541,18
21					
22					
23					
24					4457,84
25					
26					
27					
SOMA	-	-	=	=	=

- i) Descreva as características do Rendimento de Amortização Misto (RAM) – com TR.
- j) Demonstre quais generalizações são possíveis para o RAM com TR, a partir dos cálculos realizados, para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza.
- k) Estabeleça comparações entre os cinco rendimentos de amortização.
- l) Quais rendimentos de amortização são mais utilizados no sistema habitacional na sua opinião? Justifique.

- m) Identifique e justifique o sistema de amortização mais vantajoso para a família (devedor) e instituição financeira (credor). Ordene as preferências para o consumidor.
- n) Caso a TR varie, a ordem das preferências para a família entre os RCCs (SACRE) e RCM (com TR) se mantém inalterado? Justifique.
- o) Pense no que seria melhor a família escolher: taxas pré ou pós-fixada (com variação anual, conforme a TR). Não se esqueça de refletir sobre o cenário atual da Economia brasileira, bem como as suas possíveis previsões (SELIC, TR, Inflação, PIB).
- p) O que aconteceria se a família resolver alugar um imóvel ao invés de financiar e colocar a diferença da prestação do financiamento e do valor do aluguel na Poupança ou LCI (Letra de Crédito Imobiliário) pelo mesmo prazo ou menor? Compare o valor do imóvel com os valores aplicados em LCI e Poupança.
- q) Que outros fatores podem fazer parte da análise na tomada de decisão que não foram levados em consideração? Explique.
- r) Quais generalizações são possíveis, a partir dos cálculos realizados, para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza? Justifique.

Fonte: Elaboração própria (2019).

Apêndice 12: Atividade 10 – Produção de Tarefa de Investigação Matemática sobre Educação Financeira

Cada grupo deverá elaborar uma tarefa envolvendo Investigação Matemática e Educação Financeira, a qual será respondida por outro grupo. O objetivo é verificar se existiu aprendizagem dos futuros professores e se os mesmos estão aptos a elaborar tarefas de Investigação Matemática para ensinar Educação Financeira, posteriormente, para os seus alunos.

A previsão é de que a tarefa ocorra em um encontro de duas horas, no qual será possível comparar as resoluções dos colegas com o grupo que elaborou a atividade. Após a produção e resolução das tarefas nos pequenos grupos haverá a socialização das atividades para o grande grupo.

Cabe lembrar que esta tarefa será postada no ambiente virtual para que as discussões continuem no fórum e não se esgotem em sala de aula. O questionário metacognitivo sobre esta tarefa também será respondido pelos alunos e postado no *Moodle* após a socialização da atividade para a turma.

Fonte: Elaboração própria (2019).

Apêndice 13: Investigação Matemática e Índícios de Aprendizagem – Respostas dos Licenciandos

SUBCATEGORIAS	RESPOSTAS DOS LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA
<p align="center">Importância do trabalho em grupo na resolução da tarefa</p>	<p align="center">1</p> <p><i>O trabalho em grupo foi de grande valia, uma vez que trouxe diferentes pontos de vista na discussão das questões em análise (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Com mais de um ponto de vista fica mais fácil encontrar soluções para problemas tão abertos, o grupo colabora na visualização de mais possibilidades existente em um único problema (A2_F).</i></p> <p><i>O trabalho em grupo colaborou com uma diversidade de hipóteses e possibilidades que muitas vezes eu não poderia pensar. Além de ajudar muito nas deduções das fórmulas, pois sozinho acho que não conseguiria chegar nelas (A3_E).</i></p> <p><i>A discussão acerca da previdência entre os integrantes, principalmente nesse momento brasileiro, contribuiu muito para a resolução da atividade (A4_{QM}).</i></p> <p><i>Com meu grupo pude refletir melhor sobre como elaborar uma tarefa investigativa de Educação Financeira e, ainda, como solucionar a atividade formulada pelo outro grupo (A11_E).</i></p> <p><i>A atividade foi ótima, visto que eu que não sabia o que era taxa de câmbio consegui formalizar e definir tal conceito que nunca tinha visto antes. Isso mostra que fazer a construção do conhecimento com os estudantes é a melhor forma de ensinar. Gosto quando aprendo coisas que não tinha conhecimento (A13_{QM}).</i></p> <p><i>A atividade investigativa gerou um aprendizado diferenciado, pois aprendemos entre nós mesmos e vencemos as dificuldades através de um diálogo em conjunto. O nosso grupo é bastante colaborativo, interativo e participativo, facilitando a realização dos cálculos e a compreensão das questões (A16_{QM}).</i></p> <p><i>A atividade investigativa pode ser um método válido para se ensinar Educação Financeira, ainda mais quando está relacionada a nossa vida, a nossa realidade, isso gera interesse no estudante através de um desafio em grupo, fazendo com que ocorra motivação para a resolução do problema. A forma de aprendizado diferenciada, propondo primeiramente uma situação-problema e fazendo com que o grupo pense e questione pode ser um ponto positivo, pois instiga os alunos a buscarem o próprio conhecimento. Nosso grupo sempre interage e colabora uns com os outros. E essa colaboração aumenta a capacidade de aprendizado no grupo e da turma inteira, pois nos instiga a pensar em várias possibilidades em conjunto e discutir uns com os outros, a atividade é simples, mas ao mesmo tempo interessante e divertida (A17_{QM}).</i></p> <p><i>A aprendizagem em pequenos grupos é dada de forma mais significativa, já que o estudante tem seus colegas para poderem tirar suas dúvidas e se ajudarem nesse processo (A18_{QM}).</i></p> <p><i>A cooperação que as atividades de investigação proporcionaram e a professora nos instigando favoreceu o aprendizado do conteúdo e estimulou a turma a participar das discussões, proporcionando uma maior reflexão e compreensão sobre cada situação, estou muito satisfeita com as aulas, o ensino deveria ser dessa forma (A19_{QM}).</i></p>

