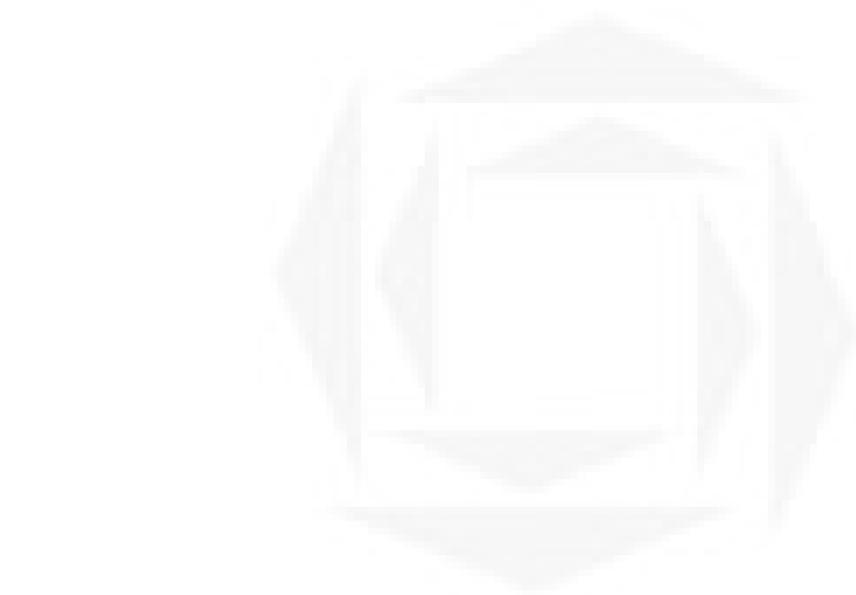


UNIVATES
CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

**A CONCEPÇÃO DO ERRO COMO UMA ESTRATÉGIA DE REVISÃO DO
PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA DO
NÍVEL FUNDAMENTAL**

Nederson Antonio Espindola

Orientador: Prof. Dr. Milton Antonio Auth



UNIVATES

[...] um erro corrigido (por ele mesmo) pode ser mais fecundo do que um acerto imediato, porque a comparação de uma hipótese falsa e suas consequências fornece novos conhecimentos e a comparação entre dois erros dá novas ideias.

(PIAGET)

**CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS**

**A CONCEPÇÃO DO ERRO COMO UMA ESTRATÉGIA DE REVISÃO DO
PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA
NÍVEL FUNDAMENTAL**

Nederson Antonio Espindola

Dissertação apresentada no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, como exigência para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, sob orientação do prof. Dr. Milton Antonio Auth.

Lajeado, dezembro de 2009.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por mais esta conquista.

Ao Professor Orientador Dr. Milton Antônio Auth, pela paciência, atenção, dedicação dispensada durante todo tempo.

À Professora Dr^a. Marlise Heemann Grassi, pelas palavras de incentivo e carinho ao longo desse trabalho.

Aos meus pais, Nelson e Nazy, por todo o esforço dispensado para que eu pudesse chegar a realizar este trabalho.

À minha avó, Erzelina Vanzo (in memorium) e à minha tia-avó Adilya Vanzo (in memorium), que de uma forma ou outra patrocinaram meus primeiros estudos.

A Audrei, pelo amor e incentivo a todo momento.

Às minhas filhas, Gabriela e Luiza, pelos seus sorrisos e compreensão nos momentos em que estive ausente.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização do presente trabalho.

RESUMO

O presente trabalho caracteriza-se por um estudo exploratório, de cunho qualitativo, estruturado a partir de um quadro teórico conceitual envolvendo aspectos relativos ao erro, à avaliação, à educação matemática e que possam trazer implicações à formação dos professores. Seu objetivo geral consiste em identificar, classificar e analisar erros cometidos por alunos de oitava série do Ensino Fundamental na resolução de provas de Matemática e seus objetivos específicos buscam utilizar a análise dos referidos erros como instrumento investigativo, enfatizar a importância de se analisar o “processo” e não apenas o produto, bem como conceber o erro enquanto uma ferramenta de metodologia de ensino. A utilização do método científico, numa pesquisa de cunho qualitativo, possibilita ao pesquisador pensar criticamente e proceder a uma reflexão a fim de identificar condições que definam a realidade pesquisada. Assim, através da aplicação de um instrumento de pesquisa, foram identificados, analisados e classificados os erros cometidos pelos alunos. Nas conclusões, são apresentadas algumas considerações sobre a pesquisa realizada e sobre o uso dos erros no processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Análise de Erros. Ensino Fundamental. Geometria Plana.

UNIVATES

ABSTRACT

The present academic work characterizes itself by an exploratory study of a qualitative brand, structured from a theoretical framework involving conceptual aspects related to the mathematical error, to the evaluation and to the mathematics teaching. It also gives some hints for future teachers. Its general aim consists in identifying, classifying and analyzing miscalculations made by students of 8th Grade (Level) of Brazilian's Middle School when they solved math tests. Its specific purposes aim to utilize the analysis of such inaccuracies as an investigative instrument, emphasizing the importance of examining the "process" and not scarcely its product, as well as to conceive the mathematical error as a teaching methodology tool. The use of a scientific method, in a quality survey, allows a researcher to think critically, and furthermore, to make a reflection in order to identify all the essential conditions that define the appraised reality. Thus, by applying a research tool, were identified, analyzed and classified the miscalculations made by the students in their math tests. In the outcome, some inferences and considerations about the survey are pointed out as well as the usage of the mentioned inaccuracies in teaching and learning process.

Key Words: Analysis of mathematical miscalculations. Euclidean Geometry. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Resposta do aluno A10, questão 1.....	42
FIGURA 2 - Resposta do aluno A4, questão 2.....	43
FIGURA 3 - Resposta do aluno A14, questão 2.....	43
FIGURA 4 - Resposta do aluno A4, questão 2.....	43
FIGURA 5 - Resposta do aluno A9, questão 3.....	44
FIGURA 6 - Resposta do aluno A28, questão 3.....	44
FIGURA 7 - Resposta do aluno A30, questão 3.....	44
FIGURA 8 – Resposta do aluno A22, questão 3.....	45
FIGURA 9 – Resposta do aluno A37, questão 3.....	45
FIGURA 10 – Resposta do aluno A20, questão 4.....	46
FIGURA 11 – Resposta do aluno A19, questão 4.....	47
FIGURA 12 – Resposta do aluno A5, questão 4.....	47
FIGURA 13 - Resposta do aluno A16, questão 4.....	47
FIGURA 14 – Resposta do aluno A36, questão 4.....	48
FIGURA 15 – Resposta do aluno A8, questão 4.....	48
FIGURA 16 - Resposta do aluno A10, questão 4.....	48
FIGURA 17 - Resposta do aluno A19, questão 5.....	49
FIGURA 18 - Resposta do aluno A4, questão 5.....	49
FIGURA 19 - Resposta do aluno A19, questão 5.....	50
FIGURA 20 - Resposta do aluno A20, questão 5.....	50
FIGURA 21 - Resposta do aluno A35, questão 5.....	50
FIGURA 22 - Resposta do aluno A8, questão 6.....	51
FIGURA 23 - Resposta do aluno A23, questão 6.....	51
FIGURA 24 - Resposta do aluno A35, questão 6.....	52
FIGURA 25 - Resposta do aluno A26, questão 7.....	52

FIGURA 26 - Resposta do aluno A28, questão 7.....	53
FIGURA 27 - Resposta do aluno A37, questão 7.....	53
FIGURA 28 - Resposta do aluno A5, questão 7.....	53
FIGURA 29 - Resposta do aluno A38, questão 7.....	54
FIGURA 30 - Resposta do aluno A23, questão 7.....	54
FIGURA 31 - Resposta do aluno A35, questão 7.....	55
FIGURA 32 - Resposta do aluno A3, questão 8.....	55
FIGURA 33 - Resposta do aluno A5, questão 8.....	56
FIGURA 34 - Resposta do aluno A8, questão 8.....	56
FIGURA 35 - Resposta do aluno A20, questão 8.....	57
FIGURA 36 - Resposta do aluno A32, questão 8.....	57
FIGURA 37 - Resposta do aluno A26, questão 8.....	57
FIGURA 38 - Resposta do aluno A35, questão 8.....	58
FIGURA 39 - Resposta do aluno A2, questão 9.....	59
FIGURA 40 - Resposta do aluno A34, questão 9.....	59
FIGURA 41 - Resposta do aluno A11, questão 9.....	59
FIGURA 42 - Resposta do aluno A19, questão 9.....	60
FIGURA 43 - Resposta do aluno A33, questão 9.....	60
FIGURA 44 - Resposta do aluno A5, questão 9.....	61
FIGURA 45 - Resposta do aluno A7, questão 9.....	61
FIGURA 46 - Resposta do aluno A8, questão 9.....	62
FIGURA 47 - Resposta do aluno A20, questão 9.....	62
FIGURA 48 - Resposta do aluno A21, questão 9.....	63
FIGURA 49 - Resposta do aluno A4, questão 9.....	63
FIGURA 50 - Resposta do aluno A35, questão 9.....	64
FIGURA 51 - Resposta do aluno A2, questão 10.....	65
FIGURA 52 - Resposta do aluno A12, questão 10.....	65
FIGURA 53 - Resposta do aluno A14, questão 10.....	66
FIGURA 54 - Resposta do aluno A11, questão 10.....	66
FIGURA 55 - Resposta do aluno A19, questão 10.....	67

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Faixa etária dos participantes.....	37
QUADRO 2 – Quantificação dos erros por questão.....	44
QUADRO 3 – Quantificação dos erros nas categorias de Movshovitz-Hadar	80

UNIVATES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	11
CAPÍTULO 1 – AS PERSPECTIVAS DO ERRO NA TRAJETÓRIA PESSOAL.....	14
1.1 O percurso em direção ao problema.....	14
1.2 <i>Errare Humanum Est</i>	17
CAPÍTULO 2 – ERRO, ESTRATÉGIA E MUDANÇA.....	22
2.1 Erro e aprendizagem no fazer educacional.....	27
CAPÍTULO 3 – ROTEIRO INVESTIGATIVO.....	31
3.1 Considerações metodológicas.....	31
3.2 O ambiente era assim.....	35
3.2.1 Os participantes da pesquisa.....	35
3.2.2 Geração de dados e seus instrumentos.....	37
3.2.3 Instrumento de investigação.....	38
3.2.4 Procedimentos de análise.....	42
CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DE DADOS.....	44
4.1 A quantificação dos erros.....	44
4.2 Investigação dos erros obtidos.....	45
4.3 Os tipos de erros e suas categorias.....	70
4.4 Categorizando os erros.....	72
4.5 Quantificação dos erros.....	80
5 SÍNTESE DO ESTUDO.....	81
5.1 Possibilidades metodológicas e pedagógicas.....	84
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	87
ANEXOS.....	91

INTRODUÇÃO

O grande número de erros cometidos por alunos em Matemática, em qualquer nível de ensino, observado ao longo de minha vida profissional, há tempos vem despertando questionamentos em minha prática educadora. Tendo em vista a constatação de que tais erros vêm se constituindo em uma das causas principais do baixo aproveitamento dos alunos na disciplina de Matemática, é possível conhecermos, analisarmos e classificarmos esses erros, buscando uma maior compressão para com os mesmos e, se possível, utilizá-los como uma ferramenta alternativa para a melhoria da aprendizagem?

A partir dessa questão, este trabalho tem como foco a “problemática do erro” e põe em evidência os erros mais frequentes em Geometria Plana cometidos por alunos da 8ª série do Ensino Fundamental. O estudo sistemático dos “erros” cometidos por estudantes em sala de aula visa a revelar possibilidades e estratégias que possam contribuir com o processo de ensinar e aprender.

Embora o erro possa ser utilizado como fator positivo na aprendizagem, não é o que se verifica na realidade das escolas atualmente. No entendimento de Kistemann

O Erro na escola, sobretudo na escola pública, tem recebido um tratamento sentencioso, na maioria das vezes, constituindo-se como item coadjuvante do cotidiano escolar no contexto pedagógico, havendo uma ausência de discussão, pelos agentes escolares: alunos, professores e supervisores. Estes agentes não têm se apresentado para discutir qual o papel e qual a função do erro na construção do conhecimento na sala de aula (KISTEMANN, 2001, p. 1).

Ao ser considerada a análise de erros, surge a possibilidade de que estes se transformem em ferramentas eficazes na busca de melhores resultados na prática pedagógica e no processo avaliativo, pois o erro “possui uma multiplicidade de conceitos, que podem ser de inclusão, de construção ou de uma ideologia da incompetência do outro, refletindo diretamente no processo de aprendizagem, sendo fator decisivo para o sucesso ou fracasso”. (NOGARO E GRANELLA, 2004, p. 32).

Primeiramente, será apresentada a situação problema embasada no percurso do pesquisador na direção do objetivo desta dissertação. Em seguida, serão destacadas algumas ideias sobre erros na educação, baseadas em uma revisão bibliográfica. Neste capítulo, farei uma breve retrospectiva histórica da análise de erros, a qual consiste em expor a caminhada profissional que permitiu a identificação do problema, além de proceder a uma retrospectiva do erro, genericamente, como característica humana, com ênfase na questão do erro escolar.

Em termos de estrutura, esta dissertação contém quatro capítulos organizados entre o referencial teórico, a metodologia utilizada para sua efetivação e os resultados da pesquisa. No primeiro capítulo, destaco a trajetória profissional que culminou com o problema de pesquisa, a tomada de consciência da contribuição que a análise de erros traz ao processo ensino e aprendizagem e uma abordagem de pesquisa em Educação Matemática que vem sofrendo as influências das teorias vigentes, em diferentes épocas, tanto na Pedagogia quanto na Psicologia, passando para o *Erro, Estratégias e Mudanças*, conceitos amplamente explorados por Torre (2007), que são termos carregados de significados educativos.

O segundo capítulo trata a questão do erro a partir de produções teóricas que se referem a “erros, estratégias e mudanças”, tendo em vista que a análise do mesmo pode constituir-se na forma de fazer com que o aluno reflita sobre sua maneira de resolver as questões para, então, compreender e elaborar o conteúdo trabalhado.

O capítulo três descreve a metodologia utilizada para a efetivação da pesquisa, a qual consiste na aplicação de um instrumento investigativo que permitirá ao pesquisador verificar o grau de incidência de erros e como será possível utilizá-los como instrumentos de melhoria da aprendizagem.

O capítulo quatro expõe os resultados obtidos e sua análise, com ênfase à quantificação dos erros, item em que abordo número e percentagem dos alunos participantes que acertaram, erraram ou não responderam às questões do instrumento de investigação. A seguir, o item procede à investigação dos erros obtidos através da análise de cada questão e o(s) erro(s) ocorridos nas mesmas. O item seguinte trata dos tipos de erros e suas categorias a partir da classificação de Movshovitz–Hadar e colaboradores. Finalmente, faço a categorização dos erros cometidos pelos alunos com base na classificação explicitada no item anterior.

Na síntese do estudo, reporto-me a todos os aspectos referidos no decorrer do estudo a fim de levantar as possíveis causas da significativa incidência de erros cometidos pelos alunos e buscar formas de utilizar tais erros como ferramentas para a melhoria do ensino.



CAPÍTULO 1 – AS PERSPECTIVAS DO ERRO NA TRAJETÓRIA PESSOAL, NA LITERATURA E NA HISTÓRIA

“Nosso grande erro é tentar obter de cada um as virtudes que ele não tem e esquecer de cultivar as virtudes que ele tem”
Marguérite Yourcenar

Neste capítulo descrevo, inicialmente, minha trajetória profissional, a qual, em decorrência de alguns fatores apontados ao longo deste capítulo, levou-me a perceber e, ao mesmo tempo, a investigar a importância do erro escolar como ferramenta a contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. A seguir, abordo a pesquisa em Educação Matemática que vem sofrendo as influências das teorias vigentes, em diferentes épocas, tanto na Pedagogia quanto na Psicologia, passando para o *Erro, Estratégias e Mudanças*.

1.1 O percurso em direção ao problema

Enquanto aluno, cursei o Ensino Fundamental e Médio preocupado em conseguir boas notas. Nem sempre conseguia, pois desde cedo percebi que, para os professores, não importava o que eu sabia, mas se sabia o que eles cobravam na prova. Até então, tirar nota alta era sinônimo de sucesso, de garantia de bom emprego. A técnica que utilizava para “aprender” era “decoreba”e, diante da impossibilidade e incapacidade de assimilar todo conteúdo exigido nas provas, especialmente se o mesmo fosse extenso, devo confessar que, às vezes, apelava para métodos não muito ortodoxos.

A crença de que a nota alta seria a garantia de sucesso e aceitação por todos, professores e colegas, levava-me a não mais me importar com os meios para alcançar os fins. Percebia que esses meios não eram só utilizados por mim, mas pela maioria dos meus colegas que pensavam como eu, ou seja, preocupação centrada na nota. Se realmente aprendia era um detalhe que, naquele momento, parecia não importar muito.

Minha vida acadêmica foi bastante conturbada. Em 1980, comecei a faculdade de Licenciatura Curta em Ciências na Universidade de Passo Fundo. Trabalhava durante o dia e cursava a faculdade privada à noite, como milhares de brasileiros faziam e continuam fazendo até hoje. Formei-me em 1983.

Durante o curso, comecei a lecionar, nascendo aí uma paixão por ensinar que dura até hoje. Como em toda paixão, houve momentos de crise, de angústia, de alegria e entusiasmo, como é normal em um relacionamento em fase de amadurecimento. Mas a paixão por ensinar não esmoreceu, afinal como diz Roberto Freire: “Sem tesão não há a solução”.

Ainda durante o curso de Licenciatura, comecei a Faculdade de Engenharia Mecânica, que cursei durante quatro anos, não chegando a concluí-la. Em 1985, iniciei a Licenciatura em Matemática, também na Universidade de Passo Fundo. Devido a condições financeiras, fui obrigado a interromper o curso, ao qual retornei em 2003 à Universidade Regional do Alto Uruguai – URI, campus de Erechim, formando-me, ali, em 2005, no curso de Licenciatura em Matemática. Nessa época, tive a oportunidade de lecionar no Ensino Fundamental, Médio, Educação de Jovens e Adultos – EJA, cursos preparatórios para vestibular e concursos, procurando, dentro do possível, com meus alunos, construir o conhecimento de uma forma mais significativa.

Em 2007, passei a ser aluno regular do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES. No início do curso, estava em dúvida quanto ao tema de dissertação, momento em que surgiu a oportunidade de participar do IV Congresso Internacional de Ensino de Matemática promovido pela ULBRA, em outubro de 2007, e ter o privilégio de ouvir uma conferência da Prof. Dra. Helena Noronha Cury, com o tema *Análise de Erros: uma Perspectiva para a Aprendizagem em Álgebra*. Naquele momento, defini o tema da minha dissertação.

Assim, a pesquisa que fundamenta esta dissertação teve como objetivo analisar erros cometidos por alunos de Ensino Fundamental ao resolverem questões de Matemática. A investigação foi desenvolvida com alunos de oitavas séries e o trabalho centrou-se na classificação por categoria dos principais erros cometidos nas respostas escritas dos estudantes em Geometria Plana. Pelo número de ocorrências em cada categoria, bem como pela análise

qualitativa das respostas, esperava-se chegar à conclusão de quais os “erros” mais frequentes, e, assim, descobrir suas maiores dificuldades.

Quanto aos registros para a pesquisa, foi realizada uma prova com conteúdos de Geometria Plana envolvendo cálculos de áreas, bem como filmagens de entrevistas com os alunos, com o objetivo de classificar os erros detectados e tentar descobrir suas causas subjacentes.

Esta dissertação justificou-se pela possibilidade de, através da exploração do erro enquanto estratégia de entendimento de questões cruciais em Educação Matemática (como os frequentes erros cometidos na resolução de problemas), revisar o processo de ensino e aprendizagem; de focar a questão do erro como uma privilegiada oportunidade de interação entre educador e educando, de modo que a concepção de erro seja um obstáculo a ser superado e, assim, tornar-se uma ferramenta pedagógica de aprendizagem.

A opção pela oitava série deveu-se ao fato do conteúdo (Geometria no Plano) ser do conhecimento do aluno nesta fase de escolaridade e, presumidamente, estar bem consolidada e, assim, prepará-lo para a Geometria Espacial e também a Analítica. Ademais, por representar o fechamento de um ciclo muito importante para o desenvolvimento de uma boa aprendizagem em Matemática no Ensino Médio, é pertinente que as dificuldades e erros mais frequentes sejam trabalhados e, se possível, resolvidos nesse ciclo.

Neste trabalho, pretendo demonstrar o potencial construtivo, didático e criativo do “erro”. Não há dúvidas de que seja um terreno árido, pouco transitado, sem um grande corpo teórico que, exatamente por ser pouco conhecido, tem suscitado, cada vez mais, outros paradigmas que possibilitarão formar professores com atitude construtiva e criativa, não apenas no processo didático, mas em outras ações que envolvam o processo ensino-aprendizagem.

1.2 Errare Humanum Est*

□ Errar é humano - Frase do escritor latino Sêneca, o filósofo preceptor do imperador Nero. O filósofo escreveu diversos livros, entre diálogos, tratados e cartas, e seus ensinamentos estavam baseados na doutrina dos estoicos. São-lhe atribuídas a autoria de obras célebres como Medéia, As troianas e Fedra. Teólogos cristãos, quando citam a frase, costumam emendá-la, escrevendo: "errare humanum est, sed perseverare in erro autem diabolicum". "Errar é humano, mas perseverar no erro é diabólico".

Se levados em conta os significados do vocábulo “erro” em dicionários de Língua Portuguesa, ou seja, “ato de errar; engano; equívoco; resultado falso; incorreção; desvio do caminho; mau comportamento, desregramento; delito, culpa”. (LUFT, 2001, p. 285), verifica-se que todos eles implicam sentidos negativos quando relacionados ao comportamento humano, pois, desde os tempos primitivos, o homem buscou, e ainda busca, soluções para problemas existenciais e estruturais. Nessa busca, “ia se deparando com respostas negativas e com fracassos. Surgiam, assim, os erros. Para analisar o erro é preciso que tenhamos uma ideia bem definida acerca do que este seja e de como se apresenta” (NASCIMENTO et al, 2007, p. 1).

Para Nogaro e Granella (2004, p.34), é importante que o erro seja analisado sob alguns enfoques: o filosófico, o científico e o religioso e, para tanto, consideram que

A filosofia trata do erro focalizando-o dentro da ética e da moral. Neste contexto a moral é o conjunto de regras de conduta admitidas em determinada época ou por um grupo de homens. Neste sentido, o homem moral é aquele que age bem ou mal na medida em que acerta ou transgredir as regras do grupo. Ética, fica entendida como a parte da filosofia que se ocupa com a reflexão a respeito das noções e princípios que fundamentam a vida moral. Essa reflexão pode seguir as mais diversas direções, dependendo da concepção de homem que tomamos como ponto de partida. Assim, o erro dá a dimensão dos valores e da consciência a respeito do que estes interiorizam na vida do homem; o julgamento do que é bem ou mal, verdade ou mentira segundo estes valores, e do que é correto sob o ponto de vista humano.