<p>Desenvolvimento da criatividade, autonomia, argumentação e pensamento crítico</p>	<p>2</p> <p><i>De forma geral, a atividade contribuiu na melhoria das relações interpessoais, no conhecimento de Educação Financeira e Economia, na compreensão de diferentes pontos de vista sobre um mesmo tema, no desenvolvimento do pensamento crítico, além de identificar a presença de ferramentas matemáticas úteis na resolução do problema, sem dependência de formulários, nós escolhemos o método de resolução e encontramos as equações a serem utilizadas em situações semelhantes. Os caminhos, as hipóteses, generalizações não necessariamente serão as mesmas entre os grupos. No momento da socialização, somos surpreendidos com diversos pensamentos e possibilidades de resolução e conjecturas. Não tem como não aprender com essa metodologia, eu desconhecia a investigação matemática e estou no final do curso de licenciatura em Matemática (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Todas as atividades realizadas até o momento me ajudaram a ter uma análise mais crítica e também tentar achar mais variáveis que influenciem na minha decisão (A3_F).</i></p> <p><i>A atividade relacionada com o nosso cotidiano (ligação da teoria com a prática) aliada à técnica da investigação matemática (formular conjecturas, encontrar e testar as generalizações, ter que provar os resultados e argumentar de que forma as equações podem ser utilizadas para situações da mesma natureza) foi uma maneira de resolver problemas, em grupo, muita positiva para o nosso aprendizado de Educação Financeira. Me sinto mais capacitado de fazer escolhas com questões tão próximas da nossa realidade (A5_{QM}).</i></p> <p><i>As atividades de investigação matemática proporcionaram um ganho de conhecimento coletivo de Educação Financeira e Economia, através da interação no grupo, troca de ideias e reflexões. No final das aulas, quando tínhamos que mostrar as nossas atividades, conseguia expor meus pensamentos e argumentar com a turma. As atividades me tornaram mais crítico, criativo e animado, com vontade de fazer mais tarefas como essas (A6_E).</i></p> <p><i>Meu conhecimento está evoluindo através de questões do nosso cotidiano, a investigação matemática abre a nossa mente, faz a gente pensar e desenvolver o pensamento crítico. Agora consigo aplicar os conhecimentos adquiridos de Educação Financeira com mais confiança no dia-a-dia (A12_{QM}).</i></p> <p><i>Achei desafiador o modo o qual conseguiram resolver o problema, visto que não desenvolveram uma tabela. Gostei bastante do modo o qual fizeram as generalizações, porque não sabíamos qual nome dar para os parâmetros que surgiam (risos), mas vocês foram bem criativos. Ao entender o processo de escolha consegue-se perceber qual a opção mais vantajosa. Parabéns para o grupo (A13_F).</i></p> <p><i>O ensino por meio da investigação matemática desperta a criatividade e a cooperação entre os alunos. A aprendizagem de Educação Financeira acontece de forma divertida e descontraída (A13_{QM}).</i></p> <p><i>Como professor de Matemática, é necessário elaborar atividades e fazer associação com nosso cotidiano expondo os conteúdos para que aja aprendizado. Essa atividade explorou muito bem nossa criatividade para fazer conexões do conteúdo com o cotidiano (A13_{FD}).</i></p> <p><i>A investigação matemática tem muito a contribuir no ensino, no qual as conjecturas precisam ser testadas e validadas, é o aluno que tem que pensar em tudo, analisar todas as possibilidades e depois discutir com a turma, o que contribui para sermos mais críticos na tomada de decisões do dia-a-dia (A15_{QM}).</i></p>
---------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p><i>Atividade muito útil para nossas vidas para nos tornar mais críticos a respeito de situações da mesma natureza (A15_F). Aprendemos a ser mais críticos em relação à análise de preços de passagens de avião e levar em consideração os possíveis imprevistos que possam ocorrer. Ainda, se fizermos uma viagem internacional poderemos calcular o dinheiro necessário para a viagem e qual a opção mais vantajosa e econômica (A18_{QM}).</i></p> <p><i>O conhecimento adquirido de Educação Financeira, através da investigação matemática, contribui no processo de reflexão e argumentação, nos tornamos mais críticos e conscientes dos nossos atos, com relação a problemas financeiros do cotidiano (A19_{QM}).</i></p> <p><i>Algumas informações como, por exemplo, taxa de câmbio, nunca ouvimos falar e nesse caso foi a turma inteira. O interessante é que a partir da atividade de investigação matemática, todos conseguiram definir o que era, através do pensamento crítico, formalizando os cálculos e ligando a teoria com a prática (A20_F).</i></p> <p><i>Através da situação proposta aprendemos a analisar diferentes opções de investimento de dinheiro e decidir a partir de nossos cálculos e suposições qual seria a melhor opção de investimento. Situação muito útil para nossas vidas, a nos tornar mais críticos a respeito de situações da mesma natureza (A20_{FD}).</i></p>
<p>Manifestações de aprendizagem a partir das relações da Educação Financeira com conteúdos da Matemática, Matemática Financeira e Economia, bem ainda com o tema Sustentabilidade em processos decisórios do cotidiano</p>	<p><i>Meu conhecimento era muito baixo sobre investigação, Educação Financeira e Economia, depois dessa atividade posso afirmar que aprendi a resolver problemas, analisar questões abertas e formular conjecturas, sempre dependi de formulários, agora encontrei as fórmulas. Eu posso dizer que hoje aprendi a fazer escolhas e utilizar a Matemática, então essa metodologia aumentou o meu conhecimento sobre Educação Financeira, Matemática e Economia (A3_{QM}).</i></p> <p><i>Para aprender finanças e alcançar uma boa Educação Financeira, precisamos ter conhecimento não apenas de Matemática, mas também de Economia, considerar outros fatores no processo de escolha. É preciso fazer analogias da Matemática básica com a financeira (A8_{QM}).</i></p> <p><i>Nessa atividade de Educação Financeira trabalhamos áreas da Matemática, Matemática Financeira, Economia, Estatística em uma só questão, aprendendo como realmente devemos proceder em decisões financeiras do nosso cotidiano (A9_{QM}).</i></p> <p>3 <i>Muitas vezes quando falavam termos da Economia nos jornais e notícias, eu nunca entendia nada. Agora espero não ficar mais perdida, está sendo muito válido aprender Educação Financeira com atividades que fazem parte do nosso dia-a-dia. Verdade A15! Quantas vezes, quando vamos ao banco, e aparece um funcionário nos oferecendo questões de investimento ou de liberação de crédito ou coisas do tipo e não compreendemos aqueles termos utilizados por eles. Isso acaba nos levando, em alguns casos, para armadilhas que faz nós nos endividar cada vez mais. Sim A13! Se é um gerente que já vem nos acompanhando e pega-se uma certa confiança tudo bem, do contrário, a vida fica bem complicada sem ter um pouco de conhecimento de Economia (Diálogo entre A13_F e A15_F).</i></p> <p><i>Ensinar Educação Financeira a partir de uma atividade como essa, utilizando da Matemática, faz enxergarmos as coisas com um outro olhar. Hoje em dia, compramos muito rápido sem fazer associações com o que é ensinado em sala de aula, muitas vezes não fazemos pesquisa de preços e analisamos todas as possibilidades, o que pode nos prejudicar. A partir de atividades como essa, paramos para pensar e fazer associações que podem beneficiar o consumidor com uma grande quantia de dinheiro a ser economizada (A13_F).</i></p>

	<p><i>Gostei bastante dessa atividade, pois conseguimos compreender o modelo de previdência do nosso país. A atividade foi significativa por permitir entender um pouco mais de Economia, compreender como funciona o sistema de previdência no Brasil e saber escolher um plano que nos beneficie. É totalmente válido fazer o uso dessa atividade para a Educação Financeira por conta de que os jovens do Ensino Médio, que querem começar a trabalhar, entendam o processo que leva a pessoa a se aposentar com um salário digno pelos anos de contribuição de serviço prestado a cidadania. Preparar o indivíduo para essas situações é crucial para a formação de cidadãos com pensamento crítico e que saibam discernir as coisas a ele apresentadas (A13_{QM}).</i></p> <p><i>A Educação Financeira compreende ter noção tanto de Matemática Financeira, como de Economia para enfrentar problemas do nosso cotidiano (A13_F).</i></p> <p><i>Eu no primeiro questionário afirmei que não era preciso entender de Economia para fazermos escolhas. O legal é que os números não são os únicos que devemos levar em consideração na resposta final, devemos repensar as possibilidades de investimento a partir de diversos outros fatores, como prazo, imposto de renda, inflação, necessidade de tirar o dinheiro antes, falência do banco, entre outros. Nós como matemáticos só pensamos nos números. Esse tipo de problema faz a gente abrir a mente. Educação financeira, não é somente saber das fórmulas da Matemática Financeira, envolve o conhecimento de planejamento financeiro, consumo e poupança, para as pessoas não se endividarem e viverem melhor (A14_{QM}).</i></p> <p><i>Conseguimos relacionar a situação das cafeteiras com funções de primeiro grau, ou seja, relacionar conteúdo de Educação Financeira com Matemática. Analisamos o custo em relação ao tempo, opção de lanche e valor gasto. A partir de tabelas, equações e análise gráfica foi possível encontrar a solução do problema, mostrando que na Matemática não existe apenas um único meio de se chegar à mesma conclusão ou que ainda podem existir outros fatores que precisam ser levados em consideração para que a resposta não fique incompleta. A investigação matemática contribui não apenas no ensino de Matemática, mas também no ensino de Educação Financeira e Economia, justamente porque as questões do nosso cotidiano são totalmente abertas (A15_{QM}).</i></p> <p><i>Aprendemos como a Economia é importante em situações do cotidiano e que em certos momentos se torna imperceptível (A16_{QM}).</i></p> <p><i>A Educação Financeira faz o indivíduo ter um aumento na qualidade de vida, precisamos de um pensamento crítico dos custos e benefícios que iremos ter a cada situação para fazer a melhor escolha (A17_F).</i></p> <p><i>Na atividade que foi proposta pra gente resolver, tivemos uma pequena dificuldade na interpretação, pois não percebemos alguns detalhes iniciais. Era necessário ter conhecimento de Economia, pois só por lógica e conhecimento de Matemática resolveríamos de forma errada. O grupo que elaborou a atividade precisou nos ajudar a raciocinar (A20_{QM}).</i></p> <p><i>O que se percebe nesse tipo de problema, é que nas coisas mais simples, como um sinal de internet, por não avaliarmos todos os detalhes, podemos perder dinheiro. Sem dúvida, a situação-problema é interessante e pode ser aplicada na educação básica, onde o aluno aprende tanto funções de primeiro grau como Educação Financeira e Economia, relacionando a teoria com a prática e desenvolvendo a capacidade de análise crítica em situações diversas do seu cotidiano (A20_{FD}).</i></p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p><i>Economia é a ciência que estuda a produção e como ela se relaciona com a sociedade. É uma ciência essencial para entendermos como fazer as melhores escolhas relativas a consumo (A1_{QI}).</i></p> <p><i>Entendo Economia como um estudo sobre a utilização de recursos que dão base à sociedade e é importante, pois a sustenta (A4_{QI}).</i></p> <p><i>A Educação Financeira está relacionada com o tema Sustentabilidade, na análise dos recursos não somente financeiros, mas também dos recursos ambientais (A4_F).</i></p> <p><i>É preciso pensar porquê comprar uma televisão grande, se em seguida ela se tornará descartável, em função do avanço da tecnologia. As pessoas acabam se desfazendo e optando por aparelhos eletrônicos mais modernos, contribuindo para o aumento de lixo (A8_F).</i></p> <p><i>Além da poluição sonora que pode gerar custo a outras pessoas que não toleram volume alto (A10_F).</i></p> <p><i>Nessa atividade precisamos levar em consideração, na escolha da televisão, o consumo de energia para não pagarmos mais luz e pelo bem do planeta, em preservar os recursos que são considerados escassos (A13_F).</i></p> <p><i>A Educação Financeira faz o indivíduo desenvolver o pensamento crítico nas tomadas de decisões, se preocupar com o meio ambiente e ter um aumento na qualidade de vida (A15_F).</i></p> <p><i>Educação financeira abrange mais a questão da consciência consumista, Sustentabilidade, prevenções econômicas, análise dos custos e benefícios individuais e sociais para não cair em ciladas em situações do cotidiano (A16_F).</i></p>
<p>Análise das capacidades, dificuldades e conhecimento sobre o tema durante a resolução de cada tarefa investigativa (metacognição)</p>	<p>4</p> <p><i>Houve grande aprendizado com a atividade investigativa, porque através das generalizações desenvolvidas por meio das resoluções dos problemas chegamos em fórmulas do conteúdo de Matemática Financeira. Além disso, as discussões em sala de aula proporcionaram a visualização de um consumidor consciente, por conta de analisar os preços e verificar a loja mais em conta. A mesma coisa aconteceu com a tarefa relacionada às formas de investimento, matematicamente parecia simples de resolver, com a aplicação da fórmula de juros compostos que deduzimos. Por outro lado, no conhecimento financeiro foi de grande aprendizagem e tivemos bastante coisa para analisar, sem a gente jamais imaginar (A13_{FD}).</i></p> <p><i>O que percebo nessa atividade é que não prestamos muita atenção sobre vários fatores que influenciam na hora de fazer uma escolha de modo a economizar nosso dinheiro. Nessa atividade, foi notório que precisamos levar em conta vários outros motivos antes de podermos decidir, olhando para o problema era bem simples e objetivo. Entretanto, após analisar outras situações foi notório que fazemos coisas sem pensar e, isso, faz desperdiçar dinheiro sem necessidade, enfim a atividade foi útil e de grande aprendizagem (A13_{QM}).</i></p> <p><i>Nas investigações precisamos levar várias situações em consideração, o que torna a atividade mais complexa. Isso faz estimularmos nosso cérebro a entender que existem uma série de fatores a se considerar e que escolhermos um modelo que beneficie o indivíduo não é algo simples. Tomar uma decisão parece simples, rápido e prático, mas escolher é uma tarefa difícil, porque devemos incluir várias hipóteses para a análise. Isso é positivo, pois faz compreendermos que as coisas não são tão superficiais quanto parecem (A13_{QM}).</i></p>