O enfoque científico do erro, segundo Nogaro e Granella, (2004, p. 33-34), é que a Teoria dos Erros é o “[...] conjunto de processos empregados para a correção dos erros cometidos na realização de uma medida ou de uma série de medidas”.

Quanto ao enfoque religioso, de acordo com os autores, o erro é tratado como pecado e este assume a dimensão da transgressão das regras impostas aos seguidores. Pode ser considerado pecado cometer o errado deliberadamente (livre arbítrio) ou deixar de fazer o certo (má vontade) (NOGARO e GRANELLA, 2004, p. 34).

A partir de tais colocações, é possível depreender que a palavra “erro” para a (nossa) civilização judaico-cristã tornou-se tão estigmatizada a ponto de apenas o erro ser tolerado, haja vista não haver melhor alternativa. Contudo, há nesta palavra um duplo significado, pois “errar também pode ser caminhar, trilhar, mas mesmo assim, o jugo pode ser posto, se este caminhar não for orientado, disciplinado, direcionado, se não for aquele com predestinação certa e sabida” (SILVA, 2008).

Considerada a educação escolar, o erro é uma realidade das mais contundentes e menos estudadas das tantas que ocorrem no processo de ensino e aprendizagem. Por isso, interessa trazê-lo à tona, à luz de um olhar sem preconceitos e adotar uma postura diante dele. Skinner ainda povoa o pensamento de muitos educadores que procuram evitar o erro a qualquer custo como se este fosse sinônimo de fracasso, incapacidade, má vontade, desobediência e, portanto, deve ser castigado.

Para Luckesi (1992, p. 01), as condutas dos alunos consideradas como erros têm dado margem, na prática escolar, tanto no passado como no presente, às mais variadas formas de castigo por parte do professor, das mais visíveis às mais sutis.

Dessa forma, o erro, como é concebido na escola tradicional, traduz uma concepção religiosa que o liga à concepção de pecado, como defende Correia (2005, p.2)

Na escola tradicional, o erro deve ser eliminado, apagado literalmente para escrever o correto no lugar. Há um artigo belíssimo de Lino de Macedo, que trás (sic) a questão do erro associado à idéia de pecado, vindo da formação religiosa: fazer algo errado e se punir porque errou. Talvez tenha sido o vínculo a isso a cor vermelha que marcava com tanta presença o x na questão errada.

Assim, no que concerne ao castigo em decorrência do erro escolar, entende-se que, *a priori*, o aluno deva merecer uma punição, pois, se cometeu erros, estes se devem à sua falta de atenção, ao seu desinteresse pela disciplina, ficando, então, o professor isento de qualquer responsabilidade quanto ao insucesso.

Ainda, de acordo com Neves (2005), “[...] a prática do castigo está ligada à visão culposa das atitudes humanas, onde o erro é a origem da condenação e o castigo um jeito de reparar a situação”. Nesse sentido, Cipriano Luckesi (1992, p.136) defende que

A idéia de culpa está articulada, dentre outras coisas, com a concepção filosófico-religiosa de que nascemos no pecado. Essa idéia nos acompanha desde o nascimento, em função de nossa cultura “ocidental cristã” ser marcada pela perspectiva da queda. O

texto bíblico do Gênesis diz que Adão e Eva pecaram ao comer o fruto proibido e, por isso, foram castigados com a expulsão do Paraíso. Daí em diante, todos os seres humanos – homens e mulheres – que viessem a nascer teriam essa marca originária do pecado e, conseqüentemente, da culpa.

Por conseguinte, o erro passa a ser encarado como sinônimo de fracasso em qualquer situação que ocorra, provocando naquele que o comete um sentimento de frustração que, não raro, impede a busca de alternativas que impeçam sua recorrência. Luckesi, no entanto, defende a ideia de que o erro deve ser aproveitado como instrumento que permite o crescimento tanto do aluno como do professor.

Em razão disso, para o autor, o erro, especialmente no caso da aprendizagem, não deve ser fonte de castigo, pois é um suporte para a autocompreensão, “[...] o erro é visto e compreendido de forma dinâmica, na medida em que contradiz o padrão, para, subsequentemente, possibilitar uma conduta nova em conformidade com o padrão ou mais perfeita que este” (LUCKESI, 1992, p. 02).

As dificuldades de aprendizagem manifestam-se em qualquer disciplina, mas em Matemática parecem adquirir uma maior dimensão para o aluno. Tem-se em vista o fato de que, como afirma Kistemann (2001, p.1) o erro representa algo extremamente negativo e, raramente, há a preocupação do professor em verificar se os erros cometidos se devem a “equivocos de informação, de deficiente interpretação do vocabulário dos enunciados ou mesmo falhas acontecidas em cálculos”.

No entanto, o erro pode e deve ser visto como algo positivo do qual é possível retirar importantes ensinamentos, segundo afirma Telles: “Errar é um processo para quem acredita que uma boa colheita se dá através da experiência e que ninguém adquire experiência se não cometer um erro, mesmo que seja mínimo, mas que servirá como um guia para alcançar o objetivo” (TELLES, 2008, p. 1).

Por sua vez, Silva analisa o erro sob a perspectiva psicopedagógica e, por esse ângulo, “[...] o erro revela, para aquele que aprende, a inadequação de seus esquemas e evidencia a necessidade da construção de outros e/ou a reformulação daqueles previamente existentes” (2008, p. 9) Logo, a virtude do erro, na visão psicopedagógica, está na possibilidade de constituir-se em

fonte de crescimento para alunos e professores, uma vez que permite o reconhecimento de sua origem e dos procedimentos e mecanismos que o produziram e, por ser o mesmo conscientemente elaborado, através dele se torna possível “a oportunidade de revisão e avanço, permite fazer uma síntese mental, integrando o fazer ao sentir, gerando o prazer e o criar na aprendizagem” (SILVA, 2008, p. 9).

No entanto, na prática pedagógica, isso geralmente não acontece, salvo raras exceções. Conforme se observa no dia-a-dia de várias escolas, tal oportunidade não se concretiza e, sobre esse aspecto, Luckesi afirma, em sua referência ao texto das Diretrizes Curriculares de Matemática para as Séries Finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio do Estado do Paraná, que “[...] as práticas avaliativas no processo pedagógico estão marcadas mais por uma pedagogia do exame do que por uma pedagogia do ensino aprendizagem”.¹

Assim, ao ser analisada a afirmação de Luckesi, depreende-se que o professor de Matemática considere apenas o resultado final de operações e algoritmos e que desconsidere o processo de construção desse raciocínio. Na concepção de Quintino e Schneider,

O mais comum é tomar a avaliação unicamente como o ato de aplicar provas, atribuir notas e classificar os alunos. O professor reduz a avaliação à cobrança daquilo que o aluno memorizou e usa a nota somente como instrumento de controle. As notas acabam se transformando em armas de intimidação e ameaça para uns e prêmios para outros. Desta forma, o professor exclui o seu papel de docente, ou seja, o de garantir as condições e meios pedagógico-didáticos para que os alunos sejam estimulados sem necessidade de intimidação (QUINTINO E SCHNEIDER, 2008, p. 2).

A fim de que tal realidade seja transformada, é imprescindível que seja rompida essa tradição, e que essa prática seja profundamente analisada e repensada. No entanto, isso não consiste em uma tarefa fácil, sob pena de se manter uma realidade que reflete um fracasso que não é só do aluno, mas também do professor.

Mudanças de concepções e práticas não acontecem repentinamente; são atos que exigem tempo, haja vista funcionarem como o processo da elaboração do conhecimento. Logo, para que ocorram mudanças, é necessário que haja dedicação, comprometimento, perseverança e

¹ In, DIRETRIZES CURRICULARES DE MATEMÁTICA PARA AS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E PARA O ENSINO MÉDIO, PR, (2008, p. 43).

colaboração. Trata-se de um investimento com o propósito de atingir uma ação pedagógica voltada para uma aprendizagem mais eficiente.

Como uma alternativa para a ocorrência dessa mudança, Cury defende que “trabalhar com os resultados de pesquisas sobre os erros cometidos por estudantes são atividades que exploram os conteúdos nos quais os alunos têm maiores dificuldades de aprendizagem ou com os quais desenvolvem habilidades matemáticas, de maneira geral” (CURY, 2007, p. 85).

Ainda a esse respeito, Pinto (2000, p. 24) reflete que “O erro, [...] poderá desencadear um questionamento de todo o processo de ensino e transformar-se numa estratégia didática inovadora, pela possibilidade que oferece ao professor de ampliar seus saberes e, com isso, melhorar seu ensino”

As considerações expostas evidenciam que o ato de errar é inerente ao ser humano e, aliado à dificuldade em aceitar tal fato, o mesmo tem sido visto como motivo de fracasso para os homens, notadamente, quando se trata do desempenho escolar. Assim, no próximo capítulo, será abordada a questão (do erro) a partir de uma análise sobre erro, estratégia e mudanças.

CAPÍTULO 2 - ERRO, ESTRATÉGIAS E MUDANÇAS

A análise do erro, que *a priori* constitui-se na forma de questionar o aluno, de fazê-lo refletir sobre sua maneira de resolver as questões, é uma prática que não acontece na grande maioria das salas de aula, o que acarreta dúvidas na aprendizagem de conteúdos e a possibilidade de novos erros ocorrerem.

Cury (2003, p.1) afirma que

A análise de erros é uma abordagem de pesquisa que tem se desenvolvido sob vários enfoques desde o início do século XX. Nos primeiros tempos, as pesquisas buscavam as resoluções de exercícios padronizados, em uma tentativa de contagem dos tipos de erros. [...] Posteriormente, destacaram-se os trabalhos na linha do processamento de informação, em que os investigadores, buscando a analogia entre o funcionamento do cérebro e o de um computador, procuravam entender os mecanismos pelos quais os erros eram cometidos. [...] Ao procurar seguir pressupostos construtivistas, tivemos, a seguir, inúmeras pesquisas que valorizam o erro como fator essencial na construção do conhecimento.

Entretanto, apesar dos diversos estudos e teorias alternativas, a escola insiste na manutenção de práticas docentes tradicionais. A visão absolutista dos professores, principalmente os de Ciências Exatas, procura oportunizar aos alunos meios de alcançarem a verdade absoluta, evitando assim os erros, pois, conforme afirma Pinto “[...] a análise de erros, enquanto meio, possibilita que os erros sejam explorados e compreendidos a partir de suas origens, fornecendo valiosos subsídios para o professor planejar, a partir de uma pedagogia diferenciada, ações pertinentes à evolução do processo” (CURY, 2004, p.130).

Essa preocupação da escola com o “fazer certo” em detrimento do compreender é criticada por Macedo ao expressar: “Quando a escola falha nessa perspectiva da eficácia, a razão do erro é buscada em muitas fontes: ora é considerado um problema do professor, ora da escola, ora da criança, etc. Mas há sempre um culpado na história” (MACEDO, 1990, p. 353).

Esta forma de evitar o erro a todo custo, tão recorrente em grande parte dos professores, inibe a criatividade e a autonomia dos alunos, razão por que se deve levar em conta o papel da cultura e do inter-relacionamento humano na ocorrência dos erros. No entendimento de Cerqueira, “O erro precisa deixar de ser visto, pela escola, como incapacidade do aluno. [...] deve

ser encarado como levantamento de hipóteses que precisam ser comprovadas para se constatar sua veracidade, tal como um cientista para comprovar sua teoria” (CERQUEIRA, 2003, p. 93).

Na década de 60, a partir Psicologia Genética de Piaget, a Didática sofreu mudanças que deixaram de lado características de prática ou técnica, assumindo características de ciência experimental própria e independente, trazendo como consequência um novo papel para os erros dos alunos. Estes começaram a ser o centro de reflexão teórica da prática experimental dessa ciência, com vistas a, através da sua lógica, fazer com que os erros passem a ser aproveitados como recurso pedagógico, eliminando a possibilidade de conflitos (CORREIA, 2005).

Ao ser levada em conta a Matemática, disciplina fortemente presente no cotidiano das pessoas e sobre a qual incidem as maiores dificuldades enfrentadas pelos alunos e, por consequência, a maioria dos erros escolares, há que se considerar que tais erros, geralmente, são atribuídos à incapacidade dos alunos.

Para Tanus (2006, p.1) “É possível que as concepções que os professores têm da Matemática como algo pronto e acabado, se expressem de alguma forma na prática da avaliação e no tratamento do erro”.

Pinto, ao analisar tal realidade, pondera:

Enquanto a tecnologia emerge na sociedade fora das escolas, (sic) alguns professores ainda estão discutindo o uso de calculadoras nas salas de aula. Ou seja, a Matemática ensinada na maioria das escolas hoje, (sic) não está adequada a uma sociedade que nas últimas décadas, desenvolveu-se como nunca, e o que temos como resultado disso tudo, é a Matemática como uma das disciplinas que mais reprova, causa insucesso e induz ao abandono escolar. (PINTO, 2004, p.119).

Na mesma perspectiva, sobre os erros matemáticos e sua avaliação, Correia (2005, p.2) coloca que “[...] ao avaliar os erros matemáticos, não se pode considerar os alunos incapazes pelo fato deles cometê-los, mas sim, deve-se tomar estes erros para orientar e direcionar o processo de ensino e aprendizagem”.

Pinto, por sua vez, lança mão dos ensinamentos de Piaget a fim de explicitar os diferentes níveis em que se classificam as respostas dos alunos. Segundo Piaget (apud Pinto, 2000, p.39),

Não interessa o erro, mas a ação mental; erro e acerto são detalhes nessa ação mental. Para ele, as respostas dos alunos são apresentadas, ordenadas e classificadas em três níveis:

- No primeiro nível, o aluno é indiferente ao erro.
- No segundo nível, o da tentativa, o erro aparece como um problema a ser resolvido.
- No terceiro nível, o erro passa a ter um sentido ao aluno, e este adquire uma certa autonomia na construção do conhecimento.

Os professores de Matemática, ao analisarem as soluções de problemas realizados pelos seus alunos, podem detectar erros ocorridos e, em geral, utilizar metodologias variadas para auxiliar estudantes a superar suas dificuldades. Uma das possibilidades de auxílio consiste em escutá-lo e pedir que explique como pensou, fazer com que suas dificuldades venham à tona e, assim, o professor possa intervir de modo a fazer com que o aluno compreenda o assunto e busque a resposta certa a partir da interpretação e análise de erro. Essa forma de questionar o aluno, de fazê-lo refletir sobre sua maneira de resolver as questões parece não estar acontecendo em nossas salas de aula, o que acarreta dúvidas na aprendizagem de conteúdos e possíveis novos erros matemáticos.

A consideração negativa do erro é um indicador a mais do paradigma positivista. Para os positivistas, o êxito, a eficácia e o produto são critérios a partir dos quais se analisa aprendizagem. Natural, portanto, que o erro atrapalhe esse processo, devendo ser evitado a todo custo. Para Soares e Pinto (2003),

O erro não é uma simples resposta. É mais que isto. Trata-se mesmo de um problema que o aluno devolve ao professor, e que contém, na sua complexidade múltiplos indicadores para a organização e re-organização do processo de aprendizagem. O professor diante do erro assume decisões, produz ações, dando significado a seus saberes docentes. A hipótese que temos é que a análise da produção do aluno por um grupo de professores, e a identificação e interpretação dos erros, assim como o reconhecimento das próprias dificuldades na tentativa de buscar possíveis soluções, é o que mobiliza o professor.

Desse modo, percebe-se a presunção negativa do erro, do seu evitar na aprendizagem, para a consciência de seu valor positivo, de sua possível utilização didática, pois, a partir dos anos 80, ao surgirem novas abordagens sobre educação, que para o construtivismo, ao contrário das abordagens tradicionais, o erro passa a não ser temido. Nessa abordagem, o erro deve ser

trabalhado e não evitado. Visa-se, então, a um processo de aprendizagem no qual “errando também se aprende” (CARDOSO & TEBEROSKY. 1989, p. 07).

No entanto, Branco (2005, p. 01) adverte que, ainda hoje, os professores, em função das condições de trabalho que se lhes apresentam, têm pouca motivação para transformar sua prática pedagógica.

É sabido de todas as dificuldades dos professores, até pelas características da escola pública com problemas de infra-estrutura, condições físicas, políticas que se fazem presente nas escolas. No entanto, em termos de ensino de Matemática em sala de aula, o foco de atenção ainda está nos conteúdos que serão trabalhados, e qual conteúdo deve ser apropriado pelo aluno em cada série. E em se falando em aulas de Matemática, valoriza-se prioritariamente o acerto como resultado de aprendizagem dos conteúdos, sendo o “erro”, nesse caso, condição de “fracasso”.

Vasconcelos destaca o papel do professor em relação ao erro, pois, no ensino tradicional “as notas e provas funcionam como ‘rede de segurança’, em termos do controle exercido pelos professores sobre os alunos, das escolas e dos pais sobre os professores, do sistema sobre suas escolas” (p. 8). Contudo, para a autora, a postura do professor construtivista analisa o erro por ângulos diferentes, visto que

É importante que as crianças percebam que podem errar, que não precisam dar a resposta certa para satisfazer o professor, que podem realmente dizer aquilo que pensam, sem medo de serem corrigidas. O professor construtivista respeita os erros das crianças, e estas se sentem livres para expressar as suas opiniões sinceras e emitir respostas honestas sem o temor de estarem erradas ou falando alguma besteira. Para isso, é preciso sempre questionar tanto os erros como os acertos de seus alunos (VASCONCELOS, 2000, p. 5).

Os professores não podem fazer de conta que o erro não existe ou que não interferem na aprendizagem dos alunos. É necessário que os mesmos percebam que o “erro não deve ser banido do processo de desenvolvimento da aprendizagem, porque muitas vezes é dele que parte o crescimento, a construção do fazer pedagógico” (SOUZA, 2006, p. 07).

O erro pode ser utilizado como uma estratégia inovadora para aproximar a teoria da prática, o educando do educador, de *uma pedagogia de êxito* (mas, em geral, permeada de fracassos por parte de muitos dos estudantes) para uma *pedagogia de processo*, tornando, enfim, a utilização adequada do erro no ensino em uma estratégia a serviço da ação educativa.

Todavia, para que o erro passasse a ser analisado sob uma ótica positiva em relação ao processo de ensino e aprendizagem, ocorreu uma evolução da análise do mesmo através de diferentes abordagens, conforme Berti esclarece:

Cury apresenta uma retrospectiva histórica da análise de erros em Educação Matemática. Suas observações centram-se no behaviorismo, no processamento da informação e no construtivismo. No behaviorismo, a autora ressalta que as pesquisas procuravam, principalmente, classificar os tipos de erros cometidos por alunos dos primeiros anos escolares. Sob a ótica do processamento da informação, ela observa que foram desenvolvidos programas de computador para detectar padrões de erros. E sob a perspectiva construtivista, Cury enfatiza que os investigadores destacam o papel do erro na construção do conhecimento. A autora comenta, também, que a análise de erros é uma abordagem de pesquisa em Educação Matemática que vem sofrendo as influências das teorias vigentes como, por exemplo, o construtivismo (CURY 1995 apud BERTI, 2007, p. 34)

Neste sentido, Neves (2005, p. 5) considera que “a perspectiva de ver o erro como possibilidade em sua dinamicidade, isto é algo que contraria o padrão colocado, pode contribuir no sentido de construir uma postura nova que [...] o enriquece de significados”. Desse modo, o simples reconhecimento da existência do erro, por parte do professor, configura-se trabalho diferenciado, visto que pressupõe a proposta de alternativas no sentido de correção dos erros cometidos e identificação de suas fontes geradoras pelo aluno.

Portanto, de nada adianta falar em estratégia de ensino se não houver uma mudança na forma de encarar os erros dos alunos por parte dos professores. É necessário aceitar que não há melhora sem mudança e esta, no que concerne a atitudes e habilidades, deve começar pelos professores frente aos erros dos alunos. Isso pressupõe passar de uma consideração culpável do erro para uma visão estratégica da utilização do mesmo.

2.1 Erro e aprendizagem no fazer educacional

O erro é tido, sem dúvida, como um dos assuntos mais polêmicos no processo² educacional desde possivelmente os seus primórdios (nota). Pode-se dizer que, estranhamente ou não, o erro sempre esteve atrelado às veias da educação gerando sempre, mesmo ao pesquisador mais atento, a desconfortável sensação de que o processo de errar e aprender possui uma relação intrínseca.

É fato, entretanto, que embora sempre tendo caminhado junto a essa, a incompetência, a inapetência, a parcialidade no aprendizado são vistas com péssimos olhos dentro do ensino formal mesmo antes que esse assumisse os ares que hoje o delimitam. Exemplo disso é dado pela famosa inscrição do pórtico da Academia, em Atenas³.

O primeiro fato, entretanto, é que embora tenham sido dedicadas milhares de linhas a respeito dos erros dos alunos e como “resolvê-los”, parece, ainda, bastante limitada a resposta a respeito da questão do que, de fato, seria o erro. Além disso, a outra extremidade suposta, o acerto ou, “saber”, carece, também de melhor delimitação, senão de modo absoluto, ao menos no que possa satisfazer ao presente trabalho.

A começar é, antes de qualquer coisa, necessário entender que, de nenhum modo, há um sentido unívoco e restrito para tais conceitos, sendo que a compreensão de ambos está intimamente ligada às situações em que os mesmos estão inseridos, estando, ainda, estes, relacionados a uma multiplicidade de saberes do conhecimento humano, os quais transitam entre um complexo de competências teóricas e práticas, enfim.

Dessa maneira, pode-se compreender de modo mais amplo o que se entende, primeiramente, por “saber”, conceito que, na educação, esteve por muito tempo condicionado a um tipo específico de competência esperada do aluno.

Com os avanços educacionais realizados, especialmente, entre os séculos XIX e XX, pode-se chegar a uma compreensão melhor estruturada de como se produz o conhecimento na realidade escolar.

² O termo “processo” é aqui empregado no seu sentido ordinário, não enquanto método, mas enquanto conjunto de fenômenos ligados entre si por relações expressas de causa e consequência.

³ “Que ninguém que ignore a geometria entre aqui.” Disponível em: < nemesp.home.sapo.pt/Flash/platao.swf>

O saber deixou de se relacionar apenas com o “saber conhecer”, para alcançar patamares em que a valorização maior é, sem dúvida, a autonomia do estudante e sua capacidade de agir cada vez mais como ser consciente e criador sem, entretanto, perder os laços que o ligam aos demais.

De fato, além de “saber conhecer”, ou seja, de ter desenvolvida a capacidade teórica, torna-se indispensável à continuidade deste processo em direção ao “saber fazer”, enquanto expressão do desenvolvimento da capacidade prática.

Esse processo, entretanto, não é, de modo algum, linear e a produção do conhecimento não se dá em uma única direção. Isso quer dizer que a diretividade cognoscitiva é tão ampla quanto à quantidade de sujeitos cognoscentes, os quais participam, enquanto unidades subjetivas autônomas, no fazer conhecimento.

Essa valorização cada vez maior da subjetividade, frente a uma valorização do conhecimento por ele mesmo, permite, inclusive, uma ampliação deste, uma vez que a perspectiva cognoscente não é mais cópia da imagem única de um mestre, mas uma construção da qual devem participar todos os sujeitos.

É fato que essa mudança não anula a possibilidade de parâmetros que se busca nas diversas modalidades de avaliação escolar. Isto significa que, embora havendo muitos sujeitos e, portanto, muitas formas de se constituir conhecimento, há diretividades que devem ser observadas agora não mais no conhecimento, mas no próprio sujeito diante deste conhecimento.

Assim, a grande descoberta dos séculos XIX e XX em relação a isso está no fato de que, para avaliar um sujeito, começa-se a se preocupar com este mesmo sujeito e o desenvolvimento de suas capacidades e habilidades diante do conhecimento. Sendo assim, o saber se torna *saber do sujeito*, saber construído por esse, enquanto ser consciente e, como tal, produtor de conhecimento por excelência.

Dentro desta perspectiva o erro se torna uma possibilidade, a qual, embora não desejada, pode ser esperada como mais um elemento subjetivo no processo de construção do conhecimento, podendo, também, ser, de qualquer modo, a partir da perspectiva docente e do próprio aluno, fonte de aprendizado.

Errar torna-se, então, parte do caminho cognoscente do sujeito. Caso esse erre, o erro é admitido no conjunto a que se compreende como seu processo educacional.

Essa forma de entender:

[...] faz com que tenhamos que repensar tanto a própria idéia do que seja um erro como a sua conseqüência na aprendizagem. Uma informação errada pode e deve ser retificada, mas a avaliação do *desenvolvimento de capacidades* (grifos do autor) não comporta com precisão, e em termos absolutos, o certo ou o errado, ainda que possa estar aquém ou além do que esperamos.⁴

Esse sentido, aliás, “do que esperamos” está ligado a atividades específicas dentro do ambiente sala de aula em que, mesmo que facilitem a construção de habilidades para a vida, não podem ser usadas como o *metron* dessa própria. Ou seja, o sujeito humano, embora participe da escola, é mais amplo que a mesma.

A prepotência da educação formal, que a acompanhou e, de certo modo, ainda a acompanha, torna difícil o entendimento dessa assertiva, estando, ainda a escola e o próprio aluno, de algum modo, presos a essa concepção.

Embora os progressos realizados, no sentido de um ensino mais amplo, em vistas ao sujeito e ao que se pode oferecer a este como contribuição para que ele próprio encontre os caminhos do seu saber, a educação ainda está indecisa sobre como encarar o erro e como avaliá-lo.

É fato que, especialmente no Brasil, embora a grande difusão da modalidade de ensino a que se chamou “Progressão Continuada”, a qual busca teoricamente o acompanhamento do desenvolvimento do aluno enquanto sujeito, o ensino ainda está preso em um sistema que valoriza tipicamente o conhecimento apenas.

Isso é evidenciado pelo modelo de avaliação aplicado de modo geral nas provas de admissão em vestibulares e escolas técnicas. Essas partilham, ainda, da esperança de que o aluno domine determinados conteúdos para ser considerado “apto” para determinado curso.

Esse procedimento é agravado pela grande e ampla concorrência entre candidatos, o que enrijece o modelo avaliativo, tornando este sistema um seletor de candidatos com determinadas habilidades e conhecimentos.

⁴ Cf. CARVALHO, J. S. Fonseca. As Noções de Erro e Fracasso no Contexto Escolar. In: *Erro e Fracasso na Escola: Alternativas Teóricas e Práticas*. 5ed. São Paulo: Summus Editorial, 1997, p. 16.

Esse processo é grave porque pressiona especialmente o Ensino Médio para o funcionamento em direção àquela que se pôs como sua meta principal, a admissão no vestibular.⁵

De todo modo, permanece resistente e ganha espaço cada vez maior no ambiente escolar esse acompanhamento no processo individual de produção do conhecimento.

Nessa perspectiva o erro, parcial ou total, bem como o acerto, são igualmente válidos devendo ser elaborados, nas diversas maneiras ativas de se os avaliar, como partícipes de um todo maior que é a pessoa do aluno. E mais, a pessoa do aluno enquanto ser produtor de conhecimento.

A seguir, serão abordados aspectos relativos à linha metodológica a ser adotada a fim de que se verifique o grau de incidência de erros dos alunos e que sejam propostas alternativas que transformem os mesmos em instrumentos de melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

CAPÍTULO 3 - ROTEIRO INVESTIGATIVO

“Penso que hoje em dia a humanidade não está em busca de uma sabedoria, como, digamos, os antigos gregos, antes de nossa era. Não há mais sabedoria. Estamos numa aventura desconhecida e, repito, o problema é ter um mínimo de consciência, um mínimo de autocrítica, um mínimo de lucidez e, sobretudo, um máximo de abertura para o outro”.

⁵ Trata-se aqui especialmente do Ensino Médio já que os exames chamados “vestibulinhos”, mesmo não estando, ainda, tão bem re-organizados no país, desde que o Ensino Técnico voltou a ser valorizado, buscam selecionar estudantes com conhecimentos que vão até o primeiro ou segundo ano do Ensino Médio.

Edgar Morin (2002).

Neste capítulo, abordam-se a linha metodológica que orientou a pesquisa, o contexto no qual ela se desenvolveu, seus participantes, os instrumentos que propiciaram a geração de dados, bem como os procedimentos de análise.

3.1 Considerações metodológicas

Vivemos um momento de inquietudes quanto ao cenário social e, para Prigogine (1996), assiste-se ao surgimento de uma ciência que não mais se limita a situações simplificadas, idealizadas, mas que nos põe diante da complexidade do mundo real. A ciência não é somente o acúmulo de verdades absolutas: é um campo sempre aberto onde se discutem não só as teorias, mas também os princípios da explicação, isto é, também as visões de mundo e os postulados metafísicos.⁶

A palavra Método tem sua origem a partir do grego *methodos*, formado por *meta*, "para", e *hodos*, "caminho". Pode-se, então, entender a palavra como "caminho para" ou, então, "prosseguimento", "pesquisa".

Na perspectiva de fazer do processo de ensino e aprendizagem uma ação que visualize o homem como um ser atuante no mundo, que interaja com o outro e participe crítica e reflexivamente do meio em que habita, o presente trabalho propõe-se a analisar e classificar erros decorrentes da resolução de questões de Matemática cometidos por alunos de oitava série do Ensino Fundamental, em especial, no que se refere aos “erros” cometidos na resolução de questões/problemas de Geometria Plana.

Do ponto de vista da psicologia histórico-cultural, o conhecimento do mundo é sempre mediado pelas práticas culturais, pelo outro e, especialmente, pela linguagem. Assim, Vygotsky (1987b, p. 253) defende a existência de equilíbrio dinâmico entre os ideais da Matemática e a harmonia da imaginação. Para Morin (1997, p. 15-17), como a realidade é feita de laços e interações, nosso conhecimento é incapaz de perceber o *complexus* – o tecido que junta o todo.

⁶ Morin, E. (1996, p. 20).

Sob este ponto de vista do autor, uma unidade organizada produz qualidades e propriedades que não existem nas partes tomadas isoladamente.

Este estudo, portanto, adentra o campo da pesquisa qualitativa com o olhar de abordagem sócio-histórica ao valorizar percepções e interações de um grupo de alunos de oitava série do Ensino Fundamental, em especial, no que se refere aos “erros” cometidos na resolução de questões/problemas de Geometria Plana. Busquei, para isso, focalizar o particular como instância da totalidade social onde procuro compreender os sujeitos envolvidos e, por seu intermédio, entender também o contexto. Instaura-se, assim, uma perspectiva de totalidade que, de acordo com André (1995), leva em conta todos os componentes da situação nas suas interações e influências recíprocas.

Moustakas (1994, p. 11) e Gadamer (1975, p. 266) afirmam que partimos do que vemos e interpretamos para chegar à origem das coisas, o que pressupõe uma atitude de busca por fatores qualitativos no comportamento e na experiência isenta de pré-conceitos ou pré-julgamentos. Na perspectiva de Gillham (2000, p. 11), um dos pontos fortes de métodos qualitativos, dentre outros, é poder entrar “por baixo da pele de um grupo ou organização para descobrir o que lá realmente acontece, a realidade informal que só pode ser percebida de dentro”. Para Ludke e André (1986), a pesquisa qualitativa pode assumir várias formas, destacando-se, principalmente, a pesquisa etnográfica e o estudo de caso. Ambas vêm ganhando muita aceitação e credibilidade na área da educação, mais precisamente para investigar questões relacionadas com a escola.

A pesquisa qualitativa envolve, essencialmente, na perspectiva de Bogdan e Biklen (1994), cinco características:

- 1) a fonte direta dos dados é o ambiente natural e o investigador é o principal agente na recolha desses mesmos dados;
- 2) os dados que o investigador recolhe são essencialmente de carácter descritivo;
- 3) os investigadores que utilizam metodologias qualitativas interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados;
- 4) a análise dos dados é feita de forma indutiva; e
- 5) o investigador interessa-se, acima de tudo, por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências.

Tendo em vista as argumentações acima e os objetivos desta pesquisa, optou-se pelo estudo de caso que, para Johnson (1992, p. 75), consiste no estudo de um caso em particular realizado em seu ambiente natural. Para a autora, os estudos de caso são, na sua maioria, qualitativos. A autora exemplifica, como essência de um estudo de caso, seu foco holístico em uma entidade, seja um professor, um estudante, uma instituição ou ainda uma comunidade. Ainda na concepção de Johnson (1992, p. 76), “o objetivo de um estudo de caso é descrevê-lo em seu contexto, sendo o pesquisador guiado por uma pergunta da pesquisa a fim de estudar o caso e outros aspectos do contexto que subjazem a ele, permitindo assim o esclarecimento da questão pesquisada”.

Para Merriam (1988), nas metodologias qualitativas, os intervenientes da investigação não são reduzidos a variáveis isoladas, mas vistos como parte de um todo no seu contexto natural. É de salientar que, ao reduzir pessoas a dados estatísticos, há determinadas características do comportamento humano que são ignoradas. A autora também cita que, para se conhecer melhor os seres humanos, ao nível do seu pensamento, deverão ser utilizados para esse fim dados descritivos, derivados dos registros e anotações pessoais de comportamentos observados. Os dados de natureza qualitativa são obtidos num contexto natural, ao contrário dos de caráter quantitativo.

Avaliou-se, como coerente, seguir essa linha metodológica, uma vez que foi investigada uma situação específica – classificar erros em resolução de questões de Matemática, em especial, no que se refere àqueles cometidos na resolução de questões/problemas de Geometria Plana em um contexto específico –, em sala de aula, com alunos de oitava série do Ensino Fundamental.

Na concepção de Stake (1998, p. 258), o estudo de caso é o estudo de um sistema limitado que enfatiza a unidade e a totalidade daquele sistema; porém, fixa a atenção nos aspectos relevantes ao problema da pesquisa, explicitando que a escolha do objeto de estudo a ser investigado venha a ser definido pelo interesse do pesquisador.

Stake (1998,p.88 – 89) sugere três diferentes modalidades para o estudo de caso:

Estudo de caso intrínseco - quando há um interesse em particular do pesquisador em compreender uma dada situação.

Estudo de caso instrumental - fornece ao pesquisador um suporte para a compreensão de um fato ou tenta contribuir com a informação ou o refinamento de uma teoria.

Estudo de caso coletivo - vários casos são estudados conjuntamente, com o propósito de investigar no interior de um fenômeno a população geral e as circunstâncias.

Na perspectiva de Yin (2001, p. 32-34), um estudo de caso é uma pesquisa empírica que investiga um fenômeno contemporâneo em seu contexto na vida real, em especial, quando os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos. O autor identifica três tipos específicos de estudos de caso, os quais intitulou de exploratório, explanatório e descritivo:

Estudo de caso exploratório - espécie de estudo piloto no qual as perguntas da pesquisa, hipóteses e principalmente os instrumentos e procedimentos serão testados. Concluída esta etapa, poderá o pesquisador modificar, retirar ou acrescentar tanto as perguntas da pesquisa quanto refinar os instrumentos, com base no que funcionou ou não. Ao relatar o estudo de caso explanatório, o autor salienta que pode também ter como objetivo a confirmação ou generalização de determinadas proposições teóricas.

Estudo de Caso Descritivo - ocorre quando uma realidade desconhecida é apresentada ao leitor, não procurando estabelecer relações de causa e efeito, porém unicamente descrevendo a realidade como ela é.

Estudo de Caso Explanatório - pode ser considerado o mais ambicioso dos três, já que tem por objetivo não apenas descrever uma determinada realidade, mas também explicá-la em termos de causa e efeito.

Haja vista as diferentes categorizações de estudo de caso e, ao olhar o estudo em questão, sob a perspectiva de Yin (2001), o mesmo foi classificado como um *estudo de caso exploratório*, uma vez que se acompanhou uma proposta de trabalho. Já na perspectiva de Stake (1998), esta análise passa a ser classificada como um *estudo de caso intrínseco* por haver um interesse particular, como professor-pesquisador, em compreender os erros em resolução de questões de Matemática, cometidos por alunos de oitava série do Ensino Fundamental, em especial, no que se refere aos cometidos na resolução de questões/problemas de Geometria Plana.

3.2 O ambiente era assim

Para Morin (2000, p. 37), a sociedade como um todo está presente em cada indivíduo, na sua linguagem, em seu saber, nas suas obrigações e em suas normas. Assim sendo, a escola é a entidade social presente na vida de todos.

A escola presente na vida dos alunos-participantes é um curso preparatório ao ingresso do Colégio Tiradentes da Brigada Militar, na cidade de Passo Fundo-RS, localizado na região central do município.

O ensino na Brigada Militar foi instituído através da Lei Estadual n.º 12.349 de 26 de outubro de 2005 e tem por finalidade proporcionar a capacitação dos recursos humanos para o exercício dos cargos e funções previstos em sua organização básica, bem como desenvolver o Ensino Médio, em suas modalidades, de forma preparatória para o ingresso na carreira policial-militar⁷.

O ensino Médio Regular é desenvolvido pela Brigada Militar através do Colégio Tiradentes (CTBM) de Porto Alegre e de Passo Fundo, os quais obedecem à Lei de Organização Básica da Brigada Militar e seus regulamentos, tendo por base, no que lhes forem pertinentes, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, bem como, a organização do Sistema Estadual de Ensino, conforme artigo 5º da Lei acima referendada.

3.2.1 Os participantes da pesquisa

A pesquisa foi realizada com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, os quais faziam parte de um curso preparatório para a prova de seleção do Colégio Tiradentes da Brigada Militar, unidade de Passo Fundo. A opção por esses alunos foi intencional e dois critérios pesaram na escolha: a experiência anterior como docente do curso e a oportunidade de reunir, em uma mesma sala, alunos provenientes de escolas públicas e privadas, bem como de realidades sociais diversas. O referido curso está localizado no município de Passo Fundo, Estado do Rio Grande do Sul e possui vinte anos de experiência em preparação de alunos para realização de vestibulares e concursos em geral.

⁷ **LEI Nº. 12.349, DE 26 DE OUTUBRO DE 2005** (publicada no DOE nº. 204, de 27 de outubro de 2005). Institui o Ensino na Brigada Militar do Estado do Rio Grande do Sul e dá outras providências. Disponível em: www.al.rs.gov.br/Legis/Arquivos/12.349.pdf.

A turma onde foi realizada a pesquisa era formada por 75 alunos matriculados, cujas aulas ocorriam no turno da tarde, das 14 horas às 17 horas e 30 minutos, às segundas e terças feiras. Já nas primeiras semanas, foi constatada pelos professores do curso, tanto na área da Matemática como na de Língua Portuguesa, a necessidade de aumentar a carga horária devido à falta de conhecimentos considerados indispensáveis para um bom acompanhamento das aulas. Logo, a equipe de professores se prontificou a trabalhar com a turma às 5ª feiras à tarde, além de serem oferecidas, em três sábados à tarde e em um domingo pela manhã, algumas aulas de reforço. .

Dos 75 alunos matriculados, somente 47 entregaram assinados os termos de consentimento, dos quais 42 realizaram o teste, objeto da pesquisa. Acredita-se que esse baixo número de participantes se deveu ao fato de, no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, constar que a pesquisa seria feita através de análises de fotocópias das provas dos participantes e haveria a filmagem das aulas e das entrevistas dos alunos o que, provavelmente, intimidou boa parte deles, por não se sentirem confortáveis diante de uma câmara de vídeo. Ademais, alguns pais não concordaram em expor seus filhos, embora, no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, estivesse bem explicada a finalidade da pesquisa.

Além do Termo, foi esclarecido aos alunos que sua participação seria de extrema importância para o desenvolvimento da pesquisa, como uma forma de melhoria no ensino da Matemática e que suas imagens seriam usadas somente como uma forma de consulta pelo pesquisador e pelo orientador desta dissertação. Dos 42 alunos que realizaram o teste, 19 são meninos e 23, meninas.

Quadro da faixa etária dos participantes

Quadro 1

SEXO / IDADE EM ANOS	13	14	15	16	Total
Masculino	01	13	4	1	19

Feminino	03	17	3	0	23
Total	04	30	7	1	42

- A média de idade dos alunos participantes foi de 14 anos.

3.2.2 Geração de dados e seus instrumentos

Para iniciar um tempo de descobertas e surpresas, fazia-se necessária a geração de dados e, conforme a pressupõe Mason (1996, p. 61-167), na pesquisa qualitativa, não há coleta de informações completamente neutra em relação ao mundo social. A expressão ‘coleta de dados’ supõe que os dados já estão prontos, prestes a serem colhidos. É intencional o uso de geração de dados em vez de coleta de dados para limitar a imensa cadeia de relacionamento entre pesquisador, mundo social e dados, os quais o pesquisador qualitativo transpõe.

Na concepção de Mason (1996, p. 160-163), há a necessidade de uma atitude reflexiva sobre cada decisão tomada ao longo da pesquisa. O pesquisador precisa se preparar não apenas para o processo e a técnica de observação, mas também para a interação social. De acordo com a autora, tornava-se imprescindível ter clareza na utilização seja qual fosse o instrumento para a geração de dados.

Como o fator humano é preponderante na geração de todos os dados envolvidos em uma pesquisa, surge a indagação de Amorin (2001, p. 26) acerca do papel do pesquisador e seu outro, propondo a autora a 37^{dé}ia de que o pesquisador pretende ser aquele que acolhe e recebe o estranho, abandona seu território, desloca-se em direção ao país do outro para construir uma determinada escuta da alteridade e poder traduzi-la e transmiti-la. Nessa ótica, a escrita da pesquisa não se reduz a uma simples transcrição de conhecimentos produzidos em situação de campo.

Acrescenta-se que, além de uma mera reprodução, ela há de ser um caminho de transformação, uma via que possibilite muito mais do que sair da teoria para a prática e, sempre, indubitavelmente, pautada pela ética. Se a pesquisa envolve pesquisadores e pesquisados – ou pesquisadores e participantes -, é importante que a ética conduza as ações da mesma, a fim de que a investigação não traga prejuízo para nenhuma das partes envolvidas.

Logo, pautado pelos princípios da ética, elaborei um instrumento de investigação com questões abertas de Matemática, as quais foram aplicadas em sala de aula, acompanhadas de uma entrevista, mediante vídeo-gravação com alguns alunos. A vídeo - gravação de algumas aulas, visou à exploração, sistematicamente, da questão do erro.

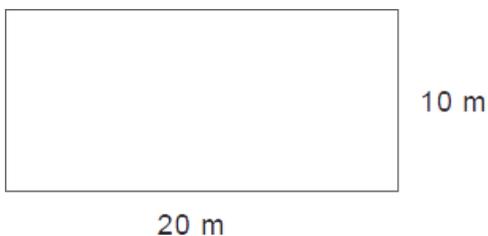
3.2.3 Instrumento de investigação

Os dados da pesquisa foram obtidos através de um teste com questões abertas (ANEXO 3) para alunos do curso preparatório ao teste de seleção do Colégio Tiradentes da Brigada Militar na cidade de Passo Fundo. A elaboração do instrumento de investigação foi lenta e cuidadosa, pois acreditava que o mesmo não deveria ser longo a ponto de desestimular as respostas dos alunos. A escolha por questões de Geometria Plana deveu-se ao fato de que um dos objetivos da pesquisa consistia em analisar os erros cometidos pelos alunos nesta área de estudo da Matemática.

Para elaborar esse instrumento de pesquisa, tomei por base questões que apareceram em testes de seleção do referido Colégio em anos anteriores, bem como o conteúdo desenvolvido em sala de aula com os alunos. Procurei colocá-las em crescente grau de dificuldade, tendo para cada figura geométrica uma questão básica sobre o cálculo de sua área; paulatinamente, foram acrescentadas situações que necessitavam de um conhecimento matemático ou de um raciocínio lógico mais apurado. Os enunciados das questões foram claros e objetivos, sem a intenção de confundir os alunos, ou levá-los a uma interpretação equivocada da linguagem.

Após levar em conta essas condições, assim ficaram as questões:

Questão nº 1 – Calcule a área do retângulo abaixo.



Essa questão exige do aluno o conhecimento mais básico sobre a área de um retângulo, isto é, o produto de suas duas dimensões, seja para o aluno essa dimensão de base e altura, lado 1

e lado 2, comprimento e largura, não importando sua nomenclatura e sim seu conhecimento. O objetivo desta questão era saber se o aluno tinha o conhecimento básico citado acima.

Questão nº 2 – Um retângulo de área igual 72 m^2 tem sua dimensão, uma igual ao dobro da outra. Quais são estas dimensões?

Esta questão, também versando sobre retângulo, permite a abordagem de várias formas, ao utilizar uma variável. Normalmente, a letra mais empregada por professores e alunos para representar uma variável desconhecida é o “x”, determinando uma das dimensões de “x” e a letra de “2x”. Se recorresse aos seus conhecimentos de álgebra, o estudante chegaria à solução. Além disso, ao utilizar o método da tentativa e erro, o aluno conseguiria chegar a uma conclusão sobre o valor das dimensões do retângulo. Novamente o interesse, além de identificar os erros cometidos, era verificar os procedimentos utilizados tanto para levar ao acerto como, e principalmente, os que levaram ao erro.