	<p><i>Encontrando as generalizações, estamos aprendendo muito mais, entendendo o que de fato acontece e podemos aplicar tais fórmulas em outros acontecimentos de mesma natureza (A14_G).</i></p> <p><i>Eu me viro nessas situações quando enfrento-as, porém ao fazer uma atividade como essa estou aprimorando meu raciocínio para em uma situação real eu estar preparado [...] (A14_F).</i></p> <p><i>Foi difícil generalizar, porém conseguimos entender a lógica que seguimos e logo generalizamos. Eu nunca tinha encontrado fórmulas, acredito que a turma inteira teve dificuldade. No curso de Matemática, o professor geralmente deixa utilizar formulário ou decoramos para resolver o exercício (A14_F).</i></p> <p><i>Tivemos uma dúvida na questão que tinha de passar de dólar para rublos, mas conseguimos concluir, ainda tivemos dúvidas enquanto a generalização de algumas fórmulas, na verdade não estamos acostumados a encontrar fórmulas, sempre usamos formulário (A14_{QM}).</i></p> <p><i>Existiu aprendizagem por conta do pensamento de como fazer os cálculos, já que era uma atividade com situações simuladas, porém próximas da nossa realidade. Mesmo ainda não tendo aprendido as fórmulas, acabamos as deduzindo com nossas terminologias, pelo pensamento lógico e isso se faz muito mais significativo do que as decorar e nem ao menos pensar o porquê de cada integrante dela. A aprendizagem se dá de forma dedutiva e instigada (A15_{QM}).</i></p> <p><i>Sim, no início foi bem difícil começar a compreender o que tinha que ser feito, com muitos termos que nunca vi. Para mim foi a problematização mais complexa até agora (A15_F).</i></p> <p><i>Aprendi muito com esta atividade, pois eu nem imaginava o que era câmbio quando falavam na televisão, parecia coisa de outro mundo, algo que era fora do meu entendimento. Agora entendi sobre desvalorização da moeda e ter um pensamento lógico (A15_{FD}).</i></p> <p><i>A dificuldade encontrada foi a de acertar as fórmulas e fazer a análise, precisaríamos de mais tempo para analisar, entre o próprio grupo, a resolução desse tipo de questão mais aberta, no final só ficou faltando alguns detalhes que não percebemos (A16_{QM}).</i></p> <p><i>A questão está muito em aberto, podendo fazer muitas suposições, dificultando na escolha da cafeteria, pois a cada suposição a resposta pode ser mudada. Precisamos de um pensamento crítico dos custos (tempo, alimentação, entre outros) e benefícios que iremos ter a cada situação para fazer a melhor escolha. Poderia ter sido especificado o tempo de espera, se a pessoa faria ou não lanche assim como o valor gasto na cafeteria C para facilitar, são tantas possibilidades que dificulta a análise (A17_{QM}).</i></p> <p><i>Foi muito importante essa atividade como fechamento de nosso aprendizado, pois nos mostrou o quanto tivemos a capacidade de formular uma questão e o quanto nós aprendemos ao longo do bimestre (A17_{FD}).</i></p> <p><i>Existiu aprendizado com a atividade, pois aprendemos cada vez mais a trabalhar em equipe e que a opinião do colega pode ser diferente, chegar aos mesmos resultados ou a resultados mais completos, melhor analisados. Todos nós devemos aprender a trabalhar em grupos, pois a aprendizagem não se constrói sozinha e sim com a colaboração de cada um. Aprendemos, também, com alguns erros e ajustes e principalmente discutindo cada resolução e erros com o pequeno e grande grupo (A17_{QM}).</i></p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<i>Como futuro educador, precisamos ser criativos e associar bem o conteúdo com nosso cotidiano. A elaboração de uma atividade nos fez pensar muito de como podemos aplicá-la e compreender as dificuldades que podem surgir quando existe pensares distintos (A20F).</i>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Elaboração própria, com base nos instrumentos de coleta e dados da pesquisa (2020).