Questão nº 3 – Um retângulo tem sua dimensão aumentada em 10% e 20%. Sua área será acrescida em quanto por cento?

Na terceira questão, o aluno deve demonstrar, além do conhecimento da área de retângulo, um conhecimento básico sobre porcentagem. Mais uma vez, o estudante pode adotar várias formas para resolver a questão.

Questão nº 4 – A área de um triângulo de lado igual 5 m é:

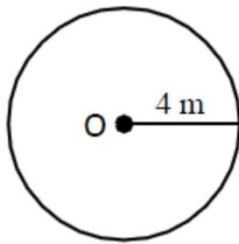
A figura plana, triângulo equilátero, foi amplamente trabalhada nas aulas de preparação para o exame de seleção, inclusive a dedução da fórmula para sua área. Essa figura plana, em particular, foi escolhida por aparecer em provas de anos anteriores; ademais, é a união triangular que forma um hexágono regular, figura também estudada em sala de aula.

Questão nº 5 – A área de um triângulo de lado igual a $3\sqrt{5}$ m é:

A única diferença entre a questão nº 4 e a nº 5 é o valor para o lado do triângulo; enquanto na questão nº 4, o valor do lado, que dever ser elevado ao quadrado, é

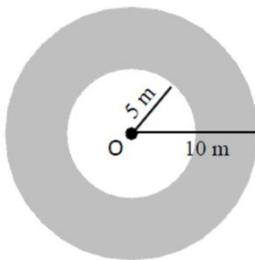
5m, na de n° 5, é $3\sqrt{5}m$. O objetivo aqui foi verificar como se comportaria o aluno diante de uma potência com um maior grau de dificuldade; afinal, elevar 5^2 é simples, já $(3\sqrt{5})^2$ exige maior conhecimento matemático e mais atenção por parte do aluno.

Questão n°. 6 – Qual a área do círculo abaixo, com raio igual a 4 m?



A questão acima solicita a área de um círculo quando é fornecido o valor de seu raio. Após o recebimento do instrumento de investigação por parte dos alunos, foram repassadas informações para o desenvolvimento do mesmo, momento em que se esclareceu que, nas questões de n° 6, 7 e 8, que envolviam áreas de círculos, não havia a necessidade de substituir o valor de π (40d) por 3,14; deveriam apresentar as respostas em função de π (40d). A questão teve como objetivo verificar se o aluno possuía os conhecimentos necessários para calcular a área de círculo, não colocando dificuldade alguma, ou seja, fornecido o raio do círculo, bastava substituir na fórmula de área.

Questão n° 7- Qual a área da região sombreada, sendo o raio do círculo maior igual a 10 cm e o do menor igual a 5 cm?



A referida questão trata da área de uma coroa circular, figura também amplamente trabalhada em sala de aula, sem uma fórmula pronta. Trabalhei com os alunos a 40déia de

calcular as áreas dos dois circulares, do maior e do menor, subtraindo os dois resultados encontrados, obtendo, assim, área da coroa circular, não havendo, portanto, a necessidade de saber outra fórmula que não a da área de um círculo.

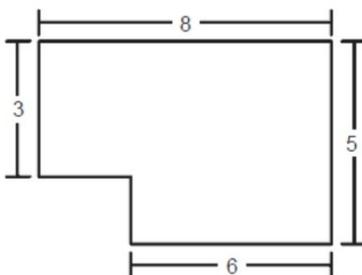
Questão n° 8 – Qual a área da região sombreada, sendo o raio do círculo maior igual a 10 cm e do menor igual a 5 cm?



O princípio de resolução da questão n° 8 é igual ao da questão anterior, bastando calcular a área dos dois circulares e subtrair os resultados encontrados. Porém, enquanto a questão n° 7, que trata da área da coroa circular de dois circulares concêntricos, situação explorada em livros didáticos e provas de seleção para concursos e vestibulares, é realmente conhecida pela maioria dos alunos, a questão n° 8 não foi trabalhada em sala de aula, mesmo que seu princípio de resolução seja o mesmo. Como é uma situação incomum para o aluno, este deveria visualizar ou ter a compreensão de que se trata do mesmo problema; entretanto, existe a probabilidade de alguns se confundirem, caso tiverem dificuldades em analisar informações.

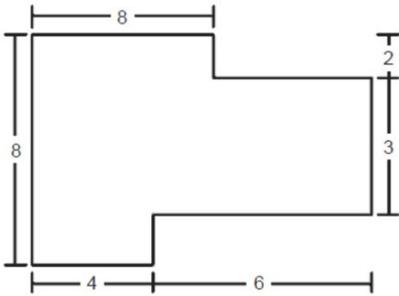
Houve bastante cuidado quanto aos valores iguais nas duas questões, considerando os raios dos dois circulares, 10m e 5m, raio do círculo maior e menor, respectivamente. O aluno, portanto, deveria encontrar o mesmo resultado para as questões de n° 7 e 8.

Questão n° 9 – A figura abaixo representa a planta de um apartamento.



A área total é de (m²):

Questão nº. 10 – A figura abaixo representa a planta de um apartamento.



A área total é de (m²):

3.2.4 Procedimentos de análise

À medida que os instrumentos de investigação eram analisados, inseriam-se as respostas em uma planilha. Obtidos todos os dados, buscando identificar suas possíveis interpretações, procurou-se agrupá-los em relação às perguntas da pesquisa.

O procedimento de análise de dados, embora, muitas vezes, permeado pelas considerações teóricas e metodológicas, em algumas ocasiões transcorreu intuitivamente, como um resgate de experiências já vivenciadas no relacionamento com os alunos em sala de aula. Isto possibilitou o ato de silenciar, observar, refletir sobre as repostas registradas nos instrumentos e, nessa simbiose, buscar respostas; algumas esperadas, outras tantas, surpreendentes.

As diversas leituras dos dados gerados foram despertando minhas interpretações, pois sempre procurei, amparado nos referenciais teóricos, refletir sobre os discursos gerados pelo

alunado e ver neles uma oportunidade de construir novos caminhos, novas possibilidades de ensino-aprendizagem de Matemática.

Para Freitas e Janissek (2000), a análise do conteúdo é um processo objetivo, sistemático e quantitativo. Acrescentam ainda que, a partir de dados qualitativos, realiza-se um agrupamento quantitativo que possibilita uma análise qualitativa novamente.

Na perspectiva da produção desta dissertação, a superação ou a erradicação do erro no processo ensino-aprendizagem é inatingível, pois entendo que é por meio, também, dos erros que os alunos podem se conscientizar de suas dificuldades e construir seu conhecimento. Contudo, não é uma tarefa tão simples de se realizar, pois, *a priori*, acredito ser necessário, através de uma pesquisa, questionar e problematizar essas dificuldades.

Visto que a pesquisa se realizou com a aplicação de um instrumento de investigação, a análise quantitativa traz os dados organizados de forma geral e permite fazer algumas interpretações sobre as dificuldades encontradas pelos alunos para que, em um segundo momento, imergir nesses dados e explorar e interpretar ao máximo as informações contidas neste instrumento de investigação.

4.1 A quantificação dos erros

Participaram da pesquisa 38 alunos de 8ª série, provenientes de escolas públicas e privadas da região de Passo Fundo. A seguir, é apresentado um quadro com o número e percentagem dos alunos participantes que acertaram, erraram ou não responderam às questões do instrumento de investigação.

Quadro 2

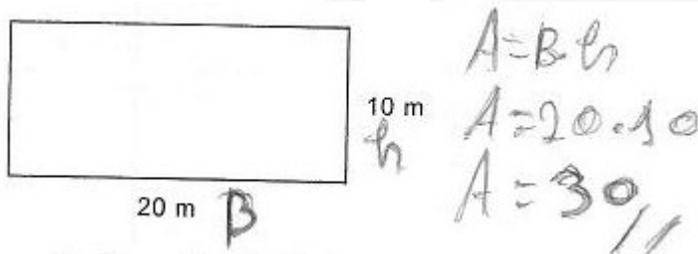
QUESTÕES	ACERTARAM		ERRARAM		NÃO RESPONDERAM	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
1	35	92,11%	1	2,63%	2	5,26%
2	9	23,68%	19	50%	10	26,32%
3	8	21,06%	19	50%	11	28,94%
4	31	81,59%	5	13,15%	2	5,26%
5	16	39,48%	20	52,64%	2	5,26%
6	29	76,33%	5	13,15%	4	10,52%
7	19	50%	13	34,20%	6	15,80%
8	17	44,75%	14	36,83%	7	18,42%
9	13	34,21%	20	52,64%	5	13,15%
10	11	28,94%	19	50%	8	21,06%

4.2 Investigação dos Erros Obtidos

Questão n°. 1

Trata-se, sem dúvida, da questão mais simples do instrumento de investigação aplicado, pois apenas solicita que o aluno calcule a área de um retângulo, conhecidas suas dimensões. Verificou-se que apenas 3 dos 38 alunos que participaram da pesquisa não conseguiram resolvê-la; dos três, dois não responderam e um, o A10, errou a questão, embora demonstrasse possuir um conhecimento sobre a figura plana em questão, pois identificou no desenho base e altura do retângulo, representando-o por **B** a base e por **h** a altura. Entretanto, no momento de realizar o produto **B.h**, houve, por parte do referido aluno, a troca das operações aritméticas: em vez de multiplicar, somou, determinando $A=20.10=30$.

Figura 01 – Resposta do aluno A10



Fonte: Material do aluno A10

É importante a constatação de que 92,11% acertaram a questão, ou seja, a grande maioria dos alunos possuía o conhecimento de como se calcula a área de um retângulo. Essa porcentagem se torna ainda mais importante quando se verifica que, nos próximos dois problemas, que também envolvem retângulos, o índice de acertos caiu para 23,68% e 21,06%, respectivamente.

Questão nº. 2

Na questão nº 2, o fato marcante é que somente dez alunos conseguiram interpretá-la corretamente, ou seja, perceberam a necessidade de se dobrar a área da figura, o que demonstra a dificuldade em entender o enunciado. Logo, não seria um erro especificamente matemático, mas sim uma falta de compreensão da solicitação, embora o enunciado fosse claro, ao afirmar que, em um retângulo de 72m^2 de área, suas medidas devem ser uma o dobro da outra, perguntando quais devem ser estas medidas e não para duplicar a área do retângulo. Convém ainda ressaltar que apenas dois alunos, A4 e A14, usaram elementos algébricos para calcular as medidas; mesmo assim, não conseguiram terminar a questão, conforme mostram as figuras 02 e 03. Percebi que o aluno A4 montou um sistema corretamente, mas tentou determinar x e y por tentativas, errando o produto $12 \times 6 = 78$.

Figura 02 – Resposta do aluno A4

$$\begin{cases} 2x = y \\ 2x + y = 42 \end{cases}$$

$$6 \times 12 = 72$$

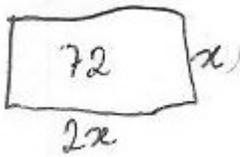
$$12 \times 6 = 72$$

$$12 \times 6 = 72$$

$$13 \times 5 = 65$$

Fonte: Material aluno A4

Figura 03 – Resposta do aluno A14



Fonte: Material aluno A14

Questão n°. 3

Neste caso, alguns alunos, mesmo atribuindo um valor numérico para os lados do retângulo, determinando sua área para, em seguida, aumentar em 10% e 20% os valores atribuídos, recalculando a área, não conseguem determinar a porcentagem de aumento; alguns ainda apresentam como resposta o aumento da área, que não significa necessariamente o aumento percentual. Observemos algumas situações encontradas:

Figura 04 – Resposta do aluno A4

$$10 \times 20 = 200 \text{ m}^2$$

$$17 \times 22 = 374$$

$$100 \times 42 = 4200$$

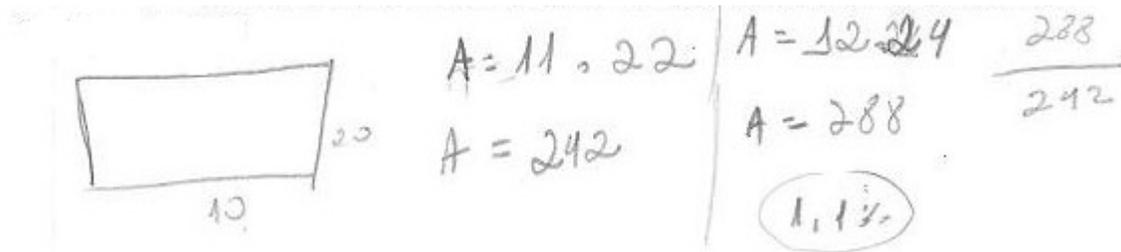
$$200x = 4200$$

$$21\%$$

Fonte: Material aluno A4

Nesta resposta, observa-se que o aluno A4 possui uma linha de raciocínio completa, porém errou ao determinar 20% de 20, encontrando 22. O mesmo acontece com o A9, conforme figura 05

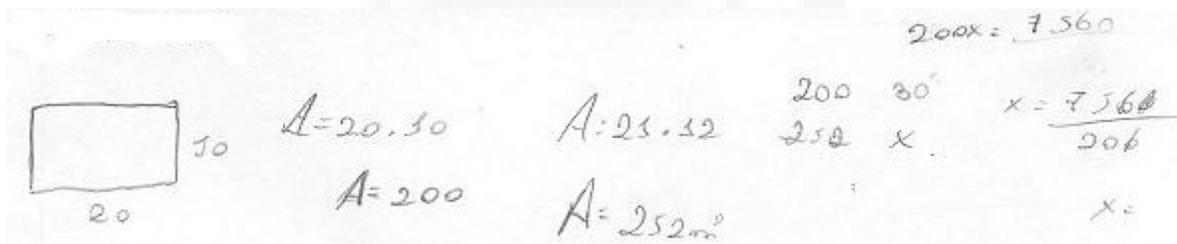
Figura 05 – Resposta do aluno A9



Fonte: Material aluno A9

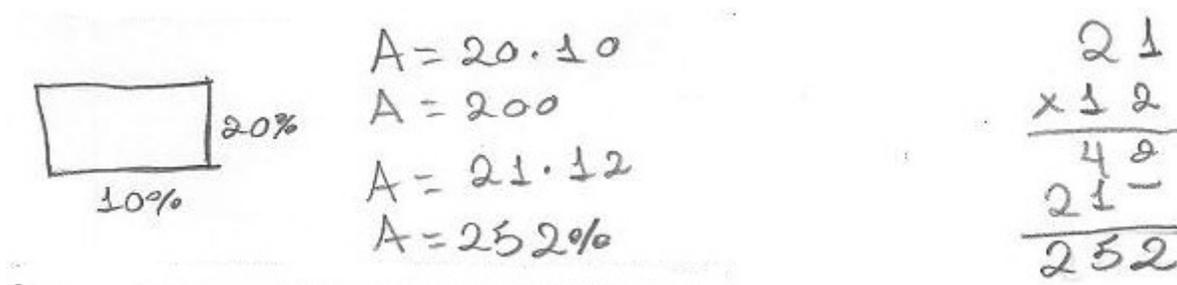
Situação semelhante ocorreu com os alunos A28 e A30 ao cometerem um erro no cálculo da porcentagem: ao aumentar uma das dimensões, atribuíram para um dos lados do retângulo valor 20; aumentado 10%, determinaram 21, situações ilustradas nas figuras 06 e 07, respectivamente, pelos alunos A28 e A30.

Figura 06 – Resposta do aluno A28



Fonte: Material aluno A28

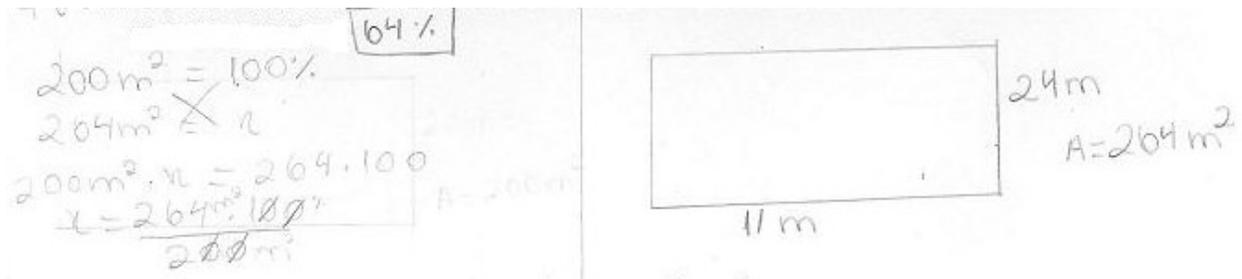
Figura 07 – Resposta do aluno A30



Fonte: Material aluno A30

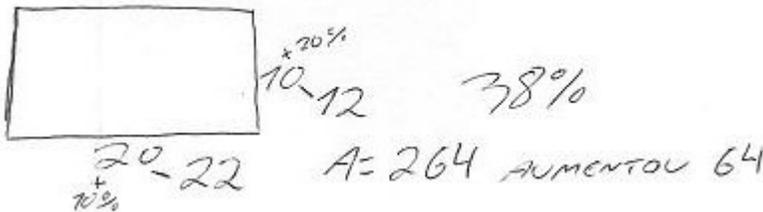
Ainda, com referência a erros no cálculo da porcentagem, dois alunos, A22 e A37, que cometeram erros na parte final do problema, calcularam a porcentagem de aumento das dimensões corretamente. Para esses alunos, o entendimento do cálculo da área de um retângulo está adequada, uma vez que seus erros apareceram em uma outra parte do estudo da matemática. Abaixo, a resolução dos alunos:

Figura 08 – Resposta do aluno A22



Fonte: Material aluno A22

Figura 09- - Resposta do aluno A37



Fonte: Material aluno A37

Questão n°. 4

Quanto ao conhecimento da figura plana (triângulo equilátero), verificou-se que seu entendimento foi amplo, já que 81,59% acertaram a questão que envolvia o cálculo de sua área; destes, a sua totalidade aplicou a fórmula $l^2\sqrt{3}/4$ diretamente; nenhum aluno resolveu por partes, ou decomps o triângulo para determinar sua altura e base.

Convém novamente ressaltar que, durante as aulas, foi demonstrada à turma a dedução para se chegar à fórmula específica da área do triângulo equilátero. Todos os alunos que erraram ou não responderam, desenharam o triângulo com três lados iguais (de 5m),

demonstrando conhecimento da figura plana, triângulo 49días49te49. Seus erros, basicamente, foram dois: a) esquecimento/desconhecimento da fórmula específica da área; b) utilização da fórmula incompleta/errada; neste caso, não elevam o lado do triângulo ao quadrado.

O aluno A20, provavelmente por falta de atenção, apresentou o resultado $25\sqrt{3}/2$; utilizou a fórmula correta $l^2\sqrt{3}/4$, mas, na hora de apresentar a resposta, trocou o denominador 4 por 2 (Figura 10). O aluno A19 confundiu triângulo 49días49te49 com hexágono regular, erro que se explica, pois, nas aulas de revisão, foi estudado o hexágono regular como a composição de 6 triângulos 49días49te49i (Figura 11).

Figura 10 – Resposta do aluno A20

$$A = \frac{s^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{s^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{25 \sqrt{3}}{2}$$

Fonte: Material aluno A20

Figura 11 – Resposta do aluno A19

$$A = 6 \cdot \frac{s^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = 1.25 \sqrt{3}$$

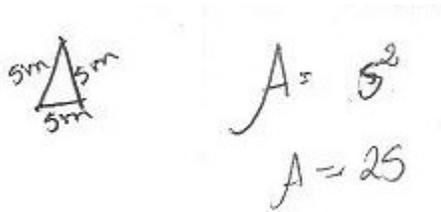
$$A = 3.25 \sqrt{3}$$

$$A = \frac{75 \sqrt{3}}{2}$$

Fonte: Material aluno A19

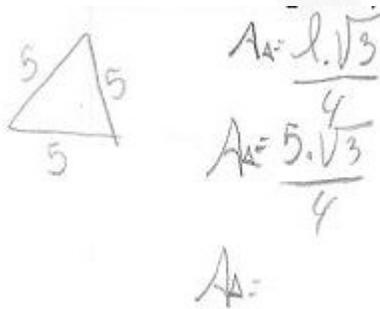
Dos 5 alunos que erraram a questão, 4 possuem o conhecimento da figura, tanto que a desenharam corretamente. Conforme comentário anterior, um deles, o A20, e outros três, o A5, o A16 e o A36, têm, respectivamente, suas respostas ilustradas nas figuras abaixo:

Figura 12 – Resposta do aluno A5



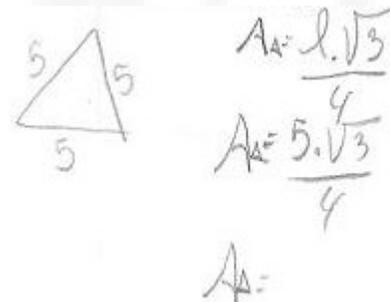
Fonte: Material aluno A5

Figura 13 – Resposta do aluno A16



Fonte: Material aluno A16

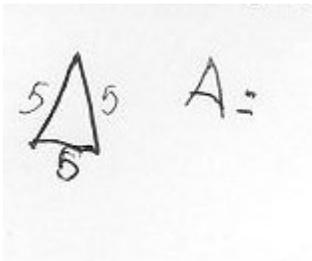
Figura 14 – Resposta do aluno A36



Fonte: Material aluno A36

Cabe, ainda, ressaltar que os 2 alunos que não responderam também fizeram o desenho do triângulo equilátero, como demonstram as figuras 15 e 16. Dos 38 alunos que participaram da pesquisa, apenas um, o A19, confundiu triângulo equilátero com hexágono regular. Os demais, embora tenham cometido algum erro ou lapso, demonstraram ter o conhecimento básico do triângulo equilátero, ou seja, um triângulo com três lados iguais.

Figura 15 – Resposta do aluno A8



Fonte: Material aluno A8

Figura 16 – Resposta do aluno A10



Fonte: Material aluno A10

Questão n.º 5

Na questão n.º 5, ficou evidente a dificuldade do aluno em trabalhar com potenciação quando a base possui um produto, em que um dos fatores é um radical. Confirmam-se aqui as suspeitas anteriores ao início desta pesquisa. Basicamente, os 20 alunos que erraram esta questão foi por elevaram de forma incorreta $(3\sqrt{5})^2$, encontrando os mais diversos resultados, os quais, mais adiante, serão explorados. Novamente o aluno A19 trocou triângulo equilátero pelo hexágono regular, fato ocorrido também na questão n.º 4, do que se deduz não se tratar de um

erro de falta de atenção e sim, para o referido aluno, não ficou estabelecida a diferença entre as duas figuras geométricas.