Apêndice 14: Conexões entre Metacognição, Investigação Matemática e Resultados da Pesquisa

Elementos metacognição		Etapas investigação matemática	Respostas dos alunos a partir dos instrumentos de coleta de dados
<p align="center">Conhecimento do Conhecimento (Flavell e Wellman, 1976)</p>	<p align="center">Pessoa (convicção de si mesmo a respeito do conhecimento sobre o tema)</p>	<p align="center">Exploração das capacidades e dificuldades sobre o tema e situação-problema apresentada (Passo 1)</p>	<p><i>Eu pensava que sabia Educação Financeira no primeiro dia de aula, mas no decorrer das atividades fui percebendo que não analisava todos os fatores que podem influenciar nas decisões do dia-a-dia e como o entendimento de Economia é importante no processo de escolha (A1_E).</i></p> <p><i>Logo ao iniciar a atividade, já pode-se observar que a coluna 2 correspondia a uma PA enquanto a coluna 3 a uma PG. Sendo essa última a mais vantajosa para o credor, enquanto a primeira alternativa era mais vantajosa para o devedor, resultados estes que se comprovaram ao final da atividade para um tempo maior que um mês. Não foram encontradas dificuldades na resolução dessa questão (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Eu possuía conhecimentos prévios de amortização constante, price e mista que foram lecionados na própria disciplina. Porém, não foram suficientes já que outras formas de amortização foram cobradas e acabaram por agregar conhecimento sobre o tema (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Todo o conhecimento que eu tinha sobre Economia não era suficiente, mas a colaboração com os colegas do grupo tornou possível realizar a atividade. Aprendi que sempre pode existir mais um fator, uma variável para ser analisada, em algum determinado tipo de decisão (A3_{QM}).</i></p> <p><i>Tenho poucos conhecimentos de Economia, fui mais pela intuição e discussão com os colegas (A4_{QM}).</i></p> <p><i>Eu tinha pouco conhecimento de Economia, sabia alguns nomes de investimentos, não foram suficientes para uma análise mais aprofundada. Adquiri conhecimento de novos tipos de investimentos e taxas, que não conhecia, nessa atividade (A7_{QM}).</i></p> <p><i>Eu gostaria de dizer que só consegui resolver a atividade com a ajuda do meu grupo, sozinha não saberia por onde começar (A9_F).</i></p> <p><i>A situação-problema é bem realista, o que nos propicia mais estímulo para resolvê-la e aplicá-la no nosso dia-a-dia (A19_F).</i></p>