Figura 17 – Resposta do aluno A19

$$A = 6 \cdot \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = 6 \cdot 3 \cdot 5$$

$$A = \frac{3 \cdot 3 \cdot 5}{2}$$

$$A = \frac{3 \cdot 5}{2}$$

Fonte: Material aluno A19

Os alunos A4, A10, A20 e A35 cometeram o mesmo erro, ou seja, para elevar $(3\sqrt{5})^2$, acreditavam que somente o radical estaria elevado ao quadrado. Assim, “cortaram” o expoente com o radical, encontrando para $(3\sqrt{5})^2 = 3 \cdot 5 = 15$, como se pode verificar nas figuras abaixo:

Figura 18 – Resposta do aluno A4

$$\frac{15\sqrt{3}}{4}$$

Fonte: Material aluno A4

Figura 19 – Resposta do aluno A10

$$A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = 3 \cdot 5$$

$$A = 3 \cdot 5$$

Fonte Material aluno A10

Figura 20 – Resposta do aluno A20

$$A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{3\sqrt{5} \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

Fonte: Material aluno A20

Figura 21 – Resposta do aluno A35

$$A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{35\sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{3\sqrt{5} \sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

Fonte: Material aluno A35

Enfim, foram 20 erros de potenciação dos mais variados tipos, que estarão listados mais adiante. Destaca-se que a maioria dos erros encontrados não foi relativa ao conhecimento da figura plana, triângulo 53días53te53, já que, na questão anterior, onde o valor do lado é 5 m, o índice de acerto foi de 81,59%. Com a mudança do valor do lado para $3\sqrt{5}$ m, o índice de acertos baixaria para menos da metade: 39,48%.

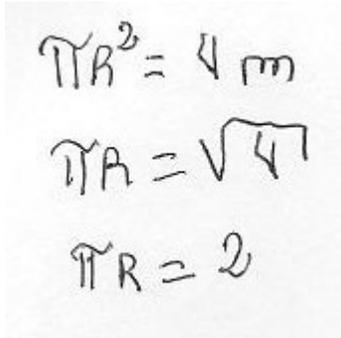
Questão nº. 6

Terceira questão com maior número de acertos, 29 alunos (73,31%) acertaram, 5 (13,15%) erraram e 4 (10,52%) não responderam. Praticamente dois terços da turma sabia como se calculava a área de um círculo. Novamente destaco a importância desse índice de acertos quando compararmos com as duas próximas questões que também envolvem cálculo da área do círculo.

Dos erros cometidos, ressalta-se aqui a solução encontrada pelo aluno A8 (Figura 22), o qual confundiu o valor do raio como sendo o valor da área do círculo. Já o aluno A23 (Figura 23), utilizou a fórmula da área do triângulo equilátero para calcular a área do círculo. Nota-se que este aluno não conseguiu perceber a diferença entre as figuras geométricas, pois trocou raio por

lado. Destaca-se, também, a forma com que o aluno A35 (Figura 24) resolveu: para ele, ainda não está clara a diferença entre a área de um círculo e comprimento de uma circunferência.

Figura 22 – Resposta do aluno A8



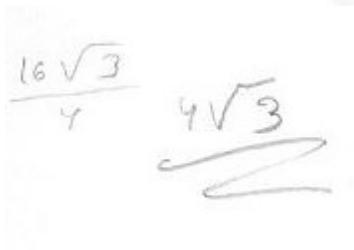
$$\pi R^2 = 4 \text{ m}$$

$$\pi R = \sqrt{4\pi}$$

$$\pi R = 2$$

Fonte: Material aluno A8

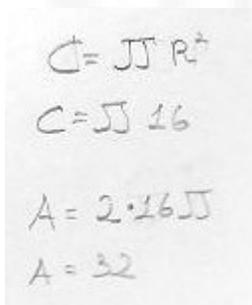
Figura 23 – Resposta do aluno A23



$$\frac{16\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

Fonte: Material aluno A23

Figura 24 – Resposta do aluno A35



$$C = \pi R^2$$

$$C = \pi 16$$

$$A = 2 \cdot 16\pi$$

$$A = 32$$

Fonte: Material aluno A35

Questão n.º 7

Na questão nº 7, metade dos alunos acertou – dez a menos que a questão nº. 6 - , que também envolve a área de um círculo. Extraíram-se, em relação à questão, alguns erros que merecem ser mencionados. Três alunos, A26, A28 e A37, figuras 25, 26 e 27, respectivamente, armaram o problema de forma correta; porém, no final, fizeram uma simplificação que não é possível: $100\pi - 25\pi = 75$. Os referidos alunos “cortaram” o π em ambas as parcelas, fazendo com que ele desaparecesse, encontrando, como solução final, somente 75 e não 75π , como seria o correto.

Figura 25 – Resposta do aluno A26

$$A = A_0 - A_0$$

$$A_0 = \pi 100 = 25\pi$$

$$100 - 25$$

$$A = 75 \text{ m}^2$$

Fonte: Material aluno A26

Figura 26 – Resposta do aluno A28

$$A_0 = A_0 - A_0$$

$$A_0 = \pi 10^2 - \pi 5^2$$

$$A_0 = \pi 100 - \pi 25$$

$$A = 75 \text{ m}^2$$

Fonte: Material aluno A28

Figura 27 – Resposta do aluno A37

$$\begin{aligned} & \pi 10^2 - \pi 5^2 \\ & \pi 100 - \pi 25 \\ & 100 - 25 = \\ & A = 75 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Fonte: Material do aluno A37

Dois alunos, A5 e A38 (Figuras 28 e 29), determinaram as áreas dos dois círculos, encontrando os valores 100π e 75π . No entanto, não prosseguiram, pois deixaram de subtrair os dois valores encontrados, numa demonstração que sabiam calcular a área de um círculo, mas a ideia de tirar da área do círculo maior a do menor, ainda não está bem formada.

Figura 28 – Resposta do aluno A5

$$\begin{array}{ll} A = \pi R^2 & A = \pi R^2 \\ A = \pi 10^2 & A = \pi 5^2 \\ A = \pi 100 & A = \pi 25 \end{array}$$

Fonte: Material aluno A5

Figura 29 – Resposta do aluno A38

$$\begin{array}{l} A = \pi \cdot x^2 \\ A = \pi \cdot 5^2 \\ \boxed{A = \pi \cdot 25} \end{array} \quad \begin{array}{l} A = \pi \cdot x^2 \\ A = \pi \cdot 10^2 \\ \boxed{A = \pi \cdot 100} \end{array}$$

Fonte: Material aluno A38

Penso ser importante destacar a forma como dois alunos resolveram a questão: o A23 que subtraiu $100 - 25 = 65$ (Figura 30), um típico erro de falta de atenção ou distração e o A3, que não elevou ao quadrado os valores dos raios, determinando $10\pi - 5\pi$. O que surpreende é que no problema anterior, onde também havia a necessidade do cálculo da área do círculo, este aluno o fez corretamente, Já, o A35 repetiu o erro da questão anterior, ou seja, confundiu o comprimento de uma circunferência e área de um círculo, conforme demonstração da figura 31.

Figura 30 – Resposta do aluno A23

Handwritten work for Figure 30:

$$\begin{aligned} \text{I } r^2 &= 100 \\ \text{II } r^2 &= 25 \\ 100 - 25 & \\ \hline 65 & \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Fonte: Material aluno A23

Figura 31 – Resposta do aluno A35

Handwritten work for Figure 31:

$$\begin{aligned} C &= \pi r^2 \\ C &= \pi 5^2 \\ C &= \pi 25 \\ A &= 2\pi R \\ A &= 2\pi 25 \\ A &= 2 \cdot 25\pi \\ A &= 50\pi \end{aligned}$$

Fonte: Material aluno A35

Questão nº. 8

No problema n° 8 – bastante parecido ao n° 7, apenas as posições internas dos círculos são diferentes -, a quantidade de alunos que acertou, errou ou não respondeu é muito semelhante. Dezesete alunos conseguiram desenvolver corretamente a questão, dois a menos que na anterior, fato que ocasionou a retomada da análise a fim de identificar se foram os mesmos discentes que acertaram as duas questões. Concluiu-se que três acertaram a n°. 7 e erraram a n°. 8, enquanto dois fizeram o contrário; acertaram a n°. 8 e erraram a n°. 7.

Na prática, a resolução de ambos os problemas é idêntica. Exponho, a partir daqui, alguns erros que acredito devam ser destacados. Os alunos A3, A5 e A8, figuras 32, 33 e 34, respectivamente, cometeram o mesmo erro, ao, simplesmente, subtrair o valor dos dois raios, com a diferença de que o A3 apresentou π na resposta, elemento este que o A5 e o A8 não o apresentaram. .

Figura 32 – Resposta do aluno A3

$$A_{\odot} = A_{\odot} - A_{\odot}$$

$$A_{\odot} = 10\pi - 5\pi$$

$$A_{\odot} = 5\pi \text{ m}$$

Fonte: Material aluno A3

Figura 33 – Resposta do aluno A5

$$A_{\odot} = A_{\odot} - A_{\odot}$$

$$\Delta = 10 - 5$$

$$A = 5 \text{ cm}^2$$

Fonte: Material do aluno A5

Figura 34 – Resposta do aluno A8

$$A_0 - A_0$$

$$\Delta = +10 - 5$$

$$A = 5 \text{ cm}^2$$

Fonte: Material aluno A8

Dois alunos, o A20 e o A32, cometeram um erro similar, que acredito ter ocorrido por distração, haja vista ambos terem acertado a questão anterior, ao contrário desta, na qual, ao invés de subtrair $100\pi - 25\pi$, somaram $100\pi + 25\pi$, determinando 125π , conforme penso verificar nas figuras 35 e 36.

Figura 35 – Resposta do aluno A20

$$A = \pi R^2$$

$$A = \pi 10^2$$

$$A = 100\pi$$

$$A = \pi R^2$$

$$A = \pi 5^2$$

$$A = 25\pi$$

$$A = 125 \text{ cm}^2$$

Fonte: Material aluno A20

Figura 36 – Resposta do aluno A32

$$A_0 + A_0$$

$$\Delta = \pi \cdot 10^2 + \pi \cdot 5^2$$

$$\Delta = \pi 100 + \pi 25$$

$$\Delta = 125\pi \text{ cm}^2$$

Fonte: Material aluno A32

Uma distorção da definição da área do círculo, de modo que seja aplicável ao problema, aconteceu com os alunos A26 e A35. O A26 utilizou a fórmula da área do triângulo $\frac{1}{2}bh$ para calcular a área de um círculo, enquanto o A35 confundiu o comprimento de

uma circunferência com sua área, fato com ele ocorrido também na questão n°. 7, conforme a figura 31. Vejamos a alteração aplicada por esses dois alunos nas figuras 37 e 38.

Figura 37 – Resposta do aluno A26

$$\begin{aligned}
 A_{\odot} &= A_{\odot} - A_{\odot} \\
 A_{\odot} &= \frac{10^2\sqrt{3}}{4} - \frac{5^2\sqrt{3}}{4} \\
 A_{\odot} &= \frac{100\sqrt{3}}{4} - \frac{25\sqrt{3}}{4} \\
 A_{\odot} &= 25\sqrt{3} - \underline{12,5\sqrt{3}} \\
 A_{\odot} &= 12,5\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Fonte: Material aluno A26

Figura 38 – Resposta do aluno A35

$C = JJ R^2$	$C = JJ R^2$
$C = JJ 5^2$	$C = JJ 10^2$
$C = JJ 25$	$C = JJ 100$
$A = 2 \cdot 25J$	$A = 2 \cdot 100J$
$A = 50J$	$A = 200J$

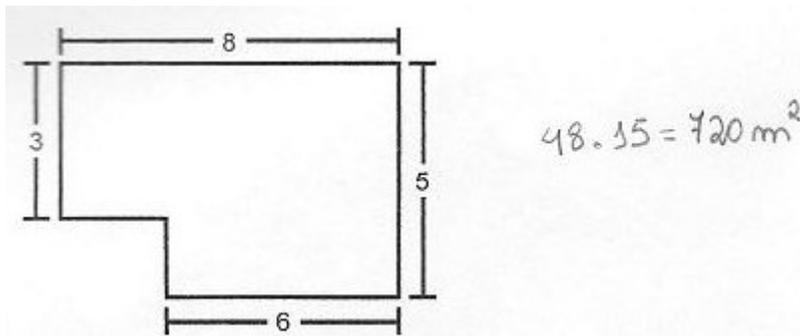
Fonte: Material aluno A35

Questão n°. 9

A questão n° 9 apresenta uma situação para o cálculo da área de um apartamento. Tornou-se evidente a dificuldade, por parte dos alunos, em decompor uma figura em outras menores. Aproximadamente, um terço dos alunos (34,21%), demonstrou esta habilidade. Algumas resoluções são, sem dúvida, típicas e únicas, numa demonstração da imaginação do aluno diante

de uma situação desconhecida. Vejamos algumas dessas soluções: O A2 apresentou $48 \cdot 15 = 720\text{m}^2$, o que me levou a deduzir que este valor resultou das medidas do apartamento através do produto de duas paredes paralelas; para encontrar 48 multiplicou $8 \times 6 = 48$ e para encontrar 15 multiplicou as outras duas paredes paralelas $3 \times 5 = 15$; em seguida, multiplicou $48 \times 15 = 720$, afirmando ser esta a área do apartamento. Verifica-se essa tentativa de acerto na figura 39.

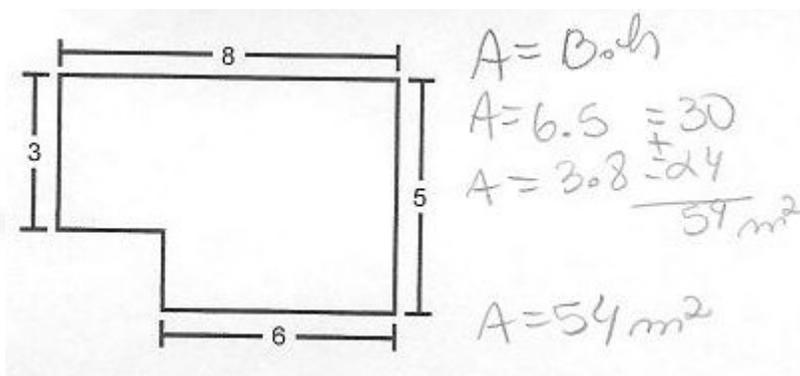
Figura 39 – Resposta do aluno A2



Fonte: Material aluno A2

O A34 fez algo semelhante para encontrar a área do apartamento: ao invés de multiplicar os lados paralelos, multiplicou os lados consecutivos dois a dois, como se pode ver na figura 40.

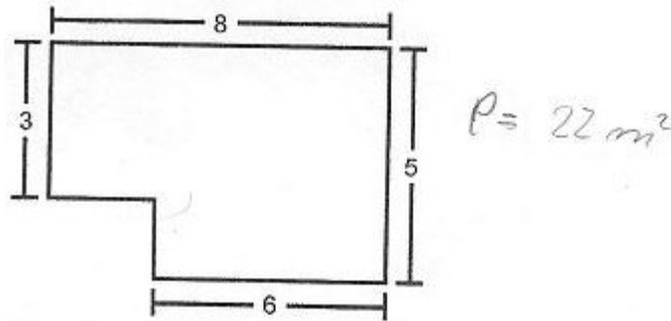
Figura 40 – Resposta do aluno A34



Fonte: Material aluno A34

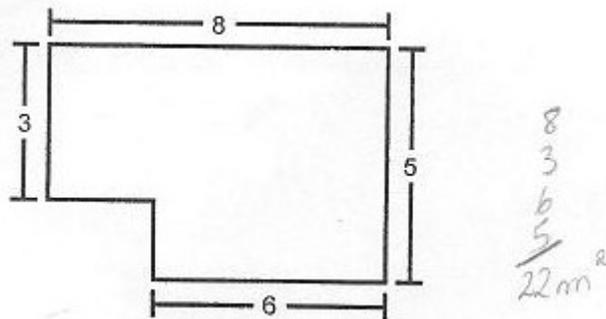
Já os alunos A11 e A19, para determinarem a área do apartamento, somaram todas as medidas dos lados, apresentando como solução $8 + 3 + 6 + 5 = 22\text{m}^2$. Para ambos, o conceito de área e perímetro se confundem, conforme se pode verificar nas figura 41 e 42.

Figura 41 – Resposta do aluno A11



Fonte: Material aluno A11

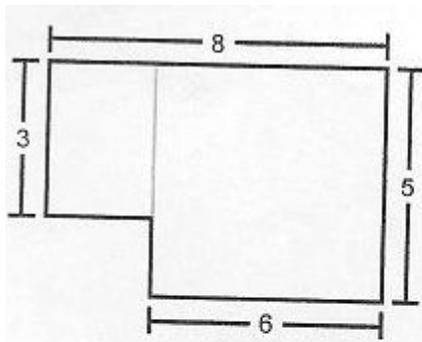
Figura 42 – Resposta do aluno A19



Fonte: Material aluno A19

Um grande número de alunos possui a percepção de que, para determinar a área do apartamento, deve-se decompô-lo em retângulos menores; porém, em algum momento, erram, seja por falta de atenção nas operações aritméticas ou por não saberem o que fazer após determinar as áreas menores. Para ilustrar, separei alguns erros que representam as situações acima citadas. Primeiramente, o aluno A33 (Figura 43), que decompôs o apartamento em duas áreas, no caso, dois retângulos, determinando para a área de um, 6m^2 e para a do outro 30m^2 , ao invés de somar as duas áreas encontradas para reconstruir o apartamento, ele as multiplicou, determinando $6 \times 30 = 180\text{m}^2$.

Figura 43 – Resposta do aluno A33



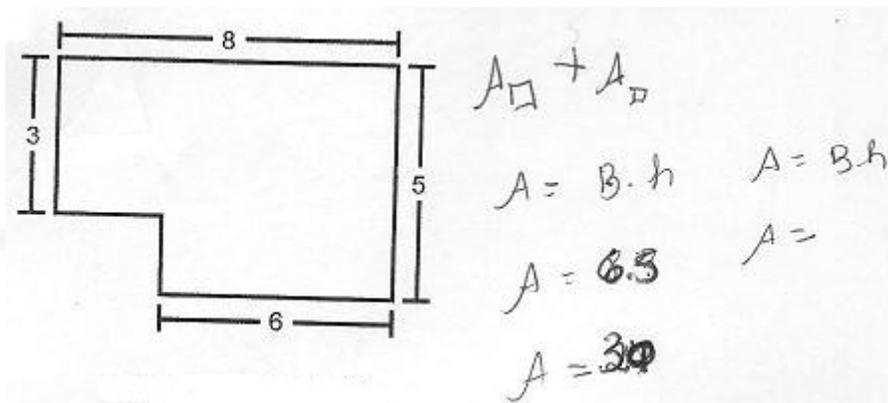
A área total é de (m²):

$$\begin{array}{l|l|l}
 A_{\square} = B \cdot h & A_{\square} = B \cdot h & A_{\square} \cdot A_{\square} = \\
 A_{\square} = 3 \cdot 3 & A_{\square} = 6 \cdot 5 & A = 6 \cdot 30 \\
 A_{\square} = 9 \text{ m} & A_{\square} = 30 \text{ m} & A = 180 \text{ m}^2
 \end{array}$$

Fonte: Material aluno A33

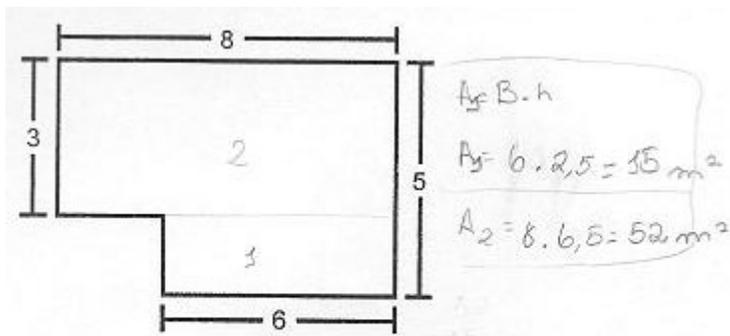
Outros alunos, como os A5, A7, A8, A20 e o A21, figuras 44, 45, 46, 47 e 48, respectivamente, dividiram o apartamento em áreas menores, mas erraram em algum momento do desenvolvimento do problema.