	<p>Tarefa (características da tarefa)</p>	<p>Exploração da situação-problema (Passo 1)</p>	<p><i>O problema elaborado pelo nosso grupo envolvia custos com transportes, porém a princípio seria acoplado à questão a depreciação de automóveis, o que acabou sendo descartado em um segundo momento para tornar a questão mais clara e objetiva. A construção de uma atividade de investigação matemática consolidou conhecimentos obtidos na disciplina e expandiu a forma de enxergar a Matemática no cotidiano, de maneira didática e acessível (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Existem muitas possibilidades para se analisar em um único problema e por mais simples que ele pareça, quando explorada essas possibilidades, ele se torna muito complexo. Temos que deduzir fórmulas a partir de um raciocínio, o que é bem difícil (A3_{QM}).</i></p> <p><i>A atividade me fez perceber que por mais simples que o problema possa aparentar, o nível de complexidade dele pode aumentar consideravelmente se acrescentarmos outros fatores que influenciam na decisão (A3_{QM}).</i></p> <p><i>Gostei da atividade proposta, pois é aplicada no cotidiano de todos nós. Quanto mais tenho contato com este tipo de problema proposto, mais rápido aprendo e tomo atitudes na vida real (A8_{QM}).</i></p> <p><i>A atividade é muito boa para aprendermos a investir, saber sobre cada um dos investimentos, pois a pior coisa é aceitar algo por impulso que o banco nos oferece, sem saber os reais rendimentos que as aplicações irão nos fornecer na prática (A8_F).</i></p> <p><i>Antes dessa atividade eu provavelmente olharia para esse tipo de problema e buscaria uma solução rápida e objetiva, porém agora busco entender melhor a questão e levar em conta todos os fatores e vários cenários possíveis (A11_{QM}).</i></p> <p><i>O que percebo nessa atividade é que não prestamos muita atenção sobre vários fatores que influenciam na hora de fazer uma escolha de modo a economizar nosso dinheiro. Nessa atividade, foi notório que precisamos levar em conta vários outros motivos antes de podermos decidir, olhando para o problema era bem simples e objetivo. Entretanto, após analisar outras situações foi notório que fazemos coisas sem pensar e, isso, faz desperdiçar dinheiro sem necessidade, enfim a atividade foi útil e de grande aprendizagem (A13_{FD}).</i></p> <p><i>É importante que haja a realização desse tipo de atividade que nos instiga, faz a gente aprender, nos ajuda a pensar e desenvolver o pensamento crítico. Precisamos de um pensamento crítico dos custos e benefícios que iremos ter a cada situação para fazer a melhor escolha (A17_{FD}).</i></p>
--	------------------------------------------------------	------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>Estratégia (caminhos, conjecturas, metodologias, resoluções para se atingir o objetivo, solução)</p>	<p>Organização de dados, formulação de conjecturas, estratégias (Passo 2)</p>	<p><i>A nossa estratégia foi definir que os pagamentos se dariam por sistema de amortização constante, dados os altos preços e grandes períodos de pagamentos. Os demais grupos realizaram a atividade por juros compostos, chegando a generalizações e valores diferentes das obtidas pelo nosso grupo (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Pela análise do trabalho dos colegas, os grupos seguiram um caminho semelhante ao nosso na resolução da atividade: responder item a item, completar as tabelas e comparar as opções para definir a melhor escolha (A1_{QM}).</i></p> <p><i>As hipóteses elaboradas pelo nosso grupo foram decorrentes de primeiramente encontrar os valores gerados por cada poupança e compará-los em diferentes tempos, para assim ter uma noção de qual seria o investimento mais vantajoso (A3_{QM}).</i></p> <p><i>Organização de dados é o principal para se realizar atividades de investigação matemática com muitas possibilidades (A3_{QM}).</i></p> <p><i>Todos os grupos exploraram os mesmos aspectos, com algumas hipóteses e formalizações diferentes apenas (A4_{QM}).</i></p> <p><i>A nossa estratégia foi montar uma planilha com todos os dados, hipóteses, possibilidades e ver qual seria a melhor resposta pra cada situação (A7_{QM}).</i></p> <p><i>Fomos pensando passo a passo no decorrer da atividade, em cada possibilidade, analisando as hipóteses, seguindo os quatro passos da investigação matemática. No entanto, como falei antes em aula, não tínhamos pensado sobre alugar o carro, mas o grupo conseguiu resolver (A9_{QM}).</i></p> <p><i>Nós podemos ir encontrando as generalizações enquanto preenchemos as tabelas, ao invés de deixar tudo para o final (A11_G).</i></p> <p><i>Nossa estratégia foi analisar cada situação, criando hipóteses de qual seria a melhor forma de investimento e chegamos à mesma conclusão dos demais grupos, que a melhor opção depende de diversos fatores (A12_{QM}).</i></p> <p><i>Tivemos dificuldade para interpretar a pergunta da letra “c”, pois não estávamos enxergando a lógica de usar a moeda real para multiplicar o valor total do dólar/euro que precisaria para comprar a moeda rublos. E outra situação, é não conseguirmos achar uma formalização para a pergunta da letra “d”. Claro que depois, compreendemos essas dificuldades a partir de um exemplo mais simples elaborado por nós (A13_{QM}).