Figura 44 – Resposta do aluno A5



Fonte: Material aluno A5

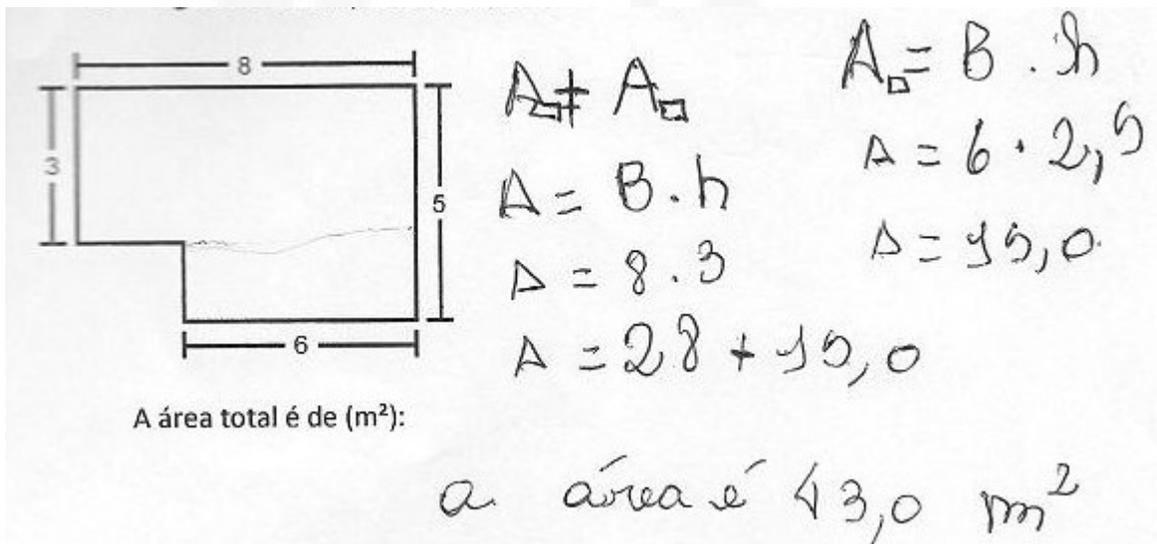
Figura 45 – Resposta do aluno A7



A área total é de (m^2): 67 m^2

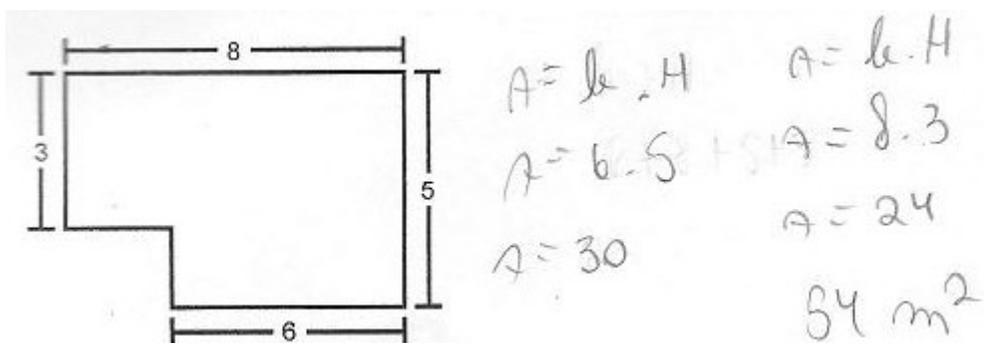
Fonte: Material aluno A7

Figura 46 – Resposta do aluno A8



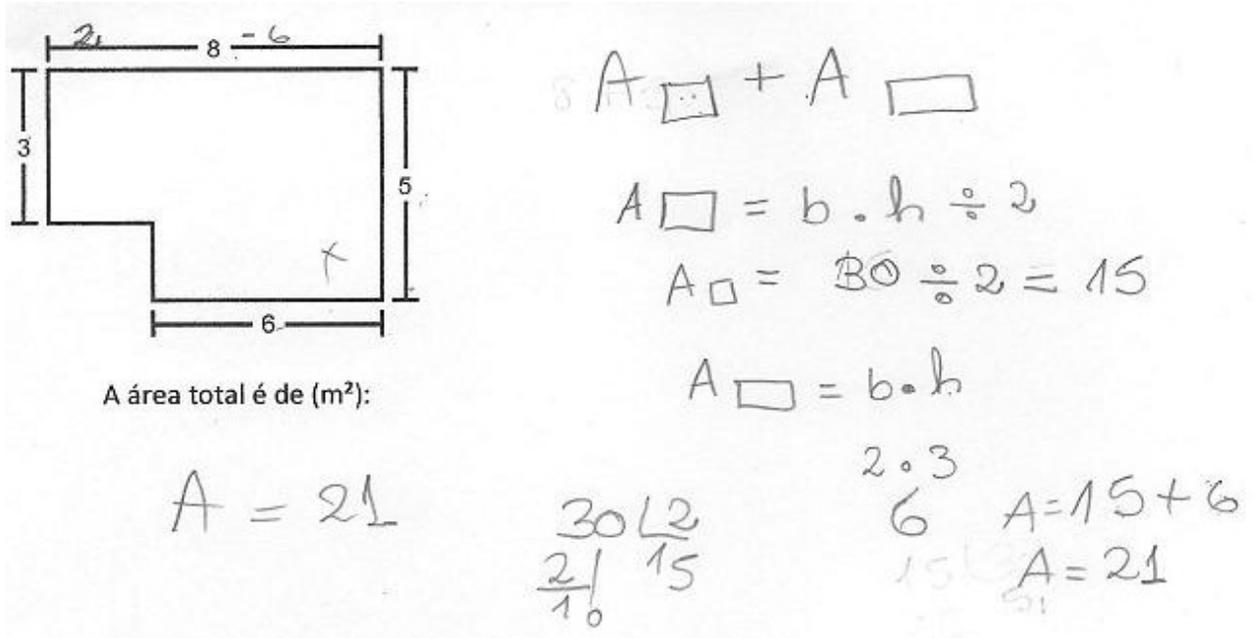
Fonte: Material aluno A8

Figura 47 – Resposta do aluno A20



Fonte: Material aluno A20

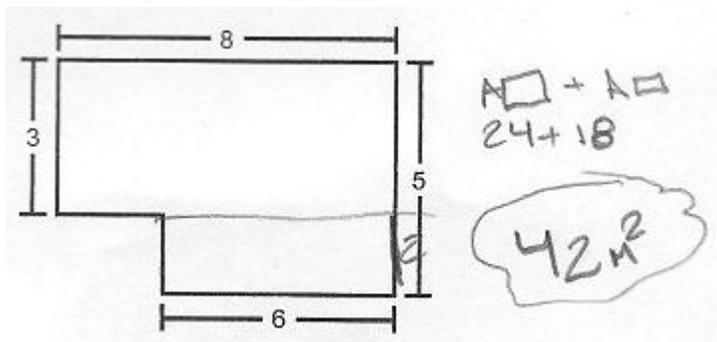
Figura 48 – Resposta do aluno A21



Fonte: Material aluno 21

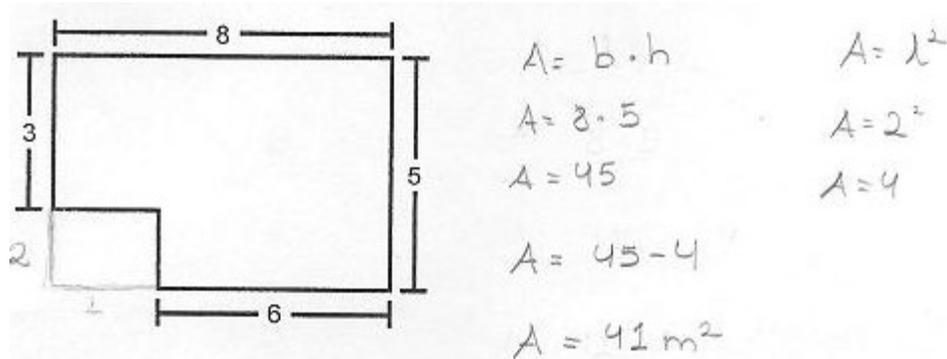
Já os alunos A4 e A35, respectivamente, figuras 49 e 50, cometeram um erro clássico de falta de atenção/distração em operações numéricas. O A4 errou o produto $2 \times 6 = 18$, enquanto o A35 multiplicou incorretamente $8 \times 5 = 45$. Convém dizer que ambos decomposeram a área do apartamento em outras duas áreas menores, no caso em dois retângulos, no entanto não acertaram os produtos mencionados.

Figura 49 – Resposta do aluno A4



Fonte: Material aluno A4

Figura 50 – Resposta do aluno A35



Fonte: Material aluno A35

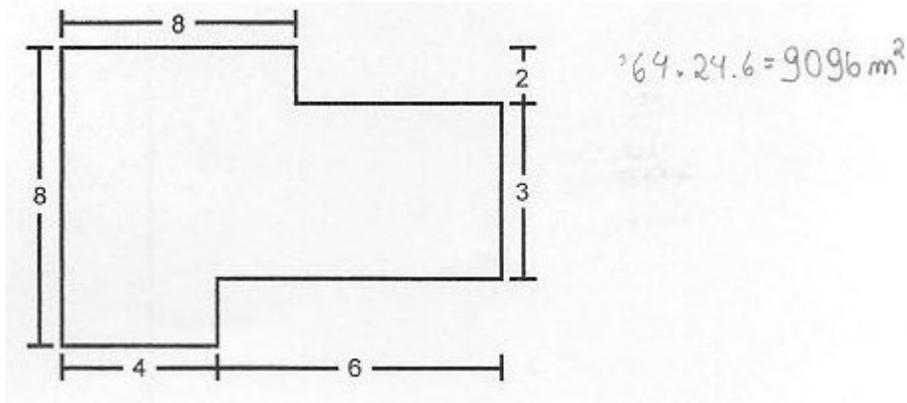
Questão n°. 10

Na última questão, também para calcular a área de um apartamento, aumentou-se um pouco o grau de dificuldade. Trata-se de uma área mais recortada e o aluno poderia se valer da estratégia de calcular a área de um retângulo de 8m x 10m e descontar outros dois retângulos, um de 2m x 2m e outro 6m x 3m, ou seja, com o cálculo da área de três retângulos, chega-se à área total do apartamento.

No entanto, essa habilidade de visualizar uma figura geométrica em outras menores não se fez presente na grande maioria dos alunos: apenas 11 dos 38 conseguiram com sucesso desenvolver a questão, representando 28,94% do total. A seguir, comentarei alguns erros por eles cometidos.

Novamente o aluno A2 repetiu o processo de resolução que aplicou na questão n°9, ou seja, multiplicou valores das laterais do apartamento, determinando $64 \times 24 \times 6 = 9096 \text{ m}^2$. Penso que o valor 64 seja proveniente do produto 8×8 , ou seja, as dimensões de duas paredes externas do apartamento, da mesma forma 6×4 , com resultado 24, também produto de outras duas paredes externas e, por último, $2 \times 3 = 6$, que representa mais duas paredes. Finalmente, a multiplicação desses três valores, encontrando erroneamente 9096 m^2 para a área do apartamento, situação demonstrada na figura 51.

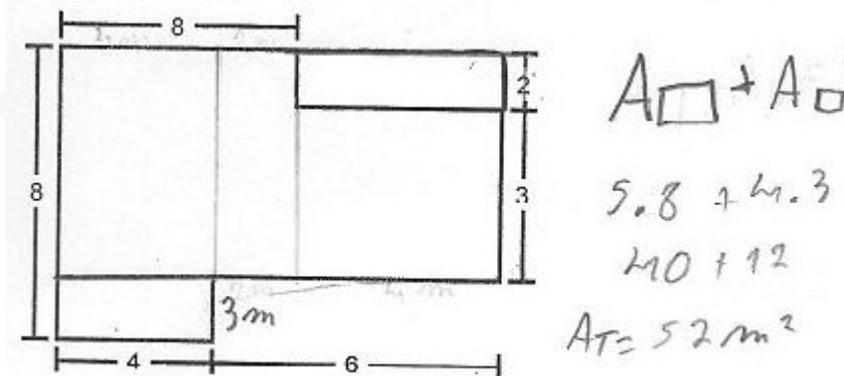
Figura 51 – Resposta do aluno A2



Fonte: Material aluno A2

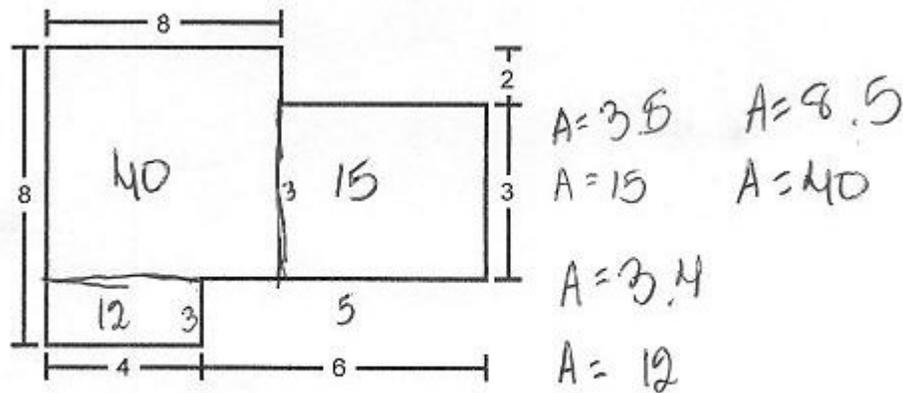
O A12 (Figura 52) demonstrou a competência que exige a visualização de dividir o apartamento em áreas menores; no entanto, dividiu o apartamento em dois retângulos, não percebendo que deveria separá-los em três, seguindo sua lógica de resolução. Forma análoga de resolução adotou o A14 (Figura 53) ao dividir a área maior em três retângulos, mas, infelizmente tomou como medida de um dos lados, de um dos três retângulos, um valor errado, tornando, assim, seu cálculo final comprometido.

Figura 52 – Resposta do aluno A12



Fonte: Material aluno A12

Figura 53 – Resposta do aluno A14



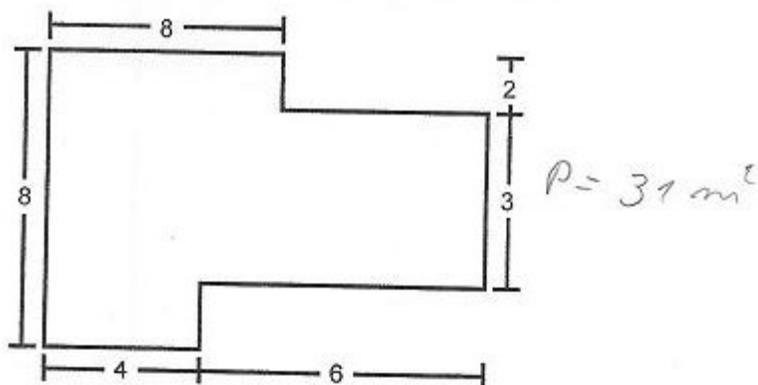
A área total é de (m²): 67

Fonte: Material aluno A14

É possível afirmar que os alunos A18, A20, A24, A30 e o A35 apresentaram comportamento semelhante na solução do problema, haja vista todos possuírem a noção de que, para se chegar à área final do apartamento, deve-se decompô-lo em partes menores. Porém, por um ou outro erro, tomaram medidas erradas para os lados de um de seus retângulos menores, levando-os a um resultado diferente do correto. Mesmo assim, acredita-se que, no que se refere a esses alunos, tenha ocorrido a compreensão do problema.

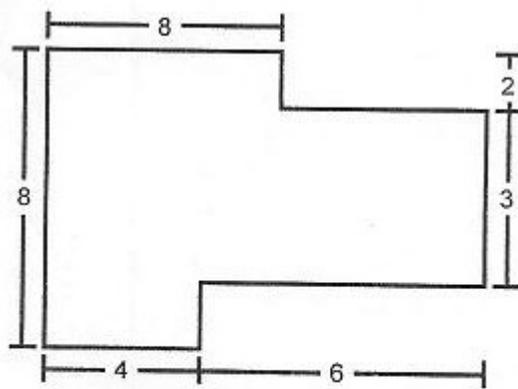
Ao repetirem o erro que cometeram na Questão n.º 9, os Alunos A11 e A19, confundiram perímetro com área, figuras 54 e 55, respectivamente.

Figura 54 – Resposta do aluno A11



Fonte: Material aluno A11

Figura 55 – Resposta do aluno A19



A área total é de (m²):

31 m²

Fonte: Material aluno A19

4.3 Os Tipos de Erros e suas Categorias

A preparação dos dados para a análise de erros é, sem dúvida, uma etapa que exige muito trabalho e atenção, porém se faz necessária para que se possa entendê-los e, a partir desse ponto, conhecendo sua natureza, proporcionar, juntamente com o aluno, uma nova estratégia da prática didática.

Em um primeiro momento, foram feitas algumas considerações sobre os principais erros encontrados em cada uma das questões propostas pelo instrumento de investigação (Item 4.2). Em seguida, optou-se pela classificação – em seis categorias – de Movshovitz-Hadar e colaboradores (DALTO, 2007, p. 20), a qual resultou de uma análise das respostas dos estudantes, em um exame geral anual sobre Matemática, em Israel. Abaixo, uma síntese das 6 categorias propostas pelos pesquisadores:

CATEGORIA A

A utilização equivocada de informações do problema: os erros desta categoria estão relacionados às discrepâncias existentes entre os dados fornecidos no enunciado do problema e a maneira como foram utilizados pelos alunos na resolução. Neste caso, o estudante compreende a situação, retira os dados do problema, mas emprega essas informações erroneamente;

CATEGORIA B

Interpretação equivocada da linguagem: nesta categoria os erros geralmente estão relacionados à tradução incorreta de situações em linguagens diferentes. Neste caso, o que se expressa na linguagem verbal, por exemplo, e aquilo que o estudante “traduziu” para a linguagem simbólica, têm significados diferentes. Da mesma forma, incluem-se nesta categoria erros referentes à interpretação equivocada de símbolos e gráficos. Pode-se considerar, também, que o estudante compreende incorretamente ou compreende em parte o que é pedido em uma questão;

CATEGORIA C

Inferências logicamente inválidas: os erros desta categoria estão geralmente relacionados a enganos, inferências ou informações indevidamente consideradas como verdadeiras a partir de outras do enunciado. Em outras palavras, o estudante considera como verdadeiras suposições que não podem ser logicamente consideradas como tal;

CATEGORIA D

Distorções na utilização de definições ou teoremas: o estudante altera um princípio, uma definição uma regra ou um teorema de modo que seja aplicável à situação do problema;

CATEGORIA E

Não verificação de soluções: nos erros desta categoria, os estudantes geralmente escolhem uma estratégia que não resolve o problema e a desenvolve corretamente. Contudo, o resultado obtido não é solução para o problema que deveria ser resolvido;

CATEGORIA F

Erros técnicos: os erros desta categoria estão relacionados a erros na execução de algoritmos, de procedimentos passo a passo, na retirada de informações de tabelas e até mesmo na manipulação de símbolos algébricos elementares. Tais erros geralmente podem ser resultados de distração.

A partir dessa categorização, organizou-se uma classificação com base nos erros constatados no instrumento investigativo, conforme se verá no item a seguir.

4.4 Categorizando os Erros

Como mencionado anteriormente, partindo dos erros encontrados, procurei, em cada questão, analisá-los e classificá-los segundo as categorias de Movshavitz-Hadar.

Casos como os que são ilustrados pelas questões 2, 3, 5 e 9 têm grandes possibilidades de representar lacunas no aprendizado dos alunos em geometria plana, as quais podem ter se originado pelo uso excessivo de métodos instrumentalizadores mecanicistas (se é que podemos assim chamá-los), em que os alunos são simplesmente treinados a resolver problemas através da aplicação de fórmulas, sem o desenvolvimento de uma consciência crítica que possibilite a eles compreender como, onde e para que se criaram essas fórmulas e que tipos de problemas práticos do dia a dia elas são capazes de solucionar.

Corroborando essa hipótese, vemos que questões introdutórias e bem exploradas, através de exercícios corriqueiros, como as de número 1, 4 e 6, obtiveram grande número de acertos, embora, nelas, houvesse casos em que respostas não plenamente respondidas serem consideradas corretas, por conterem um ou outro erro, que o avaliador considerou pouco comprometedor.

Assim, resolvi catalogar os erros encontrados utilizando os critérios de classificação propostos por Movshovitz-Hadar, enquadrados em 6 categorias, anteriormente mencionadas. (Item 4.3). Pode-se afirmar que o uso da classificação proposta por esses pesquisadores não pode ser visto de forma dogmática, mas sim, como balizador da discussão sobre esses erros.

Embora muitos dos erros ocorridos no universo pesquisado possam ser enquadrados em uma dessas categorias (pois é o que elas são, meras categorias) por descreverem e classificarem

os tipos de erros, não apresentam um diagnóstico real para eles e muito menos que meios podem ser utilizados no intuito de minimizar sua ocorrência.

Entretanto, para nós, isso não representa uma falha do instrumento, mas uma limitação, pois ele não parece ter a pretensão de diagnosticar, mas apenas, e tão somente, de classificar para que, em uma etapa posterior, ou em outro estudo mais específico, isso possa ser feito, identificando os fatores de relevância para a ocorrência de cada tipo de erro categorizado. É notório que, simplesmente, pela categorização de um determinado tipo de erro, não é possível dizer por que ele ocorreu. Como exemplo, citemos um aluno que cometa um tipo de erro A, que é usar inadequadamente as informações extraídas de um enunciado. Isto não permite avaliar e inferir sobre as razões que o levaram a cometer o referido erro. Ademais, usar erroneamente as informações de um enunciado pode facilmente ser confundido com o erro técnico, que consiste em trocar de lugar uma informação ou número, se for a única de que se dispõe para classificá-lo.

O mesmo raciocínio e analogia se aplicam às outras categorias, logo, devemos dispor de algo mais do que apenas um teste para analisar e enquadrar cada tipo de erro cometido em uma delas. Além do mais, um único teste aplicado apenas dá pistas do que pode ter originado as falhas ocorridas; entretanto, algumas inferências podem ser elaboradas a partir desses resultados e permitir que se chegue à proposição de algumas teses a esse respeito.

Algumas delas já foram mencionadas anteriormente como falha no processo de desenvolvimento das aptidões, ou competências necessárias para a execução das tarefas solicitadas. Isso ocorre quando o processo pedagógico proposto não consegue atingir seus objetivos. Uma possível maneira de testar essa hipótese é aplicar o teste em várias turmas de diferentes escolas – particulares e públicas – e, em seguida, aferir o número de erros ocorridos em cada uma, compará-las entre si e também com o resultado final.

Infelizmente, não foi possível efetuar essa medição que poderia dizer se o problema realmente está nos alunos e suas atitudes ou no modelo adotado, o que daria uma visão mais genérica da ocorrência dos erros, indicando como eles se distribuem no universo das escolas públicas e privadas. Se constatada uma maior ocorrência de erros em alunos provenientes do ensino público, supõe-se que este está mal orientado, fazendo-se necessária a revisão de seus métodos e processos, no sentido de aprimorá-los com o objetivo de melhorar sua qualidade e eficiência. Caso a incidência maior ocorresse entre os alunos de escolas particulares, estas é que deveriam rever seus métodos e processos.

Uma distribuição equivalente dos erros entre alunos de escolas públicas e privadas indicaria que a política do governo para a educação é equivocada e precisaria ser revista. Mas, esse é apenas um enfoque, e diante do trabalho realizado, dir-se-ia até não ser o mais adequado para se aplicar ao estudo em voga, por este não ter tido a intenção de um aprofundamento maior, nem de verificar questões ligadas ao aspecto político educacional, bem como suas 73días73te73ias para a formação dos educandos.

Um enfoque menos genérico e também bem menos ambicioso avalia os erros individualmente, tecendo comentários e especulando sobre as possíveis razões de ocorrência de determinado erro. Assim, a tentativa foi isolar uma ocorrência em si mesma e verificar quais suas prováveis causas.

Na primeira questão, não houve problemas para a maioria dos alunos, que conseguiram resolvê-la com certa facilidade, numa demonstração de familiaridade para com sua mecânica de resolução. Três foram as exceções em que os discentes demonstraram dificuldades na realização da atividade. A primeira ocorreu com um aluno que, apesar de estar familiarizado com o problema, trocou a operação de multiplicação pela da adição, o que o levou a um falso resultado. Aparentemente, ele cometeu um erro do tipo F, haja vista a montagem estar correta, mas, ao finalizar, substituiu a multiplicação dos valores extraídos do enunciado pela soma, o que pode indicar que ele tenha alguma deficiência de atenção ou algum problema de dislexia que o leve a confundir as operações.

Nas duas outras exceções, os alunos nem tentaram solucionar o problema, numa indicação de que estes provavelmente tenham lacunas de aprendizado e precisem de uma análise mais profunda do seu conhecimento para verificar em que momento elas ocorreram como preenchê-las.