</i></p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p style="text-align: center;">Controle Executivo Autorregulador (Brown, 1978)</p>	<p style="text-align: center;">Planificação (planejamento, previsão de etapas e estratégias, organização dos dados)</p>	<p style="text-align: center;">Organização de dados, formulação de conjecturas, estratégias (Passo 2)</p>	<p><i>A princípio imaginou-se que a amortização constante seria a melhor opção já que não possuía taxa referencial e apresentava parcelas decrescentes, sendo mais seguro quanto ao pagamento das parcelas. Essa previsão se mostrou verdadeira ao final da atividade. As dificuldades encontradas se devem a falta de conhecimentos prévios referentes às amortizações com taxa referencial, que não haviam sido vistas até o momento (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Os resultados iniciais encontrados foram os esperados (análise mais simples), mas como a questão era aberta e envolvia inúmeras variáveis que influenciavam no processo de decisão, o grupo, a princípio, não previu o resultado encontrado. Foram encontradas dificuldades para calcular os custos, uma vez que muitas variáveis foram analisadas, necessitando, assim, de conhecimentos de Matemática, referentes a combinações (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Logo no início foi previsto que a melhor forma seria 10 vezes sem juros, já que há a possibilidade de investir parte do dinheiro, porém com o decorrer da atividade, outras possibilidades surgiram, de acordo com o dinheiro disponível pela família ao realizar a compra do automóvel. As maiores dificuldades foram referentes a relembrar equações de amortização, ter que formular as conjecturas e a necessidade do uso de uma planilha para obter o total pago em cada modalidade de pagamento, para várias opções de número de prestações (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Planejamos primeiramente debater as hipóteses, ver a diferença entre os preços em seus períodos e depois compará-los (A3_{QM}).</i></p> <p><i>Planejamos montar a questão e posteriormente resolver a mesma para sabermos se ficou adequada e resolvível conforme solicitava a proposta da tarefa (A7_{QM}).</i></p> <p><i>Acreditávamos no início que apenas seria necessário completar as tabelas, porém vimos que algumas delas, como as que possuíam taxas TR, eram mais complicadas e complexas (A11_{QM}).</i></p> <p><i>Achávamos que determinada modalidade era melhor devido aos benefícios e a possibilidade de poder pagar menos e investir parte do dinheiro ao longo do tempo, porém ao final da atividade, após ouvirmos as conclusões de um dos grupos, mudamos de opinião e percebemos que a visão deles era a mais correta (A11_{QM}).</i></p> <p><i>Planejamos resolver cada etapa e analisar as respostas, criando hipóteses, não houve mudanças (A12_{QM}).</i></p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>Monitoração (controle de ação, adequação, revisão dos passos e resolução)</p>	<p>Elaboração de testes e refinamento de conjecturas (Passo 3)</p>	<p><i>A resolução foi realizada item a item, primeiramente foi analisada a tabela e se existia alguma proporção entre os montantes das tabelas e, assim, comparadas com as progressões. Não houve mudanças na maneira de resolver a atividade (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Graças à investigação matemática, aprendi muito mais sobre o tema Educação Financeira. A metodologia faz abrir a nossa mente, testando várias hipóteses e generalizações (A3_{QM}).</i></p> <p><i>Chegamos como resposta na cafeteria C se o indivíduo consumir café, porém ao revisar a resolução percebemos que se ficasse mais horas, a escolha não seria mais em conta, logo escolhemos a cafeteria B (A4_{QM}).</i></p> <p><i>O grupo entrou em consenso ao revisar a tarefa de que comprar um carro e gastar os R\$40.000 era menos vantajoso do que aplicar os R\$40.000 e alugar um carro, no qual o carro alugado não sofreria com a desvalorização, não pagaria por manutenção, não teria IPVA e todos os anos locaria um carro zero. Portanto, existem outras alternativas mais interessantes que precisamos acrescentar na resolução (A5_{QM}).</i></p> <p><i>Antes de resolver eu lembrava apenas dos sistemas de amortização constante, tabela price e um pouco do misto, mas quase nada de taxa TR, após resolver a questão aprendi esses rendimentos, ao encontrar generalizações e testá-las para completar as tabelas sem erros (A11_{QM}).</i></p> <p><i>Estipulamos diferentes tempos de permanência na cafeteria, e também o fato de comprarmos o lanche ou café. Estipulamos também o valor do café, pois o problema não informa esses detalhes o que dificulta a análise e requer muita atenção, por isso precisamos testar as conjecturas antes de validá-las (A16_{QM}).</i></p>
	<p>Avaliação (identificar se a solução, resultado encontrado está de acordo com o que foi perguntado no problema e</p>	<p>Demonstração dos resultados, avaliação e validação; avaliar o raciocínio, argumentar, justificar e validar conjecturas (Passo 4)</p>	<p><i>Houve ganho de conhecimento relativo a maneira de apresentar uma questão e de construir a mesma, tentando trazê-la para a realidade de quem irá resolvê-la para, assim, facilitar seu entendimento (A1_{QM}).</i></p> <p><i>O objetivo da tarefa foi investigar a melhor opção de cafeteria. Nós chegamos a conclusão que a melhor escolha seria a cafeteria B. O resultado foi o esperado tendo em vista as definições feitas pelo grupo no início da tarefa. Não foram encontradas dificuldades (A1_{QM}).</i></p> <p><i>Houve um ganho considerável de conhecimento já que, conforme dito anteriormente, não possuía conhecimento algum sobre o tema antes de iniciar a resolução da atividade (A1_{QM}).</i></p>

	<p>objetivo da tarefa, detectar possíveis falhas)</p>	<p><i>Eu tinha todos os conhecimentos relativos às nove atividades resolvidas até então na disciplina e que foram resgatados para formular a atividade de Educação Financeira em questão, sendo eles suficientes. Foram adquiridos conhecimentos relativos à formulação de problemas, com clareza necessária para que os demais grupos enxerguem as possibilidades de resolução, tendo como base a investigação matemática (A1_{QM}).</i></p> <p><i>A partir da apresentação da situação-problema, acredito que despertamos para pensar e reavaliar toda a situação. Dessa forma, contribuiu para o nosso aprendizado (A4_{QM}).</i></p> <p><i>Sim, devemos avaliar se o nosso raciocínio está correto, verificar todas as possibilidades, se conseguimos resolver a atividade e se existe algum erro (A9_G).</i></p> <p><i>Essa metodologia faz a gente realmente aprender, porque quando pensamos que a nossa resposta estava correta, veio a surpresa da questão ser aberta e existirem outros fatores que podem influenciar no resultado final (A9_F).</i></p> <p><i>A cada atividade vamos adquirindo mais conhecimento. Nessa atividade aprendi um pouco mais sobre os planos de previdência (A12_{QM}).</i></p> <p><i>Foi muito importante essa atividade como fechamento de nosso aprendizado, pois nos mostrou o quanto tivemos a capacidade de formular uma questão e o quanto nós aprendemos ao longo do bimestre (A17_{FD}).</i></p>
--	-------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Elaboração própria, com base em Flavell (1976); Brown (1978); Rosa (2014); Ponte, Brocardo e Oliveira (2015).



UNIVATES

R. Avelino Tallini, 171 | Bairro Universitário | Lajeado | RS | Brasil
CEP 95914.014 | Cx. Postal 155 | Fone: (51) 3714.7000
www.univates.br | 0800 7 07 08 09