Na segunda questão, o erro mais 73días73te foi o de não interpretar corretamente o que era solicitado na questão, o que se enquadraria na categoria B. Esses alunos também demonstraram ter problemas de aprendizado, embora possa ser uma falha de instrumentalização, cujo erro poderia se enquadrar na categoria C. De qualquer forma, parece ser mais uma falha devida ao processo de ensino do que do aluno, em particular, haja vista o elevado número de alunos que cometeu tal erro. Os alunos A4 e A14, que procederam corretamente na montagem, mas erraram na finalização, tiveram os erros classificados na categoria A. Entretanto, como A4,

ao contrário de A14, que não acertou a finalização, mas apresentou erro de cálculo, parece se enquadrar melhor na categoria F.

Esses dois alunos foram os únicos a tentar uma solução algébrica para o problema proposto. Diante das dificuldades referentes à apropriação do conhecimento algébrico, eles tendem a recorrer a outras estratégias de resolução. Para Dalton (2007, p. 22) “o problema do baixo rendimento parece residir na maneira como a álgebra é trabalhada nas escolas”. O mesmo autor, citando Ameron, 2002, afirma que, para essa autora, a álgebra escolar tradicional é apresentada aos alunos como um sistema rígido, abstrato e pré-determinado, com poucas ligações com o mundo real.

Todos os nove alunos que acertaram essa questão a resolveram por tentativa, acerto e erro. Cury (2007, p.55) comenta esse estratagema de resolução “Não se pode considerar que essa solução seja errada e, além disso, os estudantes estão acostumados a usá-la em exames de vestibulares para economizar tempo em cálculos.”

A questão três apresentou um alto índice de respostas incorretas, cujos erros se enquadram basicamente nas categorias A e F. Os alunos que cometeram erros do tipo A demonstraram que são capazes de obter as informações necessárias à resolução do problema, porém, não conseguem extrapolar os resultados para obter a solução em porcentagem. Mas como na questão anterior, os alunos A4, A9, A28 e A30, na verdade, parecem ter cometido erros da categoria F. Nas exceções anteriormente citadas, também há indicações de falha no processo, que não detectou que os alunos estavam provavelmente automatizando a resoluções de problemas sem a compreensão de como usar as fórmulas e equações para resolvê-las. Por outro lado, os alunos exceções pareciam estar com problemas emocionais, ocasionados pela expectativa de estarem sendo testados e observados.

A questão quatro também teve poucos problemas a serem resolvidos, numa indicação que seu modelo faz parte do rol de questões instrumentalizadas com sucesso nas instituições de ensino, seja por ser um modelo básico, seja por estar inserida em um contexto no qual os alunos foram bem exercitados. As exceções ocorreram com os alunos que cometeram erros enquadrados nas categorias F e C. Neste caso, a causa pode ter sido o sistema emocional, haja vista esses alunos estarem sendo observados e testados; entretanto, é possível estarem relacionados a falhas de aprendizado ou dificuldades em assimilar conteúdos. Apenas dois alunos, A 20 e A19, apresentaram melhor categorização de seus erros: o primeiro, certamente, se inclui na categoria

F; já o A19 parece estar melhor inserido na D, e seu erro pode ser atribuído tanto ao desconhecimento da solução correta quanto à compreensão errada do conteúdo da matéria.

A questão cinco apresentou, principalmente, erros das categorias A, C, D e F. Como esse exercício se caracteriza como uma variação do exercício anterior, é um forte indicativo que os alunos não tinham compreensão total da matéria, o que tornaria necessário um estudo exploratório que indicasse o grau de compreensão que os mesmos tinham da matéria e onde pudessem ser encontradas as maiores lacunas em seu aprendizado. Esse resultado indicou, conforme eu imaginava anteriormente, a possibilidade desses problemas ocorrerem pelo uso de métodos e processos equivocados no ensino dessa matéria do que por falta de atenção dos alunos.

Da mesma forma que na questão quatro, percebi que o aluno A19 parecia não ter o entendimento da matéria, o que poderia, como anteriormente mencionado, estar ligado a algum problema de concentração ou outro fator. Já os alunos A4, A10, A20 e A35 cometeram erros ao resolver uma potência. Esses erros nos remetem à categoria A, na qual os alunos retiraram os dados corretamente do problema, mas os empregaram erroneamente, ou à categoria F, que é a dos erros técnicos.

Marquis (2001), ao escrever sobre erros comuns em álgebra, sugere um tipo de exercício que consiste em apresentar aos alunos uma lista de afirmativas falsas, baseadas em erros encontrados em provas de alunos e solicitar-lhes a correção das mesmas para posteriormente discuti-las. A situação da questão cinco, em que boa parte dos alunos, ao resolver $(3\sqrt{5})^2$, encontrou $3 \cdot 5 = 15$, é uma afirmativa falsa que pode e deve ser explorada em sala de aula pelos professores, seguindo a sugestão de Marquis.

A questão seis, outro modelo em geral bastante explorado em salas de aula, também foi resolvida corretamente por um expressivo número de alunos, sendo que os erros cometidos foram das categorias D e E. Também aqui a 75^ª de falha no processo de ensino se fez presente, em especial, pelos indícios das respostas dos alunos, em que 5 deles erraram e outros 5 sequer responderam à questão. O grande problema foi a dificuldade dos alunos em distinguir um conteúdo programático do outro, o que mostra que, para eles, os conceitos relativos à circunferência não estão consolidados, provocando confusão e erro.

A questão sete apresentou erros das categorias A, E e F. O grande número de alunos que errou a questão nos leva a pensar em falha, principalmente no processo e não tanto no aprendizado, pois, reiteradamente, os alunos têm cometido falhas parecidas em exercícios similares. Surge, portanto, o questionamento: por que alunos de escolas diferentes cometem os mesmos erros? A causa seria o emprego de uma metodologia unificada? Ou outro fator, considerando serem os professores diferentes? Afinal, não são estes que fazem a escola?

Esperava-se que os erros ocorressem em pontos e exercícios diferentes e não nos mesmos, como neste estudo. Nesse exercício, os alunos A26, A27 e A28 aparentavam ter problemas de desatenção e /ou colarem uns dos outros, dada a similaridade do erro. A5 e A38 demonstraram lacuna de aprendizado, pois conseguiram montar o exercício mas não finalizá-lo. O A23 parecia, realmente, ter apenas um problema de atenção e o A35 confirmou sua lacuna de aprendizado na matéria.

A questão oito apresentou resultados parecidos com os encontrados na questão 7, confirmando a maior parte das 76 déias que explanei a respeito do assunto abordado por essas duas questões. Nesse caso, há a destacar apenas o fato dos alunos A11 e A1 terem cometido erros enquadrados na categoria F, quando se compara os resultados da resolução desses dois exercícios por eles efetuada.

A questão nove também obteve um índice de acerto considerado pequeno, o que se justifica, como mencionado anteriormente, por ser um tipo de exercício pouco trabalhado em salas de aula. Logo, seu processo de resolução não foi compreendido pelos alunos. Nesse caso, os erros mais comuns se enquadram nas categoria C, D, E e F. Do ponto de vista crítico, confirma-se que boa parte dos erros ocorridos se deveu a falhas no processo de ensino que priorizam a automatização do uso de metodologias e equações sem estimular o aluno a compreender o que está fazendo. Esse pareceu ser o caso dos alunos A2, A19, A26 e A34, enquanto os alunos A4 e A35 aparentavam necessitar apenas de mais atenção. Entretanto, seu erro pode-se atribuir tanto ao problema emocional, quanto a um mais sério, como dislexia, o que vale a pena ser investigado.

Em relação aos alunos A11 e A19, ficou evidente que eles confundiram o conceito de área com o de perímetro, situação ocorrida nas questões de nº. 9 e 10. Esses dois alunos se enquadrariam em duas categorias: a) na C, onde o estudante considerou como verdadeiras

algumas suposições que não podem ser logicamente consideradas como tal; b) na E, onde, geralmente, escolheram uma estratégia que não resolveu o problema.

Sobre essa dificuldade de diferenciação entre área e perímetro, Bacquet (2003) relata que esse é um dos problemas mais encontrados no aprendizado de estudantes do Ensino Fundamental. Essa pesquisadora relata uma experiência, tendo como base o trabalho com uma aluna (Eva) de 10 anos (o que corresponde à última série das séries iniciais, isto é, à antiga 4ª série do primário). Bacquet percebeu que Eva conhecia as fórmulas:

$P = (\text{comprimento} \times \text{largura}) \times 2$, para perímetro.

Área = comprimento x largura, para área.

(relativas ao retângulo)

$P = \text{lado} \times 4$.

Área = lado x lado.

(relativas ao quadrado)

Embora Eva tivesse, provavelmente, assistido a muitas explicações sobre o porquê destas formas assim se apresentarem, Bacquet se surpreende: “Eva aplicava essas duas fórmulas absolutamente por acaso e as áreas são dadas regularmente em metros, os perímetros sendo, é claro, em metros quadrados”. (BACQUET, 2003, p. 80).

Como lidar com alunos que apresentam esse tipo de dificuldade?

Para fazer Eva diferenciar esses dois conceitos, a primeira atitude de Bacquet foi trabalhar a definição de metro, objetivando proporcionar à aluna a noção de medida, considerada uma comparação. Ao trabalhar sempre com material “concreto”, manipulado e visualizado, o metro deixa a característica abstrata, podendo ser percebido.

Em Gálvez (1996, p. 243), há a consideração de que a métrica é, para Piaget, a característica fundamental do espaço euclidiano, pois possibilita a estruturação de sistema tridimensional de coordenadas, o que conduz à matematização do espaço.

A métrica envolve a utilização de duas operações que determinam a passagem da manipulação qualitativa do espaço à manipulação quantitativa: a partição do todo em suas partes, para construir uma unidade de medida, e o deslocamento, para aplicar esta unidade de medida de maneira reiterada, cobrindo a extensão do objeto.

A questão dez confirma o que se observou na questão 9 ao mostrar que esta é uma parte da matéria que precisa de maiores esclarecimentos junto aos alunos. Há de se encontrar uma forma que contribua efetivamente para sua aprendizagem, no sentido de serem capazes de, no futuro, resolver questões que envolvam a decomposição de figuras geométricas. As categorias dos erros aqui encontradas são basicamente as mesmas das questões 9, C, D, E e F e os comentários sobre o erros cometidos também se repetem. A2 confirmou a ausência de conhecimento formal que permitiria solucionar a questão a contento, fato indicador de lacuna de aprendizado. A12, A14, A18, A20, A24, A30 e A35, embora tivessem a noção da necessidade de decompor o apartamento em várias partes para achar a solução, demonstraram estar, no geral, em situação idêntica ao A2.

Embora haja dificuldade em afirmar que o processo de ensino adotado nas escolas brasileiras tem provocado graves lacunas de aprendizado nos jovens, há fortes indícios de que isso vem ocorrendo e tende a se agravar se não forem tomadas providências para superar as limitações hoje impostas por tal metodologia. Considera-se falho o processo por alunos chegarem às últimas séries do Ensino Fundamental sem saberem como usar ferramentas, sobre as quais se pressupõe que eles tenham domínio. Assim, não é só o método e o processo de ensino que têm falhado, mas também os instrumentos de aferição dos resultados desses métodos.

Muitas são as dificuldades com que alunos e professores têm se deparado quanto à questão do ensino de Geometria. Referente a estas dificuldades, Gálvez (1996, p. 249) relaciona uma série de questionamentos .

- Como preparar a passagem da Geometria de observação, de comprovação empírica de relações, para a Geometria dedutiva, na qual a validade das proposições é sustentada pela coerência do raciocínio? Por exemplo, como verificar se ao justapor três ângulos internos de um triângulo se obtém um ângulo de 180° ? A conclusão é de que isso deve acontecer necessariamente em qualquer triângulo?
- Como compatibilizar o caráter variável, aproximado, dos resultados obtidos empiricamente, com o caráter único, exato, dos resultados obtidos por meio do cálculo? Por exemplo, os valores obtidos para a área de um triângulo, contando quadradinhos, com o valor obtido aplicando a fórmula a partir de medidas dadas de base e altura?
- Como garantir a compreensão de procedimentos algoritmizados que os alunos devem aprender? É evidente que a repetição de sua execução, até memorizar as seqüências de ações que contêm tal procedimento, não é suficiente. Porém, como substituir esta estratégia de ensino?
- Como coordenar a conceitualização dinâmica dos objetivos geométricos (vinculados, por exemplo, ao traçado de figuras) com sua conceitualização estática (vinculada à sua apresentação)?

- Como organizar a passagem da linguagem natural, para referir-se às relações espaciais, até a linguagem matemática, sem gerar rupturas violentas possibilitando a apropriação sintática e semântica da linguagem matemática, de modo que os alunos possam utilizá-las para expressar seus conhecimentos?
- Como relacionar as aquisições no âmbito das relações espaciais com as aquisições no domínio das relações numéricas? Em que medida os progressos em um destes âmbitos podem facilitar ou pôr obstáculos à aprendizagem dos outros?

4.5 Quantificação dos Erros

Quadro das Categorias de Movshovitz – Hadar e colaboradores.

O quadro a seguir quantifica os erros em suas respectivas categorias. Torna-se importante ressaltar que um mesmo erro pode ser enquadrado em mais de uma categoria. Por exemplo, um aluno pode ter um erro enquadrado na categoria B, onde o estudante compreende em parte o que é pedido em uma questão, nessa parte em que ele compreende, comete um erro de distração ou um erro de execução de algoritmo, sendo, também enquadrado na categoria F.

Tendo em vista a natureza das questões que se está analisando nessa investigação, a classificação de Movshovitz – Hadar e colaboradores, pareceu-me a mais adequada, além do fato de na literatura especializada existirem poucas tabelas ou categorias de erros, cada uma com sua particularidade, qualidades e deficiências, portanto, alguns tipos de erros encontrados no material investigado não se enquadravam em nem uma categoria proposta pelos pesquisadores mencionados acima.

Quadro 3

CATEGORIA	QUANTIDADE
A	10
B	26
C	15
D	20
E	11
F	38
G	12

5 SÍNTESE DO ESTUDO

“Em criança, tenho a impressão de ter sido severo e até mesmo presumido, embora essa atitude se temperasse com o sentimento de que eu não tinha o direito de julgar pessoa alguma salvo eu próprio.”

Karl Popper

Este estudo iniciou com a análise, classificação e conhecimento dos tipos de erro cometidos por alunos em fase de conclusão do ensino fundamental. Seu objetivo consistiu no estudo do erro como forma de traçar estratégias para aprimorar o ensino da Matemática, notadamente no campo da geometria plana. No entanto, como toda pesquisa, profunda e séria, foi, ao longo do caminho percorrido, abrindo-me novos horizontes e possibilidades.

Primeiramente, esclareceu e ampliou meu horizonte no que tange à conceituação que a palavra “erro” pode ter, pois mostra que é possível seu entendimento ser tão amplo quanto desejamos, haja vista possuir significados filosófico, científico e religioso. Todos eles estão permeados por simbologias e signos que fazem nosso imaginário convergir em múltiplas direções, divagando sobre cada um deles e suas consequências.

O significado religioso, através das simbologias advindas da cultura religiosa judaico-cristã, a qual pertencemos, travestiu o erro com sentido do pecado, do não permitido, do condenável, do maldito, introjetando no seio da sociedade o repúdio a tudo o que fosse considerado errado ou condenável. Em especial, levantado pela igreja, esse repúdio levou as pessoas, por analogia, a condenar tudo o que representasse um erro, mesmo que o mesmo ocorresse fora da esfera religiosa. Assim, ao assumir a forma da legalidade e da moral, ele condenou os que não participassem das crenças e valores propagados como corretos, através de

um dogmatismo, que influenciou a legislação da maioria dos países do Ocidente, impondo suas regras a todos. Mas essa noção de erro sintomática, dogmática e castradora não é a noção de erro que devemos aplicar na esfera educacional, pois seus preceitos e preconceitos, longe de lançar luz ao entendimento da questão e pavimentar uma estrada pela qual possamos seguir em segurança na resolução dos problemas aqui propostos, deixa-nos inseguros e órfãos.

No contexto científico, o erro não aparece com essa pecha de condenável, indesejável ou amoral, mas sim, como consequência possível no processo de investigação e descoberta, já que grandes cientistas, em sua maioria, antes de obterem êxito, colecionaram muitos fracassos. Portanto, nessa perspectiva, o erro não é bom, nem ruim: não sendo bom ou ruim, não é condenável, perverso ou imoral, mas neutro, isento de polarizações ou discussões. Tampouco, a visão científica do erro nos é adequada, pois sua neutralidade também não dá a base de que necessitamos para a construção de um caminho que permita estruturar um modelo que use a análise dos erros cometidos pelos alunos para a compreensão dos mecanismos que os levaram a cometê-los e de como superá-los.

A visão psicológica do erro, entretanto, conforme a escola que venhamos a escolher para trabalhar com a questão, pode fornecer ferramenta adequada para tratar da questão ou não, teorias, como a comportamentalista (*behaviorismo*) de Skinner e construtivista de Piaget, têm seus prós e contras, cada uma vendo a questão de uma forma diferente.

Ao transpor essas visões para o universo escolar, podemos nos posicionar quanto aos erros apresentados pelos alunos no teste de geometria plana de duas formas diferentes: uma regida pelo behaviorismo, e outra direcionada pelo construtivismo. Não vamos nos estender a outras teorias e posicionamentos, por serem estes suficientes para analisar e questionar os erros que se apresentaram.

Coloco, ainda, que minha análise não se baseia na aceitação ou negação de uma teoria ou outra, tampouco na negação de quaisquer preceitos ou postulados propostos por outra teoria, seja ela qual for, mesmo que não mencionada ou analisada aqui. Mas sim em conclusões obtidas não só do exame dos resultados dos testes, como da avaliação de teorias apresentadas por pedagogos, psicólogos e estudiosos do tema, com os quais contatei ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Essas teorias, apesar de válidas e totalmente aplicáveis, levam-nos a um impasse no sentido de identificar o papel do professor como o de condicionador, ao premiar e /ou punir, de

acordo com o tipo de comportamento que deseja estimular. Alguns possuem a crença de que o aluno é uma cobaia em laboratório que deve ser treinado para seguir as regras sociais conforme elas se impuserem, sem questionar, avaliar ou criticar, replicando o socialmente aceito em comportamentos afinados com o senso comum. Assim, urge alcançar boas notas por meio de acertos às respostas dos exercícios propostos pelo professor, haja vista este comportamento ser considerado correto. Afinal, ele já o treinou ao ensinar-lhe quais seriam as respostas corretas, ou, no mínimo, como chegar a elas.

Essa ideia é defendida pelo construtivismo, uma vez que, ao ter tido contato com o objeto do teste, o aluno teria adquirido conhecimento suficiente que lhe permitisse resolvê-lo corretamente. Além desse contato e experimentação, contou com o auxílio do professor, que lhe mostrou diversas maneiras pelas quais poderia solucionar os problemas, tornando-o apto a encontrar as respostas corretas. Ao demonstrar formas de solucionar o problema, o professor não só instrumentalizou o estudante, como apresentou casos concretos que lhe proporcionaram experiência inclusive, ao aplicar o ferramental aprendido de forma errada, o que permitiu avaliar seus pontos fracos e corrigi-los, seja pelo autodidatismo, seja pela intervenção do professor.

Apesar das belas teorias, é preciso considerar que o aluno não é um laboratório, tampouco uma cobaia a quem podemos impor nossa vontade, o que dificulta tremendamente o processo de ensinar. Ademais, a maioria dos professores tende a entender o erro como uma falha do aluno, sem autocrítica ou questionamento quanto aos métodos de ensino e sua adequação. Há, também, a tendência exacerbada de se atribuir todos os problemas de aprendizagem ao desinteresse do aluno. Com certeza, ele, muitas vezes, é a causa do insucesso do aprendiz e deve ser levado em conta no momento de avaliar os resultados dos testes aplicados. Entretanto, o despreparo de parte de educadores, em diagnosticar o que realmente ocorre com o aluno, é uma realidade.

Minhas conclusões e considerações sobre este estudo devem ser interpretadas com prudência, pois se trata de um tema com poucas pesquisas e a amostra estudada não chega a ser tão representativa. Mais importante que os erros encontrados e suas categorização, é a reflexão seguida de uma mudança de postura diante dos erros dos alunos e que nos leve a uma utilização didática desses erros. Ao longo de minha pesquisa, procurei mostrar o caráter construtivo dos erros, apoiado pelo trabalho realizado com os estudantes e pelos fundamentos teóricos investigados na literatura da área. Torre (2007, p. 44), por exemplo, afirma que “O próprio Piaget formulou algo que muitos professores sabem, isto é, que a correção dos erros e das tarefas que

têm como base os equívocos costuma ser mais fecunda que os acertos imediatos. Os erros constroem valiosos indicadores pedagógicos”.

Não se trata aqui de fazer uma apologia ao erro, mas deixarmos de vê-lo como um resultado negativo, incontrolável e do qual nada se pode esperar de positivo. Pelo contrário, há de se valer da falha como um instrumento produtivo e reverter em processo o resultado do erro.

Desta forma, ao longo deste trabalho, descobri que mais importante que o erro em si, é seu caráter construtivo, não somente no processo ensino-aprendizagem, mas na vida diária. Os erros levam-nos a refletir, a reanalisarmos nossas estratégias e, atribuir-lhes uma consideração didática significa uma fonte valiosa e única de informações, pois cada um requer um tratamento didático diferente. Um aluno que comete um erro enquadrado na categoria B (erros de compreensão) deverá ter uma atenção completamente diferente da de um aluno que comete um da categoria F (erros técnicos).

5.1 Possibilidades metodológicas e pedagógicas

Como transpor a questão do erro, de uma prescrição skinneriana para potencial construtivo, didático e criativo do erro? Na tentativa de superar essa barreira, Torre (2007, p.10) sugere:

A utilização do erro deve ser entendida como uma ferramenta conceitual da qual se necessita ante os conceitos específicos, como um veículo que encurta as distâncias entre intenções e realizações. O erro pode ser utilizado como uma estratégia inovadora para aproximar a teoria e a prática, para passar de um enfoque de resultados para um de processos, de uma pedagogia do êxito para uma didática do erro, de ensino de conteúdos para aprendizagem de processos. Em suma, que uma adequada conceitualização e utilização do erro no ensino possa tornar-se uma estratégia a serviço da inovação educativa.

Essas mudanças deveriam começar por nossas instituições que formam professores, em uma tentativa de mudar a visão maléfica dos erros. Cury (2007, p. 93), nesse sentido, contribui, ao afirmar que

As pesquisas sobre erros na aprendizagem de Matemática devem fazer parte do processo de formação dos futuros professores, pois, ao investigar erros, ao observar como os alunos resolvem um determinado problema, ao discutir as soluções com os estudantes, os licenciados em Matemática estarão refletindo sobre o processo de aprendizagem nessa disciplina e sobre as possíveis metodologias de ensino que vão implementar no início de suas práticas, podendo ajudar seus alunos logo que detectarem alguma dificuldade.

Uma das dificuldades verificadas na análise das questões ocorreram nas de número 9 e 10, em que o aluno deveria calcular a área de apartamento e, para isso, havia a necessidade de decompô-lo em áreas menores e no final, recompô-lo. Para vencer essas dificuldades de decompor e recompor figuras geométricas, Kaleff (2003) indica o uso de jogos de quebra-cabeça e outros materiais concretos. Esse autor também tece considerações para a ação pedagógica acerca do ensino de Matemática como um todo e da Geometria em particular. Estas ações podem nortear o professor de Matemática.

- Exploração de diferentes materiais concretos para o desenvolvimento do significado das noções geométricas elementares.
- Exploração da simulação de situações de investigação como auxílio ao desenvolvimento do significado das noções geométricas elementares e não somente o treinamento da memorização de técnicas operatórias.
- Incentivo à capacitação do aluno para o estabelecimento de conjecturas, para a formulação e resolução de problemas e não para a procura mecanicista de respostas.
- Reconhecimento, pelo aluno, das conexões entre as ideias e aplicações matemáticas e não apenas da percepção da Matemática, particularmente da Geometria, como um corpo de conceitos e procedimentos isolados do cotidiano e de outras áreas do conhecimento.
- Busca da formação integral do educando, levando-o a se estabelecer como ser crítico, a se encontrar como ser humano e cidadão, consciente da sua condição de ser em transformação, integrado à sua natureza interior e participante ativo na construção de seu destino e de sua história.

Macedo (1994), em “Ensaio construtivistas”, propõe três níveis de compreensão do erro, na perspectiva de suas produções. Penso que essa análise é importante para melhor entendermos os erros de nossos alunos.

a) nível I – “Não há erro em uma perspectiva consciente; ele é recalado e as respostas contraditórias não causam conflito ou problemas para as crianças. As tentativas de denunciá-lo

são inoperantes.” A situação-problema que se coloca aqui é: Como tornar o erro um observável para aquele que erra ou que é julgado como tendo errado?

b) nível II - “O erro aparece como um problema. Depois de tê-lo cometido, a criança o reconhece, apesar de já ser tarde. Além disso, as soluções ocorrem por ensaio e erro, ou seja, por tentativas. A interferência exterior do adulto ou de outra criança já surte mais efeito, no sentido de problematizar a situação. Mas, ainda é uma perturbação exterior ao sistema cognitivo da criança. As iniciativas exteriores problematizam o erro. Ele instala-se como uma contradição que exige superação.” O desafio em relação a esse nível é: Como coordenar perspectivas?

c) nível III – “O erro é superado enquanto problema. A criança pode antecipá-lo ou anulá-lo, ou seja, já dispõe de meios, dentro de seu sistema, para pesquisá-lo. Os erros anteriores são evitados nas ações seguintes. Há pré-correção, há antecipação interior ao sistema. O sujeito adquire certa autonomia.” O desafio em relação a esse nível é aceitar a errar de novo, não ter medo do desconhecido. Ou seja, evitar o erro, para não cometê-lo mais, é cair no risco de se fechar para novas pesquisas e ficar repetindo o que deu certo e, portanto, se limitar frente às novas possibilidades de aberturas ou enfrentamento de novos problemas.

Para finalizar este trabalho, valho-me do texto do Padre Fábio de Melo, que sintetiza, de forma maravilhosa, o que devemos fazer, principalmente com *nossos* erros, pois, se soubermos compreendê-los, sem dúvida, seremos mais tolerantes com os erros dos outros.

Eu não sei se você se recorda do seu primeiro caderno. Eu me recordo do meu. Com ele eu aprendi muita coisa. Foi nele que eu descobri que a experiência dos erros ela é tão importante quanto à experiência dos acertos. Porque visto de um jeito certo, os erros, eles nos preparam para nossas vitórias e conquistas futuras, porque não há aprendizado na vida que não passe pela experiência dos erros. Caderno é uma metáfora da vida. Quando os erros cometidos eram demais, eu me recordo que a nossa professora nos sugeria que a gente virasse a página, era um jeito interessante de descobrir a graça que há nos recomeços, ao virar a página os erros cometidos deixavam de nos incomodar e a partir deles a gente seguia um pouco mais crescido. O caderno nos ensina que erros não precisam ser fontes de castigos. Erros podem ser fontes de virtudes. Na vida é a mesma coisa, o erro tem que estar a serviço do aprendizado, ele não tem que ser fonte de culpas, de vergonhas, nenhum ser humano pode ser verdadeiramente grande, sem que seja capaz de reconhecer os erros que cometeu na vida. Uma coisa é a gente se arrepender do que fez, outra coisa é a gente se sentir culpado. Culpas nos paralisam, arrependimentos não, eles nos lançam pra frente e nos ajudam a corrigir os erros cometidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALONSO, Rita. *Administrando o erro*. Disponível em: www.umtoquedemotivacao.com/administracao/administrando-o-erro. Acesso em: 10 jan. 2009.
- ANDRÉ, Marli E. D. A. *Etnografia da prática escolar*. Campinas. Editora Papirus. 1995.
- BERTI, Nívia Martins. A Análise do Erro sob a Perspectiva Didático-Pedagógica no Ensino-Aprendizagem da Matemática: Um Estudo de Caso na 5ª Série. Disponível em: [<biblioteca.universia.net/ficha.do?id=34023576>](http://biblioteca.universia.net/ficha.do?id=34023576) Acesso em 09 fev. 2009.
- BACQUET, Michelle. *Matemática sem dificuldades: ou como evitar que ela seja odiada por seu aluno*. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRANCO, Eguimara S.. *O Significado e o Papel do “Erro” na Educação Matemática*. Disponível em: egui.blogspot.com/2005/10/o-significado-e-o-papel-do-erro-na.html. Acesso em 08 dez. 2008.
- CARDOSO, Beatriz e TEBEROSKY, Ana (Org.) Reflexões sobre o Ensino da Leitura e da Escrita. São Paulo: Trajetória Cultural, 1989.
- CARVALHO, J. S. Fonseca. As Noções de Erro e Fracasso no Contexto Escolar. *In: Erro e Fracasso na Escola: Alternativas Teóricas e Práticas*. 5ed. São Paulo: Summus Editorial, 1997.
- CERQUEIRA, Juciana Santos. *Erro: incapacidade ou tentativa de acerto?* Disponível em: www.uefs.br/sitientibus/pdf/29/erro_incapacidade_ou_tentativa_de_acerto.pdf Acesso em 08 dez. 2008.
- CORREIA, Carlos Eduardo Félix. *Aprender com os erros*. Disponível em: www.unipinhal.edu.br/ojs/educacao/include/getdoc.php?id=141&article=35&mode=pdf Acesso em: 04 jan. 2009.

CURY, Helena Noronha. *Análise de erros e análise de conteúdo: subsídios para uma proposta metodológica*. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2., 2003. Anais...Santos: SBEM, 2003. CD-ROM.

_____. *Retrospectiva histórica e perspectivas atuais da análise de erros em Educação Matemática*. Campinas: Zetetiké, v.3, n.4, p. 39-50, nov., 1995.

_____. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DALTO, Jader Otávio. *O conhecimento simbólico e a álgebra escolar: um estudo sob a ótica da análise do comportamento*. 2007. Dissertação. (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, 2007.

FELTES, Rejane Zeferino. *Análise de Erros em Potenciação e Radiciação: um estudo com alunos do ensino fundamental e médio*. 2007. Dissertação. (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2007

FREIRE, Roberto. *Sem tédio não há solução*. Guanabara, 1987

GADAMER, H.G. *Truth and Method*. New York, NY. Continuum, 1975.

GÁLVEZ, G. A geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GILLHAM, B. *Case Study Research Methods*. 1 ed. Padstow. Continuum, 2000.

HOFFMAN, J. *Avaliação: Mito e Desafio – uma perspectiva construtivista*. 29ed. Porto Alegre: Mediação, 2000.

KALEFF, Ana M. M. R. *Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos*. Niterói: EdUFF, 2003.

KISTEMANN JR, Marco Aurélio. *O Erro e a tarefa avaliativa em Matemática: uma abordagem qualitativa*. Disponível em: www.fae.ufmg.br/ebapem/completos/01-36.pdf. Acesso em 12 dez. 2008.

JOHNSON, D. M. *Approaches to Research in Second Language Learning*. London: Longman, 1992.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Prática escolar: o erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude*. Disponível em: www.crmariocovas.sp.gov.br/int_a.php?t=023 Acesso em: 04 jan. 2009.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, M. *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda., 1986.

MACEDO, Lino de. *Para uma visão construtivista do erro no contexto escolar*. In: São Paulo. Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Coletânea de Textos de Psicologia: psicologia da educação. São Paulo, 1990. v.1.

MACHADO, L. M.; MAIA, G. Z. *A Administração e Supervisão Escolar: questões para o novo milênio*. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2003.

MARQUIS, June. Erros comuns em álgebra. In; COXFORD, A.; SHULTE, A. (Org.). *As Idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

MASON, J. *Qualitative Researching*. London: Sage Publications, 1996.

MELO, Padre Fábio de. Disponível em: <<http://www.pensador.info/colecao/rossandragontijo/>> Acesso em 26 dez. 2009.

MERRIAM, Sharan. *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass, 1988.

MORIN, E. *Ciência com Consciência*. Rio de Janeiro: Editora Bertrand, 1996.

_____. *Cultura de massas no século XX: o espírito do tempo I*. Rio de Janeiro. Editora Forense Universitária, 1997.

MOUSTAKAS, C. *Phenomenological research methods*. Thousand Oaks, Calif. Sage Publications, 1994.

MOVSHOVITZ-HADAR, N. et al. *An empirical classification model for errors in High School Mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education, v. 18, n. 1, p. 3-14, 1987.

NASCIMENTO, Alexandra Félix do; MENDES, Samara Costa; PAULA, Maria Tereza Dejuste de *O erro na aprendizagem da Matemática: a visão de professores*. Disponível em: www.inicepg.univap.br/docs/Arquivos/arquivosINIC/INIC1388_01_A.pdf. Acesso em: 10 jan. 2009.

NEVES, Josélia Gomes. *O erro construtivo e o castigo na escola*. Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653). Disponível em: www.rioei.org/deloslectores/974Gomes.PDF. Acesso em: 10 jan. 2009.

NOGARO, Arnaldo; GRANELLA, Eliane. O erro no processo de ensino e aprendizagem. Disponível em: www.sicoda.fw.uri.br/revistas/artigos/1_1_2.pdf Acesso em 08 jan. 2009.

PINTO, N. B., *Avaliação da Aprendizagem como prática investigativa*. In ROMANOWSKI, J. P., MARTINS, P. L. O. e JUNQUEIRA, S. R. A. (orgs) *Conhecimento local e conhecimento universal: a aula, aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e artes*. Curitiba: Champagnat, 2004.

_____. *Erro: Uma estratégia para a diferenciação do ensino*. In: ANDRÉ, Marli (org). *Pedagogia das diferenças na sala de aula*. Campinas: Papirus, 1999.

PINTO, Neuza Bertoni. *O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino de matemática elementar*. Campinas, SP: Papirus, 2000. (Série Prática Pedagógica).

PRIGOGINE, I. (1996). *O Fim das Certezas – Tempo, caos e as leis da natureza*. São Paulo. Editora UNESP, 1996.

QUINTINO, Josemara Alves de Moraes; SCHNEIDER, Deborah Sandra Leal Guimarães. *Aprendendo com os erros: Análise do erro de raciocínio e de cálculo nas produções escritas*. Disponível em: www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/842-4.pdf?PHPSESSID=2009050714185175 Acesso em 19 maio 2009.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO. SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO. *DIRETRIZES CURRICULARES DE MATEMÁTICA PARA AS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E PARA O ENSINO MÉDIO - 2008*. Disponível em: www.foz.unioeste.br/~gpem/patricia/diretrizesmat.pdf Acesso em: 21 maio 2009.

SILVA, Eleonora Maria Diniz da. *A Virtude do Erro: uma visão construtiva da avaliação*. Disponível em: noite.wordpress.com/2008/04/20/matematica-e-aprendizagem Acesso em: 09 jan. 2009.

SOARES, Maria Teresa Carneiro; PINTO, Neuza Bertoni. *A pesquisa em colaboração no processo de formação do professor que ensina matemática nas séries iniciais do ensino fundamental*. Disponível em: www.anped.org.br/reunioes/24/T1910797400023.doc. Acesso em: 04 jan. 2009.

SOUZA, Regina Aparecida Marques de. *O Erro na constituição do conhecimento: A mediação pedagógica em foco*. Disponível em: www.alb.com.br/anais14/Sem12/C12049.doc. Acesso em 14 dez. 2008.

STAKE, R. E. Case Studies. In: DENZIN, N. K. & LINCOLN, Y. S. (eds.). *The Landscape of Qualitative Research – Theories and Issues*. London. Sage Publications, 1998.

VASCONCELOS, Fabiana Renata Siqueira. *O erro na perspectiva construtivista*. Disponível em: www.colegiosaofrancisco.com.br/alfa/tcc/o-erro-na-perspectiva-construtivista-3.php Acesso em 08 jan. 2009.

TANUS, Vera Lúcia Fernandes Aragão. *O Erro no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática: Para Além da Avaliação*. Disponível em: www.ie.ufmt.br/semiedu2006/GT04.../Poster%20Vera%20Tanus%20-%20texto%20completo%20ERRO. Acesso em 18 dez. 2008.

TORRE, Saturnino de la. *Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança*. Porto Alegre. Artmed, 2007.

TORRE, S de la et al. *Errores y currículo – Tratamiento didático de los errores de la enseñanza*. Barcelona. PPU.1994.

VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo. Martins Fontes, 1987.

YIN, R. K. *Estudo de caso: planejamento e métodos*. Porto Alegre. Editora Bookman, 2001.

ANEXO 1: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Alunos da 8ª série do Ensino Fundamental

Fui convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa A Superação do Erro como uma Estratégia de Ensino e de Aprendizagem, sob responsabilidade do Professor Pesquisador Nederson Antonio Espindola.

Esta pesquisa, mediante a reflexão do que se compreende por Matemática e Educação, apresenta-se como possibilidade para aprofundar estudos, discutir e apresentar alternativas de trabalho à exploração Matemática e tem como principal objetivo identificar e classificar os erros mais frequentes cometidos em Matemática por alunos da 8ª série do Ensino Fundamental.

A pesquisa será feita através de análise das fotocópias das provas dos participantes. Isso caracteriza uma pesquisa de campo, com caráter qualitativo e quantitativo, não oferecendo riscos à saúde e trará como benefícios novas estratégias e técnicas de ensino que favoreçam o aprendizado.

Serei esclarecido (a) sobre a pesquisa em qualquer aspecto que desejar. Sou livre para recusar-me a participar, retirar meu consentimento ou interromper a participação a qualquer

momento. Minha participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade ou perda de benefícios.

Os pesquisadores irão tratar a minha identidade com padrões profissionais de sigilo. Serei informado dos resultados da pesquisa caso desejar e permanecerão confidenciais. Meu nome e dados obtidos que indiquem minha participação não serão divulgados sem minha permissão. Não serei identificado em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo. As fotocópias das provas serão guardadas em local seguro na Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES e destruídos ao final de cinco anos, sendo que estes dados serão utilizados somente para esta pesquisa. Uma cópia deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido será arquivada no Departamento de Pós – Graduação, da Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES, e outra ficará comigo.

A participação no estudo não acarretará custos para mim e não estará disponível nenhuma compensação financeira adicional. As atividades desenvolvidas durante essa pesquisa serão realizadas durante as aulas da disciplina de Matemática sob regência do professoro titular da disciplina.

Declaro que estou ciente dos objetivos e estratégias da pesquisa, que recebi uma cópia deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, que me foi dada à oportunidade de ler e esclarecer minhas dúvidas e que concordo em participar como voluntário (a) da pesquisa. Estou ciente também da submissão deste projeto ao Comitê de ética e que a ele poderei me reportar pelo telefone 0xx51-3714-7011, caso seja necessário.

_____/_____/_____
Assinatura do Responsável pelo participante

____/____/_____
Data

_____/_____/_____
Assinatura do Pesquisador

____/____/_____
Data

Nederson A. Espindola

Rua Senador Pinheiro, 54/902

Passo Fundo - RS

Fone: 0xx54- 3045-4072



**ANEXO 2: TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA PARA PESQUISA COM OS
ALUNOS**

ESCOLA

Autorizo o Professor Nederson Antonio Espindola, Aluno do curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciência Exatas da Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES, a realizar a pesquisa intitulada A Superação do Erro como uma Estratégia de Ensino e de Aprendizagem, utilizando como instrumento de pesquisa as provas da disciplina de matemática dos alunos participantes dos alunos da 8ª série do Ensino Fundamental. Fica desde já garantido aos alunos (ou responsáveis, caso sejam menores) que a realização desta pesquisa será realizada durante as aulas de Matemática.

Esta direção está ciente da importância e relevância da pesquisa, pois os objetivos e estratégias da pesquisas foram devidamente explicados e se encontram citados a seguir.

Esta pesquisa, mediante a reflexão do que se compreende por matemática e educação, apresenta-se como possibilidade para aprofundar estudos, discutir e apresentar alternativas de trabalho à exploração Matemática. O principal objetivo desta pesquisa é identificar e classificar

os erros mais frequentes cometidos em Matemática por alunos da 8ª série do Ensino Fundamental.

A pesquisa será feita através de análise das provas dos participantes. Isso caracteriza uma pesquisa de campo, com caráter qualitativo e quantitativo. A pesquisa não oferece riscos à saúde e trará como benefícios novas estratégias e técnicas de ensino que favoreçam o aprendizado.

A direção da Escola será esclarecida sobre a pesquisa em qualquer aspecto que desejar e poderá retirar sua autorização ou interromper a participação a qualquer momento, caso julgar pertinente. A participação é voluntária e a recusa em autorizar a pesquisa não irá acarretar qualquer penalidade ou perda de benefícios.

Os pesquisadores irão tratar a identidade da Direção e alunos com padrões profissionais de sigilo. A Direção da Escola será informada dos resultados se assim o desejar. Os nomes e dados dos profissionais desta Escola, bem como dos alunos participantes não serão divulgados sem permissão dos envolvidos. Os participantes não serão identificados em nenhuma publicação que possa resultar esse estudo. As fotocópias das provas serão guardadas em local seguro na Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES e destruídas ao final de cinco anos, sendo que estes dados serão utilizados somente para esta pesquisa. Uma cópia deste Termo de Autorização para pesquisa será arquivada no Departamento de Pós – Graduação, da Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES, e outra ficará arquivada na Secretaria desta Escola.

A participação no estudo não acarretará custos para a Escola nem aos profissionais, pais e alunos envolvidos na pesquisa e não será disponibilizada nenhuma compensação financeira adicional.

Como Diretor (a) desta Escola, declaro que estou ciente dos objetivos e estratégias da pesquisa, que recebi uma cópia deste Termo de Autorização para Pesquisa e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer minhas dúvidas e que concordo em autorizar a participação de meus professores e alunos como voluntários da pesquisa. Estou ciente também da submissão deste projeto ao Comitê de Ética e que a ele poderei me reportar pelo telefone 0xx51-3714-7011, caso seja necessário.

_____ / /
Assinatura da Direção e Carimbo

Data

_____ / ____ / ____
 Assinatura do Pesquisador Nederson A. Espindola Data
 Rua Senador Pinheiro, 54/ 902 – Passo Fundo- RS
 Fone: 0xx54- 3045-4072

ANEXO 3 – INSTRUMENTO DE INVESTIGAÇÃO

UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

PROVA DE MATEMÁTICA Geometria Plana - Áreas

Professor Nederson Espindola

Nome: _____

Turma: _____

Data: ____/____/____

Leia com atenção as questões

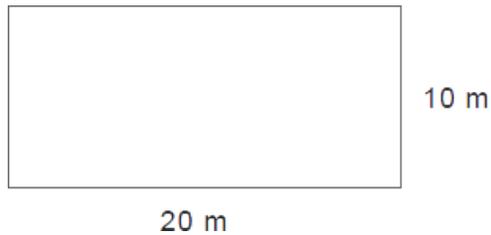
Utilize caneta esferográfica azul ou preta

NÃO é permitido o empréstimo ou consulta de materiais durante a prova

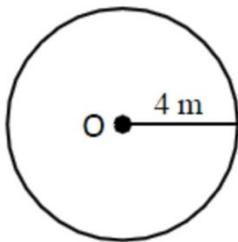
A INTERPRETAÇÃO das questões é parte integrante da prova

SERÁ EXCLUÍDO DA PROVA o aluno que se utilizar, durante a realização da prova, de máquina e/ou relógios de calcular, bem como de rádios gravadores, de headphones”, de telefones celulares ou defontes de consulta de qualquer espécie.

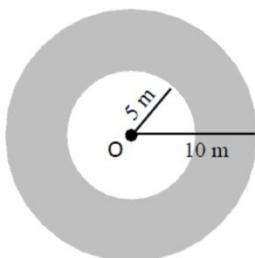
01. Calcule a área do retângulo abaixo.



02. Um retângulo de área igual 72 m^2 tem sua dimensão, uma igual ao dobro da outra. Quais são estas dimensões:
03. Um retângulo tem sua dimensão aumentada em 10% e 20%. Sua área será acrescida em quanto por cento?
04. A área de um triângulo equilátero de lado igual 5 m é:
05. A área de um triângulo equilátero de lado igual a $3\sqrt{5}$ m é:
06. Qual a área do círculo abaixo, com raio igual a 4 m:



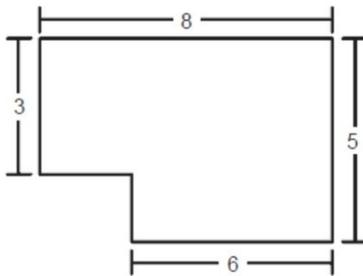
07. Qual a área da região sombreada, sendo o raio do círculo maior igual a 10 cm e o do menor



08. Qual a área da região sombreada, sendo o raio do círculo maior igual a 10 cm e do menor igual a 5 cm.

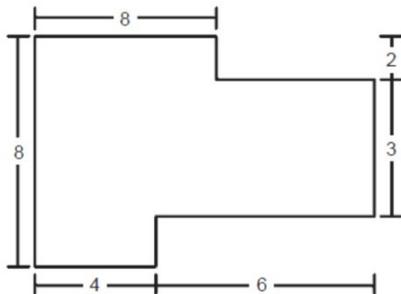


09. A figura abaixo representa a planta de um apartamento.



A área total é de (m²):

10. A figura abaixo representa a planta de um apartamento.



A área total é de (m²):